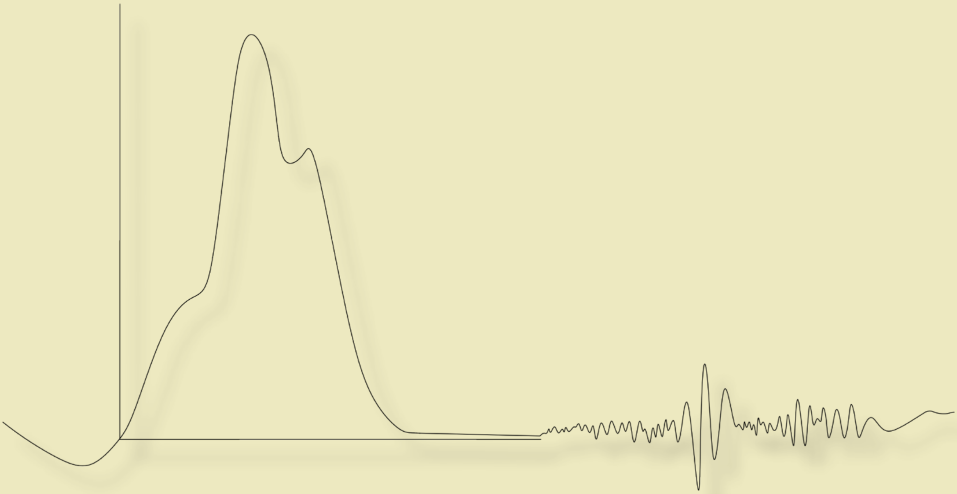
POLITECHNIKA LUBELSKA

Bartosz Przysucha

Statystyczne modele w procesach zarządzania ochroną środowiska przed hałasem



MONOGRAFIE

Lublin 2020

Statystyczne modele w procesach zarządzania ochroną środowiska przed hałasem

Monografie – Politechnika Lubelska

Politechnika Lubelska
Wydział Zarządzania
ul. Nadbystrzycka 38
20-618 Lublin

Bartosz Przysucha

Statystyczne modele w procesach zarządzania ochroną środowiska przed hałasem

Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej
Lublin 2020

Recenzent:
prof dr hab inż. Tadeusz Banek, Politechnika Lubelska
dr hab inż. Tadeusz Wszołek, prof. Akademii Górniczo-Hutniczej

Publikacja wydana za zgodą Rektora Politechniki Lubelskiej

ISBN: 978-83-7947-401-1

Wydawca: Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej
www.biblioteka.pollub.pl/wydawnictwa
ul. Nadbystrzycka 36C, 20-618 Lublin
tel. (81) 538-46-59

Druk: TOP Agencja Reklamowa Agnieszka Łuczak
www.agencjatop.pl

Elektroniczna wersja książki dostępna w Bibliotece Cyfrowej PL www.bc.pollub.pl

Nakład: 50 egz.

Spis treści

Streszczenie 7

Abstract 8

Spis oznaczeń 9

Wstęp 17

1. Rodzaje niepewności i metody jej wyznaczania oraz modele istniejące w literaturze 22

   1.1. Przedziały ufności 22

   1.2. Niepewność według przewodnika „Guide to the expression of uncertainty in measurement” 24

   1.3. Metody wyznaczania niepewności stosowane w literaturze 28

2. Formalizm modelowy 36

   2.1. Transformacje rozkładów prawdopodobieństw 36

   2.2. Modele wskaźników hałasu 40

   2.3. Metody estymacji funkcji gęstości 45

   2.4. Porównanie metod estymacji na przykładzie przesuniętego rozkładu gamma 48

3. Problem asymetrii w wynikach pomiarów poziomów dźwięku 57

   3.1. Asymetria wyników pomiarów poziomów dźwięku i poziomów energii w monitoringu akustycznym 59

   3.2. Brak normalności wyników pomiarów poziomów energii i decybelowych poziomów dźwięku w monitoringu akustycznym 65

   3.3. Brak normalności w wynikach pomiarów długookresowych wskaźników hałasu $\boldsymbol{L}_{\mathbf{d}}, \boldsymbol{L}_{\mathbf{w}}, \boldsymbol{L}_{\mathbf{n}}$ oraz $\boldsymbol{L}_{\mathbf{dwn}}$ 72

   3.4. Efekt wygładzania 82

4. Dopasowanie rozkładów prawdopodobieństw do próbek otrzymanych z monitoringu akustycznego 91

4.1. Dopasowanie rozkładów dobowych wskaźników hałasu 91

4.2. Dopasowanie rozkładów długookresowych wskaźników hałasu $\boldsymbol{L}_{\mathbf{d}}, \boldsymbol{L}_{\mathbf{w}}, \boldsymbol{L}_{\mathbf{n}}, \boldsymbol{L}_{\mathbf{dwn}}$ 97

5. Analiza porównawcza modelu wyznaczania niepewności metodą propagacji rozkładów z klasycznie stosowanymi metodami 106

5.1. Analiza porównawcza metody propagacji rozkładów dla dobowych wskaźników hałasu $\boldsymbol{L}_{\mathbf{d}}, \boldsymbol{L}_{\mathbf{w}}, \boldsymbol{L}_{\mathbf{n}}$ oraz $\boldsymbol{L}_{\mathbf{dwn}}$ 107

5.2. Analiza porównawcza metody propagacji rozkładów dla długookresowych wskaźników hałasu 122

6. Podsumowanie i wnioski 134

Dodatek A – Wykaz pojęć i definicji 137

Dodatek B – Rozkład prawdopodobieństwa wskaźnika $\boldsymbol{M}$ 139

Bibliografia 142

Streszczenie

W monografii przedstawiona została metoda wyznaczania niepewności wskaźników hałasu wykorzystywanych w procesach zarządzania akustyczną ochroną środowiska. Jej realizacja sprowadziła się do wyznaczenia funkcji gęstości rozkładu prawdopodobieństwa kontrolowanych wskaźników hałasu w oparciu o metodę propagacji rozkładów, umożliwiającą estymację niepewności ocen kontrolnych.

Na bazie szerokiej statystycznej analizy wyników pomiarów; z 14-letniego ciągłego monitoringu miasta Krakowa; określono własności probabilistyczne decybelowych wyników poziomów dźwięku oraz poziomów energii oddziaływań akustycznych w ruchu drogowym. Pozwoliły one na wyznaczenie postaci rozkładów prawdopodobieństw monitorowanych poziomów dźwięku i odpowiadającym im poziomów energii w ujęciu dobowych zmian oraz rozkłady prawdopodobieństw wskaźników hałasu L_d, L_w, L_n oraz L_dwn dla rocznych próbek pomiarowych hałasu drogowego. W oparciu o dane z monitoringu dokonano walidacji zaproponowanej w pracy metody korzystając z Metody Monte Carlo oraz dokonano weryfikacji wiarygodności powszechnie stosowanych założeń jakie są obecne w procesach estymacji niepewności ocen kontrolnych, tj. normalności: poziomów dźwięku, poziomów energii, średniej arytmetycznej poziomów energii oraz średniej logarytmicznej poziomów dźwięku. W wyniku przeprowadzonych analiz stwierdzono, że zaproponowana metoda propagacji rozkładu monitorowanych zmiennych pomiarowych pozwala na zwiększenie precyzji w wyznaczaniu niepewności kontrolowanych wskaźników hałasu, niż to ma miejsce w obecnych rozwiązaniach, w szczególności w odniesieniu do małolicznych reprezentacji kontrolnych.

Słowa kluczowe: niepewność długookresowych wskaźników hałasu, modele statystyczne, ochrona środowiska przed hałasem

Abstract

The method of determining the uncertainty of the noise indicators which are used in environmental management processes against noise is presented in this paper. Realization of this method was conducted by determination of the probability distribution function of the controlled noise indicators, which was based on the density function propagation method. Probability density function allows estimation of the uncertainty of control assessments.

Probability characteristics of the decibel noise levels and acoustic impact energy of the road traffic noise was determined on the wide database of the 14-years continuous monitoring of Krakow. This analysis allows to determinate the form of probability distribution functions of monitored sound levels and corresponding energy levels in the daily changes and the annual noise indicators L_d, L_w, L_n and L_{dwn}. On the monitoring data validation by Monte Carlo method of the proposed in paper was carried out. Also verification of reliability of commonly used assumption, that are present processes of estimation uncertainty control assessments, i.e. normality of: sound levels, energy levels, the arithmetic mean of the energy levels and the average logarithmic sound levels was conducted. As a result of analysis, it was found that the proposed method of propagation of the distribution functions of monitored variables allows to increase the precision in determining the uncertainty of the controlled noise indicators, that is in the existing solutions, in particular for small sample of the control representations.

Keywords: uncertainty of long-term noise indicators, statistical models, environmental protection against noise

Spis oznaczeń

$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$	próba pomiarowa
$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$	funkcja gęstości populacji $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$
$\underline{\theta}(x_1, x_2, \dots, x_n)$	dolna granica przedziału ufności parametru θ
$\bar{\theta}(x_1, x_2, \dots, x_n)$	górna granica przedziału ufności parametru θ
$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$	przedział ufności dla parametru θ
γ	poziom istotności
$g(\hat{\theta}; \theta)$	funkcja gęstości oceny parametru θ
$\widehat{\theta}$	estymator parametru θ
$\{X_1, X_2, \dots, X_n\}; \{X_n\}$	ciąg zmiennych losowych
Y_n	ciąg standaryzowanych średnich arytmetycznych zmiennych losowych $\{X_n\}$
$\{F_{Y_n}\}$	ciąg dystrybuant standaryzowanych średnich arytmetycznych zmiennych $\{X_n\}$
Φ	dysrybuanta zmiennej losowej $N(0,1)$
${\sigma_{X_1}}^2$	wariancja rozkładu prawdopodobieństwa X_1
$\bar{X}_n$	średnia arytmetyczna zmiennych losowych $X_i, i = 1, 2, \dots, n$
μ_{X_1}	wartość oczekiwana zmiennej losowej X_1
$\bar{x}$	średnia arytmetyczna z próby $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$
u	niepewność standardowa
U	niepewność rozszerzona
$u_{1-\gamma/2}$	kwantyl rozkładu normalnego $N(0,1)$ rzędu $1 - \gamma/2$
${S_{\bar{x}}}^2$	estymator obciążony wariancji średniej $\bar{x}$
$t_{1-\frac{\gamma}{2}; n-1}$	kwantyl rozkładu t-studenta z $n-1$ stopniami swobody rzędu $1 - \gamma/2$
$s_{\bar{x}}$	nieobciążony estymator odchylenia standardowego średniej arytmetycznej

a_+, a_-	granice zmienności parametru w metodzie typu B wyznaczania niepewności
$u_A(x_i)$	niepewność typu A
$u_B(x_i)$	niepewność typu B
u_c	niepewność złożona
k	współczynnik rozszerzenia
$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$	równanie pomiaru
$u(\hat{x}_i, \hat{x}_j)$	kowariancja estymatorów zmiennych X_i, X_j
$(\hat{y} - U; \hat{y} + U)$	przedział niepewności parametru y
$L_{A,i}$	decybelowy poziom dźwięku ważony krzywą A
L_d	wskaźnik dzienny obliczany za jeden rok (średnia logarytmiczna wskaźników dobowych dla pory dziennej $\{L_{d,1}, L_{d,2}, \dots, L_{d,k_d}\}$)
L_w	wskaźnik wieczorowy obliczany za jeden rok (średnia logarytmiczna wskaźników dobowych dla pory wieczorowej $\{L_{w,1}, L_{w,2}, \dots, L_{w,k_w}\}$)
L_n	wskaźnik nocny obliczany za jeden rok (średnia logarytmiczna wskaźników dobowych dla pory nocnej $\{L_{n,1}, L_{n,2}, \dots, L_{n,k_n}\}$)
L_{dwn}	wskaźnik dzienno-wieczorowo-nocny obliczany za jeden rok (średnia logarytmiczna wskaźników $\{L_{dwn,1}, L_{dwn,2}, \dots, L_{dwn,k_d}\}$)
e_i	poziomy energii oddziaływań akustycznych
$\bar{L}$	średnia arytmetyczna decybelowych poziomów dźwięku
$\bar{L}^{(log)}$	średnia logarytmiczna poziomów dźwięku
L_{Aeq}	ekwiwalentny poziom dźwięku
$L_{Aeq,T}$	ekwiwalentny poziom dźwięku w okresie czasu T
$s_{\bar{L}}$	nieobciążony estymator odchylenia standardowego średniej arytmetycznej poziomów dźwięku

$s_{\bar{L}^{(log)}}$	odchylenie standardowe średniej logarytmicznej poziomów dźwięku
$\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$	próba poziomów energii oddziaływań akustycznych
$\bar{e}$	średnia arytmetyczna poziomów energii oddziaływań akustycznych $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$
$s_{\bar{e}}^2$	nieobciążony estymator wariancji średniej energetycznej z próby $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$
s_y^2	nieobciążony estymator wariancji parametru y
s_X^2	nieobciążony estymator wariancji z próby pobranej z populacji o zmiennej X
$y = F(X)$	przekształcenie zmiennej losowej przez odwzorowanie F
$\left(\frac{dF}{dx}\right)_{x=EX}$	pochodna odwzorowania F w punkcie EX
$E(y) -$	wartość oczekiwana zmiennej y
$\{L_{d,1}, L_{d,2}, \dots, L_{d,k_d}\}$	próba losowa z jednego roku decybelowych poziomów dźwięku z pory dziennej
$\{L_{w,1}, L_{w,2}, \dots, L_{w,k_w}\}$	próba losowa z jednego roku decybelowych poziomów dźwięku z pory wieczorowej
$\{L_{n,1}, L_{n,2}, \dots, L_{n,k_n}\}$	próba losowa z jednego roku decybelowych poziomów dźwięku z pory nocnej
$\{e_{d,1}, e_{d,2}, \dots, e_{d,k_d}\}$	próba losowa z jednego roku poziomów energii obliczana z próby $\{L_{d,1}, L_{d,2}, \dots, L_{d,k_d}\}$
$\{e_{w,1}, e_{w,2}, \dots, e_{w,k_w}\}$	próba losowa z jednego roku poziomów energii obliczana z próby $\{L_{w,1}, L_{w,2}, \dots, L_{w,k_w}\}$
$\{e_{n,1}, e_{n,2}, \dots, e_{n,k_n}\}$	próba losowa z jednego roku poziomów energii obliczana z próby $\{L_{n,1}, L_{n,2}, \dots, L_{n,k_n}\}$
$\bar{e}_d, \bar{e}_w, \bar{e}_n$	średnie energetyczne oddziaływań akustycznych dla dnia, wieczoru i nocy
$s_{\bar{e}_d}^2, s_{\bar{e}_w}^2, s_{\bar{e}_n}^2$	nieobciążone estymatory wariancji średnich energetycznych oddziaływań akustycznych dla dnia, wieczoru i nocy

$\bar{E}_d, \bar{E}_w, \bar{E}_n$	zmienne losowe, z których pochodzą próby pomiarowe średnich poziomów energii oddziaływań akustycznych dla dnia, wieczoru i nocy
$\bar{e}_{dwn}$	uśredniony poziom energii akustycznej odpowiadającej wskaźnikowi L_{dwn}
$s_{\bar{e}_{dwn}}$	nieobciążony estymator odchylenia standardowego uśrednionego poziomu energii odpowiadający wskaźnikowi L_{dwn}
K_{dw}, K_{dn}, K_{wn}	kowariancje poziomów energii dw-dnia i wieczoru, dn-dnia i nocy, wn-wieczoru i nocy
$\{L_{dwn,1}, L_{dwn,2}, \dots, L_{dwn,m}\}$	próba losowa z jednego roku wskaźników dzienno-wieczorowo-nocnych obliczonych dla każdej doby osobno
$\bar{L}_{dwn}^{(log)}$	średnia logarytmiczna z próbki $\{L_{dwn,1}, L_{dwn,2}, \dots, L_{dwn,m}\}$
$s^2_{\bar{L}_{dwn}^{(log)}}$	nieobciążony estymator wariancji średniej logarytmicznej wskaźników $\{L_{dwn,i}\}$
$f_X * f_y(z)$	splot funkcji gęstości f_X, f_Y
C_1	klasa funkcji różniczkowalnych z ciągłą pierwszą pochodną
$\mathbb{R}$	zbiór liczb rzeczywistych
$g^{-1}(y);\ h(x)$	funkcja odwrotna do g
$\boldsymbol{U}, \boldsymbol{V}$	zmienne losowe
$(\boldsymbol{U}, \boldsymbol{V})$	wektor zmiennych losowych
$f_{\boldsymbol{U}}, f_{\boldsymbol{V}}, f_{\boldsymbol{U},\boldsymbol{V}}$	funkcje gęstości zmiennych $\boldsymbol{U}, \boldsymbol{V}$ i wektora $(\boldsymbol{U}, \boldsymbol{V})$
J	jakobian przekształcenia
w_i	waga zmiennej losowej o rozkładzie normalnym w mieszaninie
EX	wartość oczekiwana zmiennej losowej X
$V = (k_{\gamma/2}, k_{1-\gamma/2})$	przedział kwantylowy rzędu $1 - \gamma$
$L_i,\ i = 1,2, \dots, n$	zmienna losowa reprezentująca poziom dźwięku $L_{A,i}$

p_i	waga poziomu energii oddziaływania akustycznego w ekwiwalentnym poziomie dźwięku $L_{A,eq}$
$f_{X_i}(x),\ f_{L_i}(x), \dots$	funkcja gęstości odpowiedniej zmiennej losowej
$L_{LT}^{(j)}$	zmienna losowa określająca długookresowy poziom dźwięku przy zmiennych warunkach emisji
$L_A,\ L_B$	poziomy emisji dźwięku w zmiennej $L_{LT}^{(j)}$
$\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$	wektor estymowanych parametrów
$y = f(x, \theta) + \varepsilon$	model estymacji parametrów funkcji f
$\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$	wektor błędu dla równania pomiaru
σ_ε^2	wariancja błędu
θ_{MNK}	parametr θ estymowany Metodą Najmniejszych Kwadratów
Θ	zbiór możliwych parametrów θ
$s_{MNK,k}$	odchylenie standardowe otrzymane z estymacji MNK
$s^2(\theta)$	wariancja parametru θ
$L_n(x, \theta)$	funkcja wiarygodności
$m_j(\theta)$	moment z próby
$\mu_j(\theta)$	moment teoretyczny z rozkładu zmiennej losowej
L_{max}	wartość maksymalna z próby poziomów dźwięku
L_{min}	wartość minimalna z próby poziomów dźwięku
n_{klas}	liczba klas w szeregu rozdzielczym
R	rozstęp danych
b	długość klasy
ρ	współczynnik skośności
K	kurtoza
$N(\mu, \sigma)$	rozkład normalny z parametrami $\mu -$ wartość oczekiwana, $\sigma -$ odchylenie standardowe

$f_N(x)$	gęstość rozkładu normalnego $N(\mu, \sigma)$
$\Gamma(z)$	funkcja gamma Eulera
α, β	parametry funkcji gęstości gamma
$f_e(x)$	rozkład empiryczny
D^*	statystyka testowa w teście Kołmogorowa-Smirnowa
X_g	zmienna losowa o funkcji gęstości $g(x)$
EX_g	wartość oczekiwana zmiennej losowej X_g
$VarX_g$	wariancja zmiennej losowej X_g
$r(f_e(x),\cdot)$	współczynnik odległości średniokwadratowej między rozkładem empirycznym a daną funkcją gęstości
$g_{NMNK}(x),\ g_{MNW}(x),\ g_{MM}(x)$	funkcja gęstości g estymowana Nieliniową Metodą Najmniejszych Kwadratów, Metodą Największej Wiarygodności, Metodą Momentów
$EX_{g,NMNK},\ EX_{g,MNW},\ EX_{g,MM}$	wartość oczekiwana funkcji gęstości g estymowanej odpowiednią metodą
$\sigma X_{g,NMNK}, \sigma X_{g,MNW}, \sigma X_{g,MM}$	odchylenie standardowe funkcji gęstości g estymowanej odpowiednią metodą
$L_{xx\%}$	poziom statystyczny hałasu
$\left\{L_1^{(j)}, L_2^{(j)}, \dots, L_{k_j}^{(j)}\right\}$	próba pomiarowa dobowych poziomów dźwięku. Indeks $j \in \{d, w, n\}$ wskazuje na porę pomiarów: d – dzień, w – wieczór, n – noc
M_3	moment trzeciego rzędu
M_4	moment czwartego rzędu
M_e	mediana
M_o	moda
s_ρ, s_K	estymator odchylenia standardowego współczynnika skośności, kurtozy
H_0^j	hipoteza robocza (zerowa)

$\bar{L}^{(j)}$	średnia arytmetyczna poziomów dźwięku z próby $\left\{L_1^{(j)}, L_2^{(j)}, \dots, L_{k_j}^{(j)}\right\}$
$s_{\bar{L}^{(j)}}$	nieobciążony estymator odchylenia standardowego średniej arytmetycznej $\bar{L}^{(j)}$
$\left\{e_1^{(j)}, e_2^{(j)}, \dots, e_{k_j}{}^{(j)}\right\}$	próba losowa poziomów energii oddziaływań akustycznych otrzymanych z próby $\left\{L_1^{(j)}, L_2^{(j)}, \dots, L_{k_j}^{(j)}\right\}$
$\bar{e}^{(j)}$	średnia arytmetyczna poziomów energii z próby $\left\{e_1^{(j)}, e_2^{(j)}, \dots, e_{k_j}{}^{(j)}\right\}$
$s_{\bar{e}^{(j)}}$	estymator nieobciążony odchylenia standardowego średniej arytmetycznej poziomów energii $\bar{e}^{(j)}$
d_n	odległość w teście Kołmogorowa-Smirnowa
$(d_{1-\gamma}, +\infty)$	obszar krytyczny w teście Kołmogorowa-Smirnowa
$d_{1-\gamma}$	granica dolna przedziału krytycznego w teście Kołmogorowa-Smirnowa
d_n	statystyka testu Kołmogorowa-Smirnowa (maksymalna odległość między dystrybuantą empiryczna i teoretyczną)
JB	statystyka krytyczna w teście Jarque-Bera
w	statystyka testowa w tekście Shapiro-Wilka
$\left\{L_{1,t}^{(j)}, L_{2,t}^{(j)}, \dots, L_{k,t}^{(j)}\right\}$	próba dobowych poziomów dźwięku uśrednianych w czasie t
$\left\{e_{1,t}^{(j)}, e_{2,t}^{(j)}, \dots, e_{k,t}^{(j)}\right\}$	próba dobowych poziomów energii uśrednianych w czasie t
$L_t^{(j)}$	zmienna losowa, z której pochodzi próba pomiarowa $\left\{L_{1,t}^{(j)}, L_{2,t}^{(j)}, \dots, L_{k,t}^{(j)}\right\}$
E_t^j	zmienna losowa, z której pochodzi próba pomiarowa $\left\{e_{1,t}^{(j)}, e_{2,t}^{(j)}, \dots, e_{k,t}^{(j)}\right\}$

$X \sim MN(\mu_1, \sigma_1; \mu_2, \sigma_2; p)$	zmienna losowa X ma rozkład będący mieszaniną rozkładów normalnych z parametrami $N_1(\mu_1, \sigma_1)$ oraz $N_2(\mu_2, \sigma_2)$
p	waga pierwszej składowej w mieszaninie rozkładów normalnych o rozkładzie $N(\mu_1, \sigma_1)$
$1 - p$	waga drugiej składowej w mieszaninie rozkładów normalnych o rozkładzie $N(\mu_2, \sigma_2)$
AD	statystyka testowa w teście Andersona-Darlinga
$F_n(x)$	dystrybuanta teoretyczna
d_{KS}	odległość w teście Kołmogorowa-Smirnowa
p_{KS}	„p-*value*” z testu Kołmogorowa-Smirnowa
p_{AD}	„p-*value*” z testu Andersona-Darlinga
p_{value}	poziom istotnosci testu, przy którym należałoby odrzucić hipotezę H_0 (gdy $p_{value} < p^*$, H_0 należy odrzucić; najczęściej $p^* = 0{,}05$; $p^* = 0{,}01$; $p^* = 0{,}1$)
$L_d^{(r)}$, $L_w^{(r)}$, $L_n^{(r)}$, $L_{dwn}^{(r)}$	zmienne losowe reprezentujące roczne długookresowe wskaźniki hałasu: wskaźnik dzienny, wieczorowy, nocny oraz dzienno-wieczorowo-nocny
NE	zmienna losowa poziomów energii o rozkładzie normalnym
NL	zmienna losowa poziomów dźwięku o rozkładzie normalnym
$N\bar{L}^{(log)}$	zmienna losowa średniego logarytmicznego poziomu dźwięku o rozkładzie normalnym
k_l, k_p	końce przedziałów niepewności wyznaczone z metody propagacji rozkładów
$NE\ k_l$, $NE\ k_p$	końce przedziałów niepewności obliczone przy założeniu normalności poziomów energii
$NL\ k_l$, $NL\ k_p$	końce przedziałów niepewności obliczone przy założeniu normalności poziomów dźwięku

$N\bar{L}^{(log)}\ k_l,\ N\bar{L}^{(log)}\ k_p$	końce przedziałów niepewności obliczone przy założeniu normalności średniej logarytmicznej poziomów dźwięku
$MC\ k_l,\ MC\ k_p$	kwantyle wyznaczone z Metody Monte Carlo
$\bar{L}$	średnia arytmetyczna poziomów dźwięku
$\bar{L}^{(log)}$	średnia logarytmiczna poziomów dźwięku
$r_{k_l},\ r_{k_p}$	różnice w kwantylach wyznaczonych przy dwóch różnych założeniach dotyczących charakteru probabilistycznego próby pomiarowej
$s_{A,MC}$	odchylenie standardowe średniej arytmetycznej w symulacji Monte Carlo
s_{PR}	odchylenie standardowe otrzymane z metody propagacji rozkładów
$s_{\bar{L}^{(log)}}$	nieobciążony estymator odchylenia standardowego średniej logarytmicznej poziomów dźwięku
$\mathcal{R}$	rodzina zbiorów
$\hat{x} = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$	estymator obliczony z próby $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$
η	efektywność estymatora
M	wskaźnik M (wyznaczania priorytetów w ochronie środowiska przed hałasem)
$\boldsymbol{K}$	zmienna losowa reprezentująca liczbę mieszkańców na danym terenie
$\Delta\boldsymbol{L}$	zmienna losowa reprezentująca przekroczenie poziomu dźwięku na danym terenie
M_l	granica zmienności zmiennej losowej M

Wstęp

Hałas środowiskowy zgodnie z publikacją Światowej Organizacji Zdrowia WHO (WHO, 1999) stanowi poważne zagrożenie dla zdrowia publicznego. Traktowany jest na równi z innymi czynnikami chorobotwórczymi, takimi jak np. stres. W publikacji z 1999 roku WHO podaje, że około 40% ludności w UE jest narażone na hałas związany z ruchem drogowym na poziomie przekraczającym 55dB, a więcej niż 30% społeczeństwa musi znosić w godzinach nocnych hałas o natężeniu wyższym niż 55dB. Przekroczenia te mogą stanowić dla człowieka poważne zagrożenie zdrowia. Polityka zarządzania ochroną środowiska przed hałasem, zobowiązująca Państwa Unii Europejskiej do jej przestrzegania, opisana jest w dyrektywie (Dyrektywa 2002/49/EC). Dyrektywa ta reguluje sposoby określania długookresowych wskaźników oceny hałasu. Zdefiniowane są one średnimi poziomami dźwięku A wyrażonymi w decybelach: wskaźnikiem dzienno-wieczorowo-nocnym L_{dwn} oraz nocnym L_d. Dyrektywa nakłada obowiązek tworzenia na podstawie tych dwóch wskaźników map akustycznych zagrożeń hałasu oraz ograniczanie na ich podstawie szkodliwych skutków hałasu środowiskowego. W Polsce przepisy te są zawarte w ustawie (Ustawa, 2001) oraz w licznych aktach wykonawczych do ww. ustawy.

Niezbędnym aspektem związanym z wyznaczaniem wskaźników w ochronie środowiska przed hałasem jest konieczność ich walidacji. W tym celu konstruuje się budżet niepewności (Kucharski, 2011), (PN-ISO 1996:2006, 2006). W skład tego budżetu wchodzą:

- niepewność wyników pomiarów,
- niepewność przyrządu pomiarowego,
- niepewność wzorcowania,
- niepewność odległości punktu pomiarowego od źródła,
- niepewność warunków meteorologicznych,
- niepewność eksperymentatora.

Niepewność wyników pomiarów wyznaczana jest na drodze analizy statystycznej pomiarów przeprowadzonych podczas badań kontrolnych. Pozostałe składniki budżetu wyznaczane są metodami niestatystycznymi, opisanymi jako metody typu B (Wszołek T., 2006). W podejściu proponowanym przez przewodnik po niepewności pomiarów (JCGM 100:2008, 1995), określanym jako metoda typu A, bazuje się na asymptotycznych własnościach estymatorów wartości oczekiwanej oraz odchylenia standardowego. Przyjmuje się możliwość przyporządkowania zmiennej losowej, z której pochodzi próba pomiarowa, rozkładu normalnego lub zakłada się normalność średniej logarytmicznej, arytmetycznej lub średniej energetycznej poziomów dźwięku.

Obserwowana w wynikach pomiarów akustycznych silna asymetria, zarówno decybelowych poziomów dźwięku, jak i poziomów energii, wpływa na brak normalności wyników pomiarów poziomów dźwięku, a także na brak normalności (szczególnie dla małych próbek) średniej arytmetycznej, średniej logarytmicznej, a w szczególności – średniej energetycznej poziomów dźwięku. Praktyka często nie pozwala, głównie ze względów ekonomicznych i technicznych, na zwiększanie próby pomiarowej, tak aby można było korzystać z asymptotycznych własności estymatorów. Prowadzić to może do błędnego wyznaczenia niepewności z wykorzystaniem metod opisanych w przewodniku ISO.

W ocenie dobowych wskaźników hałasu istnieją wskazówki (ISO 1996, 1982), (Skarlatos i Drakatos, 1992) dotyczące wyboru próby pomiarowej tak, aby była ona reprezentatywna, a obliczone z niej wskaźniki wyznaczone były z wymaganą precyzją. Brakuje natomiast metodologii opisującej sposoby zbierania próby pomiarowej dla długookresowych wskaźników hałasu (Gaja i inni, 2003). W niektórych pracach, opartych na danych z ciągłego monitoringu, podjęto próbę scharakteryzowania czynników mogących mieć wpływ na zmienność długookresowych poziomów dźwięku. W pracy (Björk, 1994) przedstawiono analizę hałasu w Kuopio w Finlandii dokonując próby zbadania wpływu pory roku na wartości poziomów dźwięku. W pracy (Alberola, Flindell i Bullmore, 2005) przeprowadzono analizę dwutygodniowego ciągłego monitoringu z 50-ciu lokalizacji pomiarowych ruchu drogowego, wskazując na zależność odwrotnie proporcjonalną między odchyleniem standardowym a średnim poziomem dźwięku. W artykule (Gaja i inni, 2003) przeprowadzono analizę 5-letniego monitoringu akustycznego w Walencji (Hiszpania) wskazując na losowe próby pomiarowe jako lepiej charakteryzujące długookresowe wskaźniki hałasu niż wybór prób pomiarowych na podstawie kolejnych dni. Wybór losowych prób pomiarowych jest korzystniejszy ze względu na minimalizacje wielkości próbki pomiarowej. Próba pomiarowa z kolejnych dni musi być często nawet kilka razy większa, aby tak samo reprezentowała długookresowy wskaźnik hałasu. Ponadto wybór losowych prób pomiarowych zapewnia niezależność składników próby (Gaja i inni, 2003). Możemy zatem traktować wyniki pomiarów próbek losowych jako realizacje ciągu zmiennych losowych o jednakowym rozkładzie prawdopodobieństwa, podczas gdy wyniki pomiarów dokonywane podczas kolejnych dni mogą być skorelowane.

Błędy w ocenie niepewności mogą wynikać z braku dopasowania do danego przypadku założeń ograniczających zastosowanie danej metody. Przypadki te opisane są w pracy (Batko, 2012). W ostatnim czasie powstało wiele prac udoskonalających metody oceny niepewności (Dorozhovets i Warsza, 2007a; 2007b) oraz opisujących metody wyznaczania niepewności, które nie bazują na znajomości postaci funkcji gęstości wyników pomiarów poziomów dźwięku. W badaniach przeprowadzonych przez (Batko i Bal, 2010), (Batko i Knapik, 2013) zajęto się opisem metody wyznaczania niepewności bazującej na analizie szeregów czasowych. W pracach (Batko i Stępień, 2009; 2010; 2011; 2014) przedstawiono model wyznaczania niepewności w oparciu o metodę bootstrap oraz wnioskowanie Bayesowskie, w pracach (Batko i Pawlik, 2012a; 2012b) – w oparciu o redukcyjną arytmetykę przedziałową, w pracach (Batko i Przysucha, 2010a; 2014b), (Martinez i Fennel, 2013) – w oparciu o metodę propagacji rozkładów.

W niniejszejszym opracowaniu zajęto się problemem wyznaczenia rozkładu prawdopodobieństwa wyników pomiarów poziomów dźwięku w oparciu o szeroką bazę danych z 10-letniego monitoringu akustycznego miasta Krakowa, zarówno dla wskaźników dobowych, jak i wskaźników rocznych L_d, L_w, L_n, L_{dwn}. Zaproponowano również jako formalizm modelowy służący do oceny niepewności wskaźników hałasu, metodę propagacji rozkładów prawdopodobieństw. Przy znajomości rozkładu prawdopodobieństwa zmiennych wejściowych do modelu metoda ta pozwala obliczyć rozkład prawdopodobieństwa zmiennej wyjściowej. W konsekwencji umożliwia to obliczenie rozkładu prawdopodobieństwa wskaźników hałasu dla małych prób pomiarowych bez stosowania krępujących założeń proponowanych w przewodniku (JCGM 100:2008, 1995). Monografia zawiera również weryfikacje przyjmowanych klasycznie założeń w procesie wyznaczania niepewności w oparciu o dane pomiarowe z monitoringu.

W rozdziale pierwszym opisano istniejące rozwiązania i metody wyznaczania niepewności w procesach modelowania zagadnień wibroakustycznych. Zaprezentowano elementy statystyki matematycznej, w tym Centralne Twierdzenie Graniczne Lindeberga Levy'ego, aplikowane w modelach wyznaczania niepewności. W rozdziale tym naświetlono problematykę oceny niepewności w kontekście proponowanych w literaturze standardów. Uargumentowano potrzebę opracowania i weryfikacji modeli opartych na prawie propagacji funkcji gęstości wyników pomiarów poziomów dźwięku.

W rozdziale drugim zawarto podstawy teoretyczne metody propagacji funkcji gęstości. Przedstawiono twierdzenia i założenia umożliwiające transformowanie rozkładów prawdopodobieństw zmiennych losowych. Rozdział zawiera wyprowadzenie postaci funkcji gęstości wybranych wskaźników wykorzystywanych w zarządzaniu akustyczną ochroną środowiska przed hałasem: równoważnego poziomu dźwięku, średniej logarytmicznej.

Rozdział trzeci przedstawia analizę szerokiej bazy danych wyników pomiarów poziomów dźwięku. W rozdziale tym zwrócono uwagę na problem asymetrii oraz brak normalności wyników pomiarów poziomów dźwięku, a także poziomów energii w ruchu drogowym - dwóch podstawowych założeń obecnych w standardowych metodach wyznaczania niepewności.

W rozdziale czwartym, w oparciu o analizę danych pomiarowych, zaproponowano klasy funkcji gęstości, mogące stanowić reprezentację rozkładów prawdopodobieństw wyników pomiarów poziomów dźwięku.

W rozdziale piątym zaprezentowano możliwość zastosowania w modelach zarządzania klimatem akustycznym otrzymanych z monitoringu funkcji gęstości wyników pomiarów poziomów dźwięku. Przedziały niepewności otrzymane z metody propagacji rozkładów porównano z przedziałami niepewności obliczonymi na podstawie klasycznie przyjmowanych założeń. Rozdział zawiera również walidację prezentowanej metody Metodą Monte Carlo.

Rozdział szósty zawiera podsumowanie. Przedstawiono w nim wnioski oraz nakreślono horyzont dalszych badań.

Monografia zawiera dodatki: w dodatku A zamieszczono wykaz pojęć i definicji, natomiast w dodatku B opisano wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa wskaźnika M.

1. Rodzaje niepewności i metody jej wyznaczania oraz modele istniejące w literaturze

Przewodnik „Guide to the expression of uncertainty in measurement” (JCGM 100:2008, 1995), stworzony przez 8 międzynarodowych organizacji metrologicznych, jest podstawowym dokumentem wykorzystywanym w ocenie niepewności. Według przewodnika niepewność pomiaru to: *parametr, związany z wynikiem pomiaru, charakteryzujący rozrzut wartości, które można w uzasadniony sposób przypisać wielkości mierzonej.*

Przewodnik po niepewności pomiaru precyzuje dość ogólnie sformułowaną definicję niepewności, podając wskazówki i procedury obliczania niepewności, a także wprowadza definicje oraz rodzaje wyznaczanej niepewności. Z pojęciem niepewności ściśle związane jest matematyczne pojęcie przedziału ufności.

1.1. Przedziały ufności

Wyznaczając oszacowania parametrów w oparciu o próbę losową wyznaczamy ocenę punktową - estymator szacowanego parametru. Wiarygodność tak otrzymanego estymatora może być wyznaczona przez podanie długości przedziału, który z pewnym z góry określonym prawdopodobieństwem γ pokrywa szacowany parametr. Pojęcie przedziału ufności podawane jest często w nieścisły sposób. W literaturze nierzadko definicje są niepełne lub nawet nieprawdziwe. Szeroki opis tego problemu oraz przegląd definicji prezentowanych w literaturze znaleźć można w artykule (Zieliński, 2009).

Pierwsze kroki w teorii przedziałów ufności postawione były przez Laplace’a w 1814 roku. Pojęcie przedziału ufności zostało przedstawione dużo później przez Jerzego Spławę-Neymana w 1934 roku (Neyman, 1934).

Precyzyjną i jednocześnie użyteczną, w kontekście poruszanej w rozprawie analizy, definicję tego pojęcia można znaleźć w książce (Deutch, 1969).

Definicja 1.1.1 (przedział ufności (Deutch, 1969))

„Niech $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ *będzie próbą pobraną z populacji i niech jej funkcja gęstości wynosi* $f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$. θ *jest parametrem populacji, który trzeba oszacować w oparciu o wartości z próby. Niech dalej* $\underline{\theta}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ *i* $\overline{\theta}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ *będą dwiema funkcjami wartości z próby, takimi, że* $\underline{\theta} < \overline{\theta}$. *Obie funkcje* $\underline{\theta}$ *i* $\overline{\theta}$ *są zmiennymi losowymi. Przedział* $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ *nazywamy* $100\gamma -$ *procentowym przedziałem ufności dla oceny* $\hat{\theta}$, *jeżeli* $\underline{\theta}$ *i* $\overline{\theta}$ *można tak wybrać, aby:*

$$P(\underline{\theta} < \theta < \overline{\theta}) = \gamma = \int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} g(\hat{\theta};\theta)d\theta, \tag{1.1.1}$$

gdzie $g(\hat{\theta};\theta)$ jest funkcją gęstości oceny $\hat{\theta}$. Zakładamy, że $g(\hat{\theta};\theta)$ można wyprowadzić z danej funkcji gęstości $f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n; \theta)$. $\underline{\theta}$ i $\overline{\theta}$ nazywamy górną i dolną granicą przedziału ufności dla θ; γ nazywamy poziomem ufności.

Pojęcie przedziału ufności możemy również zastosować dla populacji o dyskretnym rozkładzie prawdopodobieństwa. Wtedy we wzorze (1.1.1) musimy zamiast równości wstawić nierówność:

$$P(\underline{\theta} < \hat{\theta} < \overline{\theta}) \geq \gamma. \tag{1.1.2}$$

Praktyczne zastosowanie tej definicji stwarzało nie lada problem w trakcie kształtowania się teorii przedziałów ufności. Wyznaczenie bowiem rozkładu prawdopodobieństwa $g(\hat{\theta};\theta)$ estymatora $\hat{\theta}$ wiązało się z całkowaniem wielokrotnym funkcji, co nawet przy nieskomplikowanej postaci funkcji prawdopodobieństw, z których pochodziła próba, prowadziło do żmudnych i bardzo czasochłonnych rachunków. Pojawiające się rozwiązania polegały na tablicowaniu funkcji gęstości dla szczególnych przypadków przedziału ufności dla określonych rozkładów: dla frakcji, średniej arytmetycznej, itp. Brak maszyn liczących oraz kłopoty numeryczne przyczyniły się do rozwoju teorii asymptotycznych przedziałów ufności. Wyznaczone na podstawie granicznych własności estymatorów zmiennych, w które uwikłane były szacowane parametry pozwoliły na wyznaczanie dla nich przedziałów ufności. Warunkiem jednak było posiadanie wystarczająco dużych prób pomiarowych lub prób o odpowiednim rozkładzie.

Jednym z fundamentalnych twierdzeń statystyki matematycznej, wykorzystywanym w procesie wyznaczania asymptotycznych przedziałów ufności, jest Centralne Twierdzenie Graniczne. Mówi ono o granicznym zachowaniu się zcentralizowanej średniej arytmetycznej zmiennych losowych.

Twierdzenie to opisane jest szeroko w literaturze i występuje w różnych wariantach: Twierdzenie Lindeberga Fellera oraz Twierdzenie Lindeberga Levy'ego (Rao, 1982), (Magiera, 2005), (Krysicki i inni, 1998). Twierdzenie Lindeberga Fellera stosowane jest dla ciągu zmiennych losowych o różnych rozkładach. Jednak każda ze zmiennych losowych brana do średniej nie może różnić się bardzo od reszty. Twierdzenie Lindeberga Levy'ego stosujemy do ciągu zmiennych losowych o jednakowych rozkładach. W pomiarach, przy postulowanym założeniu o równoważnym zbieraniu danych pomiarowych, wykorzystujemy CTG Lindeberga Levy'ego.

Twierdzenie 1.1.1 (Centralne Twierdzenie Graniczne Lindeberga Levy'ego (Krysicki i inni, 1998))

Jeżeli $\{X_n\}$ *jest losowym ciągiem niezależnych zmiennych losowych o jednakowym rozkładzie, o wartości przeciętnej* μ_{X_1} *i skończonej wariancji* ${\sigma_{X_1}}^2 > 0$*, to ciąg* $\{F_{Y_n}\}$ *dystrybuant standaryzowanych średnich arytmetycznych* $\bar{X}_n$

$$Y_n = \frac{\bar{X}_n - \mu_{X_1}}{\frac{\sigma_{X_1}}{\sqrt{n}}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\mu_{X_1}}{\sigma_{X_1}\sqrt{n}} \tag{1.1.3}$$

jest zbieżny do dystrybuanty Φ rozkładu $N(0,1)$ $\lim\limits_{n\to\infty} F_{Y_n}(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{y} e^{-\frac{1}{2}t^2}dt$.

Twierdzenie to pozwala nam, dysponując odpowiednio dużą próbą pomiarową, wyznaczyć przedział niepewności dla szacowanego parametru, zastępując rozkład zmiennej losowej $\bar{X}_n$ rozkładem normalnym.

1.2. Niepewność według przewodnika „Guide to the expression of uncertainty in measurement"

W przewodniku (JCGM 100:2008, 1995) zdefiniowane są różne rodzaje niepewności − niepewność standardowa, niepewność rozszerzona, błąd (definicje w dodatku A). Dokument ten precyzuje dwie metody wyznaczania niepewności pomiarowej: niepewność typu A oraz niepewność typu B.

Niepewność typu A obliczana jest metodą analizy statystycznej wyników pomiarów. Niepewność tą oblicza się z próby otrzymanej w wyniku wielokrotnego pomiaru. Najczęściej do opisu rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej, z której pochodzi próba zakłada się rozkład normalny. Metodę tą stosuje się dla dużej próby pomiarowej n. Na mocy Prawa Wielkich Liczb (Magiera, 2005), (Billingsley, 2009) wartość średnia dąży do wartości oczekiwanej wraz ze wzrostem n. Oznacza to, że dla dużej próby pomiarowej średnia arytmetyczna z próby będzie bliska wartości oczekiwanej.

Duża próba pomiarowa jest pojęciem rozmytym. W niektórych źródłach można znaleźć $n > 30$ (Arendarski, 2013), (Senczyk, 2003), (Szydłowski, 1981), (Lisiecki i Kłysz, 2007), w innych $n > 100$ (Krysicki i inni, 1998), (Baszczyńska i Pekasiewicz, 2007). Pojęcie dużej próby zdeterminowane jest typem rozkładu prawdopodobieństwa opisującego zmienną losową, z której pochodzi.

Jeżeli próba $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ pochodzi od zmiennej losowej X o rozkładzie normalnym o nieznanej wartości oczekiwanej μ_X i o znanym odchyleniu standardowym σ_X, wtedy statystyka:

$$\frac{\bar{x} - \mu_X}{\sigma_X}\sqrt{n} \tag{1.2.1}$$

ma rozkład normalny $N(0,1)$, gdzie:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i. \tag{1.2.2}$$

Przedział ufności dla szacowanego parametru μ wynosi:

$$\left(\bar{x} - u_{1-\gamma/2}\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{1-\gamma/2}\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}\right). \tag{1.2.3}$$

Niepewność standardową określamy jako:

$$u = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}, \tag{1.2.4}$$

natomiast niepewność rozszerzoną jako:

$$U = u_{1-\gamma/2}\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}, \tag{1.2.5}$$

gdzie $u_{1-\gamma/2}$ – współczynnik rozszerzenia (kwantyl rozkładu normalnego rzędu $1 - \gamma/2$).

W przypadku, gdy próba $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ pochodzi od zmiennej losowej X o rozkładzie normalnym o nieznanych parametrach wartości oczekiwanej μ_X i odchyleniu standardowym σ_X w teorii statystyki (Fisz, 1970) dowodzi się, że statystyka:

$$\frac{\bar{x} - \mu}{S_{\bar{x}}}\sqrt{n-1}, \tag{1.2.6}$$

gdzie $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$, ${S_{\bar{x}}}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ ma rozkład t-studenta z $n-1$ stopniami swobody. Rozkład statystyki (1.2.6) nie zależy od parametrów μ_X i σ_X. Można w oparciu o nią skonstruować przedział ufności dla wartości oczekiwanej:

$$\left(\bar{x} - t_{1-\frac{\gamma}{2};n-1}\frac{S_{\bar{x}}}{\sqrt{n-1}}, \bar{x} + t_{1-\frac{\gamma}{2};n-1}\frac{S_{\bar{x}}}{\sqrt{n-1}}\right), \tag{1.2.7}$$

gdzie $t_{1-\frac{\gamma}{2};n-1}$ jest kwantylem rozkładu t-studenta z $n-1$ stopniami swobody. Niepewność standardowa wartości średniej wynosi:

$$u = \frac{S_{\bar{x}}}{\sqrt{n-1}}, \tag{1.2.8}$$

natomiast niepewność rozszerzona:

$$U = t_{1-\frac{\gamma}{2};n-1} \frac{S_{\bar{x}}}{\sqrt{n-1}}, \tag{1.2.9}$$

gdzie współczynnikiem rozszerzenia jest $t_{1-\frac{\gamma}{2};n-1}$.

W przypadku dowolnego rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej X, z której pochodzi próba pomiarowa $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ statystyka:

$$\frac{\bar{x} - \mu_X}{\sigma_X} \sqrt{n}, \tag{1.2.10}$$

dla dostatecznie licznej próby z Centralnego Twierdzenia Granicznego Lindeberga-Levy'ego (CTG), ma asymptotyczny rozkład normalny $N(0,1)$ (Rao, 1982), (Magiera, 2005). Dla dużej liczebności próbki nieznaną wielkość σ_X można zastąpić nieobciążoną oceną:

$$s_{\bar{x}}{}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2. \tag{1.2.11}$$

Otrzymujemy wówczas przedział niepewności dla wartości μ_X postaci:

$$\left(\bar{x} - u_{1-\gamma/2} \frac{s_{\bar{x}}}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{1-\gamma/2} \frac{s_{\bar{x}}}{\sqrt{n}}\right). \tag{1.2.12}$$

Niepewność standardowa wartości średniej wynosi:

$$u = \frac{s_{\bar{x}}}{\sqrt{n}}, \tag{1.2.13}$$

natomiast niepewność rozszerzona

$$U = u_{1-\gamma/2} \frac{s_{\bar{x}}}{\sqrt{n}}, \tag{1.2.14}$$

gdzie współczynnikiem rozszerzenia jest kwantyl rozkładu normalnego $u_{1-\gamma/2}$.

Niepewność typu B wyznacza się najczęściej w sytuacji, gdy możliwe jest pozyskanie jedynie pojedynczego pomiaru, gdy liczba pozyskana jest z dokumentów lub gdy można podać jedynie granice a_+, a_- zmienności parametru, którego wartość chcemy oszacować. Niepewność typu B najczęściej wyznacza się w przypadku obliczania niepewności urządzeń pomiarowych. Wyraża się ona wzorem:

$$u_B(x_i) = \frac{a_+ - a_-}{2\sqrt{k}}, \tag{1.2.15}$$

gdzie k jest współczynnikiem rozszerzenia zależnym od rozkładu prawdopodobieństwa posiadanej wartości x_i oraz od istotności γ, z jaką chcemy wyznaczyć przedział niepewności. Np. dla 99% przedziału ufności wartości, której można a priori przypisać rozkład normalny $k = 3$.

Dla problemu, w którym na wynik pomiaru wpływa wiele czynników, z których każdy obarczony jest niepewnością, dokonujemy propagacji niepewności. Komponując niepewność dla pomiarów bezpośrednich wyznaczamy odpowiednio niepewność typu A$-u_A$ i typu B$-u_B$. Następnie obliczamy niepewność złożoną u_c:

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}. \tag{1.2.16}$$

W pomiarach bezpośrednich niepewność rozszerzona U jest iloczynem współczynnika rozszerzenia k oraz niepewności złożonej u_c (1.2.16)

$$U = ku_c. \tag{1.2.17}$$

Dla pomiarów pośrednich, kiedy równanie pomiaru określone jest przez funkcję:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n), \tag{1.2.18}$$

gdzie $X_i,\ i = 1,2,\dots,n$ są zmiennymi losowymi wykorzystywanymi w procesie pomiarowym, których wielkości mierzone są bezpośrednio. Przez $\hat{x}_i$ oznaczamy estymatory zmiennych X_i, wtedy niepewność dla pomiaru pośredniego zmiennych nieskorelowanych wyznaczamy ze wzoru:

$$u_c(\hat{y}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial \hat{x}_i}\right)^2 u^2(\hat{x}_i)}, \qquad (1.2.19)$$

gdzie $u(\hat{x}_i)$ jest niepewnością obliczaną metodą A lub B. Wzór (1.2.19) w przypadku zmiennych X_i skorelowanych przyjmuje postać:

$$u_c(\hat{y}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial \hat{x}_i}\right)^2 u^2(\hat{x}_i) + 2\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^{m} \left(\frac{\partial f}{\partial \hat{x}_i}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial \hat{x}_j}\right) u(\hat{x}_i, \hat{x}_j)}, \qquad (1.2.20)$$

gdzie $u(\hat{x}_i, \hat{x}_j) -$ kowariancja estymatorów zmiennych X_i, X_j. Przedział niepewności przedstawia się w postaci:

$$(\hat{y} - U; \hat{y} + U). \qquad (1.2.21)$$

Równanie (1.2.19) i (1.2.20) opiera się na pierwszych dwóch wyrazach w rozwinięciu szeregu Taylora. W przypadku, gdy równanie pomiaru (1.2.18) ma istotną nieliniowość w niepewności złożonej należy również uwzględnić wyrazy wyższych rzędów w rozwinięciu Taylora.

1.3. Metody wyznaczania niepewności stosowane w literaturze

Modele i metody wykorzystywane w praktyce oparte są na założeniach dotyczących charakteru probabilistycznego próby pomiarowej. Wyznaczając niepewność wskaźników hałasu najczęściej stosowane założenia to:

- normalność poziomu dźwięku $L_{A,i}$,
- normalność wskaźników hałasu $L_d,\ L_w,\ L_n,\ L_{dwn}$,
- normalność poziomów energii $e_i = 10^{0,1L_{A,i}}$,
- normalność średniej energetycznej $\bar{e} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} e_i$,
- normalność średniej arytmetycznej poziomów dźwięku $\bar{L} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} L_{A,i}$,
- normalności średniej logarytmicznej $\bar{L}^{(log)} = 10log\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} e_i\right)$,
- inne rozkłady niż normalne L_{Aeq}.

Podstawowym założeniem wykorzystywanym w akustyce, postulowanym w normie (ISO 1999) dla hałasu w środowisku pracy (Grzebyk i Thiery, 2003), (Thiery i Ognedal, 2008) jest założenie o log-normalnym rozkładzie ciśnienia akustycznego wyrażonego w Pascalach. Założenie to implikuje normalny charakter zmiennej losowej opisującej ekwiwalentny poziom dźwięku wyrażony w decybelach $L_{Aeq,T}$ ważony krzywą A. W hałasie drogowym również często poziom dźwięku modelowany jest przy pomocy rozkładu normalnego (DIN 45641, 1990), (JCGM 100:2008, 1995). Zazwyczaj jednak założenie to można stosować do dość wąskiej grupy zjawisk akustycznych, np. (Makarewicz, Gałuszka i Kokowski, 2014) hałas lotniczy, hałas generowany przez konkretne źródło przy braku zakłóceń powodowanych przez inne źródła hałasu (pomiary w komorze pogłosowej (Pawlik i Przysucha, 2014)), w ruchu drogowym w przypadku swobodnego i jednorodnego przepływu samochodów o homogenicznym typie np. transport lekki (Torija, Ruiz i Ramos, 2007).

Brak normalności wyników pomiarów poziomów dźwięku szczególnie zauważalny jest w przypadku pomiarów z ruchu drogowego (Don i Rees, 1985), (Wszołek T. i Kłaczyński, 2006), (Mori i Tsukagutchi, 1948), (Gałuszka, 2010), (Nishinomiya, 1979), (Can i inni, 2009), (Torija, Ruiz i Ramos, 2007) (Batko i Bal, 2014), gdzie nakłada się na siebie hałas pochodzący z wielu źródeł dodatkowo zakłócany przez tło akustyczne oraz występują różne typy przepływu strumienia samochodów (sygnalizacja świetlna, skrzyżowania, itp.) (Torija, Ruiz i Ramos, 2007).

Przy założeniu normalności próby poziomów dźwięku niepewność wartości oczekiwanej możemy obliczać przy pomocy metody A lub stosować pewne przybliżenia średniej logarytmicznej średnią arytmetyczną (DIN 45641, 1990), (Thiery i Ognedal, 2008), (Grzebyk i Thiery, 2003), (Caligiuri, 2007):

$$L_{Aeq} = 10log\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} 10^{0.1L_{A,i}}\right) \approx \bar{L} + 0.115{s_{\bar{L}}}^2, \tag{1.3.1}$$

gdzie:

$$\bar{L} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} L_{A,i}, \tag{1.3.2}$$

$$s_{\bar{L}} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(L_{A,i} - \bar{L}\right)^2}. \tag{1.3.3}$$

Niepewność rozszerzoną dla L_{Aeq} wyznaczamy wtedy ze wzoru:

$$U = \pm\sqrt{\frac{{s_{\bar{L}}}^2}{n} + \frac{0.026{s_{\bar{L}}}^4}{n-1}}\, t_{1-\gamma/2;n-1}. \tag{1.3.4}$$

W rozkładach występujących w ruchu drogowym rzadko obserwowane są rozkłady symetryczne (Don i Rees, 1985), (Torija, Ruiz i Ramos, 2007), (Mori i Tsukagutchi, 1948), (Nishinomiya, 1979), (Luquet, 1982), (Wszołek T. i Kłaczyński, 2006), (Batko, Przysucha i Tekiel, 2014). Przybliżenie (1.3.1), jak pokazano w pracy (Przysucha, Batko i Szeląg, 2015), zastosowane do próby pomiarowej o rozkładzie asymetrycznym, daje duże rozbieżności nie tylko dla przedziałów niepewności, ale również dla samej szacowanej wartości średniej logarytmicznej.

W pewnych szczególnych przypadkach w ruchu drogowym przyjmowane jest założenie o normalności poziomów energii oddziaływań akustycznych (Kuechner, 2005), (VDI 3723, 1993). Założenie to jednak możemy przyjąć dla dość wąskiej i ograniczonej grupy pomiarów. Według normy (VDI 3723, 1993) w przypadku pomiarów do 300 m od krawędzi drogi, dokonując pomiarów przy stałej emisji hałasu w polu bliskim polu swobodnemu, zakłada się normalność poziomów energii e_i dla próby pomiarowej większej niż 5. Dla pomiarów dokonywanych powyżej 300 metrów trzeba uwzględniać w modelu poprawki dotyczące warunków meteorologicznych. Warunki takie można znaleźć w publikacjach (DIN 45641, 1990), (Caligiuri, 2007), (JCGM 100:2008, 1995), (Kephalophoulos i inni, 2007), (Makarewicz i Gałuszka 2010).

Często wykorzystuje się założenie o posiadaniu przez średnią arytmetyczną poziomów energii (średnią energetyczną) rozkładu normalnego. Wynika ono z CTG, które orzeka, że dla odpowiednio dużej próby pomiarowej można przyjąć, że średnia energetyczna ma rozkład normalny. Pojęcie dużej próby jest jednak nieścisłe i zależy od poszczególnego przypadku. W pomiarach hałasu w ruchu drogowym (Don i Rees, 1985), (Torija, Ruiz i Ramos, 2007), (Mori i Tsukagutchi, 1948), (Nishinomiya, 1979), (Luquet, 1982), (Wszołek T. i Kłaczyński, 2006), (Batko, Przysucha i Tekiel, 2014) obserwowana asymetria może wpływać na wolne zbieganie rozkładu średniej energetycznej do rozkładu normalnego.

Metodą wykorzystującą założenie o normalności średniej energetycznej jest możliwość zastosowania niepewności typu A do tej średniej. W celu wyznaczenia próby wycina się z sygnału akustycznego pewne reprezentatywne zdarzenia akustyczne (Makarewicz i Gałuszka, 2010; 2011b), (DIN 45641, 1990), (VDI 3723, 1993), (JCGM 100:2008, 1995). Metoda ta wymaga jednak znacznego nakładu pracy potrzebnego na dokonanie analizy sygnału czasowego, jego zmienności czy cykliczności w celu wyboru reprezentantów charakterystycznych zjawisk akustycznych. Sposób pozyskiwania danych można znaleźć w publikacji (ISO 1996, 1982).

W przypadku założenia normalności średniej energetycznej wyznaczamy przedział niepewności z metody typu A (1.2.7), następnie transformujemy ten przedział przez przekształcenie logarytmiczne.

Dla próby pomiarowej poziomów energii oddziaływań akustycznych $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ oznaczmy:

$$\overline{e} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} e_i, \qquad (1.3.5)$$

$$s_{\bar{e}}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(e_i - \overline{e})^2. \qquad (1.3.6)$$

Dla średniej energetycznej (1.3.5) wyznaczamy ze wzoru (1.2.6) przedział niepewności:

$$\left(\bar{e} - t_{1-\frac{\gamma}{2};n-1}\frac{s_{\bar{e}}}{\sqrt{n-1}}, \bar{e} + t_{1-\frac{\gamma}{2};n-1}\frac{s_{\bar{e}}}{\sqrt{n-1}}\right), \qquad (1.3.7)$$

gdzie współczynnikiem rozszerzenia jest $t_{1-\frac{\gamma}{2};n-1}$.

Następnie przy założeniu, że lewy koniec przedziału niepewności jest większy od jeden, wyznaczamy przedział niepewności dla wartości oczekiwanej średniej logarytmicznej:

$$\left(10log\left(\bar{e} - t_{1-\frac{\gamma}{2};n-1}\frac{s_{\bar{e}}}{\sqrt{n-1}}\right), 10log\left(\bar{e} + t_{1-\frac{\gamma}{2};n-1}\frac{s_{\bar{e}}}{\sqrt{n-1}}\right)\right), \qquad (1.3.8)$$

gdzie współczynnikiem rozszerzenia jest $t_{1-\frac{\gamma}{2};n-1}$.

Niepewność standardową możemy wyznaczyć z przybliżenia logarytmu szeregiem Taylora (Caligiuri, 2007), (JCGM 100:2008, 1995).

Dla funkcji F będącej mierzalnym przekształceniem zmiennej losowej X:

$$y = F(X), \qquad (1.3.9)$$

odchylenie standardowe wynosi:

$$s_y^2 = E(y - E(y))^2 = s_X^2\left[\left(\frac{dF}{dx}\right)_{x=EX}\right] + \cdots. \qquad (1.3.10)$$

W przypadku, gdy (2.3.9) jest funkcją logarytmiczną otrzymujemy:

$$s_{\bar{L}_{log}}^2 = \left(\frac{10}{ln10}\right)^2 10^{-\bar{L}_{log}/5}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(e_i - \bar{L}_{log})\right), \qquad (1.3.11)$$

natomiast współczynnik rozszerzenia możemy szacować przy pomocy nierówności Czebyszewa (Billingsley, 2009), (Jakubowski i Sztentzel, 2001):

$$P\{|y - E(y)| \le cs_y\} \ge 1 - \frac{1}{c^2}, \tag{1.3.12}$$

gdzie $c \in (0,1)$.

W przypadku wyznaczania przedziału niepewności dla długookresowego wskaźnika hałasu L_{dwn}, w oparciu o założenie normalności średnich energetycznych dla dnia, wieczoru i nocy, procedura wygląda następująco:

$$L_{dwn} = 10log\left(\frac{12}{24}10^{0,1L_d} + \frac{4}{24}10^{0,1(L_w+5)} + \frac{8}{24}10^{0,1(L_n+10)}\right). \tag{1.3.13}$$

Długookresowy wskaźnik hałasu obliczany jest w oparciu o dzienne, wieczorowe i nocne ekwiwalentne poziomy dźwięku z wielu dni pomiarowych. Dysponujemy wówczas próbkami:

$$\{L_{d,1}, L_{d,2}, \dots, L_{d,k_d}\} \tag{1.3.14}$$

z okresu dziennego,

$$\{L_{w,1}, L_{w,2}, \dots, L_{w,k_w}\} \tag{1.3.15}$$

z okresu wieczornego,

$$\{L_{n,1}, L_{n,2}, \dots, L_{n,k_n}\} \tag{1.3.16}$$

z okresu nocnego.

Średnie logarytmiczne z tych próbek określmy jako:

$$L_d = 10log(\bar{e}_d), \qquad L_w = 10log(\bar{e}_w), \\ L_n = 10log(\bar{e}_n), \tag{1.3.17}$$

gdzie $\bar{e}_d, \bar{e}_w, \bar{e}_n$ są średnimi energetycznymi oddziaływań akustycznych odpowiednio dla dnia, wieczoru i nocy:

$$\bar{e}_d = \frac{1}{k_d}\sum_{i=1}^{k_d} 10^{0,1L_{d,i}}, \qquad \bar{e}_w = \frac{1}{k_w}\sum_{i=1}^{k_w} 10^{0,1L_{w,i}}, \qquad \bar{e}_n = \frac{1}{k_n}\sum_{i=1}^{k_n} 10^{0,1L_{n,i}}, \tag{1.3.18}$$

z odchyleniami standardowymi:

$$s_{\bar{e}_d}^2 = \frac{1}{k_d - 1}\sum_{i=1}^{k_d}\left(e_{d,i} - \bar{e}_d\right)^2,\ s_{\bar{e}_w}^2 = \frac{1}{k_w - 1}\sum_{i=1}^{k_w}\left(e_{w,i} - \bar{e}_w\right)^2, \qquad s_{\bar{e}_n}^2 = \frac{1}{k_n - 1}\sum_{i=1}^{k_n}\left(e_{n,i} - \bar{e}_n\right)^2. \tag{1.3.19}$$

Przedziały ufności dla wartości oczekiwanych zmiennych losowych reprezentujących średnie poziomy energii $\bar{E}_d, \bar{E}_w, \bar{E}_n$ wyznaczone na podstawie wzoru (1.2.7) będą miały postać:

$$\left(\bar{e}_j - t_{1-\frac{\gamma}{2};n-1}\frac{s_{\bar{e}_j}}{\sqrt{k_j}}; \bar{e}_j + t_{1-\frac{\gamma}{2};n-1}\frac{s_{\bar{e}_j}}{\sqrt{k_j}}\right), j \in \{d, w, n\} \tag{1.3.20}$$

$$\bar{E}_d \sim N\left(\bar{e}_d, s_{\bar{e}_d}/\sqrt{k_d}\right),\ \bar{E}_w \sim N\left(\bar{e}_w, s_{\bar{e}_w}/\sqrt{k_w}\right),\ \bar{E}_n \sim N\left(\bar{e}_n, s_{\bar{e}_n}/\sqrt{k_n}\right). \tag{1.3.21}$$

Wstawiając do wzoru (1.3.13) zmienne losowe postaci (1.3.17) otrzymujemy:

$$L_{dwn} = 10log\left(\frac{12}{24}10^{0,1L_d} + \frac{4}{24}10^{0,1(L_w+5)} + \frac{8}{24}10^{0,1(L_n+10)}\right) =$$
$$= 10Log\left(\frac{12}{24}10^{0,1*10log\bar{E}_d} + \frac{4}{24}10^{0,1(10log\bar{E}_w+10log10^{0,5})} + \frac{8}{24}10^{0,1(10log\bar{E}_n)}\right)$$
$$= 10log\left(\frac{12}{24}\bar{E}_d + \frac{4}{24}\sqrt{10}\bar{E}_w + \frac{80}{24}\bar{E}_n\right) = 10log(\bar{E}_{dwn}). \tag{1.3.22}$$

Zgodnie z prawem działania na zmiennych losowych o rozkładach normalnych suma niezależnych zmiennych losowych o rozkładach normalnych:

$$\bar{E}_{dwn} = \frac{12}{24}\bar{E}_d + \frac{4}{24}\sqrt{10}\bar{E}_w + \frac{80}{24}, \bar{E}_n \sim N(\bar{e}_{dwn}, s_{dwn}) \tag{1.3.23}$$

ma rozkład normalny o wartości oczekiwanej:

$$\bar{e}_{dwn} = \frac{12}{24}\bar{e}_d + \frac{4}{24}\sqrt{10}\bar{e}_w + \frac{80}{24}\bar{e}_n \tag{1.3.24}$$

i odchyleniu standardowym:

$$s_{\bar{e}_{dwn}} = \sqrt{\left(\frac{12}{24}\frac{s_{\bar{e}_d}}{\sqrt{k_d}}\right)^2 + \left(\frac{4}{24}\sqrt{10}\frac{s_{\bar{e}_w}}{\sqrt{k_w}}\right)^2 + \left(\frac{8}{24}10\frac{s_{\bar{e}_n}}{\sqrt{k_n}}\right)^2}. \tag{1.3.25}$$

Przedział ufności dla wartości oczekiwanej zmiennej losowej E_{dwn} obliczamy z (1.2.3):

$$\left(\bar{e}_{dwn} - u_{1-\gamma/2}s_{\bar{e}_{dwn}} < \mu_{dwn} < \bar{e}_{dwn} + u_{1-\gamma/2}s_{\bar{e}_{dwn}}\right). \tag{1.3.26}$$

Przekształcając granice przedziału ufności przez zmienną daną wzorem (1.3.22) otrzymujemy przedział dla średniej logarytmicznej L_{dwn}:

$$\left(10log\left(\bar{e}_{dwn} - u_{1-\gamma/2}s_{\bar{e}_{dwn}}\right) < L_{dwn} < 10log\left(\bar{e}_{dwn} + u_{1-\gamma/2}s_{\bar{e}_{dwn}}\right)\right). \tag{1.3.27}$$

W przypadku skorelowania zmiennych losowych (1.3.14–1.3.16) można uwzględnić jeszcze we wzorze (1.3.25) współczynnik kowariancji między zmiennymi (Makarewicz i Gałuszka, 2011a):

$$s_{\bar{e}_{dwn}} = \sqrt{\left(\frac{12}{24}\frac{s_{\bar{e}_d}}{\sqrt{k_d}}\right)^2 + \left(\frac{4}{24}\sqrt{10}\frac{s_{\bar{e}_w}}{\sqrt{k_w}}\right)^2 + \left(\frac{8}{24}10\frac{s_{\bar{e}_n}}{\sqrt{k_n}}\right)^2 + \frac{10}{6}K_{dw} + \frac{10}{3}K_{dn} + \frac{10\sqrt{10}}{9}K_{wn}}.$$

Posługując się założeniem o normalności średniej logarytmicznej poziomów dźwięku w celu obliczenia niepewności, niepewność typu A, np. dla wskaźnika dzienno-wieczorowo-nocnego, wyznaczamy średnią logarytmiczną ze wskaźników obliczonych dla każdej doby osobno $\{L_{dwn,1}, L_{dwn,2}, \ldots, L_{dwn,m}\}$:

$$\bar{L}_{dwn}^{(log)} = 10log\left(\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}10^{0,1L_{dwn,i}}\right), \tag{1.3.29}$$

przy wariancji:

$$s^2_{\bar{L}^{(log)}_{dwn}} = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(L_{dwn,i} - \bar{L}^{(log)}_{dwn}\right)^2. \qquad (1.3.30)$$

Następnie ze wzoru (1.2.7) wyznaczamy przedział niepewności:

$$\left(\bar{L}^{(log)}_{dwn} - t_{1-\frac{\gamma}{2};m-1}\frac{s_{\bar{L}^{(log)}_{dwn}}}{\sqrt{m-1}}, \bar{L}^{(log)}_{dwn} + t_{1-\frac{\gamma}{2};m-1}\frac{s_{\bar{L}^{(log)}_{dwn}}}{\sqrt{m-1}}\right). \qquad (1.3.31)$$

W literaturze opisane są również inne typy rozkładów prawdopodobieństw wykorzystywane w ruchu drogowym. W publikacjach (Yoshida, 1994), (Nishinomiya, 1979), (Mori i Tsukagutchi, 1948) do opisu ekwiwalentnego poziomu dźwięku wykorzystywano rozkład Rayleigha oraz Weilbulla używając poziomów L_5, L_{50} oraz L_{95}. W publikacji (Ohta i Mitani, 1989) wykorzystywano do przybliżania rozkładu prawdopodobieństwa ekwiwalentnego poziomu dźwięku szeregi ortonormalne.

W normie (VDI 3723, 1993) możemy przyjąć uproszczenie założenia o normalności energii oddziaływań akustycznych do założenia o jednostajności poziomów energii w pomiarach do 300 merów od krawędzi drogi w polu bliskim polu swobodnemu dodając pewną poprawkę, jeśli rozstęp $L_{90} - L_{10}$ nie przekracza 10dB.

2. Formalizm modelowy

2.1. Transformacje rozkładów prawdopodobieństw

W procesie przetwarzania zmiennych losowych wejściowych do zmiennej wyjściowej, zmienne wejściowe najczęściej powiązane są ze sobą pewną funkcją określającą model. W przypadku równoważnego poziomu dźwięku obliczanego za okres czasu T jest to zależność dana wzorem:

$$L_{Aeq,T} = 10log\left\{\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{n} t_i\, 10^{0,1L_{A,i}}\right\}, \tag{2.1.1}$$

gdzie zmiennymi wejściowymi reprezentującymi wyniki pomiaru poziomu dźwięku są $L_{A,i}$, natomiast zmienną wyjściową jest $L_{Aeq,T}$ (ekwiwalentny poziom dźwięku).

W ogólności wyjściowa zmienna losowa opisująca model zależna jest od zmiennych wejściowych $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$, które powiązane są z nią pewną funkcją F:

$$Y = F(X_1, X_2, \dots, X_n). \tag{2.1.2}$$

Przekształcenie F może być złożeniem pewnych działań na zmiennych losowych, takich jak: dodawanie, mnożenie, transformacja liniowa lub nieliniowa. Wyznaczanie rozkładu prawdopodobieństwa dla zmiennej wyjściowej w modelu przeprowadzane jest przy pewnych określonych założeniach dotyczących funkcji $F -$ mierzalność, różniczkowalność, posiadanie funkcji odwrotnej.

Dodawanie zmiennych losowych

Niech będą dane dwie niezależne zmienne losowe X, Y o zadanych z góry rozkładach prawdopodobieństw $f_X(x)$, $f_Y(x)$, określonych na prostej rzeczywistej $\mathbb{R}$, oraz rozkładzie łącznym $f_{X,Y}(x,y)$ określonym na $\mathbb{R}^2$. Rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej $Z = X + Y$ dany będzie przez splot funkcji gęstości zmiennych X, Y (Billingsley, 2009), (Gernsternkorn i Śródka, 1980) określony wzorem:

$$f_{X+Y}(z) = f_X * f_y(z) = \int_{-\infty}^{z} f_{X,Y}(x, z-x)dx, \tag{2.1.3}$$

W przypadku zmiennych losowych X, Y niezależnych określony będzie wzorem:

$$f_{X+Y}(z) = f_X * f_y(z) = \int_{-\infty}^{z} f_X(x) f_Y(z-x) dx. \qquad (2.1.4)$$

W procesie przetwarzania zmiennych losowych często konieczne jest wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej skonstruowanej jako obraz zmiennej losowej przez odwzorowanie mierzalne.

Obraz zmiennej losowej przez odwzorowanie mierzalne

Niech będzie dana zmienna losowa X oraz funkcja $g(X)$ $\mathcal{B}$-mierzalna, wtedy $Y = g(X)$ jest również zmienną losową. Jeśli X jest zmienną losową typu ciągłego (Jakubowski i Sztentzel, 2001), będącą klasy C_1 (mającą ciągłą pochodną) i funkcja g posiada różniczkowalną funkcję odwrotną:

$$g^{-1}(y) = h(y), \qquad (2.1.5)$$

wtedy zmienna losowa Y ma gęstość prawdopodobieństwa wyznaczoną wzorem:

$$f_Y(y) = f_X(h(y))|h'(y)|. \qquad (2.1.6)$$

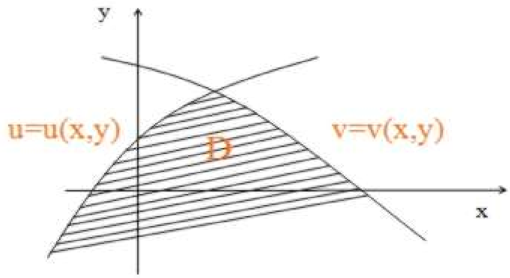
W ogólności zmienne losowe możemy definiować również jako przekształcenia wektora zmiennych losowych. Rozważmy zatem przekształcenie zmiennych losowych:

$$\begin{cases} \boldsymbol{U} = \boldsymbol{U}(X, Y) \\ \boldsymbol{V} = \boldsymbol{V}(X, Y). \end{cases} \qquad (2.1.7)$$

W celu wyznaczenia rozkładu prawdopodobieństwa wektora zmiennych losowych $(\boldsymbol{U}, \boldsymbol{V})$ obliczamy:

$$P(\boldsymbol{U} < u, \boldsymbol{V} < v) = P\big((X, Y) \in D\big) = \iint_D f_{\boldsymbol{U},\boldsymbol{V}}(x, y) dx dy, \qquad (2.1.8)$$

gdzie $f_{\boldsymbol{U},\boldsymbol{V}}$ jest gęstością łączną wektora $(\boldsymbol{U}, \boldsymbol{V})$ oraz całka obliczana jest po obszarze D, tak jak na Rysunku 2.1.1.



Rysunek 2.1.1. Obszar całkowania przekształcenia wektora losowego $(\boldsymbol{U}, \boldsymbol{V})$

Niech $u(x, y)$ oraz $v(x, y)$

$$\begin{cases} u = u(x, y) \\ v = v(x, y) \end{cases} \tag{2.1.9}$$

będą przekształceniami ciągłymi i wzajemnie jednoznacznymi zmiennych x, y tzn. funkcje $u(x, y)$, $v(x, y)$ mają ciągłe pochodne w pewnym obszarze $\boldsymbol{D}$. Przekształcenie odwrotne do (2.1.9) wyraża się wzorem:

$$\begin{cases} x = x(u, v) \\ y = y(u, v). \end{cases} \tag{2.1.10}$$

Jakobianem przekształcenia (2.1.10) nazywamy:

$$|J| = \left|\frac{D(x, y)}{D(u, v)}\right| = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix}. \tag{2.1.11}$$

Łączny rozkład prawdopodobieństwa $(\boldsymbol{U}, \boldsymbol{V})$ dany jest wtedy wzorem:

$$f_{\boldsymbol{U},\boldsymbol{V}}(u, v) = f_{X,Y}\big(x(u, v), y(u, v)\big)|J|. \tag{2.1.12}$$

Ponadto, jeśli zmienne losowe X, Y są niezależne, wtedy wzór (2.1.12) możemy zapisać jako:

$$f_{\boldsymbol{U},\boldsymbol{V}}(u, v) = f_X\big(x(u, v)\big) f_Y\big(y(u, v)\big)|J|. \tag{2.1.13}$$

Gęstości brzegowe zmiennych $\boldsymbol{U}$ i $\boldsymbol{V}$ dane są wzorami:

$$f_{\boldsymbol{U}}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x(u,v), y(u,v))|J|dv, \tag{2.1.14}$$

$$f_{\boldsymbol{V}}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x(u,v), y(u,v))|J|du. \tag{2.1.15}$$

Dla niezależnych zmiennych losowych X, Y odpowiednio

$$f_{\boldsymbol{U}}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x(u,v)) f_Y(y(u,v))|J|dv, \tag{2.1.16}$$

$$f_{\boldsymbol{V}}(v) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x(u,v)) f_Y(y(u,v))|J|du. \tag{2.1.17}$$

W procesie oceny parametrów otrzymanych z kontroli, wyznaczony na podstawie próby pomiarowej wskaźnik lub parametr traktujemy jako zmienną losową wyjściową, powiązaną ze zmiennymi wejściowymi o określonych rozkładach prawdopodobieństw. Powyższe przekształcenia pozwalają na wyznaczenie tych rozkładów, co w konsekwencji pozwala na obliczenie niepewności.

Mieszanina rozkładów prawdopodobieństw

Niech będą dane zmienne losowe $X_1, X_2, \dots, X_n$ o rozkładach $f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)$, $x \in \mathbb{R}$ oraz w_i będą liczbami z przedziału [0,1) takimi, że $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$. Mieszaniną rozkładów zmiennych losowych $X_1, X_2, \dots, X_n$ nazywamy rozkład (Everitt B.S., 1981):

$$f_X(x) = \sum_{i=1}^{n} w_i f_{X_i}(x). \tag{2.1.18}$$

Niech X będzie zmienną losową o rozkładzie $f_X(x)$, $x \in \mathbb{R}$. Parametry mieszaniny rozkładów dane są wzorami:

$$EX = \sum_{i=1}^{n} w_i EX_i, \tag{2.1.19}$$

$$\begin{aligned} E[X-EX]^j &= \sum_{i=1}^{n} w_i\, E[X_i - EX_i + EX_i - EX]^j = \\ &= \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=0}^{j} \binom{j}{k} \left(EX_j - EX\right)^{j-k} w_i E(X_i - EX_i)^k\,. \end{aligned} \tag{2.1.20}$$

W przypadku, gdy zmienne $X_i,\ i = 1,2,\dots,n$ mają rozkłady normalne o parametrach $N(\mu_i, \sigma_i)$, wtedy parametry mieszaniny rozkładów normalnych wyrażają się wzorami:

$$EX = \mu = \sum_{i=1}^{n} w_i \mu_i, \tag{2.1.21}$$

$$E(X-EX)^2 = \sum_{i=1}^{n} w_i\big((\mu_i - EX)^2 + \sigma_i^2\big). \tag{2.1.22}$$

Dla próbek o małej liczności, pochodzących z rozkładu niebędącego rozkładem normalnym, po identyfikacji rozkładu prawdopodobieństw zmiennych losowych wejściowych do modelu, obliczamy gęstość prawdopodobieństwa szacowanego parametru czy współczynnika hałasu metodą propagacji rozkładów prawdopodobieństw zmiennych losowych. Następnie obliczając kwantyle $k_{\gamma/2}, k_{1-\gamma/2}$ odpowiedniego rzędu dostajemy przedział niepewności o określonym poziomie istotności γ postaci:

$$V = \left(k_{\gamma/2}, k_{1-\gamma/2}\right). \tag{2.1.23}$$

2.2. Modele wskaźników hałasu

Znajomość rozkładu prawdopodobieństwa wskaźnika lub parametru szacowanego na podstawie próby pomiarowej jest niezbędnym elementem procesu wyznaczania niepewności (JCGM 100:2008, 1995). Zalecane w przewodniku metody opierają się na metodzie typu A, stosowanej do poziomów dźwięku lub poziomów energii. Zakładają one możliwość przypisania tym wielkościom rozkładów normalnych. W praktyce jednak założenia te są rzadko spotykane, szczególnie dla małych prób. Metoda propagacji rozkładów, dla której opis działań przedstawiony został w poprzednim podrozdziale, pozwala na wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa szacowanego parametru w oparciu o znajomość rozkładów prawdopodobieństw zmiennych losowych wejściowych. Dla potrzeb zarządzania akustyczną ochroną środowiska szacowane wskaźniki hałasowe konstruowane są w oparciu o pojęcie ekwiwalentnego poziomu dźwięku.

Rozkład prawdopodobieństwa równoważnego poziomu dźwięku

Równoważny poziom dźwięku dany jest wzorem:

$$L_{Aeq,T} = 10log\left\{\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{n} t_i 10^{0,1L_{A,i}}\right\}, \tag{2.2.1}$$

gdzie $0 < t_i < T, i = 1, \dots, n,\ \sum_{i=1}^{n} t_i = T.$ Poziomy dźwięku $L_{A,i}$ są uśrednionym sygnałem akustycznym w pewnym przedziale czasowym $[t', t'']$, rejestrowanym przez miernik:

$$L_{A,i} = 10log\left\{\frac{1}{t'' - t'}\int_{t'}^{t''} \frac{p^2(t)}{p_0^2} dt\right\}. \tag{2.2.2}$$

Przedział ten, w zależności od własności jakie chcemy uzyskać od próby pomiarowej (brak korelacji wyników, liczebność próby, itp.), może być różnej długości: 1 sekunda, 5 sekund, 1 minuta, 5 minut.

Dokument (ISO 1996) pozwala na szacowanie wskaźników dziennego, wieczorowego i nocnego w oparciu o niepełną próbę pomiarową. Próba ta musi być jednak reprezentatywnie wybrana. W przypadku znajomości sygnału akustycznego, jego dobowej zmienności i znajomości charakterystycznych zjawisk akustycznych występujących w ruchu drogowym, w którym dokonujemy pomiaru, możemy wybrać próbę w oparciu o te informacje. Nie dysponując takimi informacjami lub dokonując szacowania rocznych wskaźników hałasu możemy opierać się na wyborze losowym. Elementy próby losowej możemy interpretować jako wartości pochodzące od niezależnych zmiennych losowych o takim samym rozkładzie (Gaja i inni, 2003). Dodatkowo, przy szacowaniu rocznych wskaźników hałasu, w celu osiągnięcia żądanej precyzji, losowy wybór dni pomiarowych wymaga posiadania mniejszej próby niż w przypadku pomiarów następujących po sobie dni.

Wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa równoważnego poziomu dźwięku sprowadza się do procedury określenia funkcji gęstości zmiennej losowej zaproponowanej przez autora w publikacji (Batko i Przysucha, 2010a; 2014b). Wzór (2.2.1) możemy zapisać w postaci:

$$L_{Aeq,T} = 10log\left\{\sum_{i=1}^{n} p_i 10^{0,1L_i}\right\}, \tag{2.2.3}$$

gdzie:

$$p_i = \frac{t_i}{T},\ 0 < t_i < T,\ \ i = 1, \dots, n,\ \ \sum_{i=1}^{n} t_i = T. \tag{2.2.4}$$

Niech $L_i,\ i = 1,2, \dots, n$ - będą zmiennymi losowymi o zadanych rozkładach $f_{L_i}(x), i = 1,2, \dots, n$ określonych na przedziale $x \in (-\infty, +\infty)$. Połóżmy pomocniczą zmienną:

$$X_i = p_i 10^{0,1L_i}. \tag{2.2.5}$$

Dystrybuanta $F_{X_i}(x)$ zmiennej losowej X_i dana jest równaniem:

$$\begin{aligned} F_{X_i}(x) &= P[X_i < x] = P[p_i 10^{0,1L_i} < x] \\ &= P\left[L_i < 10log\left(\frac{x}{p_i}\right)\right]. \end{aligned} \tag{2.2.6}$$

Różniczkując wzór (2.2.6) otrzymujemy funkcję gęstości zmiennej losowej X_i:

$$f_{X_i}(x) = \frac{10}{ln10}\frac{1}{x} f_{L_i}\left(10log\frac{x}{p_i}\right), x \in (0, +\infty). \tag{2.2.7}$$

Określmy zmienne losowe:

$$\begin{aligned} &Y_1 = X_1 \\ &Y_2 = X_1 + X_2 = Y_1 + X_2 \\ &\dots \\ &Y_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n = Y_{n-1} + X_n. \end{aligned} \tag{2.2.8}$$

Rozkłady prawdopodobieństw zmiennych Y_n wyznaczamy przy pomocy splotów funkcji gęstości zmiennych X_i (2.1.3):

$$f_{Y_1}(x) = f_{X_2}(x), x \in [0, +\infty), \tag{2.2.9}$$

$$\begin{gathered} f_{Y_2}(x_1) = \int_0^{+\infty} f_{X_1}(x) f_2(x_1 - x) dx = \\ = \int_0^{x_1} \frac{10^2}{ln^2 10} \frac{1}{x(x_1 - x)} f_{L_1}\left(10log\left(\frac{x}{p_1}\right)\right) f_{L_2}\left(10log\left(\frac{x_1 - x}{p_2}\right)\right) dx, \\ x_1 \in (0, +\infty), \end{gathered} \tag{2.2.10}$$

$$f_{Y_3}(x_2) = \int_0^{x_2} f_{Y_2}(x_1) f_{X_3}(x_2 - x_1) dx_1,\ x_2 \in (0, +\infty), \tag{2.2.11}$$

$$\dots$$

$$\begin{gathered} f_{Y_n}(x_{n-1}) = \int_0^{x_{n-1}} f_{Y_{n-1}}(x_{n-2}) f_{X_n}(x_{n-1} - x_{n-2}) dx_{n-2}, \\ x_{n-1} \in (0, +\infty). \end{gathered} \tag{2.2.12}$$

Transformując zmienną losową Y_n przez funkcję logarytmiczną:

$$L_{Aeq,T} = g(Y_n), \tag{2.2.13}$$

gdzie $g(x) = 10logx,\ x > 0$ jest funkcją $\mathcal{B}$-mierzalną posiadającą różniczkowalną funkcję odwrotną $g^{-1}(y) = h(y) = 10^{0,1y}$. Zgodnie ze wzorem (2.1.5) otrzymujemy wzór na rozkład prawdopodobieństwa zmiennej (2.2.1) opisany wzorem:

$$f_{L_{Aeq,T}}(s) = \frac{ln10}{10} 10^{0,1s} f_{Y_n}(10^{0,1s}), s \in (-\infty, \infty). \tag{2.2.14}$$

Średnia logarytmiczna poziomów dźwięku

Gdy dysponujemy wartościami poziomów dźwięku pochodzących od zmiennych losowych o tym samym rozkładzie prawdopodobieństwa (próba losowa z jednego dnia lub jednego roku kalendarzowego), wstawiając we wzorze (2.2.3) na ekwiwalentny poziom dźwięku $p_i = 1/n$, otrzymujemy wzór na średnią logarytmiczną poziomów dźwięku:

$$\overline{L}^{(log)} = S_n = 10log\left\{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} 10^{0,1L_{A,i}}\right\}, \qquad (2.2.15)$$

Powtarzając rozumowanie przeprowadzone w paragrafie (2.1) dla zmiennej losowej opisującej równoważny poziom dźwięku i wstawiając za $p_i = 1/n$ oraz biorąc jednakowe funkcje gęstości $f(x) = f_{L_i}(x)$ zawężone do dodatniej półosi rzeczywistej otrzymujemy:

$$f_{S_n}(s) = n\left(\frac{10}{ln10}\right)^{n-1} 10^{0,1s}$$

$$\int_{n-1}^{n10^{0,1s}-1} \int_{n-2}^{x_{n-2}-1} \dots \left(\int_{1}^{x_1-1} \frac{f(10logx)}{x} \frac{f(10log(x_1 - x))}{x_1 - x} dx \right) \cdot \qquad (2.2.16)$$

$$\cdot \frac{f(10log(x_2 - x_1))}{x_2 - x_1} dx_1 \dots \frac{f\left(10log(n10^{0,1s} - x_{n-2})\right)}{n10^{0,1s} - x_{n-2}} dx_{n-2}, \qquad s \in [0, +\infty).$$

W pracy (Batko i Przysucha, 2010a) wyprowadzone zostały wzory rekurencyjne na gęstość prawdopodobieństwa średniej logarytmicznej:

$$f_{S_n}(s) = n\left(\frac{10}{ln10}\right) 10^{0,1s} \int_{n-1}^{+\infty} f_{S_{n-1}}\left(10log\frac{x_{n-1}}{n-1}\right),$$

$$\frac{f\left(10log(n10^{0,1s} - x_{n-2})\right)}{x_{n-2}(n10^{0,1s} - x_{n-2})} dx_{n-2}. \qquad (2.2.17)$$

Długookresowe poziomy dźwięku przy określonym prawdopodobieństwie zmienności warunków emisji

W przypadku wyznaczania średniorocznych długookresowych wskaźników hałasu możemy spotkać się z sytuacją braku pełnych danych potrzebnych do ich wyliczeń (365 dni w roku). Wówczas zgodnie z zaleceniami (Kucharski, 2011) możemy sytuację uprościć do oszacowania wartości równoważnych poziomów dźwięku podstawowych źródeł hałasu. Należy przy tym określić ich aktywności w roku kalendarzowym, wyznaczone przez ich udziały procentowe w ogólnej emisji hałasu. Zmienna aktywność może być spowodowana różnymi wymuszeniami, np. procentowym udziałem dni roboczych, warunkami atmosferycznymi (wiatr, wilgotność powietrza, ciśnienie, temperatura), natężeniem ruchu (udział pojazdów ciężkich w strukturze natężenia ruchu).

W pracy (Batko i Przysucha, 2011b) została przedstawiona sytuacja dla dwóch źródeł dźwięku.

Określając przez L_A poziom dźwięku o procentowym udziale p oraz przez L_B poziom dźwięku o procentowym udziale $1-p$ w roku kalendarzowym, otrzymujemy wzór na równoważny poziom dźwięku:

$$L_{LT}^{(j)} = 10log\left(p10^{0,1L_A^{(j)}} + (1-p)10^{0,1L_B^{(j)}}\right), \qquad (2.2.18)$$

gdzie j jest charakterystyką określającą porę doby: $j \in \{d, w, n\}$, $d -$ pora dzienna, $w -$ pora wieczorowa, $n -$ pora nocna.

Zakładając, że $f_{L_A}(x), f_{L_B}(x)$ są gęstościami zmiennych losowych L_A określonej na $[a, b]$ oraz L_B na $[c, d]$, gdzie b, d mogą być równe nieskończoność, natomiast $0 \le a < b,\ 0 \le c \le d$, wtedy zmienna losowa $L_{LT}^{(j)}$ ma rozkład o gęstości:

$$f_{L_{LT}^{(j)}}(z) = \frac{10}{ln10} \int_{p10^{0,1a}}^{10^{0,1z}-(1-p)10^{0,1c}} \frac{10^{0,1z}}{x(10^{0,1z}-x)} \cdot \\ \cdot f_{L_A^{(j)}}\left(10log\frac{x}{p}\right) f_{L_B^{(j)}}\left(10log\frac{10^{0,1z}-x}{1-p}\right) dx \qquad (2.2.19)$$

$$z \in [z_0, z_1], \qquad z_0 = p10^{0,1a}(1-p)10^{0,1b}; \\ z_1 = p10^{0,1c} + (1-p)10^{0,1d}. \qquad (2.2.20)$$

2.3. Metody estymacji funkcji gęstości

Kluczową rolę w modelowaniu zmiennych losowych wejściowych do modelu propagacji rozkładów odgrywa estymacja ich funkcji gęstości. Z ustalonej rodziny funkcji gęstości możemy przy pomocy metod statystycznych aproksymować ich parametry. Najbardziej popularne z tych metod to: Metoda Momentów (MM), Metoda Najmniejszych Kwadratów (MNK), Nieliniowa Metoda Najmniejszych Kwadratów ($NMNK$), Metoda Największej Wiarygodności (MNW).

Model estymacji parametrów rodziny funkcji $f(x, \theta)$, $x = (x_1,\ x_2, \dots, x_k)$, gdzie szacowanym parametrem jest

$$\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \in \Theta, \qquad (2.3.1)$$

możemy zapisać jako:

$$y = f(x, \theta) + \varepsilon, \tag{2.3.2}$$

gdzie $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ jest wektorem błędów.

Najstarszą i jednocześnie najczęściej wykorzystywaną metodą w praktyce jest Metoda Najmniejszych Kwadratów. W przypadku estymacji parametrów rozkładów prawdopodobieństw używana jest jej nieliniowa wersja.

Nieliniowa Metoda Najmniejszych Kwadratów (*$NMNK$*)

Zakładając, że znany pomiar x_i jest wystarczająco dokładny, wtedy zbiór danych przedstawia się jako zbiór punktów postaci (x_i, y_i), $i = 1,2, \dots, n$, gdzie:

$$y_i = f(x_i, \theta) + \varepsilon_i. \tag{2.3.3}$$

W $NMNK$ szukamy estymatora θ_{NMNK}, który minimalizuje sumę:

$$\sum_{i=1}^{k} (y_i - f(x_i, \theta))^2 \to \min_{\theta \in \Theta}. \tag{2.3.4}$$

W przeciwieństwie do liniowej Metody Najmniejszych Kwadratów (Rydlewski, 2009), (Magiera, 2005), nieliniowa metoda może mieć wiele rozwiązań. Estymatory uzyskiwane $NMNK$ mają przy pewnych założeniach dobre własności, tj. nieobciażoność, efektywność, itp. Definicje własności estymatorów znajdują się w dodatku A. Zakładając, że ε_i mają taki sam rozkład, są wzajemnie niezależne oraz mają wariancję σ_ε^2, to przy pewnych założeniach o regularności funkcji f (Rydlewski, 2009) estymatory:

$$\theta_{MNK} \text{ oraz } s_{MNK,k} = \frac{S(\theta_{MNK})}{k - m}, \tag{2.3.5}$$

gdzie:

$$S^2(\theta) = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(x_i, \theta)]^2, \tag{2.3.6}$$

są zgodnymi estymatorami θ oraz σ^2. Ponadto przy kolejnych założeniach (Rydlewski, 2009) θ_{MNK} ma rozkład asymptotycznie normalny. Gdy dodatkowo założymy normalny rozkład błędów ε_i, θ_{MNK} jest także estymatorem największej wiarygodności.

Metoda Największej Wiarygodności (MNW)

Metoda Największej Wiarygodności polega na maksymalizacji funkcji wiarygodności $L_n(x,\theta)$, która w tym przypadku ma postać:

$$L_n(x,\theta) = \prod_{i=1}^{k} f(x_i,\theta). \tag{2.3.7}$$

Zadanie maksymalizacji funkcji (2.3.7) na zwartym zbiorze Θ dla funkcji regularnej sprowadza się do rozwiązania układu równań:

$$\frac{\partial lnL_n(x,\theta)}{\partial\theta} = 0. \tag{2.3.8}$$

W (Rydlewski, 2009), (Magiera, 2005) znaleźć można szereg warunków określających własności (zgodność, asymptotyczna normalność) estymatorów otrzymanych MNW. W przypadku, gdy ε_i nie posiadają rozkładu normalnego i y_i mają różny rozkład ze względu na różne ε_i, to otrzymane w wyniku MNW estymatory nie pokrywają się z estymatorami $NMNK$ oraz nie możemy skorzystać z wyników otrzymanych MNW. W takim przypadku nie jest możliwe w ogólności wnioskowanie o własnościach estymatorów MNW.

Metoda Momentów (MM)

Dobór parametrów modelu Metodą Momentów polega na porównywaniu momentów otrzymanych z próby z momentami teoretycznymi w przyjętym modelu. Moment z próby rzędu j wyznaczony jest według wzoru:

$$m_j(\theta) = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} x_i^j, \tag{2.3.9}$$

natomiast moment teoretyczny z zależności:

$$\mu_j(\theta) = \int x^j f(x,\theta)dx. \tag{2.3.10}$$

Prowadzi to do następującego układu równań:

$$\begin{cases} m_1(\theta) = \mu_1(\theta) \\ \qquad\dots \\ m_m(\theta) = \mu_m(\theta). \end{cases} \tag{2.3.11}$$

W układzie równań (2.3.11) obliczamy tyle momentów, ile wynosi wymiar wektora $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$.

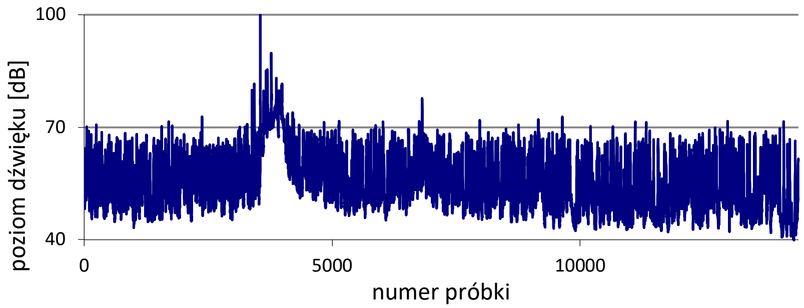
Estymacja Metodą Momentów ma pewne ograniczenia, co wynika z własności estymatorów wyprowadzonych tą metodą (estymatory oparte na momentach z próby mają ograniczenia co do efektywności (Deutch, 1969)). MM jest jednak bardzo wygodna ze względu na posługiwanie się momentami z próby, których obliczenie nie stanowi, w przeciwieństwie do obliczeń wykorzystywanych w $NMNK$ czy MNW, najmniejszych problemów. Estymacja $NMNK$ oraz MNW daje przy pewnych założeniach (Rydlewski, 2009), (Magiera, 2005), (Deutch, 1969), m.in. normalności błędów w modelu, te same estymatory o lepszych własnościach niż MM (asymptotyczna nieobciażoność, zgodność, asymptotyczna normalność).

W estymacji funkcji gęstości prawdopodobieństw wyników pomiarów zazwyczaj rozkłady empiryczne posiadają lekkie zaburzenia na którymś z ogonów, co wyraźnie będzie widać na przykładzie estymacji przesuniętej funkcji gamma. Spowodowane jest to najprawdopodobniej mieszaniem się źródeł hałasu o różnych charakterystykach. Prowadzić to może do pewnych kłopotów w procesie estymacji. Wyniki estymacji różnymi metodami mogą się ze sobą nie pokrywać i nie dawać estymatorów o najlepszych własnościach.

2.4. Porównanie metod estymacji na przykładzie przesuniętego rozkładu gamma

Dane do przykładu pochodzą z pomiarów wykonanych przy jednej z głównych ulic w centrum miasta Lublina. Pomiary wykonano dla pory wieczornej od 18.00 do 22.00. Droga, przy której dokonano pomiarów to jednojezdniowa dwukierunkowa ulica ze zwartą zabudową kamienic z obu stron. Po ulicy tej poruszają się samochody osobowe do 3,5 tony, nawierzchnia drogi – asfaltowa, prędkość dopuszczalna 50 km/h. Droga łączy ze sobą dwie najbardziej obciążone drogi w centrum miasta i jest równoległa do największej arterii komunikacyjnej w centrum Lublina. „Pomiary wykonano dla pory wieczornej od 18.00 do 22.00.

Zmienność poziomów dźwięku rejestrowanych w odstępach sekundowych przedstawiona jest na Rysunku 2.4.1.



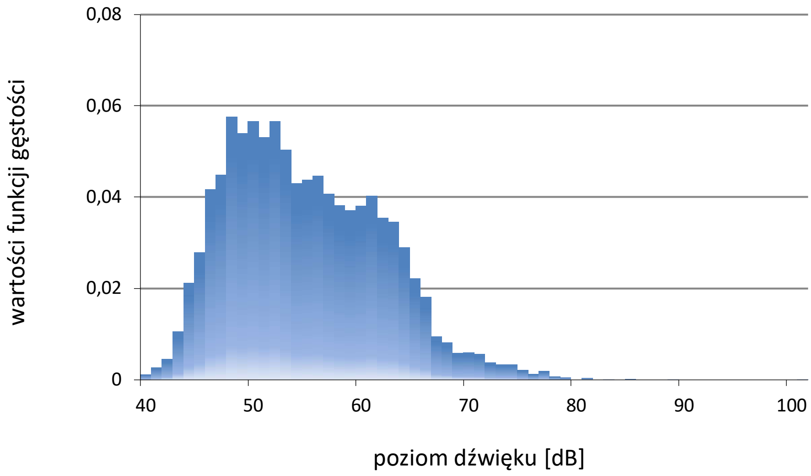
Rysunek 2.4.1. Wyniki pomiaru poziomu dźwięku w odstępach sekundowych z dnia 08.07.2011

Dla próby pomiarowej przedstawionej na Rysunku 2.4.1 stworzony został szereg rozdzielczy o parametrach przedstawionych w Tabeli 2.4.1.

Tabela 2.4.1. Parametry szeregu rozdzielczego dla danych otrzymanych w pomiarach z dnia 08.07.2011

statystyki	symbol	wartość
wartość maksymalna [dB]	L_{max}	101,3
wartość minimalna [dB]	L_{min}	39,9
liczba klas	n_{klas}	62
rozstęp danych [dB]	R	61,4
długość klasy [dB]	b	1

Dla szeregu rozdzielczego przyjęto 62 klasy o długość $1dB$. Histogram częstościowy został przedstawiony na Rysunku 2.4.2. Statystyki dla opracowanego szeregu rozdzielczego przedstawione zostały w Tabeli 2.4.2.



Rysunek 2.4.2. Gęstość empiryczna dla danych otrzymanych w pomiarach przedstawionych na rysunku 2.4.1

Tabela 2.4.2. Statystyki dla szeregu rozdzielczego dla danych empirycznych

statystyki	symbol	wartość	odchylenie standardowe parametru
średnia [dB]	$\bar{L}$	55,20	0,10
odchylenie standardowe [dB]	$s_{\bar{L}}$	7,10	0,10
współczynnik skośności	ρ	0,53	0,02
kurtoza	K	-0,06 (2,94)	0,04

.

Wybór właściwej postaci funkcji gęstości prawdopodobieństwa wyników pomiaru poziomu dźwięku L_A dokonany został w oparciu o charakterystyki próby pomiarowej –prawostronna skośność. Po wstępnej weryfikacji, dokonanej z szerokiej gamy rozkładów prawostronnie skośnych, ograniczono się do rozkładu o najbardziej zbliżonych własnościach, do rozkładu empirycznego – przesuniętego rozkładu gamma. Dla porównania zestawiono go z klasycznie stosowanym w analizie wyników pomiarów rozkładem normalnym.

Oznaczmy funkcję gęstości rozkładu normalnego $N(\mu, \sigma)$ przez $f_N(x)$:

$$f_N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}, \tag{2.4.1}$$

natomiast przez $g(x)$ funkcję gęstości przesuniętego rozkładu gamma:

$$g(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} (x - L_{min})^{\alpha-1} e^{-\frac{x-L_{min}}{\beta}}, x \geq L_{min}, \tag{2.4.2}$$

gdzie:

$$\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} dt \tag{2.4.3}$$

jest funkcją gamma Eulera, $z \in C,\ \alpha > 0,\ \beta > 0$. Estymatory parametrów rozkładu (2.4.2) wyznaczone zostały trzema metodami MNK, MNW, MM. Estymatory wyznaczane Metodą Momentów są określone zależnościami:

$$\begin{cases} \bar{\alpha} = \dfrac{(L_{min} - \bar{L})^2}{{s_{\bar{L}}}^2} \\ \bar{\beta} = \dfrac{{s_{\bar{L}}}^2}{\bar{x} - L_{min}} \end{cases}. \tag{2.4.4}$$

Do estymacji parametrów wykorzystano również $NMNK$. Metoda ta polega na minimalizacji sumy danej równaniem:

$$\sum_{i=1}^{k} (f_e(L_i) - g(L_i))^2 \to \max_{\alpha,\beta \in \mathbb{R}}. \tag{2.4.5}$$

W celu wyznaczenia estymatorów MNW maksymalizuje się funkcję wiarygodności:

$$\max_{\alpha,\beta} ln \prod_{i=1}^{n} g(L_i; \alpha; \beta), \tag{2.4.6}$$

co sprowadza się do następującego układu równań:

$$\begin{cases} ln\beta + \dfrac{dln\Gamma(\alpha)}{d\alpha} = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} lnL_i \\ \alpha = \dfrac{1}{n\beta}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} L_i \end{cases}. \tag{2.4.7}$$

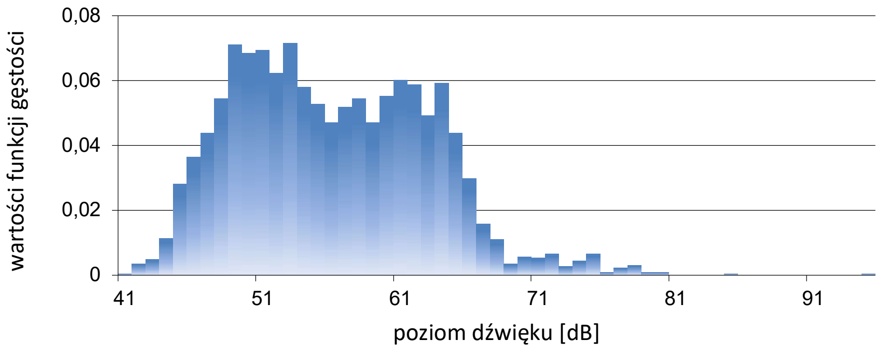
Układ (2.4.7), jak dla większości przypadków estymacji MNW, jest rozwiązywany metodami numerycznymi. Równanie (2.4.5) również wymaga zastosowania metod numerycznych. W przypadku modeli, gdzie błędy estymacji mają rozkład normalny oraz są ze sobą nieskorelowane, wartości estymatorów $NMNK$ i MNW powinny się ze sobą pokrywać oraz mieć dobre własności: zgodność, nieobciażoność, efektywność. W tym przypadku założenie o normalności błędów estymacji nie jest spełnione, co pokazuje Tabela 2.4.3.

Tabela 2.4.3. Zestawienie współczynników testowych do hipotezy o normalności błędów estymacji różnymi metodami

metoda estymacji	MM	$NMNK$	MNW
D^* dla $\gamma = 0{,}1$	0,56	0,33	0,32
statystyka krytyczna	0,15	0,15	0,15

D^* – statystyka w teście Kołmogorowa - Smirnowa (4.2.6)

W przypadku każdej metody estymacji, hipoteza o posiadaniu przez błędy estymacji rozkładów normalnych jest odrzucona na poziomie istotności $\gamma = 0{,}1$. Przyczyną takiego zjawiska może być lekka dwumodalność rozkładu wyników poziomu dźwięku. Tendencja w kierunku takiego zjawiska jest bardziej widoczna, gdy przedstawimy rozkład empiryczny dla obserwacji 5-sekundowych (Rysunek 2.4.3).



Rysunek 2.4.3. Gęstość empiryczna obserwacji 5-sekundowych

Założmy możliwość aproksymacji funkcji gęstości poziomu dźwięku postacią funkcji przesuniętego rozkładu gamma zdefiniowanej wzorami (2.4.2) i (2.4.3). Parametry tego rozkładu określone są:

$$\begin{cases} EX_g = \alpha\beta + L_{min} \\ VarX_g = \alpha\beta^2 \\ \rho = \dfrac{2}{\sqrt{\alpha}} \\ K = \dfrac{6}{\alpha} \end{cases} . \tag{2.4.8}$$

Jednym z parametrów, które możemy brać pod uwagę przy wybieraniu sposobu estymacji jest kryterium średniokwadratowe różnic między wartościami estymowanego szeregu a gęstościami dopasowywanych funkcji. Informuje nas ono, jak daleko „leży" rozkład prawdopodobieństwa od rozkładu empirycznego wyznaczonego na postawie próby losowej z szeregu rozdzielczego:

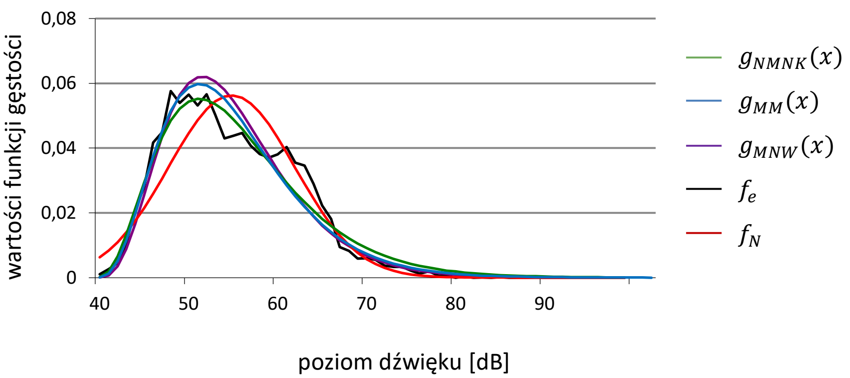
$$r(f_e(x), f(x)) = \sum_{k=1}^{k} (f_e(L_i) - f(L_i))^2. \tag{2.4.9}$$

Wyznaczone estymatory parametrów analizowanych rozkładów z $NMNK$ dają z definicji najlepszy sposób estymacji względem tej miary. Związane z nimi rezultaty przedstawiono w Tabeli 2.4.4. Parametr (2.4.9) mówi nam o dobrym dopasowaniu kształtu krzywej do empirycznego rozkładu prawdopodobieństwa do danych.

Tabela 2.4.4. Współczynnik dany wzorem (2.4.8) między estymowanymi postaciami rozkładów prawdopodobieństw a empirycznym rozkładem.

funkcja prawdopodobieństwa	$r(f_e,\cdot)$
rozkład normalny $f_N(x)$	0,0025
rozkład gamma NMNK $g_{NMNK}(x)$	0,0008
rozkład gamma MM $g_{MM}(x)$	0,0014
rozkład gamma MNW $g_{MNW}(x)$	0,0010

Jak wynika z przebiegu i kształtu analizowanych rozkładów (Rysunek 2.4.4) oraz związanych z nimi obliczeń (Tabela 2.4.2), rozkład prawdopodobieństwa poziomu dźwięku odbiega od rozkładu normalnego. Skośność tego rozkładu jest inna niż w rozkładzie gaussowskim. Dane są bardziej skoncentrowane poniżej wartości średniej (skośność prawostronna). Przyporządkowana dla wyników próby losowej pomiarów poziomu dźwięku postać rozkładu gamma lepiej charakteryzuje własności rozkładu empirycznego. Daje mniejszą wartość średniokwadratowej odległości między analizowanym szeregiem a histogramem obserwacji, co ilustruje Tabela 2.4.4.



Rysunek 2.4.4. Funkcje gęstości prawdopodobieństwa uzyskane z estymacji różnymi metodami.

Przy estymowaniu parametrów $NMNK$ oraz MNW, z racji nieposiadania przez błędy estymacji rozkładów normalnych, estymacja $NMNK$ oraz MNW może nie dawać charakterystyk o dobrych własnościach. W Tabeli 2.4.5 przedstawione są charakterystyki obliczone z parametrów otrzymanych różnymi metodami:

Tabela 2.4.5. Estymatory współczynników rozkładu gamma przy zastosowaniu różnych metod oraz charakterystyki wyliczone z tych rozkładów estymowanych różnymi metodami

parametr	MNW	$NMNK$	MM
α	4,19	3,76	4,65
β	3,65	4,22	3,29
wartość oczekiwana [dB]	55,18	55,78	55,18
odchylenie standardowe [dB]	7,44	8,18	7,09

W Tabeli 2.4.5 zaobserwować można istotne różnice między charakterystykami wyliczonymi z parametrów funkcji gęstości estymowanych różnymi metodami. Estymacja MM (z definicji) daje najlepsze wyniki pod kątem zgodności charakterystyk z rozkładu teoretycznego z charakterystykami wyliczonymi z próby. Przy estymacji MNW wartość oczekiwana wynosi $EX_{g,MNW} = 55{,}18dB$ i jest zgodna z wartością obliczoną z próby. Natomiast odchylenie standardowe wynosi $\sigma X_{g,MNW} = 7{,}44dB$, podczas gdy odchylenie standardowe z próby wynosi $\sigma = 7{,}09dB$. Estymując $NMNK$ otrzymano $EX_{g,NMNK} = 55{,}78dB$, natomiast $\sigma X_{g,MNK} = 8{,}18dB$. Przedział ufności dla wartości średniej przy liczbie $n = 14400$ obserwacji wynosi $(55{,}12dB; 55{,}24dB)$. Widać zatem, że wartość oczekiwana wyznaczona z parametrów rozkładu estymowanego $NMNK$ nie mieści się nawet w przedziale ufności dla średniej (1.2.12). Efekt taki może dawać brak normalności rozkładów reszt w modelu oraz możliwe ich skorelowanie. Warto jeszcze podkreślić, że estymacja $NMNK$ przeprowadzana jest na podstawie rozkładu empirycznego wyznaczonego z szeregu rozdzielczego. Estymacja MM odbywa się przy pomocy momentów, natomiast MNW przy pomocy wszystkich wartości z próby.

Warto w takim razie zwrócić uwagę na problem estymacji parametrów $NMNK$ w oparciu o rozkład empiryczny otrzymany z szeregu rozdzielczego. Kryteria ustalania parametrów szeregu rozdzielczego są umowne. Ich wybór zależy w głównej mierze od intuicji i doświadczenia osoby konstruującej szereg. Estymatory i charakterystyki rozkładu otrzymanego przy estymacji z różnych szeregów rozdzielczych będą się różnić od siebie. W Tabeli 2.4.6 znajdują się parametry innego szeregu rozdzielczego skonstruowanego dla danych z pomiarów.

Tabela 2.4.6. Parametry II szeregu rozdzielczego

parametr	symbol	wartość
wartość maksymalna [dB]	L_{max}	101,30
wartość minimalna [dB]	L_{min}	39,90
liczba klas	n_{klas}	120
rozstęp danych [dB]	R	61,40
długość klasy [dB]	b	0,52

Charakterystyki otrzymane z tego szeregu pokrywają się z charakterystykami szeregu rozdzielczego z Tabeli 2.4.5. Parametry otrzymane w wyniku estymacji $NMNK$ dla drugiego szeregu rozdzielczego przedstawione są w Tabeli 2.4.7.

Tabela 2.4.7. Parametry i charakterystyki obliczone NMNK dla szeregu rozdzielczego z tabeli 2.4.6

parametr	wartość
α	1,74
β	14,83
średnia [dB]	65,70
odchylenie standardowe [dB]	19,55
współczynnik dopasowania r	0,007

W przypadku drugiego szeregu dostajemy charakterystyki odbiegające od tych, które otrzymaliśmy z próby. Oba estymatory wartości oczekiwanej różnią się o 10dB, natomiast estymatory odchylenia standardowego o 12dB.

Estymując parametry funkcji gęstości z próby pomiarowej, w przypadku braku normalności reszt, wybieramy estymacje parametrów MM. Metoda Momentów w przypadku doboru parametrów rozkładu prawdopodobieństwa, przy braku normalności błędów estymacji, zapewnia zgodność otrzymanych z niego charakterystyk z charakterystykami z próby. Dobre efekty w tym przypadku daje również estymacja metodą MNW.

W przypadku spełnienia założeń o normalności szeregu reszt, braku ich korelacji oraz o regularności funkcji gęstości (Rydlewski, 2009) najlepsze własności estymatorów otrzymujemy estymując parametry funkcji gęstości MNW.

3. Problem asymetrii w wynikach pomiarów poziomów dźwięku

W niniejszym rozdziale przedstawiono analizy wyników pomiarów ze stacji ciągłego monitoringu miasta Krakowa, usytuowanej przy alei Krasińskiego (Rysunek 3.0.1). System monitoringu hałasu, wdrożony przez Wojewódzki Inspektorat Ochrony Środowiska wraz z Katedrą Mechaniki i Wibroakustyki AGH oraz Katedrą Robotyki i Dynamiki Maszyn, zainstalowany został w stacji monitorującej zanieczyszczenia powietrza. Wybór lokalizacji podyktowany był (Turzański i Batko, 1998) możliwością usytuowania aparatury pomiarowej w klimatyzowanym pomieszczeniu stacji monitoringu powietrza, w którym panują optymalne warunki do pracy urządzeń pomiarowo-kontrolnych oraz możliwością monitorowania zagrożeń hałasowych w pobliżu najbardziej obciążonych arterii komunikacyjnych w Krakowie.

Rysunek. 3.0.1. Stacja ciągłego monitoringu akustycznego przy al. Krasińskiego w Krakowie (Fot. Bartłomiej Stępień)

Sonda pomiarowa zainstalowana jest na kontenerze usytuowanym na pasie zieleni między dwoma ciągami komunikacyjnymi (Rysunek 3.0.2). Stacja działa od 1996 r. i rejestruje poziomy dźwięku z możliwością (Turzański i Batko, 1998):

- przeprowadzenia analizy wyników,
- archiwizacji wielkości pomiarowych,
- generowania raportów automatycznie lub na życzenie użytkownika za dowolny okres,
- komunikacji z sondą dla prowadzenia diagnostyki serwisowej,

- bezpośredniej analizy wskaźników hałasu równoważnego poziomu dźwięku A w 15-minutowych przedziałach czasowych, poziomu maksymalnego L_{max} i poziomów statystycznych $L_{xx\%}$.

Rysunek 3.0.2. Stacja ciągłego monitoringu akustycznego przy al. Krasińskiego w Krakowie (Fot. Bartłomiej Stępień)

W skład systemu monitorowania wchodzą następujące elementy:

- sonda mikrofonowa z układem kalibracji;

Sonda posiada możliwość pomiarów w przestrzeni otwartej. Spełnia wymogi IEEC 65 i ANSI S1.4-1983. Posiada filtry liniowe, filtry typu A, układ wewnętrznej kalibracji i przedwzmacniacz. Zasilana jest przez układ SAMO.

- cyfrowy układ rejestracji i analizy hałasu;

Układ ten sterowany przy pomocy komputera klasy PC oparty jest na analizatorze NORSONIC SA110 z możliwością sterowania zewnętrznego i pomiaru równoczesnego wartości RMS i PEAK. Charakteryzuje się dynamiką 90dB, częstością rejestracji danych od 2ms do 99h i pamięcią 96000 sesji pomiarowych. Dwa niezależne interfejsy RS232 umożliwiają programowanie i odczyt danych.

- oprogramowanie;
- system transmisji danych.

W pracy autor przeanalizował wyniki pomiarów zarejestrowane w stacji monitoringu z lat 1998-2011. Zgodnie z wymaganiami pomiarowymi dobę podzielono na okresy: dzień (od godziny 6.00 do 18.00), wieczór (od 18.00 do 22.00) oraz noc (od 22.00 do 6.00). Próbki z niekompletną ilością danych (np. spowodowanymi kłopotami technicznymi, takimi jak. brak zasilania czy awarie) zostały odrzucone.

Dane do analizy stanowiły równoważne poziomy dźwięku uśredniane za okres czasu 1 sekundy zgodnie ze wzorem (2.2.3).

Próbkę pomiarową stanowią pomiary poziomów dźwięku w decybelach:

$$\left\{L_1^{(j)}, L_2^{(j)}, \dots, L_{k_j}^{(j)}\right\}. \tag{3.0.2}$$

odpowiednio dla $j \in \{d, w, n\}$.

Ilość próbek pomiarowych dla poszczególnych lat umieszczona została w Tabeli 3.0.1.

Tabela 3.0.1. Ilościowe zestawienie próbek pomiarowych analizowanych danych w poszczególnych latach

Rok	dzień	wieczór	noc	**rok**	dzień	wieczór	noc
1998	335	337	331	**2005**	319	271	312
1999	286	289	284	**2006**	273	278	267
2000	246	246	241	**2007**	177	177	166
2001	167	170	162	**2008**	308	311	307
2002	135	136	131	**2009**	331	333	329
2003	168	168	162	**2010**	314	319	315
2004	335	335	335	**2011**	108	109	108

3.1. Asymetria wyników pomiarów poziomów dźwięku i poziomów energii w monitoringu akustycznym

Podstawowymi charakterystykami, wykorzystywanymi w analizie asymetrii próby losowej, są skośność i kurtoza. Współczynniki te zbudowane są odpowiednio na trzecim (3.1.1) i czwartym (3.1.2) momencie centralnym. Dla próby prostej $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ mamy:

$$M_3 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3 \tag{3.1.1}$$

oraz

$$M_4 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^4, \tag{3.1.2}$$

gdzie $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$. Współczynnik skośności dla próby prostej wyraża się wzorem:

$$\rho = \frac{M_3}{s^3}, \tag{3.1.3}$$

natomiast kurtoza dla próby prostej:

$$K = \frac{M_4}{s^4} - 3, \tag{3.1.4}$$

gdzie $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$.

W literaturze często przyjmuje się również kurtozę bez odjętej trójki (odjęcie 3 powoduje unormowanie kurtozy rozkładu normalnego do wartości równej zero).

Ujemny współczynnik skośności $\rho < 0$ świadczy o lewostronnej asymetrii. Średnia $\bar{x}$, moda M_0 i mediana M_e przesunięte są na prawo od wartości średniej $\bar{x} < M_e < M_o$. Dodatni współczynnik skośności świadczy natomiast o prawostronnej asymetrii $M_o < M_e < \bar{x}$. Dla próbek symetrycznych współczynnik skośności jest równy zero $\rho = 0$. Kurtoza natomiast niesie informacje o skupieniu danych wkoło średniej arytmetycznej $\bar{x}$. Wartość kurtozy (3.1.4) dla rozkładu normalnego wynosi zero $K = 0$. Kurtoza wyższa niż zero $K > 0$ informuje o większym skupieniu danych wkoło średniej niż to jest w przypadku rozkładu normalnego. Kurtoza mniejsza od zera $K < 0$ informuje, że dane w próbie skoncentrowane są mniej niż w przypadku próby o rozkładzie normalnym.

Współczynnik skośności i kurtoza obliczone dla próbek pomiarowych dla dnia, wieczoru i nocy obarczone są niewielkim błędem, wyrażanym przy pomocy odchylenia standardowego. Dla poszczególnych okresów pomiarowych (dnia, wieczoru i nocy) dla pomiarów 1-sekundowych dysponujemy liczebnościami (Tabela 3.1.1):

Tabela 3.1.1. Ilość danych w pełnej próbie pomiarowej poziomów dźwięku uśrednianych w okresach 1-sekundowych

	dzień	Wieczór	noc
przybliżone liczebności	43200	14400	28800

Odchylenie standardowe współczynnika skośności zależne jest od liczebności próbki i wyraża się wzorem:

$$S_\rho = \sqrt{\frac{6n(n-1)}{(n-2)(n+1)(n+3)}}. \tag{3.1.5}$$

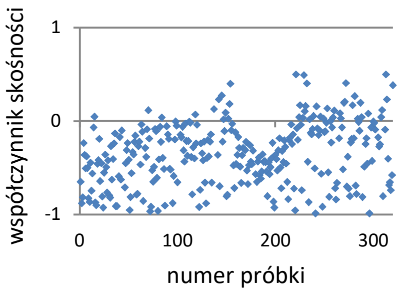
Dla nocy odchylenie standardowe współczynnika skośności wynosi $S_{\rho_n} = 0{,}014$, dla dnia – $S_{\rho_d} = 0{,}011$, dla wieczoru – $S_{\rho_w} = 0{,}02$. Odchylenie standardowe dla kurtozy wyznaczanej z próby wynosi:

$$S_K = \sqrt{\frac{24n(n^2-1)(n-1)}{(n-2)(n+1)(n^2+3)(n+5)}}, \tag{3.1.6}$$

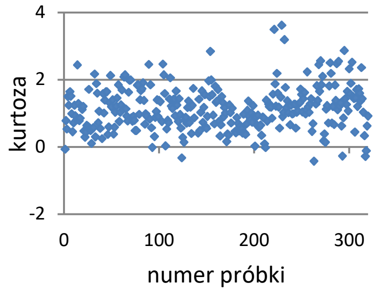
odpowiednio dla nocy: $S_{K_n} = 0{,}029$, dla dnia: $S_{K_d} = 0{,}024$, dla wieczoru: $S_{K_w} = 0{,}04$.

Analiza współczynnika skośności i kurtozy stanowi istotny element w różnicowaniu próbek losowych. Jeden z testów normalności, test Jarque-Bera (Jarque i Bera, 1987), opiera się właśnie na tych dwóch statystykach. Na ich podstawie, już na etapie wstępnego analizowania danych, możemy postawić hipotezę testową o braku normalności wyników pomiarów. Dla próbek pochodzących z rozkładów normalnych o małych liczebnościach $n < 8$ wartości współczynnika skośności i kurtozy mogą różnić się istotnie od wartości współczynnika skośności i kurtozy dla rozkładu normalnego (Warsza i Korczyński, 2014). Dla próbek o liczebności większej niż $n = 8$ wartości te stabilizują się w okolicy wartości współczynników dla rozkładu normalnego.

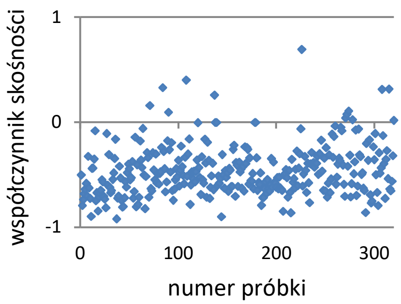
Poniżej zestawiono wartości współczynników skośności i kurtozy dla analizowanych próbek poziomów dźwięku z roku 2010 dla dnia, wieczoru i nocy (Rysunki 3.1.1–3.1.6).



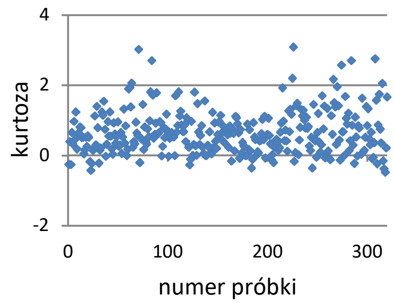
Rysunek 3.1.1. Wartości współczynnik skośności dla dni z 2010 roku



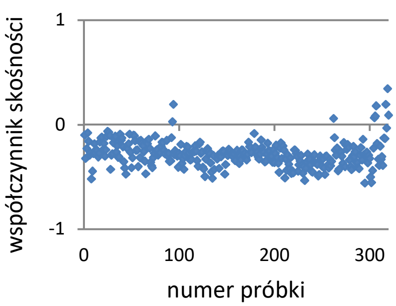
Rysunek 3.1.2. Wartości kurtozy dla dni z 2010 roku



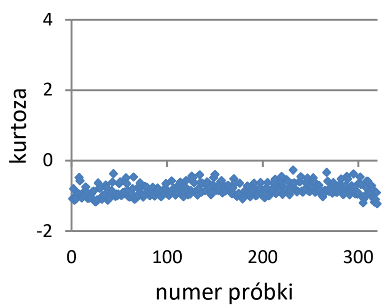
Rysunek 3.1.3. Wartości współczynników skośności dla wieczorów z 2010 roku



Rysunek 3.1.4. Wartości kurtozy dla wieczorów z 2010 roku



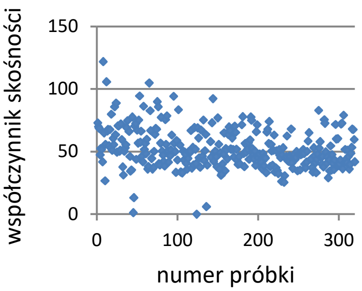
Rysunek 3.1.5. Wartości współczynników skośności dla nocy z 2010 roku



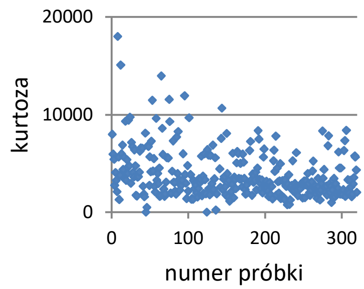
Rysunek 3.1.6. Wartości kurtozy dla nocy z 2010 roku

Przedstawione na wykresach (Rysunki 3.1.1–3.1.6) wartości współczynników skośności i kurtozy sugerują brak normalności wyników pomiarów decybelowych poziomów dźwięku. W zbiorze przebadanych próbek dominują te o ujemnych współczynnikach skośności. Kurtoza dla dnia i wieczoru jest w większości analizowanych próbek dodatnia, dla nocy zaś ujemna. Pozwala to na postawienie hipotezy testowej o braku rozkładu normalnego dla decybelowych poziomów dźwięku.

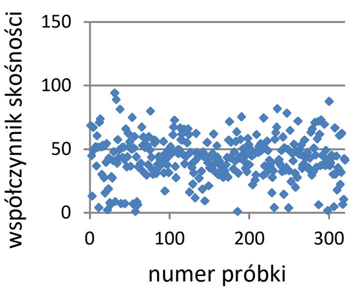
Podobna sytuacja obserwowana jest dla poziomów energii obliczonych z próbek decybelowych poziomów dźwięku, co przedstawiają wykresy (Rysunki 3.1.7–3.1.12):



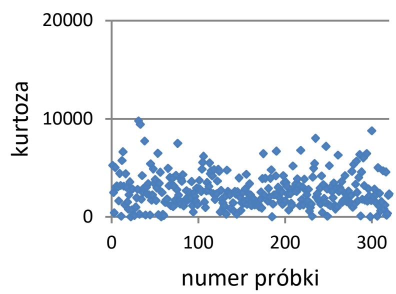
Rysunek 3.1.7. wartości współczynnika skośności dla poziomów energii dla dnia z 2010 roku



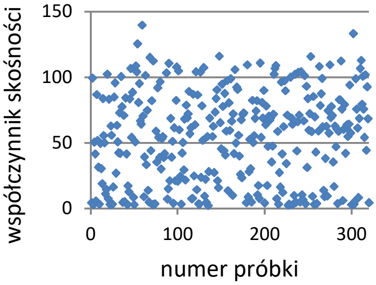
Rysunek 3.1.8. Wartości kurtozy dla poziomów energii dla dnia z 2010 roku



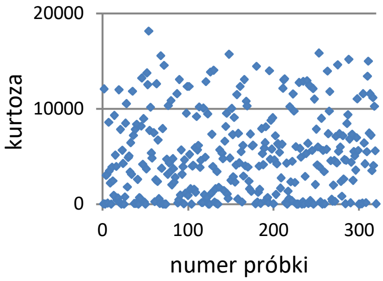
Rysunek 3.1.9. wartości współczynnika skośności dla poziomów energii dla wieczoru z 2010 roku



Rysunek 3.1.10. Wartości kurtozy dla poziomów energii dla wieczoru z 2010 roku



Rysunek 3.1.11. wartości współczynnika skośności dla poziomów energii dla nocy z 2010 roku



Rysunek 3.1.12. Wartości kurtozy dla poziomów energii dla nocy z 2010 roku

Wartości współczynników skośności i kurtozy dla poziomów energii wskazują na odbieganie rozkładów prawdopodobieństw poziomów energii od rozkładów normalnych. Otrzymujemy wysokie współczynniki skośności oraz wysokie wartości kurtozy. Minimalne i maksymalne wartości tych wskaźników, dla zobrazowania stopnia asymetrii, umieszczone są w Tabeli 3.1.2.

Tabela 3.1.2. minimalne i maksymalne wartości współczynników skośności i kurtozy dla poziomów energii dla dnia, wieczoru i nocy z 2010 roku

współczynnik	dzień		wieczór		noc	
	min	max	min	max	min	max
skośność	1,26	121,90	1,06	94,10	2,03	139,60
kurtoza	6,96	18004,00	1,88	9795,00	6,81	21605,00

Dla poziomów energii współczynniki skośności zarówno dla dnia, wieczoru jak i nocy wskazują na silną asymetrię prawostronną. Duże wartości współczynnika skośności oraz wartości kurtozy wskazują na brak normalności poziomów energii. Wartości tych współczynników mogą wpływać również na własność wolnego zbiegania rozkładu średniej arytmetycznej poziomów energii do rozkładu normalnego. Według badań (Baszczyńska i Pekasiewicz, 2007) dla zmiennych o mocno skośnych rozkładach prawdopodobieństw potrzeba dużej ilości składników, by ich średnia arytmetyczna dążyła do rozkładu normalnego.

3.2. Brak normalności wyników pomiarów poziomów energii i decybelowych poziomów dźwięku w monitoringu akustycznym

Stacja monitoringu, z której pochodzą analizowane w monografii dane pomiarowe, nie rejestruje warunków atmosferycznych, w jakich wykonywane są pomiary. Dlatego dane pozyskane z monitoringu mogą być obciążone błędami związanymi z pomiarami w warunkach nie pozwalających na wykorzystanie ich w kontroli środowiska (opady deszczu, silny wiatr itp.). Analiza danych pomiarowych wskazuje jednak na brak normalności rozkładu prawdopodobieństwa wyników pomiarów poziomów dźwięku we wszystkich analizowanych próbach z 14-letniego monitoringu.

Postawiono następujące hipotezy badawcze.

Niech $L^{(j)}$ oznacza zmienną losową, z której pochodzi próba pomiarowa decybelowych poziomów dźwięku z jednego okresu pomiarowego (doby) $\left\{L_1^{(j)}, L_2^{(j)}, \dots, L_{k_j}^{(j)}\right\}$, gdzie $j \in \{d, w, n\}$

$$H_0^j: L^{(j)} \sim N\left(\bar{L}^{(j)}, s_{\bar{L}^{(j)}}\right), \tag{3.2.1}$$

$$\bar{L}^{(j)} = \frac{1}{k_j}\sum_{i=1}^{k_j} L_i^{(j)}, \left(s_{\bar{L}^{(j)}}\right)^2 = \frac{1}{k_j - 1}\sum_{i=1}^{k_j}\left(L_i^{(j)} - \bar{L}^{(j)}\right)^2. \tag{3.2.2}$$

Niech $E^{(j)}$ oznacza zmienną losową, z której pochodzi próba pomiarowa poziomów energii z jednego okresu pomiarowego $\left\{e_1^{(j)}, e_2^{(j)}, \dots, e_{k_j}{}^{(j)}\right\}$, $e_i^{(j)} = 10^{0,1 L_i^{(j)}}$, gdzie $j \in \{d, w, n\}$:

$$H_0^j: E^j \sim N\left(\bar{e}^{(j)}, s_{\bar{e}^{(j)}}\right), \tag{3.2.3}$$

$$\bar{e}^{(j)} = \frac{1}{k_j}\sum_{i=1}^{k_j} e_i^{(j)},\ \left(s_{\bar{e}^{(j)}}\right)^2 = \frac{1}{k_j - 1}\sum_{i=1}^{k_j}\left(e_i^{(j)} - \bar{e}^{(j)}\right)^2. \tag{3.2.4}$$

Dane pomiarowe przeanalizowano pod kątem normalności ich rozkładów prawdopodobieństwa, z uwzględnieniem różnych testów statystycznych. Do analizy zastosowano test Kołmogorowa-Smirnowa (K-S) ze względu na dysponowanie próbą o dużej liczności, test Lillieforca (Lilliefors, 1967) oraz test Jarque-Bera (J-B) (Bera i Jarqe, 1980). Zarówno dla poziomów dźwięku, jak również dla poziomów energii przeprowadzone testy pokazały, że hipotezę o przyjmowaniu przez zmienną losową, z której pochodzi próba pomiarowa rozkładu normalnego, należy jednoznacznie odrzucić.

Obliczone w wyniku wykonywania testów statystyki można wykorzystać w celu zbadania, jak bardzo odległy jest rozkład prawdopodobieństwa wyników pomiarów od postulowanego założenia o ich normalności.

Test Kołmogorowa-Smirnowa oparty jest na twierdzeniu Gliwienki-Cantellego (Magiera, 2005). Twierdzenie traktuje o tym, że w przypadku próby o rozkładzie z dystrybuantą $F(x)$, statystyka:

$$d_n = \sup_x |F_n(x) - F(x)|, \tag{3.2.5}$$

gdzie $F_n(x)$ jest dystrybuantą empiryczną, dąży prawie wszędzie do zera (Magiera, 2005). Testując hipotezę testu K-S o posiadaniu przez próbę rozkładu o dystrybuancie $F(x)$ sprawdzamy, czy statystyka:

$$D^* = \sqrt{n} d_n \tag{3.2.6}$$

mieści się w zbiorze krytycznym $(d_{1-\gamma}, +\infty)$ $P\left(D^* \geq d_{1-\gamma}\right) = \gamma$ (Tabela 3.2.1).

Tabela 3.2.1. Wartości statystyki krytycznej w teście K-S

współczynnik ufności	$1-\gamma$	0,90	0,95	0,975
wartość krytyczna	$d_{1-\gamma}$	1,22	1,35	1,68

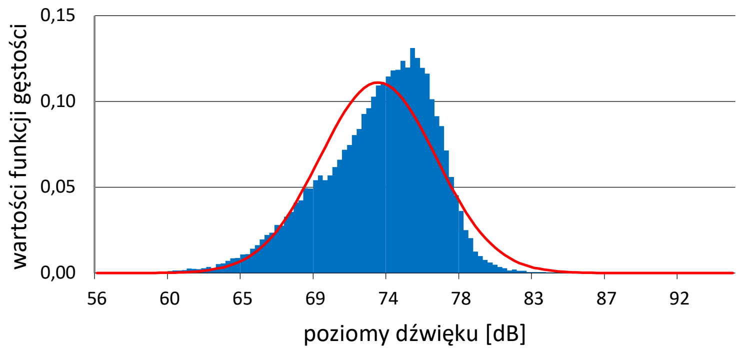
W przeprowadzonych analizach otrzymano wartości współczynnika (3.2.5), (3.2.6) w teście K-S, które przedstawiono w Tabeli 3.2.2.

Tabela 3.2.2. Wartości ekstremalne współczynników wyznaczonych dla próbek pomiarowych w teście K-S

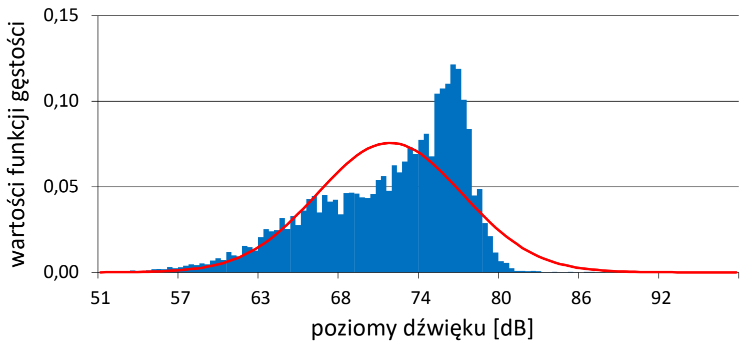
okres pomiarowy	poziomy dźwięku				poziomy energii			
	min		max		min		max	
	D^*	d_n	D^*	d_n	D^*	d_n	D^*	d_n
dzień	5,14	0,02	26,19	0,13	19,83	0,09	26,19	0,45
wieczór	3,19	0,03	17,48	0,15	9,97	0,09	54,58	0,47
noc	6,85	0,04	14,67	0,08	31,06	0,18	79,56	0,47

W Tabeli 3.2.2 przedstawiono minimalną i maksymalną wartość współczynnika (3.2.6). Analizując te wartości zauważalne jest, że wartości statystyki testowej są dużo większe niż wartości statystyki krytycznej. Świadczy to o znacznej

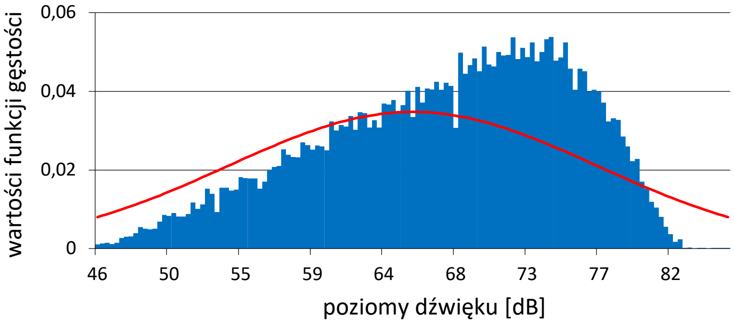
„odległości” rozkładu prawdopodobieństwa dla zmiennej opisującej poziomy dźwięku i poziomy energii oddziaływań akustycznych od rozkładu normalnego. Zależność ta widoczna jest również na histogramach częstościowych. Histogramy częstościowe wraz z wyrysowaną gęstością hipotetyczną dla przykładowych danych z ciągłego monitoringu przedstawiono na Rysunkach 3.2.1–3.2.7.



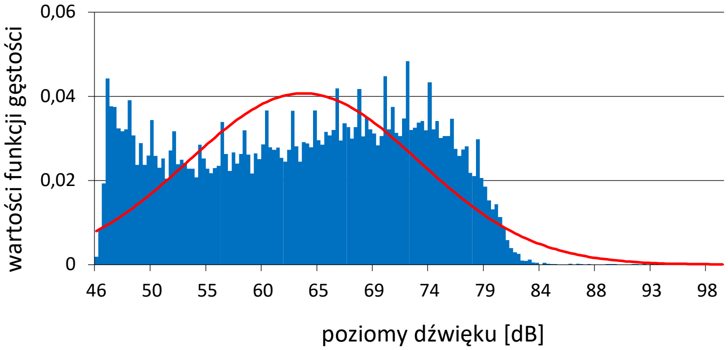
Rysunek 3.2.1. Histogram częstościowy decybelowych poziomów dźwięku dla dnia z 8.01.2010 z wyrysowaną estymowaną metodą momentów normalną funkcją gęstości prawdopodobieństwa



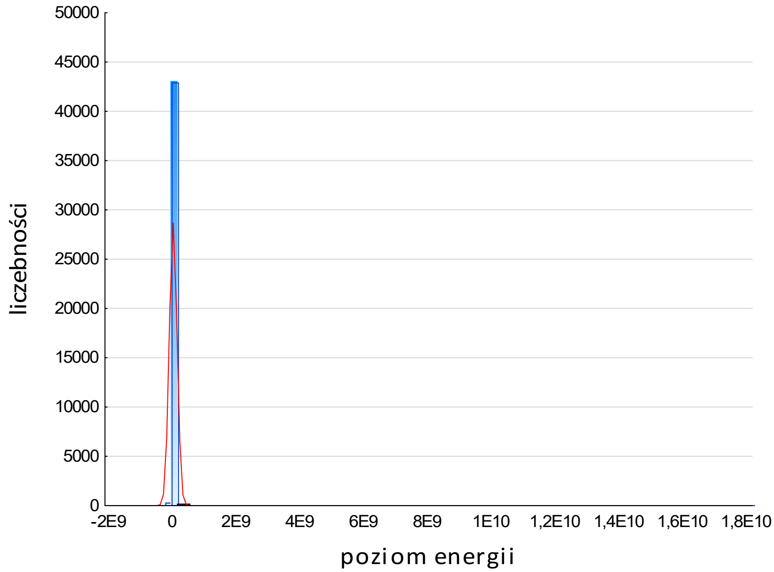
Rysunek 3.2.2. Histogram częstościowy decybelowych poziomów dźwięku dla wieczoru z 16.01.2010 z wyrysowaną estymowaną metodą momentów normalną funkcją gęstości prawdopodobieństwa



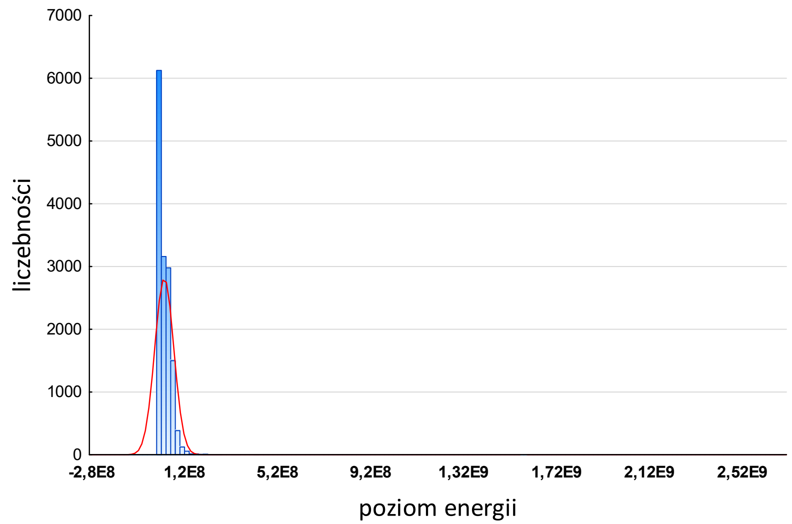
Rysunek 3.2.3. Histogram częstościowy decybelowych poziomów dźwięku dla nocy z 10.01.2010 z wyrysowaną estymowaną metodą momentów normalną funkcją gęstości prawdopodobieństwa



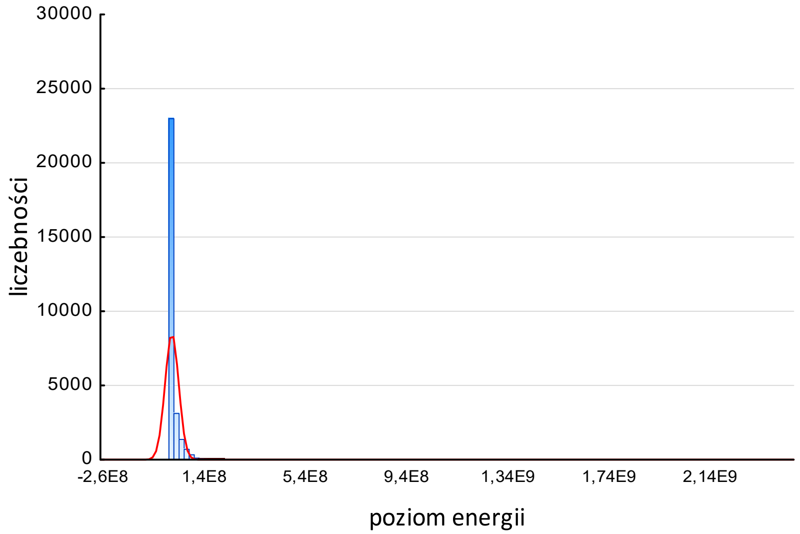
Rysunek 3.2.4. Histogram częstościowy decybelowych poziomów dźwięku dla nocy z 25.01.2010 z wyrysowaną estymowaną metodą momentów normalną funkcją gęstości prawdopodobieństwa



Rysunek 3.2.5. Histogram częstościowy poziomów energii dla dnia z 8.01.2010 z wyrysowaną estymowaną metodą momentów normalną funkcją gęstości prawdopodobieństwa

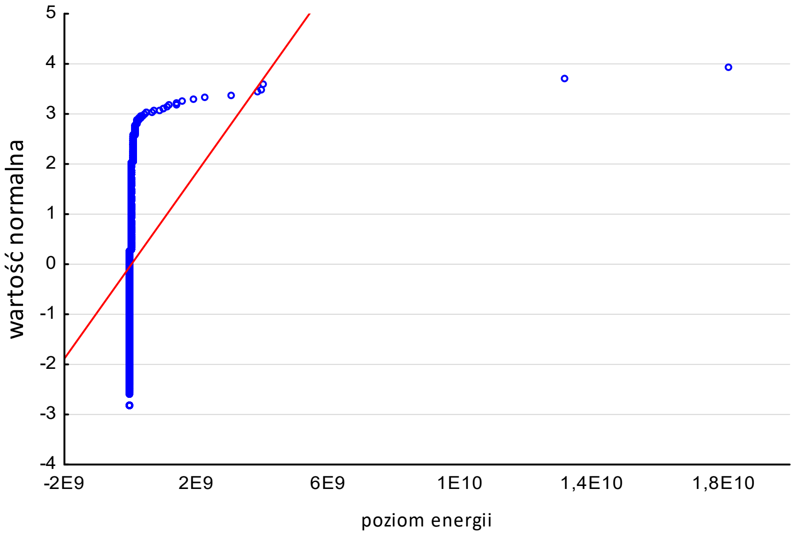


Rysunek 3.2.6. Histogram częstościowy poziomów energii z 16.01.2010 dla wieczoru z wyrysowaną estymowaną metodą momentów normalną funkcją gęstości prawdopodobieństwa



Rysunek 3.2.7. Histogram częstościowy poziomów energii dla nocy z 25.01.2010 z wyrysowaną estymowaną metodą momentów normalną funkcją gęstości prawdopodobieństwa

Konstruując histogram częstościowy wyznacza się z próby wartość minimalną, wartość maksymalną i rozstęp równy różnicy tych wartości. Następnie na podstawie liczności próby określa się ilość klas. Zazwyczaj zaokrągla się liczbę $n_{klas} = \sqrt{n}$, przyjmuje $n_{klas} \leq 5ln(n)$ lub $n_{klas} = 1 + 3{,}322 * ln(n)$. Następnie wyznacza się liczebności każdej klasy (Krysicki i inni, 1998). Spodziewając się rozkładu normalnego zazwyczaj przyjmujemy klasy o równej długości. W przypadku analizowanych danych poziomów energii oddziaływań akustycznych dostajemy histogramy, w których prawie wszystkie wartości z próby trafiają do jednej klasy, ewentualnie do dwóch lub trzech klas. Otrzymany histogram bardziej wskazuje na wykładniczy charakter próby pomiarowej niż normalny. Można się o tym również przekonać analizując wykres normalności - wygodne narzędzie w programie Statistica do analizy normalności (Rysunek 3.2.8). Im bardziej punkty na wykresie pokrywają się z linią wyrysowaną na diagramie, tym bardziej rozkład zbliżony jest do normalnego. Im mniej rozkład jest zbliżony do normalnego, tym rzadziej punkty nachodzą na linię ciągłą.



Rysunek 3.2.8. Wykres normalności poziomów energii dla wieczoru z 16.01.2010

Otrzymywane w pomiarach środowiskowych poziomy dźwięku i poziomy energii są wartościami dodatnimi. Należałoby zatem badać, czy rozkład prawdopodobieństwa wyników pomiarów poziomów dźwięku jest rozkładem normalnym uciętym na przedziale $[0, +\infty)$, czy poziomów energii na przedziale $[1, +\infty)$. Jednakże biorąc pod uwagę, że w każdym z analizowanych przypadków wartość dystrybuanty w zerze jest w przybliżeniu równa zero, oraz szeroką gamę narzędzi do analizy normalności uprawnione jest testowanie hipotezy o normalności rozkładu prawdopodobieństwa. Przeprowadzone w rozprawie testy normalności K-S, Lillieforsa oraz J-B jednoznacznie wskazują na odrzucenie hipotezy o normalności próby pomiarowej zarówno dla poziomów decybelowych, jak i dla poziomów energii. Przedstawione histogramy (Rysunek 3.2.1–3.2.6) oraz wykres wartości normalnych (Rysunek 3.2.7) obrazują w większości przypadków lewostronną skośność wartości decybelowych, często obserwowanych w wynikach pomiarów poziomów dźwięku oraz wykładniczy charakter rozkładów wartości poziomów energii. Współczynniki w teście K-S świadczą o dużym odstępstwie rozkładu próby od rozkładu normalnego. Własność ta ma wpływ na zbieżność wartości średniej poziomów energii do rozkładu normalnego. Należy się spodziewać, że im większe odstępstwa od rozkładu normalnego rozkładu poziomów energii (Baszczyńska i Pekasiewicz, 2007), tym wolniej ich średnia dążyć będzie do rozkładu normalnego. Sytuacja ta może znacząco wpływać na błędy popełnianie przy wyznaczaniu niepewności i kontroli stanu zagrożeń akustycznych środowiska. Weryfikacja wielkości współczynników hałasu na podstawie próbek o małej liczebności (5 – 20), przy błędnym założeniu o normalności wyników pomiarów poziomów dźwięku lub poziomów energii (np. w procesie kontroli map akustycznych, czy szacowaniu długookresowych wskaźników hałasu), może nie być wiarygodna. Wymaganym krokiem jest oszacowanie możliwego błędu popełnianego przy takim założeniu oraz próba jego minimalizacji - przez odpowiedni dobór metodyki.

3.3. Brak normalności w wynikach pomiarów długookresowych wskaźników hałasu L_d, L_w, L_n oraz L_{dwn}

Wskaźnik L_{dwn}, nazywany długookresowym wskaźnikiem dzienno-wieczorowo-nocnym hałasu, wykorzystywanym w prognozowaniu zjawisk akustycznych, dany jest wzorem:

$$L_{dwn} = 10log\left(\frac{12}{24}10^{0,1L_d} + \frac{4}{24}10^{0,1(L_w+5)} + \frac{8}{24}10^{0,1(L_n+10)}\right). \tag{3.3.1}$$

Jest on średnią ważoną z trzech wskaźników:

- średniego poziomu dziennego

$$L_d = 10log\left(\frac{1}{365}\sum_{i=1}^{365} 10^{0,1L_{d,i}}\right), \tag{3.3.2}$$

$$L_{d,i} = 10log\left(\frac{1}{k_d}\sum_{k=1}^{k_d} 10^{0,1L_k^{(d)}}\right), \tag{3.3.3}$$

- średniego poziomu wieczornego

$$L_w = 10log\left(\frac{1}{365}\sum_{i=1}^{365} 10^{0,1L_{w,i}}\right), \tag{3.3.4}$$

$$L_{w,i} = 10log\left(\frac{1}{k_w}\sum_{k=1}^{k_w} 10^{0,1L_k^{(w)}}\right), \tag{3.3.5}$$

- średniego poziomu nocnego

$$L_n = 10log\left(\frac{1}{365}\sum_{k=1}^{365} 10^{0,1L_{n,i}}\right), \tag{3.3.6}$$

$$L_{n,i} = 10log\left(\frac{1}{k_n}\sum_{k=1}^{k_n} 10^{0,1L_k^{(n)}}\right). \tag{3.3.7}$$

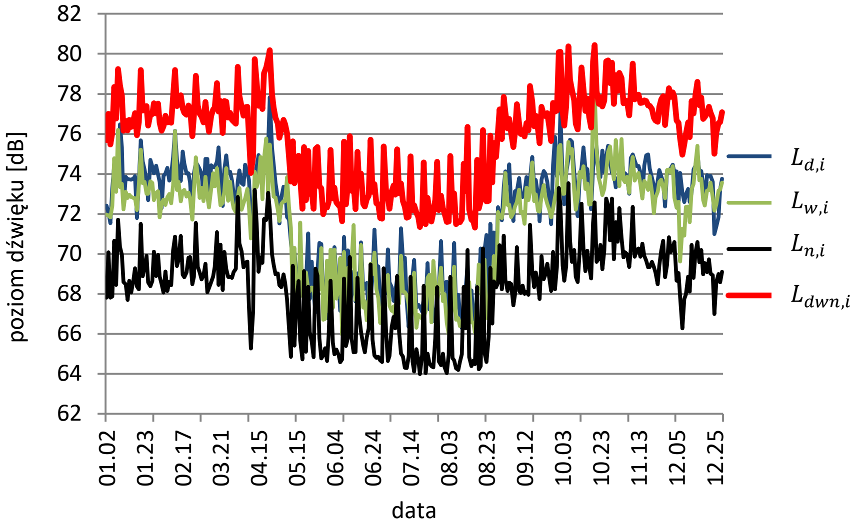
Ze względów technicznych nie jest możliwe obliczenie wskaźników hałasu ze wszystkich dni w roku. W praktyce pomiarowej oblicza się je posiadając małe, co najwyżej kilkunastoelementowe próby. W oparciu o dane z monitoringu autor zbadał zachowanie się rozkładu prawdopodobieństwa zarówno poziomów decybelowych, jak i poziomów energii wskaźników dziennego, wieczorowego i nocnego oraz dzienno-wieczorowo-nocnego. Analizę tych wskaźników przeprowadzono na danych z lat, w których liczebność próbek zbliżona była do kompletnej. Ewentualne ubytki danych miały charakter losowy. Ilość dni pomiarowych w poszczególnych latach zawiera Tabela 3.3.1.

Tabela 3.3.1. Ilość dni pomiarowych, z których obliczano długookresowe współczynniki hałasu w poszczególnych latach

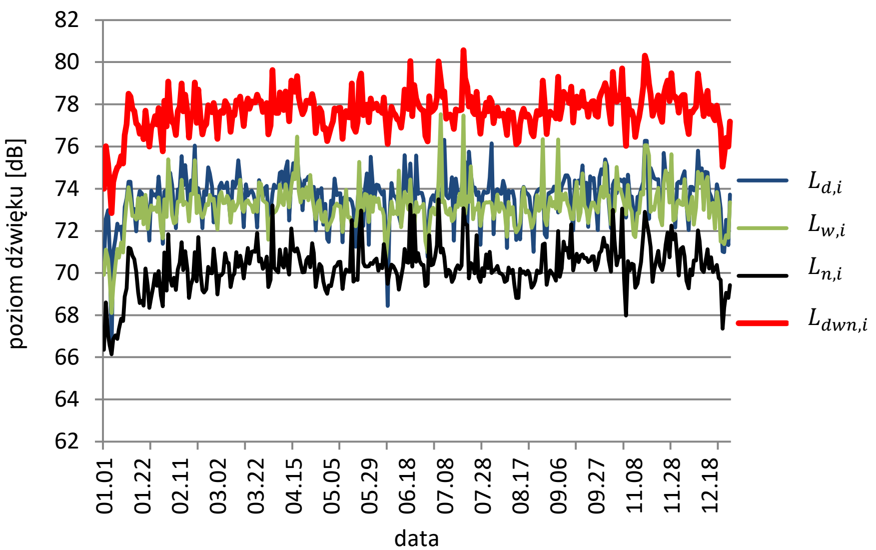
rok	1998	1999	2001/ 2002	2004	2005	2006	2008	2009	2010
ilość dni pomiarowych	327	280	340	334	266	262	297	328	310

Tabela 3.3.1 zawiera ilość dni w każdym poszczególnym roku, z których obliczono wskaźniki hałasu. Wyjątkowo kolumna oznaczona szarym kolorem 2001/2002 zawiera połączone dane z dwóch lat. Rok 2001 zawiera dane od stycznia do lipca (159 dni), natomiast 2002 - od lipca do grudnia (135 dni).

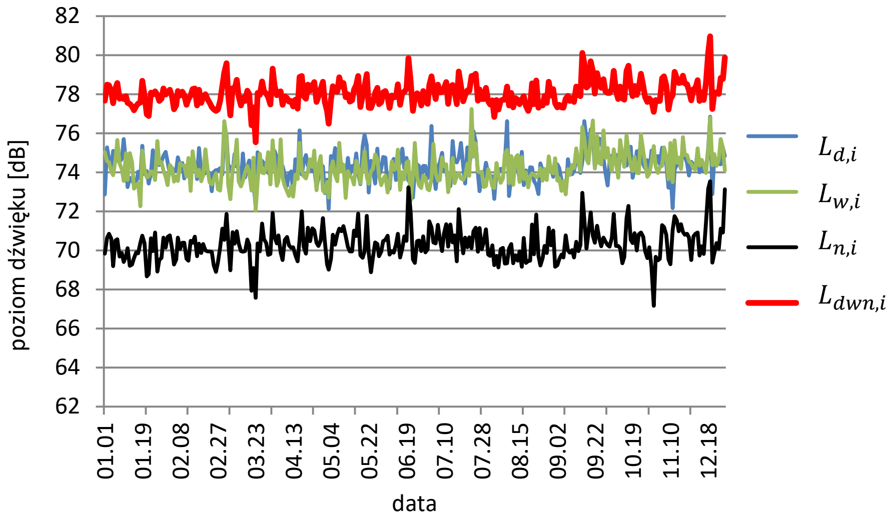
Na wykresach (Rysunki 3.3.1–3.3.4) przedstawiono wartości wskaźników hałasu dla przykładowych lat: 1998, 2004, 2008 oraz 2010.



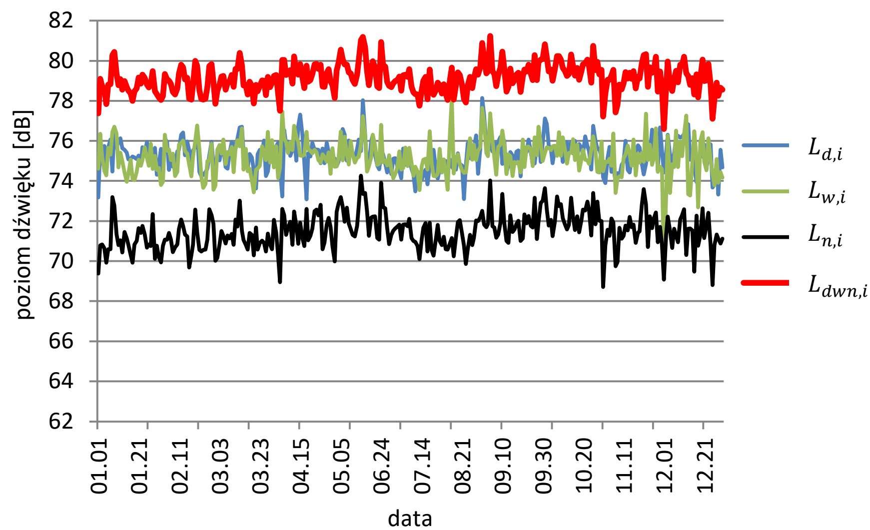
Rysunek 3.3.1. Wartości wskaźników hałasu z monitoringu dla pory dziennej, wieczornej i nocnej z 1998 roku



Rysunek 3.3.2. Wartości wskaźników hałasu z monitoringu dla pory dziennej, wieczornej i nocnej z 2004 roku



Rysunek 3.3.3. Wartości wskaźników hałasu z monitoringu dla pory dziennej, wieczornej i nocnej z 2008 roku



Rysunek 3.3.4. Wartości wskaźników hałasu z monitoringu dla pory dziennej, wieczornej i nocnej z 2010 roku

W Tabeli 3.3.2 przedstawiono wartości współczynników skośności i kurtozy dla danych z monitoringu.

Tabela 3.3.2. Wartości współczynników skośności i kurtozy dla wskaźników poziomów decybelowych $L_{d,i}$, $L_{w,i}$, $L_{n,i}$ oraz $L_{dwn,i}$ z 10 - letniego ciągłego monitoringu

Rok	współczynnik	$L_{dwn,i}$	$L_{d,i}$	$L_{w,i}$	$L_{n,i}$
1998	skośność	-0,45	-0,62	-0,55	-0,30
	kurtoza	-0,79	-0,96	-0,81	-0,56
1999	skośność	-0,35	-1,13	-0,20	-0,04
	kurtoza	3,40	4,97	4,77	2,01
2001/2002	skośność	5,73	5,72	6,08	5,78
	kurtoza	33,07	33,65	38,66	35,92
2004	skośność	-0,79	-1,33	0,08	-0,39
	kurtoza	3,18	5,00	4,25	2,34
2005	skośność	-0,44	-0,74	-0,59	-0,49
	kurtoza	-0,82	-0,69	0,51	-0,42
2006	skośność	-0,88	-0,55	-0,59	-0,46
	kurtoza	1,16	0,61	0,52	0,34
2008	skośność	0,68	0,29	0,63	0,49
	kurtoza	2,51	1,01	0,78	2,13
2009	skośność	0,27	0,64	0,96	0,01
	kurtoza	0,11	0,33	3,22	0,64
2010	skośność	0,01	0,10	-0,52	-0,03
	kurtoza	0,64	0,90	4,51	0,70

Dla lat 2008, 2009 i 2010 współczynniki skośności dla poziomów decybelowych są dodatnie. Dla pozostałych lat, z wyjątkiem $L_{w,i}$ z 2004, współczynniki mają ujemne wartości. Oprócz $L_{w,i}$ z 2004, $L_{n,i}$ z 1999 oraz $L_{d,i}$ z 2010 roku współczynniki skośności są istotnie różne od zera. Wartości kurtozy, poza latami 1998 i 2005, są dodatnie oraz istotnie różne od zera.

Lata 2001/2002 posiadają zauważalne odstępstwa współczynników kurtozy i skośności od pozostałych danych. Wskazuje to na brak możliwości użycia danych zestawianych z okresów z tych dwóch lat do analizy.

Tabela 3.3.3 zawiera wartości współczynników skośności i kurtozy dla poziomów energii.

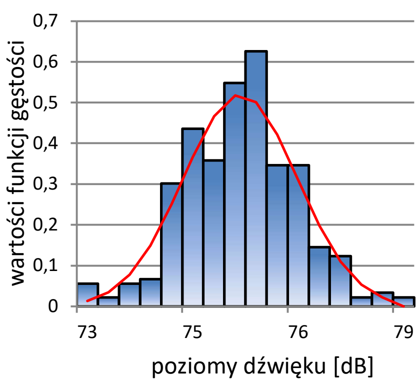
Tabela 3.3.3. Wartości współczynników skośności i kurtozy dla poziomów energii wskaźników $L_{d,i}, L_{w,i}, L_{n,i}$ oraz $L_{dwn,i}$ z 10 - letniego ciągłego monitoringu

rok	współczynnik	$L_{dwn,i}$	$L_{d,i}$	$L_{w,i}$	$L_{n,i}$
1998	skośność	0,55	0,25	0,91	1,08
	kurtoza	0,29	0,09	3,08	1,92
1999	skośność	1,05	0,45	1,40	1,22
	kurtoza	5,63	2,45	4,54	2,22
2001/2002	skośność	7,01	7,12	7,55	7,47
	kurtoza	52,23	53,25	59,09	57,81
2004	skośność	0,54	0,14	1,37	1,04
	kurtoza	2,20	1,05	4,85	2,86
2005	skośność	0,44	0,19	0,31	0,76
	kurtoza	-0,13	0,34	0,40	1,03
2006	skośność	-0,10	0,29	0,29	0,31
	kurtoza	0,34	0,69	0,34	0,20
2008	skośność	1,60	1,05	1,37	1,62
	kurtoza	5,78	2,38	2,92	5,14
2009	skośność	1,08	0,98	1,31	1,67
	kurtoza	1,66	1,98	2,54	5,25
2010	skośność	0,64	0,93	0,80	0,77
	kurtoza	1,07	2,89	2,14	1,27

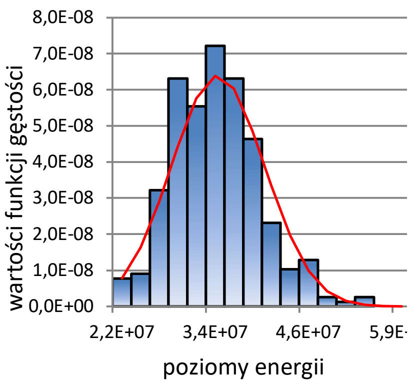
Poza ujemną wartością współczynnika skośności dla $L_{dwn,i}$ z 2006 roku, wszystkie współczynniki skośności są istotnie większe od zera. Wartości kurtozy natomiast, z wyjątkiem wartości $L_{dwn,i}$ dla 2005 roku, są dodatnie. Wartości współczynnika skośności i kurtozy są istotnie różne od zera, poza $L_{d,i}$ z 1998 roku oraz $L_{dwn,i}$ z 2006 roku. Ich wartości jednak nie odbiegają od wartości równych zero tak bardzo, jak w przypadku wartości obliczanych dla pojedynczych dni pomiarowych. Może to świadczyć o możliwości posiadania przez próbę rozkładu bliskiego rozkładowi normalnemu, co w konsekwencji może mieć wpływ na tempo zbiegania średniej arytmetycznej poziomów energii do zmiennej o rozkładzie normalnym.

W celu zweryfikowania normalności rozkładów prawdopodobieństw zmiennych losowych L_{dwn}, L_d, L_w, L_n, z których pochodzą roczne próbki pomiarowe $\{L_{d,i}\}_{i=1,\dots,k_d}$, $\{L_{w,i}\}_{i=1,\dots,k_w}$, $\{L_{n,i}\}_{i=1,\dots,k_n}$, $\{L_{dwn,i}\}_{i=1,\dots,k_{dwn}}$ zastosowano test J-B, test K-S oraz, dla weryfikacji testu K-S test Lilleforca. Ze względu na wielkość próby pomiarowej zastosowano również test Shapiro-Wilka (S-W). Test ten w zastosowanej wersji jest odpowiedni dla prób pomiarowych do 2000 elementów. Bierze on pod uwagę wiele aspektów związanych z odstawaniem rozkładu od rozkładu normalnego w przeciwieństwie do K-S oraz J-B (Shapiro i Wilk, 1965), (Strawiński, 2006).

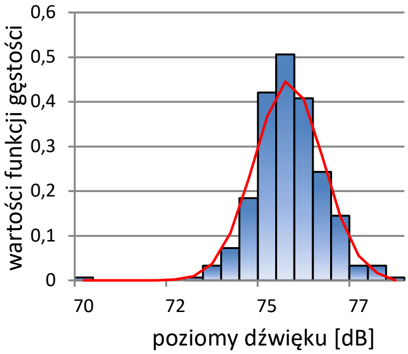
Dla zilustrowania otrzymanych wyników przedstawiono histogramy częstościowe współczynników dla danych decybelowych i poziomów energii oddziaływań akustycznych z 2010 roku (Rysunki 3.3.5–3.3.12).



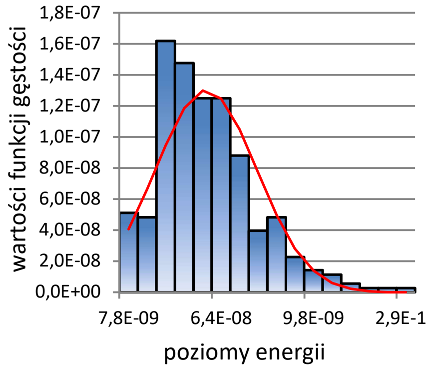
Rysunek 3.3.5. Histogram częstościowy decybelowych poziomów dźwięku $L_{d,i}$ dla dni z 2010 roku



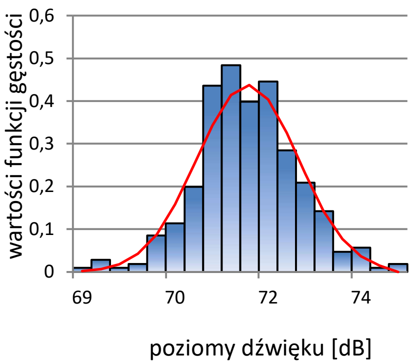
Rysunek 3.3.6. Histogram częstościowy poziomów energii $e_{d,i}$ dla dni z 2010 roku



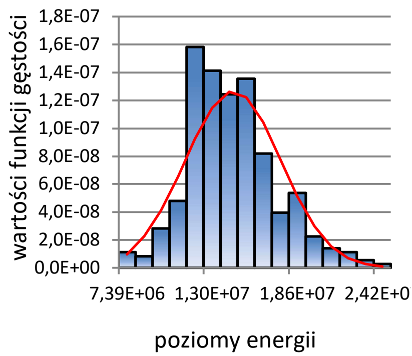
Rysunek 3.3.7. Histogram częstościowy decybelowych poziomów dźwięku $L_{w,i}$ dla wieczorów z 2010 roku



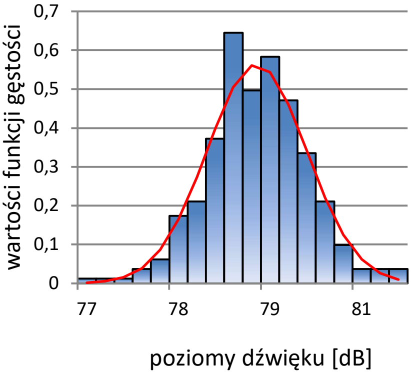
Rysunek 3.3.8. Histogram częstościowy poziomów energii $e_{w,i}$ dla wieczorów z 2010 roku



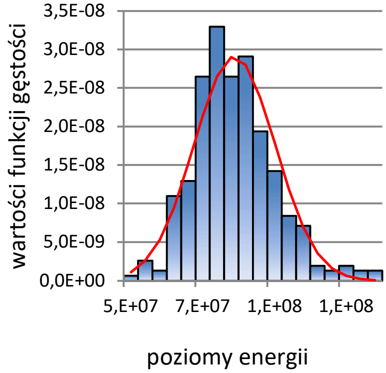
Rysunek 3.3.9. Histogram częstościowy decybelowych poziomów dźwięku $L_{n,i}$ dla nocy z 2010 roku



Rysunek 3.3.10. Histogram częstościowy poziomów energii $e_{n,i}$ dla nocy z 2010 roku



Rysunek 3.3.11. Histogram częstościowy decybelowych poziomów dźwięku $L_{dwn,i}$ dla 2010 roku



Rysunek 3.3.12. Histogram częstościowy poziomów energii $e_{dwn,i}$ dla 2010 roku

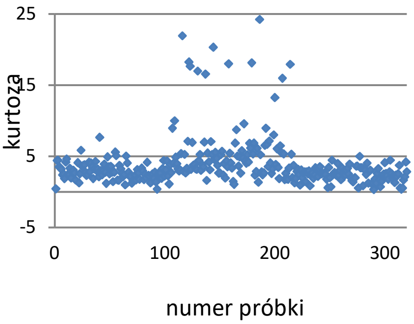
Przeprowadzone w celu weryfikacji hipotez testy normalności dla zmiennych losowych wskaźników L_d, L_w, L_n wskazały jednoznacznie na odrzucenie hipotezy o normalności rozkładów prawdopodobieństw wskaźników dla poziomów decybelowych. Dla poziomów energii wskaźników natomiast w dwóch przypadkach, dla L_d z 1999 i L_w z 2006 roku, test K-S przyjął hipotezę o normalności, natomiast test S-W oraz test Lilleforca hipotezę odrzucił. Dla pozostałych lat wszystkie testy pokazały, że hipotezę o normalności należy odrzucić.

Dla zmiennej losowej L_{dwn} dla poziomów decybelowych testy wskazały na przyjęcie hipotezy o rozkładzie normalnym dla roku 1999 oraz 2010. Dla roku 2008 oraz 2009 test K-S wskazał na przyjęcie hipotezy o rozkładzie normalnym, natomiast pozostałe testy hipotezę odrzuciły. Dla poziomów energii dla roku 1999 oraz 2010 testy wskazały na przyjęcie hipotezy o normalności. Dla roku 2006 test J-B przyjął hipotezę, natomiast test K-S wskazał na odrzucenie hipotezy o normalności.

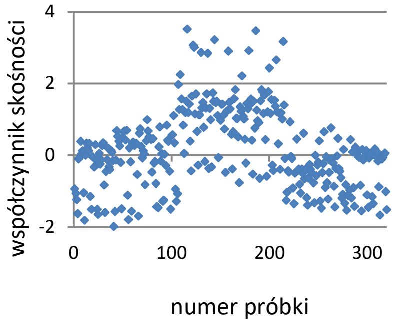
Odstawanie od rozkładu normalnego nie jest tak wyraźne jak w przypadku poziomów dobowych. Implikuje to możliwość szybszego niż w przypadku poziomów dziennych, zbiegania rozkładu średniej arytmetycznej poziomów decybelowych lub poziomów energii do rozkładu normalnego.

Dodatkowym wnioskiem, jaki można wysnuć z analizowanych danych, jest przypisanie określonych własności próby losowej do typu transportu. Próbki z roku 1998 pokazują związek między typem transportu (transport lekki i transport ciężki) a rozkładem prawdopodobieństwa. W miesiącach maj-sierpień na badanym odcinku zostało wprowadzone ograniczenie w poruszaniu się samochodów powyżej 3,5 ton. Obniżają się jednocześnie wielkości współczynników hałasu, co zauważalne jest na Rysunku 3.3.14 oraz Rysunku 3.3.15 współczynnika

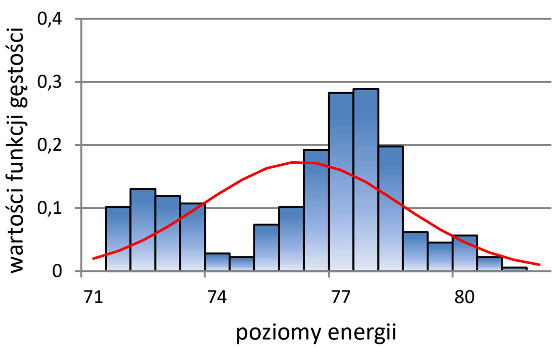
$L_{dwn,i}$, gdzie obserwowana jest znaczna dwumodalność tego rozkładu. Moda występująca dla mniejszych wartości decybelowych generowana jest przez miesiące maj-sierpień, druga moda - przez pozostałe miesiące. Otrzymujemy rozkłady prawostronnie skośne o dodatnim współczynniku skośności. Na Rysunkach 3.3.13–3.3.15 umieszczono wykresy skośności i kurtozy z 1998 roku oraz histogram częstościowy wskaźnika $L_{dwn,i}$. W miesiącach maj-sierpień (co odpowiada przedziałowi (110, 220) na odciętej układu współrzędnych Rysunków 3.3.13, 3.3.14) zauważalna jest zmiana charakterystyk obliczonych z poszczególnych dni.



Rysunek 3.3.13. Wartości kurtozy poziomów dźwięku wskaźnika $L_{dwn,i}$ dla dni w 1998 roku



Rysunek 3.3.14. Wartości współczynników skośności poziomów dźwięku wskaźnika $L_{dwn,i}$ dla dni w 1998 roku



Rysunek 3.3.15. Histogram częstościowy wartości długookresowego wskaźnika dzienno-wieczorowo-nocnego $L_{dwn,i}$ dla 1998 roku

3.4. Efekt wygładzania

Dobowe poziomy dźwięku obliczane są na podstawie uśredniania logarytmicznego równoważnych poziomów dźwięku (2.2.1). Te z kolei są logarytmem uśrednionej wartości kwadratu ciśnienia akustycznego podzielonego przez kwadrat współczynnika odniesienia (2.2.2) - energii sygnału w pewnej jednostce czasu. Zazwyczaj mierniki dźwięku podają ekwiwalentne poziomy dźwięku za okres 1 sekundy. Można jednak uśredniać poziomy dźwięku w różnych okresach czasowych, np.: 5 sekund, 1 minuta, 5 minut czy 15 minut. Zmiana długości uśredniania wpływać będzie na charakterystyki tak otrzymanego sygnału, tj. liczebność próbki, odchylenie standardowe, skośność, kurtozę. Wydłużanie czasu uśredniania wpływa również na wygładzanie sygnału - niwelowanie odstających wartości czy malejącą wariancję (Skarlatos i Drakatos, 1992), (Lyons, 2010), (Szabatin, 2000). Otrzymane wartości L_d, L_w, L_n w wyniku uśredniania w przedziale czasowym dłuższym niż jedna sekunda, nie zmieniają się. Zmienią się jednak przedziały ich niepewności oraz charakterystyki. Sytuacja ta może być istotna w przypadku wykonywania pomiarów w oparciu o niepełną próbę, np. gdy posiadamy 8 pomiarów obliczonych za okres 15 minut każdy i na ich podstawie szacujemy ekwiwalentny poziom dźwięku dla całego okresu pomiarowego. Istotny w takiej sytuacji jest charakter próby pomiarowej, na podstawie, której wyznaczamy niepewność.

W tym rozdziale przedstawiono analizę statystyczną dobowych próbek losowych wyników pomiarów poziomów dźwięku i poziomów energii w zależności od czasu uśredniania sygnału: 1 minuta, 5 minut, 10 minut, 15 minut oraz 20 minut. Szczególnym aspektem tej analizy jest założenie normalności wyników pomiarów. W wyniku zwiększenia czasu uśredniania następuje wygładzanie sygnału czasowego, zmniejsza się również liczebność próbek, co ma wpływ na wielkość statystyki testowej w testach normalności.

Współczynniki w testach weryfikujących normalność rozkładów zależą od liczebności próby pomiarowej. W teście J-B statystyka krytyczna wynosi:

$$JB = n\left(\frac{\rho}{6} + \frac{K^2}{24}\right), \tag{3.4.1}$$

gdzie $\rho -$ współczynnik skośności (4.1.3), $K -$ kurtoza (3.1.4), natomiast w teście Kołmogorowa-Smirnowa $D^* = \sqrt{n}d_n$ (3.2.6).

W przypadku obniżania liczebności próby pomiarowej zwiększa się możliwość przyjęcia hipotezy o normalności rozkładu. Posiadając dwie próbki pomiarowe o takich samych własnościach, ale różnych liczebnościach, otrzymamy mniejszą wartość statystyki testowej w przypadku próby o mniejszej liczebności. Kilkuelementowa próbka danych może być za mała, aby uzyskać wystarczającą moc testu. Posiadanie zbyt licznej próby pomiarowej również nie jest korzystne. W przypadku próby o bardzo dużej liczebności niektóre testy podają błędne wyniki. Test Szapiro-Wilka może dawać błędne wyniki w wersji klasycznej – dla próbek powyżej 2000, w wersji zaimplementowanej w programie Statistica PL– dla próbek powyżej 32000 (Stanisz, 2007).

Liczebność próby pomiarowej ma zatem istotny wpływ na wynik testu. W Tabeli 3.4.1 znajdują się liczebności próbek pomiarowych w zależności od czasu uśredniania.

Tabela 3.4.1. Liczebność próbki dla dnia, wieczoru i nocy w zależności od czasu uśredniania

czas uśredniania	liczebność próbki		
	dzień	wieczór	noc
1 s	43200	14400	28800
1 min	720	240	480
5 min	144	48	96
10 min	72	24	48
15 min	48	16	32
20 min	36	12	24

W Tabelach 3.4.2–3.4.4 przedstawiono przykładowe zestawienia charakterystyk z 2010 roku dla wybranej doby w zależności od czasu uśredniania.

Tabela 3.4.2. Charakterystyki losowej próby wyników pomiarów z 31.03.2010 w zależności od czasu uśredniania **dla dnia**

czas uśrednia-nia [min]	decybele				energie			
	sko-śność	kurtoza	d_n	w	sko-śność	kurtoza	d_n	w
1 s	-0,14	0,83	0,06	-	46,98	2793,18	0,42	-
1 min	1,04	8,29	0,08	0,19	13,09	184,47	0,34	0,17
5 min	0,91	4,33	0,15	0,89	4,91	27,16	0,30	0,47
10 min	0,41	1,84	0,14	0,93	2,89	9,50	0,25	0,69
15 min	0,04	0,78	0,13	0,96	1,82	4,05	0,22	0,82
20 min	-0,21	0,57	0,15	0,96 (norm)	1,29	2,14	0,22	0,88

tabela 3.4.3. Charakterystyki próby losowej wyników pomiarów z 31.03.2010 w zależności od czasu uśredniania **dla wieczoru**

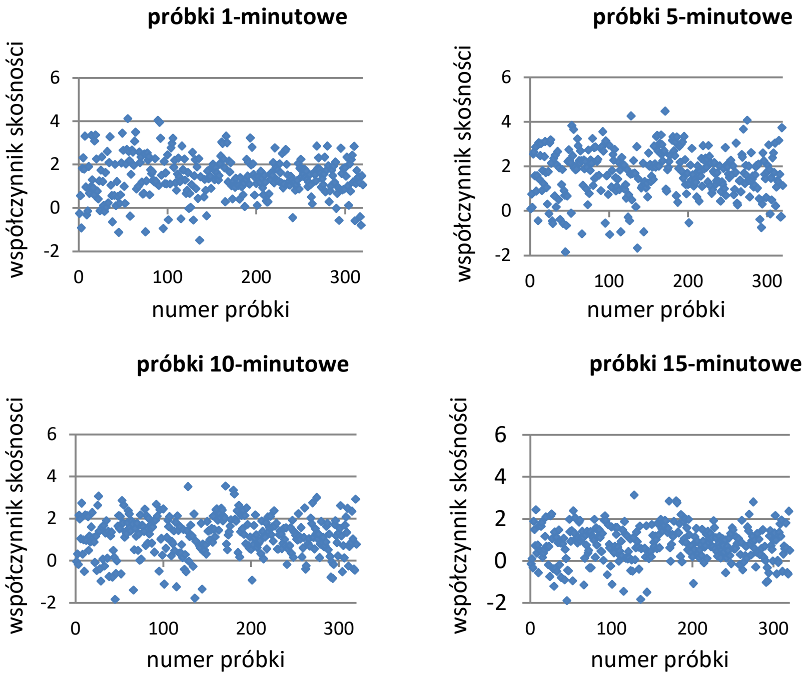
czas uśred-niania [min]	decybele				energie			
	sko-śność	kurtoza	d_n	w	sko-śność	kurtoza	d_n	w
1 s	0,09	0,61	0,05	-	43,93	2478,86	0,44	-
1 min	0,92	4,22	0,07	0,93	9,69	100,80	0,35	0,21
5 min	0,52	2,27	0,18	0,88	3,90	16,40	0,35	0,51
10 min	0,07	0,75	0,18	0,92	2,32	5,96	0,30	0,72
15 min	-0,09	-0,78	0,18	0,95 (norm)	1,60	2,70	0,29	0,83
20 min	-0,40	-0,03	0,20	0,95 (norm)	1,04	0,87	0,22	0,90

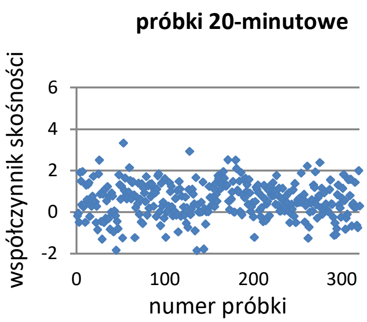
Tabela 3.4.4. Charakterystyki próby losowej wyników pomiarów z 31.03.2010 w zależności od czasu uśredniania **dla nocy**

czas uśred-niania	decybele				energie			
	sko-śność	kurtoza	d_n	w	sko-śność	kurtoza	d_n	w
1 s	-0,35	-0,77	0,06	-	110,4 4	13056	0,47	-
1 min	-0,06	2,57	0,09	0,963	20,94	451,59	0,38	0,10
5 min	1,02	3,67	0,09	0,917	8,49	78,96	0,32	0,29
10 min	0,98	2,40	0,11	0,918	5,45	34,30	0,27	0,45
15 min	0,98	1,76	0,25	0,918	4,15	20,49	0,25	0,55
20 min	0,96	1,27	0,13	0,921 (norm)	3,39	13,84	0,24	0,62

d_n – odległość od dystrybuanty w teście K-S, w – statystyka testowa testu S-W

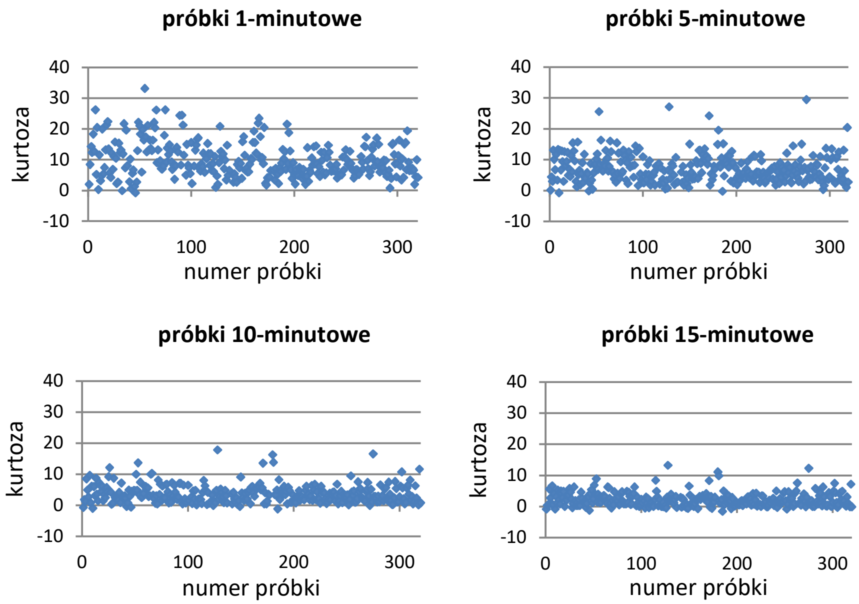
Przykład przedstawiony w Tabelach 3.4.2–3.4.4 pokazuje zależność obserwowaną w całej przebadanej populacji. Zauważyć można, że wraz ze wzrostem czasu uśredniania następuje obniżanie się wartości kurtozy (szczególnie dla poziomów energii) i zbliżanie się współczynnika skośności do zera. Można zauważyć, że wartość statystyki w zwiększa się wraz z wydłużaniem czasu uśredniania. Natomiast dla poziomów energii nieznacznie zmniejsza się wartość statystyki d_n. W tabelach kolorem szarym zaznaczono próbkę, dla której została przyjęta hipoteza o normalności rozkładu prawdopodobieństwa. Dla poziomów decybelowych natomiast, mimo przyjęcia dla czasu uśredniania 20 min hipotezy o posiadaniu przez próbę rozkładu normalnego, wartość współczynnika d_n, wbrew oczekiwaniom, rośnie. Zaobserwować można jednak, że wartości statystyk świadczących o odstawaniu rozkładu prawdopodobieństwa od rozkładu normalnego (skośność i kurtoza) zarówno decybelowych poziomów dźwięku, jak i obliczonych z nich poziomów energii maleją dość istotnie, szczególnie dla poziomów energii, co można zaobserwować na Rysunkach 3.4.1–3.4.4.

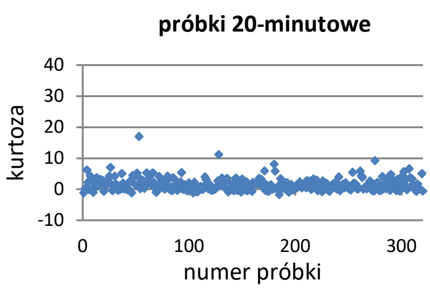




Rysunek 3.4.1. Współczynniki skośności decybelowych poziomów dźwięku dla różnych czasów uśredniania dla dnia z 2010 roku

Wykresy na Rysunku 3.4.1 przedstawiają współczynniki skośności decybelowych poziomów dźwięku próbek uśrednianych w przedziałach czasowych: 1 minuta, 5 minut, 10 minut, 15 minut oraz 20 minut dla pory dziennej z 2010 roku. Wykresy na Rysunku 3.4.2 przedstawiają natomiast wartości kurtozy decybelowych poziomów dźwięku próbek uśrednianych w tych samych przedziałach czasowych również dla pory dziennej z 2010 roku.

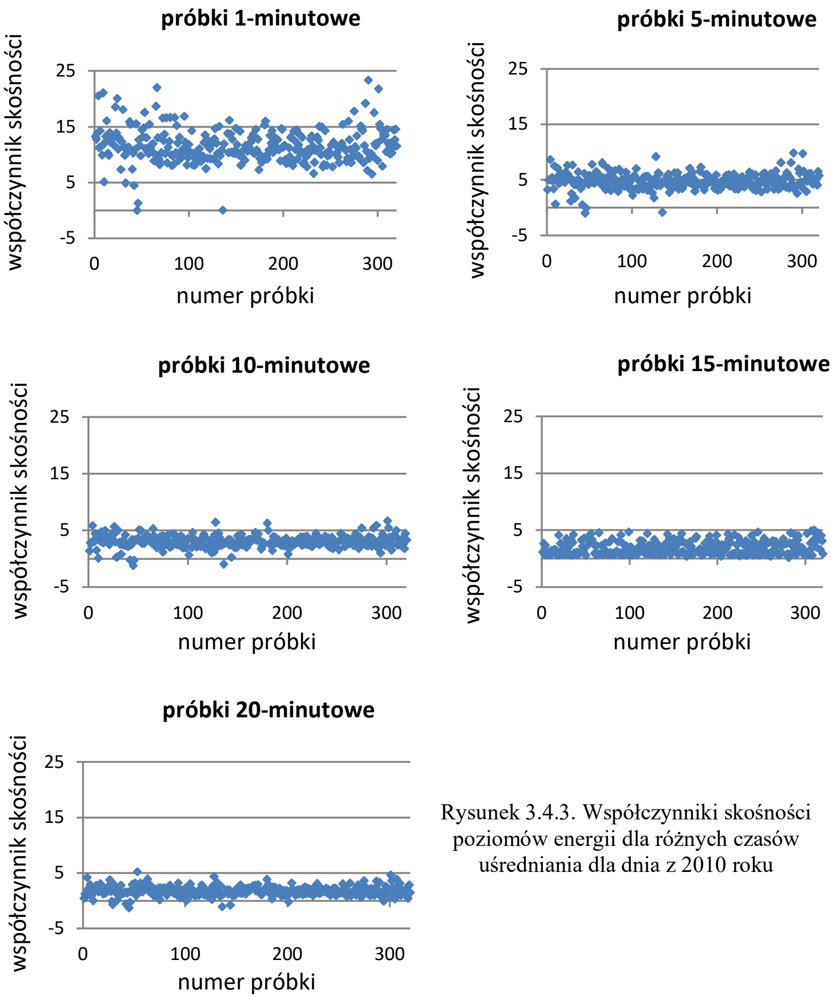




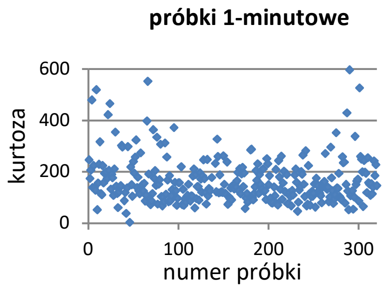
Rysunek 3.4.2. Kurtoza decybelowych poziomów dźwięku dla różnych czasów uśredniania dla dnia z 2010 roku

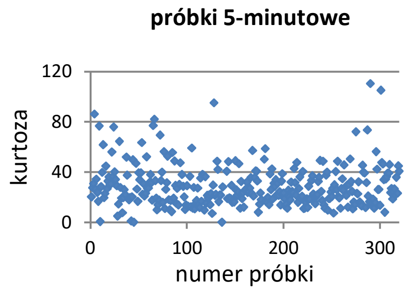
Wykresy na Rysunku 3.4.3 przedstawiają współczynniki skośności poziomów energii próbek uśrednianych w przedziałach czasowych: 1 minuta, 5 minut, 10 minut, 15 minut oraz 20 minut dla pory dziennej w 2010 roku. Wykresy na

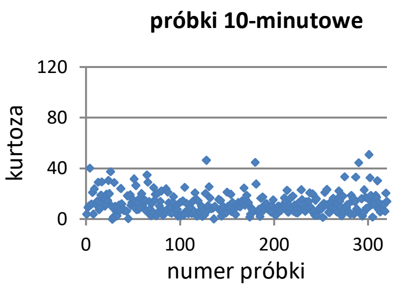
Rysunku 3.4.4 natomiast przedstawiają wartości kurtozy poziomów energii próbek uśrednianych w tych samych przedziałach czasowych również dla pory dziennej z 2010 roku.

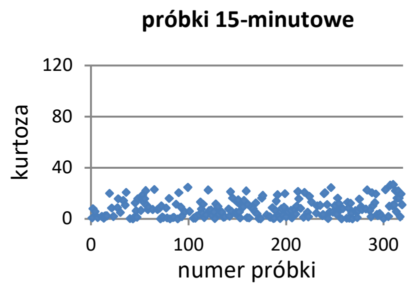


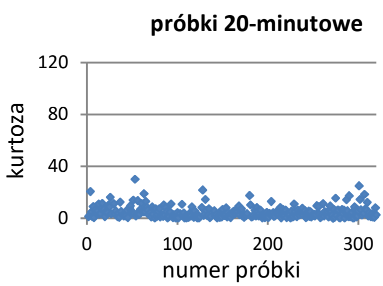
Rysunek 3.4.3. Współczynniki skośności poziomów energii dla różnych czasów uśredniania dla dnia z 2010 roku











Rysunek 3.4.4. Kurtoza poziomów energii dla różnych czasów uśredniania dla dnia z 2010 roku

Wartości współczynnika skośności dla próbek poziomów decybelowych z wykresów (Rysunek 3.4.1) wraz ze wzrostem czasu uśredniania posiadają mniejszy rozrzut. Dla czasu uśredniania 1 minuta znajdują się w przedziale $(-1,4)$, natomiast dla czasu 20 minut - w przedziale $(-1,2)$. Dla poziomów energii oddziaływań akustycznych (Rysunek 3.4.3) współczynniki skośności dla 1-minutowych danych znajdują się w przedziale $(-5,25)$ dla 20-minutowych $(0,5)$, co daje dość istotne zmniejszenie rozrzutu współczynnika skośności.

Jeszcze bardziej istotną różnicę redukcji zakresu wartości wraz ze zmianą czasu uśredniania można zaobserwować w przypadku kurtozy. Dla poziomów decybelowych (Rysunek 3.4.2) zakres zmienia się z przedziału (0,30) do przedziału (0,5). Dla poziomów energii (Rysunek 3.4.4) przedział dla czasu uśredniania 1 minuta wynosi (0,600), podczas gdy dla czasu uśredniania 20 minut wynosi (0,20). Na tej podstawie można spodziewać się, że rozkłady prawdopodobieństw wraz z czasem uśredniania zbliżać się będą do rozkładów normalnych. Stwierdzenie to potwierdzają testy normalności przeprowadzone dla próbek o różnych czasach uśredniania.

W Tabeli 3.4.5 przedstawione są liczby dni, dla których otrzymano przyjęcie hipotezy o normalności rozkładu zmiennych losowych, z których pochodzą próbki pomiarowe decybelowych poziomów dźwięku i poziomów energii oddziaływań akustycznych w zależności od czasu uśredniania.

Tabela 3.4.5. Ilość próbek pomiarowych spełniających hipotezę o posiadaniu rozkładu normalnego w 2010 roku

czas uśred-niania	dzień		wieczór		noc	
	poziomy decy-belowe	poziomy energii	poziomy decy-belowe	poziomy energii	poziomy decy-belowe	poziomy energii
1 min	0	0	5	3	2	0
5 min	0	0	24	20	46	0
10 min	9	1	40	33	81	1
15 min	34	3	84	55	145	35
20 min	68	12	142	81	194	10

Dla próbek 1-sekundowych hipotezę należało odrzucić dla wszystkich przypadków. Dla poziomów decybelowych otrzymujemy większą ilość próbek, dla których została przyjęta hipoteza o rozkładzie normalnym, niż dla poziomów energii. Sytuacja ta wynika z mniejszego rozrzutu danych wartości decybelowych niż ich odpowiedników przeliczonych na poziomy energii. Dla 15- i 20-minutowych próbek, szczególnie dla nocy, dostajemy odpowiednio połowę i dwie trzecie całej populacji, która przechodzi weryfikacje testami normalności. Analogiczna sytuacja dotyczy próbek pomiarowych otrzymanych z pozostałych lat.

Przeprowadzone badania na szerokiej próbie pomiarów z ciągłego monitoringu miasta Krakowa pozwalają na wyciągnięcie następujących wniosków dotyczących charakteru probabilistycznego zmiennych losowych w monitoringu akustycznym:

1. Zmienne losowe, z których pochodzą próby pomiarowe poziomów dźwięku oraz poziomów energii nie posiadają własności normalności rozkładów prawdopodobieństwa zarówno dla pory dziennej, wieczorowej jak i nocnej;
2. Zmiennym losowym reprezentującym wskaźniki hałasu L_d, L_w, L_n oraz L_{dwn} nie można przypisać rozkładu normalnego;
3. Wydłużanie czasu uśredniania wpływa na dążenie charakterystyk próby pomiarowej wartości decybelowych poziomów dźwięku do charakterystyk rozkładu normalnego;
4. Wydłużanie czasu uśredniania wpływa na wygładzanie sygnału czasowego i zmniejszanie się bezwzględnej wartości współczynnika skośności i kurtozy poziomów energii.

Wymienione własności (3) oraz (4) pożądane są szczególnie w przypadku pomiarów w porze nocnej, gdzie wygładzanie może niwelować dwumodalność rozkładów otrzymywanych w próbach pomiarowych. Cecha ta będzie również decydować o szybkości zbieżności średniej arytmetycznej zmiennej losowej reprezentującej poziomy energii oddziaływań akustycznych do zmiennej losowej o rozkładzie normalnym. W nierówności Berry-Essena (Magiera, 2005), służącej oszacowaniu tempa zbieżności w CTG Lindeberga Levy'ego, głównym czynnikiem decydującym o szybkości zbieżności rozkładu jest wartość bezwzględnego współczynnika skośności (im mniejsze odstępstwa rozkładu od rozkładu normalnego – skośność i kurtoza zbliżone do zera - tym szybciej rozkład średniej arytmetycznej dąży do rozkładu normalnego). Niemniej jednak trzeba zwrócić uwagę na moc testu normalności, która w przypadku zmniejszania liczebności prób maleje. O możliwości przyjęcia fałszywej hipotezy o normalności może również świadczyć rosnąca odległość w teście K-S dla zwiększania czasu uśredniania (Tabela 3.4.2–3.4.4).

4. Dopasowanie rozkładów prawdopodobieństw do próbek otrzymanych z monitoringu akustycznego

4.1. Dopasowanie rozkładów dobowych wskaźników hałasu

Analiza statystyczna wyników pomiarów poziomów dźwięku otrzymana z ciągłego monitoringu miasta Krakowa wskazuje na brak możliwości przypisania wynikom pomiarowym klasycznego rozkładu prawdopodobieństwa (rozkład normalny, rozkład gamma, rozkład beta, Johnsona, Weilbulla, mieszanina rozkładów normalnych, Rayleigha, itp.). Przedstawiony w podrozdziale 3.4 efekt wygładzania sugeruje wraz z czasem uśredniania zbliżanie się rozkładów prawdopodobieństw próbek pomiarowych poziomów dźwięku i poziomów energii oddziaływań akustycznych do rozkładów normalnych. Jednak tylko część tych rozkładów przechodzi testy normalności i to tylko w przypadku próbek o czasie uśredniania 15 lub 20 minut.

Zaburzenia obserwowane na ramionach rozkładów prawdopodobieństw poziomów dźwięku przedstawionych na przykładowych Rysunkach 4.1.1–4.1.6 świadczą o lekkiej dwumodalności rozkładów decybelowych poziomów dźwięku dla wszystkich pór pomiarowych. Dwumodalność ta uwypukla się wraz ze zwiększaniem czasu uśredniania i jest szczególnie widoczna dla pory nocnej (Rysunek 4.1.5).

Po wstępnej analizie danych z monitoringu zaobserwowano zbliżanie się rozkładu prawdopodobieństwa próbek pomiarowych poziomów dźwięku i odpowiadającym im poziomów energii wraz z wydłużaniem czasu uśredniania do rozkładów będących mieszaniną rozkładów normalnych.

Niech $L_t^{(j)}$ będzie zmienną losową, z której pochodzi próba pomiarowa poziomów dźwięku $\left\{L_{1,t}^{(j)}, L_{2,t}^{(j)}, \dots, L_{k,t}^{(j)}\right\}$, uśrednianych w czasie $t = 1$ minuta, 5 minut, 10 minut i 15 minut, gdzie $j \in \{d, w, n\}$ zbiór indeksów odpowiednio dla dnia, nocy i wieczoru. Natomiast E_t^j niech będzie zmienną losową, z której pochodzi próba pomiarowa poziomów energii $\left\{e_{1,t}^{(j)}, e_{2,t}^{(j)}, \dots, e_{k,t}^{(j)}\right\}$, uśrednianych w czasie $t = 1$ minuta, 5 minut, 10 minut i 15 minut, gdzie $j \in \{d, w, n\}$.

Przez $MN(\mu_1, \sigma_1; \mu_2, \sigma_2; p)$ oznaczmy zmienną losową o funkcji gęstości:

$$f(x) = pf_1(x) + (1-p)f_2(x), \tag{4.1.1}$$

będącej mieszaniną dwóch rozkładów normalnych: $N_1(\mu_1, \sigma_1)$ o funkcji gęstości $f_1(x)$ oraz $N_2(\mu_2, \sigma_2)$ o funkcji gęstości $f_2(x)$.

Postawiono następujące hipotezy badawcze:

$$H_0 \colon L_t^{(j)} \sim MN(\mu_1, \sigma_1; \mu_2, \sigma_2; p), \tag{4.1.2}$$

$$H_0\colon E_t^{(j)} \sim MN(\mu_1, \sigma_1; \mu_2, \sigma_2; p). \qquad (4.1.3)$$

Dopasowanie rozkładu prawdopodobieństwa zostało sprawdzone dwoma testami: testem K-S, opisanym w podrozdziale 3.2, oraz testem A-D.

Test Andersona-Darlinga (A-D) opiera się, podobnie jak test K-S, na porównaniu dystrybuanty empirycznej z próby $F_n(x)$ z dystrybuantą hipotetyczną $F(x)$ (Anderson i Darling, 1952). Testowanie hipotezy o posiadaniu przez zmienną losową, z której pochodzi próba dystrybuanty $F(x)$ oparte jest na następującej statystyce:

$$AD = n \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(F_n(x) - F(x))^2}{F(x)(1 - F(x))} dF(x). \qquad (4.1.4)$$

Test A-D jest bardziej czuły, jeśli chodzi o dopasowanie ogonów rozkładu, od testu K-S (Stanisz, 2007), (Kusy, 2011). Analiza dopasowania przeprowadzona została w programie Statistica 10 w module Rozkłady i Symulacja.

W przypadku prawdziwości hipotezy o dopasowaniu mieszaniną rozkładów normalnych otrzymane reszty w modelu estymacji (2.3.2) mają rozkłady normalne, a funkcje, dla których estymowane są parametry (4.1.1) spełniają warunki regularności. Metody dopasowania MNW oraz $NMNK$ dają zatem te same wyniki, a otrzymane estymatory MNK oraz $NMNK$ pokrywają się ze sobą i są zgodnymi, efektywnymi oraz nieobciążonymi estymatorami o asymptotycznie normalnych własnościach.

W tabelach przedstawiono liczebność próbek niespełniających hipotezy o dopasowaniu mieszaniną rozkładów normalnych decybelowych poziomów dźwięku (Tabela 4.1.1) oraz poziomów energii (Tabela 4.1.2) dla dnia, wieczoru i nocy z 2010 roku w zależności od czasu uśredniania.

Analizując dane z Tabeli 4.1.1 zaobserwować można, że dla wieczoru i dla nocy próbki 1-minutowe w większości przypadków (93% dla wieczoru oraz 97% dla nocy) spełniają hipotezę zerową 4.1.2 (na poziomie istotności $\gamma = 0{,}05$). Dla dnia, począwszy od próbek 3-minutowych ekwiwalentnych poziomów dźwięku, dostajemy dopasowanie większości populacji mieszaniną rozkładów normalnych (93%). Dla poziomów energii, dla czasu uśredniania 10 minut, odsetek próbek niespełniających hipotezy o posiadaniu przez zmienną losową, z której pochodzi próba rozkładu będącego mieszaniną rozkładów normalnych, wynosi około 5%.

Tabela 4.1.1. Liczba próbek niespełniających hipotezy o możliwości dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla decybelowych poziomów dźwięku dla dnia, wieczoru i nocy z 2010 roku w zależności od czasu uśredniania

pora pomiaru	liczba próbek							
	1 s	1 min	2 min	3 min	4 min	5 min	10 min	15 min
dzień	314	149	74	24	21	9	4	0
wieczór	311	25	8	7	5	4	4	4
noc	315	9	3	0	0	0	0	0

Tabela 4.1.2. Liczba próbek niespełniających hipotezy o możliwości dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla poziomów energii dla dnia, wieczoru i nocy z 2010 roku w zależności od czasu uśredniania

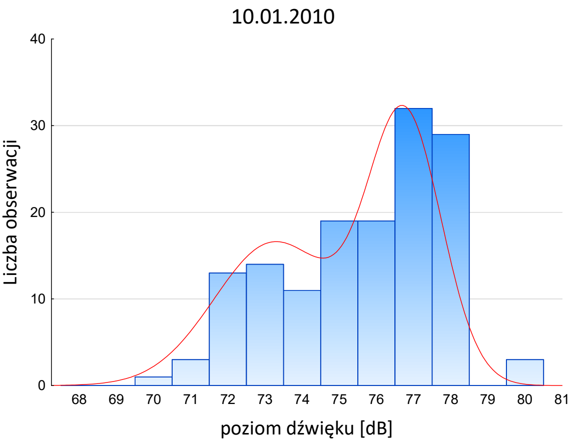
pora pomiaru	liczba próbek				
	1 s	1 min	5 min	10 min	15 min
dzień	314	226	27	10	4
wieczór	311	136	21	11	8
noc	315	187	85	17	10

Wraz ze wzrostem czasu uśredniania maleje moc testu. Zwiększa się również prawdopodobieństwo przyjęcia fałszywej hipotezy. Dla próbek 5- i 10-minutowych liczebności te są na tyle wysokie, że moc testu jest wystarczająca na przyjęcie hipotezy o postulowanym rozkładzie prawdopodobieństwa, zarówno dla poziomów decybelowych, jak i poziomów energii oddziaływań akustycznych.

Przykładowe dopasowania rozkładów prawdopodobieństwa dla próbek poziomów dźwięku 5-minutowych dla dnia, wieczoru i nocy przedstawione zostały na Rysunkach 4.1.1–4.1.6. Obok wykresów umieszczone zostały parametry dopasowania rozkładu prawdopodobieństwa dla odpowiednich dni. Poniżej znajduje się interpretacja symboli zawartych w Tabelach 4.1.3–4.1.8:

- d_{KS} – odległość w teście Kołmogorowa-Smirnowa
- p_{KS} – „p-value” z testu K-S
- AD – statystyka testowa Andersona-Darlinga
- p_{AD} – „p-value” z testu Andersona-Darlinga
- p – waga pierwszej składowej w mieszaninie rozkładów normalnych o rozkładzie $N(\mu_1, \sigma_1)$
- $1-p$ – waga drugiej składowej w mieszaninie rozkładów normalnych o rozkładzie $N(\mu_2, \sigma_2)$

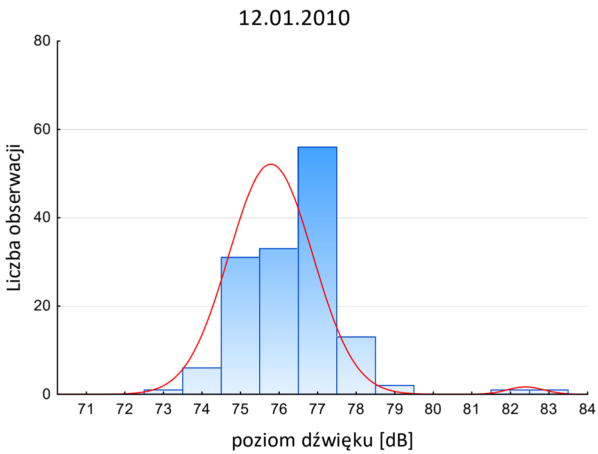
Przykładowe rozkłady próbek 5-minutowych dla dnia



Rysunek 4.1.1. Histogram dla dnia z 10.01.2010 wraz z wyrysowaną przeskalowaną funkcją będącą mieszaniną rozkładów normalnych

d_{KS}	0,06
p_{KS}	0,566
AD	0,75
p_{AD}	0,516
p	0,468
$\mu_1[dB]$	73,26
$\sigma_1[dB]$	1,63
$1-p$	0,532
$\mu_2[dB]$	76,76
$\sigma_2[dB]$	0,99

Tabela 4.1.3. Parametry dopasowania rozkładu prawdopodobieństwa

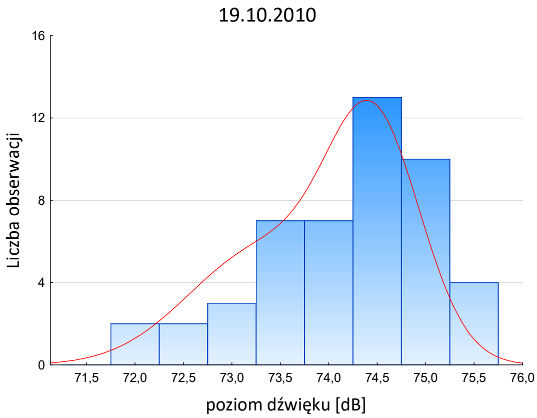


Rysunek 4.1.2. Histogram dla dnia z 12.01.2010 wraz z wyrysowaną przeskalowaną funkcją będącą mieszaniną rozkładów normalnych

d_{KS}	0,09
p_{KS}	0,24
AD	1,14
p_{AD}	0,29
p	0,99
$\mu_1[dB]$	75,79
$\sigma_1[dB]$	1,09
$1-p$	0,01
$\mu_2[dB]$	82,39
$\sigma_2[dB]$	0,47

Tabela 4.1.4. Parametry dopasowania rozkładu prawdopodobieństwa

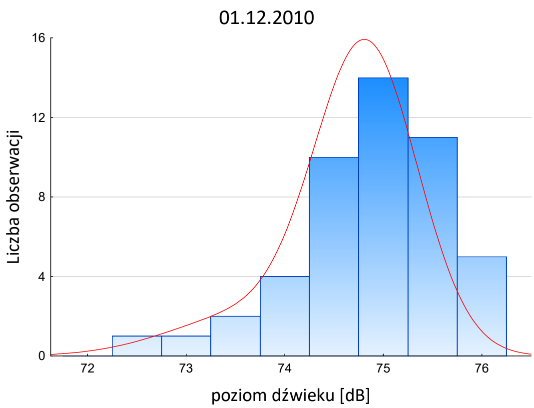
Przykładowe rozkłady próbek 5-minutowych dla wieczoru



Rysunek 4.1.3. Histogram dla wieczoru z 19.10.2010 wraz z wyrysowaną przeskalowaną funkcją będącą mieszaniną rozkładów normalnych

d_{KS}	0,05
p_{KS}	0,99
AD	0,10
p_{AD}	0,99
p	0,45
$\mu_1[dB]$	73,3
$\sigma_1[dB]$	0,77
$1-p$	0,54
$\mu_2[dB]$	74,7
$\sigma_2[dB]$	0,48

Tabela 4.1.5. Parametry dopasowania rozkładu prawdopodobieństwa

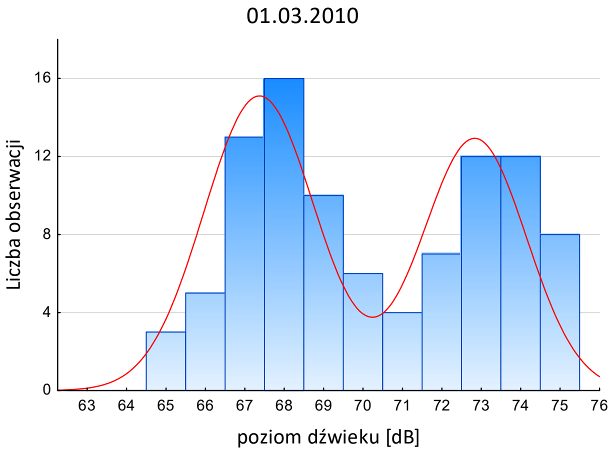


Rysunek 4.1.4. Histogram dla wieczoru z 01.12.2010 wraz z wyrysowaną przeskalowaną funkcją będącą mieszaniną rozkładów normalnych

d_{KS}	0,06
p_{KS}	0,90
AD	0,16
p_{AD}	0,99
p	0,16
$\mu_1[dB]$	73,6
$\sigma_1[dB]$	0,79
$1-p$	0,83
$\mu_2[dB]$	74,8
$\sigma_2[dB]$	0,52

Tabela 4.1.6. Parametry dopasowania rozkładu prawdopodobieństwa

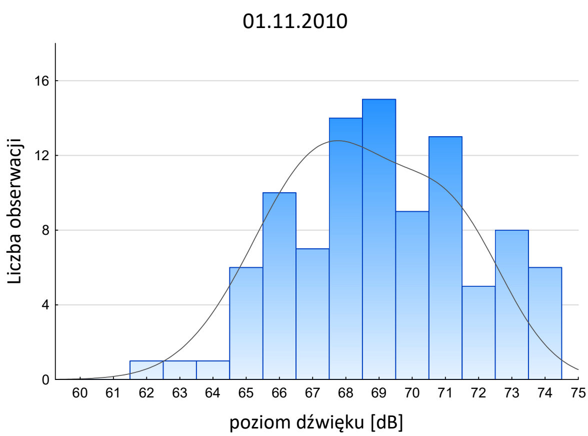
Przykładowe rozkłady próbek 5-minutowych dla nocy



Rysunek 4.1.5. Histogram dla nocy 01.03 2010 wraz z wyrysowaną przeskalowaną funkcją będącą mieszaniną rozkładów normalnych

d_{KS}	0,10
p_{KS}	0,68
AD	0,24
p_{AD}	0,97
p	0,76
$\mu_1[dB]$	74,92
$\sigma_1[dB]$	0,52
$1-p$	0,28
$\mu_2[dB]$	75,79
$\sigma_2[dB]$	0,78

Tabela 4.1.7. Parametry dopasowania rozkładu



Rysunek 4.1.6. Histogram dla nocy 01.11.2010 wraz z wyrysowaną przeskalowaną funkcją będącą mieszaniną rozkładów normalnych

d_{KS}	0,05
p_{KS}	0,95
AD	0,20
p_{AD}	0,99
p	0,70
$\mu_1[dB]$	67,43
$\sigma_1[dB]$	2,20
$1-p$	0,29
$\mu_2[dB]$	71,32
$\sigma_2[dB]$	1,60

Tabela 4.1.8. Parametry dopasowania rozkładu

Otrzymane w wyniku dopasowania rozkłady spełniają testy zgodności z bardzo wysoką wartością współczynnika p_{value}. Współczynnik ten używany jest do weryfikacji hipotezy testowej. Jeśli wartość współczynnika p_{value} jest większa niż zakładana istotność testu (zazwyczaj $p_{value} = 0{,}1$, $p_{value} = 0{,}05$ lub

$p_{value} = 0{,}01$) przyjmujemy hipotezę o dopasowaniu. W przypadku dopasowania rozkładu dla próbek 10-minutowych z monitoringu, otrzymujemy również wysoką wartość współczynnika, nawet $p_{value} = 0{,}95$. Oznacza to, że możemy być niemal pewni dopasowania testowanego rozkładu. Otrzymane rozkłady prawdopodobieństw charakteryzują się bardzo dużą zmiennością. Dla próbek 1-sekundowych wartości współczynników skośności i kurtozy są bardzo zróżnicowane w zależności od dnia pomiarów. Począwszy od próbek 5-minutowych wartości te stabilizują się w pewnym wąskim zakresie.

Dla próbek poziomów dźwięku otrzymanych przy czasie uśredniania 5 minut i dłuższych oraz dla poziomów energii przy czasie uśredniania 10 minut i dłuższych, istnieje możliwość przypisania dla prawie wszystkich (95%) okresów pomiarowych rozkładu prawdopodobieństwa będącego mieszaniną rozkładów normalnych.

Dla próbek o niższym czasie uśredniania takie dopasowanie nie jest uprawnione. Szczególnie dla próbek 1-sekundowych analiza dopasowania wskazuje na brak powiązania rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej reprezentującej decybelowe poziomy dźwięku i poziomy energii z jakimkolwiek klasycznie stosowanym rozkładem prawdopodobieństwa.

W pracy (Torija, Ruiz i Ramos, 2007) dokonano połączenia typu przepływu strumienia samochodów z rodzajem funkcji gęstości w pomiarach sekundowych. Wyselekcjonowano różne typy funkcji gęstości dla pomiarów 1-sekundowych (symetryczne jednomodalne, dwumodalne, lewostronnie skośne, prawostronnie skośne), którym towarzyszą różne typy przepływu ruchu drogowego. W przypadku danych, otrzymanych z monitoringu, zmienność charakterystyk widocznych na Rysunkach 3.1.1–3.1.6, szczególnie dla dnia i wieczoru, uniemożliwia nam identyfikacje charakteru probabilistycznego ruchu w danym punkcie pomiarowym. Zmienność typu przepływu, w okresach pomiarowych: dzień, wieczór oraz noc, wpływa na zmienność charakterystyk, co decyduje o fluktuacjach współczynnika skośności i kurtozy. Informacje takie mogą być przydatne w monitorowaniu on-line (Luquet, 1982), (Can, Leclerc i Lelong, 2008), (Can A i inni, 2009), (Heiss, 2001), gdzie przeprowadzamy rozumowanie dla krótkich odcinków czasowych, w których przepływy mogą mieć stały charakter.

4.2. Dopasowanie rozkładów długookresowych wskaźników hałasu L_d, L_w, L_n, L_{dwn}

W niniejszym podrozdziale zajęto się dopasowaniem rozkładu prawdopodobieństwa do danych pomiarowych rocznych wskaźników dziennego, wieczorowego i nocnego dla danych otrzymanych z monitoringu.

W rozdziale 3 analiza statystyczna danych z monitoringu wskazała, że w żadnym z analizowanych przypadków zmienne losowe $L_d,\ L_w,\ L_n,\ L_{dwn}$ z których pochodzą roczne próbki wskaźników hałasu nie posiadają rozkładu normalnego.

Dla próbek dziennych, wieczorowych i nocnych przeprowadzono analizę pod kątem dopasowania rozkładu z klasycznych rozkładów prawdopodobieństw.

W celu weryfikacji adekwatności dopasowania zastosowano test Kołmogorowa-Smirnowa i test Andersona-Darlinga.

Niech $L_d^{(r)}$, $L_w^{(r)}$, $L_n^{(r)}$, $L_{dwn}^{(r)}$ będą zmiennymi losowymi, z których pochodzą próby pomiarowe:

$$\left\{L_{d,1}^{(r)}, L_{d,2}^{(r)}, \dots, L_{d,n_d^r}^{(r)}\right\}, \tag{4.2.1}$$

$$\left\{L_{w,1}^{(r)}, L_{w,2}^{(r)}, \dots, L_{w,k_w^r}^{(r)}\right\}, \tag{4.2.2}$$

$$\left\{L_{n,1}^{(r)}, L_{n,2}^{(r)}, \dots, L_{n,k_n^r}^{(r)}\right\}, \tag{4.2.3}$$

$$\left\{L_{dwn,1}^{(r)} L_{dwn,2}^{(r)}, \dots, L_{dwn,k_{dwn}^r}^{(r)}\right\} \tag{4.2.4}$$

Próbki (4.2.1-4.2.4) stanowią próbki ekwiwalentnych poziomów dźwięku, obliczonych odpowiednio dla dnia, wieczoru, nocy oraz dla wskaźnika dzienno-wieczorowo-nocnego dla każdej doby osobno. We wzorach 4.2.1–4.2.4 r oznacza rok kalendarzowy, z którego pochodzi próba pomiarowa.
$r \in \{1998, 1999, 2004, 2005, 2006, 2008, 2009, 2010\}$.

Postawiono następujące hipotezy:

$$H_0: L_d^{(r)} \sim MN(\mu_1, \sigma_1; \mu_2, \sigma_2; p), \tag{4.2.5}$$

$$H_0: L_w^{(r)} \sim MN(\mu_1, \sigma_1; \mu_2, \sigma_2; p), \tag{4.2.6}$$

$$H_0: L_n^{(r)} \sim MN(\mu_1, \sigma_1; \mu_2, \sigma_2; p), \tag{4.2.7}$$

$$H_0: L_{dwn}^{(r)} \sim MN(\mu_1, \sigma_1; \mu_2, \sigma_2; p). \tag{4.2.8}$$

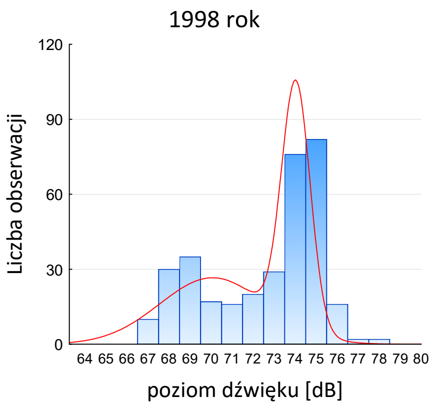
Poza jednym przypadkiem, dla pory wieczornej z 1998 roku, gdzie testy przyjęły hipotezę zerową na pograniczu wartości krytycznej, testy wskazały na przyjęcie hipotezy zerowej z dużą wartością współczynnika p_{value}. W Tabelach 4.2.1–4.2.4 przedstawiono parametry dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla rożnych lat. Na Rysunkach 4.2.1–4.2.16 przedstawiono dopasowanie mieszaniną rozkładów normalnych dla próbek z wybranych lat (1998, 2004, 2005, 2006) dla dnia $L_d^{(r)}$ (Rysunki 4.2.1–4.2.4), wieczoru $L_w^{(r)}$ (Rysunki 4.2.5–4.2.8), nocy $L_n^{(r)}$ (Rysunki 4.2.9–4.2.12) oraz dla wskaźnika $L_{dwn}^{(r)}$ (Rysunki 4.2.13–

4.2.16). Lata 1998, 2004, 2005, 2006 wybrano, aby zilustrować różnorodność możliwych kształtów funkcji gęstości otrzymywanych z monitoringu.

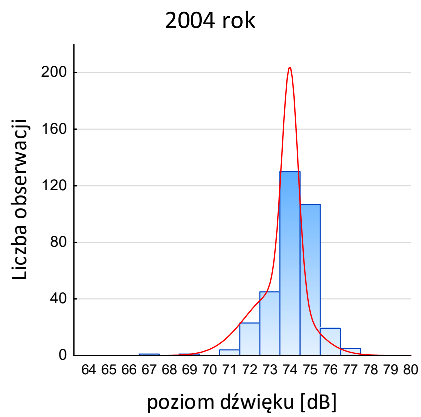
Tabela 4.2.1. Charakterystyki dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla współczynnika $L_d^{(r)}$

rok	d_{KS}	p_{KS}	AD	p_{AD}	p	$\mu_1[dB]$	$\sigma_1[dB]$	$1-p$	$\mu_2[dB]$	$\sigma_2[dB]$
1998	0,07	0,091	1,45	0,198	0,50	70,07	2,52	0,50	74,03	0,68
1999	0,02	0,994	0,21	0,997	0,32	73,05	1,55	0,68	73,66	0,61
2004	0,03	0,919	0,43	0,823	0,50	73,28	1,53	0,50	74,00	0,40
2005	0,06	0,259	1,05	0,321	0,50	70,54	2,57	0,50	74,03	0,61
2006	0,02	0,999	0,14	0,999	0,57	73,19	1,23	0,43	73,90	0,53
2008	0,03	0,984	0,13	0,999	0,34	74,22	0,30	0,66	74,35	0,88
2009	0,02	0,997	0,15	0,998	0,48	74,15	0,70	0,52	74,92	0,87
2010	0,04	0,817	0,36	0,885	0,64	75,30	0,60	0,36	75,30	1,00

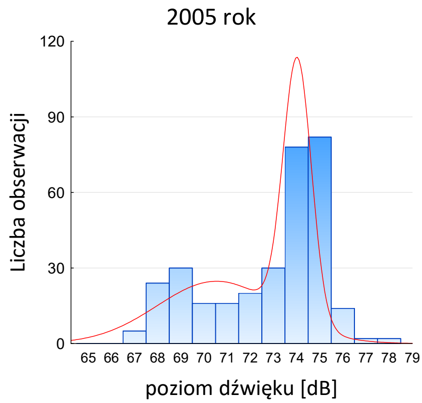
Poza przypadkiem z 1998 roku, test o posiadaniu przez zmienną losową $L_d^{(r)}$ z której pochodzi próba pomiarowa (4.2.1) rozkładu, będącego mieszaniną rozkładów normalnych, wskazuje na spełnienie hipotezy zerowej z dużym współczynnikiem p_{value}. Duża wartość tego współczynnika świadczy o dobrym dopasowaniu rozkładu do danych empirycznych. Udział procentowy dwóch rozkładów w mieszaninie w trzech przypadkach to 30% i 70%, w pozostałych 50% i 50%. Mody rozkładów w latach 1998 i 2005 położone są w znacznej odległości od siebie. Otrzymane histogramy są dwumodalne. Mody pozostałych rozkładów leżą blisko siebie nie powodując dwumodalności rozkładów, lecz jedynie zmianę ich charakterystyk. Sumując dwa rozkłady normalne o modach bliskich sobie i małych odchyleniach standardowych otrzymujemy dużą kurtozę (Rysunek 4.2.2). Sumując dwa rozkłady o modach oddalonych od siebie, gdzie jedno odchylenie standardowe jest małe a drugie duże, otrzymujemy rozkład skośny (Rysunek 4.2.1 oraz 4.2.3). Sumując dwa rozkłady o bliskich modach i odchyleniach standardowych otrzymamy rozkłady zbliżone do rozkładu normalnego. Dwie mody występujące w rozkładach prawdopodobieństwa mogą być wynikiem różnych warunków panujących w ruchu drogowym. W przypadku 1998 roku było to zamknięcie dla ruchu samochodów powyżej 3,5 ton. Poniżej przedstawiono wykresy (Rysunki 4.2.1 – 4.2.4) z dopasowanymi rozkładami z Tabeli 4.2.1.



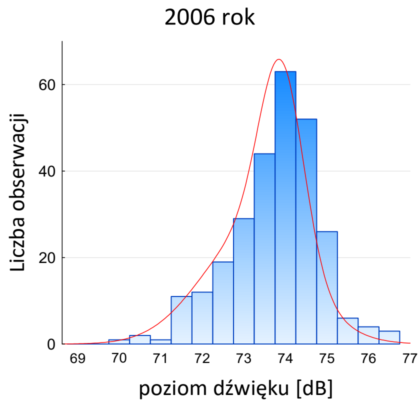
Rysunek 4.2.1. Charakterystyki dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla współczynnika L_d^{1998}



Rysunek 4.2.2. Charakterystyki dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla współczynnika L_d^{2004}



Rysunek 4.2.3. Charakterystyki dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla współczynnika L_d^{2005}



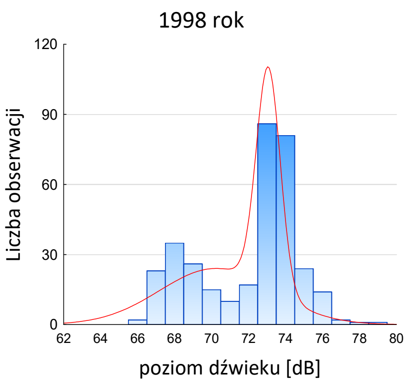
Rysunek 4.2.4. Charakterystyki dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla współczynnika L_d^{2006}

Tabela 4.2.2. Charakterystyki dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla współczynnika $L_w^{(r)}$

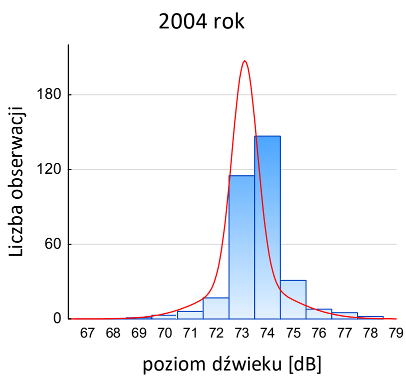
Rok	d_{KS}	p_{KS}	AD	p_{AD}	p	$\mu_1[dB]$	$\sigma_1[dB]$	$1-p$	$\mu_2[dB]$	$\sigma_2[dB]$
1998	0,07	0,055	2,62	0,051	0,54	70,23	3,04	0,46	73,07	0,65
1999	0,03	0,98	0,29	0,949	0,86	72,87	0,70	0,14	73,43	1,69

2004	0,03	0,98	0,20	0,990	0,67	73,11	0,49	0,33	73,22	1,68
2005	0,03	0,91	0,39	0,862	0,58	67,21	1,46	0,42	67,72	0,54
2006	0,03	0,95	0,38	0,873	0,53	73,22	1,50	0,47	73,74	0,60
2008	0,02	0,99	0,09	0,999	0,55	73,91	0,53	0,45	74,60	0,96
2009	0,03	0,88	0,21	0,988	0,44	73,98	0,48	0,56	75,01	0,86
2010	0,03	0,94	0,29	0,944	0,06	75,19	1,91	0,94	75,17	0,77

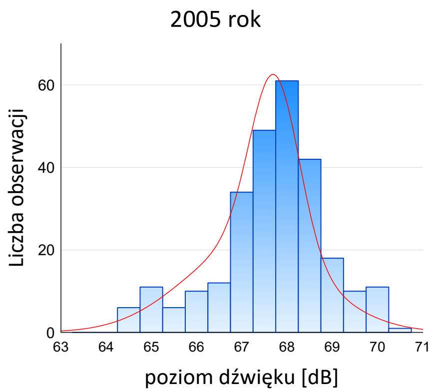
Dla pory wieczornej, poza rokiem 1998, otrzymujemy dopasowanie hipotetycznego rozkładu z wysoką wartością wskaźnika p_{value}. W dwóch przypadkach, w roku 1999 oraz 2010, dominuje jeden z rozkładów – daje to tylko lekkie zaburzenie rozkładu normalnego, wykres jest bardzo zbliżony do krzywej Gaussa. W przypadku roku 2004 udział procentowy składowych w mieszaninie wynosi 30% i 70%. W pozostałych przypadkach wynosi 50% i 50%. Mody rozkładów, poza 1998 i 2009 rokiem, są do siebie zbliżone, co można zaobserwować na Rysunkach 4.2.5–4.2.8. Jedynie dla roku 1998 obserwujemy wyraźną dwumodalność. Poniżej przedstawiono wykresy z dopasowanymi rozkładami z Tabeli 4.2.2.



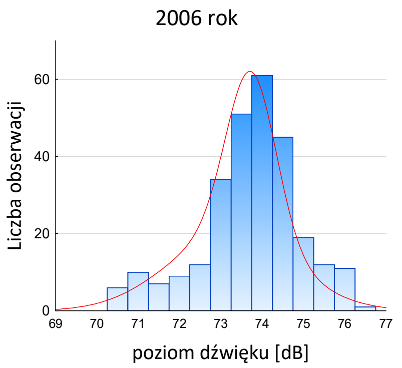
Rysunek 4.2.5. Charakterystyki dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla współczynnika L_w^{1998}



Rysunek 4.2.6. Charakterystyki dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla współczynnika L_w^{2004}



Rysunek 4.2.7. Charakterystyki dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla współczynnika L_w^{2005}

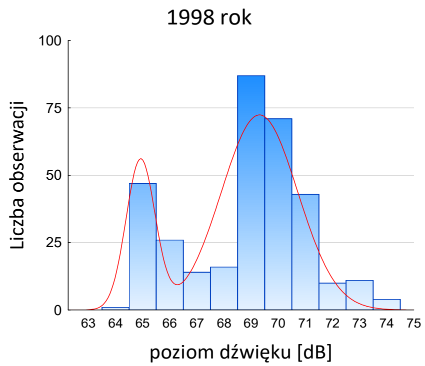


Rysunek 4.2.8. Charakterystyki dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla współczynnika L_w^{2006}

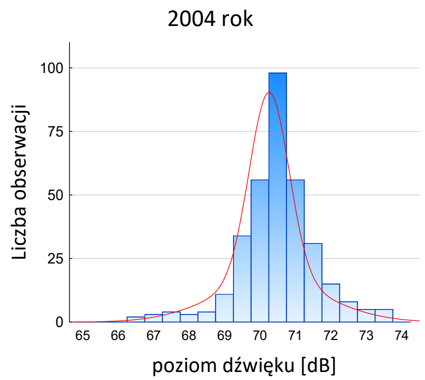
Dla pory nocnej obserwujemy zróżnicowany udział procentowy składników w mieszaninie. Dla wskaźnika $L_n^{(r)}$, tak jak dla $L_d^{(r)}$ i $L_w^{(r)}$, mody rozkładów w roku 2005 i 1998 są od siebie odseparowane, co generuje wyraźną dwumodalność. W pozostałych przypadkach wartości modalne leżą blisko siebie, co można zaobserwować na przedstawionych wybranych wykresach (Rysunki 4.2.9–4.2.12).

Tabela 4.2.3. Charakterystyki dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla współczynnika $L_n^{(r)}$

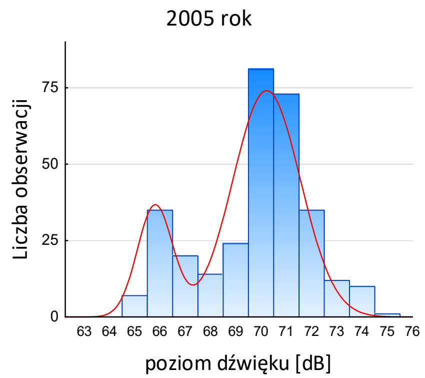
rok	d_{KS}	p_{KS}	AD	p_{AD}	p	$\mu_1[dB]$	$\sigma_1[dB]$	$1-p$	$\mu_2[dB]$	$\sigma_2[dB]$
1998	0,06	0,20	2,04	0,09	0,23	64,92	0,55	0,77	69,31	1,41
1999	0,04	0,81	0,23	0,98	0,29	69,44	1,39	0,71	69,42	0,64
2004	0,04	0,74	0,36	0,89	0,38	70,28	1,60	0,62	70,26	0,56
2005	0,05	0,30	1,31	0,23	0,21	65,81	0,70	0,79	70,23	1,37
2006	0,05	0,62	0,75	0,52	0,28	69,01	1,25	0,72	70,15	0,81
2008	0,04	0,80	0,21	0,99	0,78	70,20	0,60	0,22	70,73	1,30
2009	0,05	0,31	0,96	0,38	0,66	70,43	0,71	0,34	71,15	1,21
2010	0,04	0,82	0,33	0,91	0,51	71,53	1,11	0,49	71,42	0,65



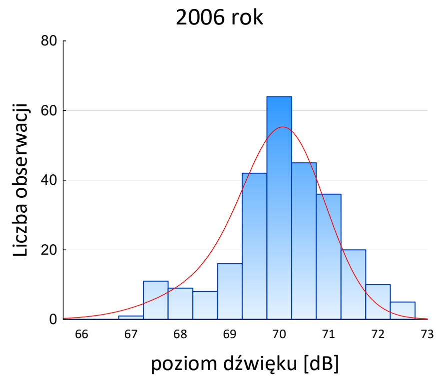
Rysunek 4.2.9. Charakterystyki dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla współczynnika L_n^{1998}



Rysunek 4.2.10. Charakterystyki dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla współczynnika L_n^{2004}



Rysunek 4.2.11. Charakterystyki dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla współczynnika L_n^{2005}

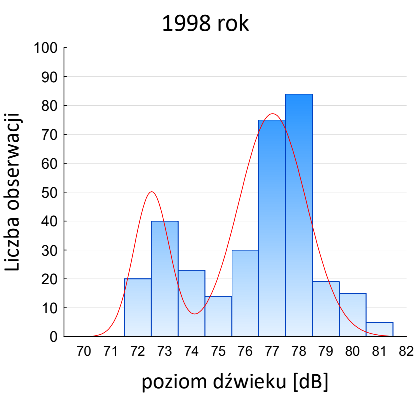


Rysunek 4.2.12. Charakterystyki dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla współczynnika L_n^{2006}

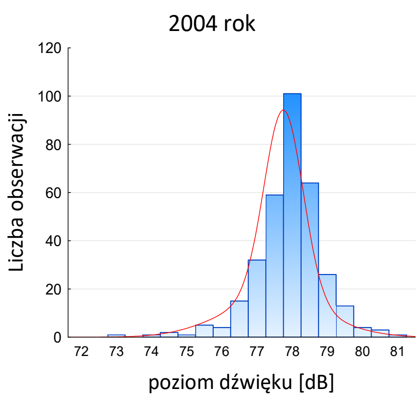
W przypadku $L_{dwn}^{(r)}$ w 2010 roku, gdzie testy wskazały również na normalność rozkładu, udział składników w mieszaninie wynosi około 50% i 50%, w pozostałych 30% i 70%. Wyjątek stanowi rok 1999 oraz 2006. Rozsunięcie wartości modalnych dla wskaźników $L_d^{(r)}, L_w^{(r)}, L_n^{(r)}$ dla lat 1998 i 2005 przenosi się na rozsunięcie modalnych wskaźnika $L_{dwn}^{(r)}$. Poniżej przedstawiono wykresy z dopasowanymi rozkładami z Tabeli 4.2.4.

Tabela 4.2.4. Charakterystyki dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla współczynnika $L_{dwn}^{(r)}$

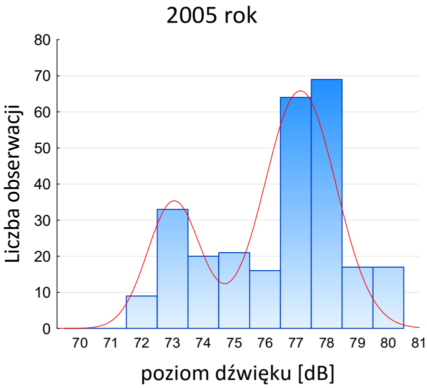
rok	d_{KS}	p_{KS}	AD	p_{AD}	p	$\mu_1[dB]$	$\sigma_1[dB]$	$1-p$	$\mu_2[dB]$	$\sigma_2[dB]$
1998	0,05	0,42	0,78	0,496	0,25	72,51	0,66	0,75	77,02	1,25
1999	0,04	0,74	0,44	0,809	0,05	76,88	1,88	0,95	77,10	0,69
2004	0,04	0,66	0,40	0,845	0,34	77,46	1,46	0,66	77,75	0,55
2005	0,07	0,17	0,92	0,396	0,27	73,05	0,86	0,73	77,14	1,15
2006	0,07	0,17	1,10	0,307	0,09	75,21	0,45	0,91	77,66	0,68
2008	0,04	0,84	0,30	0,937	0,74	77,91	0,43	0,26	78,384	0,92
2009	0,02	0,99	0,13	0,999	0,38	77,80	0,37	0,62	78,69	0,73
2010	0,03	0,99	0,15	0,998	0,56	79,10	0,538	0,44	79,18	0,87



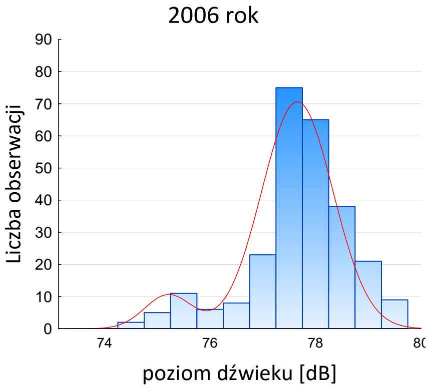
Rysunek. 4.2.13. Charakterystyki dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla współczynnika L_{dwn}^{1998}



Rysunek 4.2.14. Charakterystyki dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla współczynnika L_{dwn}^{2004}



Rysunek 4.2.15. Charakterystyki dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla współczynnika L_{dwn}^{2005}



Rysunek 4.2.16. Charakterystyki dopasowania mieszaniną rozkładów normalnych dla współczynnika L_{dwn}^{2006}

W wyniku analizy dopasowania rozkładów prawdopodobieństw otrzymano dopasowania dla wszystkich analizowanych lat i współczynników $L_d^{(r)}$, $L_w^{(r)}$, $L_n^{(r)}$, $L_{dwn}^{(r)}$ mieszaniną rozkładów normalnych. Identyfikacja funkcji gęstości prawdopodobieństw pozwoli na obliczanie niepewności wskaźników metodami opisanymi w rozdziale 3, co pozwoli na oszacowanie błędów popełnianych przy estymacji niepewności metodami opartymi o założenie normalności rozkładu prawdopodobieństwa zmiennych losowych reprezentujących wskaźniki hałasu. Obliczenie niepewności wskaźników $L_d^{(r)}$, $L_w^{(r)}$, $L_n^{(r)}$ metodą propagacji rozkładów oraz porównanie tej metody z Metodą Monte Carlo oraz z założeniami powszechnie stosowanymi w literaturze, bazującymi na normalnym rozkładzie prawdopodobieństwa próbki pomiarowej decybelowych poziomów dźwięku czy poziomów energii oddziaływań akustycznych, stanowi treść następnego rozdziału.

5. Analiza porównawcza modelu wyznaczania niepewności metodą propagacji rozkładów z klasycznie stosowanymi metodami

Stosowanie nieodpowiednich założeń, dotyczących rozkładu prawdopodobieństwa zmiennych losowych w modelach wyznaczania niepewności, może skutkować błędami w wyznaczaniu przedziału ufności dla średnich logarytmicznych poziomów dźwięku (Dorozhovetz i Warsza, 2007c). W pomiarach środowiskowych, zarówno w celu wyznaczenia dobowych wskaźników hałasu, jak i długookresowych średniorocznych wskaźników hałasu, ze względów ekonomicznych i technicznych dokonywana jest minimalizacja próbki pomiarowej. Dla małej próbki pomiarowej zastosowanie nieadekwatnego założenia dotyczącego jej rozkładu prawdopodobieństwa niesie ze sobą ryzyko błędnego oszacowania przedziału niepewności. Aspektem, na który trzeba zwrócić szczególną uwagę w takiej analizie jest zatem znajomość rozkładu prawdopodobieństwa wyników pomiarów poziomów dźwięku i jego wpływu na obliczanie niepewności. Bez dokładnej analizy sygnału akustycznego (jego dobowej zmienności czy zmienności wskaźników w ciągu roku) nie jest możliwe wskazanie, z jakich okresów (dnia czy roku) należy pobierać próbę, aby w sposób wiarygodny wybrać reprezentantów do próby pomiarowej dla każdego punktu pomiarowego (zróżnicowanie strumienia samochodów czy warunków propagacji dźwięku może być różne w zależności od ulicy, przy której mierzymy hałas, czy usytuowania samego punktu pomiarowego).

Konstruowanie map akustycznych ruchu drogowego jest złożonym procesem. Prognozowanie poziomów dźwięku odbywa się na podstawie informacji, takich jak: warunki propagacji dźwięku (odległość drogi od budynków), prędkość przejeżdżających pojazdów, średnia liczba pojazdów, zmienność przepływów w ruchu drogowym itp. (Campbell, 2001), (De Coensel i Botteldooren, 2007), (Yamamoto, 2010). W przewodniku do tworzenia map akustycznych (WG-AEN, 2006), opracowanym przez grupę ds. Oceny Narażenia na Hałas Komisji Europejskiej, można znaleźć wskazówki dotyczące konstrukcji map akustycznych. Niepewność wyniku przy stosowaniu narzędzi obliczeniowych powinna być ściśle określona dla konkretnego przypadku oraz warunków, dla jakich te narzędzia zostały wprowadzone. Wnioskowanie przeprowadzone w oparciu o ogólne informacje (makrosymulacje) może być zawodne (De Coensel i Botteldooren, 2007).

Dokonując weryfikacji mapy akustycznej, czy wyznaczając poziomy dźwięku na drogach w dużym mieście, z praktycznego punktu widzenia, nierealnym jest posiadanie informacji o zmienności sygnału akustycznego dla wszystkich punktów, w których chcemy dokonać pomiarów dla okresu całego roku. Takie rozpoznanie nie gwarantowałoby, że w przyszłych okresach sygnał ten kształtowałby się w podobny sposób. W takiej sytuacji posługiwać się można jedynie wyrywkowymi (losowymi) pomiarami dźwięku. Dla wskaźników dobowych będzie to kilkunastoelementowa próba pomiarowa, natomiast w przypadku długookresowych wskaźników hałasu - próba stanowiąca pomiary z kilku dni.

W literaturze przedmiotu niewiele jest opracowań dotyczących analizy długookresowych pomiarów z ciągłego monitoringu ruchu drogowego. W skali Polski jest to unikalne źródło tak szerokich danych pomiarowych. Możliwość zweryfikowania klasycznie przyjmowanych założeń, stosowanych w obliczaniu niepewności w oparciu o 14-letnie obserwacje z monitoringu akustycznego, stanowi cenne i unikalne źródło wskazówek o zmienności i zachowaniu się prób pomiarowych. W podrozdziale 5.1 autor dokonał analizy błędów w wyznaczaniu przedziału niepewności dla dobowych ocen poziomów dźwięku, przy zastosowaniu różnych założeń dla próbek pomiarowych o różnym czasie uśredniania. W podrozdziale 5.2 natomiast autor dokonał analizy zachowania się przedziałów niepewności dla długookresowych wskaźników hałasu w zależności od wielkości próby pomiarowej (ilości dni pomiarowych).

5.1. Analiza porównawcza metody propagacji rozkładów dla dobowych wskaźników hałasu L_d, L_w, L_n oraz L_{dwn}

W przeprowadzonej analizie danych z monitoringu otrzymano możliwość dopasowania rozkładu, będącego mieszaniną rozkładów normalnych, do wyników pomiarów poziomów dźwięku dla czasu uśredniania 5 minut i dłuższego. Można zatem dla niepełnej próby pomiarowej, w oparciu o to założenie, szacować niepewność wskaźników hałasu korzystając z metody propagacji rozkładów.

W podrozdziale tym przedstawiono analizę tego zagadnienia na przykładzie trzech charakterystycznych dób z monitoringu. Przedstawiono kształtowanie się przedziałów niepewności w oparciu o klasycznie przyjmowane założenia probabilistycznego charakteru próby losowej poziomów dźwięku i poziomów energii oddziaływań akustycznych oraz metodę opartą na propagacji rozkładów. Przedstawiono również problem walidacji wyników pomiarowych.

Bazę do obliczeń stanowiły próby pomiarowe wyników pomiarów poziomów dźwięku obliczone w przedziałach uśredniania: 5 minut, 10 minut, 15 minut, 20 minut, z okresów: dzień (godz.: 6.00–18.00), wieczór (18.00–22.00) i noc (22.00–6.00).

Do przeanalizowania zmienności próbek pomiarowych generowano losowo próby n-elementowych średnich, losując z próbek niezależnie $M = 10^6$ razy. Z tak otrzymanych próbek obliczano statystyki oraz przedziały niepewności (95% przedziały obcięcia). W przypadku założenia o normalności poziomów energii oddziaływań akustycznych przedziały niepewności obliczane były ze wzorów 1.3.5–1.3.8. W przypadku założenia o normalności średniej logarytmicznej korzystano ze wzorów 1.3.29–1.3.31, natomiast w przypadku normalności poziomów dźwięku ze wzoru 1.2.7.

Na Rysunkach 5.1.1–5.1.12 i w Tabelach 5.1.1–5.1.3 przyjęto oznaczenia:

- k_l, k_p – końce przedziałów niepewności wyznaczone z metody propagacji rozkładów
- $NE\ k_l,\ NE\ k_p$ – końce przedziałów niepewności obliczone przy założeniu normalności poziomów energii
- $NL\ k_l,\ NL\ k_p$ – końce przedziałów niepewności obliczone przy założeniu normalności poziomów dźwięku
- $N\overline{L}^{(log)}\ k_l,\ N\overline{L}^{(log)}\ k_p$ – końce przedziałów niepewności obliczone przy założeniu normalności średniej logarytmicznej poziomów dźwięku

W Tabeli 5.1.1 przedstawiono liczebności próbek dla dnia, wieczoru i nocy dla wybranych dób z monitoringu (01.11.1998, 16.05.2010, 05.12.2010), dla których różnice pomiędzy kwantylami przestają być istotne (<0,1dB).

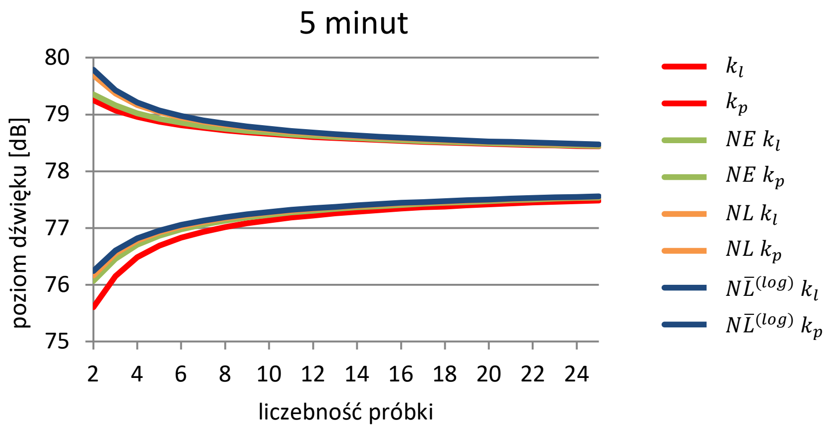
Tabela 5.1.1. Graniczna liczba próbek dla wybranych dób z monitoringu dla dnia, wieczoru i nocy, dla których różnica między kwantylami obliczonymi z metody propagacji rozkładu a założeniem dotyczącym próby pomiarowej nie jest istotna

pora	czas uśre-dniania [min]	1.11.1998			16.05.2010			5.12.2010		
		NE	NL	$NL^{(log)}$	NE	NL	$NL^{(log)}$	NE	NL	$NL^{(log}$
dzień	5	11	10	12	10	15	17	16	13	16
	10	16	10	12	9	14	15	14	13	15
	15	7	12	14	10	14	15	10	12	14
	20	8	12	14	10	14	15	9	12	14
wieczór	5	5	3	3	71 (>48)	56 (>48)	52 (>48)	52 (>48)	37	35
	10	2	2	2	34 (>24)	25 (>24)	28 (>24)	35 (>24)	22	23
	15	2	2	2	29 (>16)	20 (>16)	19 (>16)	25 (>16)	19	15
	20	2	2	2	12	7	6	12	7	6
noc	5	24	14	23	26	10	24	26	6	16
	10	22	13	24	25	10	21	18	8	16
	15	19	13	22	25	9	21	16	9	17
	20	21	8	10	24	8	20	15	9	16

*Wartości w nawiasach przedstawiają maksymalny rozmiar próby przy czasie uśredniania.

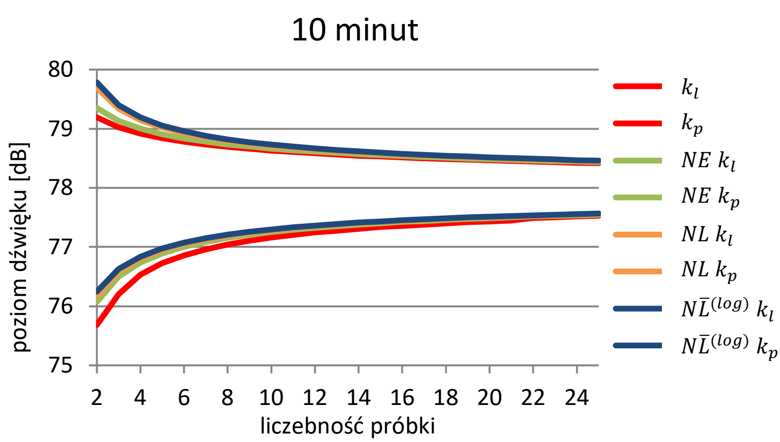
Na Rysunkach 5.1.1 – 5.1.4 przedstawiono końce przedziałów niepewności, obliczone dla różnych założeń dotyczących próby pomiarowej dla dnia z 16.05.2010 dla różnych czasów uśredniania. Nad wykresami przedstawiono współczynniki skośności ρ i kurtozy K dla wyjściowej próby pomiarowej.

	poziomy dźwięku		poziomy energii
ρ	-1,59	ρ	-0,86
K	2,12	K	0,11



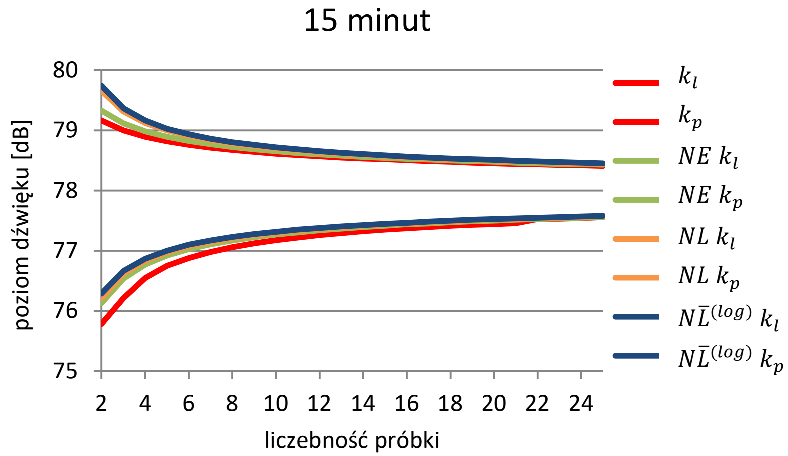
Rysunek 5.1.1. Końce przedziałów niepewności przy różnych założeniach próby pomiarowej poziomów dźwięku dla dnia z 16.05.2010 czas uśredniania: 5 minut

	poziomy dźwięku		poziomy energii
ρ	-1,65	ρ	-0,95
K	2,32	K	0,29



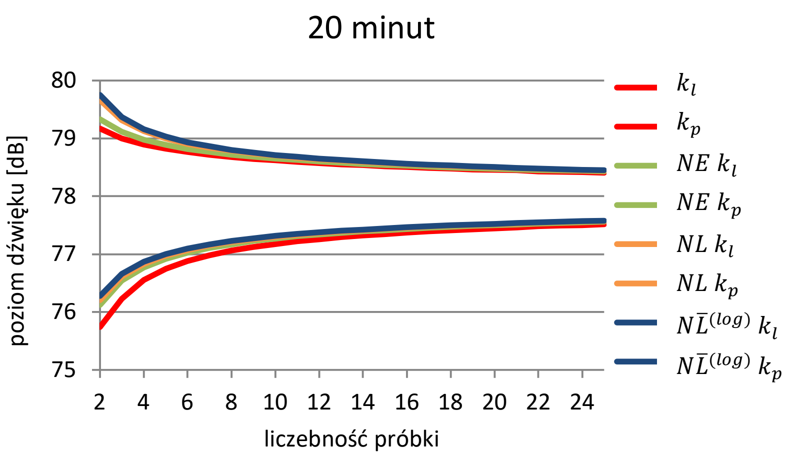
Rysunek 5.1.2. Końce przedziałów niepewności przy różnych założeniach próby pomiarowej poziomów dźwięku dla dnia z 16.05.2010 czas uśredniania: 10 minut

poziomy dźwięku		poziomy energii	
ρ	-1,71	ρ	-0,99
K	2,72	K	0,41



Rysunek 5.1.3. Końce przedziałów niepewności przy różnych założeniach próby pomiarowej poziomów dźwięku dla dnia z 16.05.2010 czas uśredniania 15 minut

poziomy dźwięku		poziomy energii	
ρ	-1,74	ρ	-1,06
K	2,73	K	0,53



Rysunek 5.1.4. Końce przedziałów niepewności przy różnych założeniach próby pomiarowej poziomów dźwięku dla dnia z 16.05.2010 czas uśredniania 20 minut

W Tabeli 5.1.2 znajdują się różnice w końcach przedziałów niepewności wyznaczonych metodą propagacji rozkładów oraz przy pomocy innych, wymienionych wcześniej, założeń dla dnia z 16.05.2010, przy $n = 5$, $n = 10$, $n = 15$, gdzie n oznacza liczbę dni pomiarowych.

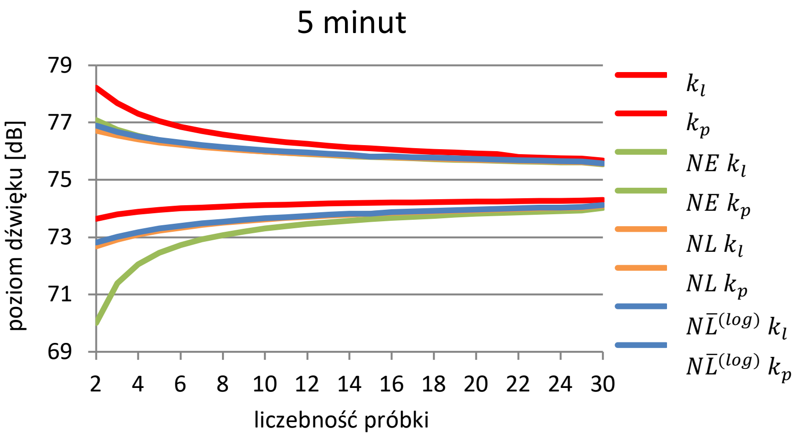
Tabela 5.1.2. różnice w końcach przedziałów niepewności wyznaczonych metodą propagacji rozkładów i przy pomocy innych, wymienionych wcześniej założeń dla dnia z 16.05.2010 dla 5, 10 i 15 dni pomiarowych

liczba dni pomiarowych	symbol założenia	kwantyl	różnice pomiędzy końcami przedziałów niepewności dla odpowiednich czasów uśredniania			
			5 min	10 min	15 min	20 min
$n = 5$	NE	$k_{0,025}$	-0,17	-0,16	-0,17	-0,17
		$k_{0,975}$	-0,05	-0,07	-0,08	-0,07
	NL	$k_{0,025}$	-0,24	-0,20	-0,22	-0,23
		$k_{0,975}$	-0,16	-0,18	-0,18	-0,18
	$N\bar{L}^{(log)}$	$k_{0,025}$	-0,27	-0,25	-0,25	-0,25
		$k_{0,975}$	-0,20	-0,21	-0,21	-0,21
$n = 10$	NE	$k_{0,025}$	-0,10	-0,09	-0,09	-0,10
		$k_{0,975}$	-0,02	-0,03	-0,04	-0,03
	NL	$k_{0,025}$	-0,13	-0,12	-0,13	-0,12
		$k_{0,975}$	-0,07	-0,08	-0,09	-0,08
	$N\bar{L}^{(log)}$	$k_{0,025}$	-0,15	-0,14	-0,14	-0,14
		$k_{0,975}$	-0,09	-0,10	-0,10	-0,10
$n = 15$	NE	$k_{0,025}$	-0,07	-0,07	-0,07	-0,07
		$k_{0,975}$	-0,01	-0,04	-0,03	-0,03
	NL	$k_{0,025}$	-0,10	-0,09	-0,09	-0,09
		$k_{0,975}$	-0,05	-0,06	-0,06	-0,05
	$N\bar{L}^{(log)}$	$k_{0,025}$	-0,11	-0,10	-0,10	-0,10
		$k_{0,975}$	-0,06	-0,07	-0,07	-0,06

Dla dni (Rysunki 5.1.1–5.1.4) obserwowane jest przesunięcie całego przedziału niepewności w lewo. Związane jest to z ujemnym współczynnikiem skośności próby pomiarowej. Różnice między końcami przedziałów niepewności przestają być istotne dla próbek 15–20 elementowych dla wszystkich czasów uśredniania, przy czym dla 20-minutowych okresów uśredniania różnice te są najmniejsze. Zmiana czasu uśredniania dla poziomów dziennych nie wpływa istotnie na różnice między kwantylami uzyskanymi różnymi metodami. Długości tych przedziałów również zmieniają się nieznacznie. Świadczy to o małej zmienności dla poziomów dziennych własności przedziałów ufności ze względu na długość czasu uśredniania. Wynika stąd, że optymalnym czasem uśredniania dla poziomów dziennych jest czas 5 lub 10 minut. Przy próbie pomiarowej składającej się z więcej niż 20 elementów wybór założenia o charakterze próby losowej nie jest istotny.

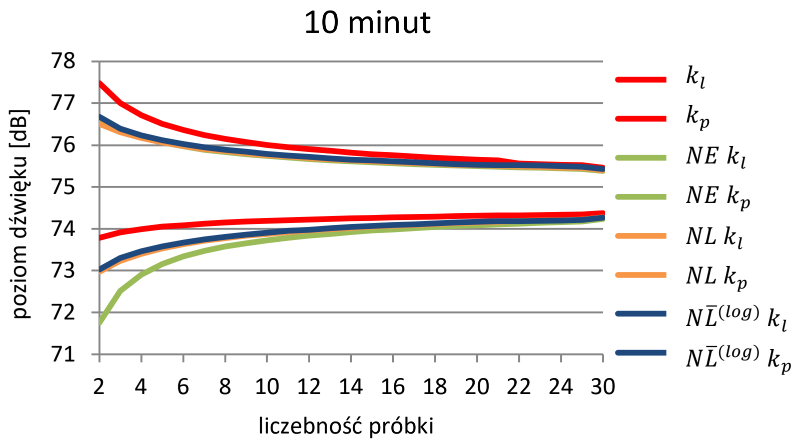
Rysunki 5.1.5–5.1.8 przedstawiają zmienność przedziałów niepewności, obliczonych dla różnych założeń, dla wieczoru z 05.12.201 dla różnych czasów uśredniania. Obok wykresów przedstawiono współczynniki skośności ρ i kurtozy K dla wyjściowej próby pomiarowej.

poziomy dźwięku		poziomy energii	
ρ	3,50	ρ	5,46
K	16,61	K	33,19



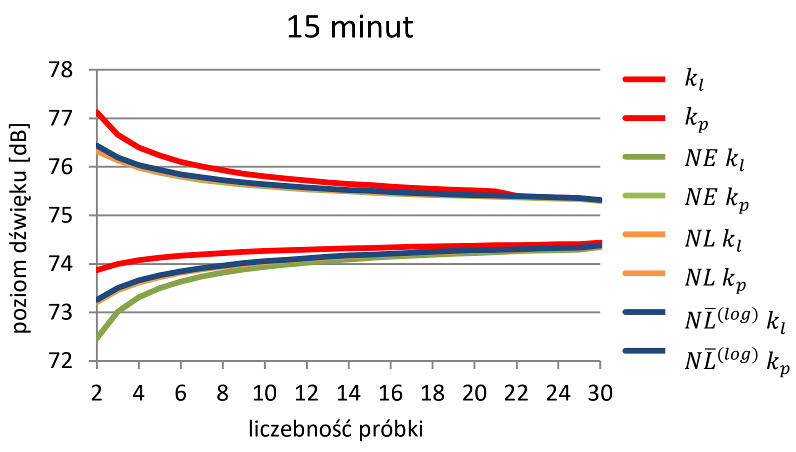
Rysunek 5.1.5. Końce przedziałów niepewności obliczone przy różnych założeniach dotyczących próby pomiarowej poziomów dźwięku dla wieczoru z 05.12.2010 dla czasu uśredniania 5 minut

poziomy dźwięku		poziomy energii	
ρ	2,89	ρ	3,94
K	10,74	K	17,24



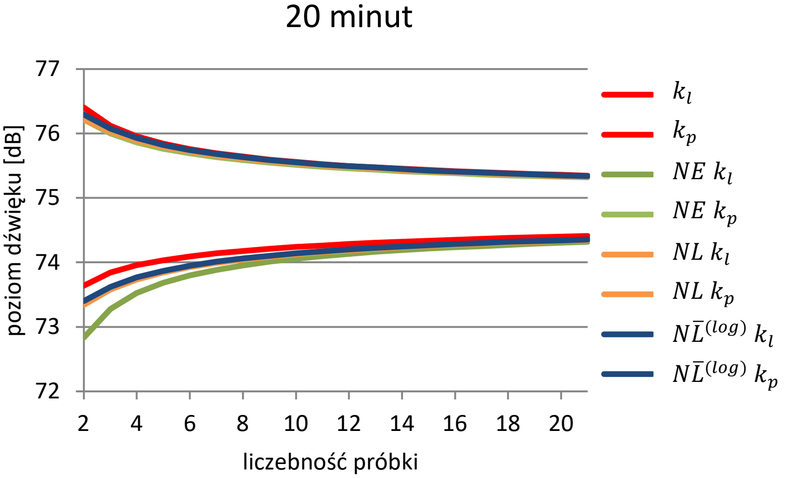
Rysunek 5.1.6. Końce przedziałów niepewności przy różnych założeniach próby pomiarowej poziomów dźwięku dla wieczoru z 05.12.2010 czas uśredniania 10 minut

poziomy dźwięku		poziomy energii	
ρ	2,67	ρ	3,32
K	8,76	K	12,11



Rysunek 5.1.7. Końce przedziałów niepewności przy różnych założeniach próby pomiarowej poziomów dźwięku dla wieczoru z 05.12.2010 czas uśredniania 15 minut

poziomy dźwięku		poziomy energii	
ρ	2,13	ρ	2,66
K	5,59	K	7,87



Rysunek 5.1.8. Końce przedziałów niepewności przy różnych założeniach próby pomiarowej poziomów dźwięku dla wieczoru z 05.12.2010 czas uśredniania 20 minut

W Tabeli 5.1.3 znajdują się różnice w końcach przedziałów niepewności wyznaczonych metodą propagacji rozkładów i przy pomocy innych, wymienionych wcześniej założeń dla wieczoru z 05.12.2010 dla 5, 10 i 15 dni pomiarowych.

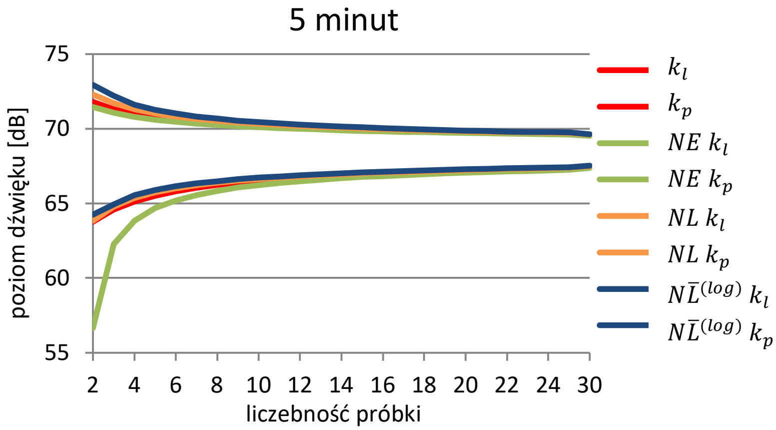
Tabela 5.1.3. różnice w końcach przedziałów niepewności wyznaczonych metodą propagacji rozkładów i przy pomocy innych, wymienionych wcześniej założeń dla wieczoru z 05.12.2010 dla 5, 10 i 15 dni pomiarowych

liczba dni pomiarowych	symbol założenia	kwantyl	różnice pomiędzy końcami przedziałów niepewności dla odpowiednich czasów uśredniania			
			5 min	10 min	15 min	20 min
$n = 5$	NE	$k_{0,025}$	1,51	0,89	0,63	0,34
		$k_{0,975}$	0,67	0,45	0,35	0,15
	NL	$k_{0,025}$	0,73	0,52	0,40	0,15
		$k_{0,975}$	0,74	0,45	0,33	0,06
	$N\bar{L}^{(log)}$	$k_{0,025}$	0,66	0,47	0,36	0,11
		$k_{0,975}$	0,66	0,39	0,30	0,01

liczba dni pomiarowych	symbol założenia	kwantyl	różnice pomiędzy końcami przedziałów niepewności dla odpowiednich czasów uśredniania			
			5 min	10 min	15 min	20 min
$n = 10$	NE	$k_{0,025}$	0,82	0,46	0,32	0,12
		$k_{0,975}$	0,40	0,27	0,21	0,06
	NL	$k_{0,025}$	0,50	0,31	0,23	0,04
		$k_{0,975}$	0,40	0,25	0,19	0,01
	$N\bar{L}^{(log)}$	$k_{0,025}$	0,46	0,28	0,21	0,01
		$k_{0,975}$	0,35	0,22	0,17	-0,01
$n = 15$	NE	$k_{0,025}$	0,57	0,31	0,21	-
		$k_{0,975}$	0,30	0,20	0,15	-
	NL	$k_{0,025}$	0,38	0,21	0,15	-
		$k_{0,975}$	0,28	0,18	0,13	-
	$N\bar{L}^{(log)}$	$k_{0,025}$	0,38	0,19	0,14	-
		$k_{0,975}$	0,28	0,15	0,12	-

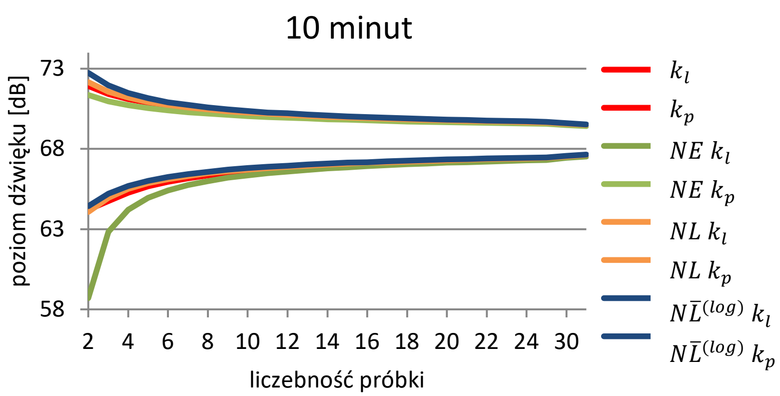
Dla przykładu z wieczoru z 05.12.2014 otrzymujemy współczynnik skośności dodatni. Przedział niepewności jest w takim przypadku przesunięty w prawo. Duża wartość współczynnika skośności i kurtozy poziomów energii powoduje odstawanie lewego kwantyla dla założenia normalności poziomów energii. Większość współczynników skośności dla wieczoru jest ujemna, inaczej niż w przedstawionym przypadku. Dla poziomów decybelowych z wieczoru otrzymywane różnice w przedziałach niepewności są w większości przypadków istotne przy każdym czasie uśredniania. Wyjątek stanowi jedynie czas uśredniania 20 minut. Jednak ze względu na niedużą próbę pomiarową, otrzymywaną z wieczoru przy tym czasie uśredniania, rozkład prawdopodobieństwa może nie być wyznaczony z odpowiednią precyzją. Wraz ze wzrostem liczebności próbek różnice między końcami przedziałów niepewności maleją. Jednak, aby różnica ta nie była istotna liczebność próbek musiałaby być większa niż maksymalny rozmiar próby pomiarowej. Największe różnice otrzymuje się w przypadku założenia o normalności poziomów energii, szczególnie dla lewego kwantyla. Najmniejsze natomiast otrzymuje się przy założeniu normalności średniej logarytmicznej.

poziomy dźwięku		poziomy energii	
ρ	-0,04	ρ	1,17
K	-0,79	K	0,99



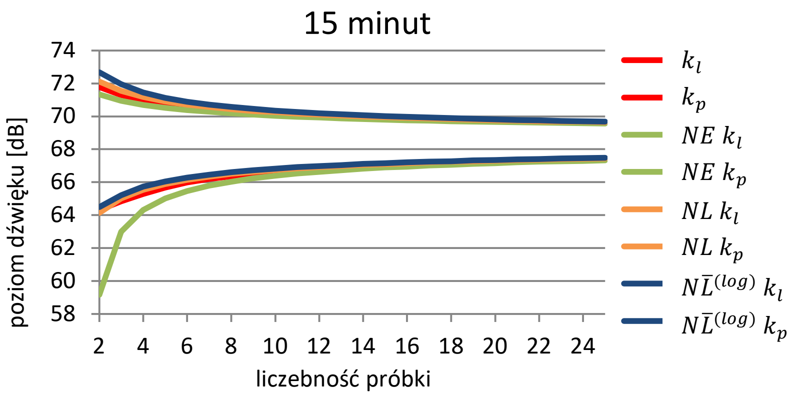
Rysunek 5.1.9. Końce przedziałów niepewności przy różnych założeniach dotyczących próby poziomów dźwięku dla nocy z 01.11.1998 czas uśredniania 5 minut

poziomy dźwięku		poziomy energii	
ρ	0,16	ρ	1,05
K	-1,16	K	0,47



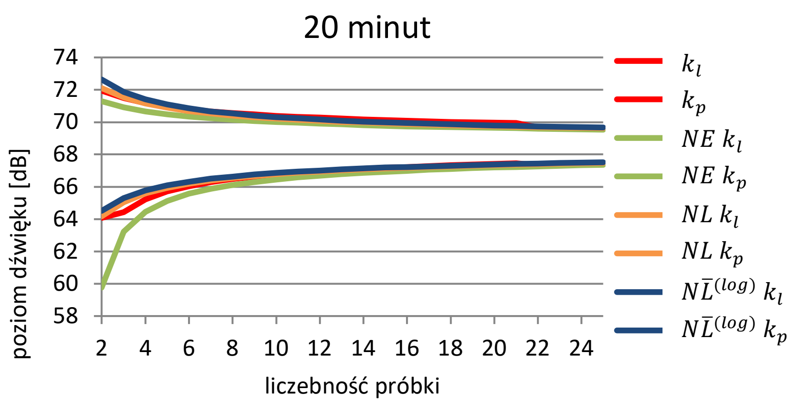
Rysunek 5.1.10. Końce przedziałów niepewności przy różnych założeniach próby poziomów dźwięku dla nocy z 01.11.1998 czas uśredniania 10 minut

poziomy dźwięku		poziomy energii	
ρ	0,17	ρ	1,03
K	-1,22	K	0,47



Rysunek 5.1.11. Końce przedziałów niepewności przy różnych założeniach próby poziomów dźwięku dla nocy z 01.11.1998 czas uśredniania 15 minut

poziomy dźwięku		poziomy energii	
ρ	0,15	ρ	0,89
K	-1,30	K	-0,14



Rysunek 5.1.12. Końce przedziałów niepewności przy różnych założeniach próby pomiarowej poziomów dźwięku dla nocy z 01.11.1998 czas uśredniania 20 minut

Powyższe wykresy (Rysunki 5.1.9–5.1.12) przedstawiają zmienność przedziałów niepewności, obliczonych dla różnych założeń, dla nocy z 01.11.1998 dla różnych czasów uśredniania. Obok wykresów przedstawiono współczynniki skośności ρ i kurtozy K dla wyjściowej próby pomiarowej.

W Tabeli 5.1.4 znajdują się różnice w końcach przedziałów niepewności wyznaczonych metodą propagacji rozkładów i przy pomocy innych, wymienionych wcześniej założeń dla nocy z 01.11.1998 dla 5, 10 i 15 dni pomiarowych.

Tabela 5.1.4. różnice w końcach przedziałów niepewności wyznaczonych metodą propagacji rozkładów i przy pomocy innych, wymienionych wcześniej założeń dla nocy z 01.11.1998 dla 5, 10 i 15 dni pomiarowych

liczba dni pomiarowych	symbol założenia	kwantyl	różnice pomiędzy końcami przedziałów niepewności dla odpowiednich czasów uśredniania			
			5 min	10 min	15 min	20 min
$n = 5$	NE	$k_{0,025}$	0,83	0,73	0,66	0,59
		$k_{0,975}$	0,17	0,33	0,25	0,48
	NL	$k_{0,025}$	-0,22	-0,18	-0,21	-0,21
		$k_{0,975}$	-0,25	-0,07	-0,15	0,08
	$N\bar{L}^{(log)}$	$k_{0,025}$	-0,39	-0,34	-0,37	-0,37
		$k_{0,975}$	-0,48	-0,29	-0,35	-0,12
$n = 10$	NE	$k_{0,025}$	0,30	0,25	0,23	0,31
		$k_{0,975}$	0,10	0,22	0,16	0,38
	NL	$k_{0,025}$	-0,11	-0,11	-0,12	-0,02
		$k_{0,975}$	-0,13	0,00	-0,06	0,17
	$N\bar{L}^{(log)}$	$k_{0,025}$	-0,20	-0,20	-0,20	-0,10
		$k_{0,975}$	-0,24	-0,10	-0,15	0,08
$n = 15$	NE	$k_{0,025}$	0,17	0,13	0,13	0,25
		$k_{0,975}$	0,07	0,17	0,12	0,35
	NL	$k_{0,025}$	-0,08	-0,09	-0,08	0,05
		$k_{0,975}$	-0,09	0,02	-0,02	0,20
	$N\bar{L}^{(log)}$	$k_{0,025}$	-0,14	-0,15	-0,14	-0,01
		$k_{0,975}$	-0,16	-0,05	-0,09	0,14

Dla nocy widoczne jest największe odbieganie kwantyla poziomów energii. Jednocześnie ze wszystkich okresów pomiarowych najszybciej wraz z liczebnością zbiegają do zera różnice między kwantylami. Dla poziomu uśredniania 20 minut różnice te są najmniejsze. W przypadku nocy obserwowane jest najszybsze wygładzanie statystyk wraz z czasem uśredniania. Skutkuje to brakiem różnic między kwantylami dla kilkunastoelementowych próbek pomiarowych dla czasu uśredniania 5 minut i więcej.

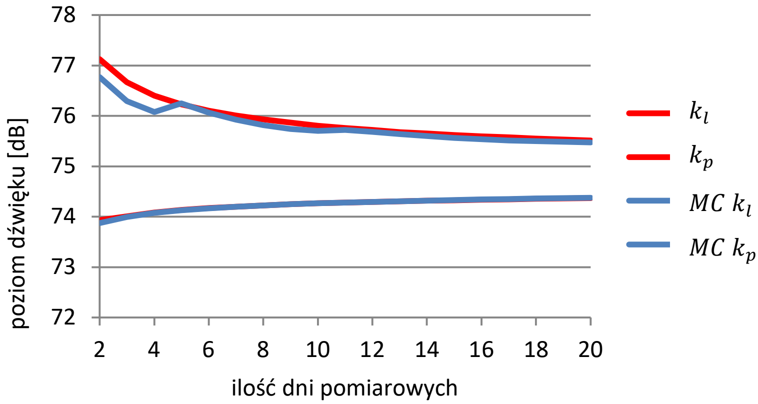
Walidacja Metodą Monte Carlo

Według zaleceń przewodnika niepewności pomiaru (JCGM 101:2008, 2008), w celu walidacji metody obliczania niepewności można posłużyć się Metodą Monte Carlo. Procedura walidacji odbywa się w kilku krokach (Fotowicz, 2006):

1. wygenerowanie M prób N-elementowego zbioru wielkości wejściowych,
2. dla każdej próby obliczenie z funkcji modelu odpowiadającej mu wartości wielkości wyjściowej,
3. obliczenie estymaty wielkości wyjściowej i związanej z nią niepewności z przybliżonej dystrybuanty lub bezpośrednio z wygenerowanej próby.

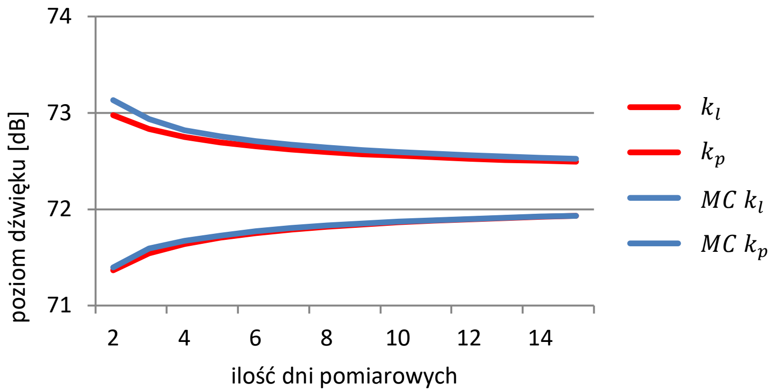
Liczba losowań Metody Monte Carlo powinna być określona a priori. W celu wyznaczenia 95% przedziału ufności, którego długość zgodna jest z jedną lub dwiema cyframi, znaczącymi często wystarcza się $M = 10^6$ (Fotowicz, 2006).

Przeprowadzona walidacja wykazała, że już od $n = 5$ przedział niepewności wyznaczony Metodą Monte Carlo pokrywa się z przedziałem wyznaczonym z metody propagacji rozkładów. Dla $n < 5$ pojawiają się różnice między końcami przedziałów. Szczególnym przypadkiem jest wieczór, dla którego rozbieżności między kwantylem obliczonym z Metody Monte Carlo oraz metody propagacji rozkładów utrzymują się nawet do $n = 10$ (Rysunki 5.1.13, 5.1.14).



*$MC\ k_l, MC\ k_p$ – kwantyle wyznaczone z Metody Monte Carlo

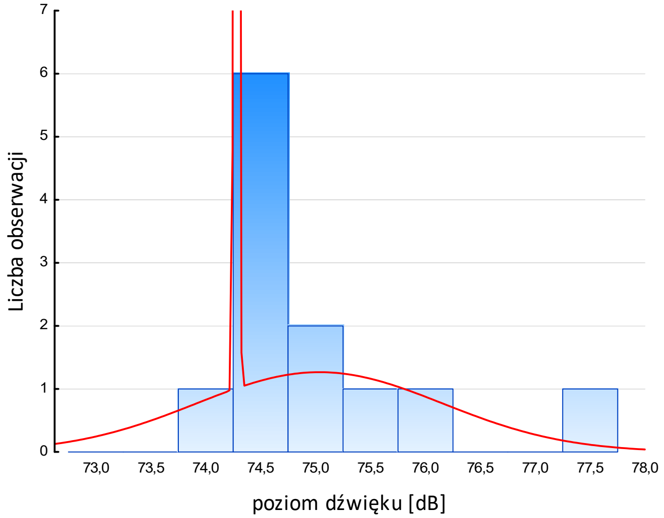
Rysunek 5.1.13. Różnice w końcach przedziałów niepewności wyznaczonych metodą Monte Carlo oraz metodą propagacji rozkładów dla próbki poziomów dźwięku uśrednianych na przedziale 15 minut z wieczoru 05.12.2010



*$MC\ k_l, MC\ k_p$ –kwantyle wyznaczone z Metody Monte Carlo

Rysunek 5.1.14. Różnice w końcach przedziałów niepewności wyznaczonych metodą Monte Carlo oraz metodą propagacji rozkładów dla próbki poziomów dźwięku uśrednianych na przedziale 10 minut z wieczoru 01.11.1998

Spowodowane jest to problemem związanym z dopasowaniem funkcji gęstości do danych empirycznych. Może zdarzyć się tak, że kwantyl dopasowanego rozkładu różni się od kwantyla wyznaczonego metodą obcięcia. Ponadto dla próbek o małej liczebności dopasowanie rozkładu daje pełniejszą charakterystykę niż próbka pomiarowa. Wyrysowany histogram w niektórych przedziałach może nie zawierać elementów, podczas gdy funkcja gęstości ma na danym przedziale pewną wartość (Rysunek 5.1.15). W związku z tym w metodzie propagacji rozkładów korzystniej jest dopasowywać rozkłady dla próbek poziomów dźwięku uśrednianych w czasie 5 lub 10 minut. Zapewnia to liczniejszą próbkę, co daje większą precyzję przy wyznaczaniu rozkładu.



Rysunek 5.1.15. Histogram liczebnościowy wraz z dopasowaną funkcją będącą mieszaniną rozkładów normalnych do danych empirycznych z wieczoru 05.12.2010 dla próbki poziomów dźwięku uśrednianych na przedziale 20 minut

Najmniej widoczna różnica w wyznaczonych przedziałach niepewności, wyznaczonych z próby pomiarowej obliczanej przy różnych czasach uśredniania, występuje dla dni. Przedział niepewności, ze względu na dominujący w próbkach dla pory dziennej ujemny współczynnik skośności, przesunięty jest w lewo w stosunku do przedziałów wyznaczonych innymi metodami. W większości przypadków dla próbek poziomów dźwięku powyżej 20 elementów różnice między końcami przedziałów niepewności, wyznaczonych różnymi metodami, nie są istotne.

Dla wieczorów otrzymuje się duże różnice w końcach przedziałów niepewności obliczonych przy pomocy metody propagacji rozkładów oraz przy założeniach wymienionych na początku rozdziału, nawet dla dużych próbek pomiarowych. Często liczebność próbki musiała by być większa niż maksymalna możliwa próba pomiarowa, aby różnice w końcach przedziałów niepewności nie były istotne.

Dla nocy obserwujemy szybkie zanikanie różnic pomiędzy końcami przedziałów niepewności, wyznaczonymi z metody propagacji rozkładów a końcami przedziałów niepewności obliczonymi przy rozważanych w rozdziale założeniach, nawet dla próbek pomiarowych o małym czasie uśredniania. Dla większości dni pomiarowych różnice w końcach przedziałów niepewności przestają być istotne dla próbek o liczebności powyżej 20 elementów.

W przypadku metody propagacji rozkładów otrzymane wartości końców przedziału niepewności odpowiadają końcom przedziałów obcięcia, otrzymanym z Metody Monte Carlo - dla dnia oraz nocy dla $n > 5$, dla wieczoru dla $n > 10$.

Z przeprowadzonej analizy wynika, że przedziały niepewności otrzymane metodą propagacji rozkładów są istotnie różne od przedziałów wyznaczonych przy klasycznie stosowanych założeniach dotyczących próbek pomiarowych. Dla pory dziennej i nocnej różnice te są istotne dla próbek do 20 elementów. Dla pory wieczornej natomiast - nawet do maksymalnego rozmiaru próby.

Ze względu na problemy związane z dopasowaniem funkcji gęstości próbka powinna być nie mniejsza niż osiem elementów. Czas uśredniania poziomów dźwięku dla metody propagacji rozkładów to minimum 5 minut. Dla próbek poziomów dźwięku uśrednianych na dłuższym przedziale czasowym otrzymuje się szybsze zbieganie rozkładów średnich do rozkładów normalnych. Jednak ze względu na małe liczebności takich próbek optymalne jest uśrednianie poziomów dźwięku dla przedziału czasowego 5 lub 10 minut.

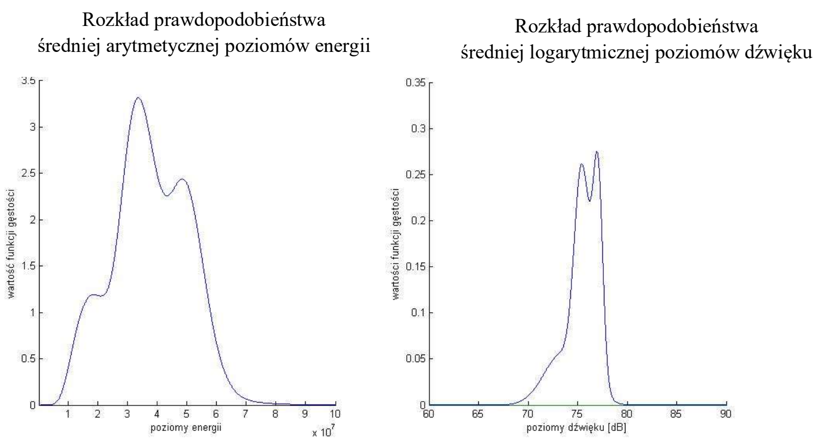
5.2. Analiza porównawcza metody propagacji rozkładów dla długookresowych wskaźników hałasu

W literaturze nie istnieje metodologia dotycząca wyboru reprezentatywnej próby dla rocznych wskaźników hałasu (Gaja i inni, 2003). Dyrektywa (Dyrektywa 2002/49/EC, 2002) precyzuje jedynie, że w procesie oceny wskaźników hałasu w oparciu o niepełną próbę pomiarową musi być ona tak wybrana, aby była reprezentatywna. Wybór próby z roku kalendarzowego w sposób losowy spełnia postulat o reprezentatywności. Ponadto można taką próbę traktować jako realizacje ciągu niezależnych zmiennych losowych o jednakowych rozkładach (Gaja i inni, 2003). Oczywiście czym większa jest próba pomiarowa, tym lepiej charakteryzuje całkowitą populację. W praktyce jednak próbki pomiarowe służące do oceny wskaźników hałasu liczą najczęściej kilkanaście elementów. Aby testy dopasowania rozkładu prawdopodobieństwa do wyników pomiarów dawały wiarygodne rezultaty liczebność próbki nie może być za mała. Dla potwierdzenia normalności w teście S-W wystarczy kilku elementowa próba. Jednak, aby moc testu była duża próba musi być odpowiednio większa. Istotną rolę stanowi zatem znajomość rodziny rozkładu prawdopodobieństw, z której pochodzi próba pomiarowa. W przypadku złego doboru rozkładu prawdopodobieństwa dla małych próbek pomiarowych, moc testu może nie być wystarczająca, aby odrzucić hipotezę o posiadaniu przez zmienną losową, z której pochodzi próba pomiarowa hipotetycznej funkcji gęstości. To natomiast może skutkować błędnym obliczeniem przedziału niepewności.

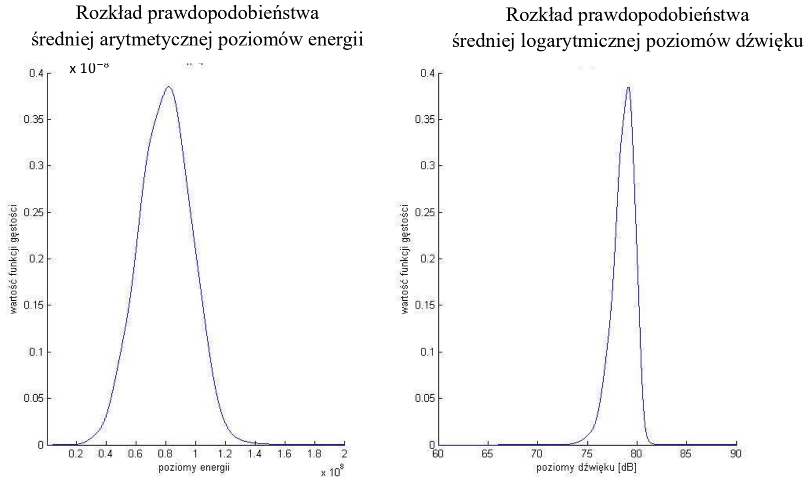
Dla dużych prób pomiarowych z CTG można przypisać średniej energetycznej oddziaływań akustycznych $\sum_{i=1}^{n} e_i$ rozkład normalny. W literaturze dla dowolnych rozkładów przyjmuje się $n = 100$ jako liczbę, dla której średnia ma rozkład normalny. Jednak w przypadku rozkładów asymetrycznych liczba ta może być większa. W przypadku zmiennych losowych o rozkładzie zbliżonym do rozkładu normalnego liczba ta może być mniejsza. Ważnym aspektem jest zatem rozpoznanie, jak kształtuje się tempo zbieżności rozkładu średniej energetycznej w przypadku pomiarów poziomów dźwięku dla długookresowych wskaźników hałasu, tzn. dla jakich wartości n próbę można uznać za wystarczająco dużą, by móc stosować odpowiednie założenia dotyczące normalności. W podrozdziale tym zbadano różnice w wyznaczonej niepewności wskaźników L_d, L_w, L_n, L_{dwn} dla danych z monitoringu miasta Krakowa w oparciu o:

i. założenie normalności średniej arytmetycznej poziomów energii,
ii. założenie normalności średniej logarytmicznej,
iii. założenie normalności poziomów dźwięku,
iv. metodę propagacji rozkładów,
v. metodę Monte Carlo.

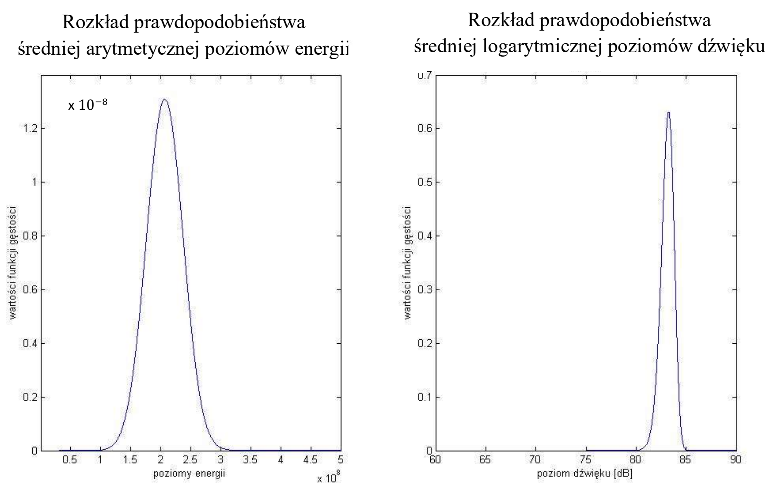
Asymetria wyników pomiarów poziomów dźwięku i poziomów energii opisana w rozdziale 4 może mieć wpływ na położenie kwantyli rozkładu prawdopodobieństwa wskaźników hałasu, z których konstruuje się przedziały niepewności. Na Rysunkach 5.2.1–5.2.3 przedstawiono przykładowe funkcje gęstości rozkładów prawdopodobieństwa poziomów energii i poziomów dźwięku wraz ze zmieniającym się n.



Rysunek 5.2.1. Rozkład prawdopodobieństwa średniej arytmetycznej poziomów energii oraz średniej logarytmicznej poziomów dźwięku dla dnia z 1998 roku dla $\boldsymbol{n = 2}$



Rysunek 5.2.2. Rozkład prawdopodobieństwa średniej arytmetycznej poziomów energii oraz średniej logarytmicznej poziomów dźwięku dla dnia z 1998 roku dla $\boldsymbol{n = 4}$



Rysunek 5.2.3. Rozkład prawdopodobieństwa średniej arytmetycznej poziomów energii oraz średniej logarytmicznej poziomów dźwięku dla dnia z 1998 roku dla $\boldsymbol{n = 10}$

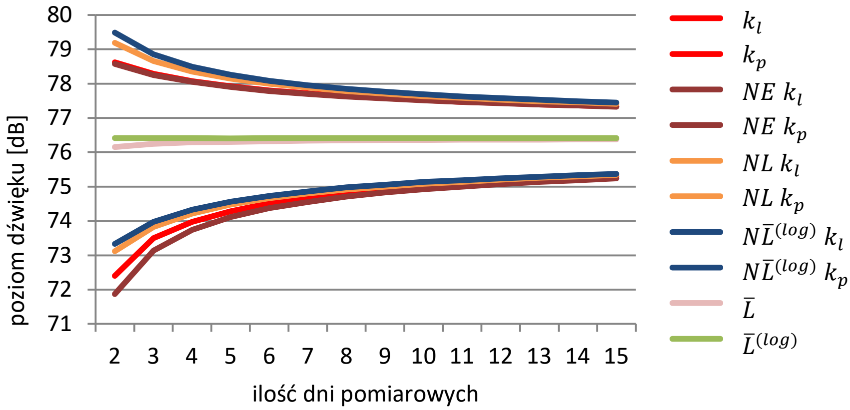
Na Rysunku 5.2.1 przedstawiono rozkład średniej dwuelementowej zmiennej losowej reprezentującej wskaźnik dzienny z 1998 roku. Obserwujemy dwumodalność tego rozkładu, która spowodowana jest uśrednianiem rozkładu dwumodalnego, którego gęstość umieszczona jest na Rysunku 4.2.1. Amodalność funkcji gęstości średniej energetycznej oddziaływań akustycznych zanika wraz ze zwiększaniem się liczby elementów branej do średniej. Zanika również asymetria rozkładu prawdopodobieństwa tej zmiennej, którą możemy zaobserwować na Rysunkach 5.2.1–5.2.3. Wraz ze wzrostem n rozkład prawdopodobieństwa średniej poziomów energii będzie zbliżał się do rozkładu normalnego. Dla małych liczebności asymetria rozkładu średniej energetycznej może powodować asymetrie przedziałów niepewności obliczonych dla wskaźnika hałasu. Przedziały niepewności wyznaczone przy założeniach i-v mogą się zatem ze sobą nie pokrywać. W związku z tym istotne są pytania, czy asymetria ta ma wpływ na otrzymane przedziały niepewności oraz dla jakiej liczby dni pomiarowych różnice w końcach przedziałów niepewności, wyznaczonych z założeń i-v, nie będą istotne.

Na Rysunkach 5.2.4–5.2.7 przedstawione są wykresy górnych i dolnych końców przedziałów niepewności wskaźników hałasu dla roku 1998. W Tabelach 5.2.1–5.2.4 przedstawiono różnice pomiędzy końcami przedziałów niepewności obliczonych z założeń i-iii oraz metody propagacji rozkładu dla wybranych ilości dni pomiarowych. W Tabeli 5.2.5 przedstawione są ilości dni pomiarowych, dla których różnice w końcach przedziału niepewności nie są istotne (nie różnią się od kwantyli wyznaczonych przy pomocy propagacji rozkładów o więcej niż 0,1dB).

Oznaczenia przyjęte na wykresach i w tabelach:

- $k_l, k_p -$ końce przedziałów niepewności wyznaczone z metody propagacji rozkładów,
- $NE\ k_l,\ NE\ k_p -$ końce przedziałów niepewności obliczone z założenia normalności poziomów energii,
- $NL\ k_l,\ NL\ k_p -$ końce przedziałów niepewności obliczone przy założeniu normalności poziomów dźwięku,
- $N\bar{L}^{(log)}\ k_l,\ N\bar{L}^{(log)}\ k_p -$ końce przedziałów niepewności obliczone przy założeniu normalności średniej logarytmicznej poziomów dźwięku
- $\bar{L} -$ średnia arytmetyczna poziomów dźwięku,
- $\bar{L}^{(log)} -$ średnia logarytmiczna poziomów dźwięku,
- $r_{k_l,} r_{k_p} -$ różnice w kwantylach wyznaczonych z przy dwóch różnych założeniach dotyczących charakteru probabilistycznego próby pomiarowej,

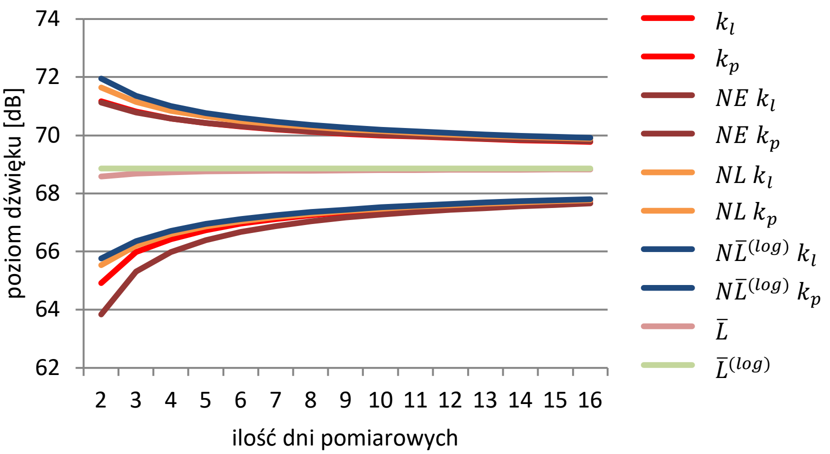
Obliczone kwantyle są odpowiednio: kwantyle lewe rzędu 0,025; kwantyle prawe rzędu 0,975.



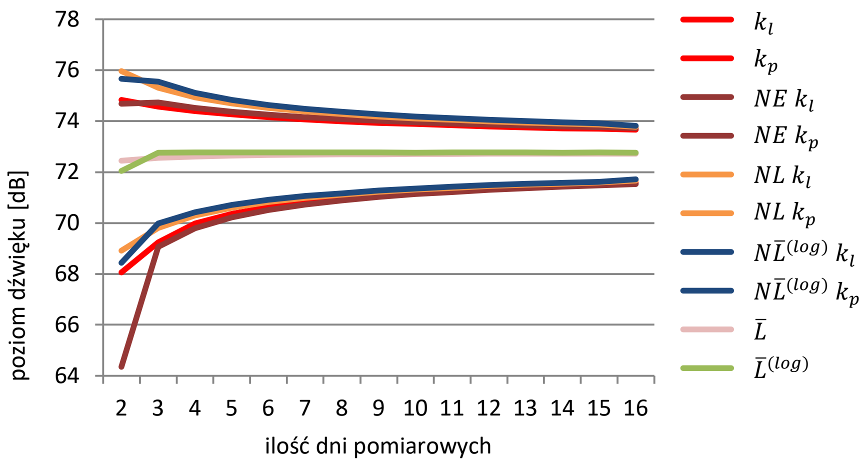
Rysunek 5.2.4. Zestawienie końców przedziałów niepewności wskaźnika $\boldsymbol{L_{dwn}}$ wyznaczonych przy pomocy różnych złożeń dla 1998 roku

Na Rysunku 5.2.4 przedstawiono wykresy końców przedziałów niepewności obliczonych dla wskaźnika L_{dwn} dla 1998 roku. Wartości prawego kwantyla wyznaczone metodą propagacji rozkładu dają zbliżone wartości do kwantyli wyznaczonych przy założeniu normalności średniej arytmetycznej poziomów energii.

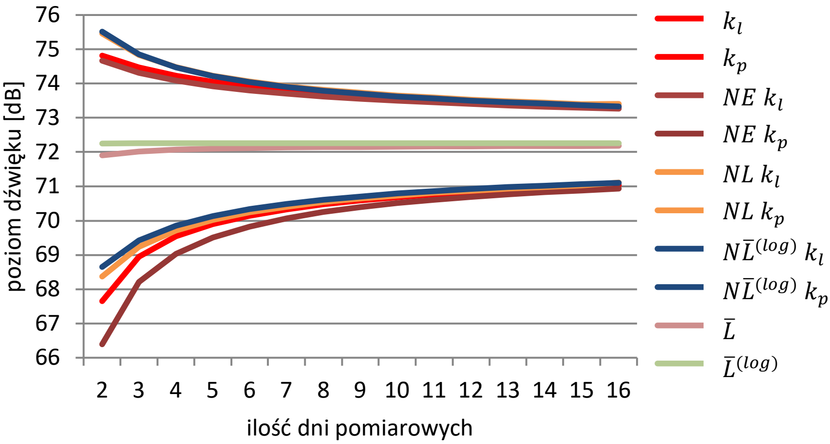
Kwantyle prawe wyznaczone przy założeniu normalności poziomów dźwięku $L_{dwn,i}$ oraz przy założeniu normalności średniej logarytmicznej wskaźnika L_{dwn} pokrywają się i różnią istotnie od tych wyznaczonych metodą propagacji rozkładu (Rysunek 5.2.4, Tabela 5.2.2). Dla kwantyli lewych zróżnicowanie jest większe. Kwantyle wyznaczone metodą propagacji rozkładów różnią się istotnie od pozostałych. Kwantyle lewe wyznaczone przy założeniu normalności poziomów $L_{dwn,i}$ i przy założeniu normalności średniej logarytmicznej pokrywają się ze sobą i dają większe wartości niż dla metody propagacji rozkładów.



Rysunek 5.2.5. Zestawienie końców przedziałów niepewności wskaźnika $\boldsymbol{L_n}$ wyznaczonych przy pomocy różnych złożeń dla 1998 roku



Rysunek 5.2.6. Zestawienie końców przedziałów niepewności wskaźnika $\boldsymbol{L_d}$ wyznaczonych przy pomocy różnych złożeń dla 1998 roku



Rysunek 5.2.7. Zestawienie końców przedziałów niepewności wskaźnika $\boldsymbol{L_w}$ wyznaczonych przy pomocy różnych złożeń dla 1998 roku

Podobnie jak dla L_{dwn}, wartości lewego końca przedziału niepewności $L_d,\ L_w,\ L_n$, wyznaczone metodą propagacji rozkładów i przy założeniu normalności średniej arytmetycznej poziomów energii, nie różnią się istotnie od siebie. Kwantyle lewe wyznaczone przy założeniu normalności średniej logarytmicznej i normalności poziomów decybelowych również pokrywają się ze sobą (ma to związek z małymi różnicami między średnią arytmetyczną i średnią logarytmiczną). Dla $L_d,\ L_w,\ L_n$ prawe końce przedziału niepewności różnią się od siebie istotnie. W przypadku założenia dotyczącego normalności poziomów energii kwantyl lewy różni się najbardziej od pozostałych i przyjmuje najniższe wartości. Kwantyl wyznaczony z założenia o normalności średniej logarytmicznej oraz wyznaczony z założenia normalności poziomów dźwięku zbiegają do siebie najszybciej. Natomiast w przypadku L_d kwantyle obliczone przy pomocy propagacji rozkładu oraz normalności poziomów energii zbiegają się do siebie już dla $n = 3$. W ogólnym przypadku obserwowana jest tendencja z przykładu dla roku 1998, gdzie różnice pomiędzy lewymi kwantylami są większe niż pomiędzy prawymi.

Poniżej przedstawione są przykładowe dane ilustrujące kształtowanie się końców przedziałów niepewności.

Tabela 5.2.1. Różnice pomiędzy kwantylami dla wskaźników $\boldsymbol{L_d}$, $\boldsymbol{L_w}$, $\boldsymbol{L_n}$ oraz $\boldsymbol{L_{dwn}}$ dla 1998 roku, wyznaczonymi z metody propagacji rozkładów oraz przy założeniu normalności średniej arytmetycznej poziomów energii dla 5, 10 i 15 dni pomiarowych

wskaźnik	$n = 5$		$n = 10$		$n = 15$	
	r_{k_l}	r_{k_p}	r_{k_l}	r_{k_p}	r_{k_l}	r_{k_p}
L_d	0,14	-0,10	0,07	-0,08	0,05	-0,07
L_w	0,39	0,13	0,17	0,09	0,11	0,06
L_n	0,34	0,00	0,17	-0,02	0,11	-0,02
L_{dwn}	0,17	0,02	0,08	0,01	0,05	0,02

W Tabeli 5.2.1 można zaobserwować różnice pomiędzy lewymi końcami przedziału niepewności wyznaczonego przy założeniu normalności średniej arytmetycznej poziomów energii a końcami przedziałów niepewności wyznaczonych z metody propagacji rozkładów. W przypadku prawego końca różnice te można pominąć. Wielkość różnicy między kwantylami maleje wraz ze wzrostem liczby elementów branych do średniej. Różnica ta proporcjonalnie do odchylenia standardowego stanowi 30–50%.

Dla wskaźnika L_w z Tabeli 5.2.1 zauważalne są następujące zależności:

Dla $n = 5$ odchylenie standardowe obliczone z metody propagacji rozkładów wynosi $s_{PR} = 1{,}04dB$, natomiast odchylenie standardowe z próby wynosi $s_{A,MC} = 1{,}07dB$. Długość przedziału niepewności wyznaczonego z metody propagacji rozkładów równa jest $3{,}77dB$, natomiast przy założeniu normalności średniej arytmetycznej poziomów energii - $3{,}97dB$. Końce przedziałów niepewności wynoszą odpowiednio $(70{,}14dB; 73{,}92dB)$ oraz $(69{,}83dB; 73{,}80dB)$.

Dla $n = 10$ odchylenie standardowe obliczone z metody propagacji rozkładów wynosi $s_{PR} = 0{,}73dB$, odchylenie standardowe z próby $s_{A,MC} = 0{,}74dB$. Długość przedziałów niepewności dla metody propagacji rozkładów wynosi $2{,}89dB$ oraz dla założenia o normalności średniej arytmetycznej poziomów energii – $2{,}98dB$. Przedziały ufności natomiast wynoszą odpowiednio $(70{,}68dB; 73{,}51dB)$ oraz $(70{,}51dB; 73{,}49dB)$.

Dla $n = 15$ odchylenie standardowe obliczone z metody propagacji rozkładów wynosi $s_{PR} = 0{,}59dB$, natomiast odchylenie standardowe z próby – $s_{A,MC} = 0{,}60dB$. Długość przedziału niepewności dla metody propagacji rozkładów wynosi $2{,}35dB$ oraz dla założenia o normalności średniej arytmetycznej poziomów energii – $2{,}41dB$. Przedziały niepewności wynoszą odpowiednio $(70{,}95dB; 73{,}35dB)$ oraz $(70{,}88dB; 73{,}29dB)$.

Tabela 5.2.2. Różnice pomiędzy kwantylami dla wskaźników $\boldsymbol{L_d}$, $\boldsymbol{L_w}$, $\boldsymbol{L_n}$ oraz $\boldsymbol{L_{dwn}}$ dla 1998 roku, wyznaczonymi z metody propagacji rozkładów oraz przy założeniu normalności średniej logarytmicznej poziomów dźwięku dla 5, 10 i 15 dni pomiarowych

wskaźnik	$n = 5$		$n = 10$		$n = 15$	
	r_{k_l}	r_{k_p}	r_{k_l}	r_{k_p}	r_{k_l}	r_{k_p}
L_d	-0,35	-0,56	-0,15	-0,30	-0,11	-0,22
L_w	-0,27	-0,16	-0,11	0,04	-0,07	0,02
L_n	-0,21	-0,34	-0,08	-0,19	-0,05	-0,15
L_{dwn}	-0,27	-0,33	-0,13	-0,17	-0,08	-0,13

Dla wskaźnika L_d z Tabeli 5.2.2 zauważalne są następujące zależności.

Dla $n = 5$ odchylenie standardowe obliczone metodą propagacji rozkładu wynosi $s_{PR} = 1{,}00dB$, odchylenie standardowe średniej logarytmicznej $s_{log} = 1{,}05dB$. Różnice między kwantylami wynoszą zatem $20\text{-}50\%$ wartości odchylenia standardowego. Długość przedziału niepewności wynosi $3{,}90dB$ - dla metody propagacji rozkładów, $4{,}13dB$ – dla założenia o normalności średniej logarytmicznej. Przedziały niepewności natomiast wynoszą odpowiednio $(70{,}36dB; 74{,}26dB)$ oraz $(70{,}71dB; 74{,}84dB)$.

Dla $n = 10$ odchylenie wyliczone metodą propagacji rozkładu wynosi $s_{PR} = 0{,}69dB$, odchylenie średniej logarytmicznej – $s_{log} = 0{,}72dB$. Różnica między kwantylami stanowi od 20 do 40% wielkości odchylenia standardowego. Długości przedziałów niepewności wynoszą: dla propagacji rozkładów – $2{,}68dB$, dla założenia o normalności średniej logarytmicznej $2{,}83dB$. Przedziały niepewności wynoszą odpowiednio $(71{,}20dB; 73{,}88dB)$ oraz $(71{,}35dB; 74{,}18dB)$.

Dla $n = 15$ odchylenie standardowe obliczone z metody propagacji rozkładu wynosi $s_{PR} = 0{,}56dB$, odchylenie standardowe średniej logarytmicznej $s_{log} = 59dB$. Różnica w kwantylach wynosi około 30–50% odchylenia standardowego. Długości przedziałów ufności wynoszą: dla metody propagacji rozkładów – $2{,}17dB$, przy założeniu o normalności średniej logarytmicznej – $2{,}29dB$. Przedziały ufności natomiast wynoszą odpowiednio $(71{,}53dB; 73{,}69dB)$ oraz $(71{,}62dB; 73{,}91dB)$.

W Tabeli 5.2.3 obserwowalna jest zależność przesunięcia całego przedziału niepewności obliczonego przy założeniu normalności średniej logarytmicznej poziomów dźwięku w porównaniu z przedziałem niepewności wyznaczonym z metody propagacji rozkładów, z wyjątkiem wieczoru, gdzie przesunięty jest tylko jeden lewy kwantyl. Różnica między długościami przedziałów niepewności w tym przypadku jest równa wielkości różnicy między kwantylami i wynosi od 20 do 50% wielkości odchylenia standardowego z próby.

Tabela 5.2.3. Różnice pomiędzy kwantylami dla wskaźników $\boldsymbol{L_d}$, $\boldsymbol{L_w}$, $\boldsymbol{L_n}$ oraz $\boldsymbol{L_{dwn}}$ dla 1998 roku, wyznaczonymi z metody propagacji rozkładów oraz przy założeniu normalności poziomów decybelowych (Metoda typu A dla średniej arytmetycznej) dla 5, 10 i 15 dni pomiarowych

wskaźnik	$n = 5$		$n = 10$		$n = 15$	
	r_{k_l}	r_{k_p}	r_{k_l}	r_{k_p}	r_{k_l}	r_{k_p}
L_d	-0,25	-0,43	-0,11	-0,24	-0,03	-0,17
L_w	-0,12	-0,18	-0,05	0,07	-0,04	0,05
L_n	-0,12	-0,23	-0,03	-0,14	-0,01	-0,12
L_{dwn}	-0,12	-0,32	-0,08	-0,12	-0,05	-0,09

Dla wskaźnika L_d z Tabeli 5.2.3 zauważalne są następujące zależności.

Dla $n = 5$ odchylenie standardowe dla metody propagacji rozkładu wynosi $s_{PR} = 1{,}00dB$, odchylenie standardowe z próby wynosi – $s_{A,MC} = 1{,}00dB$. Zatem różnica w kwantylach stanowi 30% odchylenia standardowego. Długości przedziałów niepewności wynoszą: dla propagacji rozkładu – $3{,}9dB$, dla założenia normalności poziomów decybelowych – $4{,}09dB$. Przedziały niepewności wynoszą odpowiednio $(70{,}36dB; 74{,}26dB)$ oraz $(70{,}61dB; 74{,}69dB)$.

Dla $n = 10$ odchylenie standardowe obliczone dla metody propagacji rozkładów wynosi $s_{PR} = 0{,}69dB$, odchylenie standardowe z próby wynosi $s_{A,MC} = 0{,}72dB$. Różnica w końcach przedziałów niepewności między metodą propagacji rozkładów oraz przy założeniu normalności poziomów decybelowych wynosi 20% wielkości odchylenia standardowego. Długości przedziałów niepewności wynoszą odpowiednio $2{,}68dB$ oraz $2{,}81dB$. Przedziały niepewności natomiast wynoszą odpowiednio $(71{,}20dB; 73{,}88dB)$ oraz $(71{,}31dB; 74{,}12dB)$.

Dla $\mathrm{n} = 15$ odchylenie standardowe obliczone metodą propagacji rozkładów wynosi $\mathrm{s_{PR}} = 0{,}58\mathrm{dB}$, odchylenie standardowe z próby wynosi – $\mathrm{s}_{A,MC} = 0{,}55\mathrm{dB}$. Różnica w końcach przedziałów niepewności obliczona obydwiema metodami wynosi 20% wielkości odchylenia standardowego. Długości przedziałów niepewności wynoszą odpowiednio $2{,}17\mathrm{dB}$ oraz $2{,}36\mathrm{dB}$, natomiast przedziały niepewności wynoszą odpowiednio $(71{,}53\mathrm{dB}; 73{,}70\mathrm{dB})$ oraz $(71{,}50\mathrm{dB}; 73{,}87\mathrm{dB})$.

Podobnie jak w przypadku Tabeli 5.2.2 przedziały niepewności, obliczone przy założeniu normalności poziomów decybelowych, oprócz L_w, przesunięte są względem przedziału wyznaczonego metodą propagacji rozkładu. Natomiast różnice między nimi stanowią około $20\% - 30\%$ odchylenia standardowego.

Różnice w wyznaczonych przedziałach niepewności obliczonych przy analizowanych założeniach mogą istotnie wpływać na otrzymywane wyniki. Największe różnice otrzymuje się w przypadku założenia o normalności średniej logarytmicznej poziomów dźwięku oraz założenia normalności poziomów decybelowych. Może to być nawet $0{,}57dB$ dla próbki składającej się z 5 dni pomiarowych przy odchyleniu standardowym z próby $s_{A,MC} = 1{,}00dB$. Wraz ze wzrostem liczebności próby pomiarowej różnice te maleją. Ważne jest zatem prześledzenie tempa zbiegania się do siebie kwantyli obliczonych metodą propagacji rozkładu oraz kwantyli obliczonych przy innych założeniach. Wartość, przy której nie będzie istotnych różnic między końcami przedziałów niepewności daje informacje, przy jakiej wartości n wpływ założenia o probabilistycznym zachowaniu próby może być pominięty.

W Tabeli 5.2.4 zestawiono liczebności próbek, dla których różnice w kwantylach wyznaczonych przy pomocy różnych założeń i wyznaczonych metodą propagacji rozkładu nie są istotne.

Tabela 5.2.4. Liczba elementów, dla których kwantyle rozkładów przy różnych założeniach nie różnią się istotnie

rok	L_d			L_w			L_n			L_{dwn}		
	$NL^{(log)}$	NL	NE	$NL^{(log)}$	NL	NE	$NL^{(log)}$	NL	NE	$NL^{(log)}$	NL	NE
1998	**>20**	17	17	15	7	16	**>20**	10	17	**>20**	17	17
1999	4	3	5	8	5	16	2	3	6	3	3	4
2004	4	4	8	7	8	11	5	5	14	3	4	8
2005	19	15	5	4	3	12	14	10	16	**>20**	15	16
2006	4	3	2	3	3	7	5	3	9	5	4	2
2008	2	2	5	3	3	8	5	5	9	2	4	6
2009	2	2	7	3	3	8	3	5	10	3	4	11
2010	2	2	3	2	2	7	2	2	5	2	2	3

Dla roku 1998 oraz 2005 dla próbek kilkunasto do dwudziestokilku elementowych różnice w końcach przedziałów niepewności, wyznaczonych przy zastosowaniu różnych założeń a wyznaczonych z metody propagacji, przestają być istotne. Dla 1999, 2004, 2009 roku różnice te przestają być istotne dla próbek kilkunastoelementowych. W przypadku pozostałych lat liczby te są większe niż 3 i mniejsze niż 10. Dla 2010 roku wszystkie wyznaczone przedziały niepewności pokrywają się ze sobą dla $n > 2$.

Walidacja wyników Metodą Monte Carlo

Metoda obliczania niepewności wykorzystująca metodę propagacji rozkładów została zwalidowana Metodą Monte Carlo zgodnie z procedurą opisaną w podrozdziale 5.1. W każdym przypadku z próby pomiarowej poziomów energii losowane były średnie n −elementowe z próby. Po wygenerowaniu $M = 10^6$ elementowej próby kwantyle wyznaczane były metodą obcięcia. Tabela 5.2.5 zawiera przykładowe różnice dla przypadku opisywanego w rozdziale.

tabela 5.2.5. Różnice pomiędzy kwantylami dla wskaźników $\boldsymbol{L_d}$, $\boldsymbol{L_w}$, $\boldsymbol{L_n}$ oraz $\boldsymbol{L_{dwn}}$ dla 1998 roku, wyznaczonymi z metody propagacji rozkładów oraz metody Monte Carlo, dla 5, 10 i 15 dni pomiarowych

wskaźnik	$n = 5$		$n = 10$		$n = 15$	
	r_{k_l}	r_{k_p}	r_{k_l}	r_{k_p}	r_{k_l}	r_{k_p}
L_d	0,08	-0,13	0,04	-0,10	0,02	-0,09
L_w	0,08	-0,01	-0,02	0,00	0,04	0,00
L_n	0,00	-0,05	0,02	-0,05	0,03	-0,08
L_{dwn}	0,05	-0,00	0,03	0,00	0,01	0,00

Różnice wyznaczone pomiędzy kwantylami, wyznaczonymi z Metody Monte Carlo oraz metody propagacji, nie różnią się od siebie istotnie, poza kilkoma przypadkami, gdzie różnica dla kilkuelementowych próbek wynosi około 0,15dB. Można zatem uznać, że dla $n > 5$ nie ma istotnych różnic pomiędzy przedziałami niepewności wyznaczonymi z metody propagacji rozkładów a Metodą Monte Carlo.

6. Podsumowanie i wnioski

W monografii przedstawiono problemem oceny niepewności wskaźników hałasu wykorzystywanych w procesach zarządzania akustyczną ochroną środowiska. Autor zaproponował podejście wyznaczania przedziałów niepewności oszacowań wskaźników hałasu przy wykorzystaniu metody propagacji rozkładów prawdopodobieństw. Sformułowano potrzebę poszukiwania ocen niepewności opartych na metodzie propagacji rozkładów oraz przedstawiono analizę wiarygodności założeń klasycznie przyjmowanych przy wyznaczaniu niepewności kontrolowanych wskaźników hałasu, jakie mają miejsce w procesach zarządzania ochroną akustyczną środowiska. Przedstawione formuły na rozkłady prawdopodobieństwa wskaźników hałasu oraz przeprowadzona analiza statystyczna szerokiej bazy danych pomiarowych z 14-letniego ciągłego monitoringu miasta Krakowa posłużyły do weryfikacji stosowanych w praktyce założeń dotyczących charakteru probabilistycznego próby pomiarowej.

W rozdziale 1 opisano problematykę obecnych metod wyznaczania niepewności, zwracając uwagę na brak spełnienia klasycznie przyjmowanych założeń w modelach wyznaczania niepewności. W rozdziale 3 autor przedstawił efekt wygładzania próbek pomiarowych dla poziomów dźwięku i poziomów energii, oraz zbadał jego wpływ na własności statystyczne próby pomiarowej. Analiza statystyczna przeprowadzona w pracy wskazała, że zmienne losowe, z których pochodzą próbki pomiarowe poziomów dźwięku mogą być opisane mieszaniną rozkładów normalnych. Dla długookresowych wskaźników hałasu również przyjęto możliwość przypisania próbom pomiarowym mieszaniny rozkładów normalnych. Przeprowadzono również walidację proponowanej metody oraz sprawdzono na danych z ciągłego monitoringu miasta Krakowa, jakie błędy generuje zastosowanie klasycznych założeń o probabilistycznym charakterze próby pomiarowej poziomów dźwięku oraz poziomów energii:

- założenie normalności poziomów dźwięku,
- założenie normalności poziomów energii,
- założenie normalności średniej energetycznej,
- założenie normalności średniej arytmetycznej,
- założenie normalności średniej logarytmicznej poziomów dźwięku.

Elementy proponowanego w monografii rozwiązania oceny niepewności kontrolowanych wskaźników hałasu były prezentowane na licznych konferencjach krajowych i międzynarodowych (Batko i Przysucha, 2009; 2010b; 2011a; 2011c; 2012a; 2012b; 2013b; 2014a), (Przysucha, 2013), (Batko, Przysucha i Tekiel, 2014), (Przysucha, Batko i Szeląg, 2014), (Pawlik i Przysucha, 2014), (Przysucha i inni, 2015) (Batko, Przysucha i Pawlik, 2013) oraz opisane w pracach w czasopismach naukowych (Batko i Przysucha, 2010a; 2011b; 2012c; 2013a; 2014b), (Pawlik i Przysucha, 2014), (Przysucha, Batko i Szeląg, 2015).

Rozważania i analizy przedstawione w monografii pozwoliły na sformułowanie następujących wniosków szczegółowych:

- Losowe harmonogramowanie procesu kontroli stanu zagrożeń akustycznych środowiska jest reprezentatywne oraz pozwala na traktowanie próby pomiarowej jako wartości ciągu niezależnych zmiennych losowych o jednakowym rozkładzie. Ponadto kompensuje wszystkie niepewności związane z czynnikami meteorologicznymi, zmiennością ruchu, itp.
- Analiza wyników pomiarów poziomów dźwięku z ciągłego 14-letniego Monitoringu miasta Krakowa wskazuje na silną asymetrię próbek losowych zarówno poziomów dźwięku, jak i odpowiadającym im poziomów energii oddziaływań akustycznych. Asymetria obserwowana jest również w przypadku rocznych wskaźników hałasu L_d, L_w, L_n oraz L_{dwn}. Własność ta wpływa na brak normalności wyników pomiarów poziomów dźwięków i poziomów energii oddziaływań akustycznych zarówno dla wskaźników dobowych, jak i dla rocznych wskaźników hałasu L_d, L_w, L_n oraz L_{dwn}.
- Dla próbek pomiarowych występuje efekt wygładzania ze względu na czas uśredniania decybelowych poziomów dźwięku. Wraz z wydłużaniem czasu uśredniania obserwuje się zbieganie charakterystyk skośności i kurtozy do parametrów rozkładu normalnego zarówno dla poziomów decybelowych, jak i poziomów energii.
- Dla próbek pomiarów poziomów dźwięku otrzymanych przy czasie uśredniania 5 minut i dłuższych oraz dla poziomów energii przy czasie uśredniania 10 minut i dłuższych istnieje możliwość przypisania dla prawie wszystkich (95%) prób pomiarowych rozkładu prawdopodobieństwa będącego mieszaniną rozkładów normalnych.
- W wyniku analizy dopasowania rozkładów prawdopodobieństw otrzymano możliwość opisu zmiennych losowych L_d, L_w, L_n, L_{dwn} rozkładem będącym mieszaniną rozkładów normalnych.
- Wyniki estymacji niepewności rozszerzonej otrzymane metodą propagacji rozkładów są istotnie różne od przedziałów wyznaczonych przy klasycznie stosowanych założeniach dotyczących próbek pomiarowych. Dla dnia i nocy dotyczy to próbek do 20 elementów. Dla pory wieczorowej natomiast istotne różnice występują dla próbek większych niż 10 (do maksymalnego rozmiaru próby). Optymalny czas uśredniania poziomów dźwięku dla metody propagacji rozkładów to 5 minut i 10 minut.
- Dla roku 1998 oraz 2005 ilość dni pomiarowych, które trzeba wziąć do średniej, aby różnice w końcach przedziałów niepewności dla rocznych wskaźników hałasu L_d, L_w, L_n, L_{dwn} wyznaczonych przy zastosowaniu różnych założeń a końcami przedziałów niepewności wyznaczonych z metody propagacji rozkładu nie były istotne, wynosi kilkanaście do

dwudziestu kilku elementów. W przypadku pozostałych lat liczby te wynoszą od kilku do kilkunastu elementów.

Jak wykazano na podstawie przeprowadzonych w analiz, zaproponowana metoda propagacji rozkładów jest poprawną metodą obliczania niepewności, co potwierdza przeprowadzona walidacja Metodą Monte Carlo. Dla małych próbek pomiarowych ($n < 5$ dla dnia i nocy oraz dla $n < 10$ próbek z wieczoru) występują różnice między końcami niepewności obliczonymi Metodą Monte Carlo, a metodą propagacji rozkładu. Spowodowane jest to nieregularnością dystrybuanty empirycznej obliczonej z Metody Monte Carlo, podczas gdy funkcja gęstości wyznaczona z metody propagacji rozkładu jest ciągła. Sytuacja może stanowić zaletę metody propagacji rozkładów w przypadku użycia jej do walidacji metod wyznaczania niepewności.

Zagadnienia podjęte w monografii nie wyczerpują wszystkich aspektów związanych z przedstawioną tematyką. Niniejsze opracowanie formułuje wnioski w odniesieniu do danych z ciągłego, wieloletniego monitoringu w zwartej miejskiej zabudowie. Należy więc mieć na uwadze, że pomimo unikalnej szerokiej bazy danych z ciągłego wieloletniego monitoringu, opracowane w rozdziale 5 i 6 analizy i wynikające z nich wnioski dotyczą w istocie tylko jednego przekroju pomiarowego. Dalsze badania należałoby skupić na przetestowaniu opisanego efektu wygładzania w odniesieniu do innych lokalizacji pomiarowych (np. innego rodzaju dróg, innej zabudowy wokół nich oraz innych przepływów strumienia poruszających się po nich samochodów). Należałoby również poddać szerszej weryfikacji dla innych lokalizacji pomiarowych możliwość przyjęcia funkcji gęstości rozkładu zmiennej losowej jako mieszaniny rozkładów normalnych do opisu zmiennych losowych, reprezentujących poziomy dźwięku i poziomy energii oddziaływań akustycznych czy też wartości długookresowych wskaźników hałasu.

Pomocne w takich dalszych perspektywicznych analizach – wypracowane w opracowaniu wzorce – mogą stanowić algorytm postepowania do dalszych badań, których wyniki nadadzą walor szerszej uniwersalności opisanych metod.

Dodatek A – Wykaz pojęć i definicji

Błąd – różnica między wynikiem pomiaru a wartością prawdziwą. Ponieważ wartość prawdziwa w praktyce nie może być określona, stosuje się pojęcie wartości umownie prawdziwej (JCGM 100:2008, 1995)

Niepewność standardowa – niepewność pomiaru wyrażona w formie odchylenia standardowego (JCGM 100:2008, 1995)

Niepewność rozszerzona – wielkość określająca przedział wokół wyniku pomiaru, od którego to przedziału oczekuje się, że obejmie dużą część rozkładu wartości, które w uzasadniony sposób można przypisać wielkości mierzonej (JCGM 100:2008, 1995)

Wartość umownie prawdziwa – wartość przypisana wielkości określonej i uznana, niekiedy umownie, jako wartość wyznaczona z niepewnością akceptowalną w danym zastosowaniu (JCGM 100:2008, 1995)

Złożona niepewność standardowa – niepewność standardowa wyniku pomiaru określana, gdy wynik ten jest otrzymywany z wartości pewnej liczby innych wielkości, równa pierwiastkowi kwadratowemu z sumy wyrazów, będących wariancjami bądź kowariancjami tych wielkości z wagami zależnymi od tego, jak wynik pomiaru zmienia się wraz ze zmianami tych wielkości (JCGM 100:2008, 1995)

Sigma ciało – rodzina zbiorów $\mathcal{R}$ jest $\sigma -$ ciałem, jeżeli spełnia następujące warunki:

a) zbiór pusty należy do $\mathcal{R}$
b) jeśli zbiór należy do $\mathcal{R}$ to jego dopełnienie też należy do $\mathcal{R}$
c) jeśli $A_n \in \mathcal{R}$ wtedy $\bigcup_{i=1}^{n} A_n \in \mathcal{R}$ (Gernsternkorn i Śródka, 1980)

Sigma ciało Borelowskie – mówimy, że B jest $\sigma -$ ciałem borelowskim, jeśli jest najmniejszym $\sigma -$ ciałem zawierającym wszystkie zbiory otwarte (Gernsternkorn i Śródka, 1980)

Zbiór Borelowski – zbiór nazywamy borelowskim, jeśli należy do $\sigma -$ ciała zbiorów borelowskich (Gernsternkorn i Śródka, 1980)

Funkcja mierzalna – funkcję f nazywamy B-mierzalną, jeśli każdy zbiór postaci $\{x: f(x) < a\}$, dla dowolnej liczby rzeczywistej a, jest zbiorem borelowskim (Gernsternkorn i Śródka, 1980)

Estymator zgodny – ocenę $\hat{x} = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ nazywamy estymatorem zgodnym parametru, jeśli jest ona zbieżna według prawdopodobieństwa do ξ:

$$\lim_{n\to\infty} P[(\hat{x} - \xi) = 0] = 1. \qquad \text{(Deutch, 1969)}$$

Estymator nieobciążony - estymator $\hat{x} = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ parametru ξ oparty na zbiorze wartości obserwowanych $\{x_i\}$ nazywamy nieobciążonym, jeżeli $E\{\hat{x}\} = \xi$ (Deutch, 1969)

Estymator Efektywny – dla dwóch ocen $\hat{x}_1 = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ oraz $\hat{x}_2 = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ parametru ξ efektywność oceny $\hat{x}_2$ względem $\hat{x}_1$ określamy jako

$$\eta = \frac{E\{(\xi - \hat{x}_2)^2\}}{E\{(\xi - \hat{x}_2)^2\}} = \frac{a_1}{a_2}.$$

Ograniczając się do ocen nieobciążonych $\hat{x}_2$, $\hat{x}_1$ to a_1, a_2 są wariancjami. Ocenę $\hat{x}_1$ nazywamy efektywną oceną parametru ξ, jeśli dla każdej innej oceny nieobciążonej $\hat{x}_2$ $a_2 \geq a_1$ (Deutch, 1969)

Estymator asymptotycznie normalny – estymator nazywamy asymptotycznie normalnym, jeśli jego graniczny rozkład prawdopodobieństwa jest normalny (Deutch, 1969)

Estymator dostateczny – estymator nazywamy dostatecznym, jeśli zawiera on wszystkie informacje ze zbioru obserwowanych wartości, które dotyczą szacowanego parametru (Deutch, 1969)

Dodatek B – Rozkład prawdopodobieństwa wskaźnika *M*

Wskaźnik *M*

Uzupełnieniem zagadnień opisanych w pracy dotyczących problemu wyznaczania i oceny niepewności w procesach zarządzania klimatem akustycznym jest zastosowanie metody propagacji rozkładów do wyznaczenia niepewności wskaźnika M.

Często w realizacji zadań związanych z ochroną środowiska przed hałasem czynnikiem decyzyjnym jest kierowanie się uwarunkowaniami ekonomicznymi. Decyzje co do wyboru kolejności realizacji programu ochrony środowiska na terenach zamieszkałych podejmuje się w oparciu o wskaźnik M:

$$M = 0{,}1\boldsymbol{K}\left(10^{0{,}1\Delta\boldsymbol{L}} - 1\right), \qquad \text{(D.B.1)}$$

gdzie $\Delta\boldsymbol{L}$ jest przekroczeniem dopuszczalnego poziomu dźwięku, $\boldsymbol{K}$ jest liczbą mieszkańców zamieszkałych na terenie, gdzie przekroczone zostały wartości dopuszczalnego poziomu hałasu.

Błędne oszacowanie danych może prowadzić do podejmowania niewłaściwych decyzji. Wpływ na fluktuacje wskaźnika M mają fluktuacje zmiennych $\boldsymbol{K}\ i\ \Delta\boldsymbol{L}$. Można zatem traktować $\boldsymbol{K}\ i\ \Delta\boldsymbol{L}$ jako zmienne losowe niezależne wejściowe i przy pomocy ich rozkładów prawdopodobieństw wyznaczyć wyjściowy rozkład prawdopodobieństwa wskaźnika M (Batko i Przysucha, 2012c).

Aby wyznaczyć rozkład prawdopodobieństwa wskaźnika M korzysta się z metody wyznaczania rozkładów dla transformacji zmiennych losowych opisanych w rozdziale 3. W tym celu musimy określić zmienne losowe $M\ i\ V$:

$$\begin{cases} M = 0{,}1\boldsymbol{K}\left(10^{0{,}1\Delta\boldsymbol{L}} - 1\right) \\ V = \boldsymbol{K} \end{cases}. \qquad \text{(D.B.2)}$$

Zapiszmy przekształcenie dla zmiennych losowych opisanych w (D.B.2):

$$\begin{cases} m = 0{,}1k\left(10^{0{,}1l} - 1\right) \\ v = k \end{cases}. \qquad \text{(D.B.3)}$$

Oznaczmy:

$$M_l = 0{,}1b(10^{0{,}1c} - 1). \qquad \text{(D.B.4)}$$

Przekształcenie odwrotne do (D.B.3) jest postaci:

$$\begin{cases} l = 10\log\left(10\frac{m}{v}+1\right) \\ k = v \end{cases}. \tag{D.B.5}$$

Granice przebiegu zmiennych $\Delta\boldsymbol{L}$ i $\boldsymbol{K}$ są następującej postaci: $V \in [a,b]$, $\Delta\boldsymbol{L} \in [0, M_l]$. Jakobian przekształcenia (D.B.5) wynosi zatem:

$$J(k,l) = \begin{vmatrix} \frac{\partial k}{\partial v} & \frac{\partial k}{\partial m} \\ \frac{\partial l}{\partial v} & \frac{\partial l}{\partial m} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-m10^2}{ln10\big(V(10m+v)\big)} & \frac{10^2}{ln10(10m+v)} \end{vmatrix} = \left|\frac{10^2}{ln10(10m+v)}\right|. \tag{D.B.6}$$

Aby przekształcenie (D.B.3) było dobrze określone, jakobian tego przekształcenia musi istnieć oraz $J(k,l) \neq 0$. Zatem ze wzoru (D.B.6) wynika, że wartości zmiennych losowych M i V nie mogą na raz przyjmować wartości równej zero.

Z (D.B.3), (D.B.5) i (D.B.6) rozkład łączny wektora (M,V) ma postać:

$$f_{V,M}(v,m) = \frac{10^2}{ln10}\frac{1}{10m+v}f_{K,\Delta L}\left(v, 10log\left(10\frac{k}{v}+1\right)\right), \tag{D.B.7}$$

co na mocy niezależności zmiennych $\boldsymbol{K}$ i $\Delta\boldsymbol{L}$ daje:

$$f_{V,M}(v,m) = \frac{10^2}{ln10}\frac{1}{10m+v}f_K(v)f_{\Delta L}\left(10log\left(10\frac{k}{v}+1\right)\right). \tag{D.B.8}$$

Odcałkowując we wzorze (D.B.8) zmienną losową V po obszarze jej określoności, otrzymujemy wzór rozkładu prawdopodobieństwa wskaźnika M:

$$f_M(m) = \int_a^b \frac{10^2}{ln10}\frac{1}{10m+v}f_K(v)f_{\Delta L}\left(10log\left(10\frac{k}{v}+1\right)\right)dv. \tag{D.B.9}$$

W pracy (Batko i Przysucha, 2012c) zostało przyjęte założenie dotyczące postaci rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych losowych $\Delta\boldsymbol{L}$ i $\boldsymbol{K}$ jako zmiennych losowych o rozkładach normalnych uciętych. Jednakże zmienne losowe $\Delta\boldsymbol{L}$ i $\boldsymbol{K}$ mogą mieć dowolne rozkłady opisujące wartości błędów, określone na odpowiednich przedziałach. Z rozkładu prawdopodobieństwa wskaźnika M danego wzorem (D.B.9) można wyznaczyć kwantyle rozkładu odpowiedniego rzędu $k_{\gamma/2}, k_{1-\gamma/2}$ dostajemy wówczas przedział niepewności o określonym poziomie istotności γ postaci:

$$V = \left(k_{\gamma/2}, k_{1-\gamma/2}\right), \tag{D.B.10}$$

w którym z prawdopodobieństwem $1 - \gamma$ mieści się prawdziwa wartość szacowanego wskaźnika.

Bibliografia

Alberola, J., Flindell, L. i Bullmore, A. (2005). *Variability in road traffic noise levels.* Applied Acoustic Vol. 66, s. 1180–1195.

Anderson, T. W. i Darling, D. A. (1952). *A Test of Goodness-of-Fit.* Journal of the American Statistical Association, Vol. 49, s. 765–769.

Arendarski, J. (2013). *Niepewnosć Pomiarów.* Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej.

Baszczyńska, A. i Pekasiewicz, D. (2007). *Estymacja przedziałowa wartości oczekiwanej zmiennej losowej z wykorzystaniem współczynnika asymetrii.* Wiadomości Statystyczne, Vol. 7 (554), s. 1–9.

Batko, W. (2012). *Nowe rozwiązania metrologiczne dla monitoringu stanu zagrożeń akustycznych środowiska realizowane w Katedrze Mechaniki i Wibroakustyki.* Kraków: Wydawnictwo AGH.

Batko, W. i Bal, R. (2010). *Controlling of Violations of the Basic Assumptions of the Recurrent Assessment Model of Long-Term Noise Indicators.* Archives of Acoustic, Vol. 35, No. 3, s. 361–369.

Batko, W. i Bal, R. (2014). *Veryfication of the Calculation Assumptions Applied to Solutions of the Acoustic Measurements Uncertainty.* Archives of Acoustic, Vol. 39, No. 2, s. 199–202.

Batko, W. i Knapik, O. (2013). *Robust statistical procedures in statistical analysis of controllable noise indicators.* Acta Physica Polonica A, Vol. 123, s. 1007–1011.

Batko, W. i Pawlik, P. (2012a). *New Aproach to the Uncertainty Assessment of Acoustic Effects in the Environment.* Archives of Acoustic, Vol. 37, s. 57–61.

Batko, W. i Pawlik, P. (2012b). *Uncertainty Evaluation in Modeling of Acoustic Phenomena with Uncertain Parameters Using Interval Arithmetic.* Acta Physica Polonica A, Vol. 121, s. A-152-A-155.

Batko, W. i Przysucha, B. (2009). *Wyznaczanie rozkładu prawdopodobieństwa dla średniej wartości poziomów dźwięku.* Warszawa: 56. Otwarte Seminarium z Akustyki, 15–18.09.2009, Goniądz nad Biebrzą, Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk, s. 227–232.

Batko, W. i Przysucha, B. (2010a). *Determination of the Probability Distribution of the Mean Sound Level.* Archives of Acoustic, Vol. 35, No. 4, s. 543–550.

Batko, W. i Przysucha, B. (2010b). *Estymacja niepewności wskaźnika M.* XVII Konferencja Inżynierii Akustycznej i Biomedycznej, 22-26.03.2010, Zakopane.

Batko, W. i Przysucha, B. (2011a). *Estymacja niepewności długookresowych poziomów dźwięku przy określonym prawdopodobieństwie zmienności warunków emisji.* XVIII Konferencja Inżynierii Akustycznej i Biomedycznej, 28.03–01.04.2011, Kraków-Zakopane, s. 146–147.

Batko, W. i Przysucha, B. (2011b). *Random Distribution of Long-Term Indicators of Variable Emission Conditions.* Acta Physica Polonica A, Vol. 119, s. 1086–1090.

Batko, W. i Przysucha, B. (2011c). *Wyznaczenie postaci rozkładu dla wyników pomiarów poziomów dźwięku.* 58. Otwarte Seminarium z Akustyki, 13–16.09.2011, Gdańsk–Jurata, T. 1, s. 55–62.

Batko, W. i Przysucha, B. (2012a). *Niepewności w akustycznych badaniach wywołane asymetrią rozkładu prawdopodobieństwa wyników pomiarów poziomów dźwięku.* XIX Konferencja Inżynierii Akustycznej i Biomedycznej, 11–16.03.2012, Kraków–Zakopane, s. 98–99.

Batko, W. i Przysucha, B. (2012b). *Statystyczna analiza równoważnego poziomu hałasu.* 59. Otwarte Seminarium z Akustyki połączone z warsztatami szkoleniowymi – „Strategiczne zarządzanie hałasem z uwzględnieniem hałasu lotniczego", 10–14.09.2012, Poznań-Boszkowo, s. 37–39.

Batko, W. i Przysucha, B. (2012c). *Uncertainty Assesment of Index M.* Acta Physica Polonica A, Vol. 121, s. A-156-A159.

Batko, W. i Przysucha, B. (2013a). *Identification of probability distribution form for results of sound level measurements.* Mechanics and Control, Vol. 32, No. 1, s. 6–11.

Batko, W. i Przysucha, B. (2013b). *Kaskadowy sposób wyznaczenia funkcji gęstości rozkładu prawdopodobieństwa poziomu dźwięku.* XX Konferencja Inżynierii Akustycznej i Biomedycznej, 15–19.04.2013, Kraków–Zakopane, s. 71–72.

Batko, W. i Przysucha, B. (2014a). *Analiza statystyczna wyników pomiarów poziomów dźwięku w ruchu drogowym.* XLI Ogólnopolskie Sympozjum, Diagnostyka Maszyn, poświęcone Pamięci Prof. dr hab. inż. Zbigniewa Engela, 03–07.03.2014, Wisła, s. 32.

Batko, W. i Przysucha, B. (2014b). *Statistical Analysis of the Equivalent Noise Level.* Archives of Acoustic, Vol. 39, No. 2, s. 195–198.

Batko, W. i Stępień, B. (2009). *Non-Parametric Methods of Estimation of Type A Uncertainty of the Environmental Noise Hazard Indices.* Archives of Acoustic, Vol. 34, No. 3, s. 295–303.

Batko, W. i Stępień, B. (2010). *Application of the Bootstrap Estimator for Uncertainty Analysis of the Long-Term Noise Indicators.* Acta Physica Polonica A, Vol. 118, s. 11–16.

Batko, W. i Stępień, B. (2011). *Application of the Bayesian Inference for Estimation of the Long-Term Noise Indicators and Theris Uncertainty.* Acta Physica Polonica A, Vol. 119, s. 916–920.

Batko, W. i Stępień, B. (2014). *Type A Standard Uncertainty of Long-Term Noise Indicators.* Archives of Acoustic, Vol. 39, s. 25–36.

Batko, W., Przysucha, B. i Pawlik, P. (2013). *Porównanie metod wyznaczania niepewności ocen zagrożeń hałasowych środowiska.* Postępy akustyki, Polskie Towrzystwo Akustyczne Oddział w Rzeszowie, s. 255–266.

Batko, W., Przysucha, B. i Tekiel, M. (2014). *Analysis of asymmetry of probability distributions of the sound level measurement results.* 7th Forum Acusticum, 7–12.09.2014, Kraków, płyta cd.

Bera, A. K. i Jarqe, C. (1980). *Efficient Test for Normality, Heteroscedasticity and Serial Independence of Regression Residuals.* Economic Letters, Vol. 6, s. 255–259.

Billingsley, P. (2009). *Prawdopodobieństwo i Miara.* Warszawa: PWN.

Björk, E. A. (1994). *Community Noise in Diffrent Seasons in Kuopio.* Applied Acoustic, Vol. 42, s. 137–150.

Caligiuri, L. M. (2007). *The evaluation of uncertainty in environmental acoustic measurements according to the ISO 'Guide'.* Noise Control Engineering Journal, Vol. 55 (1), s. 116–132.

Campbell, S. (2001). *A critical review of some traffic noise prediction models.* Applied Acoustic, Vol. 62, s. 271–287.

Can, A., Leclerc, L. i Lelong, J. (2008). *Dynamic estimation of urban traffic noise: Influence of traffic and noise source representations.* Applied Acoustic, Vol. 69, s. 858–867.

Can, A., Leclerc, L., Lelong, J. i Defrance, J. (2009). *Accounting for traffic dynamics improves noise assesment: Experimental evidence.* Applied Acoustic, Vol. 70, s. 821–829.

De Coensel, B. i Botteldooren, D. (2007). *Microsimulation Based Corrections on the Road Traffic Noise Emission Near Intersetions.* Acta Acoustica United With Acoustica, Vol. 93, s. 241–252.

Deutch, R. (1969). *Teoria Estymacji.* Warszawa: PWN.

DIN 45641. (1990). *Mittelung von Schallpegeln.*

Don, C. G. i Rees, I. G. (1985). *Road Traffic Sound Level Distributions.* Journal of Sound and Vibration, Vol. 100(1), s. 41–53.

Dorozhovets, M. i Warsza, Z. L. (2007a). *Propozycje rozszerzenia metod wyznaczania niepewności wyniku pomiarów wg przewodnika GUM.* Pomiary Automatyka Robotyka, Vol. 1/2007, s. 6–15.

Dorozhovetz, M. i Warsza, Z. L. (2007b). *Udoskonalenie metod wyznaczania niepewności wyników pomiarów w praktyce.* Przegląd Elektrotechniki, nr 1.

Dorozhovetz, M. i Warsza, Z. L. (2007c). *Wpływ nieadekwatnego wyboru parametrów rozkładu prawdopodobieństwa na niepewność typu A.* Pomiary Automatyka Kontrola, 9bis, Vol. 53.

Dyrektywa 2002/49/EC. (2002). *Directive of the European Parliment and of the Council of 25 June 2002 relating to the assesment and management of environmental noise.* Official Journal of the European Communities 10.07.2002.

Fisz, M. (1970). *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach.* Warszawa: PWN.

Fotowicz, P. (2006). *Nowe Podejście w dzidzinie wyznaczania niepewności.* Pomiary Automatyka Robotyka, Vol. 7–8/2006, s. 34–37.

Gaja, E., Gimenez, A., Sancho, S. i Reig, A. (2003). *Sampling techniques for the estimation of the annual equivalent noise level under urban traffic conditions.* Applied of Acoustic, Vol. 64, s. 43–53.

Gałuszka, M. (2010). *Rozkłady statystyczne poziomów i energii hałasu drogowego.* Międzynarodowa Konferencja Monitoringu Środowiska, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków 2010, tekst na płycie CD.

Gernsternkorn, T. i Śródka, T. (1980). *Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa w zadaniach.* Warszawa: PWN.

Grzebyk, M. i Thiery, L. (2003). *Confidence Intervals for the Mean of Sound Expousure Levels.* AIHA Journal, Vol. 64, s. 640–645.

Heiss, A. (2001). *A supplement of sound measurement technique be an online quality test procedure for the indices Leq and Lx%.* Journal of Sound and Vibration, Vol. 241, s. 29–39.

ISO 1996. (1982). *Description and measurement of environmental noise.*

ISO 1999. (1990). *International organization for Standarization (ISO): Acoustic-Determination of Ocupational Noise Expousure and Estimation of Noise-Inducted Hearing Impairment.* Geneva.

Jakubowski, J. i Sztentzel, R. (2001). *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa.* Warszawa: SCRIPT.

Jarque, C. M. i Bera, A. K. (1987). *Test of Observations and Regression Residulated.* International Statistical Reviev, Vol. 55, s. 163–172.

JCGM 100:2008. (1995). *Evaluation of measurement data "Guide to the expression of uncertainty in measurement".* GUM 1995 with the minor corections (Tłumaczenie: Wyrażanie niepewności pomiaru: Przewodnik, Główny Urząd Miar, Warszawa 1999).

JCGM 101:2008. (2008). *Evaluation of measurement data — Supplement 1 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" — Propagation of distributions using a Monte Carlo method.* BIPM.

Kephalophoulos, S., Paviotti, M., Knauss, D. i Brengier, M. (2007). *Uncertaintes in long-term road noise monitoring including meteorogical influences.* Noise Control Engineering Journal, Vol. 55, s. 133–141.

Krysicki, W., Bartos, J., Dyczka, W., Królikowska, K. i Wasilewski, M. (1998). *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach, część II Statystyka matematyczna.* Warszawa: PWN.

Kucharski, R. (2011). *Wytyczne opracowania map akustycznych.* Warszawa: Publication of Chief Inspectorate of Environmental Protection.

Kuechner, D. (2005). *Long-term Leq Errors Expected and how long to Measure (Uncertainty and Noise Monitoring).* Proceedings of Forum Acousticum 2005, s. 1269-1274.

Kusy, M. (2011). *Analiza rozkładów i symulacje w programie Statistica.* Statsoft Polska, www.statsoft.pl/czytelnia.html.

Lilliefors, H. W. (1967). *On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unkown.* JASA, s. 399.

Lisiecki, J. i Kłysz, S. (2007). *Szacowanie niepewności pomiaru.* Prace Naukowe Instytutu Technicznego Wojsk Lotniczych, Zeszyt 22, s. 47-79.

Luquet, P. (1982). *Method for the objective description of an acoustic environment based on short Leq values.* Applied Acoustic, Vol. 15, s. 47–156.

Lyons, R. G. (2010). *Wprowadzenie do cyfrowego przetwarzania sygnałów.* Warszawa: Wydawnictwa Komunikacji i Łączności.

Magiera, R. (2005). *Modele i metody statystyki matematycznej cześć I.* Wrocław: GIS.

Makarewicz, R. i Gałuszka, M. (2010). *Approximation of the Yearly Average Sound Level Based on the Sound Levels.* Acta Acoustica United With Acoustica, Vol. 96, s. 981–984.

Makarewicz, R. i Gałuszka, M. (2011a). *Empirical Revision of Noise Mapping.* Applied Acoustics, Vol. 72, s. 578–581.

Makarewicz, R. i Gałuszka, M. (2011b). *Road Traffic noise prediction based on speed-flow diagram.* Spplied Acoustics, Vol. 72, s. 190–195.

Makarewicz, R., Gałuszka, M. i Kokowski, P. (2014). *Evaluation of aircraft noise measurements.* Noise Control Engineering, Vol. 62(2), s. 83–89.

Martinez, S. i Fennel, F. (2013). *Quellen-, Fremd- und Gesamtgeräusche: Statistik und Verteilugen.* Lämbekämpftunng Bd. 8, No. 6 - November, s. 247–263.

Mori, M. i Tsukagutchi, H. (1948). *Estimation of environmental noise using Weibull distribution.* Journal INCE Jpn., Vol. 8, s. 314–320.

Neyman, J. (1934). *On the Two Different Aspects of the Representative Method: The Method of Straitfied and the Method of Purposive Selection.* Journal of the Royal Statistical Society, Vol. 97, No. 4, s. 558–625.

Nishinomiya, G. (1979). *Estimation of Leq by fitting Weillbul distribution for community noise.* Journal Acoustical Society of Japan, Vol. 35, s. 562–568.

Ohta, M. i Mitani, Y. (1989). *A statistical analysis for estimating the noise level probability distribution from Leq and Lx noise level.* Journal Acustical Society of Japan, Vol. 10, s. 175-180.

Pawlik, P. i Przysucha, B. (2014). *Wpływ liczby punktów pomiarowych na niepewność wyznaczania izolacyjności akustycznej przegród budowlanych.* X Konferencja Naukowo Techniczna " Podstawowe Problemy Metrologii" - PPM '14, 15-18.06.2014, Kościelisko, s. 198–201.

Pawlik, P. i Przysucha, B. (2014). *Wpływ liczby punktów pomiarowych na niepewność wyznaczania izolacyjności akustycznej przegród budowlanych.* Pomiary Automatyka Kontrola, Vol 12/2014, s. 1124–1126.

PN-ISO 1996:2006. (2006). *Akustyka. Opis, pomiary i ocena hałasu srodowiskowego. cz 1. Wielkości podstawowe i procedury oceny.*

Przysucha, B. (2013). *Uncertainty analysis in acoustic investigations.* 6th International Conference of Young Scientists CSE-2013, Computer Science and Engineering 2013, 21–23.11.2013, Lviv, Ukraines, s. 124–129.

Przysucha, B., Batko, W. i Szeląg, A. (2014). *Analysis of the accuracy of uncertainty in noise measurements.* 7th International Symposium on Environmental Effects on Buildings and People. Actions, Influences, Interaction, Discomfort, 20-22.10.2014, Kraków, s. 115–116.

Przysucha, B., Batko, W. i Szeląg, A. (2015). *Analysis of the Accuracy of the Uncertainty Noise Measurement.* Archives of Acoustic, Vol. 40, No. 2.

Przysucha, B., Batko, W., Szeląg, A. i Pawlik, P. (2015). *Efekt Wygładzania Wyników Pomiarów Poziomów Dźwięku w Monitoringu Akustycznym.* I Międzynarodowa Konferencja Naukowa: Nauka W Technice, Środowisku, Medycynie i Sporcie, 04–16.05.2015, pokład STS „Pogoria", Palermo – Civitavecchia.

Rao, C. (1982). *Modele liniowe statystyki matematycznej.* Warszawa: PWN.

Rydlewski. (2009). *Estymatory najwiekszej wiarygodnosci w uogólnionych modelach regresji nieliniowej, Praca doktorska.* Kraków: Uniwersytet Jagielloński, Wydział Matematyki i Informatyki.

Senczyk, D. (2003). *Podstawy Teorii Pomiarów.* Łódź: Wydawnictwo Politechniki Łódźkiej.

Shapiro, S. S. i Wilk, M. B. (1965). *Analysis of variance test for normality.* Biometrica, Vol. 52, s. 591–611.

Skarlatos, D. i Drakatos, P. (1992). *On selecting the minimum observation time for determining the Leq of a random noise with a given level of confidence.* Journal of Sound and Vibration, Vol. 152, s. 141–**1**48.

Stanisz, A. (2007). *Przystępny kurs statystyki z zastosowaniem Statistica PL.* Kraków: Statsoft.

Strawiński, P. (2006). *Własności testu Jarqe-Bera, gdy w danych występuje obserwacja nietypowa.* Warszawa: Uniwersytet Warszawski, Wydział Nauk Ekonomicznych.

Szabatin, J. (2000). *Podstawy Teorii Sygnałów.* Warszawa: Wydawnictwa Komunikacji i Łącznosci.

Szydłowski, H. (1981). *Teoria Pomiarów.* Warszawa: PWN.

Thiery, L. i Ognedal, T. (2008). *Note about the Statistical Background of the Methods Used in ISO/DIS 9612 to Estimate the Uncertainty of Occupational Noise Exposure Measurements.* Acta Acoustica United with Acoustica, Vol. 94, No. 2, s. 331–334.

Torija, A. J., Ruiz, D. P. i Ramos, A. (2007). *Characterization of the different types of vehicles flow in traffic.* Proceedings, 19th International Congress on Acoustics, 2–7.10.2007, Madrit.

Turzański, K. P. i Batko, W. (1998). *Stan zagrożenia hałasem na terenie miasta Krakowa.* Kraków: Oficyna Wydawnicza "TEXT".

Ustawa. (2001). *Ustawa z dnia 27 kwietnia 2001 r. Prawo ochrony środowiska (Dz. U. 2008 r., nr 25, poz 150 z późn zm.*

VDI 3723. (1993). *Anwendung statisticher Methoden bei der Kennzeichnung schwankender Gerauschmmissionen.*

Warsza, Z. i Korczyński, J. (2014). *Statystyki skośności i kurtozy małych próbek pomiarowych z populacji o rozkładzie normalnym i kilku innych.* Pomiary Automatyka Kontrola, Vol. 12/2014, s. 1119–1123.

WG-AEN, E. (2006). *Good practice Guide for Strategic Noise Mapping and the Production of Associated Data on Noise Expousure (ver. 2 ed.).*

WHO. (1999). *Guidelnes for community noise.* London, United Kingdom: WHO.

Wszołek, T. (2006). *Analiza niepewności w badaniach środowiskowych.* XXXIV Szkoła Zimowa Zwalczania Zagrożeń Wibroakustycznych, s. 206–216.

Wszołek, T. i Kłaczyński, M. (2006). *Effect of the traffic noise statistical distribution on LAeq,T measurement uncertainty.* Archives of Acoustic, Vol. 31, No. 4(supplement), s. 311–318.

Yamamoto, K. (2010). *Road Traffic noise prediction model "ASJ RTN-Model 2008": Report of the Reserch Comittee on Road Traffic Noise.* Acoustical Science and Technology, Vol. 31, No. 1, s. 2–55.

Yoshida, T. (1994). *Estimation of equivalent sound pressure levels of community noise and road traffic noise.* Journal Acoustic Society of Japan, Vol. 15, No. 1, s. 53–57.

Zieliński, R. (2009). *Przedział ufności dla frakcji.* Matematyka Stosowana, Vol. 10, s. 51–67.