



Marta Słowik

Nośność na ścinanie zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego

MONOGRAFIE

Nośność na ścinanie zginanych
elementów żelbetowych
bez zbrojenia poprzecznego

Monografie – Politechnika Lubelska



Politechnika Lubelska
Wydział Budownictwa i Architektury
ul. Nadbystrzycka 40
20-618 Lublin

Marta Słowik

Nośność na ścinanie zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego



Politechnika Lubelska
Lublin 2016

Recenzenci:

dr hab. inż. Krystyna Nagrodzka-Godycka, prof. Politechniki Gdańskiej

dr hab. inż. Tadeusz Stanisław Urban, prof. Politechniki Łódzkiej

Redakcja i skład: Marta Słowik

Publikacja wydana za zgodą Rektora Politechniki Lubelskiej

© Copyright by Politechnika Lubelska 2016

ISBN: 978-83-7947-187-4

Wydawca: Politechnika Lubelska

ul. Nadbystrzycka 38D, 20-618 Lublin

Realizacja: Biblioteka Politechniki Lubelskiej

Ośrodek ds. Wydawnictw i Biblioteki Cyfrowej

ul. Nadbystrzycka 36A, 20-618 Lublin

tel. (81) 538-46-59, email: wydawca@pollub.pl

www.biblioteka.pollub.pl

Druk: TOP Agencja Reklamowa Agnieszka Łuczak

www.agencjatorp.pl

Elektroniczna wersja książki dostępna w Bibliotece Cyfrowej PL www.bc.pollub.pl

Nakład: 100 egz.

Spis Treści

Wykaz podstawowych oznaczeń	7
1. Wstęp	9
1.1. Przedmiot i zakres monografii	9
1.2. Przykłady żelbetowych elementów zginanych bez zbrojenia poprzecznego	12
1.3. Przyjęta terminologia	15
2. Nośność na ścinanie zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego w świetle badań doświadczalnych	20
2.1. Parametry mające wpływ na nośność na ścinanie	20
2.2. Wpływ wskaźnika ścinania	21
2.3. Wpływ wytrzymałości betonu	26
2.4. Wpływ zbrojenia podłużnego	34
2.5. Wpływ wymiarów elementu	42
2.6. Wpływ rodzaju obciążenia	55
2.7. Wpływ rodzaju i uziarnienia kruszywa	60
2.8. Analiza wieloparametrowa	62
3. Stan wiedzy na temat mechanizmów zniszczenia zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego	71
3.1. Podział elementów zginanych ze względu na charakter pracy	71
3.2. Mechanizmy przenoszenia naprężeń ścinających w przekroju ukośnym	73
3.3. Rola poszczególnych mechanizmów w przenoszeniu siły poprzecznej	80
4. Analiza pracy belek żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego na podstawie badań własnych	84
4.1. Badania eksperymentalne	84
4.2. Analiza przebiegu zarysowania i charakteru zniszczenia badanych belek	95
4.3. Symulacje numeryczne	113
4.4. Podział elementów zginanych na podstawie występowania obszarów „B” i „D”	128

5. Nośność na ścinanie w ujęciu normowym	135
5.1. Wprowadzenie	135
5.2. Rozwój teorii dotyczących wymiarowania na ścinanie	139
5.3. Eurokod 2	147
5.4. Norma amerykańska ACI 318	148
5.5. Model Code 2010	149
6. Analiza procedur normowych	159
6.1. Metodyka obliczeń	159
6.2. Ocena poprawności uwzględnienia we wzorach normowych wpływu wytrzymałości betonu na nośność na ścinanie	161
6.2.1. Analiza danych i dobór modelu prognostycznego	161
6.2.2. Analiza porównawcza	171
6.3. Ocena poprawności uwzględnienia we wzorach normowych wpływu stopnia zbrojenia podłużnego na nośność na ścinanie	180
6.3.1. Analiza danych i dobór modelu prognostycznego	180
6.3.2. Analiza porównawcza	187
6.4. Weryfikacja procedur normowych	189
7. Podsumowanie	197
Literatura	201
Streszczenie	219
Summary	221

Wykaz podstawowych oznaczeń

a	– odległość siły skupionej od podpory
a/d	– wskaźnik ścinania w przypadku elementów obciążonych siłami skupionymi
$(a/d)_{crit}$	– krytyczna wartość wskaźnika ścinania
b	– szerokość przekroju prostokątnego
b_w	– najmniejsza szerokość przekroju w strefie rozciąganej
c	– rozstaw sił
d	– wysokość użyteczna przekroju
d_g	– maksymalny wymiar ziaren kruszywa
f_c	– wytrzymałość betonu na ściskanie wyznaczona na próbkach walcowych ϕ 150/300 mm
f_{ck}	– charakterystyczna wytrzymałość betonu na ściskanie wyznaczona na próbkach walcowych ϕ 150/300 mm
f_{ct}	– wytrzymałość betonu na rozciąganie osiowe
$f_{ct,sp}$	– wytrzymałość betonu na rozciąganie wyznaczona przez rozłupywanie
f_y	– granica plastyczności stali zbrojeniowej
f_{yk}	– charakterystyczna granica plastyczności stali zbrojeniowej
f_t	– wytrzymałość stali zbrojeniowej
h	– wysokość całkowita przekroju
l_{eff}	– rozpiętość efektywna, rozpiętość belki
p	– obciążenie ciągłe
z	– ramię sił wewnętrznych w przekroju
x	– wysokość strefy ściskanej
A_s	– pole przekroju zbrojenia podłużnego
E_c	– moduł sprężystości betonu
E_s	– moduł sprężystości stali zbrojeniowej
F	– obciążenie w postaci siły skupionej
L	– długość elementu, całkowita długość belki
M	– moment zginający
M_{ult}	– maksymalny moment zginający przy zniszczeniu
M_{fl}	– nośność belki na zginania wynikająca z zastosowanego zbrojenia podłużnego, odpowiadająca uplastycznieniu stali
M_{cr}	– moment rysujący odpowiadający powstaniu zarysowania ukośnego
V	– siła poprzeczna
V_{ult}	– maksymalna siła poprzeczna przy zniszczeniu
V_{cr}	– siła poprzeczna odpowiadająca powstaniu zarysowania ukośnego

δ	– wskaźnik ścinania
δ_{crit}	– krytyczny wskaźnik ścinania
ϕ	– średnica pręta zbrojeniowego
v	– naprężenie ścinające
v_u	– graniczne naprężenie ścinające przy zniszczeniu: $v_u = V_{ult}/bd$
v_{comp}	– względna nośność na ścinanie: $v_{comp} = v_u/(f_c)^{1/2}$
$v_{comp}(p)$	– względna nośność na ścinanie uzyskana w badaniach przy obciążeniu ciągłym
$v_{comp}(F)$	– względna nośność na ścinanie uzyskana w badaniach przy obciążeniu w postaci sił skupionych
$v_{comp}(ACI318)$	– względna nośność na ścinanie wyznaczona na podstawie normy ACI 318
$v_{comp}(EC2)$	– względna nośność na ścinanie wyznaczona na podstawie normy EC 2
$v_{comp}(MC2010)$	– względna nośność na ścinanie wyznaczona na podstawie normy MC 2010
ρ	– stopień zbrojenia podłużnego
$\rho \times f_y$	– moc zbrojenia podłużnego
θ	– kąt pochylenia naprężeń ściskających względem osi belki
σ_1	– naprężenie główne rozciągające
σ_2	– naprężenie główne ściskające
σ_x	– naprężenie normalne na kierunku osi x
σ_y	– naprężenie normalne na kierunku osi y
τ_{xy}	– naprężenie styczne
σ_c	– naprężenie w betonie ściskanym
σ_{ct}	– naprężenie w betonie rozciąganym
σ_s	– naprężenie w stali zbrojeniowej
ε_c	– odkształcenie betonu ściskanego
ε_{ct}	– odkształcenie betonu rozciąganego
ε_s	– odkształcenie stali
MPE	– średni błąd procentowy
$MAPE$	– średni absolutny błąd procentowy
MR	– metoda regresji wielorakiej
$MARS$	– metoda wieloimiennej regresji adaptacyjnej
GAM	– metoda uogólnionych modeli addytywnych

1. Wstęp

1.1. Przedmiot i zakres monografii

Zniszczenie na ścinanie jest jednym ze sposobów zniszczenia, który może wystąpić w zginanych elementach żelbetowych, głównie w strefach przypodporowych. Ten typ zniszczenia może spowodować redukcję nośności poniżej pełnej nośności na zginanie wynikającej z zastosowanego zbrojenia podłużnego i jest szczególnie niebezpieczny w elementach bez zbrojenia poprzecznego.

Zagadnienie szacowania nośności na ścinanie elementów zginanych jest jednym z bardziej skomplikowanych zagadnień w teorii żelbetu. Wynika to ze złożoności mechanizmu pracy elementu w strefach przypodporowych, w których stan naprężenia jest wywołany jednoczesnym występowaniem momentu zginającego i siły poprzecznej. Badania doświadczalne rozpoczęte na szeroką skalę w połowie XX wieku są nadal kontynuowane, co wskazuje, że problem bezpiecznego, a zarazem ekonomicznego wymiarowania na ścinanie nie został w sposób satysfakcjonujący rozwiązany i jest wciąż aktualny.

Obszerna baza wyników badań doświadczalnych, jak również nowe prace teoretyczne skutkują coraz bardziej wnikliwym opisem mechanizmów zniszczenia elementów żelbetowych oraz powstawaniem nowych metod obliczeniowych służących do szacowania ich nośności. Również normowe zasady wymiarowania elementów żelbetowych podlegają ewolucji. Znaczące zmiany w tym zakresie można zaobserwować, między innymi w przypadku wymiarowania elementów zginanych na siły poprzeczne, które powszechnie nazywane jest wymiarowaniem na ścinanie.

Pierwsze spójne zasady wymiarowania elementów żelbetowych na ścinanie pojawiły się na początku ubiegłego stulecia, kiedy E. Mörsch [131] proponował tzw. model kratownicowy, wyprowadzony na podstawie analogii rozkładu naprężeń w belce w strefie przypodporowej do rozkładu sił w kratownicy. W polskich przepisach normalizacyjnych wymiarowanie według zasad podanych przez Mörscha obowiązywało do 1976. Następnie metoda kratownicowa została zastąpiona metodą opartą na teorii Boriszańskiego, a od 2002 roku ponownie stanowi podstawę wymiarowania zbrojenia na ścinanie. Ostatnie zmiany wprowadzone w krajowym systemie normalizacyjnym były konsekwencją dostosowania polskich norm do przepisów europejskich po wstąpieniu Polski do Unii Europejskiej. Obecnie obowiązująca polska norma do projektowania konstrukcji z betonu PN-EN 1992-1-1:2008 [157] jest zgodna z przepisami zawartymi w normie europejskiej EN 1992-1-1:2004 [66].

Poszerzenie wiedzy na temat konstrukcji z betonu w wyniku badań prowadzonych w ostatnim czasie (także z zastosowaniem betonów wyższych wytrzymałości) zaowocowało powstaniem nowych teorii opisujących zachowanie konstrukcji pracującej w złożonym stanie naprężenia. Należą do nich: zmodyfikowana teoria pola naprężeń ściskających (Modified Compression Field Theory) i teoria krytycznej rysy ukośnej (Critical Shear Crack Theory). Obie te teorie przyczyniły się do powstania nowych koncepcji wymiarowania elementów żelbetowych na ścinanie i na przebicie. Konsekwencją tego jest wprowadzenie nowych procedur obliczeniowych w zaleceniach Model Code 2010 [128] w odniesieniu do tych zagadnień.

Zasady wyznaczania nośności na ścinanie belek ze zbrojeniem poprzecznym zostały stosunkowo wcześniej wyprowadzone na podstawie racjonalnych metod oraz przeszły pozytywną weryfikację i są powszechnie akceptowane. Natomiast wzory do sprawdzania nośności na ścinanie w przypadku elementów bez zbrojenia poprzecznego mają zazwyczaj charakter empiryczny i zostały opracowane na podstawie wyników badań elementów wykonanych ze zwykłych betonów konstrukcyjnych. Zainteresowanie elementami zginanymi bez zbrojenia poprzecznego wynika z faktu, że są one stosowane w praktyce. Ze względu na uniknięcie kruchego zniszczenia betonu, sprawdzenie poprawności metod obliczeniowych w zakresie wymiarowania na siły poprzeczne jest szczególnie istotne w przypadku elementów bez zbrojenia na ścinanie. Mimo wielu prac eksperymentalnych i teoretycznych, brak jest jednej, powszechnie stosowanej procedury określania nośności na ścinanie zginanych elementów zbrojonych jedynie podłużnie, wyprowadzonej na podstawie adekwatnych modeli teoretycznych.

Przedmiotem niniejszej monografii jest analiza pracy żelbetowych elementów zginanych bez zbrojenia poprzecznego i ocena wpływu różnych czynników na charakter ich zniszczenia oraz weryfikacja procedur obliczeniowych, podanych w normach do projektowania konstrukcji z betonu w odniesieniu do sprawdzania nośności na ścinanie zginanych elementów bez zbrojenia poprzecznego. Monografia składa się z siedmiu głównych rozdziałów, w tym rozdział pierwszy stanowiący wstęp i rozdział siódmy zawierający podsumowanie.

W rozdziale drugim zamieszczono przegląd badań doświadczalnych ze szczególnym zwróceniem uwagi na wpływ różnych parametrów na nośność na ścinanie elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego. Rozdział drugi podsumowany jest analizą wielokryterialną, w której ujęto zagadnienie nośności elementów w odniesieniu do wzajemnej konfiguracji omawianych parametrów.

Rozdział trzeci zawiera opis mechanizmów przenoszenia naprężeń ścinających w przekrojach ukośnych oraz charakterystykę zjawisk związanych z rozwojem zarysowania i niszczenia zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego.

W rozdziale czwartym przedstawiono własne badania eksperymentalne dotyczące zginanych belek żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego. Parametrami zmiennymi podczas badań był wskaźnik ścinania, długość belki i sposób zbrojenia. Na podstawie uzyskanych wyników doświadczalnych przeanalizowano wpływ wymienionych parametrów zmiennych na sposób zarysowania i charakter zniszczenia badanych elementów. Przeprowadzono również symulacje numeryczne za pomocą metody elementów skończonych w celu szerszego opisu pracy zginanych belek zbrojonych podłużnie. W analizach numerycznych główny nacisk położono na ocenę wpływu smukłości elementu i doboru zbrojenia podłużnego na rozkład odkształceń i przebieg rys w belkach. Na podstawie wyników badań doświadczalnych i obliczeń numerycznych zaproponowano klasyfikację zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego uwzględniającą sposób ich zniszczenia. Zaproponowany podział bazuje na analizie występowania w elemencie obszarów obowiązywania hipotezy Bernoulliego i obszarów nieciągłości.

W rozdziale piątym przedstawiono reguły wymiarowania na ścinanie zamieszczone w zaleceniach Model Code 2010 [128], Eurocode 2 [66] i normie amerykańskiej ACI 318-14 [2] oraz podstawy teoretyczne służące do ich wyprowadzenia. Szerzej omówiono zasady wymiarowania podane w nowej wersji zaleceń Model Code 2010 i założenia metody MCFT.

Rozdział szósty poświęcony jest analizie efektywności wzorów normowych i poprawności procedur obliczeniowych zawartych w wymienionych normach, w odniesieniu do zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego o typowej smukłości. Przy weryfikacji wzorów normowych wykorzystano wyniki badań doświadczalnych własnych i wyniki badań zaczerpnięte z literatury. Weryfikację procedur normowych przeprowadzono za pomocą analizy statystycznej przy wykorzystaniu zaawansowanych modeli prognostycznych.

1.2. Przykłady żelbetowych elementów zginanych bez zbrojenia poprzecznego

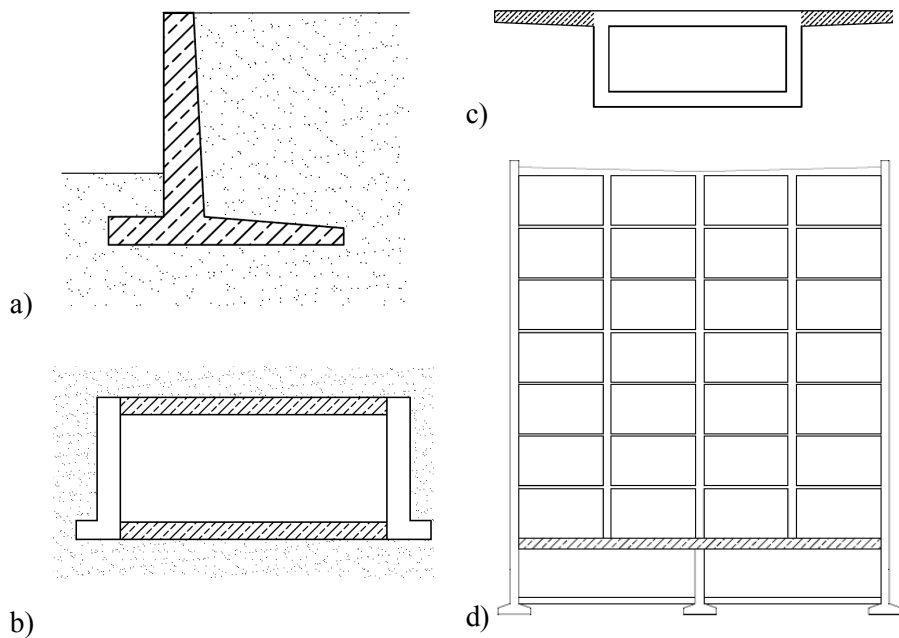
W żelbetowych elementach zginanych zalecane jest stosowanie zbrojenia poprzecznego o przekroju co najmniej minimalnym ze względów konstrukcyjnych i w celu zabezpieczenia przed kruchym, niesygnalizowanym zniszczeniem. Zalecenie to odnosi się głównie do belek i płyt pełnych o grubości co najmniej 200 mm. Nie we wszystkich elementach zginanych zbrojenie na ścinanie jest niezbędne, a w niektórych wręcz niemożliwe jest stosowanie zbrojenia poprzecznego ze względu na technologię wykonania, jak np. w przypadku sprężonych płyt kanałowych wykonywanych technologią ekstruzji i slip forming. W odniesieniu do takich elementów, w przepisach normy PN-EN 1992-1-1:2008 [157] znajduje się zapis: „W elementach takich jak płyty (pełne, żebrowe lub z kanałami), w których możliwa jest poprzeczna redystrybucja obciążeń, można nie stosować minimalnego zbrojenia na ścinanie. Można także nie stosować minimalnego zbrojenia w mniej ważnych elementach (np. nadproża o rozpiętości $\leq 2,0$ m), które nie wpływają w istotny sposób na ogólną nośność i stateczność konstrukcji.”.

Elementy zginane, w których nie stosuje się zbrojenia na ścinanie są stosowane w praktyce inżynierskiej i stanowią dość liczną grupę konstrukcji. Przykładem może być ława fundamentowa o odwróconym przekroju teowym, w której obustronne wsporniki o stosunku często znacznie przekraczającym stosunek $l_{eff}/h = 1,0$ nie są traktowane jako belki, lecz oblicza się je jak płyty wspornikowe i nie projektuje strzemion.

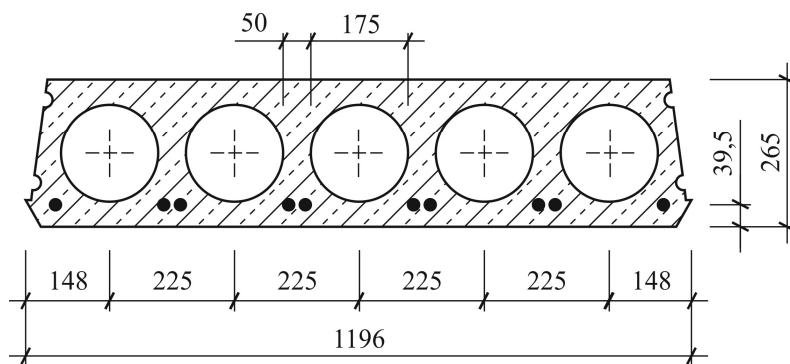
Zginane elementy żelbetowe bez zbrojenia na ścinanie występują także jako składowe elementy złożonych konstrukcji lub obiektów budowlanych i inżynierskich. Należy wymienić tu przede wszystkim żelbetowe płyty pełne jednokierunkowo zbrojone, na przykład:

- płyta pionowa i płyta fundamentowa ściany oporowej (rys. 1.a),
- płyta stropowa i fundamentowa tunelu podziemnego (rys. 1.b),
- płyta pomostu (rys. 1.c),
- płyta rozdzielcza, na której oparte są elementy konstrukcyjne z wyższych kondygnacji (rys. 1.d).

Innym przykładem elementów konstrukcyjnych szeroko występujących w praktyce inżynierskiej, w których nie jest stosowane zbrojenie na ścinanie ze względu na technologię wykonania, są sprężone płyty kanałowe (rys. 1.2).



Rys. 1.1. Przykłady występowania zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego (opis w tekście)



Rys. 1.2. Przykładowy przekrój sprężonej płyty kanałowej

Zbrojenie sprężające w płytach kanałowych, które zapewnia nośność na zginanie, wpływa jednocześnie na wzrost nośności na ścinanie niezbrojonych żeber – środników pionowych pomiędzy dwoma kanałami lub przy bocznych krawędziach płyty. Mimo to nośność na ścinanie może determinować nośność sprężonych płyt kanałowych. Przykładem są badania M. Surmy [207], w których zaobserwowano zniszczenie w wyniku propagacji ukośnego zarysowania w betonowych żeberkach w płytach o wysokości przekroju 320 mm i 500 mm.

Przytoczone badania wskazują, że zagadnienie ścinania jest zagadnieniem kluczowym przy sprawdzaniu nośności sprężonych płyt kanałowych. W jednoprzęsłowych płytach sprężonych bez zbrojenia na ścinanie, w obszarach niezarysowanych przez zginanie, warunek nośności na ścinanie wynika z ograniczenia naprężeń głównych przez wytrzymałość betonu na rozciąganie. Obliczenia dotyczące nośności na ścinanie wykonywane są według zasad podanych w normie PN-EN 1992-1-1:2008 [157], ale ze względu na szczególne właściwości wyrobu niezbędne są uzupełniające obliczenia według zasad podanych w normie EN 1168:2005+A3:2011 [67]. Jako elementy prefabrykowane, kanałowe płyty sprężone powinny być projektowane również na skutki oddziaływań dynamicznych w sytuacjach przejściowych, takich jak: rozformowanie, transport, składowanie, wznoszenie i montaż.

W przypadku płyt kanałowych pracujących w konstrukcji stropu pojawia się ponadto wiele zagadnień związanych z pracą konstrukcji zespolonej, które również mogą mieć wpływ na nośność na ścinanie. W szczególności przy szacowaniu nośności na ścinanie należy uwzględnić wpływ podatności styku między prefabrykatem a nadbetonem. Tematyka ta była opisana w pracy A. Halickiej [83] oraz w obszernej monografii dotyczącej konstrukcji sprężonych autorstwa A. Ajdukiewicza i M. Mamesa [6]. Kolejnym istotnym czynnikiem wpływającym na nośność sprężonych płyt kanałowych jest sposób podparcia. Przy oparciu płyt kanałowych na podporach sprężystych zaobserwowano redukujący wpływ poprzecznych naprężeń rozciągających na nośność na ścinanie, co opisano np. w pracach Derkowskiego i Surmy [60] oraz Szulca [208]. W przypadku płyt kanałowych pracujących w konstrukcji stropu sprawdzeniu na ścinanie podlegają również złącza podłużne płyt. Problematyka projektowania stropów wykonanych ze sprężonych płyt kanałowych została szeroko omówiona w biuletynie *fib* nr 6 [71], a wytyczne projektowania prefabrykowanych konstrukcji zespolonych z uwzględnieniem podatności styku i elementów podporowych ukazały się w serii wydawniczej ITB w 2012 [209].

Podatność styku w konstrukcji zespolonej oraz podatność elementów podporowych mają wpływ na stan naprężenia w betonie w elemencie sprężonym i zwiększają wartości naprężeń głównych rozciągających w strefach przypodporowych płyt kanałowych. Ten wpływ należy również uwzględnić przy sprawdzaniu nośności na ścinanie sprężonych płyt kanałowych. Zagadnienia

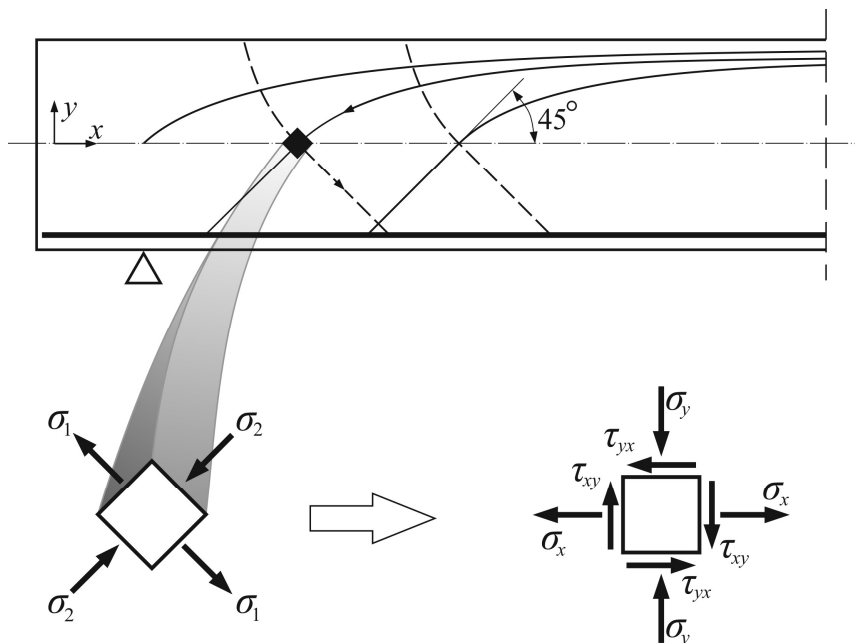
dotyczące pracy sprężonych płyt kanałowych i oceny ich nośności są obecnie przedmiotem zainteresowania badaczy, czego dowodem są prace M. Surmy [207] i P. Bodzaka [27], przedstawione na Konferencji Naukowo Technicznej „Konstrukcje sprężone”, która odbyła się w Krakowie w 2015 roku.

Problematyka związana z nośnością stref przypodporowych w sprężonych płytach kanałowych jest interesująca i godna poszerzenia o kolejne badania i analizy. Ze względu jednak na odmienny charakter pracy sprężonych płyt kanałowych w porównaniu do żelbetowych elementów bez zbrojenia poprzecznego, elementy te nie zostały włączone do analizy w niniejszej monografii.

1.3. Przyjęta terminologia

Określenie „ścinanie” (niemieckie „Schub”, angielskie „shear”) na stałe już znalazło zastosowanie w terminologii technicznej. Ścinanie dotyczy zjawisk związanych ze stanem naprężenia, w którym naprężenia główne σ_1 , σ_2 nie pokrywają się z kierunkiem osi globalnego układu współrzędnych ortogonalnych x i y , wyznaczonego przez oś podłużną elementu (oś x). Oprócz naprężeń normalnych σ_x i σ_y powstają wówczas naprężenia styczne τ_{xy} , które nazywane są naprężeniami ścinającymi. Sytuacja taka ma miejsce w strefach jednoczesnego działania momentu zginającego i siły poprzecznej, do których należą strefy przypodporowe belek i płyt jednokierunkowo zbrojonych (rys. 1.3). W przypadku płyt dwukierunkowo zbrojonych opartych na słupach, w których również występują naprężenia styczne w strefach podparcia, powstaje przestrzenne ścinanie nazywane przebicciem. Problematyka przebiccia, szeroko opisana w literaturze krajowej, np. w opracowaniach T. Urbana [217] i A. Ajdukiewicza [5], jest odrębnym zagadnieniem i nie jest przedmiotem rozważań w pracy.

Z pojęciem „ścinanie” związane są określenia pochodne. Termin „strefa ścinania” odpowiada strefie przypodporowej, „zbrojenie na ścinanie” jest określeniem zbrojenia poprzecznego, a przez „nośność na ścinanie” rozumie się nośność przekrojów ukośnych na siły poprzeczne.



Rys. 1.3. Rozkład naprężeń głównych w strefie przypodporowej belki żelbetowej

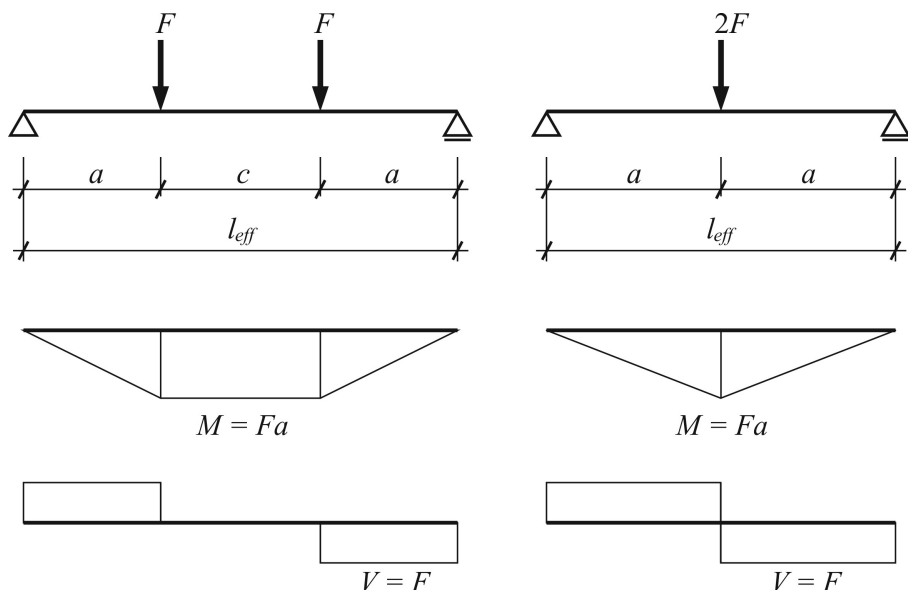
Bardzo ważnym parametrem uwzględnianym w analizie nośności na ścinanie zginanych elementów żelbetowych jest parametr określany w literaturze polskiej „smukłością ścinania” lub „wskaźnikiem ścinania”. Definiuje się go jako stosunek momentu zginającego do siły poprzecznej (pomnożonej przez wysokość użyteczną przekroju), które pojawiają się równocześnie w najbardziej wyczerpanym przekroju elementu:

$$\delta = \frac{M}{Vd} \quad (1.1)$$

W literaturze zagranicznej używana jest terminologia, która dokładnie odzwierciedla powyższą definicję, np. w literaturze niemieckiej można spotkać określenie „Momenten-Schub-Verhältnis” (np. w pracy Reinhardta [165] i Schachta [171]) lub „Momenten-Querkraft-Verhältnis” (np. w pracy Trana i in. [212]). Częściej jednak używane są skrócone nazwy. Stosowane w literaturze polskiej określenie „smukłość ścinania” jest tożsame z powszechnie stosowaną terminologią niemiecką „Schubschlankheit”. Natomiast stosunkowo rzadko jest używane odpowiadające im określenie w języku angielskim „shear slenderness”.

W przypadku elementów wolnopodpartych obciążonych jedną lub dwiema siłami skupionymi, parametr δ może być wyrażony również, jako iloraz odległości przyłożonego obciążenia od podpory do wysokości użytecznej przekroju a/d , co zobrazowano na rysunku 1.4.

$$\delta = \frac{M}{Vd} = \frac{Fa}{Fd} = \frac{a}{d} \quad (1.2)$$



Rys. 1.4. Definicja wskaźnika ścinania przy obciążeniu siłami skupionymi

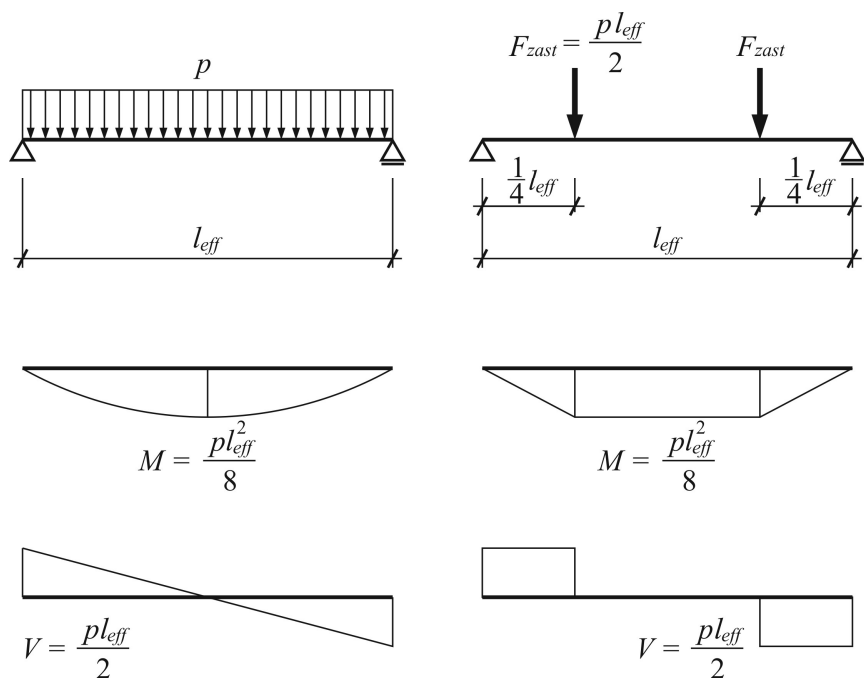
W związku z tym, że badania na belkach wolnopodpartych w teście trzy i czteropunktowego zginania są najczęściej realizowanymi badaniami doświadczalnymi, analiza wpływu δ na nośność na ścinanie belek bez zbrojenia poprzecznego przeprowadzana jest w literaturze głównie na podstawie ilorazu a/d . Z tego powodu w literaturze anglojęzycznej powszechnie stosuje się określenie „shear span-to-depth ratio”. Również w literaturze niemieckiej pojawia się odpowiednik tego określenia „Schubarmverhältnisse”, np. w [89]. Wzorując się na literaturze anglojęzycznej można by używać określenia „stosunek ramienia siły do wysokości użytecznej przekroju”, ale jest ono długie i niewygodne w stosowaniu.

Taka różnorodność terminologii opisującej ten sam parametr wprowadza zamieszanie. Ponadto parametr δ wyrażony w postaci ilorazu a/d , może być jednoznacznie określony w przypadku belek swobodnie podpartych pod

obciążeniem symetrycznym w postaci jednej lub dwóch sił skupionych. Wtedy w przekroju przyłożenia obciążenia, oddalonym od podpory o ramię siły a , moment zginający i siła poprzeczna przyjmują jednocześnie maksymalne wartości. Inaczej wygląda rozkład sił wewnętrznych w belkach zamocowanych na podporach czy też w belkach wspornikowych, w których maksymalny moment zginający i siła poprzeczna występują w przekroju podporowym. Również w belkach ciągłych pod obciążeniem skupionym, gdy moment zginający zmienia znak nad podporą, należy rozpatrywać każdą strefę przypodporową osobno. W takich przypadkach parametr δ należy wyznaczyć ze wzoru (1.1) na podstawie maksymalnych sił poprzecznych i momentów zginających występujących w przekrojach najbardziej wyężonych. Jeszcze bardziej kłopotliwe jest wyznaczenie parametru δ w belkach pracujących pod obciążeniem ciągłym. Wtedy, w przypadku belki swobodnie podpartej, siła poprzeczna osiąga maksymalną wartość nad podporą, gdzie moment zginający z kolei spada do zera. W celu wyznaczenia parametru δ w przypadku belki jednoprzęsłowej pod obciążeniem ciągłym p proponuje się w literaturze, np. K. Dąbrowski [54], zastąpienie obciążenia ciągłego obciążeniem w postaci dwóch sił skupionych $F = pl_{eff}/2$ przyłożonych w odległości $l_{eff}/4$ od podpory, co zilustrowano na rysunku 1.5. Wówczas umowny wskaźnik ścinania wynosi:

$$\delta = \frac{l_{eff}}{4d} \quad (1.3)$$

W pracy w odniesieniu do parametru δ stosowane jest określenie „wskaźnik ścinania”, które również można spotkać w literaturze polskiej, np. w pracach K. Dąbrowskiego [54], [57] czy P. Bodzaka [25]. Na taki wybór wpłynął fakt, że często w pracy używany jest termin „smukłość elementu”, czy też „smukłość belki” w odniesieniu do charakterystyki geometrii i proporcji wymiarowych całego elementu konstrukcyjnego. Smukłość elementu zginanego jest definiowana jako iloraz rozpiętości elementu do wysokości użytecznej przekroju l_{eff}/d . By ustrzec się nieporozumień i pomyłek przy stosowaniu określeń „smukłość ścinania” i „smukłość elementu”, do opisu parametru δ zastosowano termin „wskaźnik ścinania”.



Rys. 1.5. Interpretacja wyznaczania zastępczego wskaźnika ścinania przy obciążeniu ciągłym

2. Nośność na ścinanie zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego w świetle badań doświadczalnych

2.1. Parametry mające wpływ na nośność na ścinanie

Pierwsze szerokie badania doświadczalne dotyczące oceny nośności na ścinanie zginanych elementów zbrojonych podłużnie ale bez zbrojenia poprzecznego były przeprowadzone w latach sześćdziesiątych XX wieku. Należą do nich, między innymi, badania Kaniego [102], [103], [104], Matheya i Watsteina [126], Rajagopolana i Fergusona [160], Krefelda i Thurstona [113], [114], Leonhardta i Walthera [119] oraz wcześniejsze Morrowa i Viesta [130]. Prace badawcze dotyczące poznania mechanizmów zniszczenia i wpływu różnych czynników na nośność elementów bez zbrojenia poprzecznego trwają nieprzerwanie do chwili obecnej. Dowodem są prace opublikowane w ostatnim czasie, np. Hamrat i in. [84], Caldentey i in. [35], Perera i Mutsuyoshi [151], Jaeger [100], Słowik [185], [186], [195].

Uzyskane wyniki badań wskazują, że zagadnienie oceny nośności na ścinanie zginanych elementów bez zbrojenia poprzecznego jest zagadnieniem złożonym, głównie ze względu na fakt, że na charakter zniszczenia i nośność na ścinanie tego typu elementów ma wpływ wiele parametrów. Główne z nich, rozpoznane stosunkowo wcześniej przez badaczy, to:

- wskaźnik ścinania,
- cechy wytrzymałościowe betonu,
- stopień zbrojenia podłużnego,
- wymiary elementu,
- sposób obciążenia.

Do parametrów ostatnio wymienianych w literaturze jako równie istotne, np. w pracach Kazemiego i Broujerdiana [106], Sherwooda, Bentza i Collinsa [173], Junga i Kima [101], Choi i in. [45], Carpinteriego, Carmony i Ventury [39], Rahala i Al-Khaleefiego [159], zaliczyć można:

- rodzaj i uziarnienie kruszywa,
- średnicę prętów rozciąganego zbrojenia podłużnego,
- rozstaw i pochylenie rys,
- warunki podparcia elementu.

Poniżej zestawione zostały przykładowe wyniki badań zaczerpnięte z literatury, jak również wyniki badań własnych autorki, na podstawie których przeanalizowano wpływ najbardziej istotnych czynników mających wpływ na nośność na ścinanie zginanych elementów zbrojonych podłużnie ale bez zbrojenia poprzecznego.

2.2. Wpływ wskaźnika ścinania

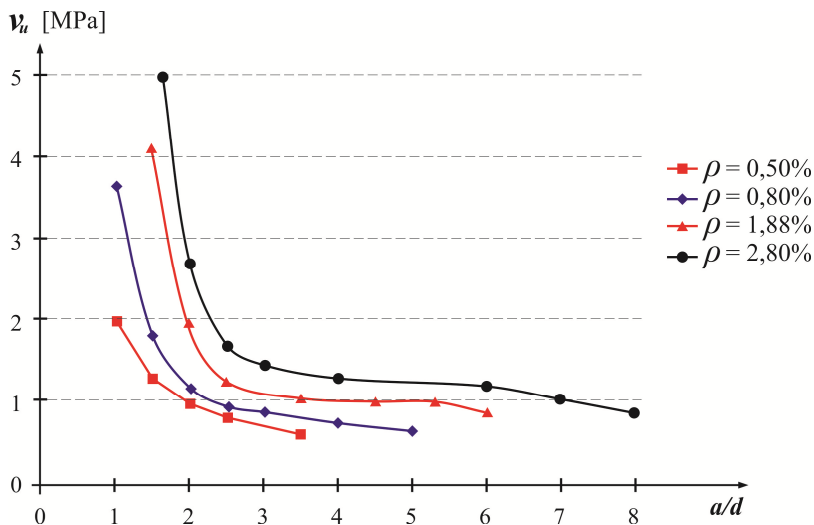
Na podstawie badań doświadczalnych dotyczących nośności na ścinanie zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego zaobserwowano, że parametrem mającym podstawowy wpływ na nośność i charakter zniszczenia tego typu elementów jest wskaźnik ścinania.

Jednym z pierwszych badaczy, który zauważył silny wpływ wskaźnika ścinania na nośność i zmianę charakteru zniszczenia elementów bez zbrojenia poprzecznego był Kani [102], [103]. Przeprowadzone przez Kaniego szerokie badania kompleksowo ujmowały różne parametry mające wpływ na nośność na ścinanie. Badaniami objęto 133 belki o stałym przekroju prostokątnym $b = 152$ mm, $h = 305$ mm, $d = 272$ mm, w których parametrami zmiennymi były: wskaźnik ścinania (a/d od 1,0 do 8,0), wytrzymałość betonu (3 rodzaje betonu o wytrzymałości na ściskanie $f_c = 17,6$ MPa; 26,7 MPa; 35,2 MPa) i przekrój zbrojenia podłużnego (4 stopnie zbrojenia podłużnego $\rho = 0,5\%$; 0,8%; 1,88%; 2,8%). Podczas badań realizowano obciążenie dwiema siłami skupionymi przyłożonymi symetrycznie w środku rozpiętości belki o stałym rozstawie ($c = 910$ mm). Całkowita długość belek, a co za tym idzie ich rozpiętość, była różnicowana, by możliwe było przeprowadzenie badań przy zmiennym wskaźniku ścinania. Jako zbrojenie podłużne przyjęto pręty żebrowane ze stali o granicy plastyczności 351,6 MPa.

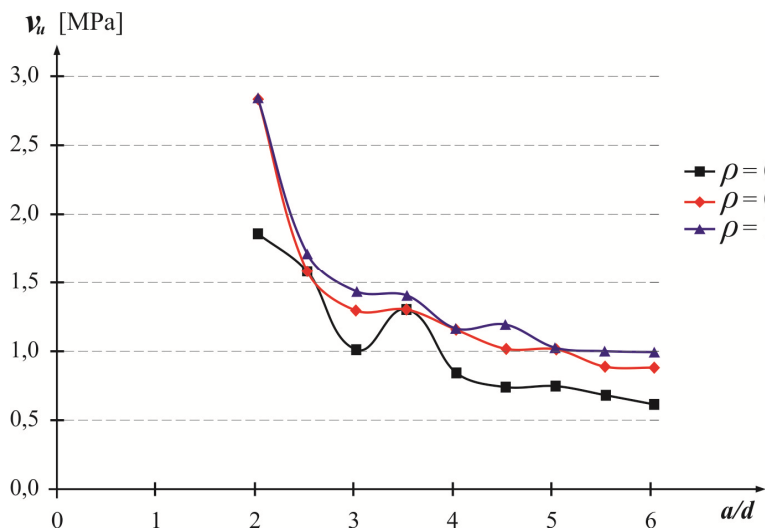
Kani [103] opublikował uzyskane wyniki jedynie w przypadku belek wykonanych z betonu o wytrzymałości $f_c = 26,7$ MPa. Wytrzymałość ta jest średnią z trzech wyżej wymienionych wartości zbadanych, co uznano za wartość reprezentatywną w stosunku do całości badania. Z przedstawionych na rysunku 2.1 wyników badań wynika wyraźny wpływ stosunku a/d na wartość naprężeń ścinających przy zniszczeniu $v_u = V_{ult}/bd$. Przy malejących wartościach a/d poniżej 2,5, wielkość naprężeń ścinających wyraźnie rośnie, osiągając przy $a/d = 1,0$ wartość nie mieszczącą się na rysunku.

Podobnie jak w badaniach Kaniego, znaczny wzrost nośności na ścinanie w belkach o wskaźniku ścinania a/d większym od 2,5 zaobserwowali Bukhari i Ahmad [34]. Badania przeprowadzone zostały na belkach o przekroju prostokątnym o wymiarach $b \times h = 152 \times 305$ mm. Belki wykonane z betonu o wytrzymałości na ściskanie $f_c = 48$ MPa były zbrojne jedynie podłużnie, a stopień zbrojenia wynosił $\rho = 0,58\%$; 0,87%; 1,07%. Belki były podczas badań obciążane jedną siłą przyłożoną w środku rozpiętości elementu. Badacze

różnicowali długość belek by uzyskać w badaniach 9 różnych wartości wskaźnika ścinania a/d od 2,0 do 6,0. Otrzymane wyniki badań przedstawiono na rysunku 2.2.



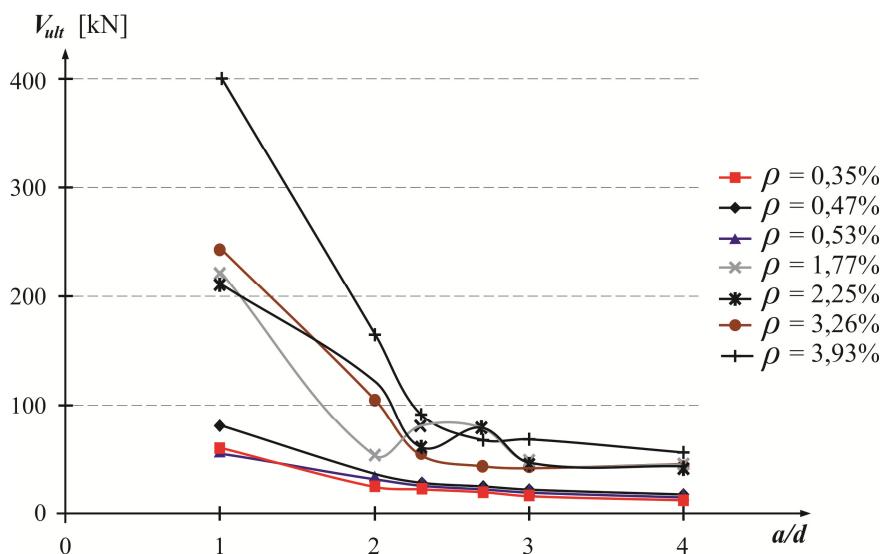
Rys. 2.1. Zależność nośności belek na ścinanie od wskaźnika ścinania sporządzona na podstawie badań Kaniego [103]



Rys. 2.2. Zależność nośności belek na ścinanie od wskaźnika ścinania sporządzona na podstawie badań Bukhariego i Ahmada [34]

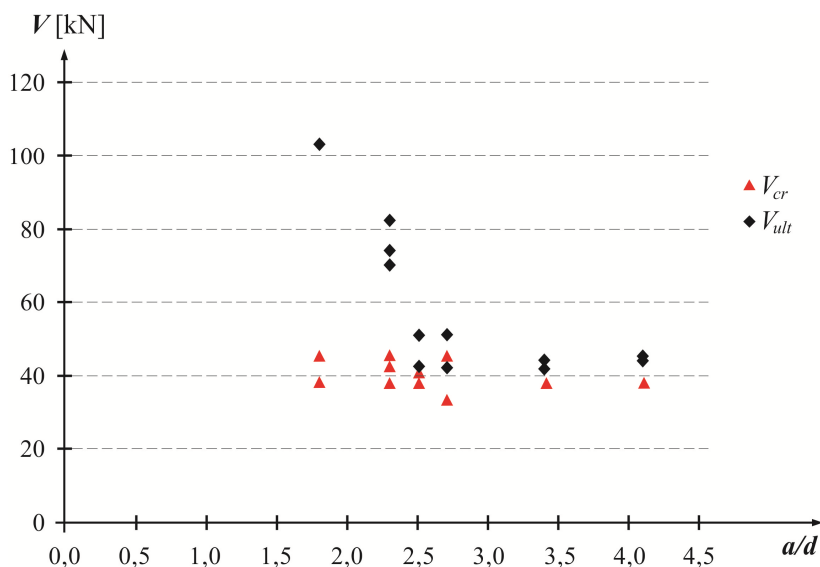
Zagadnienie nośności na ścinanie belek wykonanych z betonu o wyższej wytrzymałości $f_c = 64$ MPa było tematem badań Shuaiba i Luego [175]. Przebadano 54 belki, które były zbrojone podłużnie, ale nie miały zbrojenia poprzecznego. Parametrami zmiennymi był wskaźnik ścinania a/d (sześć różnych wartości od 1 do 4) i stopień zbrojenia podłużnego (ρ od 0,35% do 3,93%). W badaniach użyto stali zbrojeniowej o granicy plastyczności $f_y = 414$ MPa. Wszystkie belki miały przekrój prostokątny o wymiarach: szerokość 127 mm i wysokość 254 mm. Badania realizowano na belkach swobodnie podpartych obciążonych dwiema siłami o stałym rozstawie sił wynoszącym $c = 406$ mm.

Na podstawie uzyskanych wyników badań Shuaib i Lue zaobserwowali, że najistotniejszy wpływ na nośność badanych elementów miał wskaźnik ścinania. Parametr ten decydował również o sposobie zniszczenia belek. W przypadku belek o wskaźniku ścinania $a/d = 1,0$ i $2,0$ uzyskano znacznie wyższą nośność na ścinanie w porównaniu do elementów o $a/d \geq 2,3$. Wzrost nośności na ścinanie w belkach o niskim wskaźniku ścinania był szczególnie widoczny w belkach o wysokim stopniu zbrojenia podłużnego i stosunkowo mniej istotny w belkach o słabym zbrojeniu podłużnym przy $\rho \leq 0,53\%$. Zależność nośności na ścinanie od wskaźnika ścinania, uzyskaną na podstawie badań Shuaiba i Luego [175] przedstawiono na rysunku 2.3.



Rys. 2.3. Zależność nośności belek na ścinanie od wskaźnika ścinania sporządzona na podstawie badań Shuaiba i Luego [175]

Analizując wyniki badań własnych, które szerzej opisano w [189], również stwierdzono znacznie wyższą nośność na ścinanie w belkach o wskaźniku ścinania $a/d < 2,5$. Porównano poprzeczne siły niszczące uzyskane przy zniszczeniu oraz poprzeczne siły, przy których pojawiło się zarysowanie ukośne. Wykorzystano wyniki badań belek o przekroju prostokątnym o wymiarach $b \times h = 120 \times 250$ mm, wykonanych z betonu o wytrzymałości na ściskanie $f_c = 35$ MPa. Analizowane belki były zbrojone dwoma prętami żebrowanymi o średnicy 18 mm (stopień zbrojenia wyniósł $\rho = 1,8\%$). Badania były przeprowadzone w teście trzy lub czteropunktowego zginania przy wskaźniku ścinania w zakresie od 1,8 do 4,1. Na rysunku 2.4 zestawiono otrzymane w badaniach siły poprzeczne i stwierdzono, że siły rysujące V_{cr} uzyskane przy zarysowaniu ukośnym we wszystkich belkach były bardzo podobne i nie zależały od wskaźnika ścinania, natomiast widoczny jest znaczny wzrost sił maksymalnych V_{ult} w belkach o wskaźniku ścinania $a/d = 1,8$ i $2,3$ w porównaniu do tych uzyskanych w pozostałych elementach o $a/d \geq 2,5$, w których nośność była zbliżona. Analizując zestawione na rysunku 2.4 poprzeczne siły rysujące i niszczące w belkach o wskaźniku ścinania $a/d \geq 2,5$ można zauważyć, że zniszczenie w tych belkach nastąpiło bezpośrednio po powstaniu rysy ukośnej. Natomiast w belkach o $a/d < 2,5$ siły niszczące znacznie przewyższyły siły poprzeczne, przy których nastąpiło zarysowanie ukośne. Wskazuje to na zmianę mechanizmu pracy elementu w zależności od wskaźnika ścinania.



Rys. 2.4. Siły poprzeczne rysujące i maksymalne uzyskane w badaniach własnych [189]

Konkluzje podobne do wniosków z badań własnych można wyciągnąć analizując wyniki badań innych badaczy. Przykładem mogą być badania Leonhardta i Walthera [119] oraz Morrow i Viesta [130] przeprowadzone na elementach wykonanych ze zwykłych betonów konstrukcyjnych, jak również badania Wei-Luna i in. [231], w których zastosowano beton o wysokiej wytrzymałości. W badaniach Leonhardta i Walthera [119] belki obciążone były symetrycznie dwoma siłami skupionymi o rozstawie $c = 360$ mm. Użycie elementów o różnej rozpiętości efektywnej pozwoliło na przeprowadzenie badań przy 10 wartościach wskaźnika ścinania a/d od 1 do 8. Uzyskano prawie stałą wartość poprzecznych sił niszczących w belkach o wskaźniku ścinania $a/d > 3$ (wartość średnia $V_{ult} = 62$ kN) i znacząco wyższe siły niszczące w belkach o niskim wskaźniku ścinania (ponad sześciokrotnie w belce o $a/d = 1$, w której $V_{ult} = 396$ kN). W badaniach Morrow i Viesta [130], przeprowadzonych w teście trzypunktowego zginania, zaobserwowano, że w belkach o $a/d > 3$ do zniszczenia elementów doszło bezpośrednio po powstaniu rysy ukośnej przy podobnym poziomie obciążenia, natomiast w belkach badanych przy niższym wskaźniku ścinania możliwe było dalsze zwiększanie obciążenia ponad poziom, w którym zaobserwowano pojawienie się rysy ukośnej, co powodowało wzrost nośności tych belek przy malejących wartościach wskaźnika ścinania. Zarówno w badaniach Leonhardta i Walthera, jak i badaniach Morrow i Viesta najniższą wartość momentu zginającego przy zniszczeniu $M_{ult} = V_{ult} \times a$ uzyskano przy wskaźniku ścinania $a/d = 2,5$.

Zsutty [244], biorąc pod uwagę dostępne w owym czasie wyniki badań doświadczalnych na belkach swobodnie podpartych obciążonych siłami skupionymi, przeprowadził analizę statystyczną wyników badań i na tej podstawie podzielił wszystkie badane elementy na dwie grupy w zależności od wskaźnika ścinania. Pierwszą grupę stanowiły elementy zginane o $a/d \geq 2,5$, w których zaobserwowano pracę belkową „beam action”. W drugiej grupie znalazły się elementy zginane o $a/d < 2,5$, które charakteryzuje praca łukowa „arch action”. Zsutty [245] zaproponował wzory empiryczne wynikające z uzyskanych krzywych regresji analizowanych wyników badań osobno dla belek o $a/d \geq 2,5$ (wzór (2.1)) i dla belek o $a/d < 2,5$ (wzór (2.2)), na podstawie których można wyznaczyć nośność na ścinanie w zależności od wskaźnika ścinania a/d . W poniższych wzorach v_u i f_c w [MPa].

$$v_u = \frac{V_{ult}}{bd} = 11,4 \left(f_c \rho \frac{d}{a} \right)^{1/3} \quad (2.1)$$

$$v_u = [\text{wzór}(2.1)] \times \left(\frac{2,5}{a/d} \right) = 11,4 \left(f_c \rho \frac{d}{a} \right)^{1/3} \left(\frac{2,5}{a/d} \right) = 28,6 (f_c \rho)^{1/3} \left(\frac{d}{a} \right)^{4/3} \quad (2.2)$$

Autor stwierdził dobrą zgodność obliczeń i wyników badań. Jednak wzory te poprawnie odzwierciedlają nośność belek o podobnych parametrach, co analizowane, a więc belek wykonanych z betonów o stosunkowo niskiej wytrzymałości i małych wymiarach. Ponadto wzory te mogą być stosowane tylko w przypadku belek wolno podpartych obciążonych siłami skupionymi, kiedy możliwe jest jednoznaczne określenie wskaźnika ścinania jako stosunek ramienia siły do wysokości użytecznej przekroju a/d . Sam autor podkreśla ograniczony zakres stosowania zaproponowanych wzorów, zalecając dokonanie korekty w obliczeniach ze względu na rodzaj obciążenia i warunki podparcia.

Ze względu na zmianę mechanizmu pracy elementów zginanych często obserwowaną w badaniach przy wskaźniku ścinania $a/d = 2,5$, powszechnie przyjmowany jest podział tych elementów na dwie grupy: typowe belki o $a/d \geq 2,5$ i belki krótkie o $a/d < 2,5$. Podczas badań, w belkach zginanych o $a/d \geq 2,5$ obserwowano nagłe zniszczenie na ścinanie tuż po pojawieniu się rys ukośnych, podczas gdy nośność elementów zginanych o $a/d < 2,5$ była znacząco wyższa od siły poprzecznej, przy której dochodziło do zarysowania ukośnego i proces zarysowania miał bardziej stabilny charakter, co opisano w pracach: Fenwick i Paulay [68], Russo, Zingone i Puleri [170], Gastebled i May [75], Khuntia i Stojadinovic [107], Zararis [240]. Natomiast w raporcie ASCE-ACI Task Committee 426 [7], wyodrębniono trzy grupy elementów zginanych: typowe belki o wyższym wskaźniku ścinania $a/d \geq 2,5$ określane jako „normal and long beams” lub „slender beams”, belki krótkie „short beams” o $1,0 < a/d < 2,5$ i belki ściany „deep beams” o $a/d \leq 1,0$.

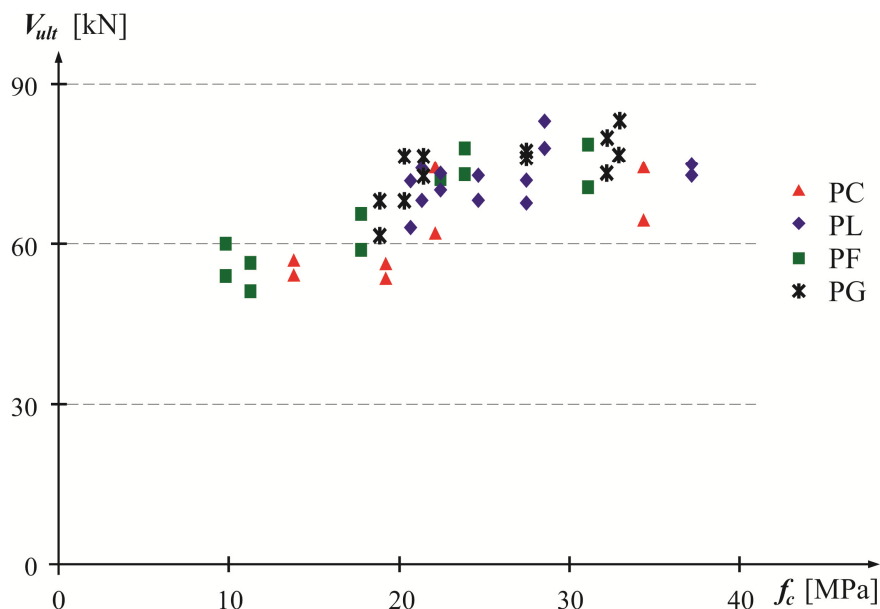
Reasumując przedstawione wyniki badań można stwierdzić, że w ocenie wielu badaczy wskaźnik ścinania jest parametrem, który determinuje sposób pracy zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego.

2.3. Wpływ wytrzymałości betonu

Określenie wpływu wytrzymałości betonu na nośność na ścinanie belek betonowych ze zbrojeniem podłużnym było głównym celem badań przeprowadzonych przez Desai [61]. Badane elementy były wykonane z różnych betonów, w tym zwykłych betonów na bazie cementu portlandzkiego (PC) i z betonów wykonanych z użyciem domieszek poprawiających wiązanie mieszanki betonowej takich jak wypełniacz wapienny (PL), sproszkowany popiół opałowy (PF), granulowany żużel wielkopiecowy (PG). Z każdego rodzaju mieszanki betonowej wykonane były dwie belki w celu uzyskania dwóch niezależnych wyników badań. Badane belki miały te same wymiary: szerokość przekroju 200 mm, wysokość przekroju 300 mm, całkowita długość 2,0 m. Podczas badania belki były obciążane jedną siłą skupioną przyłożoną w środku rozpiętości. Rozpiętość belek podczas badań miała 1,9 m, a wskaźnik

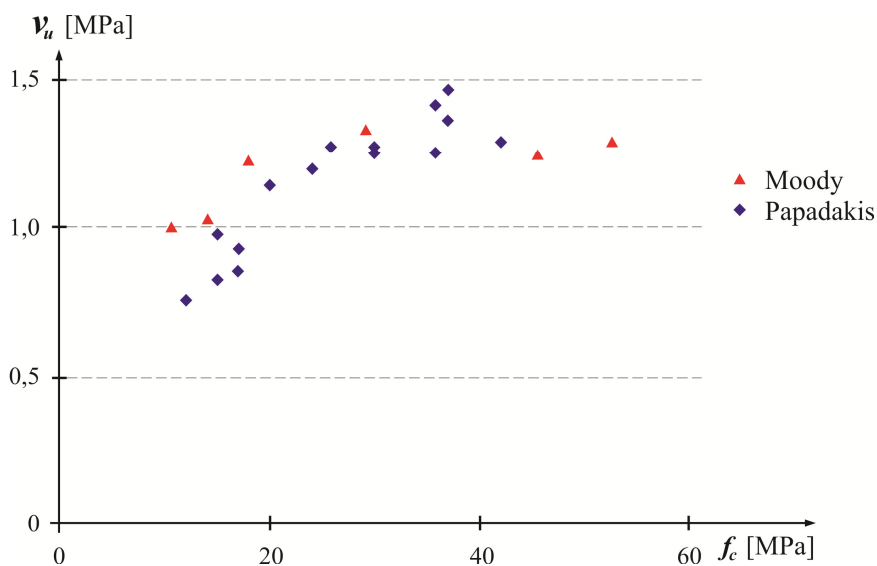
ścinania wyniósł $a/d = 3,6$. Zbrojenie podłużne składało się z trzech prętów stalowych o średnicy 20 mm, co daje stopień zbrojenia 1,8%. W belkach nie było zbrojenia poprzecznego.

Na podstawie obserwacji przebiegu zniszczenia badanych elementów Desai stwierdził, że wszystkie belki uległy zniszczeniu na skutek ścinania wkrótce po pojawieniu się rys ukośnych. W wyniku badań zostały zarejestrowane maksymalne wartości sił przykładane z maszyny wytrzymałościowej, odczytane w chwili zniszczenia. Na rysunku 2.5 zestawiono uzyskane podczas badań maksymalne siły poprzeczne V_{ult} w zależności od wytrzymałości betonu na ściskanie f_c . W przypadku belek serii PC wykonanych z tradycyjnego betonu bez domieszek, średnia wartość sił poprzecznych przy zniszczeniu w elementach wykonanych z betonu o wytrzymałości $f_c = 34,2$ MPa była o 25% wyższa niż w belkach o $f_c = 13,7$ MPa. Biorąc pod uwagę rezultaty wszystkich badań przeprowadzonych przez Desai (rys. 2.5) można stwierdzić, że wytrzymałość betonu miała wpływ na nośność belek na ścinanie. Natomiast nie stwierdzono znaczącego wpływu składu mieszanki betonowej na wielkość sił niszczących w badanych elementach.



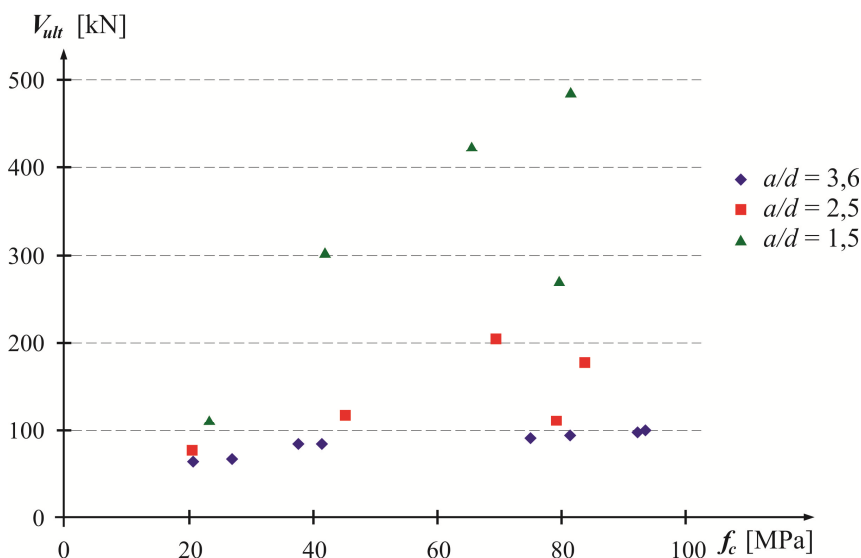
Rys. 2.5. Zależność nośności belek na ścinanie od wytrzymałości betonu na ściskanie sporządzona na podstawie wyników badań Desai [61]

Badania dotyczące wpływu wytrzymałości betonu na nośność na ścinanie w przypadku elementów wykonanych ze zwykłych betonów konstrukcyjnych o stosunkowo niskiej wytrzymałości na ściskanie $f_c = 12 \div 42$ MPa były realizowane przez Moodego i in. [129]. Badane elementy miały przekrój prostokątny o wymiarach $b \times h = 152 \times 305$ mm, a stopień zastosowanego zbrojenia podłużnego wynosił 1,89%. Podczas badań zastosowano test czteropunktowego zginania przy $a/d = 3$. Na podstawie otrzymanych wyników badań stwierdzono wyraźny i stosunkowo równomierny wzrost nośności na ścinanie wraz ze wzrostem wytrzymałości betonu na ściskanie. Wyniki tych badań skonfrontowano z wynikami badań Papadakis [239], które zostały uzyskane w badaniach przeprowadzonych w podobnych warunkach, tj. na belkach o przekroju prostokątnym o wymiarach: szerokość 200 mm, wysokość użyteczna 280 mm; przy wskaźniku ścinania $a/d = 4$ i stopniu zbrojenia podłużnego $\rho = 1,8\%$. Wytrzymałość betonu na ściskanie podczas badań zmieniała się od 10,5 MPa do 52,6 MPa. Na rysunku 2.6 zestawiono maksymalne naprężenia ścinające uzyskane w obu badaniach i stwierdzono, że są one do siebie zbliżone. Można zauważyć, że w belkach wykonanych z betonu o wytrzymałości na ściskanie wyższej niż 40 MPa, wpływ wytrzymałości betonu na nośność badanych belek nie był już tak widoczny jak w przypadku belek, gdy $f_c < 40$ MPa.



Rys. 2.6. Zależność v_u od wytrzymałości betonu na ściskanie sporządzona na podstawie badań Moodego i in. [129] i Papadakis [239]

Badania dotyczące wpływu wytrzymałości betonu zarówno zwykłego, jak i o wysokiej wytrzymałości na nośność na ścinanie zginanych elementów bez strzemion przeprowadzili Mphonde i Frantz [133]. Były one zrealizowane w teście trzypunktowego zginania przy trzech różnych wskaźnikach ścinania $a/d = 1,5$; $2,5$ i $3,6$. Przekrój badanych belek był taki sam: szerokość 152 mm, całkowita wysokość 337 mm, wysokość użyteczna 298 mm. W belkach zastosowano stosunkowo wysoki stopień zbrojenia podłużnego wynoszący $\rho = 3,36\%$. Zaobserwowano bardzo duży wzrost nośności na ścinanie wraz ze wzrostem wytrzymałości betonu na ściskanie w badanych belkach przy wskaźniku ścinania $a/d = 1,5$. Jednocześnie analizując otrzymane wyniki badań, które zestawiono na rysunku 2.7, można zauważyć znacznie większy rozrzut wyników badań w elementach o wysokiej wytrzymałości, gdy wskaźnik ścinania wynosił 1,5 i 2,5.

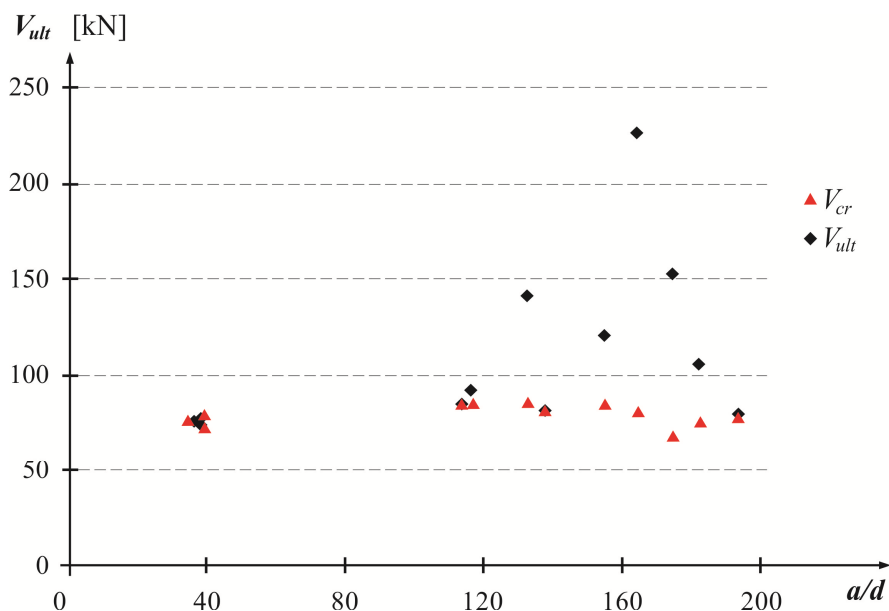


Rys. 2.7. Zależność nośności belek na ścinanie od wytrzymałości betonu na ściskanie uzyskana w badaniach Mphonde i Frantza [133] przy różnym wskaźniku a/d

Tak dużego wzrostu V_{ult} wraz ze wzrostem f_c jak w badaniach Mphonde i Frantza w belkach przy małym wskaźniku ścinania nie zaobserwowano natomiast w badaniach Hamrata i in. [84]. W badaniach tych użyto belki o przekroju $b \times h = 100 \times 160$ mm, zastosowano typowy stopień zbrojenia podłużnego 1,16% lub 2,31% oraz beton o wytrzymałości na ściskanie 44,2 MPa i 85,5 MPa. Belki badano w teście czteropunktowego zginania stosując stały rozstaw sił i różnicując długość belek by uzyskać 4 różne wartości wskaźnika ścinania $a/d = 1$; $1,5$; 2 ; 3 . Średni wzrost nośności na ścinanie belek

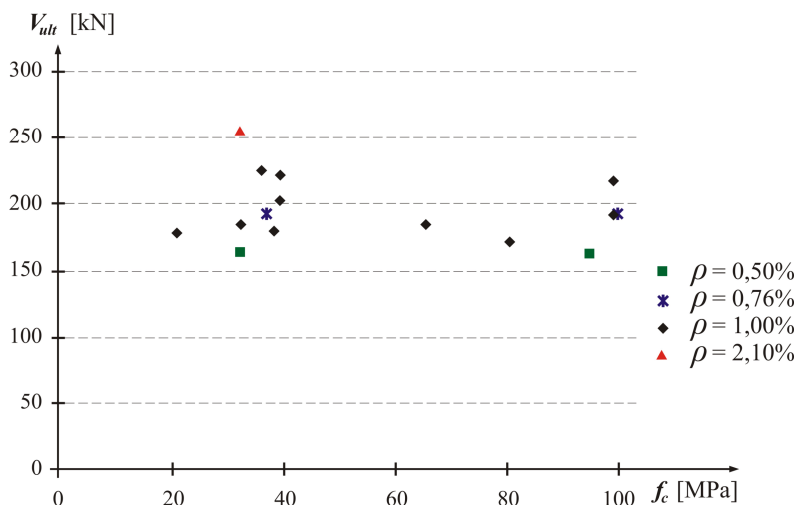
o $f_c = 85,5$ MPa w porównaniu do belek o $f_c = 44,2$ MPa wyniósł 13% zarówno przy małym wskaźniku ścinania $a/d \leq 2$, jak i przy $a/d = 3$. Ten stosunkowo nieduży wzrost nośności na ścinanie w belkach wykonanych z betonu o wysokiej wytrzymałości badacze tłumaczą faktem nieproporcjonalnego przyrostu wytrzymałości betonu na rozciąganie wraz ze wzrostem wytrzymałości betonu na ściskanie. W przeprowadzonych badaniach wzrost wytrzymałości betonu na rozciąganie wyniósł zaledwie 30% przy dwukrotnym wzroście wytrzymałości betonu na ściskanie.

Podobnie jak Mphonde i Frantz, duży rozrzut wyników badań w elementach z betonu o wysokiej wytrzymałości otrzymali Perera i Mutsuyoshi [151]. W badanych belkach siły poprzeczne, przy których dochodziło do powstania rys ukośnych V_{cr} były zbliżone i nie zależały od f_c natomiast siły niszczące w belkach o wysokiej wytrzymałości $f_c > 100$ MPa w niektórych elementach były znacząco większe od sił powodujących zarysowanie ukośne, a w niektórych tylko nieznacznie przewyższały siły rysujące i nie można na ich podstawie określić jednoznacznie, jaki był wpływ wytrzymałości betonu na nośność belek. Wielkość poprzecznych sił rysujących i niszczących w przypadku belek wykonanych z betonu o różnej wytrzymałości przedstawiono na rysunku 2.8.



Rys. 2.8. Poprzeczne siły rysujące i niszczące otrzymane w badaniach Perery i Mutsuyoshiego [151]

Wszystkie przedstawione powyżej badania były przeprowadzone na stosunkowo małych elementach o podobnych wymiarach. Badania przeprowadzone w Toronto przez Angelakosa, Bentza i Collinsa [4] dotyczyły oceny nośności na ścinanie dużych elementów zginanych o przekroju $b \times h = 300 \times 1000$ mm. Badania były przeprowadzone w teście trzypunktowego zginania przy $a/d = 2,9$. W większości badanych elementów zastosowano zbrojenie podłużne o stopniu $\rho = 1\%$, w dwóch belkach stopień zbrojenia wynosił $\rho = 0,5\%$, w dwóch kolejnych $\rho = 0,76\%$ i w jednym elemencie badawczym $\rho = 2,1\%$. Uzyskane maksymalne siły poprzeczne, przy których doszło do zniszczenia zestawiono na rysunku 2.9. Można zauważyć, że cechy betonu nie miały znaczącego wpływu na uzyskaną nośność elementów na ścinanie, mimo że zakres wytrzymałości betonu na ściskanie w badanych elementach był szeroki, od 21 MPa do 99 MPa. Niemalże taką samą nośność uzyskano w belkach wykonanych z betonu o niskiej i wysokiej wytrzymałości, np. w belkach o $\rho = 0,5\%$: $V_{ult} = 165$ kN gdy $f_c = 32$ MPa i $V_{ult} = 163$ kN gdy $f_c = 94$ MPa; oraz w belkach o $\rho = 0,76\%$: $V_{ult} = 192$ kN gdy $f_c = 37$ MPa i $V_{ult} = 193$ kN gdy $f_c = 99$ MPa. Badacze wysunęli wnioski, że ze wzrostem wymiarów elementu i wraz ze wzrostem wytrzymałości betonu, względna nośność na ścinanie maleje i tendencja ta jest szczególnie widoczna w elementach o słabym zbrojeniu podłużnym. W badaniach obserwowano nagle kruche zniszczenie belek tuż po powstaniu rysy ukośnej i nie odnotowano wpływu wytrzymałości betonu na nośność belek, a o zniszczeniu decydowało pojawienie się rysy ukośnej.



Rys. 2.9. Zależność V_{ult} od wytrzymałości betonu na ściskanie sporządzona na podstawie wyników badań Angelakosa, Bentza i Collinsa [4]

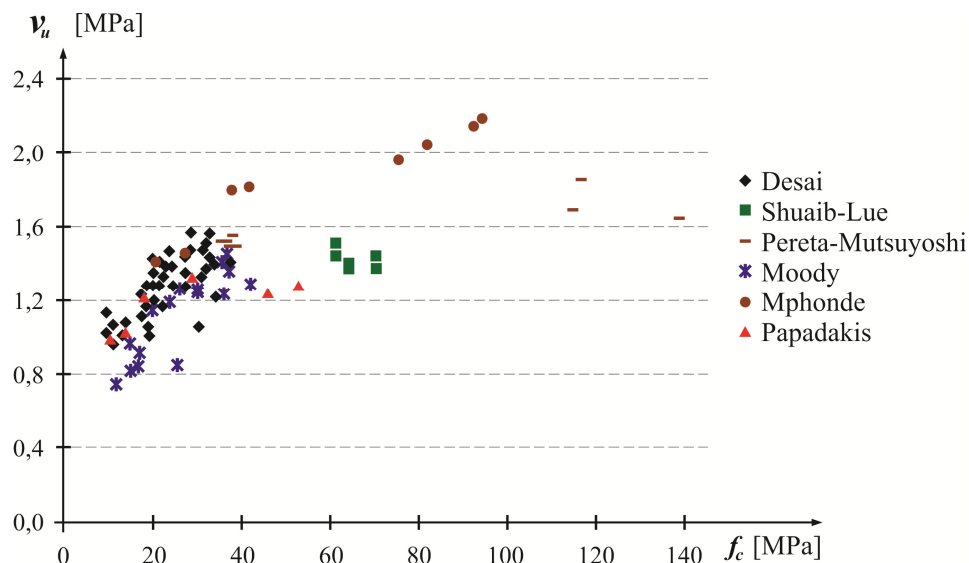
Zestawione badania pokazują, że nie można analizować wpływu cech wytrzymałościowych betonu na nośność belek na ścinanie pomijając czy nie biorąc pod uwagę innych parametrów, takich jak wskaźnik ścinania, stopień zbrojenia podłużnego czy wymiary elementu. Porównywać można badania wykonane w podobnych warunkach.

W celu szerszej analizy wpływu wytrzymałości betonu na nośność belek na ścinanie porównano wyniki badań, przy czym do analizy porównawczej wybrano te badania, które zostały przeprowadzone w podobnych warunkach, tj. na belkach swobodnie podpartych obciążonych dwiema siłami przy wskaźniku ścinania $a/d = 3 \div 4$, o podobnych wymiarach przekroju $b = 130 \div 200$ mm, $h = 250 \div 340$ mm i zbliżonym stopniu zbrojenia podłużnego. Wybrane wyniki badań były wykonane w różnych ośrodkach badawczych, np. Surrey w Wielkiej Brytanii (Desai [61]), North Carolina w Stanach Zjednoczonych (Shuaib i Lue [175]), Saitama w Japonii (Perera i Mutsuyoshi [151]), Connecticut w Stanach Zjednoczonych (Mphonde i Frantz [133]), Thessaloniki w Grecji (Zararis i Papadakis [239]). Parametry analizowanych badań zestawiono w tablicy 2.1.

Tablica 2.1. Parametry badań

Lp.	Badania	$b \times h$ [mm]	a/d [-]	ρ [%]	f_c [MPa]
1	Desai [61]	200×300	3,6	1,8	$10 \div 37$
2	Shuaib i Lue [175]	130×250	3,0; 4,0	1,8; 3,3	$61 \div 70$
3	Perera i Mutsuyoshi [151]	200×300	3,0; 3,5; 4,0	3,0	$36 \div 38$ i $114 \div 194$
4	Moody i in. [129]	150×300	3,0	1,9	$12 \div 42$
5	Mphonde i Frantz [133]	150×340	3,6	3,4	$20 \div 94$
6	Papadakis [239]	200×300	4,0	1,8	$10 \div 53$

W wybranych badaniach wszystkie elementy uległy zniszczeniu w wyniku wyczerpania nośności w strefie przypodporowej przed osiągnięciem momentu zginającego, wynikającego z nośności zbrojenia podłużnego. Elementy niszczyły się na skutek powstania rysy ukośnej, a zniszczenie przybierało nagły kruchy charakter. Badania wykazały, że nośność belek V_{ult} była równa lub niewiele wyższa od siły poprzecznej, przy której dochodziło do powstania rys ukośnych V_{cr} . Na rysunku 2.10 przedstawiono maksymalne naprężenia ścinające otrzymane w wyniku badań w zależności od wytrzymałości betonu na ściskanie.



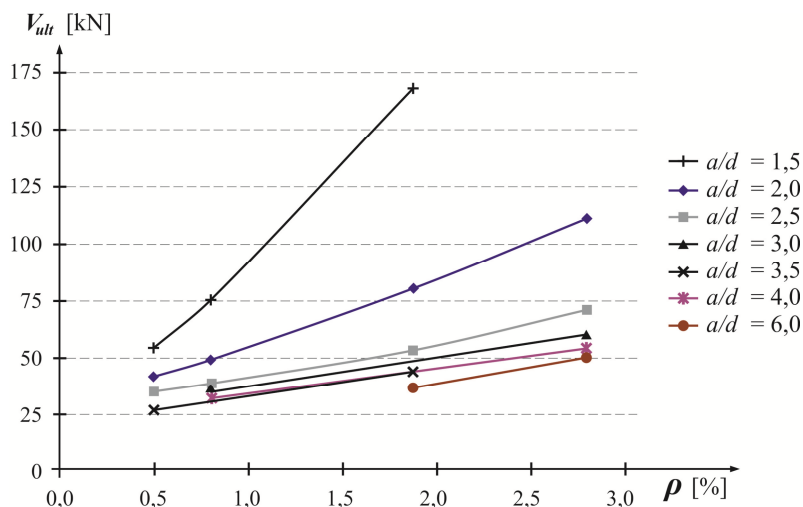
Rys. 2.10. Zależność $v_u - f_c$ sporządzona na podstawie wyników badań zestawionych w tabelicy 2.1

W wyniku przeprowadzonej analizy można stwierdzić, że w przypadku zginanych elementów zbrojonych jedynie podłużnie, które ulegają zniszczeniu na skutek działania siły poprzecznej w strefie przypodporowej bez osiągnięcia pełnej nośności na zginanie zniszczenie tych elementów następuje na skutek powstania rysy ukośnej, a o nośności decyduje wielkość sił poprzecznych powodujących zarysowanie. W tego typu elementach można zauważyć znaczący wpływ cech wytrzymałościowych betonu na nośność, przy czym wpływ ten jest znacznie większy gdy $f_c < 40$ MPa i wraz ze wzrostem wytrzymałości betonu staje się mniej istotny. Przyczyny tego stanu rzeczy można szukać w sposobie zniszczenia tego typu elementów. Gdy mamy do czynienia ze zniszczeniem spowodowanym powstaniem rysy ukośnej, istotny jest poziom naprężeń rozciągających w strefie przypodporowej. Rysa ukośna powstanie, gdy naprężenia główne osiągną poziom bliski wytrzymałości betonu na rozciąganie. Powszechnie znany jest fakt, że zależność między wytrzymałością betonu na ściskanie i rozciąganie jest inna w betonach o wysokiej wytrzymałości niż w zwykłych betonach konstrukcyjnych. W badaniach Hamrata i in. [84] przy dwukrotnym wzroście wytrzymałości betonu na ściskanie wzrost wytrzymałości betonu na rozciąganie wyniósł zaledwie 30%. Zagadnienie zależności między wytrzymałością betonu na rozciąganie i ściskanie w przypadku betonów o wysokiej wytrzymałości zostało przedstawione w biuletynie *fib* nr 42 [70].

2.4. Wpływ zbrojenia podłużnego

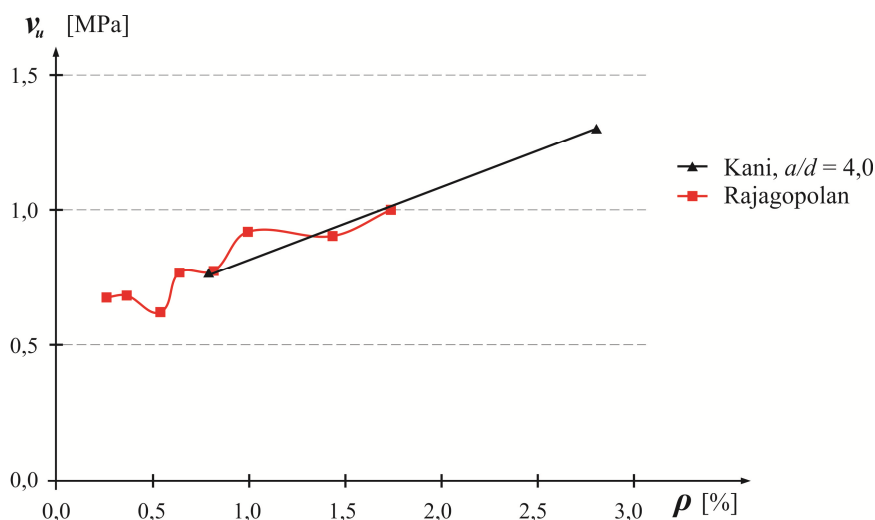
Obszerna liczba badań doświadczalnych odnośnie belek betonowych zbrojonych podłużnie bez zbrojenia poprzecznego, dotyczy głównie oceny wpływu wskaźnika ścinania na charakter zniszczenia i nośność badanych belek, a relatywnie mniej miejsca zajmuje analiza wpływu zbrojenia podłużnego na wielkość sił niszczących. Tematem zainteresowania w tym zakresie był przede wszystkim stopień zbrojenia podłużnego, jak np. w pracach Kaniego [102], [103], Krefelda i Thurstona [113], [114], Rajagopolana i Fergusona [160], Shuaiba i Luego [175] Carpinteriego, Carmony i Ventury [40], ale również cechy stali zbrojeniowej, np. Mathey i Watstein [126], Hassan i in. [86].

Jednym z pierwszych badaczy, który zwrócił uwagę na zależność sposobu zniszczenia elementów od stopnia zbrojenia podłużnego był Kani [103]. W badaniach Kaniego, które opisano w podrozdziale 2.2, belki były zbrojone prętami o granicy plastyczności $f_y = 352$ MPa i zastosowano 4 stopnie zbrojenia podłużnego: $\rho = 0,5\%$; $0,8\%$; $1,88\%$; $2,8\%$. Na podstawie analizy wyników badań Kaniego, które przedstawiono na rysunku 2.11, można zaobserwować proporcjonalny wzrost nośności na ścinanie belek wraz ze wzrostem stopnia zbrojenia podłużnego. Wpływ stopnia zbrojenia na nośność belek jest szczególnie widoczny w elementach badawczych o małym wskaźniku ścinania $a/d = 1,5$ i $2,0$, w których zwiększenie stopnia zbrojenia podłużnego z $0,5\%$ do $1,88\%$ spowodowało ponad dwukrotny wzrost nośności na ścinanie. Natomiast we wszystkich belkach o wskaźniku ścinania $a/d \geq 2,5$ ten wzrost przebiegał podobnie i nie był już tak znaczący.



Rys. 2.11. Zależność V_{ult} od ρ sporządzona na podstawie badań Kaniego [103]

Badania dotyczące wpływu stopnia zbrojenia podłużnego na nośność na ścinanie przeprowadzili Rajagopalan i Ferguson [160]. W teście czteropunktowego zginania przy wskaźniku ścinania $a/d = 4$ przebadali 10 elementów o wymiarach przekroju 152×260 mm, wykonanych z betonu o wytrzymałości na ściskanie 30 MPa. W badaniach stopień zbrojenia zmieniał się od 0,25% do 1,73%. Badacze uzyskali bardzo zbliżone wyniki do wyników badań Kaniego, wykonanych przy wskaźniku ścinania $a/d = 4$, co można zaobserwować porównując wartości maksymalnych naprężeń ścinających z obu badań, które zestawiono na rysunku 2.12.



Rys. 2.12. Porównanie zależności $v_u - \rho$ uzyskanych w badaniach Rajagopolana i Fergusona [160] oraz Kaniego [103] w przypadku belek o $a/d = 4$

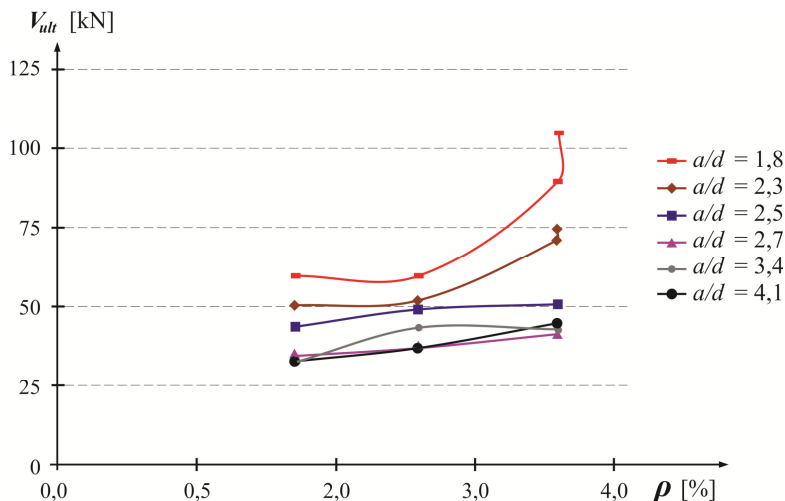
W raporcie ASCE-ACI Committee 426 [7] podano, że zmniejszenie stopnia zbrojenia podłużnego poniżej 1,5% skutkuje znaczącym spadkiem nośności na ścinanie w elementach żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego. Spadek ten jest spowodowany redukcją siły ścinającej przenoszonej przez strefę ściskaną, gdyż przy mniejszym stopniu zbrojenia podłużnego powstające rysy prostopadłe propagują głębiej na wysokości przekroju i charakteryzują się większym rozwarciem.

Badania własne, które przedstawiono szerzej w [194], [198] i podrozdziale 4.1 potwierdzają to spostrzeżenie. W badanych belkach różnicowany był stopień zbrojenia podłużnego $\rho = 0,86\%$; $1,3\%$; $1,8\%$. Belki o przekroju prostokątnym $b \times h = 120 \times 250$ mm były wykonane z betonu o wytrzymałości na ściskanie 35 MPa. Badania były przeprowadzone w teście trzy lub czteropunktowego zginania przy różnym wskaźniku ścinania a/d od 1,8 do 4,1. Jako zbrojenie

podłużne zastosowano pręty żebrowane o średnicy 12 mm lub 18 mm ze stali o granicy plastyczności 548 MPa i 453 MPa. Szczegóły dotyczące zbrojenia elementów badawczych i uzyskane siły poprzeczne przy zniszczeniu zestawiono w tablicy 2.2, natomiast na rysunku 2.13 przedstawiono zależność maksymalnych sił poprzecznych od stopnia zbrojenia podłużnego.

Tablica 2.2. Zestawienie elementów badawczych i maksymalnych sił poprzecznych uzyskanych w badaniach własnych

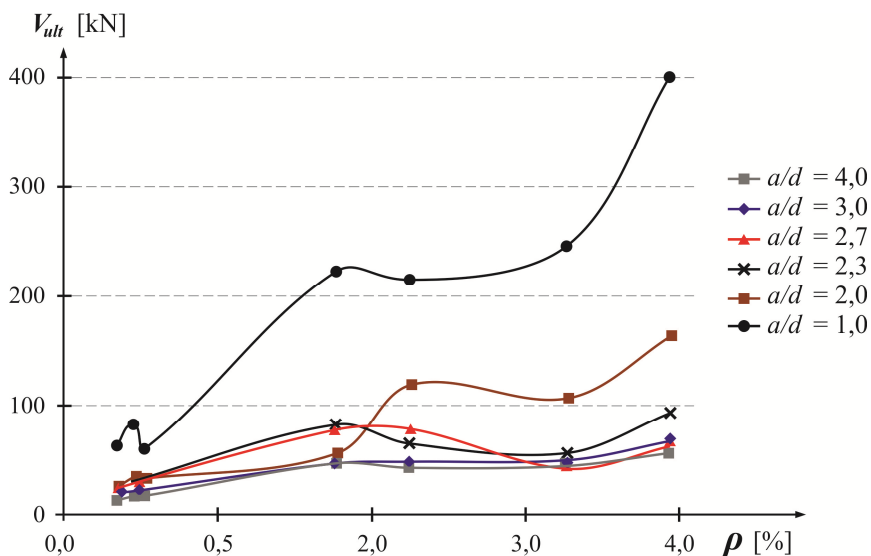
a/d	Belka	V_{ult} [kN]	Belka	V_{ult} [kN]	Belka	V_{ult} [kN]	Belka	V_{ult} [kN]
Zbrojenie podłużne								
$f_y = 548 \text{ MPa}$							$f_y = 453 \text{ MPa}$	
	$2\phi 12$ $\rho = 0,9\%$		$3\phi 12$ $\rho = 1,3\%$		$2\phi 18$ $\rho = 1,8\%$		$2\phi 18$ $\rho = 1,8\%$	
Belki długie; $l_{eff} = 1,8 \text{ m}$								
4.1	OII-1	33,0	OIII-1	37,5	OI-1	45,0	S1	43,5
3.4	OII-2	33,0	OIII-2	43,5	OI-2	43,5	S2	42,0
2.7	OII-3	34,5	OIII-3	37,5	—	—	S3	42,0
Belki krótkie; $l_{eff} = 0,9 \div 1,1 \text{ m}$								
2.5	PII-3	43,5	PIII-3	49,5	—	—	S3k	51,0
2.3	PII-2	50,5	PIII-2	52,5	PI-2	71,0	S2k	75,0
1.8	PII-1	60,0	PIII-1	60,0	PI-1	90,0	S1k	105,0



Rys. 2.13. Zależność V_{ult} od ρ uzyskana na podstawie badań własnych [194]

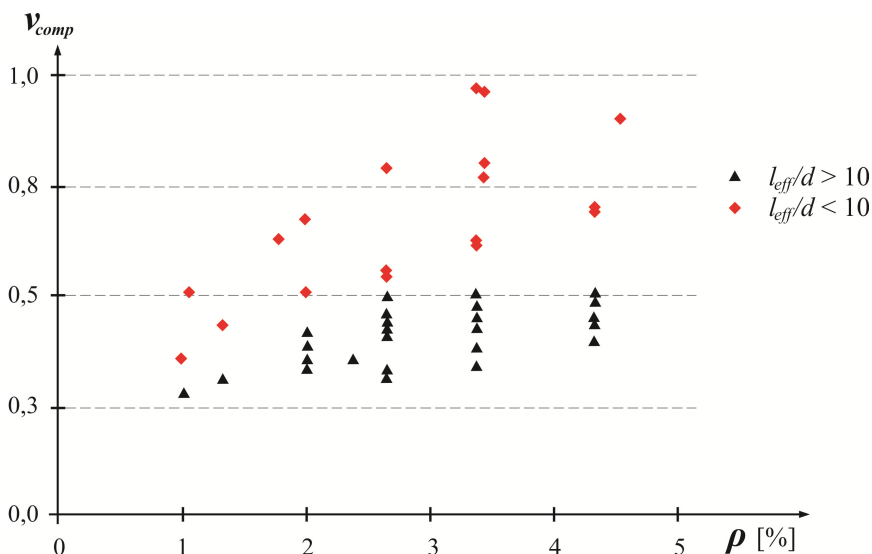
Wyniki badań własnych wskazują, że zastosowany przekrój zbrojenia miał wpływ na nośność belek. W przypadku elementów o wskaźniku ścinania $a/d < 2,5$, charakteryzujących się najwyższym stopniem zbrojenia podłużnego $\rho = 1,8\%$ uzyskane siły niszczące V_{ult} były znacząco wyższe od sił poprzecznych, przy których uległy zniszczeniu pozostałe elementy badawcze.

Zarówno badania własne, jak i badania Kaniego dotyczyły elementów wykonanych ze zwykłych betonów konstrukcyjnych. W przypadku elementów wykonanych z betonów o wysokiej wytrzymałości zaobserwowano podobną tendencję wpływu stopnia zbrojenia na nośność belek na ścinanie. Przykładem mogą być badania Shuaiba i Luego [175], dotyczące belek wykonanych z betonu o wytrzymałości na ściskanie 64 MPa. W badaniach tych przebadano 54 belki a parametrami zmiennymi był wskaźnik ścinania a/d o sześciu różnych wartościach od 1 do 4 i stopień zbrojenia podłużnego ρ zmieniający się od 0,35% do 4,0%. Do zbrojenia podłużnego użyto stali żebrowanej o granicy plastyczności $f_y = 414$ MPa. Wszystkie belki miały przekrój prostokątny o wymiarach: szerokość 127 mm i wysokość 254 mm. Na rysunku 2.14 przedstawiono zależność V_{ult} od stopnia zbrojenia podłużnego, na podstawie której można stwierdzić, że w badaniach Shuaiba i Luego, przeprowadzonych na belkach wykonanych z betonu o wysokiej wytrzymałości uzyskano większe rozrzuty wyników i wpływ stopnia zbrojenia na nośność belek na ścinanie nie był tak harmonijny jak uzyskiwany w przypadku belek wykonanych z typowych betonów konstrukcyjnych.



Rys. 2.14. Zależność V_{ult} od ρ uzyskana w badaniach Shuaiba i Luego [175]

Przedstawione wyżej badania były przeprowadzone na belkach wolnopodpartych obciążonych jedną lub dwiema siłami skupionymi przy różnym wskaźniku ścinania. Ciekawe badania doświadczalne przeprowadzone na belkach wolnopodpartych ale pod obciążeniem ciągłym zostały wykonane przez Krefelda i Thurstona [114]. Przy takim sposobie obciążenia, w celu rozdzielenia belek krótkich od typowych belek smukłych posłużono się stosunkiem l_{eff}/d . Przy ocenie wyników badań, wyznaczono względną nośność na ścinanie $v_{comp} = v_u / \sqrt{f_c}$ (f_c w MPa), ponieważ analizowane belki były wykonane z betonów o różnej wytrzymałości. Na podstawie zestawienia wyników badań przedstawionego na rysunku 2.15 można zauważyć, że stopień zbrojenia podłużnego w belkach przy obciążeniu ciągłym również wpływa na nośność belek na ścinanie i podobnie jak w belkach obciążonych siłami skupionymi ten wpływ jest bardziej znaczący w elementach krótszych gdy $l_{eff}/d < 10$.



Rys. 2.15. Względna nośność na ścinanie w zależności od ρ uzyskana w badaniach Krefelda i Thurstona [114] przy obciążeniu ciągłym

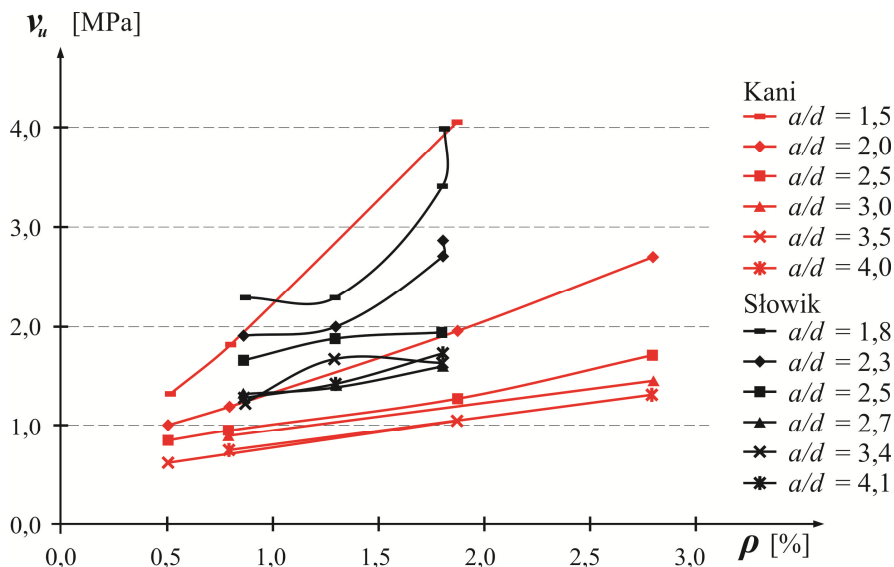
Cechą wspólną opisanych powyżej badań były stosunkowo małe wymiary elementów badawczych. Hassan i in. [86] wykonali badania na elementach o dużych wymiarach $b \times h = 460 \times 915$ mm. Do zbrojenia podłużnego użyli zwykłej stali zbrojeniowej o wytrzymałości 690 MPa i wyraźnej granicy plastyczności 420 MPa oraz stali o wysokiej wytrzymałości 1120 MPa, dla której umowna granica plastyczności wyniosła 827 MPa. W badaniach belki

były obciążone jedną siłą skupioną przy wskaźniku ścinania $a/d = 1,9$ i $2,7$. Badania wykazały, że siły rysujące związane z pojawieniem się rys ukośnych były takie same w badanych elementach i nie zależały od stopnia zbrojenia podłużnego i cech stali zbrojeniowej. W belkach ze zbrojeniem ze stali o wysokiej wytrzymałości uzyskano wyższe siły niszczące w porównaniu do belek ze zbrojeniem z typowej stali zbrojeniowej (dwukrotnie wyższe w belkach o $a/d = 1,9$ i jedynie około 10% w belkach o $a/d = 2,7$) pomimo zastosowania w tych belkach o 40% mniejszego stopnia zbrojenia podłużnego. Badania te potwierdzają wcześniej opisane spostrzeżenie, że zbrojenie podłużne ma o wiele większy wpływ na nośność belek krótkich. Natomiast istotnym wnioskiem z tych badań jest zaobserwowany wpływ cech stali zbrojeniowej na nośność belek na ścinanie.

Zagadnienie wpływu cech stali zbrojeniowej na nośność belek na ścinanie było przedmiotem analiz Matheya i Watsteina [126]. W badaniach, które przeprowadzono przy $a/d = 1,5$; $2,8$ i $3,8$ różnicowano stopień zbrojenia podłużnego od 0,5% do 3% oraz stosowano pręty zbrojeniowe o różnej charakterystyce $\sigma-\varepsilon$. Stwierdzono, że oprócz stopnia zbrojenia na nośność elementów miały wpływ właściwości mechaniczne i odkształcalność stali zbrojeniowej. Wzrost naprężeń w stali zaobserwowany w elementach zbrojonych prętami stalowymi o wysokiej granicy plastyczności spowodował redukcję nośności belek na ścinanie. W belkach zbrojonych prętami o wyraźnej granicy plastyczności stali uzyskano 25% wzrost nośności na ścinanie w porównaniu do nośności belek, w których użyto prętów zbrojeniowych bez wyraźnej granicy plastyczności, ale o podobnej wytrzymałości na rozciąganie.

Również analizując wyniki badań własnych zwrócono uwagę, że o nośności belek na ścinanie może decydować nie tylko stopień zbrojenia, ale również cechy stali zbrojeniowej. Gdy porównano podobne belki: S2k i PI-2 o $a/d = 2,3$ oraz belki S1k i PI-1 o $a/d = 1,8$ (patrz tab. 2.2), które różniły się wyłącznie gatunkiem stali zbrojenia podłużnego (granica plastyczności zbrojenia w belkach serii „S” wynosiła $f_y = 453$ MPa, a w serii „P” $f_y = 548$ MPa), stwierdzono niższą nośność belek ze zbrojeniem podłużnym o wyższej granicy plastyczności stali.

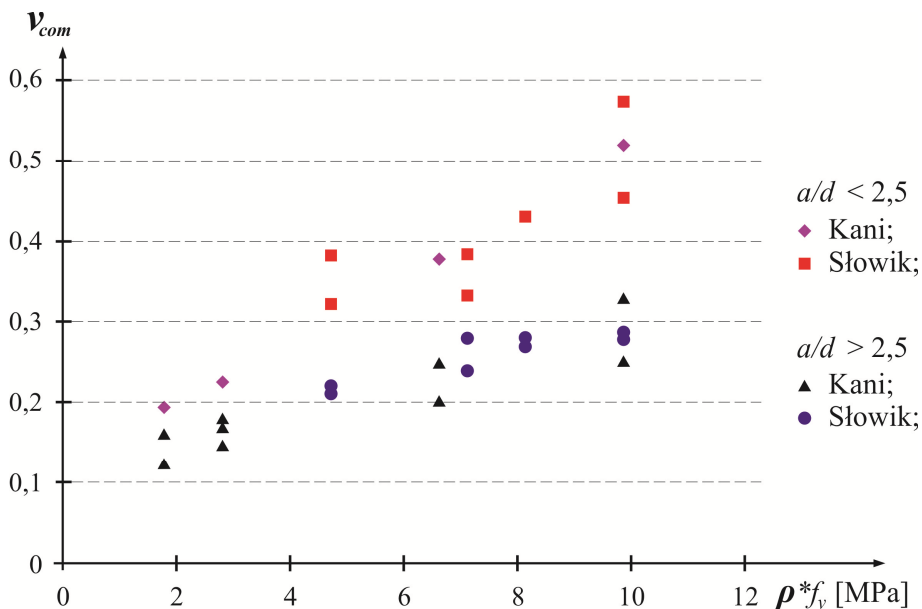
Inną przesłanką do analizy wpływu cech stali zbrojeniowej na nośność belek są stosunkowo duże rozbieżności wyników badań własnych i wyników otrzymanych przez Kaniego [103] mimo, że oba badania były przeprowadzone w podobnych warunkach – elementy wykonane ze zwykłego betonu konstrukcyjnego, podobne wymiary belek, podobne wartości wskaźnika ścinania. Porównano wyniki badań sporządzając wykresy zależności granicznych naprężeń ścinających od stopnia zbrojenia podłużnego, które zestawiono na rysunku 2.16.



Rys. 2.16. Porównanie granicznych naprężeń ścinających w zależności od ρ uzyskanych w badaniach Kaniego i w badaniach własnych [198]

Poszukując przyczyny rozbieżności wyników badań własnych i Kaniego uznano, że może ona leżeć w użyciu prętów zbrojeniowych o innej granicy plastyczności stali. Stąd do analizy wprowadzono nowy parametr – moc zbrojenia podłużnego, będący iloczynem stopnia zbrojenia podłużnego i granicy plastyczności stali $\rho \times f_y$. Wyniki badań podzielono na dwie grupy ze względu na wskaźnik ścinania: $a/d \geq 2,5$ i $a/d < 2,5$. Na rysunku 2.17 zestawiono względną nośność na ścinanie v_{comp} w zależności od mocy zbrojenia podłużnego, która wskazuje na liniową zależność między tymi parametrami zarówno w przypadku elementów krótkich o $a/d < 2,5$, jak i elementów o $a/d > 2,5$. Przy tak przeprowadzonej analizie uzyskano bardzo dobrą zgodność wyników badań własnych i Kaniego, co wskazuje, że cechy stali zbrojeniowej mają wpływ na nośność belek na ścinanie.

Badania przeprowadzone przez Kellera, które opisano w pracy Basche i in. [10], pokazały, że również wprowadzenie dodatkowego zbrojenia podłużnego w strefie ściskanej wpłynęło na wzrost nośności belek żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego. Podczas badań zaobserwowano, że zastosowanie zbrojenia w strefie ściskanej umożliwiło pełny rozwój rys ukośnych drugiego rzędu i spowodowało wzrost nośności na ścinanie belek o 22% w porównaniu do belek ze zbrojeniem tylko w strefie rozciąganej.



Rys. 2.17. Względna nośność na ścinanie w zależności od mocy zbrojenia podłużnego [198]

Zaprezentowane wyniki badań wyraźnie pokazują, że stopień zbrojenia podłużnego ma wpływ na nośność analizowanych elementów. Jednocześnie można zauważyć, że inny jest udział zbrojenia podłużnego w przenoszeniu siły poprzecznej w belkach o wysokim wskaźniku ścinania a inny w elementach o wskaźniku ścinania $a/d < 2,5$ lub $l_{eff}/d < 10$.

W typowych belkach zginanych o wyższej smukłości, gdy $a/d \geq 2,5$ i $l_{eff}/d \geq 10$, zauważalny jest stosunkowo nieznaczny wzrost nośności na ścinanie wraz ze zwiększeniem stopnia zbrojenia podłużnego. W przypadku tych elementów często obserwowane jest kruche zniszczenie w wyniku pojawienia się rysy ukośnej i w związku z tym na wielkość sił niszczących znaczący wpływ ma wytrzymałość betonu, co omówiono w podrozdziale 2.3.

Natomiast w elementach o $a/d < 2,5$ lub $l_{eff}/d < 10$ dochodzi do powolnego rozwoju rys ukośnych i wzrostu siły niszczącej znacznie powyżej siły powodującej zarysowanie ukośne. Taki charakter zniszczenia powoduje, że zastosowane zbrojenie podłużne w większym stopniu wpływa na nośność na ścinanie niż w belkach o wysokiej smukłości.

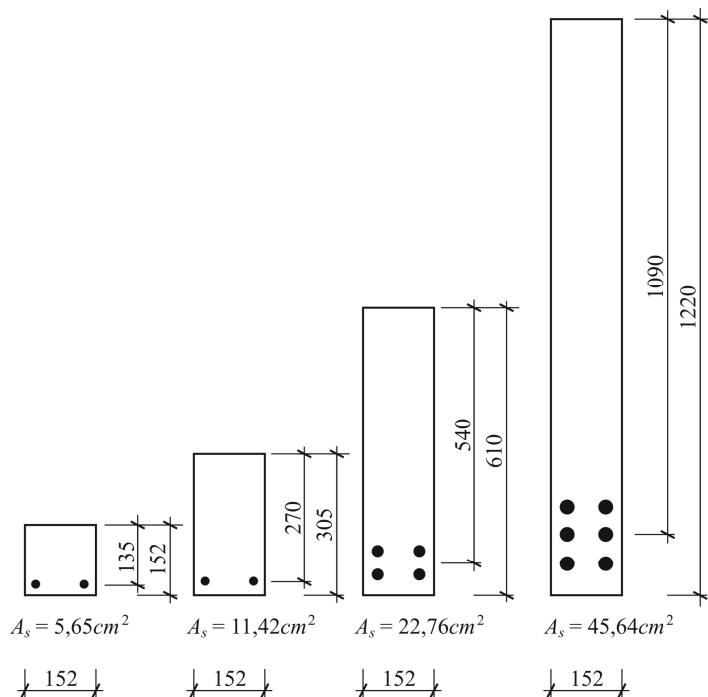
2.5. Wpływ wymiarów elementu

Wpływ wymiarów elementu na jego nośność i charakter zniszczenia, określane w literaturze jako efekt skali („size effect”), był analizowany przez wielu badaczy. Pierwsze dowody na istnienie wpływu wymiarów elementu na nośność na ścinanie zginanych elementów bez zbrojenia poprzecznego przyniosły badania doświadczalne przeprowadzone w latach sześćdziesiątych XX wieku, między innymi przez Leonhardta i Walthera [121], Rüsch, Haugli i Mayera [169], Kaniego [104].

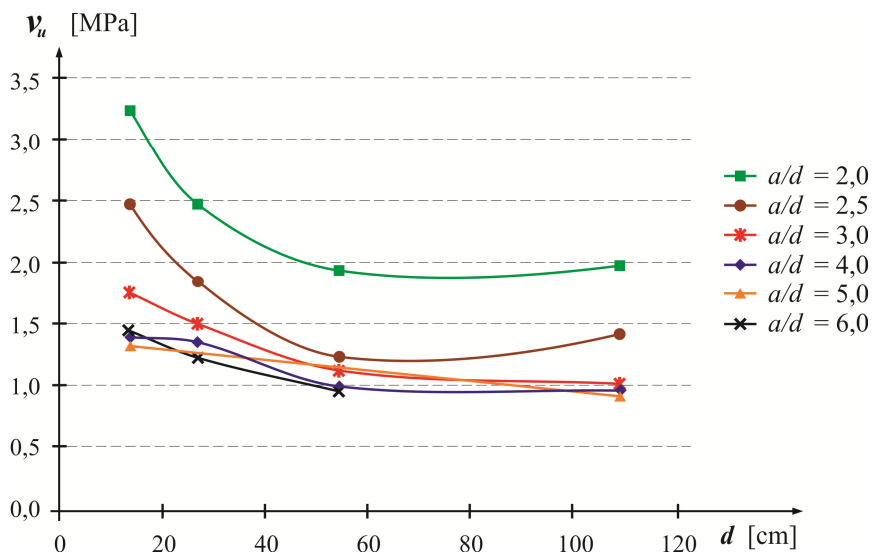
Kani po przeprowadzeniu szerokiego programu badawczego obejmującego belki o tym samym przekroju, które opisano w podrozdziałach 2.3 i 2.4, wykonał następne badania mające na celu określenie wpływu wymiarów elementu na nośność belek bez zbrojenia poprzecznego. Wyniki badań Kaniego [104] wskazały, że ze wzrostem wysokości belek maksymalne naprężenia ścinające przy zniszczeniu maleją. Badania obejmowały cztery serie belek, w których różnicowana była wysokość przekroju $h = 152; 305; 610; 1220$ mm. W obrębie każdej serii elementów badawczych, badania były przeprowadzone przy różnym wskaźniku ścinania, natomiast pozostałe parametry były takie same: szerokość przekroju $b = 152$ mm, stopień zbrojenia podłużnego $\rho = 2,8\%$ i wytrzymałość betonu na ściskanie $f_c = 26,7$ MPa. Na rysunku 2.18 przedstawiono wymiary przekroju elementów badawczych i zastosowane zbrojenie podłużne.

Zależność v_u od wysokości użytecznej przekroju belki uzyskaną na podstawie wyników badań Kaniego przy różnym wskaźniku ścinania zamieszczono na rysunku 2.19. Stwierdzono, że wpływ wysokości belki na nośność na ścinanie najbardziej zaznaczył się w belkach mniejszych o wysokości przekroju $h = 152$ mm i 305 mm, badanych przy niskim wskaźniku ścinania.

Aby ocenić wpływ szerokości belki na nośność na ścinanie, Kani wykonał dodatkową serię badań. Badania te obejmowały cztery belki o takich samych parametrach jak belki o wysokości $h = 305$ mm opisane powyżej, w których szerokość przekroju była czterokrotnie większa i wynosiła $b = 608$ mm. Na podstawie uzyskanych wyników badań nie stwierdził wyraźnej różnicy w nośności belek na ścinanie w belkach o różnej szerokości.

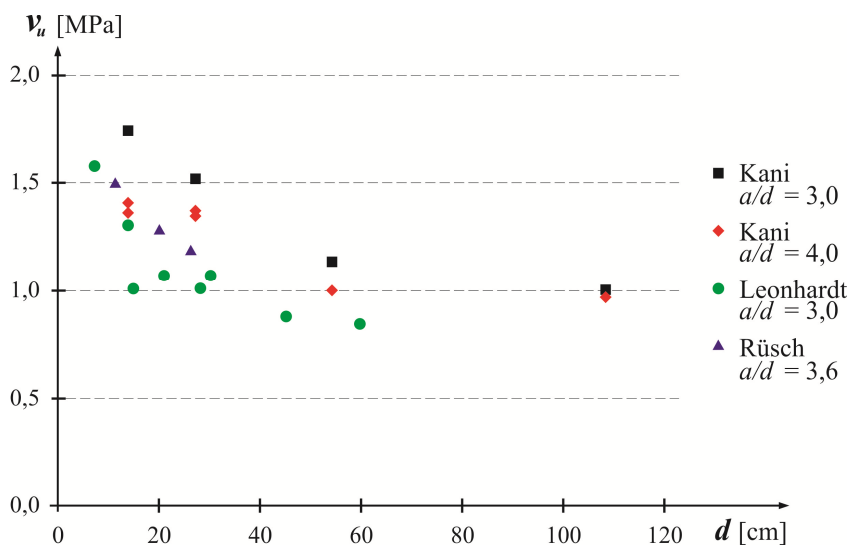


Rys. 2.18. Elementy badawcze w badaniach Kaniego [104]



Rys. 2.19. Zależność v_u od d uzyskana w badaniach Kaniego [104]

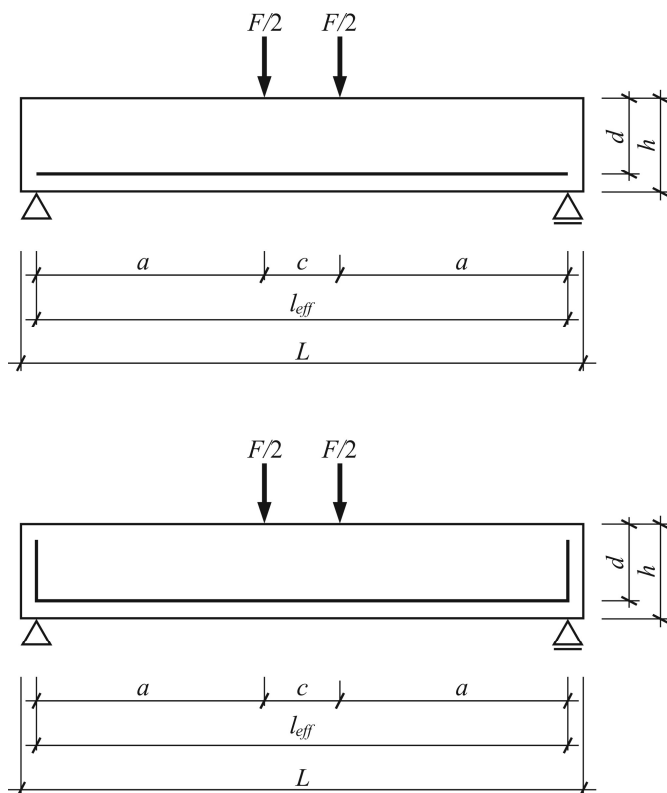
Wyniki badań Kaniego potwierdziły, zaobserwowany wcześniej w badaniach Rüscha, Hagli i Mayera [169] oraz Leonhardta i Walthera [121], spadek naprężeń ścinających przy zniszczeniu wraz ze zwiększeniem wysokości belki. Wymienione badania były przeprowadzone w podobnych warunkach na belkach swobodnie podpartych obciążonych dwiema siłami skupionymi. Możliwe było porównanie otrzymanych wyników w przypadku belek badanych przy wskaźniku ścinania $a/d = 3 \div 4$, które przedstawiono na rysunku 2.20. Można zauważyć, że wpływ wysokości belki na wielkość naprężeń ścinających przy zniszczeniu w porównywanych badaniach jest podobny, a nieco mniejsze wartości v_u uzyskane w badaniach Leonhardta i Walthera wynikają z faktu zastosowania około dwukrotnie mniejszego stopnia zbrojenia podłużnego ($\rho = 1,3\%$ i $1,6\%$) w porównaniu do badań Kaniego ($\rho = 2,8\%$) oraz Rüscha, Hagli i Mayera ($\rho = 2,6\%$).



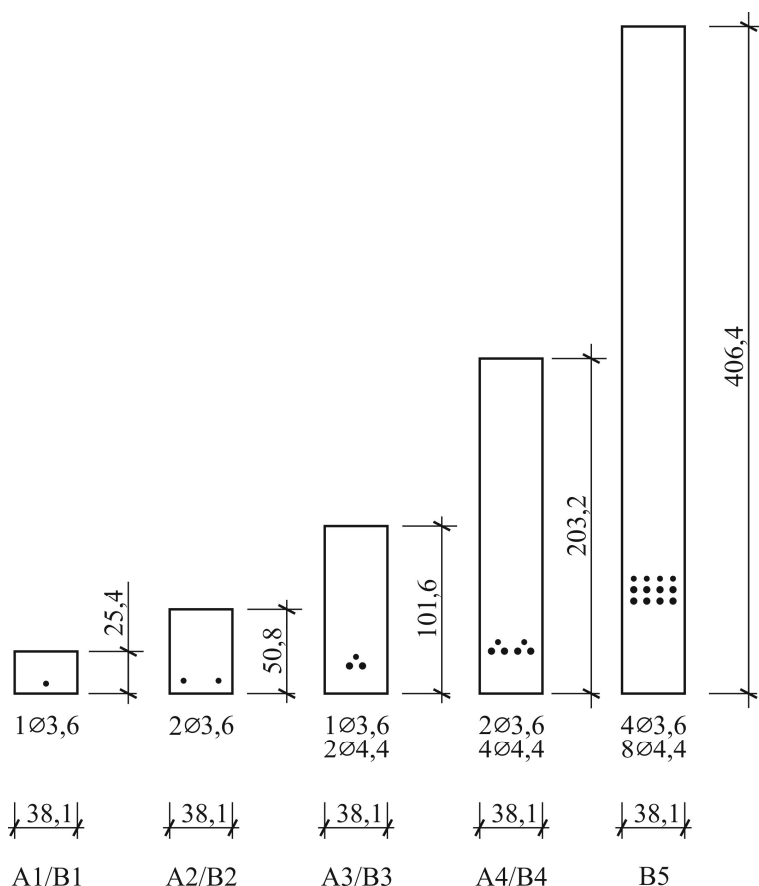
Rys. 2.20. Zestawienie porównawcze zależności v_u od d uzyskanych w badaniach Leonhardta i Walthera [121], Kaniego [104] i Rüscha [169]

Kolejne badania doświadczalne dotyczące efektu skali przy ścinaniu, przeprowadzone np. przez Walravena [226], Bażanta i Pfeiffera [14], Carpinteriego [37], Bażanta i Kazemiego [15], Walravena i Lehwaltera [229], potwierdziły istotny wpływ wymiarów elementu na wielkość naprężeń ścinających przy zniszczeniu. W badaniach tych szczególną uwagę zwrócono na charakter zniszczenia elementów w zależności od wymiarów oraz od sposobu zakotwienia prętów zbrojenia podłużnego, jak w przypadku badań Bażanta i Kazemiego.

Badania Bażanta i Kazemiego [15] obejmowały dwie serie elementów badawczych. W pierwszej serii o symbolu A pręty zbrojenia podłużnego były zakończone na prosto, a wymiary belek zmieniały się w stosunku: 1:2:4:8. W drugiej serii o symbolu B pręty były zakończone zagiętymi hakami w celu lepszego zakotwienia i uniknięcia ewentualnej utraty przyczepności zbrojenia przy zniszczeniu, a stosunek wymiarów belek wynosił 1:2:4:8:16. Belki były poddane testowi czteropunktowego zginania przy utrzymaniu tych samych proporcji poszczególnych wymiarów: $L/h = 6$, $l_{eff}/d = 7$, $a/d = 3$, $c/d = 1$. Szerokość przekroju wszystkich elementów była taka sama i wynosiła $b = 38$ mm, co spowodowało, że wyższe belki były stosunkowo wiotkie. Stopień zbrojenia podłużnego i wytrzymałość betonu na ściskanie były w obu seriach belek prawie takie same i wynosiły: w pierwszej serii: $\rho = 1,65\%$, $f_c = 46,8$ MPa, w drugiej serii: $\rho = 1,62\%$, $f_c = 46,2$ MPa. Sposób zakotwienia prętów w elementach badawczych pokazano na rysunku 2.21, a wymiary przekroju poprzecznego na rysunku 2.22.



Rys. 2.21. Sposób zakotwienia prętów w badaniach Bażanta i Kazemiego [15]

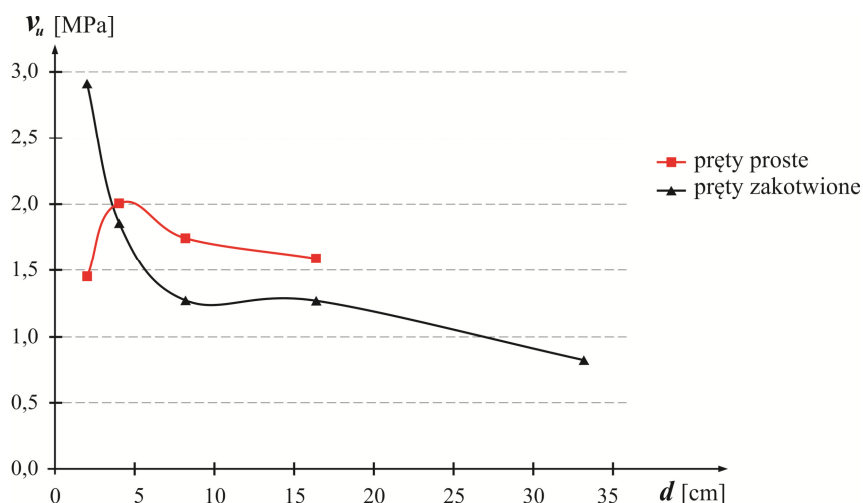


Rys. 2.22. Proporcje wymiarów i zastosowane zbrojenia w belkach Bażanta i Kazemiego [15]

W badanych belkach zaobserwowano zniszczenie na skutek rozwoju ukośnej rysy niszczącej z jednej strony belki. Jedynie w najmniejszej belce z pierwszej serii do zniszczenia doszło na skutek utraty przyczepności i odspojenia prętów zbrojenia podłużnego. Zaobserwowano silny wpływ skali na wielkość sił niszczących, podczas gdy wpływ wymiarów elementu na siły poprzeczne, przy których dochodziło do powstania rysy ukośnej był pomijalnie mały. W tablicy 2.3 zestawiono wyniki badań Bażanta i Kazemiego, a na rysunku 2.23 przedstawiono zależność średnich naprężeń ścinających przy zniszczeniu od wysokości użytecznej przekroju w przypadku obu serii elementów.

Tablica 2.3. Wyniki badań Bażanta i Kazemiego [15]

Belki serii I z prętami zakończonymi prosto				Belki serii II z prętami zakończonymi hakami			
d [mm]	V_{ult} [kN]	v_u [MPa]	Sposób zniszczenia	d [mm]	V_{ult} [kN]	v_u [MPa]	Sposób zniszczenia
20,3	1,45 1,47 1,58	1,45	Odspojenie zbrojenia i zginanie	20,6	2,09 2,42 2,34	2,91	Ścinanie i zginanie
40,6	3,24 2,96 3,09	2,00	Ścinanie	41,3	2,94 2,69 3,18	1,87	Ścinanie
81,3	5,49 5,58 5,18	1,75		82,6	5,40 5,03 4,45	1,28	
162,6	9,07	1.46		165,1	7,29 8,36	1,24	
	9,79 10,30	1,62			8,38	1,33	
	10,14	1,64			8,21	1,31	
Nie badano				330,2	10,27 11,25 9,25	0,82	

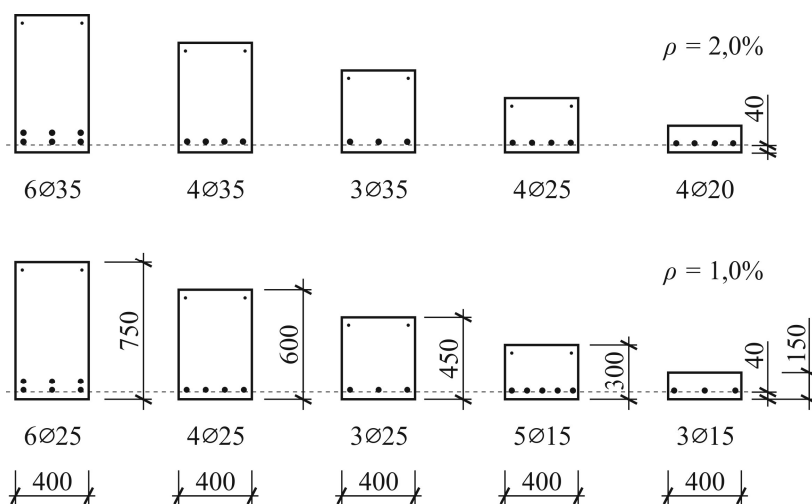


Rys. 2.23. Wpływ wysokości belki na nośność na ścinanie uzyskany w badaniach Bażanta i Kazemiego [15]

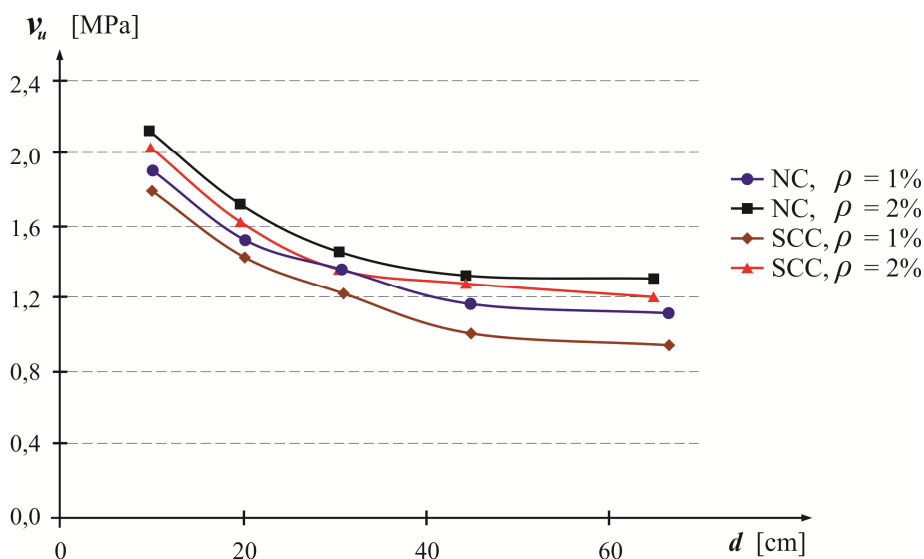
Zestawienie pokazane na rysunku 2.23 wskazuje, że sposób zakotwienia prętów podłużnych również może mieć wpływ na nośność i charakter zniszczenia belek. W belkach o najmniejszych wymiarach $d = 20$ mm zastosowanie zakotwienia w postaci haków odgiętych, zabezpieczyło przed odspojeniem zbrojenia i spowodowało znaczny wzrost nośności belek w porównaniu do nośności belek ze zbrojeniem zakończonym na prosto. Odpowiednie zakotwienie prętów zbrojeniowych w belkach o większych wymiarach z serii drugiej doprowadziło do rozwoju rys ukośnych po obu stronach elementu, a mimo tego zniszczenie nastąpiło przy mniejszych naprężeniach ścinających. Wyniki badań Bażanta i Kazemiego potwierdziły istnienie efektu skali przy ścinaniu. Wpływ wymiarów elementu na nośność Bażant tłumaczy na podstawie mechaniki pękania i roli, jaką odgrywa uwalnianie energii sprężystej przy rozwoju zarysowania.

Zainteresowanie badaczy zagadnieniem efektu skali przy ścinaniu nadal nie słabnie, czego dowodem są prace Karihaloo, Abdalla i Xiao [105], Zhanga i Tana [242], Sherwooda, Bentza i Collinsa [173], Hassana, Hoseina i Lachemiego [85], Honga i Ha [92], Carmony i Ruiza [36]. Nowe rozwiązania technologiczne wprowadzane do produkcji betonu, np. betony samozagęszczalne i betony o wysokiej wytrzymałości mają odbicie w badaniach elementów wykonanych z ich użyciem.

Hassan Hosein i Lachemi [85] badali belki wykonane z betonu samozagęszczalnego i ze zwykłego betonu konstrukcyjnego (po 10 elementów badawczych z każdego typu betonu) w celu analizy sposobu zniszczenia i nośności tych elementów w zależności od wymiarów elementu i stopnia zbrojenia podłużnego. Wszystkie belki miały szerokość przekroju wynoszącą 400 mm, podczas gdy wysokość przekroju zmieniała się od 150 mm do 750 mm. Proporcjonalnie do zmiany wysokości zwiększała się całkowita długość belki od 1050 mm do 4500 mm. W badaniach zachowany był stały stosunek ramienia siły do całkowitej wysokości przekroju, a wskaźnik ścinania zmieniał się nieznacznie $a/d = 2,8 \div 3,7$. W belkach zastosowano zbrojenie podłużne o dwóch wartościach stopnia zbrojenia 1% lub 2%. Mimo użycia innego typu betonu udało się uzyskać bardzo zbliżoną wytrzymałość betonu na ściskanie, która wyniosła w przypadku betonu samozagęszczalnego $f_c = 45$ MPa, a w przypadku betonu zwykłego $f_c = 47$ MPa. Przekroje badanych belek pokazano na rysunku 2.24. Na podstawie otrzymanych wyników badań nie stwierdzono wyraźnego wpływu typu betonu i stopnia zbrojenia podłużnego na nośność na ścinanie natomiast wyraźnie zaznaczył się wpływ wymiarów elementów na maksymalne naprężenia ścinające przy zniszczeniu, co obrazuje zależność maksymalnych naprężeń ścinających v_u od wysokości użytecznej belki d zamieszczona na rysunku 2.25.



Rys. 2.24. Przekrój belek w badaniach Hassana, Hoseina i Lachemiego [85]



Rys. 2.25. Zależność $v_u - d$ uzyskana w przypadku betonów zwykłych NC i samozagęszczalnych SCC w badaniach Hassana, Hoseina i Lachemiego [85]

Ciekawe badania doświadczalne dotyczące wyjaśnienia mechanizmów powodujących istnienie efektu skali przy ścinaniu w elementach zginanych bez zbrojenia poprzecznego przeprowadzili Sherwood, Bentz i Collins [173].

Badania obejmowały belki małe S, o wymiarach $b \times h \times L = 122 \times 330 \times 1800$ mm i belki duże L, o wymiarach $b \times h \times L = 300 \times 1510 \times 9000$ mm. Badania przeprowadzono w teście trzypunktowego zginania, przy wskaźniku ścinania $a/d = 2,9$. We wszystkich belkach zastosowano jednakowy stopień zbrojenia podłużnego wynoszący $\rho = 0,83\%$. W badanych belkach bez zbrojenia poprzecznego zaobserwowano kruchy charakter zniszczenia na skutek powstania rys ukośnych, który przebiegał bardziej gwałtownie w belkach dużych. Stwierdzono, że maksymalne naprężenia ścinające przy zniszczeniu były około dwukrotnie mniejsze w belkach dużych „L” niż w belkach małych „S”.

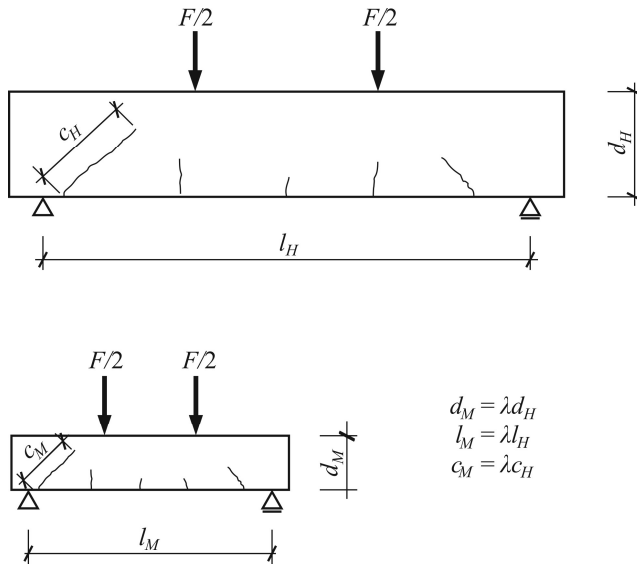
W badaniach nad efektem skali dominowały belki swobodnie podparte, obciążone symetrycznie jedną lub dwiema siłami skupionymi, w których proporcjonalnie zwiększano wysokość i rozpiętość elementu, a efekt skali przy ścinaniu analizowany był jako spadek maksymalnych naprężeń ścinających przy zniszczeniu wraz ze wzrostem wysokości użytecznej przekroju. Na podstawie obserwacji procesu zniszczenia badanych elementów stwierdzono, że wraz ze wzrostem wymiarów elementu zniszczenie przybiera bardziej kruchy charakter.

O ile badania doświadczalne udowodniły istnienie efektu skali w typowych belkach zginanych to istnienie efektu skali w belkach ścianach nie jest jednoznacznie udokumentowane i niektórzy badacze twierdzą, że wymiary belki ściany nie wpływają istotnie na jej nośność. Badania Zhanga i Tana [242] pokazały, że, mimo iż belki ściany pracują inaczej niż typowe belki zginane, to również w belkach wysokich – belkach ścianach widoczny jest wpływ wymiarów elementu na nośność na ścinanie. Badacze badali belki ściany o wskaźniku ścinania $a/d < 2$ i stwierdzili, że ich nośność zależy nie tylko od wymiarów, ale również od warunków podparcia elementu, takich jak szerokość podpory i sposób przekazywania obciążenia.

W celu usystematyzowania stanu wiedzy z zakresu efektu skali w konstrukcjach z betonu powstało szerokie opracowanie zamieszczone w biuletynie CEB nr 237 [42], w którym oprócz badań doświadczalnych omówiono wyniki analiz numerycznych wykonanych metodą elementów skończonych przy użyciu modeli mechaniki pęknięcia. Analizowano zarówno typowe belki o dużej smukłości, jak i belki ściany. Zestawienie wyników eksperymentalnych i obliczeń numerycznych przeprowadzonych np. przez Ožbolta i Eligehausena [147] pokazało, że zagadnienie wpływu wymiarów elementu na jego nośność jest zagadnieniem złożonym. Efekt skali należy rozpatrywać biorąc pod uwagę nie tylko proporcje i wielkość elementu, ale również takie parametry jak stopień zbrojenia podłużnego, wytrzymałość betonu, sposób zakotwienia prętów czy też sposób podparcia.

Pomimo dużego zainteresowania efektem skali, mającego odbicie w licznych opracowaniach z tego zakresu, prace badawcze i analityczne nie doprowadziły do konsensusu na temat uogólnionego prawa rządzącego efektem skali. Poniżej przedstawiono wybrane propozycje wzorów opisujących wpływ wymiaru elementu na nośność na ścinanie.

Reinhardt [165] jako jeden z pierwszych badaczy podjął próbę opisu efektu skali przy ścinaniu na podstawie mechaniki pęknięcia. Porównując belkę rzeczywistą o wymiarach l_H i d_H z belką małą, traktowaną jako modelową o wymiarach $l_M = \lambda l_H$ i $d_M = \lambda d_H$, zauważył, że w takich samych proporcjach, jak zmiana wymiarów elementu określona parametrem λ , zmienia się zasięg rysy ukośnej w tych elementach: c_H i $c_M = \lambda c_H$ (rys.2.26).



Rys 2.26. Elementy analizowane przez Reinhardta [165]

Zarysowaniem przy ścinaniu rządzi według sprężystej mechaniki pęknięcia współczynnik intensywności naprężeń K_{II} – „mode II fracture toughness”. Współczynnik ten wynosi w przypadku belki modelowej:

$$K_H = \sigma_H \sqrt{\pi c_H} f, \quad (2.3)$$

a w przypadku belki rzeczywistej:

$$K_M = \sigma_M \sqrt{\pi c_M} f = \sigma_M \sqrt{\pi \lambda c_H} f \quad (2.4)$$

Oba współczynniki są miarą pęknięcia betonu K_c . We wzorach (2.3) i (2.4) f jest funkcją geometrii i rodzaju obciążenia elementu, która jak podaje autor nie zależy od absolutnych wymiarów elementu. Stąd, w wyniku przyrównania współczynników K_H i K_M , Reinhard [165] otrzymał prostą zależność między naprężeniami w belce modelowej i rzeczywistej, która jednocześnie opisuje efekt skali przy ścinaniu:

$$\frac{\sigma_M}{\sigma_H} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \quad (2.5)$$

Koncepcja opisu efektu skali za pomocą parametrów zdefiniowanych w ramach sprężystej mechaniki pęknięcia jest rozwijana również obecnie. Przykładem jest praca Xu, Zhanga i Reinhardta [238], w której autorzy wyprowadzili wzór na graniczne naprężenia ścinające w postaci:

$$\nu_u = \frac{1,018}{\sqrt{d}} \left(\frac{d}{a} \right)^{1/3} \rho^{1/6} (1 - \sqrt{\rho})^{2/3} K_{IIc}, \quad (2.6)$$

w którym K_{IIc} jest współczynnikiem intensywności naprężeń przy ścinaniu dla betonu.

Szereg prac badawczych i analitycznych przeprowadzonych pod kierunkiem Z. Bażanta, między innymi Bażant i Pfeifer [14], Bażant i Kim [13], doprowadziło do sformułowania wzoru (2.7) określanego w literaturze jako „Bażant size effect law” (modyfikację tego wzoru zamieszczono później w Bażant i Yu-Qiang [18], [19]). Wzór (2.7) został wyprowadzony na podstawie opisu zjawisk zachodzących przy powstawaniu i propagacji rys w konstrukcjach betonowych i żelbetowych według zasad mechaniki pęknięcia i ma charakter uniwersalny, gdyż odnosi się do określenia wpływu wiodącego wymiaru elementu na jego nośność zarówno w przypadku występowania czystego zginania i skręcania, jak i ścinania przy zginaniu.

$$\sigma_N = f_{ct} \phi(\lambda); \quad \phi(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda / \lambda_0}}; \quad \lambda = \frac{d}{d_g} \quad (2.7)$$

gdzie:

- λ_0 – stała empiryczna wyznaczona na podstawie badań,
- d_g – maksymalny wymiar ziaren kruszywa.

Według Bażanta nominalne naprężenie przy zniszczeniu może być określone na podstawie teorii wytrzymałościowych jedynie w przypadku małych elementów próbnych, gdy $\lambda < \lambda_0$. Z kolei do analizy elementów o $\lambda > \lambda_0$ ma zastosowanie mechanika pękania, przy czym do elementów o bardzo dużych wymiarach mogą być stosowane założenia liniowo-sprężystej mechaniki pękania, natomiast większość elementów o typowych rozmiarach stosownych w praktyce powinna być analizowana na zasadach nieliniowej mechaniki pękania.

Dużą rolę we wzorze zaproponowanym przez Bażanta odgrywa współczynnik $\lambda = d/d_g$ określający stosunek wysokości użytecznego przekroju elementu do maksymalnego wymiaru ziaren kruszywa. Wprowadzenie we wzorze (2.7) parametru określającego uziarnienie kruszywa wywołało dyskusję na łamach czasopisma ACI Structural Journal. W odpowiedzi na nią Bażant i Gambarova [12] wyjaśnili, że z punktu opisu zarysowania i zniszczenia na podstawie mechaniki pękania, stosunek d/d_g ma istotne znaczenie. Wielkość wymiarów elementu w stosunku do maksymalnego wymiaru kruszywa decyduje o rozwoju strefy mikrozarzysowania przed rysą. Efektywna strefa mikrozarzysowania „fracture process zone” inaczej rozwija się w elementach małych, a inaczej przebiega w elementach o dużych wymiarach.

Zagadnienie efektu skali było następnie rozwijane przez Bażanta przy zastosowaniu teorii statystycznych, między innymi teorii Weibulla, np. Bażant i Planas [17], Bażant, Xi i Reid [16], Bażant i Yu Qiang [18], [19]. Doprowadziło to do powstania bardziej rozwiniętej formuły wyznaczania nośności na ścinanie elementów zginanych bez zbrojenia poprzecznego, wzór (2.8). Bażant stwierdził, że w przypadku belek o małych wysokościach efekt skali nie uwidacznia się wyraźnie. Natomiast w belkach o dużych wymiarach, maksymalne naprężenie ścinające jest odwrotnie proporcjonalne do $\sqrt{d}$. We wzorze v_0 i d_0 są stałymi wyznaczanymi na podstawie badań doświadczalnych.

$$v_u = v_0 \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{d}{d_0}}} \quad (2.8)$$

Wyjaśnienie efektu skali na podstawie nieliniowej mechaniki pękania przedstawili Gustafson i Hillerborg [82], którzy zakwestionowali przydatność teorii Weibulla do opisu efektu skali przy ścinaniu. Zaproponowana przez nich formuła określająca nośność na ścinanie w zależności od wysokości użytecznej przekroju d i długości charakterystycznej betonu l_{ch} , ma postać:

$$\frac{v_u}{f_{ct}} = k \left(\frac{d}{l_{ch}} \right)^{-1/4} \quad (2.9)$$

Długość charakterystyczna betonu jest parametrem opisującym beton w ramach nieliniowej mechaniki pęknięcia:

$$l_{ch} = \frac{G_F E_{cm}}{f_{ctm}^2} \quad (2.10)$$

gdzie:

- E_{cm} – średni moduł sprężystości betonu,
- f_{ctm} – średnia wytrzymałość betonu na rozciąganie,
- G_F – energia pęknięcia.

Nieliniowa mechanika pęknięcia była z powodzeniem stosowana do wyznaczania nośności zginanych elementów słabo zbrojonych. Zastosowanie parametru l_{ch} zależnego od uziarnienia kruszywa umożliwiło uwzględnienie efektu skali w analizie nośności i rysoodporności zginanych elementów słabo zbrojonych, jak np. w pracach Słowik [180], [182], Słowik i Błazik-Borowa [184]. Ma to znaczenie w konstrukcjach masowych, w których ze względu na duże wymiary maksymalna średnica kruszywa może wynosić nawet 93 mm.

Nieliniowa mechanika pęknięcia posłużyła do analizy efektu skali przy ścinaniu również innym badaczom, np. Carpinteri, Carmona i Ventura [39], Carmona i Ruiz [36]. Z kolei Zararis i Papandakis [239] zaproponowali teorię, u podstaw której było założenie, że w typowych elementach zginanych o $a/d > 2,5$, pod obciążeniem w postaci sił skupionych do zniszczenia dochodzi na skutek rozłupywania betonu wzdłuż tworzącej się rysy ukośnej. Badacze wyprowadzili stosunkowo prosty wzór (2.11) do wyznaczania nośności na ścinanie, w którym uwzględnili współczynnik korekcyjny ze względu na efekt skali. Stwierdzili, że efekt skali należy rozpatrywać nie tylko w zależności od wysokości użytecznej przekroju, ale również od wskaźnika ścinania, co uwzględnili w proponowanym wzorze:

$$v_u = (1,2 - 0,2\delta d) \frac{x}{d} f_{ct,sp} ; \quad (1,2 - 0,2\delta d) \geq 0,65 , \quad (2.11)$$

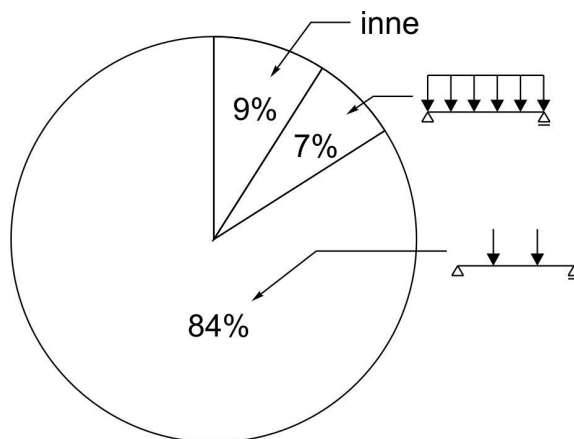
w którym:

- δ – wskaźnik ścinania,
- d – wysokość użyteczna w [m],
- x – wysokość strefy ściśniętej nad wierzchołkiem rysy ukośnej w [m],
- $f_{ct,sp}$ – wytrzymałość betonu na rozciąganie przy rozłupywaniu.

Przedstawione powyżej propozycje analitycznego uwzględnienia efektu skali przy wyznaczaniu nośności na ścinanie nie znalazły jednak szerszego zastosowania w praktyce.

2.6. Wpływ rodzaju obciążenia

Badania doświadczalne dotyczące nośności na ścinanie elementów zginanych w przeważającej części dotyczą belek swobodnie podpartych obciążonych jedną lub dwiema siłami skupionymi. Taki schemat obciążenia i podparcia elementu jest najłatwiej zrealizować podczas badań. W pracy Collinsa, Bentza i Sherwooda [49], w której autorzy w syntetyczny sposób zestawili przegląd badań nad ścinaniem przeprowadzonych w ostatnich sześćdziesięciu latach, podano, że taki schemat badań występuje w 84% wszystkich przeprowadzonych doświadczeń. Oszacowano, że 7% badań zostało przeprowadzonych na belkach swobodnie podpartych obciążonych obciążeniem ciągłym, a pozostałe 9% stanowią badania przy użyciu innych schematów statycznych, w tym belki ciągłe i belki ze wspornikami (rys. 2.27).

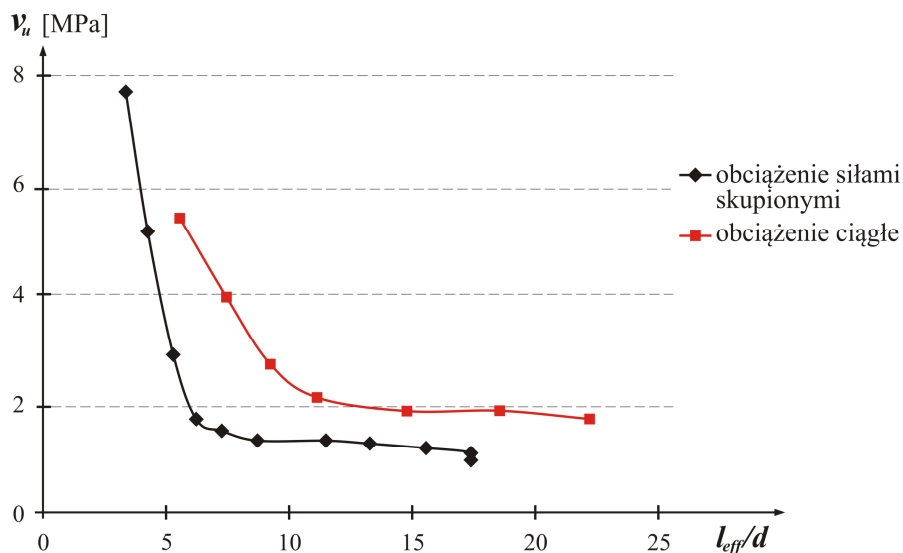


Rys. 2.27. Procentowy udział elementów badawczych w zależności od rodzaju obciążenia

Wyniki badań wskazują, że sposób obciążenia elementu ma wpływ na nośność na ścinanie. Z uwagi na przeważający w badaniach sposób obciążenia siłami skupionymi, to właśnie wyniki takich badań głównie służyły i nadal są wykorzystywane do weryfikacji obliczeniowych procedur wyznaczania nośności na ścinanie. Z punktu widzenia projektowania konstrukcji istotne jest przeanalizowanie różnic pomiędzy pracą belek pod obciążeniem w postaci sił skupionych i pod obciążeniem ciągłym, które jest częściej spotykane w praktyce.

W celu porównania nośności na ścinanie belek wolnopodpartych w zależności od rodzaju obciążenia, posłużono się wynikami badań Leonhardta i Walthera [120]. W badaniach tych pierwsza seria belek była obciążona dwiema siłami skupionymi, a druga seria obciążeniem ciągłym. W obu seriach

zastosowano belki o tym samym przekroju $b \times h = 190 \times 320$ mm, tym samym stopniu zbrojenia podłużnego $\rho = 2\%$ i beton o zbliżonej wytrzymałości na ściskanie. W obu seriach badano belki o różnych rozpiętościach. Na podstawie porównania maksymalnych naprężeń ścinających, które przedstawiono na rysunku 2.28 w funkcji l_{eff}/d dla obu serii belek, można zauważyć, że przy obciążeniu ciągłym uzyskano wyższą nośność na ścinanie zarówno w przypadku belek krótkich, jak i dłuższych.

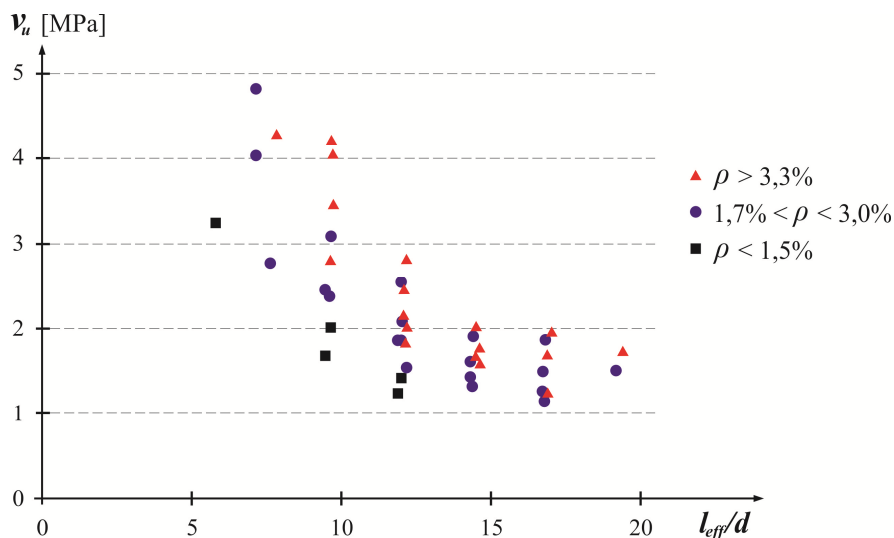


Rys. 2.28. Porównanie nośności na ścinanie belek wolnopodpartych w zależności od rodzaju obciążenia, na podstawie badań Leonhardta i Walthera [120]

W przypadku zaprezentowanych badań Leonhardta i Walthera [120], spadek nośności na ścinanie wraz ze wzrostem l_{eff}/d przebiegał wolniej w belkach pod obciążeniem ciągłym. Można zatem wysunąć wniosek, że praca belek pod obciążeniem ciągłym jest bardziej korzystna, gdyż przy tym rodzaju obciążenia uzyskuje się nie tylko większą nośność na ścinanie w porównaniu do obciążenia siłami skupionym, ale również zmiana charakteru pracy z łukowego na belkowy przebiega łagodniej.

Bardziej stabilne zachowanie belek pod obciążeniem ciągłym można zaobserwować również analizując badania Krefelda i Thurstona [114]. Badania przeprowadzono na belkach o przekroju prostokątnym o wymiarach $b = 152$ mm i $d \approx 255$ mm, wykonanych z betonu o stosunkowo niskiej wytrzymałości na ściskanie. Różnicowano stopień zbrojenia podłużnego $\rho = 1,05 \div 4,3\%$ i długość belek, co przy stałej wysokości przekroju dało stosunek $l_{eff}/d = 5,7 \div 19,3$. Na rysunku 2.29 przedstawiono zależność naprężeń ścinających przy zniszczeniu od

stosunku l_{eff}/d przy różnym poziomie stopnia zbrojenia podłużnego. W belkach dłuższych o $l_{eff}/d > 12$ maksymalne naprężenia ścinające stabilizowały się na poziomie wynoszącym około 1,5 MPa. Belki krótkie wykazywały wyższą nośność w porównaniu do elementów dłuższych, ale uzyskany wzrost nośności w belkach krótkich nie był tak duży, jak ten uzyskiwany w badaniach belek pod obciążeniem w postaci sił skupionych.



Rys. 2.29. Nośność na ścinanie uzyskana w badaniach Krefelda i Thurstona [114]

Przedstawione wyniki badań doświadczalnych jednoznacznie wskazują, że w belkach wolnopodpartych uzyskuje się większą nośność na ścinanie przy obciążeniu ciągłym niż przy obciążeniu siłami skupionymi, zarówno w elementach krótkich, jak i w elementach o większej smukłości.

Jak już wspomniano, badania wykonane na belkach swobodnie podpartych przy obciążeniu ciągłym są prowadzone znacznie rzadziej niż przy obciążeniu siłami skupionymi. Jeszcze mniej licznie są prowadzone badania na belkach wspornikowych pod obciążeniem ciągłym. Przykładem są bardzo ciekawe badania doświadczalne przeprowadzone na Uniwersytecie Technicznym w Madrycie przez Caldenteya i in. [35], które wykazały, że sposób zniszczenia belek wspornikowych pod obciążeniem ciągłym różni się od tego obserwowanego w belkach swobodnie podpartych. W belkach wolnopodpartych niszcząca rysa ukośna powstaje zazwyczaj w strefie przypodporowej w niedużej odległości od podpory, czyli w przekroju gdzie występują duże siły poprzeczne ale małe momenty zginające. Natomiast w belkach wspornikowych do

zniszczenia dochodzi w pobliżu zamocowania, gdzie zarówno siły poprzeczne, jak i momenty zginające osiągają wartości maksymalne.

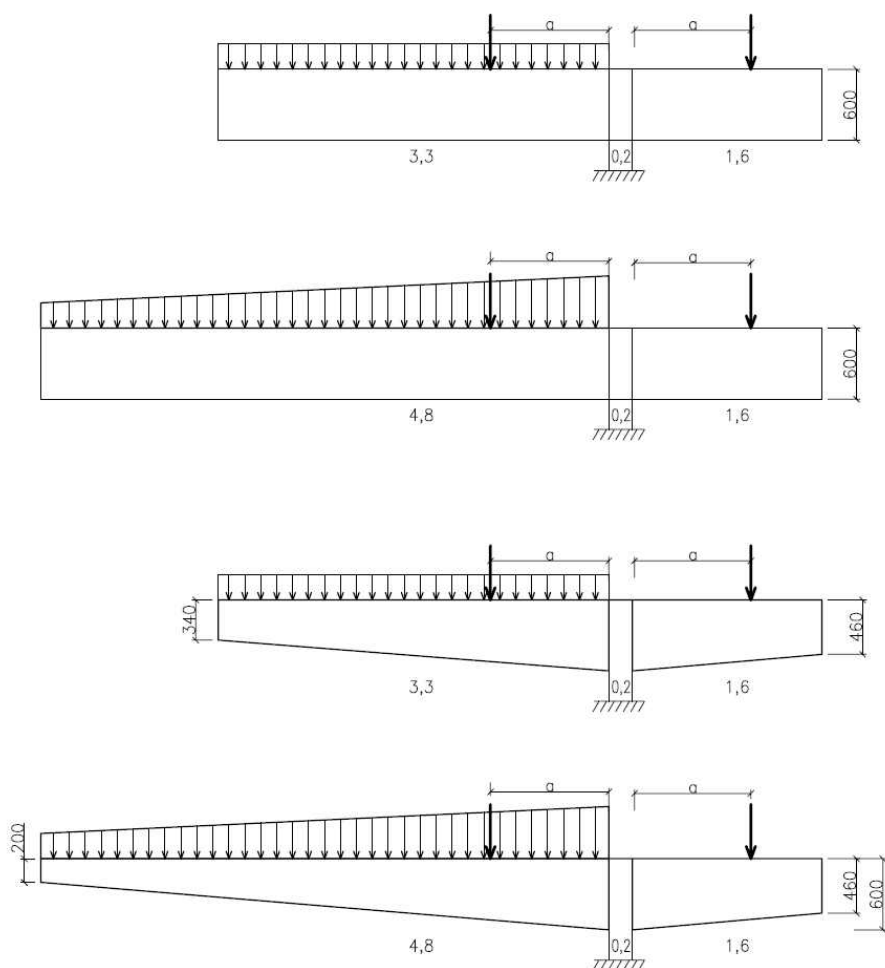
Badaniami objęto cztery rodzaje elementów badawczych:

- belki o stałej wysokości przekroju $h = 600$ mm i o obciążeniu ciągłym równomiernie rozłożonym na długości elementu (belki CR),
- belki o stałej wysokości przekroju $h = 600$ mm i o obciążeniu ciągłym zwiększającym się w kierunku do podpory (belki CT),
- belki o liniowo zmiennej wysokości przekroju $h = 200 \div 600$ mm i o obciążeniu ciągłym równomiernie rozłożonym na długości elementu (belki VR),
- belki o liniowo zmiennej wysokości przekroju $h = 200 \div 600$ mm i o obciążeniu ciągłym zwiększającym się w kierunku do podpory (belki VT).

We wszystkich belkach zbrojenie główne biegnące górą składało się z dwóch prętów $\phi 26,5$ mm ($\rho = 0,79\%$) ze stali o wysokiej wytrzymałości $f_y = 835$ MPa. W strefie ściskanej biegły dwa pręty $\phi 12$ mm o $f_{yk} = 500$ MPa. Belki wykonano z betonu o wytrzymałości na ściskanie 31 MPa. Badania zaprogramowano w ten sposób, by równolegle badać nośność belek pod obciążeniem w postaci siły skupionej. Ramię wspornikowego przyłożenia siły skupionej w badanych belkach wyniosło $a = 2,75d$ i odpowiadało ramieniu przyłożenia wypadkowej siły od obciążenia ciągłego. Na rysunku 2.30 pokazano elementy badawcze wykorzystane w badaniach madryckich, a w tablicy 2.4 zestawiono nośność belek na ścinanie uzyskaną w badaniach.

Tablica 2.4. Nośność na ścinanie belek z badań madryckich [35]

Belka	Wysokość przekroju [mm]	Rodzaj obciążenia ciągłego	V_{ult} [kN]		$V_{ult,p}/V_{ult,F}$
			Siła skupiona $V_{ult,F}$	Obc. ciągłe $V_{ult,p}$	
CR1	600	równomierne	132	174	1,32
CR2			154	190	1,23
VR1	340 ÷ 600		148	236	1,59
VR2			144	240	1,67
CT1	600	zienne	114	241	2,11
CT2			149	308	2,07
VT1	200 ÷ 600		118	300	2,54
VT2			141	250	1,77



Rys. 2.30. Belki zastosowane w badaniach madryckich [35]

Podczas badań zaobserwowano, że zniszczenie nastąpiło na skutek pojawienia się rysy ukośnej w pobliżu zamocowania. Na podstawie uzyskanych poprzecznych sił przy zniszczeniu, stwierdzono znacznie wyższą nośność na ścinanie w belkach wspornikowych pod obciążeniem ciągłym w porównaniu do nośności w belkach obciążonych siłą skupioną. Większe różnice odnotowano przy obciążeniu ciągłym zwiększającym się w kierunku do podpory w belkach CT i VT.

Widoczny wpływ rodzaju obciążenia na nośność na ścinanie oraz na sposób zarysowania i zniszczenia zaobserwowano również w belkach ścianach badanych przez Browna i Bayraka [31] oraz w dużych fundamentach badanych przez Uzel i in. [219]. Bez względu na rodzaj elementu konstrukcyjnego wyższą nośność uzyskiwano przy obciążeniu ciągłym w porównaniu do obciążenia skupionego. Wyniki badań nie pozostawiają wątpliwości, że obciążenie siłami skupionymi jest bardziej niekorzystne niż obciążenie ciągłe. Jednak ten fakt nie jest uwzględniany w procedurach obliczeniowych dotyczących wyznaczania nośności na ścinanie zginanych elementów bez zbrojenia poprzecznego.

2.7. Wpływ rodzaju i uziarnienia kruszywa

Przedstawione powyżej badania doświadczalne pozwalają na określenie wpływu głównych parametrów na nośność na ścinanie. W elementach bez zbrojenia poprzecznego ważną rolę w przenoszeniu naprężeń ścinających ma zjawisko ząbienia kruszywa w rysie ukośnej zwane „aggregate interlock”. Na istotną rolę, jaką odgrywa to zjawisko przy określaniu nośności na ścinanie wskazywali tacy badacze, jak Fenwick i Paulay [68] oraz Taylor [211], ale dopiero opis matematyczny przedstawiony przez Walravena [227] dał podstawę do ilościowego określenia wpływu uziarnienia kruszywa, w tym maksymalnego wymiaru ziaren kruszywa d_g na nośność belek na ścinanie.

Praca Walravena dała impuls do dalszych badań nad wpływem maksymalnego wymiaru ziaren kruszywa na nośność belek. Przykładem są badania Sherwooda, Bentza i Collinsa [173], przeprowadzone na belkach małych „S” o wymiarach $b \times h = 122 \times 330$ mm, $L = 1,8$ m i belkach dużych „L” o wymiarach $b \times h = 300 \times 1510$ mm, $L = 9,0$ m. W doświadczeniu do wykonania mieszanki betonowej użyto kruszywa o różnym uziarnieniu. Maksymalny wymiar ziaren kruszywa wynosił 9,5; 19; 38 i 51 mm. Belki badane były w teście trzypunktowego zginania przy wskaźniku ścinania $a/d = 3$. W badanych belkach zaobserwowano kruche zniszczenie, które przybierało bardziej kruchy charakter wraz ze wzrostem wymiarów belek. Jednocześnie badacze zaobserwowali, że zmniejszenie maksymalnego wymiaru kruszywa również skutkowało zmniejszeniem nośności na ścinanie badanych elementów. Maksymalne naprężenia ścinające przy zniszczeniu uzyskane w badaniach zestawiono w tablicy 2.5 przy różnym uziarnieniu kruszywa.

Tablica 2.5. Naprężenia ścinające przy zniszczeniu uzyskane w badaniach Sherwooda, Bentza i Collinsa [173]

Wytrzymałość betonu f_c [MPa]	Typ elementu	v_u [MPa]			
		Maksymalny wymiar kruszywa [mm]			
		9,5	19	38	51
40	L	0,63	–	–	0,71
		0,58			0,77
	S	1,07			1,13
		1,12			1,19
32	L	–	0,63	–	–
			0,63		
39	S	–	1,15	–	–
			1,12		
30	L	–	–	0,58	–
				0,69	
	S			1,22	
				1,02	

W badaniach przeprowadzonych przez Rahala i Al-Khaleefiego [159] skoncentrowano się z kolei na analizie wpływu rodzaju kruszywa na przenoszenie naprężeń ścinających. Badania wykonane zostały w próbie „push off”. Próbkę do badań wykonano z betonu, w którym zastosowano trzy warianty kruszywa:

- naturalne kruszywo wapienne,
- kruszywo pozyskane ze starego betonu (kruszywo z recyklingu),
- mieszanka kruszywa składająca się w 50% z naturalnego kruszywa wapiennego i w 50% z kruszywa z recyklingu.

W wyniku badań stwierdzono, że całkowite lub częściowe zastąpienie kruszywa naturalnego kruszywem z recyklingu wpłynęło znacząco na zwiększenie poślizgu wzdłuż płaszczyzny przenoszenia naprężeń ścinających. W konsekwencji tego odnotowano utratę nośności na ścinanie średnio o 12%, w przypadku 50% zastąpienia kruszywa naturalnego kruszywem z recyklingu i o 7% przy całkowitym zastąpieniu kruszywa naturalnego kruszywem pozyskanym ze starego betonu.

W badaniach przeprowadzonych przez Akhtaruzzamana i Hasnata [3], analizowano wpływ dodatku kruszywa w postaci rozkruszonych cegieł na nośność na ścinanie zginanych belek żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego. Obserwując sposób zniszczenia badanych belek, który badacze zilustrowali dokumentacją fotograficzną, można wysnuć konkluzję, że dodanie kruszywa

ceramicznego do mieszanki betonowej spowodowało znacznie rozleglejszy i intensywniejszy sposób zarysowania w porównaniu do tego obserwowanego w belkach wykonanych z betonu z typowym kruszywem kamiennym.

Przedstawione badania wskazują, że rodzaj kruszywa może mieć wpływ na charakter zniszczenia belek bez zbrojenia poprzecznego i tym samym na ich nośność. Zazwyczaj jednak takie parametry jak rodzaj i uziarnienie kruszywa czy też średnica prętów zbrojeniowych są traktowane przez badaczy jako mniej znaczące przy określaniu nośności na ścinanie w porównaniu do wskaźnika ścinania, wytrzymałości betonu czy stopnia zbrojenia podłużnego. Taki pogląd można znaleźć np. w Choi i in. [45]. Stąd bardzo mała liczba badań doświadczalnych zajmujących się wpływem tych parametrów na nośność na ścinanie. Uzyskany 24 procentowy wzrost nośności dużych belek „L” przy zwiększeniu maksymalnego wymiaru kruszywa z 9,5 mm do 51 mm w badaniach Sherwooda, Bentza i Collinsa [173] dowodzi, że również uziarnienie kruszywa może mieć wpływ na wielkość naprężeń ścinających przy zniszczeniu w belkach bez zbrojenia poprzecznego. Fakt ten wskazuje na słuszność uwzględnienia maksymalnego wymiaru ziaren kruszywa we wzorach opisujących efekt skali przy ścinaniu, które zaprezentowano w podrozdziale 2.5. Zaobserwowana podczas badań redukcja nośności belek w przypadku użycia kruszywa o małym uziarnieniu jest szczególnie istotna przy określaniu nośności w płytach, w których ze względu na małą wysokość przekroju ogranicza się maksymalny wymiar ziaren kruszywa. Natomiast na potrzebę uwzględniania rodzaju kruszywa przy wyznaczaniu nośności na ścinanie elementów zginanych wskazali Tran, Kohoutek i Graubner [212].

2.8. Analiza wieloparametrowa

Przeprowadzona powyżej analiza wpływu poszczególnych parametrów na nośność na ścinanie zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego pokazuje, że aby poprawnie określić nośność tych elementów wszystkie parametry powinny być uwzględnione jednocześnie. Dopiero na podstawie analizy wielokryterialnej można określić charakter pracy elementu i jego nośność. Końcowa ocena nośności elementu w dużej mierze zależy od tego, czy osiągnięta zostanie pełna nośność na zginanie, czy o nośności elementu zdecyduje nośność na ścinanie. Należy zatem zbadać, w jakich warunkach (przy jakiej konfiguracji głównych parametrów takich jak a/d , f_c , i ρ) może wystąpić zniszczenie na ścinanie, a kiedy o nośności elementu decyduje maksymalny moment zginający.

W tym celu przeprowadzono analizę wyników badań na podstawie maksymalnego momentu zginającego uzyskanego w chwili zniszczenia M_{ult} w odniesieniu do nośności na zginanie wynikającej z zastosowanego zbrojenia

podłużnego M_{fl} . Wartość momentu zginającego wynikającą z nośności zbrojenia podłużnego, wyznaczyć można ze wzoru:

$$M_{fl} = f_y A_s z \quad (2.12)$$

przyjmując odpowiednie wartości przekroju zbrojenia podłużnego A_s i granicy plastyczności stali f_y oraz dokładnie wyznaczone wartości ramienia sił wewnętrznych z .

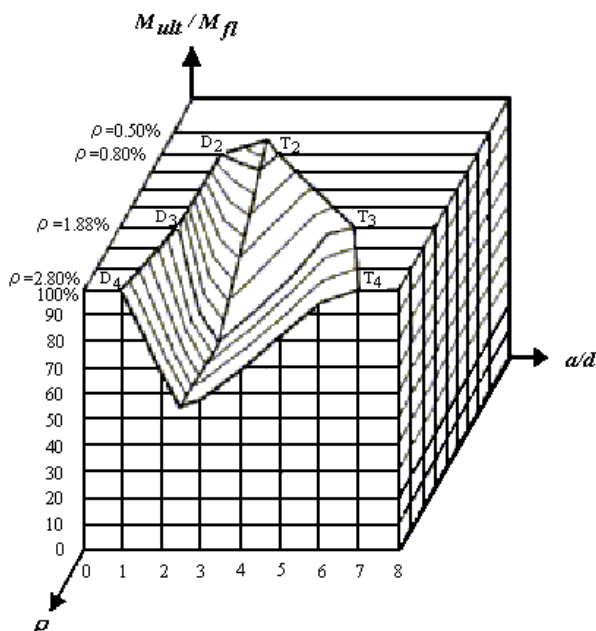
W przypadku, gdy $M_{ult} < M_{fl}$ ma miejsce zniszczenie ze względu na ścinanie. Gdy $M_{ult} = M_{fl}$ pełna nośność na zginanie jest osiągnięta. Ponieważ jako podstawowy schemat doświadczalny belki betonowej, wzmocnionej zbrojeniem podłużnym, przyjmuje się w badaniach z reguły schemat belki swobodnie podpartej, obciążonej jedną lub dwiema równymi siłami skupionymi, rozstawionymi symetrycznie w odległości „ a ” od osi podpór, wówczas zginający moment niszczący wynosi:

$$M_{ult} = V_{ult} a \quad (2.13)$$

Wygodnym sposobem analizy wyników badań jest wyznaczenie stosunku M_{ult} / M_{fl} , określającego względną nośność na zginanie badanych elementów. Gdy stosunek ten osiąga wartość $M_{ult} / M_{fl} = 1$ pełna nośność na zginanie wynikająca z zastosowanego zbrojenia podłużnego jest osiągnięta, natomiast przy wartościach $M_{ult} / M_{fl} < 1$ zniszczenie ma miejsce w strefie przypodporowej bez osiągnięcia pełnej nośności na zginanie.

Propozycję wieloparametrowej analizy sposobu zniszczenia belek podał Kani [102]. Przypadki wystąpienia zniszczenia na ścinanie przedstawił w formie graficznej jako względną nośność na zginanie badanych belek w zależności od wskaźnika ścinania i stopnia zbrojenia podłużnego w trzyosiowym układzie odniesienia (rys. 2.31). Przedstawione na rysunku 2.31 wyniki autor zestawiał w przypadku belek wykonanych z betonu o wytrzymałości na ściskanie 26,4 MPa, przyjmując, że są one reprezentatywne dla wszystkich przeprowadzonych badań. Na ich podstawie Kani podał następujące konkluzje:

- w przypadku belek o $\rho = 0,5\%$ zniszczenie na ścinanie nie występuje,
- wraz ze wzrostem stopnia zbrojenia pojawia się tzw. „dolina” („valley of diagonal failure”) ograniczona dwoma punktami $a/d = D$ i $a/d = T$, w obrębie której $M_{ult} \leq M_{fl}$,
- punkt D nie zależy od stopnia zbrojenia i wynosi 1,0,
- punkt T , czyli „transition point” zależy od ρ i wynosi: $T = 3,5$ gdy $\rho = 0,8\%$; $T = 5,5$ gdy $\rho = 1,88\%$ i $T = 6,5$ gdy $\rho = 2,8\%$;
- gdy $a/d > T$ nie nastąpi zniszczenie na ścinanie.



Rys. 2.31. Względna nośność na zginanie M_{ult}/M_{fl} w zależności od a/d i ρ [102]

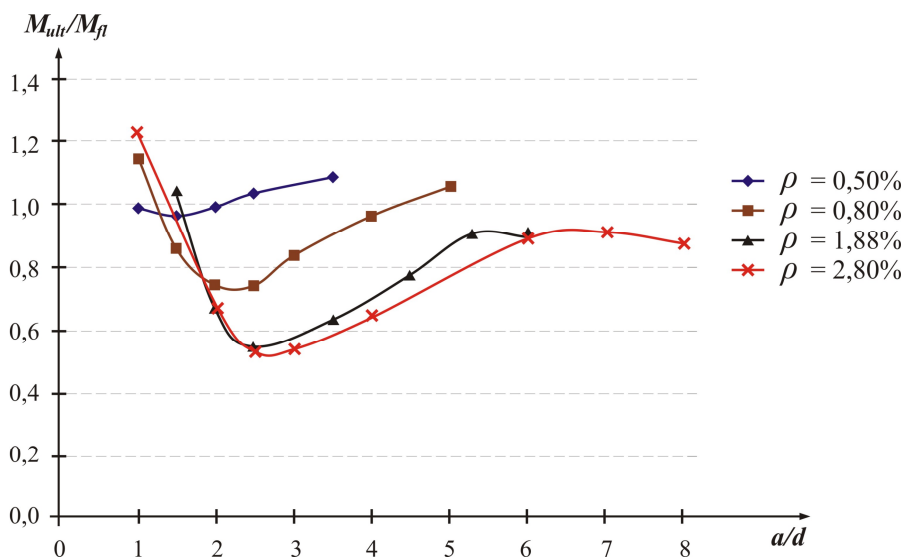
Po przeprowadzeniu wnikliwej analizy względnej nośności na zginanie belek w badaniach Kaniego, której opis zamieszczono w publikacji autorki (M. Słowik [183]), stwierdzono, że Kani przyjął wiele założeń upraszczających. W swoich obliczeniach autor przeprowadził analizę momentów zginających M_{ult} w porównaniu do średniej wartości zginającego momentu niszczącego, którą wyznaczył przyjmując stałą wartość ramienia sił wewnętrznych $z = 7/8 d$ i stałą wartość granicy plastyczności stali $f_y = 50 \text{ ksi} = 345 \text{ MPa}$. Ponadto Kani przyjął założenie, że wytrzymałość betonu nie wpływa zasadniczo na nośność belek na ścinanie. Założenie to nie ma potwierdzenia w rezultatach innych badań, które omówiono w podrozdziale 2.3 pracy. Wytrzymałość betonu ma również wpływ na wielkość ramienia sił wewnętrznych. Uwzględniając rzeczywiste wartości wytrzymałości betonu, stopnia zbrojenia i granicy plastyczności stali przy obliczaniu M_{fl} przeprowadzono własną analizę względnej nośności belek na zginanie z badań Kaniego, której rezultaty przedstawiono na rysunku 2.32.

Analizując wykresy zamieszczone na rysunku 2.32 można zauważyć, że wpływ stosunku a/d na nośność względną elementów zmienia się w zależności od stopnia zbrojenia podłużnego. W przypadku belek o $\rho = 0,5\%$ bez względu na wielkość a/d uzyskana nośność względna była w przybliżeniu równa 1,0.

Natomiast przy wyższych stopniach zbrojenia podłużnego wpływ a/d na nośność względną belek jest już widoczny. Zmniejszenie nośności względnej na skutek działania siły poprzecznej najwyraźniej uwidoczniło w belkach o $\rho = 1,88\%$ i $\rho = 2,8\%$, kiedy to nośność elementu bez zbrojenia poprzecznego wyniosła około $50\% M_{fl}$. Najmniejsze wartości stosunku M_{ult}/M_{fl} uzyskano w belkach o $\rho = 1,88\%$ i $\rho = 2,8\%$ przy $a/d = 2,5$, natomiast w belkach o $\rho = 0,8\%$ przy $a/d = 2,0$. Wraz ze wzrostem a/d zwiększa się wielkość M_{ult}/M_{fl} osiągając wartość maksymalną równą:

- $M_{ult}/M_{fl} = 1,00$ przy $a/d = 5,0$ w belkach o $\rho = 0,8\%$,
- $M_{ult}/M_{fl} = 0,86$ przy $a/d = 5,3$ w belkach o $\rho = 1,88\%$,
- $M_{ult}/M_{fl} = 0,85$ przy $a/d = 6,0$ w belkach o $\rho = 2,8\%$.

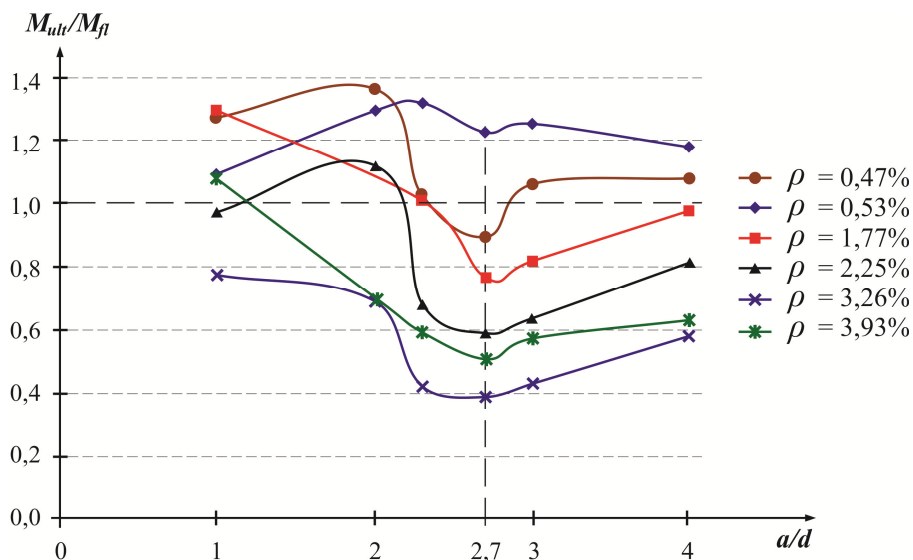
W przypadku analizowanych wyników badań, charakterystyczny punkt „transition point” został określony jedynie w belkach o $\rho = 0,8\%$ i wyniósł on $T = 5,0$. Obliczenia wskazują, że w elementach o stopniu zbrojenia podłużnego $\rho = 1,88\%$ i $\rho = 2,8\%$ nie osiągnięto pełnej nośności belek na zginanie, a co za tym idzie nie istnieje punkt „ T ”. Wyniki przeprowadzonej analizy różnią się od wniosków dotyczących punktu „ T ” wysuniętych przez samego autora badań. Przyczyną różnic w ocenie wielkości punktu „ T ” jest fakt, że analiza badań przeprowadzona przez Kaniego zawierała zbyt dużo założeń upraszczających.



Rys. 2.32. Zależność względnej nośności na zginanie od wskaźnika ścinania sporządzona na podstawie badań Kaniego [102]

Analiza wyników badań Shuaiba i Luego [175] wskazuje również, że na podstawie uzyskanych wartości M_{ult}/M_{fl} , które zestawiono na rysunku 2.33, można określić, kiedy w belkach została osiągnięta pełna nośność na zginanie i przy jakich wartościach wskaźnika ścinania występuje największa redukcja nośności elementu w porównaniu do nośności na zginanie wynikającej z zastosowanego zbrojenia podłużnego. W przypadku badań belek wykonanych z betonu o wytrzymałości na ściskanie $f_c = 64$ MPa wskaźnik ścinania, przy którym uzyskano największą redukcję względnej nośności na zginanie, wyniósł 2,7 bez względu na stopień zastosowanego zbrojenia podłużnego.

Shuaib i Lue wyróżnili trzy podstawowe sposoby zniszczenia w badanych elementach. Pierwszy sposób to zniszczenie na zginanie, gdy stopień zbrojenia podłużnego nie przekraczał 0,6% i wtedy $M_{ult}/M_{fl} > 1$. Przy wyższych stopniach zbrojenia podłużnego rodzaj zniszczenia zależał od wskaźnika ścinania. Gdy $a/d \geq 2,7$ zaobserwowano zniszczenie na skutek powstania rysy ukośnej w obszarze równoczesnego działania siły poprzecznej i momentu zginającego w strefie przypodporowej, przy $M_{ult}/M_{fl} < 1$. Dodatkowo w elementach o stopniu zbrojenia $\rho < 2,25\%$ zaobserwowano odspojenie betonu wzdłuż prętów zbrojeniowych, które pojawiło się w tych elementach tuż po osiągnięciu maksymalnego obciążenia niszczącego. Natomiast w belkach badanych przy $a/d < 2,7$ miało miejsce zniszczenie w strefie ściskanej objawiające się kruszeniem betonu ściskanego w pobliżu przyłożenia obciążenia.



Rys. 2.33. Względna nośność na zginanie M_{ult}/M_{fl} w zależności od a/d i przy różnych wartościach ρ sporządzona na podstawie badań Shuaiba i Luego [175]

Podobnie jak w badaniach Shuaiba i Luego [175], również w eksperymencie przeprowadzonym przez Bukhariego i Ahmada [34] wielkość wskaźnika ścinania, przy którym zaobserwowano największą redukcję względnej nośności na ścinanie była większa niż 2,5. Bukhari i Ahmad [34] badali belki wykonane z betonu o wytrzymałości $f_c = 48$ MPa, w których stopień zbrojenia podłużnego wynosił 0,58%, 0,87% i 1,05%. W badaniach tych tzw. dolina „diagonal shear failure” została zaobserwowana przy wskaźniku ścinania $a/d \sim 3,0$.

Na fakt, że wskaźnik ścinania, przy którym odnotowuje się największy spadek nośności na zginanie, nie jest wartością stałą, ale zależną od wytrzymałości betonu i stopnia zbrojenia podłużnego zwrócili uwagę Russo, Zingone i Puleri [170]. Wskaźnik ten określili mianem krytycznego wskaźnika ścinania $(a/d)_{crit}$ i zaproponowali wzór empiryczny (2.14), na podstawie którego można wyznaczyć jego wartość w zależności od f_c w [MPa] i ρ .

$$\left(\frac{a}{d}\right)_{crit} = 10,69 \left(\frac{\rho}{f_c}\right)^{\frac{1}{5}} \quad (2.14)$$

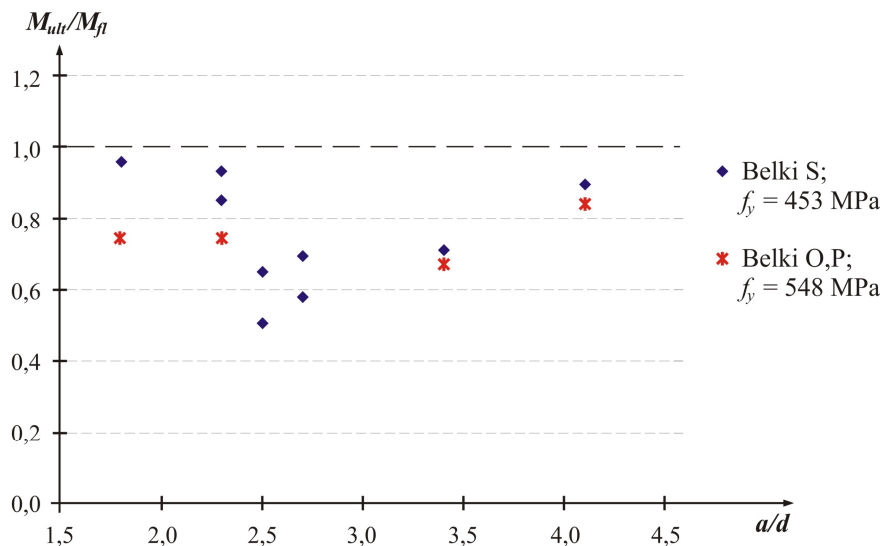
Na podstawie wartości $(a/d)_{crit}$ obliczonych ze wzoru (2.14) wynika, że w belkach ze zbrojeniem podłużnym o typowym stopniu zbrojenia od 1% do 3%, wartość $(a/d)_{crit}$ zawiera się w przedziale $2 < (a/d)_{crit} < 3$. Badacze stwierdzili, że krytyczny wskaźnik ścinania może być również parametrem, za pomocą którego można opisać zmianę charakteru pracy elementu z łukowego „arch action”, typowego dla belek krótkich, do mechanizmu pracy „beam action”, charakterystycznego dla belek o wyższej smukłości.

Obliczony krytyczny wskaźnik ścinania na podstawie wzoru (2.14) jest zgodny z wynikami badań Kaniego ($f_c = 26,4$ MPa) tj. przy $\rho = 0,8\%$ wynosi $(a/d)_{crit} = 2,1$ – w badaniach 2,0, a przy $\rho = 1,88\%$ wynosi $(a/d)_{crit} = 2,51$ – w badaniach 2,5. Stosunkowo dobrą zgodność obliczonego krytycznego wskaźnika ścinania na podstawie wzoru (2.14) uzyskano również w przypadku badań własnych przeprowadzonych na belkach wykonanych z betonu o $f_c = 35$ MPa i ze stopniem zbrojenia podłużnego $\rho = 1,8\%$, w których największą redukcję względnej nośności na zginanie osiągnięto przy $a/d = 2,5$, a obliczona wartość $(a/d)_{crit}$ wyniosła 2,35. Natomiast w badaniach Shuaiba i Luego, w których zastosowany był beton o $f_c = 64$ MPa, obliczony krytyczny wskaźnik ścinania na podstawie wzoru (2.10) wyniósł $(a/d)_{crit} = 2,08$ przy $\rho = 1,77\%$ i $(a/d)_{crit} = 2,3$ przy $\rho = 3,26\%$, i nie odpowiadał otrzymanemu podczas badań wynoszącemu 2,7. Zaproponowany wzór nie oddaje zatem dokładnie zmiany mechanizmu pracy belek wykonanych z betonu o wysokiej wytrzymałości. Nie uwzględnia również tak ważnego parametru przy określaniu M_{ult}/M_{fl} jakim jest granica plastyczności zbrojenia f_y .

Analiza wyników badań własnych potwierdziła, że granica plastyczności zbrojenia podłużnego ma również duży wpływ na względną nośność na zginanie. W tablicy 2.6 i na rysunku 2.34 zestawiono analizowane wyniki.

Tab. 2.6. Zestawienie wyników badań własnych

Belka	f_y [MPa]	l_{eff} [m]	a/d [-]	V_{ult} [kN]	M_{ult} [kNm]	M_{ult}/M_{fl} [-]
S4	453	1,8	2,3	82,5	41,3	0,93
S5		1,8	2,5	40,5	22,3	0,50
S3		1,8	2,7	42,0	25,2	0,57
S2		1,8	3,4	42,0	31,5	0,71
S1		1,8	4,1	43,5	39,2	0,89
S1k		0,9	1,8	105,0	42,0	0,95
S2k		1,0	2,3	75,0	37,5	0,85
S3k		1,1	2,5	51,0	28,1	0,64
S5k		1,2	2,7	51,0	30,6	0,69
PI-1	548	0,9	1,8	90,0	36,0	0,74
PI-2		1,0	2,3	71,0	35,5	0,73
OI-2		1,8	3,4	43,5	32,6	0,67
OI-1		1,8	4,1	45,0	40,5	0,84



Rys. 2.34. Zależność M_{ult}/M_{fl} od a/d w belkach ze zbrojeniem o różnej granicy plastyczności

Porównano względną nośność na zginanie M_{ult}/M_{fl} w przypadku dwóch serii belek wykonanych z betonu o $f_c = 35$ MPa, zbrojonych dwoma prętami $\phi 18$ mm przy $\rho = 1,8\%$. W belkach serii „S” zastosowano stal zbrojeniową o $f_y = 453$ MPa, a w belkach serii „O” i „P” o $f_y = 548$ MPa. Stwierdzono, że w elementach serii „O” i „P” ze zbrojeniem o wyższej granicy plastyczności uzyskano większą redukcję względnej nośności na zginanie, zarówno w belkach krótkich, jak i w belkach o $l_{eff} = 1,8$ m w porównaniu do belek serii „S”.

Przedstawione powyżej informacje dotyczące wpływu różnych parametrów na nośność zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego pokazują, jak złożony jest mechanizm pracy tego typu elementów. O sposobie zniszczenia, a tym samym o nośności tych elementów decydują nie tylko poszczególne czynniki rozpatrywane osobno, ale ich wzajemna konfiguracja. Przeprowadzona analiza wskazuje, że istnieje taka wartość wskaźnika ścinania, przy której ma miejsce przejście z typu zniszczenia ze względu na ukośne rozciąganie (w tym wypadku zniszczenie następuje na skutek pojawienia się rysy ukośnej) na zniszczenie ze względu na ściskanie przy ścinaniu – przy tym typie zniszczenia nośność na ścinanie jest zazwyczaj wyższa od siły powodującej zarysowanie ukośne. Badania wskazują, że $(a/d)_{crit}$ często, ale nie zawsze, osiąga wartość 2,5. Podawany w literaturze podział elementów na belki krótkie gdy $a/d < 2,5$ i typowe belki o $a/d > 2,5$ jest zatem przybliżony. Wartość krytycznego wskaźnika ścinania może się zmieniać w zależności od stopnia zbrojenia podłużnego i wytrzymałości betonu na ściskanie.

Dodatkowo należy pamiętać, że w zależności od rodzaju obciążenia i sposobu podparcia elementu podział belek na typowe belki smukłe i na belki krótkie powinien odbywać się na podstawie wskaźnika ścinania określonego nie tylko na podstawie krytycznej wartości stosunku $(a/d)_{crit}$, ale również $(l_{eff}/d)_{crit}$ czy też $(M/(Vd))_{crit}$. Takie podejście do podziału elementów można znaleźć np. w pracy Placasa i Regana [153], w której podane krytyczne wartości wskaźnika ścinania wynoszą: w jednoprzęsłowych belkach wolno podpartych w przypadku obciążenia siłą skupioną $(a/d)_{crit} = 3$, w jednoprzęsłowych belkach pod obciążeniem ciągłym $(l_{eff}/d)_{crit} = 12$, a w wieloprzęsłowych belkach ciągłych $(M/(Vd))_{crit} = 2$.

Biorąc pod uwagę wyniki badań przedstawione w podrozdziale 2.6 można zauważyć, że zmiana nośności belek wolnopodpartych pod obciążeniem ciągłym ma miejsce przy $l_{eff}/d = 12$. Natomiast w pracy Zararis i Zararis [241], autorzy na podstawie analizy wyników badań, między innymi Krefelda i Thurstona [114], Rüsha, Hagliego i Mayera [169] oraz Leonhardta i Walthera [120], zaproponowali podział belek pod obciążeniem ciągłym na podstawie stosunku l_{eff}/d na typowe belki o wysokiej smukłości gdy $l_{eff}/d > 10$ i belki krótkie o $l_{eff}/d < 10$.

W przepisach normowych elementy zginane o stosunkowo niskim stosunku l_{eff}/h są zazwyczaj wyodrębniane w osobnej grupie jako belki ściany, które ze względu na efekt tarczowy i nie obowiązującą zasadę płaskich przekrojów podlegają innym regułom wymiarowania. W polskiej normie żelbetowej PN-84/B-03264 [155], podobnie jak w poprzednich jej wersjach, w p.9.3. „Belki”, zamieszczone było w odnośniku zdanie: „Postanowienia normy w zakresie belek nie obejmują belek wysokich (belek ścian) o $h/l_{eff} \geq 0,25$, których obliczenia przeprowadza się na podstawie teorii tarcz”. Taki sam warunek na określenie belek wysokich „deep beams” znajduje się w normie amerykańskiej $l_{eff} < 4h$. W obecnie obowiązującej w Polsce normie Eurokod 2 [157], jak również w normie europejskiej Eurocode 2 [66], umieszczona w p.5.3.1. definicja belki ściany ma postać $l_{eff} < 3h$. Natomiast w literaturze można spotkać jeszcze inne rozgraniczenie belek ścian od typowych belek zginanych, np. Hsu [96] podaje warunek $l_{eff} < 5h$.

Można zauważyć, że zarówno wśród badaczy, jak i w przepisach normowych nie ma spójnych kryteriów rozdziału zginanych elementów na podstawie wskaźnika ścinania. Na podstawie przeprowadzonej analizy wielokryterialnej można stwierdzić, że podział zginanych elementów żelbetowych tylko ze względu na wskaźnik ścinania jest podziałem przybliżonym. Bardziej miarodajny byłby podział elementów zginanych ze względu na charakter zniszczenia elementu. Przedstawiona analiza wyników badań doświadczalnych wskazuje, że o nośności zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego decyduje przede wszystkim charakter zniszczenia elementu, który jest w dużej mierze zależny od wskaźnika ścinania, ale nie tylko. Inne parametry też mogą mieć wpływ na sposób zniszczenia takich elementów. Należy rozgraniczyć elementy, w których występuje nagłe kruche zniszczenie tuż po zarysowaniu ukośnym od elementów zginanych, w których zniszczenie przybiera stabilny charakter i nośność na ścinanie jest wyższa od sił powodujących powstanie rys ukośnych.

Przy opisie wyników badań istotne jest zatem przeanalizowanie nie tylko uzyskanej nośności na ścinanie, ale również charakteru zniszczenia zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego. Analizę taką, która została przeprowadzona na podstawie własnych badań doświadczalnych i symulacji numerycznych, przedstawiono w rozdziale czwartym.

3. Stan wiedzy na temat mechanizmów zniszczenia w zginanych elementach żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego

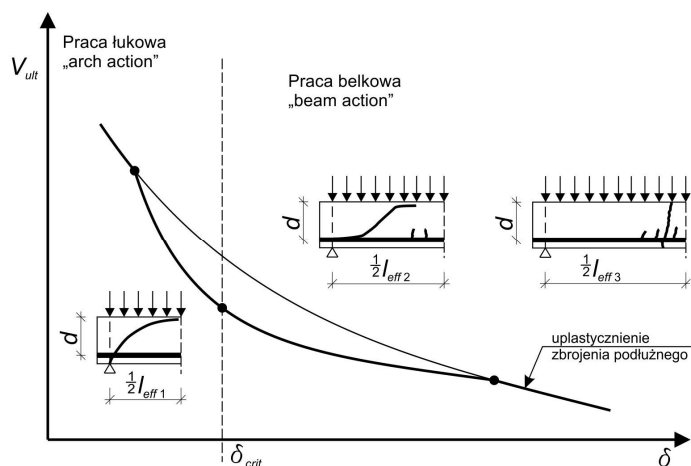
3.1. Podział elementów zginanych ze względu na charakter pracy

W literaturze wyróżnia się dwa podstawowe rodzaje pracy elementów zginanych. Pierwszy rodzaj to praca belkowa „beam action”, występująca w elementach zginanych o typowej smukłości. Drugi rodzaj pracy jest charakterystyczny dla elementów krótkich i w zależności od sposobu obciążenia przybiera postać pracy łukowej przy obciążeniu ciągłym lub pracy rozporowości w przypadku obciążenia siłami skupionymi.

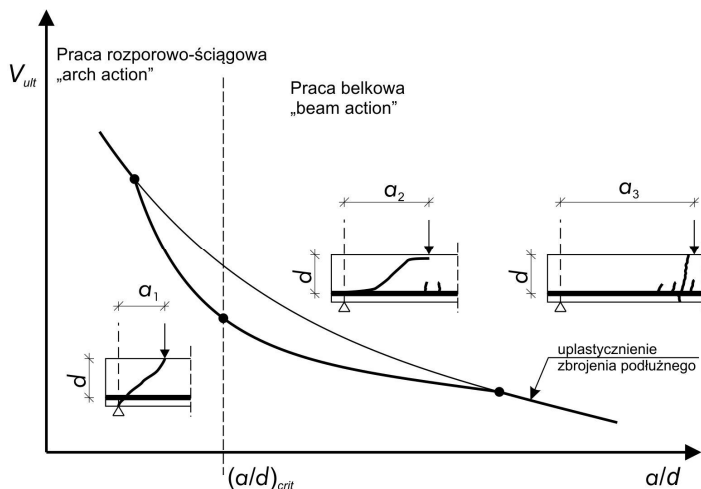
Dominuje pogląd, że parametrem, który ma decydujący wpływ na charakter pracy zginanych elementów bez zbrojenia poprzecznego jest wskaźnik ścinania. Jako kryterium rozgraniczające pracę łukową „arch action” i pracę belkową „beam action” przyjmowana jest graniczna wartość wskaźnika ścinania δ_{crit} lub $(a/d)_{crit}$. Często podział elementów na belki krótkie i typowe belki o wyższej smukłości na podstawie wskaźnika ścinania wyrażonego stosunkiem $a/d = 2,5$ jest przyjmowany również jako kryterium rozgraniczające pracę rozporowości belek krótkich, gdy $a/d < 2,5$, od pracy belkowej w typowych elementach zginanych, charakteryzujących się $a/d \geq 2,5$. Taki podział jest nieprecyzyjny i uproszczony. Jak wykazano w podrozdziale 2.8 wzajemna konfiguracja wielu parametrów ma wpływ na nośność na ścinanie zginanych elementów bez zbrojenia poprzecznego i decyduje również o charakterze ich pracy oraz sposobie zniszczenia. Stąd też w zależności od pozostałych parametrów, w obrębie każdego z tych dwóch podstawowych rodzajów pracy można wyróżnić różne sposoby zniszczenia. W elementach zginanych zniszczenie może nastąpić w wyniku momentu zginającego ze względu na uplastycznienie zbrojenia podłużnego, na skutek poślizgu zbrojenia podłużnego lub w wyniku jednoczesnego działania momentu zginającego i siły poprzecznej, czyli tak zwanego ścinania.

W przypadku elementów krótkich nośność elementu może być zdeterminowana albo osiągnięciem granicy plastyczności zbrojenia podłużnego albo granicznych naprężeń ściskających w betonie przy stabilnym rozwoju rysy ukośnej, przebiegającej w kierunku do podpory – „diagonal compression”. W przypadku elementów zginanych o typowej smukłości, najczęściej obserwowane jest zniszczenie spowodowane szybkim rozwojem rys ukośnych na skutek

osiągnięcia granicznych naprężeń rozciągających w betonie wzdłuż rysy ukośnej – „diagonal tension”, ale może wystąpić również typowe zniszczenie na zginanie spowodowane uplastycznieniem zbrojenia w rysie. Podział elementów bez zbrojenia poprzecznego ze względu na charakter pracy przedstawiono w sposób graficzny na rysunku 3.1 w przypadku obciążenia ciągłego i na rysunku 3.2 przy obciążeniu siłami skupionymi.



Rys. 3.1. Podział elementów ze względu na charakter pracy przy obciążeniu ciągłym ($l_{eff1} \leq l_{eff2} \leq l_{eff3}$)



Rys. 3.2. Podział elementów ze względu na charakter pracy przy obciążeniu siłami skupionymi ($a_1 \leq a_2 \leq a_3$)

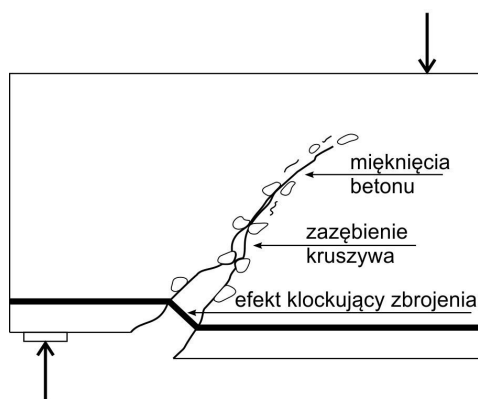
W elementach bez zbrojenia poprzecznego mechanizmami, które mogą odgrywać decydującą rolę w przenoszeniu naprężeń ścinających są: mechanizm ścinania – tarcia w rysie i efekt klockujący prętów zbrojenia podłużnego. Charakter pracy elementu nierozzerwalnie związany jest z występowaniem i rolą poszczególnych mechanizmów w przenoszeniu siły poprzecznej i zależy nie tylko od wskaźnika ścinania, ale również od innych parametrów charakteryzujących dany element.

3.2. Mechanizmy przenoszenia naprężeń ścinających w przekroju ukośnym

Do podstawowych mechanizmów biorących udział w przenoszeniu siły poprzecznej w przekroju ukośnym należą:

- mechanizm zazębienia kruszywa – „aggregate interlock”,
- mechanizm związany z efektem klockującym zbrojenia – „dowel action”,
- mechanizm przenoszenia naprężeń w betonie rozciągany związany ze zjawiskiem osłabienia betonu w strefie mikrozarzysowania – „strain softening”.

Na rysunku 3.3 pokazano schematycznie występowanie poszczególnych mechanizmów biorących udział w przenoszeniu siły poprzecznej w przekroju przez rysę ukośną.



Rys. 3.3. Mechanizmy przenoszenia siły poprzecznej

Mechanizm przenoszenia naprężeń ścinających przez rysę zwany „aggregate interlock” był przedmiotem zainteresowania wielu badaczy. Wymienić tu można fundamentalne prace Walravena [227] i Walravena, Reinhardta [228] oraz prace Bażanta, Gambarovy [12], Dei Poli, Gambarova, Karakoca [59], Vecchio, Lai

[225]. W analizie efektu zazębienia kruszywa, którą przedstawił Walraven [227], naprężenia ścinające w rysie zostały opisane na podstawie analizy statystycznej jako funkcje przemieszczeń normalnych i stycznych w rysie. W literaturze krajowej zjawisko zazębienia kruszywa zostało opisane między innymi przez Ulańską [216]. Ze względu na fakt, że powierzchnie rysy są chropowate, przemieszczenie krawędzi rysy powoduje zazębienie się nierówności i możliwe jest przeniesienie naprężeń ścinających za pomocą mechanizmu tarcia. Rozwój rysy ukośnej rozpoczyna się ponad zbrojeniem podłużnym. Gdy rysa ukośna osiągnie poziom rozciąganego zbrojenia podłużnego powstają naprężenia ściskające w betonie na skutek mechanizmu przyczepności i możliwy jest dalszy rozwój mechanizmu tarcia w rysie, a rola zbrojenia polega dodatkowo na przejęciu części siły poprzecznej.

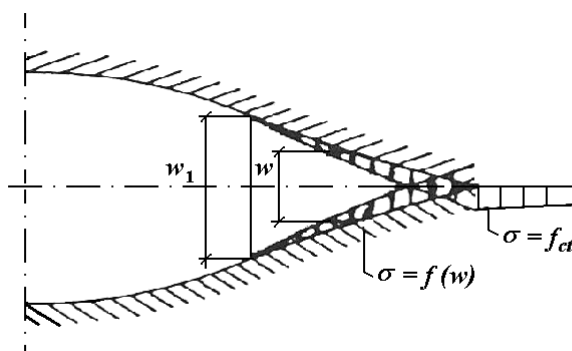
Uziarnienie kruszywa odgrywa fundamentalną rolę w efektywności zjawiska „aggregate interlock” ze względu na fakt, że mechanizm tarcia zależy od intensywności zazębienia kruszywa. Walraven [227] wykazał, że wraz ze zmniejszeniem maksymalnego wymiaru kruszywa naprężenia ścinające przenoszone przez tarcie w rysie spadają. Spadek naprężeń związany jest także ze wzrostem szerokości rozwarcia rysy ukośnej. Mechanizm „aggregate interlock” ma bardzo duże znaczenie wówczas, gdy rysa przechodzi przez zaprawę lub styk zaprawy i kruszywa. W przypadku, gdy zaprawa ma wytrzymałość większą od kruszywa, rysa przecina ziarna kruszywa, co znacznie ogranicza chropowatość krawędzi rysy. Taki przebieg rysy jest obserwowany przeważnie w betonach o wysokiej wytrzymałości i wówczas zjawisko „aggregate interlock” nie występuje, albo występuje w bardzo ograniczonym zakresie. Ma to wpływ również na bardziej kruchy charakter zniszczenia obserwowany w elementach wykonanych z betonu o wysokiej wytrzymałości.

Analizując zjawisko zazębienia kruszywa należy zastanowić się również nad rolą nie tylko uziarnienia kruszywa, ale również jego rodzaju. W literaturze brak jest kompleksowych badań w tym zakresie. Do nielicznych należą badania Akhtaruzzamana, Hasnata [3] i Rahala, Al-Khaleefiego [159], przedstawione w podrozdziale 2.7, które wskazują, że rodzaj powierzchni ziaren kruszywa również ma wpływ na wielkość tarcia podczas przenoszenia naprężeń ścinających w rysie.

Drugim podstawowym mechanizmem przenoszenia siły poprzecznej jest mechanizm związany z efektem klockującym zbrojenia „dowel action”, który uwidacznia się po powstaniu rysy ukośnej, gdy rysa osiągnie poziom zbrojenia podłużnego. Pręty zbrojeniowe przejmują część siły poprzecznej, a składowa poprzeczna siły w zbrojeniu podłużnym nazywana jest siłą klockującą. Zbrojenie podłużne powoduje ograniczenie rozwierania się rysy ukośnej, co spowalnia i stabilizuje proces niszczenia elementu. Przy silnym zbrojeniu podłużnym może dojść do względnego przemieszczenia płaszczyzn

wydzielonych rysą ukośną, a nawet obrotu wydzielonych krzyżulców betonowych. Badania wskazują, np. Kobayashi [111], El-Ariss [64], że zjawisko „dowel action” nabiera szczególnego znaczenia w elementach bez zbrojenia poprzecznego, w których możliwy jest powolny rozwój rysy ukośnej. Wtedy, przy zwiększaniu szerokości rozwarcia rysy, efekt zazębienia kruszywa staje się mniej istotny a siła poprzeczna jest w większym stopniu przenoszona przez efekt klockujący zbrojenia.

Do mechanizmów przenoszenia siły poprzecznej w przekroju ukośnym zaliczyć można również mechanizm przenoszenia naprężeń w betonie rozciągany przy wierzchołku rysy ukośnej, związany ze zjawiskiem osłabienia betonu w strefie mikrozarysowania „strain softening”. Zjawisku tworzenia się i propagacji rysy towarzyszy powstanie dodatkowych naprężeń resztkowych w betonie rozciągany, co zostało opisane w pracach Hillerborga, Modeera, Peterssona [90], Wolińskiego [233], Carpinteriego [38], Ouyanga, Shaha [146], Słowik [182]. Model dotyczący zarysowania betonu przedstawiony przez Peterssona pokazano na rysunku 3.4.



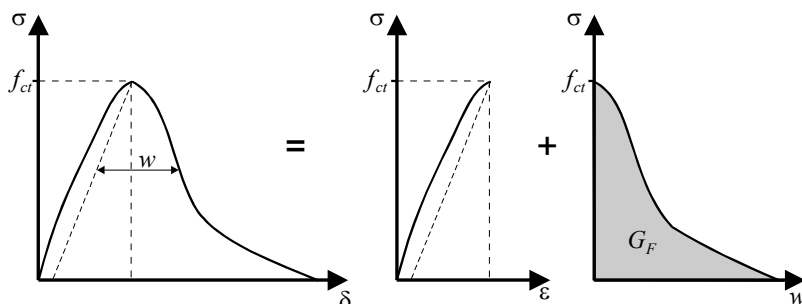
Rys. 3.4. Model zarysowania betonu rozciąganego według Hillerborga, Modeera, Peterssona [90]

Rysa zaczyna się tworzyć, gdy naprężenie w wierzchołku rysy osiągnie wytrzymałość betonu na rozciąganie f_{ct} . Naprężenie nie spada wtedy od razu do zera, ale maleje wraz ze zwiększaniem się szerokości rozwarcia rysy w i osiąga wartość zerową dopiero przy szerokości rysy $w = w_1$. W obszarze betonu rozciąganego przy malejących naprężeniach od $\sigma = f_{ct}$ do $\sigma = 0$, powstaje strefa aktywnego mikrozarysowania, zwana „fracture process zone”, w której istnieją jeszcze więzi pozwalające na przenoszenie naprężeń. W związku z tym, że przy otwieraniu rysy należy pokonać naprężenia, absorbowana jest również energia.

Ilość energii potrzebnej do utworzenia rysy o powierzchni jednostkowej wynosi:

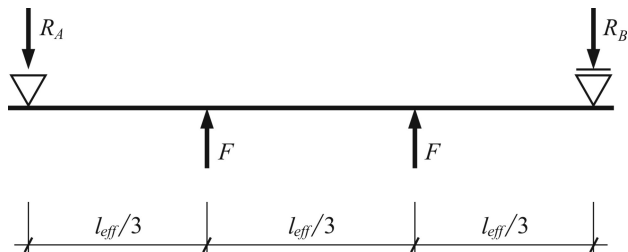
$$G_F = \int_0^{w_i} \sigma dw, \quad (3.1)$$

co odpowiada powierzchni uzyskanej pod wykresem $\sigma - w$ w próbie osiowego rozciągania (rys. 3.5).

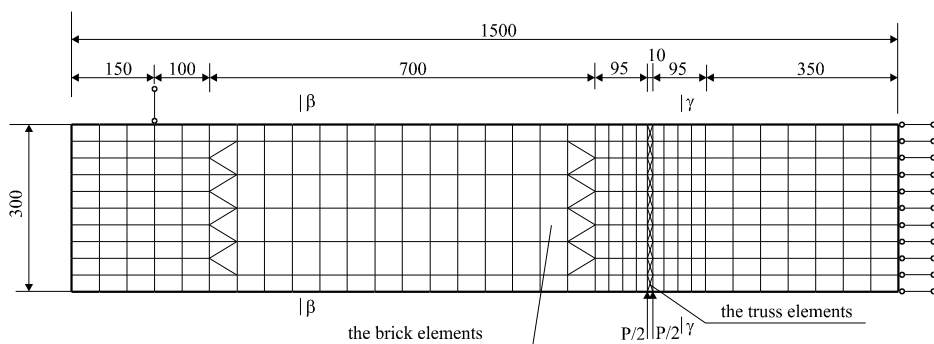


Rys. 3.5. Zależność $\sigma - w$ opisująca pokrytyczną pracę betonu rozciąganego

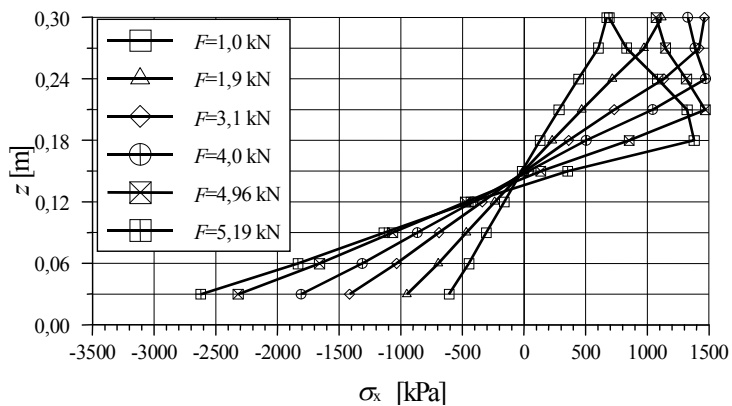
Oslabienie betonu przy rozciąganiu zachodzi, gdy jest możliwość przejścia nadmiaru wyężenia z włókien najbardziej wyężonych przez włókna mniej wyężone znajdujące się w ich sąsiedztwie. Zjawisko stopniowego rozwoju mikrozarysowania i przenoszenia naprężeń występuje w przekrojach zginanych, w których wyężenie w strefie zarysowania nie jest jednolite. Zagadnienie wpływu zjawiska osłabienia betonu rozciąganego na przebieg tworzenia i propagacji rysy prostopadłej w zginanych elementach słabo zbrojonych został szeroko omówiony w pracach M. Słowik, E. Błazik-Borowej [179] i M. Słowik [180], [181], w których przedstawiono symulację numeryczną pracy betonowej belki zginanej. Na podstawie uzyskanych wyników obliczeń numerycznych przeanalizowano proces powstawania rysy i tzw. „mięknienia” betonu w strefie zarysowania. Schemat statyczny analizowanej belki pokazano na rysunku 3.6. W obliczeniach przeprowadzonych metodą elementów skończonych zamodelowano połowę belki. Siatka elementów skończonych, którą przedstawiono na rysunku 3.7, została tak przyjęta, by możliwe było zamodelowanie strefy mikrozarysowania w obszarze występowania maksymalnych momentów zginających. Na podstawie otrzymanych wyników obliczeń numerycznych wyznaczone zostały naprężenia normalne σ_x w przekroju najbardziej wyężonym. Na rysunku 3.8 pokazano rozkład naprężeń σ_x w kolejnych etapach obciążenia.



Rys. 3.6. Schemat belki przyjęty w symulacji komputerowej [179]



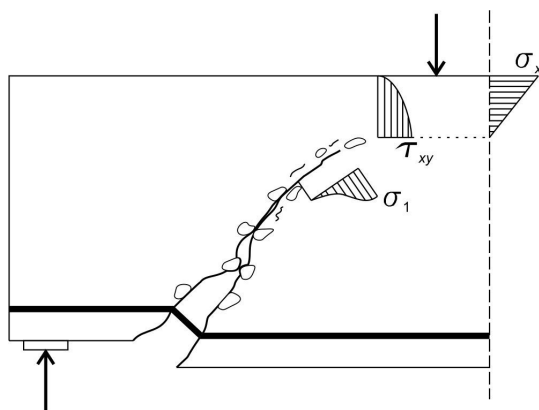
Rys. 3.7. Siatka elementów skończonych dla połowy belki z zamodelowaną strefą zarysowania [179]



Rys. 3.8. Wykres naprężeń normalnych w przekroju przez rysę [179]

Analizując uzyskane wykresy naprężeń normalnych na wysokości belki w przekroju zarysowania (rys. 3.8) można zaobserwować, że w skrajnych włóknach rozciąganych (górnych) przy sile $F = 3,1$ kN naprężenie σ_x osiągnęło wartość równą wytrzymałości betonu na rozciąganie $f_{ct} = 1480$ kPa, a mimo to możliwe było dalsze zwiększenie obciążania belki. W kolejnych etapach obciążania, przy spadającej wartości naprężenia w skrajnych włóknach betonu rozciąganego, wartość naprężenia osiągała maksimum $\sigma_x = f_{ct}$ we włóknach rozciąganych coraz to bardziej oddalonych od skraju belki. Na podstawie przebiegu procesu powstawania rysy właściwej w strefie mikrozarysowania można wyjaśnić otrzymywanie wyższych wartości momentu rysującego w elementach zginanych niż wynikałoby to z założenia liniowo sprężystej pracy betonu przy rozciąganiu.

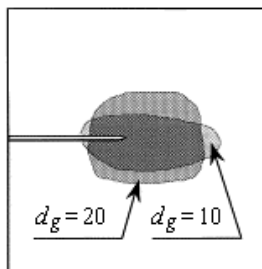
Podobnie jak w przypadku rysy prostopadłej, również przy tworzeniu się rysy ukośnej powstaje strefa mikrozarysowania, w której możliwe jest przenoszenie naprężeń rozciągających w betonie. Na rysunku 3.9 przedstawiono rozkład głównych naprężeń rozciągających w strefie mikrozarysowania σ_1 oraz rozkład naprężeń stycznych τ_{xy} i normalnych σ_x w betonie ściskanym nad rysą.



Rys. 3.9. Rozkład naprężeń w betonie w strefie ściskanej i w strefie mikrozarysowania

Badania doświadczalne przeprowadzone przez Otsukę, Date [145] wykazały znaczący wpływ maksymalnego wymiaru ziaren kruszywa d_g na wielkość strefy mikrozarysowania (rys. 3.10) i w konsekwencji na przebieg powstawania rysy właściwej. Analizy numeryczne potwierdziły, że efektywny obszar przebiegu mikrozarysowania, w szczególności szerokość strefy mikrozarysowania, wpływa na przebieg procesu zarysowania. Przy analizie wyników symulacji numerycznej, która została przedstawiona w pracach M. Słowik, E. Błazik-Borowa [184] i M. Słowik [188], stwierdzono widoczne różnice w poziomie obciążenia, przy którym dochodziło do powstania rysy w zależności od przyjętej w modelu

obliczeniowym szerokości pasma mikrorys. Z kolei wybór szerokości pasma mikrorys był uzależniony w obliczeniach numerycznych od maksymalnego wymiaru ziaren kruszywa.



Rys. 3.10. Obszar mikrozarzysowania uzyskany w badaniach Otsuki i Date [145]

Mechanizm zazębienia kruszywa i naprężenia resztkowe betonu rozciąganego zależą od uziarnienia kruszywa. W związku z koniecznością doboru odpowiedniego uziarnienia kruszywa do wymiarów elementu, parametr, jakim jest maksymalny wymiar ziaren kruszywa odgrywa również znaczącą rolę w opisie efektu skali w zginanych elementach żelbetowych, w tym również przy wyznaczaniu nośności na ścinanie elementów bez zbrojenia poprzecznego.

Opisane powyżej mechanizmy (w szczególności mechanizm związany z efektem klockującym zbrojenia) efektywnie biorą udział w przenoszeniu naprężeń ścinających, gdy zbrojenie podłużne jest prawidłowo zakotwione poza podporą. Przy niedostatecznym zakotwieniu prętów zbrojenia podłużnego może dojść do zerwania przyczepności między zbrojeniem a betonem i wcześniejszego zniszczenia elementu. W badaniach Bażanta i Kazemiego [15], opisanych w podrozdziale 2.5, sposób zakotwienia prętów zbrojeniowych wpłynął istotnie na sposób zniszczenia i nośność elementów o wysokości użytecznej $d = 20$ mm. W belkach, w których pręty zakończono na prosto zaobserwowano odspojenie zbrojenia od betonu oraz zniszczenie ze względu na zginanie, a nośność na ścinanie była około dwukrotnie niższa niż w belkach przy zakotwieniu zbrojenia w postaci zagiętych prętów, w których doszło do zniszczenia na skutek rozwoju rysy ukośnej. Badania opisane przez Collinsa w biuletynie *fib* nr 57 [50], pokazały, że nie doprowadzenie wszystkich prętów podłużnych do podpory doprowadziło do szybszego zniszczenia elementu ze względu na poślizg zbrojenia podłużnego, który zaobserwowano, gdy w belkach badawczych zastosowane były pręty zarówno gładkie, jak i żebrowane. Na istotną rolę, jaką odgrywa odpowiednie zakotwienie prętów zbrojenia podłużnego w przenoszeniu sił poprzecznych zwrócili uwagę również So i Karihaloo [202].

3.3. Rola poszczególnych mechanizmów w przenoszeniu siły poprzecznej

Siły poprzeczne w elementach zginanych bez zbrojenia poprzecznego są przenoszone głównie przez beton strefy ściskanej nad rysą ukośną, przez siły występujące wzdłuż rysy ukośnej związane z tarcieniem i zazębieniem kruszywa w rysie i poprzez składową poprzeczną siły w zbrojeniu rozciągającym, która nazywana jest siłą klockującą. Całkowita siła poprzeczna jest zatem równoważona sumą sił:

$$V = V_c + V_{ay} + V_d \quad (3.2)$$

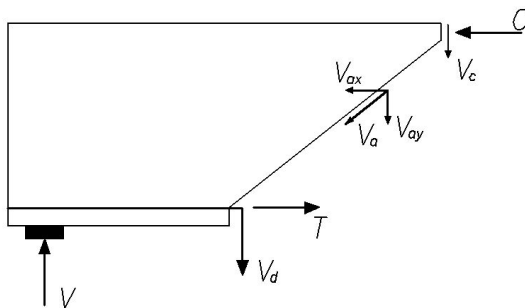
gdzie:

V_c – siła przenoszona przez niezarysowany beton w strefie ściskanej,

V_{ay} – składowa pionowa siły związanej z zazębieniem kruszywa,

V_d – siła klockująca przenoszona przez zbrojenie podłużne.

Wewnętrzne siły poprzeczne działające w przekroju zarysowanym przedstawiono na rysunku 3.11. Siły C i T są podłużnymi siłami wynikającymi z działania momentu zginającego, odpowiednio siły wypadkowej naprężeń w betonie strefy ściskanej i siły rozciągającej w zbrojeniu.



Rys. 3.11. Siły działające w przekroju przez rysę ukośną

Udział poszczególnych sił w przenoszeniu naprężeń ścinających nie jest do końca rozpoznany. W raporcie ASCE-ACI Committee 445 [8] oszacowano, że w typowych elementach zginanych o wyższym wskaźniku ścinania, od 20% do 40% całkowitej siły poprzecznej w przekroju jest przenoszona przez beton w strefie ściskanej, od 15% do 25% przez efekt klockujący prętów zbrojeniowych i od 33% do 50% przez zazębienie kruszywa. Procentowy udział poszczególnych sił może się zmieniać w zależności od typu elementu konstrukcyjnego czy też rodzaju betonu, z którego element został wykonany.

W pracy Hamrat i in. [84] podano, że w przypadku betonów o wytrzymałości na ściskanie powyżej 62 MPa, siłę V_{ay} należy przyjmować równą zero, natomiast udział pozostałych sił wzrasta. Wówczas od 16% do 26% całkowitej siły poprzecznej w przekroju jest przenoszona przez beton w strefie ściskanej, a od 31% do nawet 74% przez efekt klockujący prętów zbrojeniowych. Brak efektu zazębienia kruszywa w elementach wykonanych z betonu o wysokiej wytrzymałości tłumaczy stosunkowo nieduży wzrost nośności tych elementów wraz ze wzrostem wytrzymałości betonu.

Mimo, że zjawisko „strain softening” jest uważane za mniej istotne w porównaniu do zazębienia kruszywa i do efektu klockującego zbrojenia, to w nowszych pracach z zakresu opisu mechanizmów przenoszenia sił poprzecznych w przekrojach ukośnych coraz częściej jest uwzględniana siła V_{ct} , odpowiadająca naprężeniom resztkowym w rozciągany beton, np. w pracach Pereza, Pantazopoulou [152], Junga, Kima [101], Rombacha, Latte [167], Tue, Theilera, Tunga [213] i Tunga, Tue [214]. Siła ta jest wynikiem pokrytycznej pracy betonu rozciąganego w strefie mikrozarzysowania, nazywanej mięknięciem lub osłabieniem betonu rozciąganego. Po uwzględnieniu siły V_{ct} wzór (3.2) przybiera postać:

$$V = V_c + V_{cty} + V_{ay} + V_d \quad (3.3)$$

gdzie V_{cty} jest składową pionową siły związanej z naprężeniami resztkowymi w betonie rozciągany.

Znaczenie poszczególnych mechanizmów w przenoszeniu naprężeń ścinających jest inne w elemencie przed powstaniem rysy ukośnej, zmienia się w trakcie tworzenia rysy niszczącej, a jeszcze inaczej wygląda po jej powstaniu. Przed powstaniem rysy naprężenia ścinające są przenoszone przez niezarysowany beton, w trakcie tworzenia się rysy ukośnej ujawnia się zjawisko mięknięcia betonu w strefie mikrozarzysowania, a w czasie rozwoju zarzysowania ukośnego największego znaczenia nabiera zjawisko tarcia i zazębienia kruszywa w rysie. Po utworzeniu rysy ukośnej, gdy jej szerokość rozwarcia się zwiększa, może natomiast wzrosnąć znacząco rola zbrojenia podłużnego. Mechanizm przenoszenia naprężeń przez płaszczyznę rysy ukośnej ma decydującą rolę w przenoszeniu naprężeń ścinających w trakcie propagacji rysy ukośnej, gdy szerokość jej rozwarcia jest stosunkowo mała. Dlatego zjawisko zazębienia kruszywa wraz z mięknięciem betonu rozciąganego w strefie mikrozarzysowania przy wierzchołku rysy są decydującymi mechanizmami przenoszenia naprężeń ścinających w elementach, w których nośność jest uwarunkowana powstaniem rysy ukośnej. Natomiast w elementach, w których obserwowany jest wzrost nośności powyżej sił powodujących zarzysowanie ukośne i możliwy jest powolny

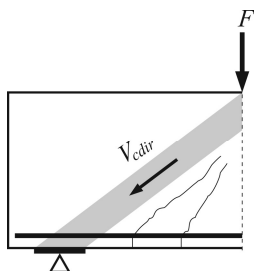
rozwój rysy ukośnej, rola zazębienia kruszywa spada, a wzrasta znaczenie efektu klockującego zbrojenia podłużnego.

Przy zmianie pracy elementu z belkowego na rozporowo-ściągowy lub łukowy znaczna część przyłożonego obciążenia może być przenoszona poprzez ukośny krzyżulec bezpośrednio na podporę, co pokazano na rysunku 3.12. Pojawia się siła ściskająca w ukośnym krzyżulcu V_{cdir} , biorąca znaczący udział w przenoszeniu siły poprzecznej i wzór (3.2) przybiera wówczas postać:

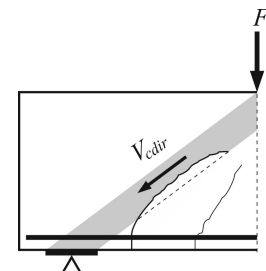
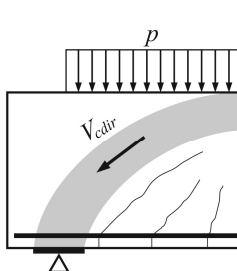
$$V = V_{cdir,y} + V_{cty} + V_{ay} + V_d \quad (3.4)$$

gdzie $V_{cdir,y}$ jest składową pionową siły w krzyżulcu ściskanym.

W przypadku belek krótkich lub belek ścian, odpowiednie warunki zakotwienia prętów zbrojenia podłużnego wpływają na wzrost naprężeń w krzyżulcu ściskanym, a tym samym na wzrost nośności tych elementów wraz ze wzrostem stopnia zbrojenia podłużnego. Na fakt, że zjawisko przyczepności jest głównym czynnikiem gwarantującym rozwój krzyżulca ściskanego i rozwoju mechanizmu pracy ściągowo-roporowej elementu wskazali Bakir, Boduroğlu [9]. W pracy Honga i Ha [92] poddano analizie wpływ szerokości krzyżulca ukośnego na wielkość siły przekazywanej na podporę. W przypadku, gdy rysa ukośna penetruje w głąb obszaru krzyżulca betonowego, badacze proponują zredukowanie szerokości krzyżulca, jak pokazano to na rysunku 3.13, w celu poprawnego wyznaczenia wartości siły $V_{c,dir}$.



Rys. 3.12. Siła przekazywana przez krzyżulec na podporę



Rys. 3.13. Zredukowana szerokość krzyżulca betonowego

Należy zaznaczyć, że w elementach zginanych, zarówno o typowym wskaźniku ścinania, jak i w elementach krótkich, dodatkowo o sposobie zniszczenia decydują wymiary elementu. Wyniki badań doświadczalnych i analizy numeryczne wskazują, że bardziej kruchy charakter zniszczenia

występuje w elementach masywnych. Efekt skali przy ścinaniu nabiera istotnego znaczenia w przypadku elementów o typowym wskaźniku ścinania $a/d > 2,5$, w których z reguły obserwowany jest niestabilny rozwój rys ukośnych prowadzący do zniszczenia. Zagadnienie to zostało omówione w podrozdziale 2.5 pracy i szeroko przedstawione w biuletynie CEB No. 237 [42].

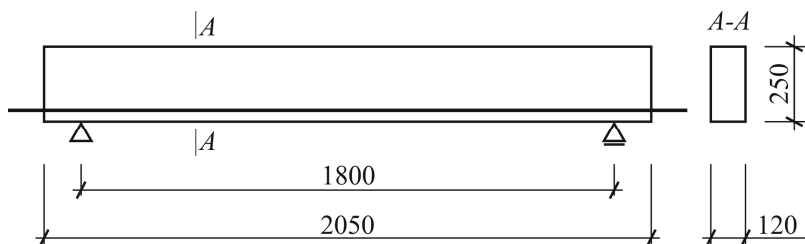
Zatem o nośności zginanych elementów bez zbrojenia poprzecznego decyduje charakter zniszczenia elementu, a co za tym idzie główne mechanizmy przenoszenia naprężeń ścinających. Doświadczalne określenie roli i udziału poszczególnych mechanizmów w przenoszeniu naprężeń ścinających jest zadaniem trudnym ze względu na fakt, że ich rola zmienia się wraz z rozwojem zarysowania w elemencie i ze względu na wzajemne interakcje między nimi. Rozwój technik komputerowych i specjalistycznego oprogramowania umożliwia coraz wnikliwszą analizę skomplikowanych zagadnień konstrukcyjnych na drodze modelowania numerycznego. W przypadku konstrukcji betonowych i żelbetowych znalazły zastosowanie metody modelowania pracy elementu na podstawie zasad nieliniowej mechaniki pękania. Metody te umożliwiają zastosowanie nieliniowych charakterystyk materiałów, w tym modelowania pracy betonu w złożonym stanie naprężenia i modelowania betonu rozciąganego w zakresie pokrytycznym. Zestawienie osiągnięć związanych z modelowaniem pracy konstrukcji żelbetowych ukazało się w obszernym opracowaniu *Computational Modelling of Concrete Structures* [51]. Zostały tam opisane takie zagadnienia jak modelowanie naprężeń kontaktowych przy zazębieniu kruszywa w rysie – Takase, Ikeda i Wada [210], modelowanie zerwania przyczepności i efektu klockującego zbrojenia w rysie – Rumanus i Meschke [168], modelowanie zniszczenia ścinającego z uwzględnieniem osłabienia betonu w zakresie pokrytycznym – Cervenka i Cervenka [43], czy też uwzględnienie kompozytowego charakteru konstrukcji żelbetowych jako matrycy betonowej, zbrojenia i warstwy łączącej te dwa materiały – Huespe i in. [99].

Aby szerzej przeanalizować sposób zniszczenia i udział poszczególnych czynników w przenoszeniu naprężeń ścinających w zginanych elementach żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego przeprowadzono własne badania doświadczalne i symulacje numeryczne, które przedstawiono w następnym rozdziale. Wykonując obliczenia numeryczne wykorzystano wymienione powyżej opracowania oraz posłużono się doświadczeniami w modelowaniu zarysowania innych badaczy, którzy przeprowadzili analizy numeryczne dotyczące elementów żelbetowych, np. Niwa [143], Bhatt i Kader [22], Fisher i König [72], Soltani, An, Maekawa [203], Basche i in. [10], Broo i in. [30], Ooi i Yang [144].

4. Analiza pracy belek żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego na podstawie badań własnych

4.1. Badania eksperymentalne

W celu oceny charakteru zniszczenia zginanych elementów zbrojonych podłużnie bez zbrojenia poprzecznego przeprowadzono własne badania doświadczalne, w których szczególny nacisk położono na obserwację mechanizmów pracy badanych elementów w zależności od długości elementu i zastosowanego zbrojenia podłużnego. Wykonano dwie podstawowe serie elementów badawczych o symbolu „S” i „O”. Były to belki o przekroju prostokątnym o wymiarach: szerokość $b = 120$ mm, całkowita wysokość $h = 250$ mm, wysokość użyteczna $d = 220$ mm. Długość belek podstawowych wynosiła 2050 mm i rozpiętość podczas badań była taka sama $l_{eff} = 1800$ mm, podczas gdy odległość między przyłożonymi siłami c była różnicowana, aby uzyskać zmienny wskaźnik ścinania w badaniach. Schematem statycznym realizowanym podczas badań był element wolnopodparty, obciążony symetrycznie jedną lub dwiema siłami skupionymi. Obciążenie zadawane z maszyny wytrzymałościowej było przykładane za pośrednictwem walca z podkładką bezpośrednio na element w teście trzypunktowego zginania lub za pomocą belki rozdzielczej przy czteropunktowym zginaniu. Element badawczy pokazano na rysunku 4.1.



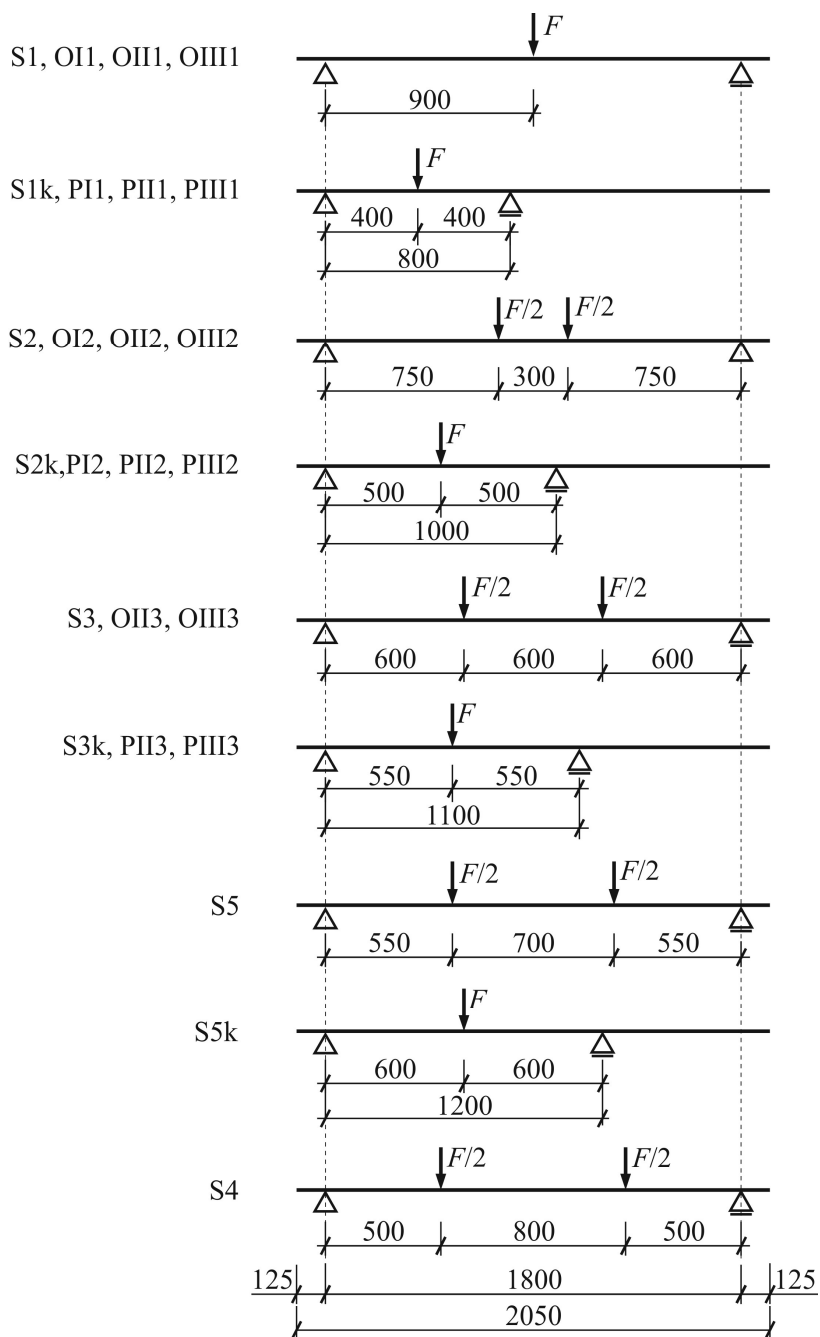
Rys. 4.1. Element badawczy

W wyniku badania elementów z obu serii podstawowych, większość belek uległa zniszczeniu jedynie z jednej strony w strefie przypodporowej. Fakt ten wykorzystano by przeprowadzić dodatkowe badania na części elementu nieuszkodzonego. W tym celu, po wykonaniu badań na elementach o symbolu „S” i „O”, wyodrębniono belki krótkie o symbolu „Sk” i „P”. W ten sposób możliwe było przeprowadzenie dodatkowych badań na elementach krótszych.

Umożliwiło to zróżnicowanie wskaźnika ścinania podczas badań aż do sześciu wartości: 1,8; 2,3; 2,5; 2,7; 3,4 i 4,1. Taki dobór wskaźnika ścinania podczas badań wynikał z faktu, że zmiana mechanizmu zniszczenia w belkach bez zbrojenia poprzecznego najczęściej była obserwowana przez innych badaczy przy $a/d = 2,5$. W badaniach własnych wskaźnik ścinania oscylował wokół wartości 2,5, co umożliwiło uchwycenie zmiany charakteru zniszczenia badanych elementów przy różnym wskaźniku ścinania w zależności od innych parametrów, takich jak stopień zbrojenia podłużnego i długość belki. Wykaz wszystkich badanych elementów zamieszczono w tablicy 4.1 a na rysunku 4.2 zestawiono schematy statyczne realizowane podczas badań w odniesieniu do poszczególnych belek.

Tablica 4.1. Elementy badawcze

Seria	Belka	l_{eff} [mm]	c [mm]	a [mm]	a/d [-]	l_{eff}/d [-]
I	S4	1800	800	500	2,3	8,2
	S5		700	550	2,5	
	S3		600	600	2,7	
	S2		300	750	3,4	
	S1		0	900	4,1	
	S1k	800	0	400	1,8	3,6
	S2k	1000		500	2,3	4,5
	S3k	1100		550	2,5	5,0
	S5k	1200		600	2,7	5,5
II	OI-1	1800	0	900	4,1	8,2
	OI-2		300	750	3,4	
	OII-1		0	900	4,1	
	OII-2		300	750	3,4	
	OII-3		600	600	2,7	
	OIII-1		0	900	4,1	
	OIII-2		300	750	3,4	
	OIII-3		600	600	2,7	
	PI-1	800	0	400	1,8	3,6
	PI-2	1000		500	2,3	4,5
	PII-1	800		400	1,8	3,6
	PII-2	1000		500	2,3	4,5
	PII-3	1100		550	2,5	5,0
	PIII-1	800		400	1,8	3,6
	PIII-2	1000		500	2,3	4,5
	PIII-3	1100		550	2,5	5,0



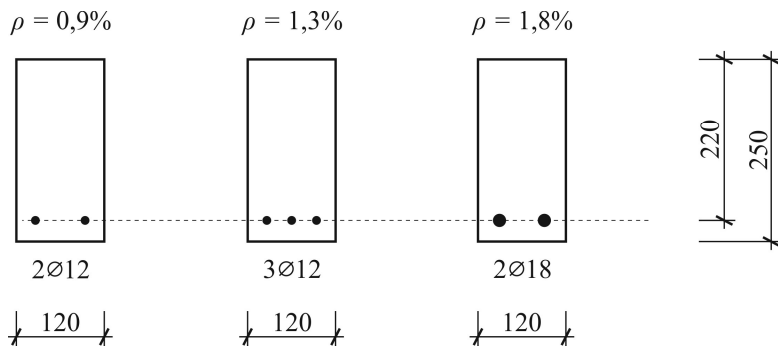
Rys 4.2. Schematy statyczne badanych belek

W pierwszej serii wykonano pięć elementów podstawowych (belki S1, S2, S3, S4 i S5) i cztery z nich wykorzystano do badań dodatkowych (belki S1k, S2k, S3k i S5k). Belka S1 była badana w teście trzypunktowego zginania i charakteryzowała się największym wskaźnikiem ścinania $a/d = 4,1$. Pozostałe elementy o symbolu „S” były badane w teście czteropunktowego zginania, a wskaźnik ścinania zmieniał się od 2,3 do 3,4. W badaniach dodatkowych zastosowano test trzypunktowego zginania. Obciążenie było zadawane w postaci jednej siły przyłożonej w środku rozpiętości belki. Belki o symbolu „Sk” miały różną rozpiętość podczas badań: $l_{eff} = 800; 1000; 1100$ i 1200 mm, a co za tym idzie wyróżniały się wskaźnikiem ścinania odpowiednio 1,8; 2,3; 2,5 i 2,7.

W drugiej serii badawczej wykonano osiem elementów podstawowych (belki OI-1, OI-2, OII-1, OII-2, OII-3, OIII-1, OIII-2, OIII-3) i wszystkie wykorzystano ponownie do badań dodatkowych (belki PI-1, PI-2, PII-1, PII-2, PII-3, PIII-1, PIII-2, PIII-3). Podobnie jak w serii pierwszej badania były przeprowadzone w teście trzypunktowego lub czteropunktowego zginania. Wskaźnik ścinania w belkach o symbolu „O” zmieniał się w zakresie od 2,7 do 4,1. W badaniach elementów dodatkowych o symbolu „P”, ze względu na różną rozpiętość elementów podczas badań, wskaźnik ścinania zmieniał się w zakresie od 1,8 do 2,5.

We wszystkich badanych elementach pierwszej serii zastosowano zbrojenie podłużne składające się z dwóch prętów o średnicy 18 mm i stopień zbrojenia wyniósł $\rho = 1,8\%$. Zastosowano pręty żebrowane gatunku 34GS, a cechy mechaniczne stali określono na podstawie testu osiowego rozciągania 10 próbek. Otrzymano średnią granicę plastyczności $f_y = 453$ MPa przy współczynniku zmienności 0,9% i średnią wytrzymałość $f_t = 698$ MPa przy współczynniku zmienności 1,8%.

W elementach serii drugiej różnicowano zbrojenie podłużne, które składało się z dwóch lub trzech prętów o średnicy 12 mm lub dwóch prętów o średnicy 18 mm, tak więc stopień zbrojenia wyniósł odpowiednio $\rho = 0,9\%; 1,3\%; 1,8\%$. Do zbrojenia belek o symbolu OI zastosowano pręty żebrowane gatunku RB500, a cechy mechaniczne stali określono na podstawie próby rozciągania 8 próbek. Otrzymano średnią granicę plastyczności wynoszącą $f_y = 573$ MPa przy współczynniku zmienności 0,35% i średnią wytrzymałość $f_t = 658$ MPa przy współczynniku zmienności 0,31%. Do zbrojenia belek o symbolu OII i OIII zastosowano pręty żebrowane gatunku EPSTAL500, a cechy mechaniczne określone na podstawie próby rozciągania 11 próbek wyniosły: średnia granica plastyczności: $f_y = 548$ MPa przy współczynniku zmienności 3,4% i średnia wytrzymałość: $f_t = 654$ MPa przy współczynniku zmienności 3,2%. Na rysunku 4.3 przedstawiono sposób zbrojenia elementów badawczych, a w tablicy 4.2 zestawiono informacje dotyczące prętów zbrojeniowych.



Rys. 4.3. Zbrojenie badanych belek

Tablica 4.2. Zastosowane zbrojenie w elementach badawczych

Seria	Belka	Gatunek stali	Granica plastyczności [MPa]	Średnica prętów [mm]	Liczba prętów [-]	Stopień zbrojenia [%]
I	S4, S5, S3, S2, S1, S1k, S2k, S3k, S5k	34GS	453	18	2	1,8
II	OI-1, OI-2, PI-1, PI-2	RB500	573	18	2	1,8
	OIII-1, OIII-2, OIII-3, PIII-1, PIII-2, PIII-3	EPSTAL 500	548	12	3	1,3
	OII-1, OII-2, OII-3, PII-1, PII-2, PII-3	EPSTAL 500	548	12	2	0,9

Wszystkie belki były wykonane z tego samego betonu. Do wykonania mieszanki betonowej użyto kruszywa dolomitowego z pokładów kazimierskich o maksymalnej średnicy ziaren kruszywa 16 mm i cementu CI 32,5R. Zaprojektowana mieszanka betonowa charakteryzowała się stosunkiem cementowo-wodnym $c/w = 2,6$ i punktem piaskowym 26%. Na 1 m³ mieszanki betonowej wchodziło 475 kg cementu, 1728 kg kruszywa i 183 l wody.

Zawartość poszczególnych frakcji kruszywa w 1 m³ mieszanki betonowej przedstawiała się następująco:

piasek: 450 kg – 26%, w tym frakcje:

$0 \div 0,125$	– 2,8%,
$0,125 \div 0,25$	– 11,0%,
$0,25 \div 0,5$	– 31,4%,
$0,5 \div 1$	– 46,1%,
$1 \div 2$	– 8,7%,

kruszywo frakcja $2 \div 7$: 450 kg – 26%,

kruszywo frakcja $8 \div 12$: 414 kg – 24%,

kruszywo frakcja 12 ÷ 16: 414 kg – 24%.

W celu oznaczenia cech wytrzymałościowych betonu wykorzystano dwa rodzaje próbek walcowych: walce $\phi 150/300$ mm do określenia wytrzymałości betonu na ściskanie i modułu sprężystości betonu, i walce $\phi 160/160$ do określenia wytrzymałości na rozciąganie przez rozłupywanie. Uzyskane wyniki badań betonu na próbkach zamieszczono w tablicy 4.3.

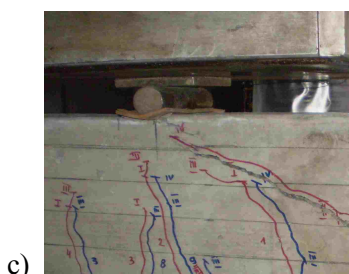
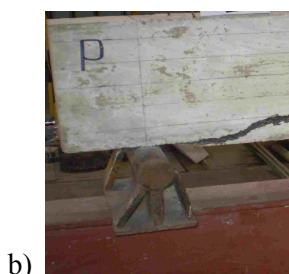
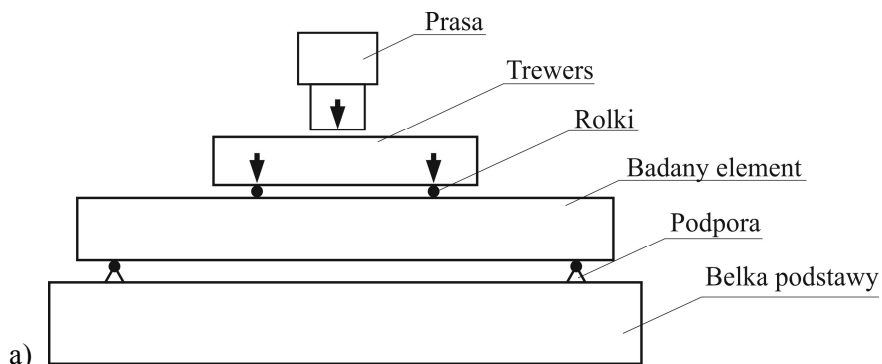
Tablica 4.3. Cechy betonu

Cecha	Liczba próbek [-]	Wartość średnia [MPa]	Odchylenie standardowe [MPa]	Współczynnik zmienności [%]
Wytrzymałość na ściskanie, f_c	27	35,0	5,6	16
Wytrzymałość na rozciąganie, $f_{ct,sp}$	32	3,5	0,4	11
Moduł sprężystości, E_c	19	41400	3650	9

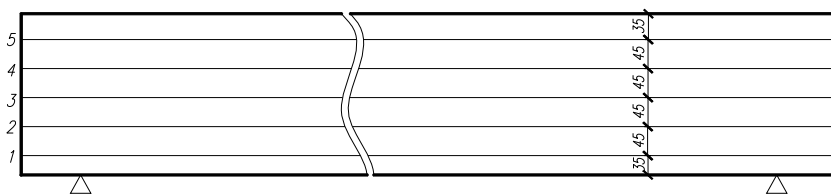
Wytrzymałość betonu na rozciąganie osiowe, f_{ct} , wyznaczono na podstawie wytrzymałości na rozciąganie przez rozłupywanie, $f_{ct,sp}$, korzystając z zależności podanej w normie PN-EN 1992-1-1:2008 [157]: $f_{ct} = 0,9 f_{ct,sp} = 3,15$ MPa.

Belki były badane aż do zniszczenia. Obciążenie było zadawane w sposób statyczny za pomocą maszyny wytrzymałościowej ZD600. Stanowisko badawcze pokazano na rysunku 4.4. Podczas badania siła z prasy była przykładana etapami, a jej wartość była odczytywana z manometru maszyny wytrzymałościowej. Przed wykonaniem właściwego badania belki były poddane kilku cyklom obciążania i odciążania w zakresie siły od 0 kN do 6 kN w celu ustabilizowania elementu na podporach. Powierzchnie boczne belek były pomalowane na biało by ułatwić obserwację pojawienia się i rozwoju rys. Szczególną uwagę zwrócono na monitorowanie powstania kolejnych rys. W czasie badań rysy były ewidencjonowane i zaznaczane na belkach oraz

mierzona była szerokość ich rozwarcia za pomocą mikroskopu Brinnella z podziałką elementarną 0,05 mm. Pomiar szerokości rozwarcia rys był wykonywany w kolejnych etapach zadawania obciążenia na pięciu poziomach pomiarowych (rys. 4.5).



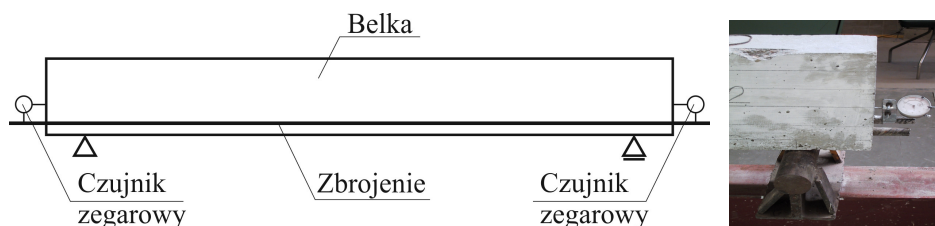
Rys. 4.4. Stanowisko badawcze: schemat a), sposób podparcia b), sposób przyłożenia obciążenia c)



Rys. 4.5. Poziomy pomiar szerokości rozwarcia rys

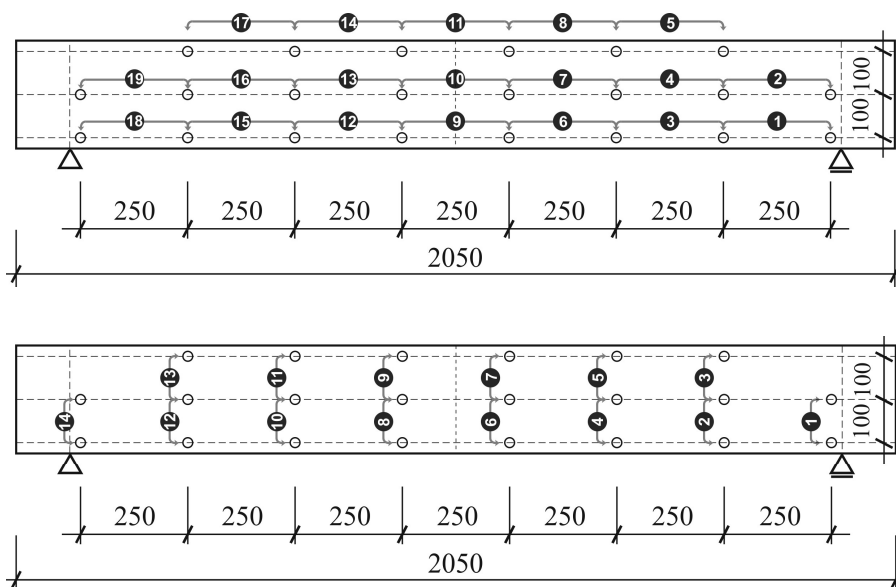
Podczas badań mierzono również ugięcia belek w środku rozpiętości i przy podporach za pomocą czujników zegarowych oraz monitorowano, czy zapewniona jest przyczepność prętów zbrojeniowych do betonu. W tym celu

mierzone przemieszczenia poziome prętów względem boku belki. Pręty zbrojeniowe były wyciągnięte poza belkę w czasie betonowania i możliwe było umocowanie czujników zegarowych na ich końcach, co pokazano na rysunku 4.6.



Rys. 4.6. Sposób kontroli przyczepności prętów do betonu

Dodatkowo, po jednej stronie belki naklejona została siatka reperów do badania wydłużeń betonu za pomocą tensometru nasadowego Hugenberga o bazie 250 mm (pomiar odkształceń na kierunku poziomym) i 100 mm (pomiar odkształceń na kierunku pionowym). Siatkę tę pokazano na rysunku 4.7.



Rys. 4.7. Rozmieszczenie baz do pomiaru odkształceń na kierunku poziomym i pionowym

W przeprowadzonych badaniach głównymi parametrami zmiennymi była długość elementu, wskaźnik ścinania, stopień zbrojenia podłużnego i cechy stali zbrojeniowej. Wyniki badań własnych były już częściowo omówione na tle innych badań w podrozdziałach 2.2, 2.4 i 2.8.

Siła poprzeczna rysująca, V_{cr} , była przyjmowana jako połowa zadawanej siły odczytywanej z manometru maszyny wytrzymałościowej w chwili pojawienia się pierwszej rysy ukośnej. We wszystkich badanych belkach jako pierwsze pojawiały się rysy prostopadłe w środkowym odcinku belki. Dopiero w późniejszych etapach obciążenia pojawiały się rysy ukośne. Maksymalna siła poprzeczna, V_{ult} , była przyjmowana jako połowa zadawanej siły odczytywanej z manometru maszyny wytrzymałościowej w chwili zniszczenia belki. Wartości sił poprzecznych uzyskanych w czasie badań zestawiono w tablicy 4.4. Podano tam również policzone na podstawie sił poprzecznych wartości momentu rysującego i niszczącego według wzorów (4.1) i (4.2) oraz względną nośność na zginanie, określoną jako stosunek momentu niszczącego do momentu M_{fl} . Moment M_{fl} odpowiada maksymalnej nośności na zginanie, wyznaczonej ze względu na uplastycznienie zbrojenia podłużnego – wzór (4.3).

$$M_{cr} = V_{cr} a \quad (4.1)$$

$$M_{ult} = V_{ult} a \quad (4.2)$$

$$M_{fl} = f_y A_s z \quad (4.3)$$

gdzie:

- f_y – granica plastyczności stali,
- A_s – przekrój zbrojenia podłużnego,
- z – ramię sił wewnętrznych.

Tablica 4.4. Siły poprzeczne rysujące i niszczące

Belka	a/d [-]	V_{cr} [kN]	V_{ult} [kN]	V_{ult}/V_{cr} [-]	M_{ult} [kNm]	M_{ult}/M_{fl} [-]
S4	2,3	42,0	82,5	1,96	41,30	0,93
S5	2,5	40,5	40,5	1,00	22,30	0,50
S3	2,7	37,5	42,0	1,12	25,20	0,57
S2	3,4	37,5	42,0	1,12	31,50	0,71
S1	4,1	37,5	43,5	1,16	39,20	0,89
S1k	1,8	45,0	105,0	2,33	42,00	0,95
S2k	2,3	34,0	75,0	2,21	37,50	0,85
S3k	2,5	37,5	51,0	1,36	28,10	0,64
S5k	2,7	43,0	52,5	1,22	31,50	0,72
OI-2	3,4	37,5	43,5	1,16	32,60	0,68
OI-1	4,1	37,5	45,0	1,20	40,50	0,85
PI-1	1,8	37,5	90,0	2,40	36,00	0,75
PI-2	2,3	37,5	71,0	1,89	35,50	0,74
OII-3	2,7	30,0	34,5	1,15	20,70	0,81
OII-2	3,4	30,0	33,0	1,10	24,75	0,97
OII-1	4,1	–	33,0	–	29,70	1,17
PII-1	1,8	45,0	64,5	1,43	25,80	1,01
PII-2	2,3	37,5	55,5	1,48	27,75	1,09
PII-3	2,5	37,5	43,5	1,16	23,93	0,99
OIII-3	2,7	30,0	37,5	1,25	22,50	0,61
OIII-2	3,4	37,5	43,5	1,16	32,63	0,89
OIII-1	4,1	30,0	37,5	1,25	33,75	0,92
PIII-1	1,8	37,5	60,0	1,60	24,00	0,65
PIII-2	2,3	30,0	52,5	1,75	26,25	0,71
PIII-3	2,5	30,0	49,5	1,65	27,25	0,74

Analizując kompleksowo zestawione w tablicy 4.4 wyniki badań (częściowe wyniki badań były opublikowane przez autorkę, np. [185], [186], [187], [189], [198]), zostały wyciągnięte podstawowe wnioski dotyczące nośności na ścinanie badanych elementów:

- Siły poprzeczne, przy których doszło do powstania zarysowania ukośnego były we wszystkich belkach podobne i nie stwierdzono wpływu wskaźnika ścinania i zbrojenia podłużnego na ich wielkość. Jedynie w belce OII-1 o wskaźniku ścinania $a/d = 4,1$ i stopniu zbrojenia $\rho = 0,9\%$ nie powstały rysy ukośne a belka uległa zniszczeniu na zginanie.
- Niszczące siły poprzeczne różniły się w badanych belkach, a na ich wielkość największy wpływ miał wskaźnik ścinania. W belkach o wskaźniku ścinania $a/d < 2,5$ siły niszczące były znacząco wyższe od sił uzyskanych w pozostałych belkach.
- Zastosowane zbrojenie podłużne również, choć w mniejszym stopniu niż wskaźnik ścinania, miało wpływ na nośność belek na ścinanie. Wraz ze wzrostem stopnia zbrojenia widoczny był wzrost nośności belek na ścinanie badanych przy tym samym wskaźniku ścinania.
- Niszczące siły poprzeczne były niższe w belkach dłuższych w porównaniu do tych uzyskiwanych w belkach krótkich przy tym samym wskaźniku ścinania.
- Na podstawie względnej nośności belek na zginanie określonej stosunkiem M_{ult}/M_{fl} , największą redukcję nośności względnej stwierdzono przy $a/d = 2,5$ w belkach serii pierwszej o $\rho = 1,8\%$ i przy $a/d = 2,7$ w belkach serii drugiej o stopniu zbrojenia $\rho = 0,9\%$ i $1,3\%$.

Analiza nośności na ścinanie pozwala na wnioskowanie o charakterze pracy badanych elementów. Wielkość wskaźnika ścinania, przy którym stwierdzono największy spadek nośności względnej, który wcześniej w pracy był określany krytycznym wskaźnikiem ścinania $(a/d)_{crit}$, wskazuje na przejście z pracy łukowej lub ściągowo-rozporowej na pracę belkową elementu. W przeprowadzonych badaniach stwierdzono, że krytyczny wskaźnik ścinania zależy od stopnia zbrojenia podłużnego. Żeby jednak poprawnie zakwalifikować elementy ze względu na charakter pracy, należy przeprowadzić analizę wyników badań pod kątem oceny przebiegu zarysowania i sposobu zniszczenia belek. Taka analiza jest zamieszczona w podrozdziale 4.2. Dodatkowo analiza sposobu zniszczenia elementów badawczych została wzbogacona o symulacje numeryczne, które opisano w podrozdziale 4.3.

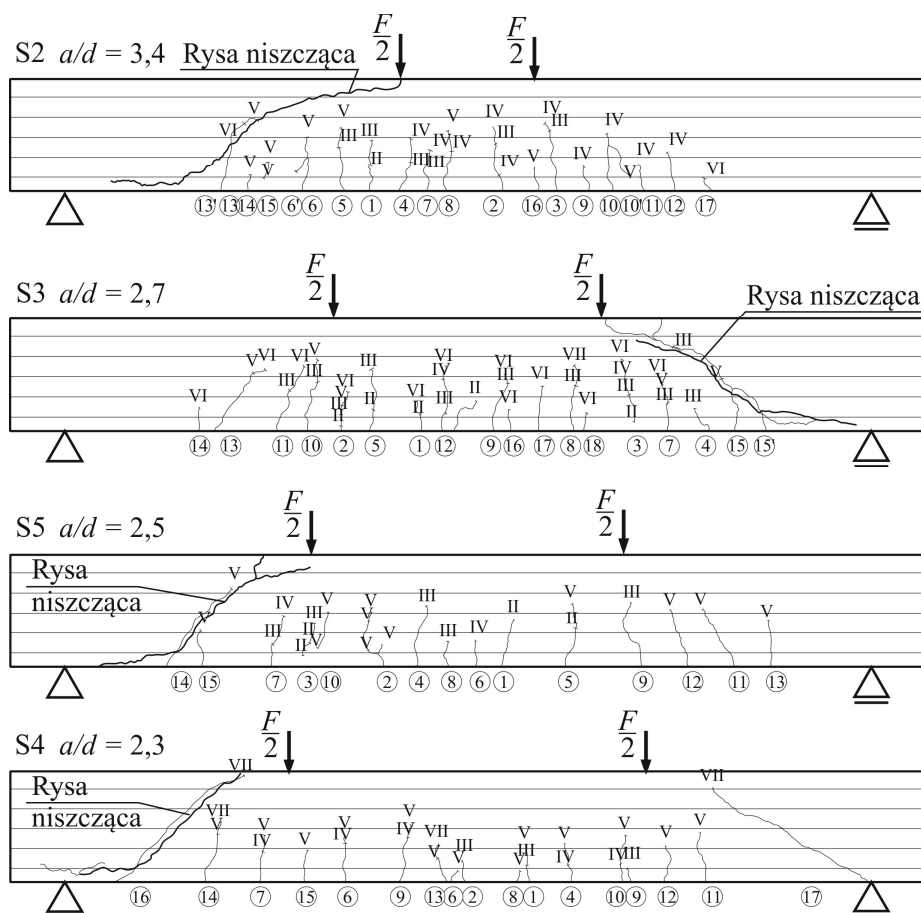
4.2. Analiza przebiegu zarysowania i charakteru zniszczenia badanych belek

Analizę przebiegu zarysowania i sposobu zniszczenia elementów badawczych rozpoczęto od czterech belek pierwszej serii badanych w teście czteropunktowego zginania, belki S2, S3, S5 i S4. Analizowane belki miały te same wymiary i stopień zbrojenia podłużnego $\rho = 1,8\%$, a różniły się jedynie rozstawem sił, a co za tym idzie wskaźnikiem ścinania a/d , który wyniósł odpowiednio 3,4; 2,7; 2,5 i 2,3.

W belkach jako pierwsze powstały rysy prostopadłe w środkowym odcinku belek. W miarę wzrostu obciążenia powstawały kolejne rysy prostopadłe i miała miejsce ich propagacja na wysokości przekroju. Powolny i ustabilizowany rozwój rys prostopadłych był obserwowany we wszystkich belkach aż do chwili pojawienia się rys ukośnych. Widoczne różnice w przebiegu zarysowania zaznaczyły się w badanych belkach od momentu zarysowania ukośnego. Na rysunku 4.8 pokazano obraz zarysowania belek S2, S3, S5 i S4 i rozwój rys w kolejnych etapach obciążania.

W belkach S2, S3, S5 o $a/d \geq 2,5$ powstała tylko jedna, główna rysa ukośna, która rozwinęła się z rysy prostopadłej w środku wysokości przekroju. Propagacja rysy ukośnej przebiegała następnie w kierunku przyłożenia obciążenia i w kierunku poziomym zbrojenia podłużnego, a w końcowym etapie również wzdłuż zbrojenia podłużnego ku podporze. Belki uległy zniszczeniu na skutek ścinania w wyniku gwałtownego pęknięcia rysy ukośnej. Szerokość rozwarcia rys zarówno prostopadłych, jak i rysy ukośnej, pomierzona w etapie tuż przed zniszczeniem belek, nie przekroczyła 0,15 mm. Siły niszczące w belkach S2 i S3 nieznacznie przekroczyły siły powodujące zarysowanie ukośne, a w przypadku belki S5 o $a/d = 2,5$ zniszczenie nastąpiło przy tym samym obciążeniu, przy którym pojawiła się rysa ukośna.

Inaczej wyglądał przebieg zarysowania i zniszczenia w belce S4 o najmniejszym wskaźniku ścinania $a/d = 2,3$. W elemencie tym powstały dwie rysy ukośne, niezależne od rys prostopadłych, usytuowane symetrycznie w strefach przypodporowych belki. Propagowały one od środka wysokości przekroju w kierunku do podpory i do miejsca przyłożenia obciążenia zewnętrznego. Po powstaniu zarysowania ukośnego nie pojawiały się kolejne rysy, a miał miejsce powolny przyrost szerokości rozwarcia istniejących rys ukośnych do wartości 0,70 mm. W tablicy 4.5. zestawiono maksymalne szerokości rozwarcia rys ukośnych pomierzone w kolejnych etapach obciążenia po pojawieniu się zarysowania ukośnego w belkach S2, S3, S5 i S4.



Rys. 4.8. Obraz zarysowania belek S2, S3, S5 i S4

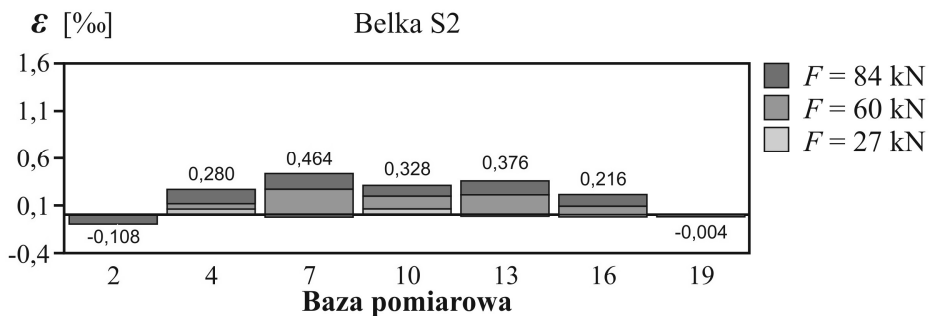
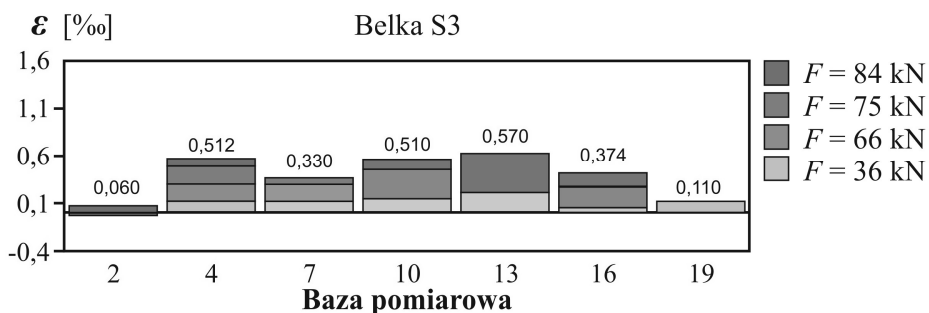
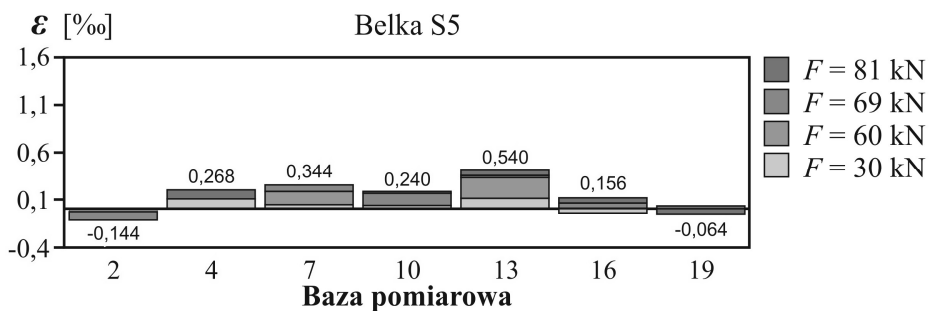
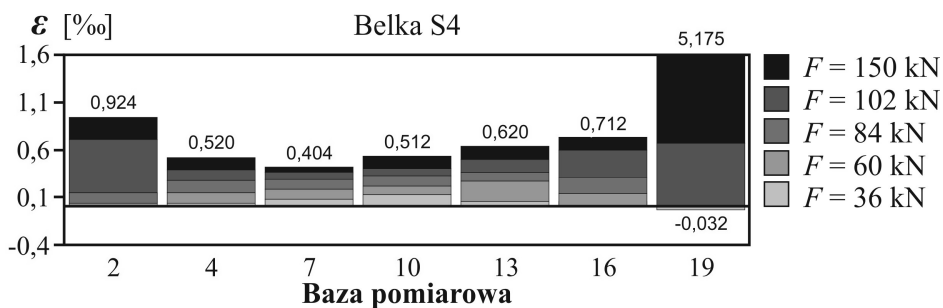
Przebieg niszczenia belki S4 był stabilny i nie miał tak gwałtownego charakteru jak w przypadku pozostałych belek. Obciążenie niszczące było dwukrotnie wyższe od obciążenia, przy którym powstały rysy ukośne. Zmianę charakteru pracy belki S4 w porównaniu do belek S2, S3, S5 można zauważyć również analizując odkształcalność elementu. Rozwój odkształceń pomierzonych w połowie wysokości przekroju na kolejnych bazach pomiarowych przedstawiono na rysunku 4.9. Odkształcenie wyznaczone na danej bazie odnosi się do pomierzonych wydłużeń betonu między rysami i szerokości rozwarcia rys znajdujących się w obrębie danej bazy. Rozkład odkształceń na długości elementu, jak również ich wielkość, pozwalają wnioskować o zmianie przebiegu trajektorii naprężeń głównych w elemencie w zależności od odległości przyłożenia siły od podpory.

Tablica 4.5. Maksymalne szerokości rys ukośnych w belkach S2, S3, S5 i S4

Belka	a/d	Kąt pochylenia rysy ukośnej	Siła zadana z prasy F [kN]								
			Liczba rys ukośnych [–] Maksymalna szerokość rysy ukośnej [mm]								
S4	2,3	29°	66 –	75 –	84 2 0,05	93 2 0,10	102 2 0,25	114 2 0,45	135 2 0,60	150 2 0,70	165*
S5	2,5	30°	66 –	75 –	81 1 0,10						
S3	2,7	39°	66 1 0,05	75 1 0,10	84*						
S2	3,4	40°	66 –	75 1 0,10	84 1 0,15						
* zniszczenie belki nastąpiło przed pomiarem szerokości rozwarcia rys											

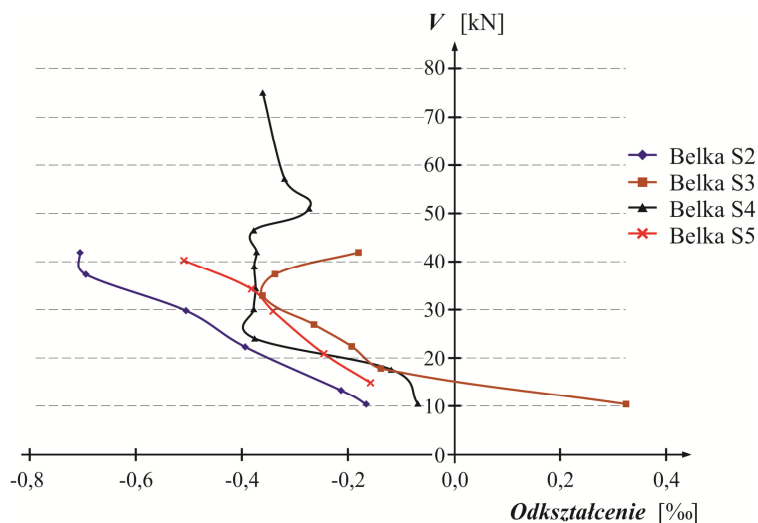
Podobny rozkład i wielkość odkształceń belki na poszczególnych bazach pomiarowych można zaobserwować w belkach S2 i S3. Pomierzone odkształcenia na bazach skrajnych nr 2 i 19 są stosunkowo niskie, przy czym w belce S2 występują o znaku minus wskazującym na występowanie ściskania, a w belce S3 o znaku plus – rozciągania. W belce S5 rozkład odkształceń przebiega podobnie jak w belkach S2 i S3, ale odkształcenia przyjmują mniejsze wartości. Po skonfrontowaniu pomiarów odkształceń z obrazem zarysowania można zauważyć, że w belce S5 rysy prostopadłe propagowały na mniejszą wysokość w głąb belki, co miało odzwierciedlenie w mniejszej odkształcalności belki w osi elementu. Jest to związane ze sposobem zniszczenia belki S5, który przybrał gwałtowny charakter bezpośrednio po powstaniu rysy ukośnej.

Rozkład odkształceń w belce S4, w której obciążenie było przyłożone najbliżej podpory (wskaźnik ścinania $a/d = 2,3$) przedstawia się zupełnie inaczej niż w pozostałych trzech belkach. Największe odkształcenia zarejestrowano na bazach skrajnych nr 2 i 19. Odmienny rozkład przyrostu odkształceń na długości belki S4 związany jest z innym przebiegiem zarysowania w belce. Przyczyny takiego stanu rzeczy należy upatrywać w zmianie mechanizmu pracy belki na rozporowo-ściągową i przekazywania części obciążenia bezpośrednio na podporę. Zmiana pracy elementu z belkowego na łukowy lub rozporowo-ściągowy powoduje zwiększenie nośności elementu i w elementach bez zbrojenia poprzecznego umożliwia dalszy stabilny rozwój rys ukośnych.

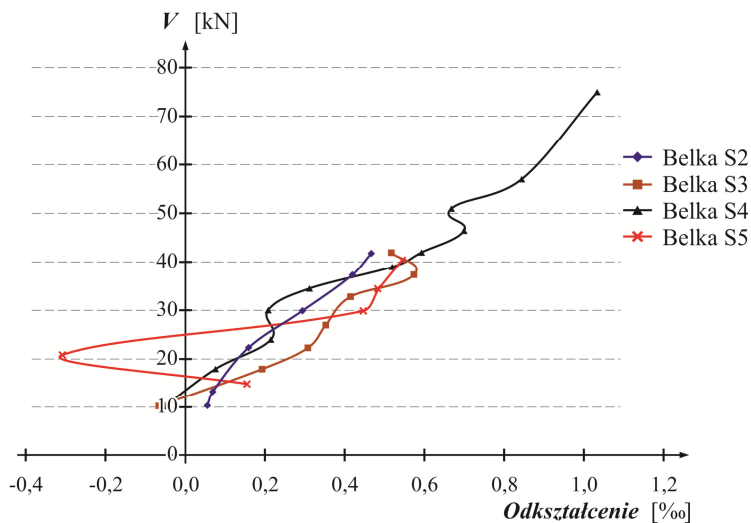


Rys. 4.9. Rozkład odkształceń na kierunku poziomym w środku wysokości przekroju

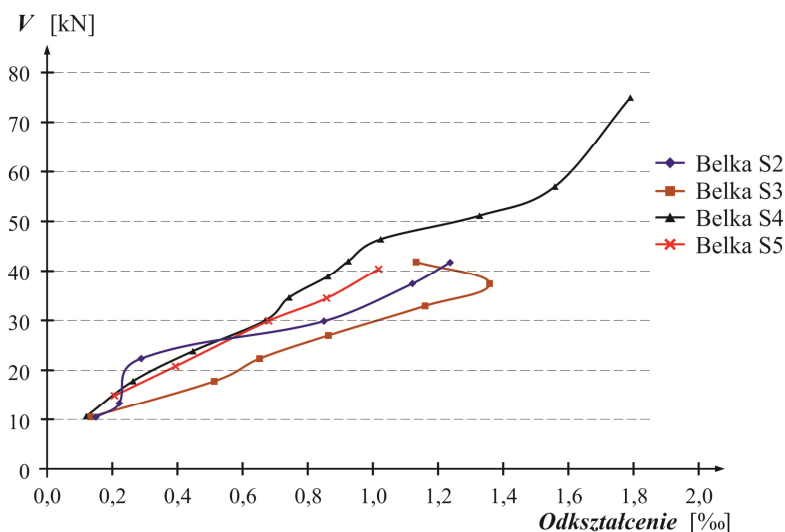
Dowodem na zmianę sposobu pracy belki S4 jest również analiza porównawcza maksymalnych odkształceń poziomych w badanych belkach w strefie ściskanej, w środku wysokości przekroju i na poziomie zbrojenia rozciąganego przedstawiona na rysunkach 4.10 ÷ 4.12. Maksymalne odkształcenia są znacząco większe w belce S4 w porównaniu do odkształceń pomierzonych w pozostałych elementach badawczych.



Rys. 4.10. Maksymalne odkształcenia na kierunku poziomym w strefie ściskanej

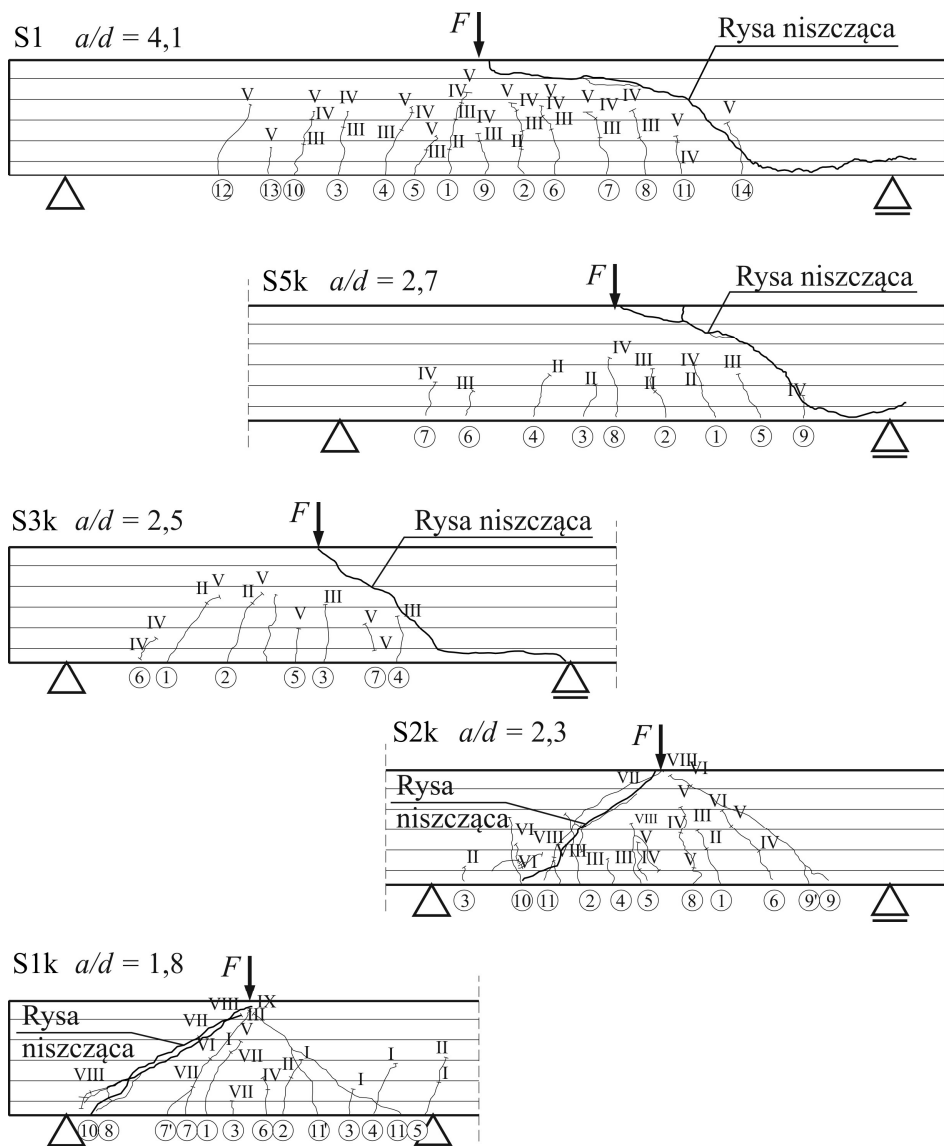


Rys. 4.11. Maksymalne odkształcenie na kierunku poziomym w osi belki



Rys. 4.12. Maksymalne odkształcenie na kierunku poziomym w strefie rozciąganej

W następnym kroku analizy badań własnych porównano sposób zarysowania i zniszczenia pozostałych belek z serii pierwszej, które charakteryzował również zmienny wskaźnik ścinania od 1,8 do 4,1. Były to elementy o symbolu S1, S1k, S2k, S3k S5k badane w teście trzypunktowego zginania. Belki miały różną rozpiętość podczas badań, co warunkowało wartości stosunku a/d . We wszystkich analizowanych belkach zniszczenie nastąpiło na skutek naprężeń ścinających. Rysą niszczącą była zawsze rysa ukośna. Żadna belka nie osiągnęła pełnej nośności na zginanie. Największą redukcję nośności na zginanie wykazała belka S3k o wskaźniku ścinania $a/d = 2,5$. Podczas badań stwierdzono różnice w charakterze zniszczenia elementów w zależności od długości elementu. Obraz zarysowania belek S1, S1k, S2k, S3k i S5k przedstawiono na rysunku 4.13.

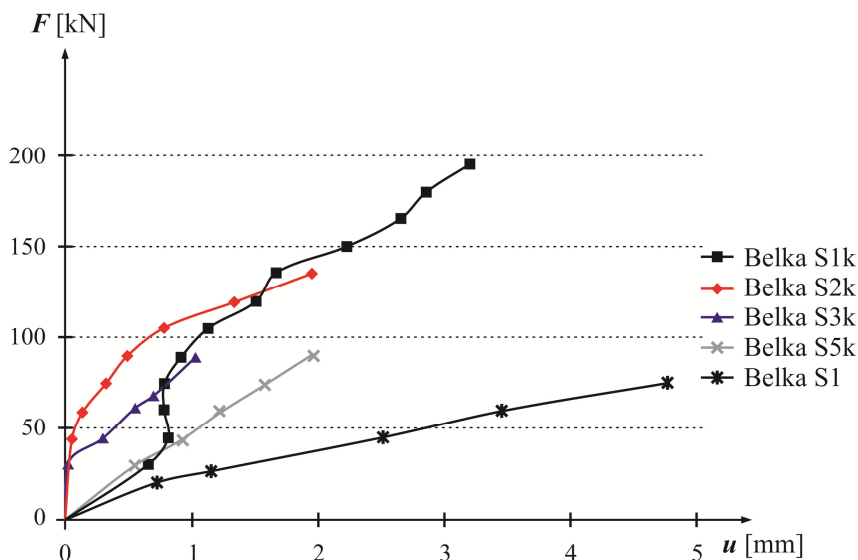


Rys. 4.13. Obraz zarysowania belek S1, S1k, S2k, S3k S5k

Sposób zniszczenia i zarysowania belek S1 ($l_{eff} = 1,8$ m; $a/d = 4,1$) i S5k ($l_{eff} = 1,2$ m; $a/d = 2,7$) był podobny. Powstała jedna rysa ukośna, która przy obciążeniu nieznacznie przekraczającym obciążenie, przy którym pojawiło się zarysowanie ukośne uległa gwałtownemu pęknięciu, co doprowadziło do zniszczenia elementu. Stosunek poprzecznej siły ukośnej do rysującej wyniósł

1,2. Stosunkowo kruchy charakter zniszczenia zaobserwowano również w belce S3k ($l_{eff} = 1,1$ m; $a/d = 2,5$), w przypadku której uzyskano największą redukcję względnej nośności na zginanie $M_{ult}/M_{fl} = 0,65$. W belce tej zniszczenie nastąpiło jednak w mniej gwałtowny sposób w porównaniu do tego obserwowanego w belkach S1 i S5, a stosunek siły niszczącej do rysującej wyniósł 1,4. Również obraz zarysowania miał inny przebieg w belce S3k w porównaniu do belek S1 i S5k, a sposób propagacji rys ukośnych był pośredni między tym obserwowanym w typowych belkach zginanych o dużej smukłości, a tym występującym w belkach krótkich. Do belek krótkich można zaliczyć belki S2k ($l_{eff} = 1,0$ m; $a/d = 2,3$) i S1k ($l_{eff} = 0,8$ m; $a/d = 1,8$). W belkach tych dwie główne rysy ukośne biegły prawie prostoliniowo od miejsca przyłożenia siły w kierunku do podpór. Nośność tych belek była znacznie wyższa niż w pozostałych belkach i siła niszcząca znacznie przewyższała siłę zarysowania ukośnego. Po zarysowaniu obserwowany był stabilny rozwój rys ukośnych, a maksymalna szerokość ich rozwarcia w etapie przed zniszczeniem osiągnęła 0,9 mm.

Różnice w pracy belek S1, S1k, S2k, S3k, S5k można prześledzić również na podstawie porównania ugięć pomierzonych w środku rozpiętości badanych belek, rysunek 4.14. Najszybszy przyrost ugięć został osiągnięty w belce S1 o rozpiętości $l_{eff} = 1,8$ m. W belce tej powstało 14 rys prostopadłych, które w etapie przed zniszczeniem propagowały głęboko na wysokości przekroju. Stosunkowo szybki przyrost ugięcia został odnotowany również w belce S5k o rozpiętości $l_{eff} = 1,2$ m, w której powstało 9 rys prostopadłych. Wielkość ugięć w belce S5k była jednak około dwukrotnie mniejsza niż w belce S1 przy tym samym poziomie obciążenia. Ma to bezpośrednie wytłumaczenie w większej sztywności przekrojów belki S5k w porównaniu do sztywności belki S1. W belce S5k powstała mniejsza liczba rys, a co najistotniejsze, rysy prostopadłe propagowały na mniejszą głębokość nieprzekraczając połowy wysokości przekroju. To spostrzeżenie potwierdza, że charakter pracy belki S3k o rozpiętości $l_{eff} = 1,1$ m był pośredni między tym obserwowanym w belkach S1 i S5k, a dwóch pozostałych belkach krótkich S2k i S1k o rozpiętości odpowiednio 1,0 m i 0,8 m. Powolny i nieduży przyrost ugięć w belce S3k był podobny do tego pomierzonego w belkach S2k i S1k, co by wskazywało, że belkę S3k można zakwalifikować do belek krótkich. Jednak charakter zniszczenia w belce S3k przebiegał w sposób gwałtowny na skutek powstanie jednej rysy ukośnej i jej szybkiej propagacji prowadzącej do zniszczenia, podobnie jak miało to miejsce w belkach dłuższych S1 i S5k. Natomiast w belkach krótkich S1k i S2k, w których powstały dwie rysy ukośne i był możliwy powolny stabilny rozwój tych rys, również pomierzone ugięcia charakteryzowały się powolnym przyrostem w kolejnych etapach obciążania.



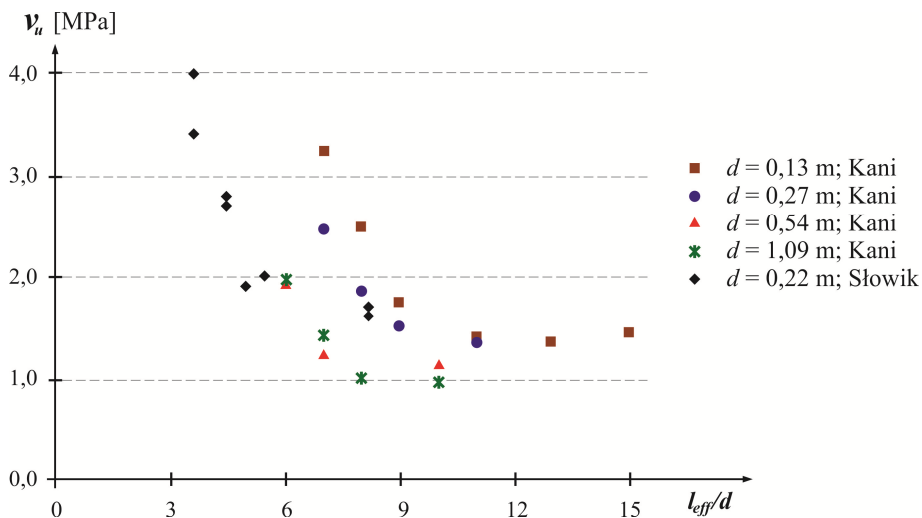
Rys. 4.14. Ugięcia belek S1, S1k, S2k, S3k, S5k [187]

Zachodzi pytanie, czy charakter zniszczenia badanych belek zależy tylko od ramienia przyłożonego obciążenia wyrażonego za pomocą wskaźnika ścinania a/d , czy istotna jest też smukłość elementu zależna od jego rozpiętości i wyrażona stosunkiem l_{eff}/d . Aby ocenić wpływ tych dwóch parametrów porównano belki badane przy tym samym wskaźniku ścinania, ale różniące się rozpiętością. Belkę S4 o $l_{eff} = 1,8$ m porównano z belką S2k o $l_{eff} = 1,0$ m, belkę S5 o $l_{eff} = 1,8$ m porównano z belką S3k o $l_{eff} = 1,1$ m oraz belkę S3 o $l_{eff} = 1,8$ m z belką S5k o $l_{eff} = 1,2$ m. Stwierdzono, że w przypadku badania elementów o różnej długości przy tym samym wskaźniku ścinania, belki krótsze wykazywały nie tylko wyższą nośność, ale również charakter ich zniszczenia był mniej gwałtowny niż w belkach dłuższych. Miernikiem charakteru zniszczenia elementu ze względu na siły poprzeczne może być stosunek poprzecznej siły niszczącej do siły powstania rys ukośnych V_{ult}/V_{cr} . W belkach, w których stosunek V_{ult}/V_{cr} jest równy lub bliski 1, obserwowane jest nagłe, kruche zniszczenie. Wraz ze wzrostem stosunku V_{ult}/V_{cr} proces zniszczenia przybiera bardziej łagodny charakter i rozwój rys ukośnych przebiega w stabilny sposób. W porównywanych elementach badawczych stosunek V_{ult}/V_{cr} jest wyższy w belkach krótszych, co potwierdza mniej gwałtowny charakter zniszczenia tych elementów w porównaniu do belek dłuższych. W tablicy 4.6 zestawiono rezultaty badań dla porównywanych belek.

Tablica 4.6. Porównanie stosunku V_{ult}/V_{cr} w belkach o różnej rozpiętości

a/d	Belka	l_{eff} [m]	l_{eff}/d [-]	V_{ult}/V_{cr} [-]
2,3	Belka krótsza S2k	1,0	4,5	2,2
	Belka dłuższa S4	1,8	8,2	2,0
2,5	Belka krótsza S3k	1,1	5,0	1,4
	Belka dłuższa S5	1,8	8,2	1,0
2,7	Belka krótsza S5k	1,2	5,5	1,2
	Belka dłuższa S3	1,8	8,2	1,1

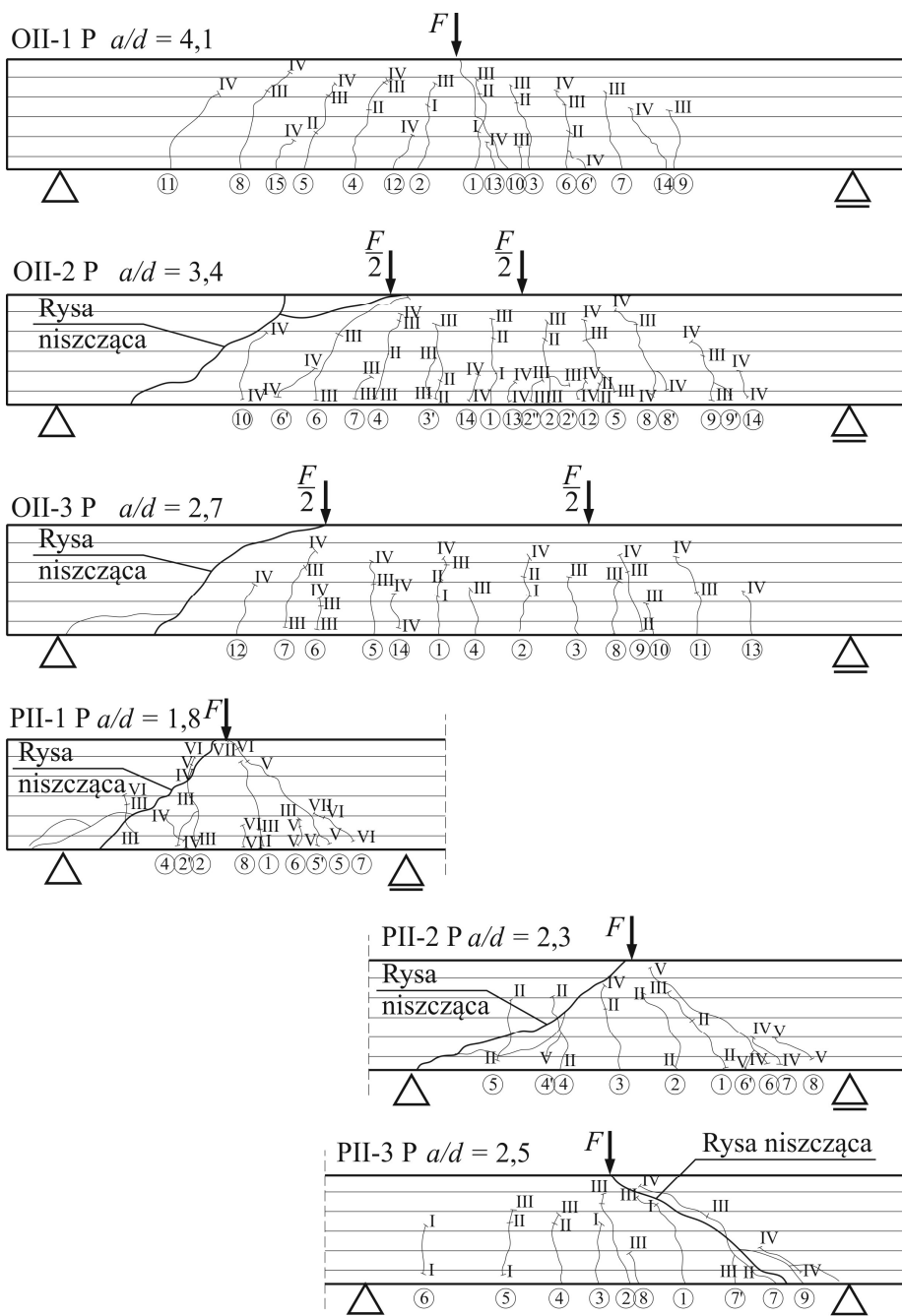
Na rysunku 4.15 przedstawiono zależność granicznych naprężeń ścinających od smukłości elementu sporządzoną na podstawie wyników badań belek o różnej wysokości przekroju. Posłużono się wynikami badań własnych i uzyskanymi przez Kanięgo [104]. Można zauważyć, że wraz ze wzrostem smukłości elementu jego nośność na ścinanie maleje. Wyniki badań własnych są zgodne z wynikami badań Kanięgo, a nieznaczne różnice w nośności wynikają z zastosowania w porównywanym badaniach betonu o innej wytrzymałości.



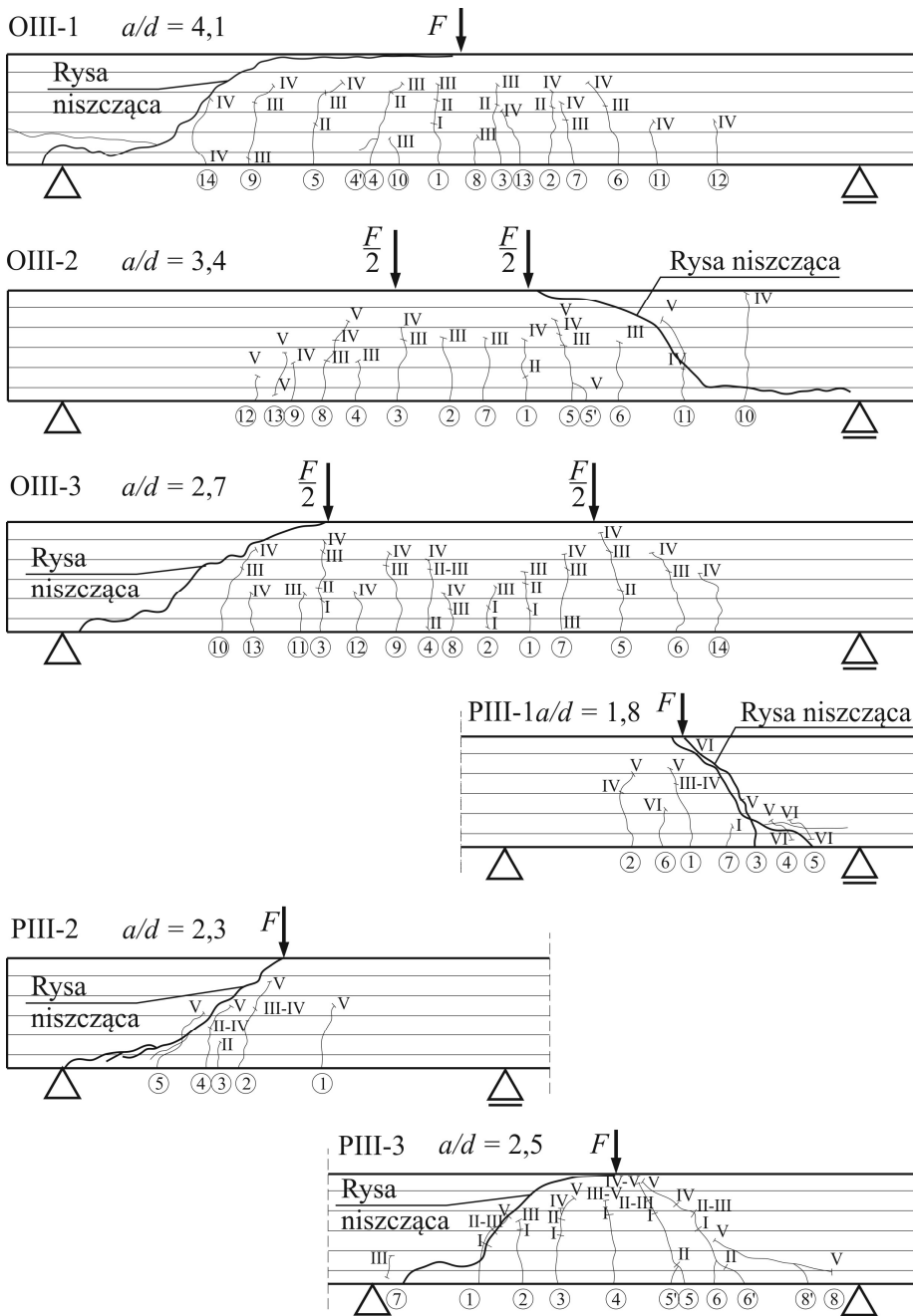
Rys. 4.15. Zależność granicznych naprężeń ścinających od stosunku l_{eff}/d [189]

Wszystkie badane belki z pierwszej serii były zbrojone podłużnie w ten sam sposób. Elementy badawcze drugiej serii różniły się od belek z pierwszej serii sposobem zbrojenia. Podobnie jak w badaniach pierwszej serii, belki o symbolu „O” i „P” były wykonane z tego samego betonu i miały te same wymiary przekroju. Różniły się między sobą rozpiętością, wskaźnikiem ścinania, stopniem zbrojenia podłużnego i gatunkiem stali zbrojeniowej.

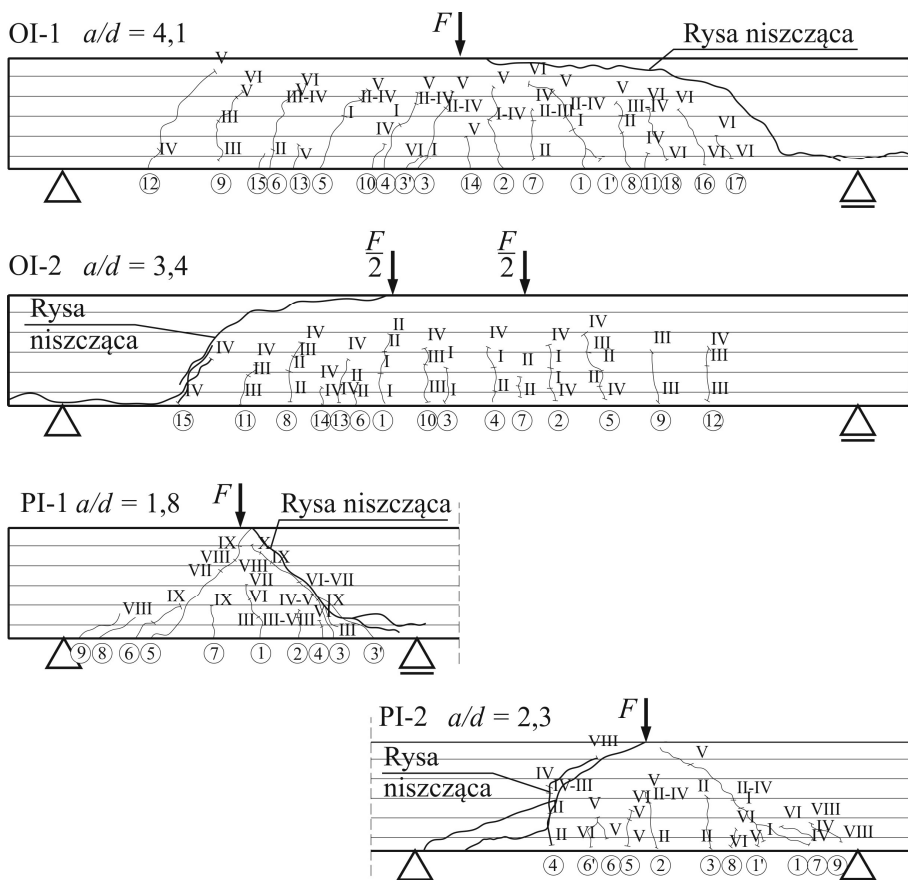
W prawie wszystkich belkach o symbolu „O” i „P” zniszczenie nastąpiło na skutek powstania rys ukośnych. Jedynym wyjątkiem była belka OII-1 o rozpiętości $l_{eff} = 1,8$ m, charakteryzująca się stopniem zbrojenia $\rho = 0,9\%$. W belce tej zaobserwowano zniszczenie na zginanie i nie doszło do zarysowania ukośnego. We wszystkich pozostałych belkach o rozpiętości $l_{eff} = 1,8$ m powstała tylko jedna rysa ukośna, która rozwinęła się z rysy prostopadłej, a jej propagacja rozpoczęła się w środku wysokości przekroju. Belki te uległy zniszczeniu na skutek ścinania w wyniku gwałtownego pęknięcia rysy ukośnej. Po wykonaniu badań na belkach o symbolu „O” przy rozpiętości $l_{eff} = 1,8$ m, wykorzystano niezniszczone fragmenty belek do powtórnego badania w teście trzypunktowego zginania. W ten sposób uzyskano wyniki badań belek o symbolu „P”, badanych przy małej rozpiętości, które charakteryzowały się wyższą nośnością na ścinanie w porównaniu do belek „O” o rozpiętości $l_{eff} = 1,8$ m. W belkach krótkich o symbolu „P” badanych przy wskaźniku ścinania 1,8; 2,3 i 2,5, podobnie jak w belkach krótkich serii pierwszej, powstały dwie główne rysy ukośne w obu strefach przypodporowych. Na rysunkach 4.16 ÷ 4.18 przedstawiono rozkład rys w belkach drugiej serii.



Rys 4.16. Obraz zarysowania belek OII i PII o stopniu zbrojenia $\rho = 0,9\%$



Rys 4.17. Obraz zarysowania belek OIII i PIII o stopniu zbrojenia $\rho = 1,3\%$

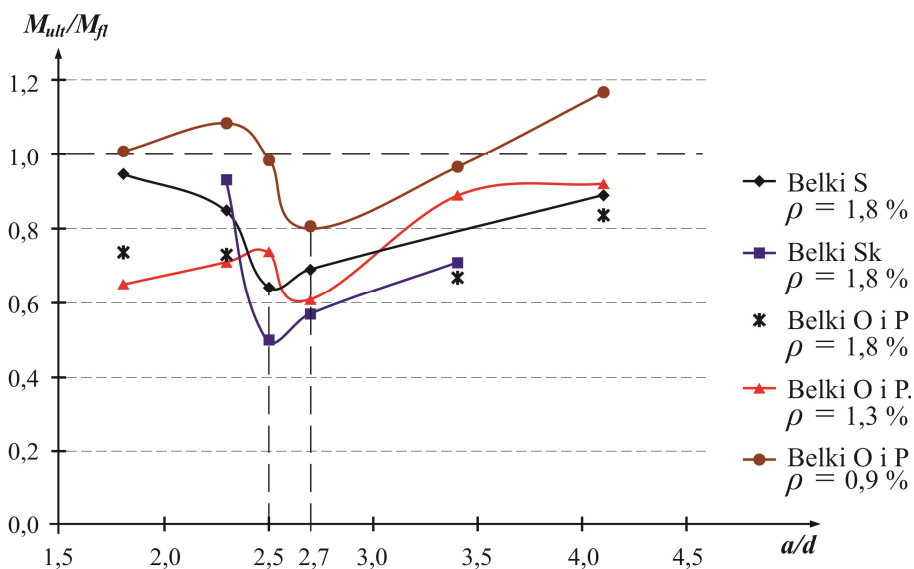


Rys 4.18. Obraz zarysowania belek OII i PII o stopniu zbrojenia $\rho = 1,8\%$

We wszystkich belkach o stopniu zbrojenia $\rho = 0,9\%$, zaobserwowane zniszczenie miało bardziej kruchy charakter w porównaniu do belek o wyższym stopniu zbrojenia. W przypadku belki OII-1, badanej w teście trzypunktowego zginania przy wskaźniku ścinania $a/d = 4,1$, ze względu na odmienny sposób zniszczenia spowodowany zginaniem, odnotowano najwyższą wartość stosunku momentu zginającego, przy którym doszło do zniszczenia elementu do nośności belki na zginanie wyznaczonej ze względu na zastosowane zbrojenie podłużne, która wyniosła $M_{ulr}/M_{fl} = 1,17$. W pozostałych elementach o stopniu zbrojenia podłużnego $\rho = 0,9\%$, nastąpiło zniszczenie na ścinanie, ale względna nośność na zginanie oscylowała wokół wartości wynoszącej 1. Jedynie w belce OII-3 o wskaźniku ścinania $a/d = 2,7$ zauważalne było obniżenie momentu zginającego, przy którym doszło do zniszczenia w porównaniu do nośności belki na zginanie wyznaczonej ze względu na zastosowane zbrojenie podłużne.

W sytuacji gdy zniszczenie nastąpiło na skutek ścinania, ale zginający moment niszczący był równy lub bliski wartości momentu M_{fl} , można wnioskować, że naprężenie w zbrojeniu podłużnym było równe lub bliskie granicy plastyczności stali. Przeprowadzone badania belek o symbolu OII wskazują, że w przypadku elementów bez zbrojenia poprzecznego przy niskim stopniu zbrojenia podłużnego może nastąpić zniszczenie na zginanie nie tylko w elementach badanych przy dużym wskaźniku ścinania. Podobne obserwacje z badań zanotował Kani [102], który w belkach o stopniu zbrojenia $\rho = 0,5\%$ stwierdził zniszczenie na zginanie przy różnym wskaźniku ścinania.

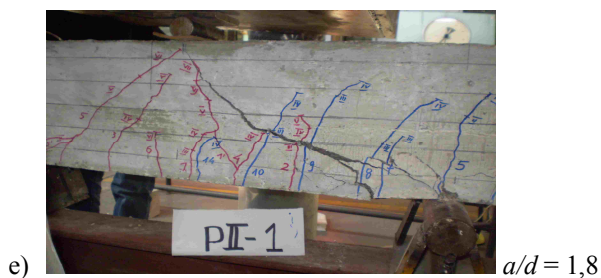
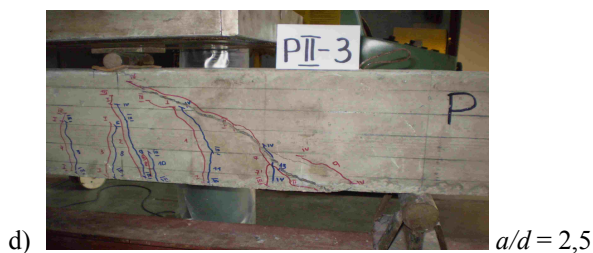
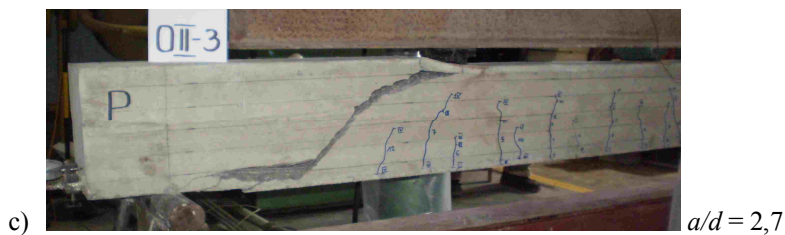
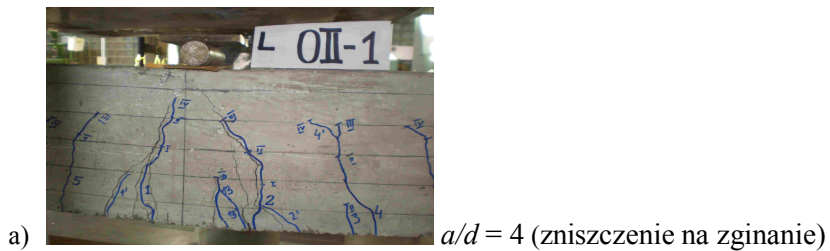
W elementach serii drugiej o stopniu zbrojenia $\rho = 1,3\%$ również największą różnicę między M_{ult} a M_{fl} stwierdzono w przypadku belki badanej przy wskaźniku ścinania $a/d = 2,7$. Wartość wskaźnika ścinania równą 2,7, przy której nastąpiła zmiana mechanizmu pracy elementu z belkowego na rozporowociągowy można uznać za krytyczną. W przypadku badanych elementów z drugiej serii o $\rho = 1,8\%$ nie można jednoznacznie określić, jaki był krytyczny wskaźnik ścinania, gdyż elementy te nie były badane przy $a/d = 2,5$ i 2,7. Na rysunku 4.19 zestawiono wykresy zależności M_{ult}/M_{fl} od wskaźnika ścinania dla wszystkich elementów badawczych obu serii.



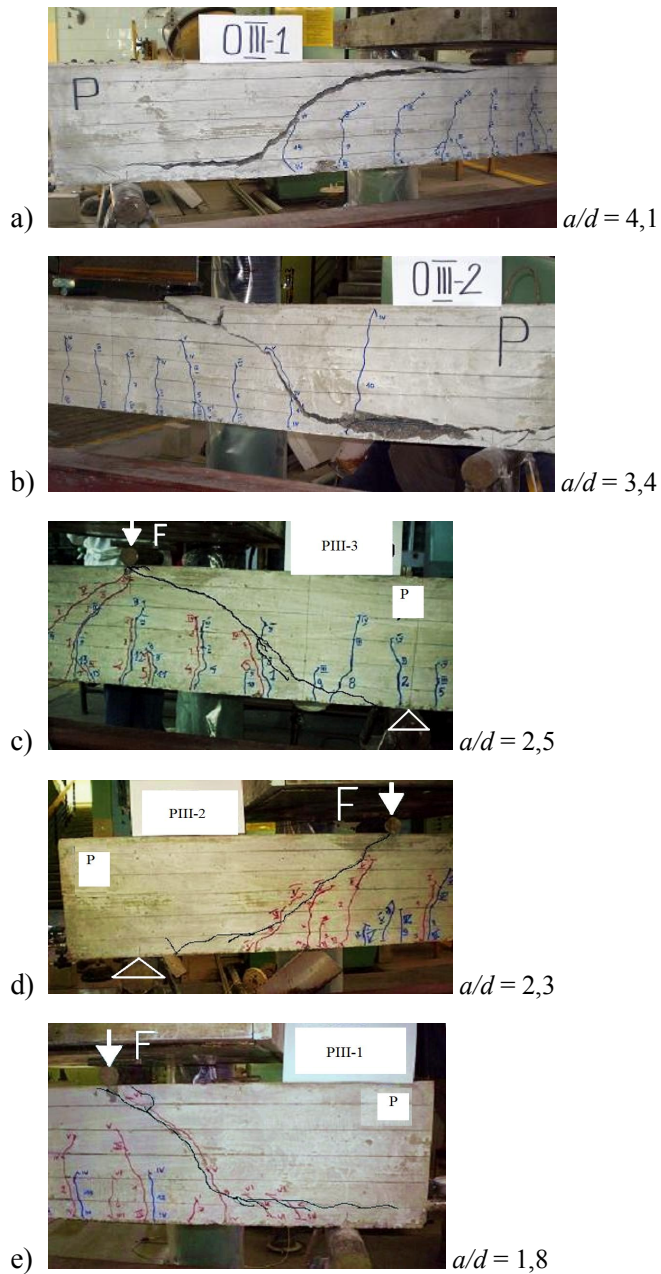
Rys. 4.19. Wykresy zależności M_{ult}/M_{fl} od wskaźnika ścinania w belkach o różnym stopniu zbrojenia podłużnego

Analizując przedstawione na rysunku 4.19 wykresy względnej nośności na zginanie badanych belek, wyrażonej stosunkiem M_{ult}/M_{fl} , można w sposób kompleksowy wnioskować o wpływie takich parametrów jak wskaźnik ścinania, smukłość belki i stopień zbrojenia podłużnego na sposób zniszczenia elementu. Największą redukcję nośności na zginanie w belkach bez zbrojenia poprzecznego ze względu na siły poprzeczne uzyskano przy krytycznej wartości wskaźnika ścinania, która w badanych belkach zależała od stopnia zbrojenia podłużnego i wyniosła $a/d = 2,5$ w belkach o $\rho = 1,8\%$ i $a/d = 2,7$ w belkach o $\rho = 1,3\%$ i $\rho = 0,9\%$. Krytyczny wskaźnik ścinania był jednocześnie parametrem rozdzielającym belki, w których zaobserwowano pracę belkową, typową dla elementów zginanych o większej smukłości od pracy łukowej lub rozporowo-ściągowej, charakterystycznej dla belek krótkich. Dodatkowo można zauważyć, że w przypadku braku zbrojenia poprzecznego, pełną nośność na zginanie można uzyskać jedynie w belkach smukłych o niskim stopniu zbrojenia podłużnego. W przeprowadzonych badaniach tylko w belce OII-1 o najniższym stopniu zbrojenia podłużnego $\rho = 0,9\%$, badanej przy wskaźniku ścinania $a/d = 4,1$, uzyskano pełną nośność na zginanie. Jak już wspomniano, w belce tej nie powstały rysy ukośne i zniszczenie nastąpiło na skutek propagacji rys prostopadłych w środku rozpiętości belki. W pozostałych belkach smukłych odnotowano redukcję nośności na zginanie ze względu na zniszczenie w strefie przypodporowej w wyniku wcześniejszego rozwoju niszczących rys ukośnych.

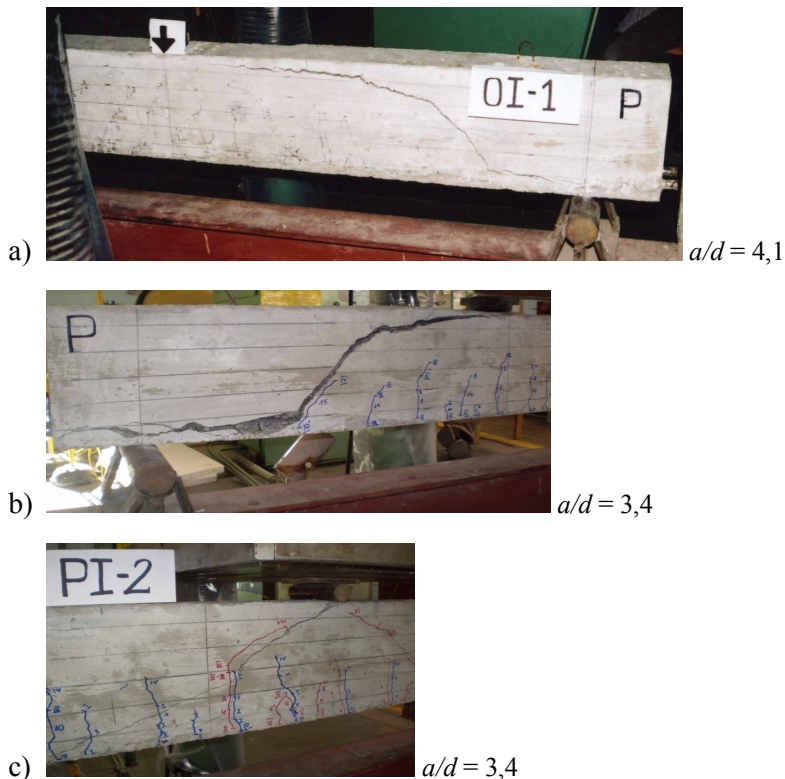
Sposób zniszczenia badanych belek można prześledzić na podstawie dokumentacji fotograficznej z badań, przedstawionej na rysunkach 4.20 ÷ 4.22. Widoczny na zdjęciach opis „P” namalowany na belkach oznacza stronę przednią belki podczas badań.



Rys. 4.20. Zarysowanie i zniszczenie belek o stopniu zbrojenia $\rho = 0,9\%$:
OII-1 a), OII-2 b), OII-3 c), PII-3 d), PII-1 e)



Rys. 4.21. Zarysowanie i zniszczenie belek o stopniu zbrojenia $\rho = 1,3\%$:
OIII-1 a), OIII-2 b), PIII-3 c), PIII-2 d), PIII-1 e)



Rys. 4.22. Zniszczenie belek o stopniu zbrojenia $\rho = 1,8\%$: OI-1 a), OI-2 b), PI-2 c)

Aby szerzej przeanalizować wpływ poszczególnych parametrów na zmianę mechanizmu pracy analizowanych belek, przeprowadzono symulacje numeryczne.

4.3. Symulacje numeryczne

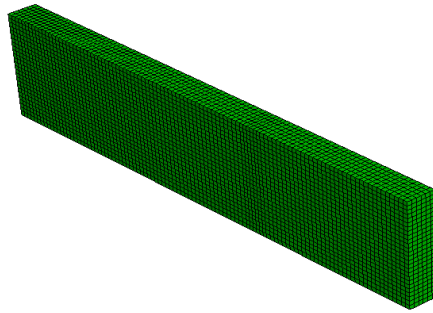
Obliczenia numeryczne wykonano za pomocą metody elementów skończonych. W symulacjach komputerowych zamodelowano belki odpowiadające badanym belkom. Przyjęto takie same wymiary zamodelowanych belek jak podczas eksperymentu oraz takie samo zbrojenie podłużne jak w badanych belkach. Przy modelowaniu betonu i stali przyjęto cechy wytrzymałościowe zgodne z pomierzonymi podczas badań eksperymentalnych na próbkach. Wykonano trzy etapy symulacji, w których parametrami zmiennymi były: wskaźnik ścinania (etap pierwszy), smukłość belki (etap drugi), zbrojenie podłużne (etap trzeci). Opis symulacji numerycznych, uzyskane wyniki i wnioski z przeprowadzonych analiz

numerycznych były teamtem publikacji M. Słowik i T. Nowickiego [190] oraz M. Słowik i P. Smarzewskiego [191], [196], [197].

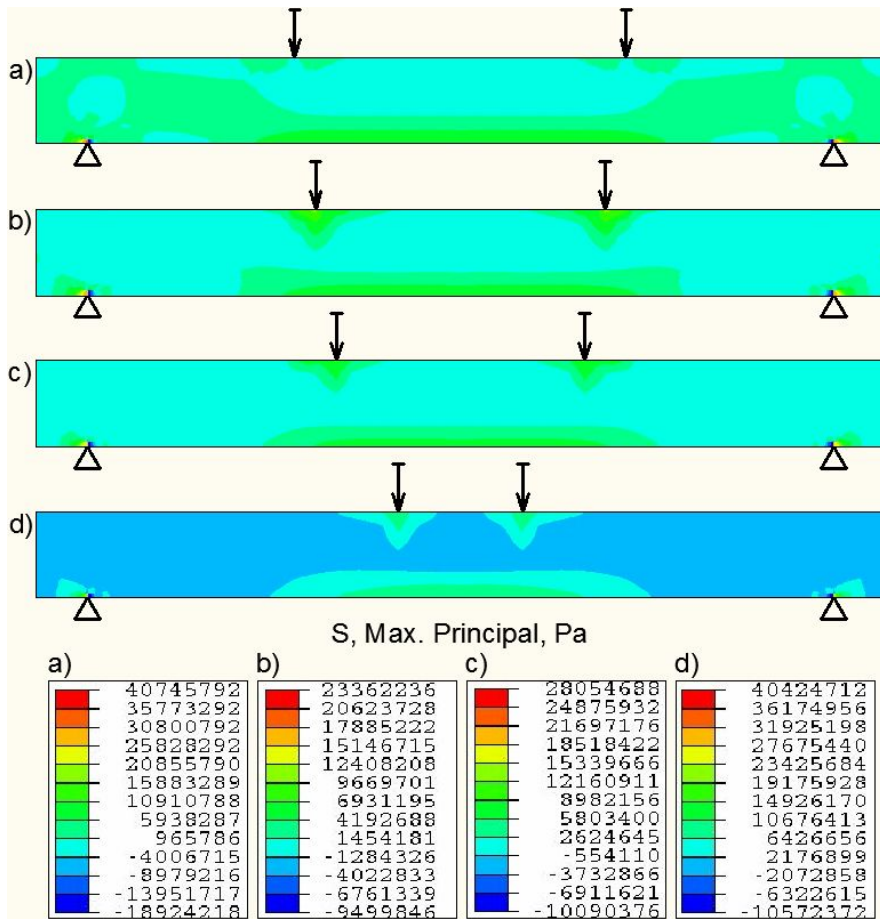
Celem pierwszego etapu symulacji komputerowej była ocena zmiany sposobu pracy belki o rozpiętości $l_{eff} = 1,8$ m w zależności od ramienia siły. Zamodelowano cztery elementy odpowiadające belkom badawczym S2; S3; S4 i S5. Obliczenia wykonano za pomocą programu ABAQUS 6.6. Ze względu na symetrię zamodelowano jedną czwartą część belki, zakładając odpowiednie warunki brzegowe przy budowie siatki elementów skończonych. Przy wykonywaniu symulacji zastosowano model liniowo sprężysty. W obliczeniach beton zamodelowano za pomocą trzywymiarowych elementów ośmiowęzłowych (linear 3D brick elements with reduced integration and hourglass control, C3D8R, liczba elementów 26224). Pręty stalowe zamodelowano za pomocą trzywymiarowych elementów dwuwęzłowych (2 node linear 3D truss elements, T3D2, liczba elementów 51). Elementy te zostały przyjęte z biblioteki elementów programu ABAQUS 6.6. Połączenie między elementami zrealizowano na zasadzie takich samych przemieszczeń w węzłach łączonych elementów. Siatkę elementów skończonych przedstawiono na rysunku 4.23.

W rezultacie obliczeń numerycznych uzyskano przemieszczenia węzłów i składowe naprężenia wzdłuż osi globalnego układu współrzędnych. Na podstawie wykonanych obliczeń wygenerowano przebieg trajektorii naprężeń głównych. Na rysunku 4.24 porównano obrazy trajektorii naprężeń głównych w przypadku wszystkich analizowanych belek w tym samym etapie obciążenia ($F = 75$ kN), któremu odpowiada siła poprzeczna w strefie przypodporowej $V = 37,5$ kN. Ten etap obciążenia został wybrany do analizy porównawczej, gdyż odpowiada średniej wartości siły poprzecznej, przy której pojawiło się zarysowanie ukośne w badanych belkach $V_{cr} = 38$ kN.

Porównując obrazy rozkładu naprężeń głównych zestawionych na rysunku 4.24 można zauważyć, że rozkład trajektorii naprężeń głównych ma inny przebieg w belce S4 w porównaniu do pozostałych belek S5, S3, S2. Ta różnica wskazuje na zmianę charakteru pracy elementu w zależności od ramienia działania siły skupionej. Strumień naprężeń głównych w belce S4 o najmniejszym ramieniu siły $a = 2,3 d$ jest skoncentrowany w strefie przypodporowej, co umożliwia przekazywanie przyłożonej siły bezpośrednio na podporę. Taki rozkład naprężeń jest charakterystyczny dla pracy łukowej elementu. W pozostałych belkach, w których ramię siły $a \geq 2,5 d$, największa koncentracja naprężeń ma miejsce w środkowym odcinku belki w strefie rozciąganej oraz w strefie ściskanej pod przyłożonym obciążeniem. Przebieg trajektorii naprężeń głównych w belkach S5, S3, S2 wskazuje na belkowy charakter pracy tych elementów, charakterystyczny dla typowych elementów zginanych, badanych przy wskaźniku ścinania $a/d \geq 2,5$.



Rys. 4.23. Siatka elementów skończonych

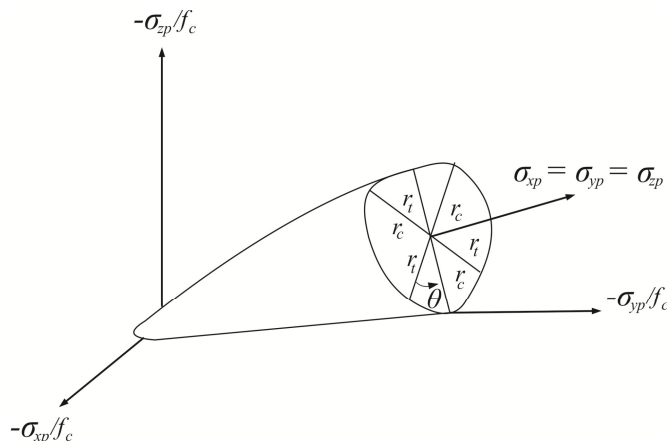


Rys. 4.24. Maksymalne naprężenie główne w belkach: S4 a), S5 b), S3 c), S2 d) [190]

Wyniki przedstawionej symulacji numerycznej potwierdzają zaobserwowaną podczas badań eksperymentalnych zmianę mechanizmu pracy belki przy krytycznej wartości wskaźnika ścinania. W analizowanych elementach przejście z pracy belkowej na łukową odbyło się przy wskaźniku ścinania wynoszącym 2,5. Należy zaznaczyć, że wszystkie belki miały taką samą rozpiętość i ze względu na stosunek rozpiętości do wysokości użytecznej wynoszący $l_{eff}/d = 8,3$ można je traktować jako elementy zginane o typowej smukłości.

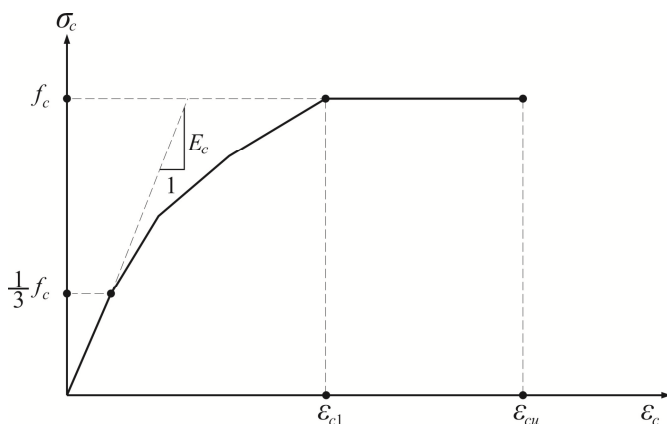
Aby prześledzić różnice w przebiegu procesu powstawania rys w belkach o różnej długości badanych przy tym samym wskaźniku ścinania przeprowadzono kolejną symulację numeryczną przy zastosowaniu metody elementów skończonych. Zamodelowano dwie belki odpowiadające badanym elementom S5 i S3k. Symulację przeprowadzono za pomocą programu ANSYS. W symulacji tej zastosowano bardziej zaawansowane metody numeryczne, by możliwe było uchwycenie zmian w sposobie zarysowania belek. Wygenerowanie obrazu rys w belkach wymagało zastosowania procedury obliczeniowej, w której konieczne było uwzględnienie nieliniowości fizycznych materiałów konstrukcyjnych, współpracy na powierzchniach styku betonu i stali oraz lokalnych koncentracji dużych odkształceń wpływających na zarysowanie i zmiażdżenie betonu. W rozwiązaniu uwzględniono przestrzenny stan naprężenie – odkształcenie i zastosowano optymalną metodę rozwiązania układu równań. Poniżej przedstawiono podstawowe założenia przyjęte w symulacji komputerowej, a szerzej procedurę obliczeń opisano w pracy M. Słowik i P. Smarzewskiego [196].

W obliczeniach numerycznych zastosowano kryterium zniszczenia betonu w złożonym stanie naprężenia Willama, Warnkego [232], które zilustrowano na rysunku 4.25.

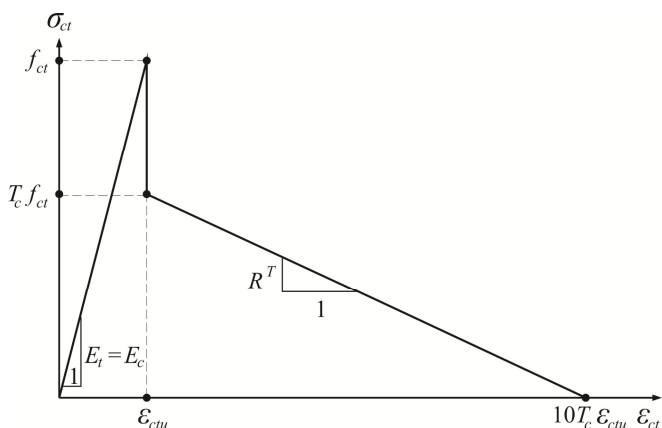


Rys. 4.25. Powierzchnia zniszczenia według Willama, Warnkego [232]

W analizie uwzględniono nieliniową charakterystykę betonu ściskanego opisaną zależnością $\sigma_c - \varepsilon_c$ pokazaną na rysunku 4.26, na którym ε_{cl} jest odkształceniem odpowiadającym wytrzymałości na ściskanie f_c . Wartość odkształcenia określającą koniec zakresu początkowej sprężystości betonu niezarysowanego obliczono dla naprężenia $0,33f_c$, natomiast w zakresie odkształceń od ε_{cl} do ε_{cu} założono idealnie plastyczne zachowanie betonu. W opisie betonu rozciąganego uwzględniono osłabienie betonu w zakresie pokrytycznym, co pokazano na rysunku 4.27, na którym R^T jest modulem osłabienia, a T_c jest mnożnikiem sztywności strefy rozciąganej w fazie zarysowania przy uwzględnieniu naprężeń relaksacyjnych po zarysowaniu ($T_c = 0,6$).

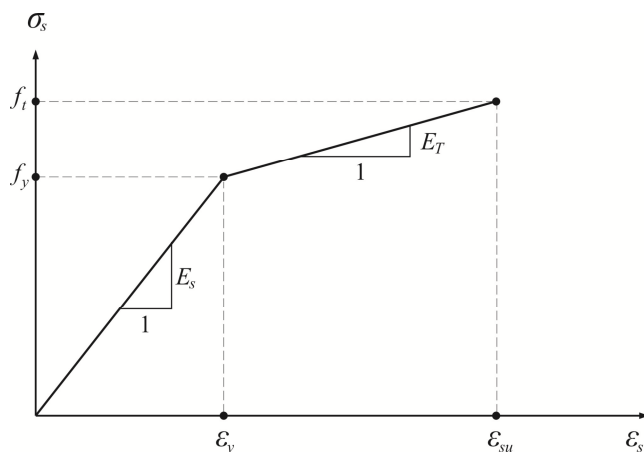


Rys. 4.26. Zależność $\sigma_c - \varepsilon_c$ opisująca beton ściskany



Rys. 4.27. Zależność $\sigma_{ct} - \varepsilon_{ct}$ opisująca beton rozciągany

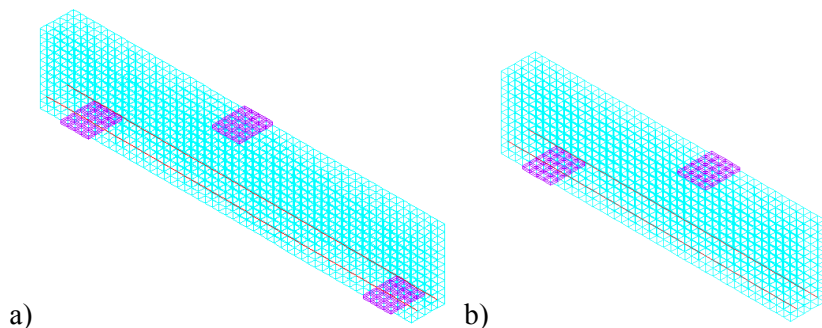
Przy definiowaniu zbrojenia przyjęto stal jako materiał izotropowy ze wzmocnieniem, opisany zależnością $\sigma_s - \varepsilon_s$ pokazaną na rysunku 4.28.



Rys. 4.28. Zależność $\sigma_s - \varepsilon_s$ opisująca stal zbrojeniową

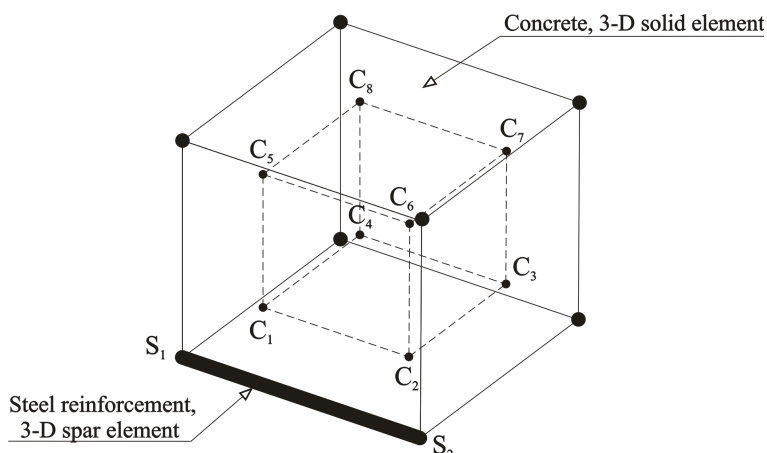
Rozwiązanie układu równań metody elementów skończonych uzyskano za pomocą metody Newtona-Raphsona, która jest szczegółowo opisana w literaturze, np. Bathe [11], Zienkiewicz i Taylor [243].

W modelowaniu belek S3k i S5 zastosowano wymiary elementów i właściwości materiałów odpowiadające belkom badawczym, przy czym zamodelowano całą belkę S3k i połowę belki S5. Siatkę elementów skończonych dla obu belek pokazano na rysunku 4.29. W celu wyeliminowania dużych przemieszczeń węzłów w miejscach podparcia i przyłożenia obciążenia, które mogłyby zaburzyć wyniki obliczeń, zastosowano podkładki stalowe. Przy modelowaniu podkładek założono model materiałowy liniowo-sprężysty.



Rys. 4.29. Siatka elementów skończonych: belka S3k a), belka S5 b)

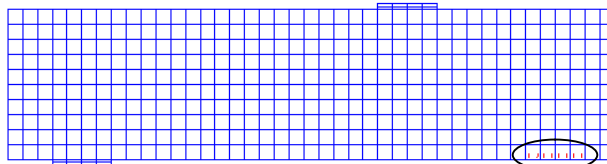
Beton zamodelowano za pomocą trzywymiarowych elementów bryłowych (3D solid element). Zastosowano model zbrojenia dyskretnego w elemencie betonowym, w którym pręty stalowe modelowano przy wykorzystaniu przestrzennego skończonego elementu prętowego (3D spar element). Siatkę elementów skończonych zbrojenia powiązano z siatką elementów skończonych matrycy betonowej poprzez modelowanie zgodności przemieszczeń węzłów wspólnych obydwu siatek, co pokazano na rysunku 4.30. Składowe naprężenia i odkształcenia były wyliczane w punktach od C_1 do C_8 , tak zwane „integration points”.



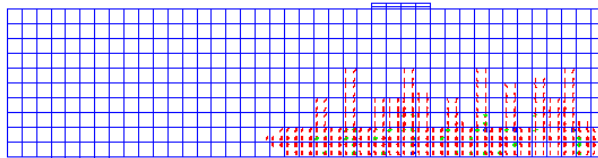
Rys. 4.30. Element siatki [201]

W obliczeniach metodą elementów skończonych zarysowanie w betonie pojawia się, gdy naprężenie rozciągające w jakimkolwiek kierunku przekroczy powierzchnię zniszczenia i moduł sprężystości spada wtedy do zera. Miażdżenie betonu pojawia się, gdy naprężenie ściskające w jakimkolwiek kierunku przekroczy powierzchnię zniszczenia i element wtedy znika. Ślad zarysowania pojawia się w punkcie łączącym (integration point), gdy główne naprężenia rozciągające osiągną wytrzymałość betonu na rozciąganie. Pierwsza rysa jest przedstawiona kolorem czerwonym, druga zielonym a trzecia niebieskim. Miażdżenie materiału jest reprezentowane w formie ośmiościanu. Ślad przedstawiony w środku każdego elementu przedstawia stan destrukcji materiału.

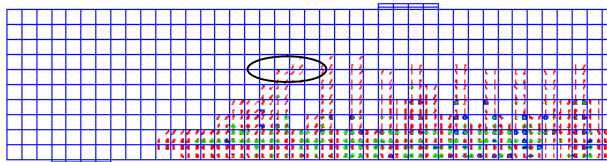
W wyniku obliczeń numerycznych wygenerowano trajektorie odkształceń głównych i obrazy rys rozmytych w kolejnych etapach obciążenia. Obrazy rys uzyskane w wyniku symulacji w belce S5 pokazano na rysunku 4.31, a w belce S3k na rysunku 4.32.



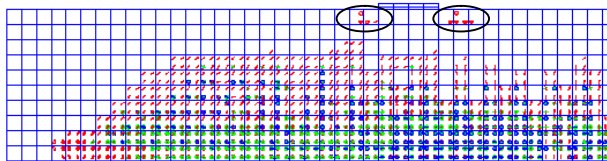
Pojawienie się rys prostopadłych $V = 8,85$ kN



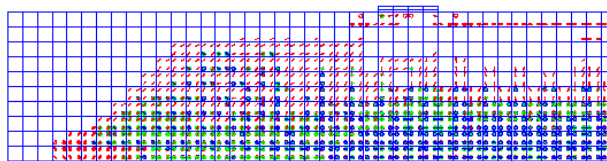
Rozwój rys prostopadłych $V = 12,5$ kN



Pojawienie się rys ukośnych $V = 20,25$ kN

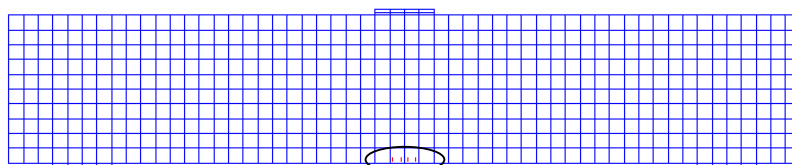


Rozwój rys ukośnych i zapoczątkowanie miażdżenia betonu $V = 34,5$ kN

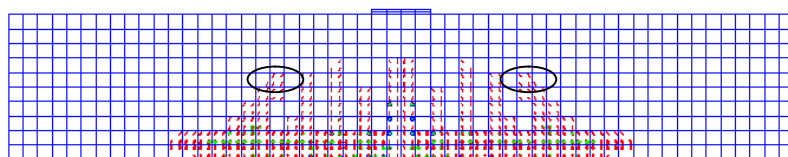


Zniszczenie $V = 40,5$ kN

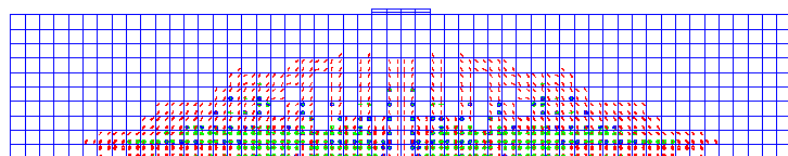
Rys. 4.31. Obrazy rys rozmytych uzyskane dla połowy belki S5



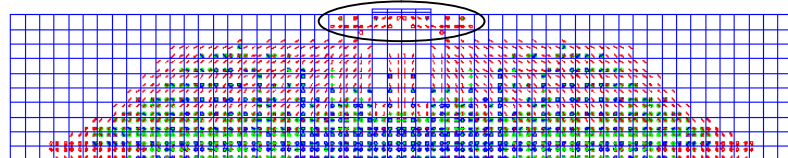
Pojawienie się rys prostopadłych $V = 10,0 \text{ kN}$



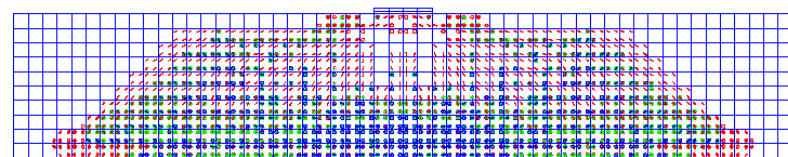
Pojawienie się rys ukośnych $V = 18,75 \text{ kN}$



Rozwój rys ukośnych $V = 25,5 \text{ kN}$



Zapoczątkowanie miażdżenia betonu $V = 45,0 \text{ kN}$

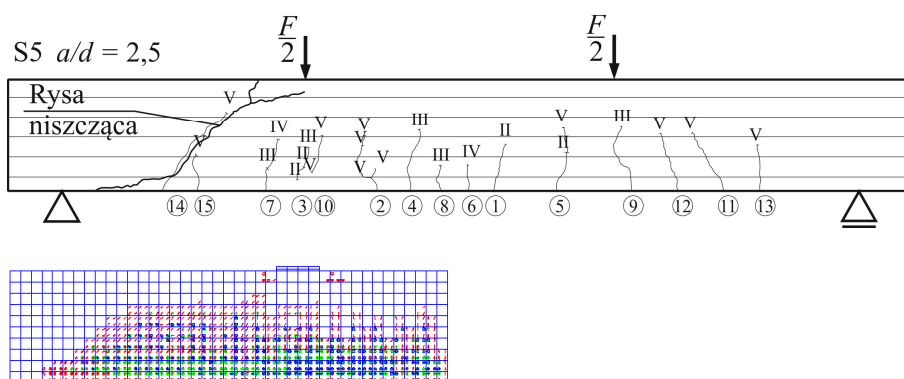


Zniszczenie $V = 51,0 \text{ kN}$

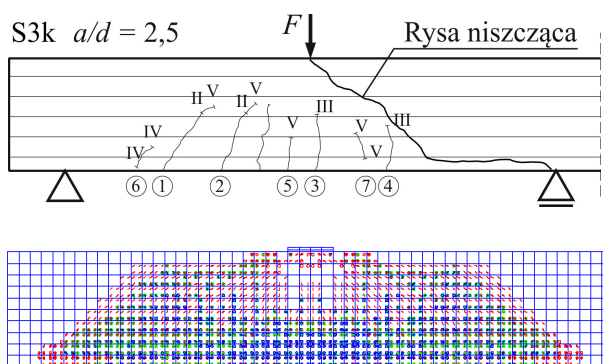
Rys. 4.32. Obrazy rys rozmytych uzyskane dla belki S3k

Na podstawie otrzymanego rozwoju rys rozmytych w symulacji komputerowej można zauważyć różnice w przebiegu zarysowania wskazujące na inny sposób rozkładu odkształceń i naprężeń w analizowanych belkach. W belce S5 pojawienie się rys prostopadłych zostało odnotowane przy sile poprzecznej $V = 8,85 \text{ kN}$, a w belce S3k przy $V = 10 \text{ kN}$. Przy mniejszej sile poprzecznej zostało również odnotowane miażdżenie betonu w belce S5 – $V = 34,5 \text{ kN}$

w porównaniu do belki S3k – $V = 45$ kN. Natomiast pojawienie się rysy okostnej odnotowano w obliczeniach wcześniej w belce krótszej S3k ($V = 18,75$ kN) niż w belce S5 ($V = 20,25$ kN). Podobnie jak w badaniach doświadczalnych w belce S5 powstało więcej rys prostopadłych i propagowały one głębiej na wysokości przekroju niż w belce S3k. Porównanie rys rozmytych z obrazem zarysowania uzyskanym podczas badań przedstawiono na rysunkach 4.33 i 4.34. W przypadku obu belek stwierdzono dobrą zgodność rozkładu rys wygenerowanych w symulacji komputerowej z obrazem rys uzyskanym podczas badań eksperymentalnych.

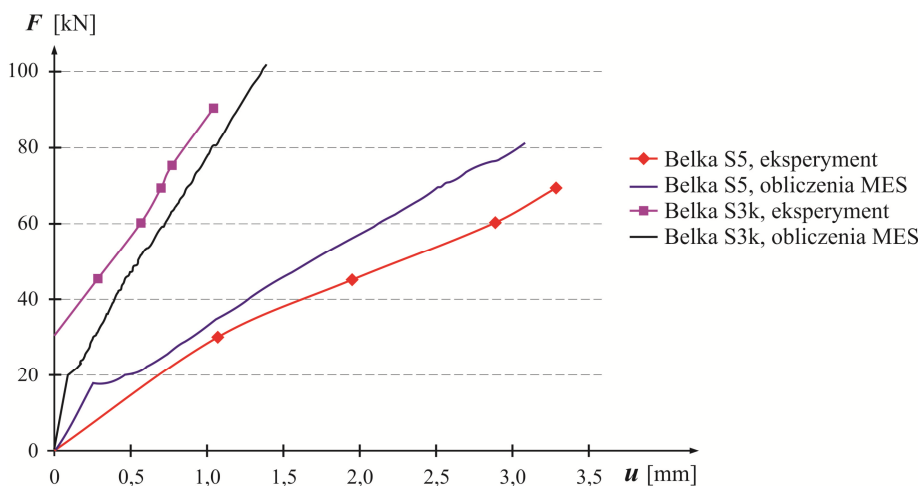


Rys. 4.33. Porównanie przebiegu rys uzyskanego podczas badań eksperymentalnych z obrazem rys wygenerowanym komputerowo w belce S5 [191]



Rys. 4.34. Porównanie przebiegu rys uzyskanego podczas badań eksperymentalnych z obrazem rys wygenerowanym komputerowo w belce S3k [191]

W celu skonfrontowania wyników obliczeń numerycznych z wynikami badań porównano również ugięcia obu belek w środku rozpiętości otrzymane na podstawie badań eksperymentalnych i jako rezultat symulacji komputerowej. Na rysunku 4.35 pokazano porównywane zależności siła – ugięcie dla belek S5 i S3k. Stwierdzono dobrą zgodność obliczeń i badań doświadczalnych w przypadku obu belek. Jednocześnie, analizując wielkość ugięć jak również ich przebieg wraz ze wzrostem obciążenia, można zauważyć, że w belce dłuższej S5 o rozpiętości 1,8 m odnotowano większe ugięcia w porównaniu do belki S3k o rozpiętości 1,1 m. W belkach o różnej rozpiętości, ale tych samych wymiarach przekroju stosunek rozpiętości elementu do wysokości użytecznej przekroju l_{eff}/d opisuje smukłość elementu zginanego. Belka S5 charakteryzująca się wyższą smukłością wykazała się większym przyrostem ugięć. Jest to spowodowane powstaniem większej ilości rys prostopadłych, które ponadto propagowały głębiej na wysokości przekroju belki S5 w porównaniu do belki krótszej S3k powodując znaczny spadek sztywności belki S5. W konsekwencji, proces niszczenia belki S5 przebiegał szybciej niż w belce krótszej S3k mimo, że oba elementy były badane przy tym samym wskaźniku ścinania. Można zatem wnioskować, że o nośności belek na ścinanie, które ulegają zniszczeniu na skutek rysy ukośnej w strefie przypodporowej, decyduje również intensywność rozwoju rys prostopadłych. To z kolei wskazuje, że analizując nośność zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego należy oprócz wskaźnika ścinania brać również pod uwagę inne parametry opisujące wymiary elementu, jak np. smukłość wyrażoną stosunkiem rozpiętości belki do wysokości użytecznej przekroju l_{eff}/d .



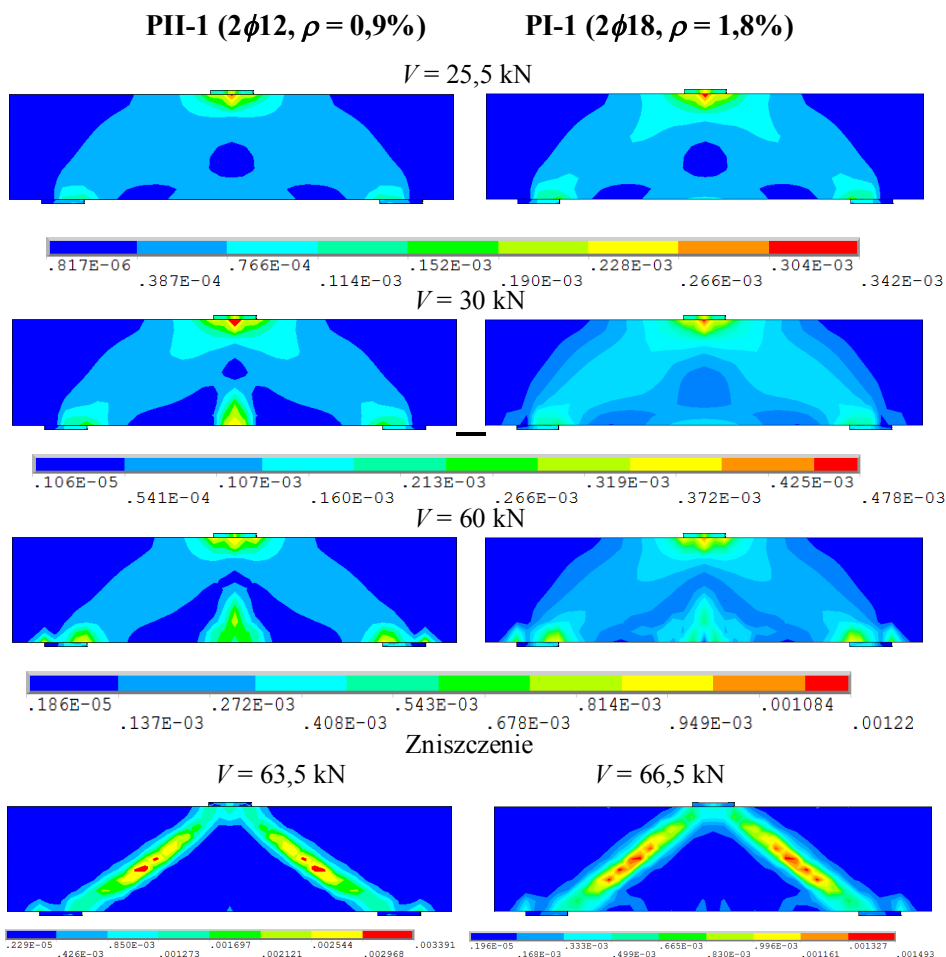
Rys. 4.35. Zależność siła – ugięcie otrzymana na podstawie wyników badań doświadczalnych i obliczeń numerycznych [191]

W badaniach doświadczalnych zbrojenie podłużne było kolejnym parametrem, wpływającym na nośność badanych belek na ścinanie. Najbardziej wpływ zbrojenia podłużnego na nośność uwidocznił się w belkach krótkich. W celu analizy wpływu zbrojenia podłużnego na rozkład odkształceń w analizowanych belkach żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego wykonano symulację komputerową pracy belek betonowych ze zróżnicowanym zbrojeniem podłużnym. W trzecim etapie analizy numerycznej główny nacisk położono na porównanie odkształcalności belek krótkich w zależności od stopnia zbrojenia podłużnego i od cech stali zbrojeniowej.

Symulację komputerową przeprowadzono za pomocą programu ANSYS stosując procedurę obliczeniową opisaną wcześniej. Zamodelowano pięć belek odpowiadających elementom badawczym S1k, S3k, PI-1, PII-1i PII-3. W wyniku obliczeń komputerowych uzyskano między innymi rozkład odkształceń (total mechanical strain) w belkach w kolejnych etapach obciążenia. Wyniki symulacji komputerowej zostały zaprezentowane na konferencji naukowej IWCMM 24 [197].

W pierwszej kolejności porównano dwie belki o rozpiętości $l_{eff} = 0,8$ m: PII-1 i PI-1, które różniły się stopniem zbrojenia podłużnego. W belce PII-1 zamodelowano dwa pręty zbrojeniowe o średnicy 12 mm ($\rho = 0,9\%$), a w belce PI-1 dwa pręty o średnicy 18 mm ($\rho = 1,8\%$). Pręty zbrojeniowe w obu belkach były wykonane z takiego samego gatunku stali. Na rysunku 4.36 porównano rozkłady odkształceń w belkach PII-1 i PI-1 wygenerowane za pomocą programu ANSYS.

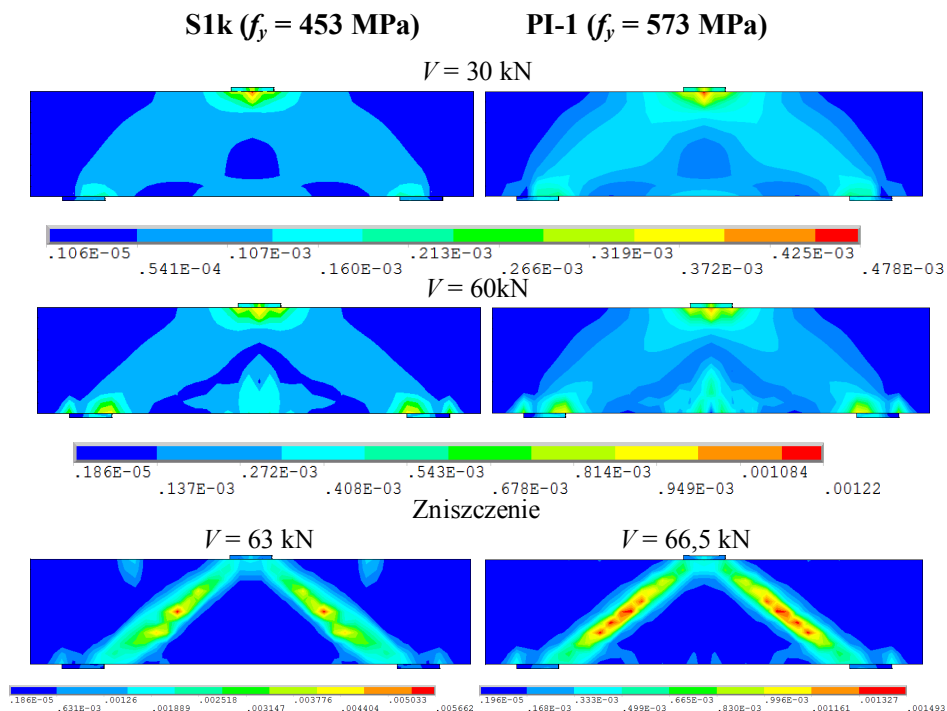
Na podstawie przeprowadzonej analizy numerycznej stwierdzono, że w belkach krótkich badanych przy niskim wskaźniku ścinania, w początkowych etapach obciążenia jest widoczny łukowy schemat pracy. Przy obciążeniu bliskim niszczącemu ten łukowy schemat zamienia się w skoncentrowany strumień odkształceń, biegnący bezpośrednio z miejsca przyłożenia siły w kierunku do podpór. Widoczny jest wtedy wydzielony krzyżulec betonowy, w którym koncentrują się odkształcenia. Można również zauważyć, że w belce o niższym stopniu zbrojenia utworzenie wyraźnego krzyżulca nastąpiło szybciej doprowadzając do zniszczenia przy niższym obciążeniu. Największe odkształcenia uzyskano w środku wysokości przekroju, tam też w belkach badawczych rozwarcie rys ukośnych było największe. Silniejsze zbrojenie podłużne zastosowane w belce PI-1 umożliwiło wciągnięcie do pracy betonu z większej części belki. Odkształcenia w belce PI-1 o $\rho = 1,8\%$ rozkładały się bardziej równomiernie niż w belce PII-1 o $\rho = 0,9\%$. Krzyżulec betonowy wydzielony w etapie przed zniszczeniem charakteryzował się większą szerokością w belce o wyższym stopniu zbrojenia podłużnego



Rys. 4.36. Rozkład odkształceń w belkach PII-1 i PI-1

W następnym kroku analizy porównano belki S1k i PI-1 w celu oceny wpływu cech stali zbrojeniowej na odkształcalność belek. Porównywane belki miały taką samą rozpiętość $l_{eff} = 0,8 \text{ m}$ i stopień zbrojenia podłużnego $\rho = 1,8\%$. W modelowaniu prętów podłużnych zastosowano różną charakterystykę stali zbrojeniowej, zgodnie z tą jaką otrzymano w wyniku badania stali podczas badań eksperymentalnych. Pręty $\phi 18 \text{ mm}$ w belce S1k odpowiadały stali 34GS o charakterystyce: $f_y = 453 \text{ MPa}$, $f_t = 698 \text{ MPa}$, $f_t/f_y = 1,54$ a pręty w belce PI-1 stali RB500 o charakterystyce: $f_y = 573 \text{ MPa}$, $f_t = 658 \text{ MPa}$, $f_t/f_y = 1,15$. Porównanie rozkładu odkształceń w belkach S1k i PI-1 otrzymanych za pomocą metody elementów skończonych przedstawiono na rysunku 4.37. Analizując

rozkład odkształceń w belkach S1k i PI-1, zbrojonych w ten sam sposób dwoma prętami ϕ 12 mm, można zauważyć różnice, mimo że uzyskane siły niszczące były w obu belkach podobne. Bardziej równomierny rozkład odkształceń w kolejnych etapach obciążenia jest widoczny w belce PI-1, w której zastosowano stal zbrojeniową o wyższej granicy plastyczności.



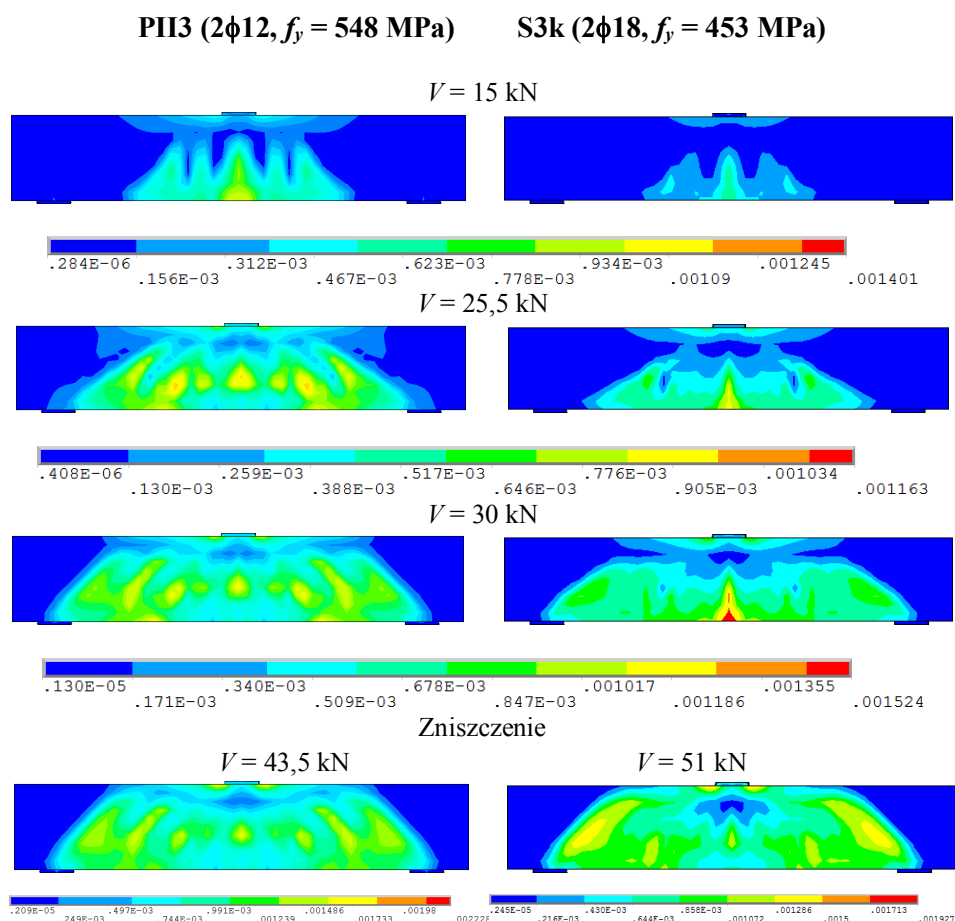
Rys. 4.37. Rozkład odkształceń w belkach S1k i PI-1

W kolejnym kroku analizy numerycznej porównano wyniki obliczeń dwóch belek odpowiadających elementom badawczym S3k i PII-3. Porównywane belki miały rozpiętość $l_{eff} = 1,1$ m i charakteryzowały się wskaźnikiem ścinania $a/d = 2,5$. Belki te różniły się zarówno stopniem zbrojenia podłużnego, jak i cechami stali zbrojeniowej.

Wpływ zmiany obu parametrów związanych ze zbrojeniem podłużnym w obliczeniach numerycznych, tj. stopnia zbrojenia i cech stali zbrojeniowej, na rozkład odkształceń można prześledzić na podstawie porównania przedstawionego na rysunku 4.38. Stwierdzono, że różnice w rozkładzie odkształceń w analizowanych belkach są bardziej widoczne przy zmianie zarówno stopnia zbrojenia, jak i cech stali zbrojeniowej. Zastosowanie

większego przekroju zbrojenia w belce S3k wpłynęło na wolniejszy rozwój rys, a przyjęcie stali o niższej granicy plastyczności spowodowało dodatkowo większą koncentrację odkształceń w strefie rozciąganej. Porównując otrzymane rozkłady odkształceń głównych w belkach o $l_{eff} = 1,1$ m z odkształceniami w belkach o $l_{eff} = 0,8$ m, prezentowanymi na rysunkach 4.36 i 4.37, widać dokładnie, że łukowy charakter pracy w belkach S3k i PII3 pozostał aż do zniszczenia i nie wytworzyły się wyraźne koncentracje odkształceń w wydzielonych krzyżulcach jak miało to miejsce w belkach krótszych S1k, PII1 i PII.

Zaobserwowany rozwój odkształceń w belkach krótkich wskazuje, że przy analizie nośności tych elementów mogą być z powodzeniem stosowane modele strumieni sił S-T.



Rys. 4.38. Rozkład odkształceń w belkach PII-3 i S3k

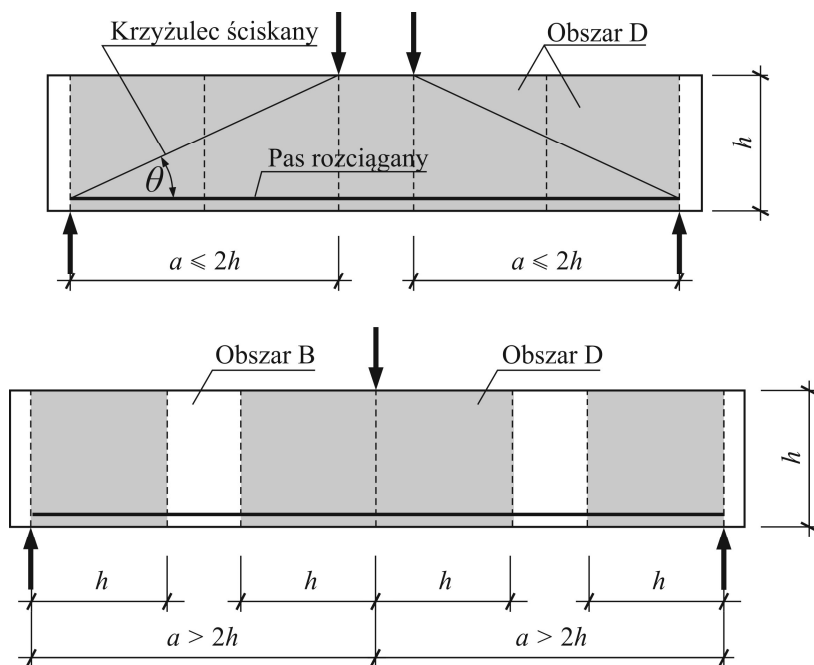
4.4. Podział elementów zginanych ze względu na występowanie obszarów „B” i „D”

Przeprowadzona analiza wyników badań własnych i obliczeń numerycznych pozwala stwierdzić, że zniszczenie zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego może przebiegać w różny sposób. W przeważającej części analizowanych belek wystąpiło zniszczenie na ścinanie w strefie przypodporowej ze względu na jednoczesne działanie momentu zginającego i siły poprzecznej, a sposób zniszczenia zależał od: ramienia siły, długości elementu i zbrojenia podłużnego. W badaniach wykazano, że przy niskim stopniu zbrojenia podłużnego może dojść do zniszczenia na zginanie. Wyniki symulacji komputerowej wskazały, że w belkach, w których występuje zniszczenie na ścinanie wpływ na odkształcalność elementu ma zarówno przekrój zastosowanego zbrojenia, jak i cechy mechaniczne stali zbrojeniowej. Stwierdzono, że wpływ ten jest szczególnie istotny w belkach krótkich, w których ze względu na łukowy lub rozporowo-ściągowy charakter pracy elementu dominującym mechanizmem przenoszenia sił poprzecznych jest efekt klockujący zbrojenia. W belkach o większej smukłości zaobserwowano belkowy charakter pracy, a zniszczenie było związane z powstaniem rysy ukośnej.

Na sposób zniszczenia i zarysowania w analizowanych belkach duży wpływ miał wskaźnik ścinania. Jednak podział elementów ze względu na charakter pracy na „beam action” i „arch action” jedynie na podstawie wskaźnika ścinania okazał się niewystarczający. Przeprowadzona analiza pokazała, że zniszczenie w elementach o tym samym wskaźniku ścinania, ale o różnej długości może przybierać nagły albo bardziej stabilny przebieg. Na wielkość sił niszczących w badanych belkach miała wpływ również smukłość elementu zginanego, mierzona stosunkiem rozpiętości belki do wysokości użytecznej przekroju. Podobną konkluzję można wysnuć na podstawie badań P. Bodzaka [26]. W badaniach tych porównywana była nośność zginanych belek żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego badanych w teście czteropunktowego zginania przy małym i dużym rozstawie sił. Belki dłuższe, w których rozstaw sił wynosił $c = 7d$ wykazywały mniejszą nośność na ścinanie w porównaniu do belek badanych przy tym samym wskaźniku ścinania, ale gdy rozstaw sił był równy wysokości użytecznej przekroju $c = d$.

Smukłość elementu zginanego ma wpływ na rozkład naprężeń i decyduje w jakim stopniu zaburzenie naprężeń miejscowych w pobliżu działania sił wpływa na pracę całego elementu. W elemencie zginanym można wyróżnić dwa rodzaje obszarów, obszary „B” i obszary „D”. Obszar „B” w literaturze angielskojęzycznej jest nazywany „Bernoulli region” albo „Bending region”. Jest to obszar jednorodności pola naprężeń, w którym obowiązuje założenie Bernoulliego. W każdym elemencie zginanym można wyróżnić obszary nieciągłości – obszary „D” („Disturbed regions” lub „Discontinuity regions”),

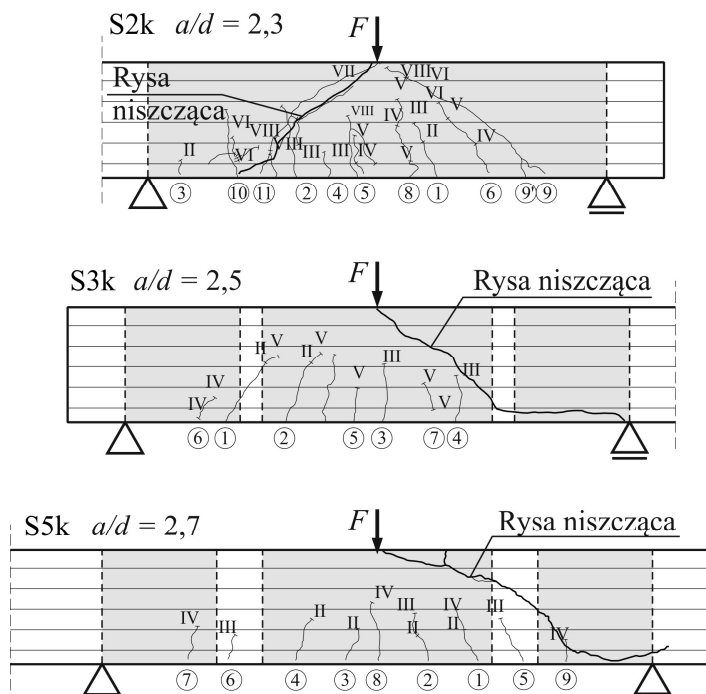
w których założenie Bernoulliego nie obowiązuje. Obszary te znajdują się przy podporach i w sąsiedztwie działania sił skupionych. Kryterium przyjmowania obszarów „B” i „D” zostało podane w normie ACI 318-14 [2] w odniesieniu do belek, ram i krótkich wsporników. Zasięg obszarów nieciągłości „D” przyjmowany jest na odległość równą wysokości przekroju od podpór i miejsc przyłożenia obciążenia skupionego. Obszary nieciągłości występują również w miejscach zmiany geometrii przekroju. Na rysunku 4.39 zilustrowano sposób przyjmowania obszarów „B” i „D” w belkach zginanych. Przerobowano analizę zarysownia żelbetowych belek bez zbrojenia poprzecznego, w której przyjęto, że zakres występowania obszarów „B” i „D” może być zastosowany do oceny sposobu pracy belki.



Rys. 4.39. Zasięg występowania obszarów „B” i „D” w belkach

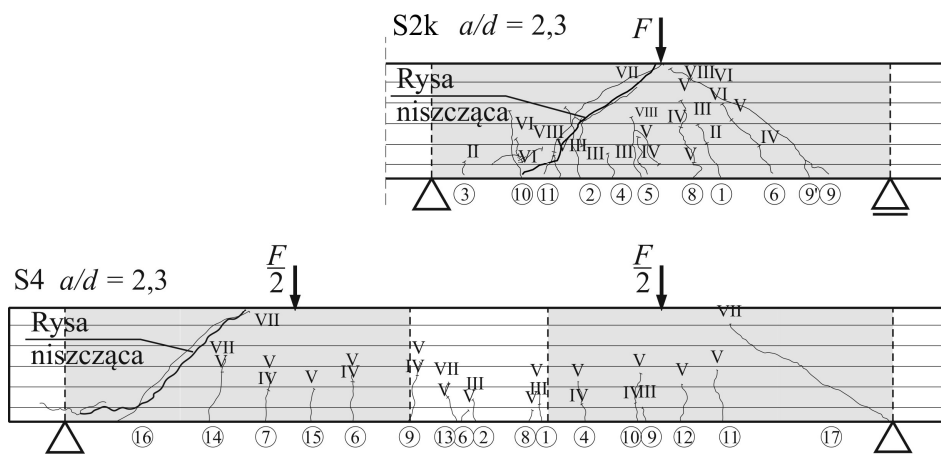
Przyjmując zasady występowania obszarów „B” i „D” według kryterium podanego na rysunku 4.39 przeanalizowano sposób zarysowania badanych belek w zależności od zasięgu tych obszarów. Na rysunkach przedstawiających obraz rys zacięniowano obszary „D”, których zasięg przyjęto na odległość h od podpory i od przyłożonego obciążenia skupionego (h – wysokość przekroju).

Stwierdzono różnice w sposobie zniszczenia na skutek zmiany zasięgu występowania obszarów „B” i „D” w analizowanych belkach. W pierwszej kolejności przyrównano trzy belki badane w teście trzypunktowego zginania: belka S2k, S3k i S5k (rys. 4.40). Zaobserwowano, że odmienny sposób zarysowania w belce S2k w porównaniu do zarysowania w belkach S3k i S5k był związany z faktem, że w belce S2k wystąpiły tylko obszary nieciągłości „D” i rysy ukośne w sposób niezakłócony propagowały bezpośrednio na kierunku między przyłożoną siłą i podporą. Wystąpienie w strefach przypodporowych obszarów „B” w belkach S3k i S5k wpłynęło na inny przebieg zarysowania. Powstanie obszarów „B”, mimo, że ich zasięg był nieznaczny, zaburzyło przebieg strumienia naprężeń, poprzez który naprężenia w obszarach „D” były przekazywane przez krzyżulec betonowy bezpośrednio na podporę. Nieznaczne zwiększenie rozpiętości belek S3k ($l_{eff} = 1,1$ m) i S5k ($l_{eff} = 1,2$ m) w porównaniu do rozpiętości belki S2k ($l_{eff} = 1,0$ m) spowodowało powstanie tylko jednej ukośnej rysy niszczącej, która doprowadziła do nagłego zniszczenia. Można zauważyć, że większy zasięg obszarów „B” w belce S5k niż w belce S3k spowodował powstanie większej liczby rys prostopadłych.

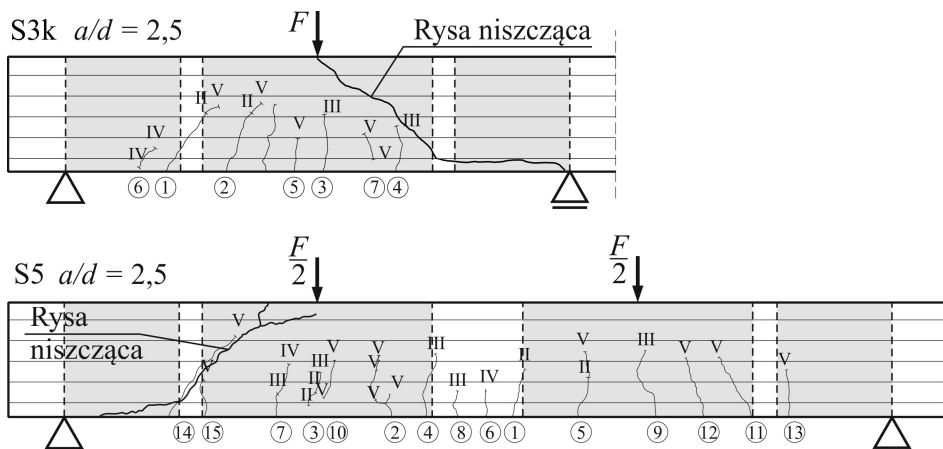


Rys. 4.40. Porównanie zarysowania w belkach S2k, S3k i S5k w zależności od zasięgu obszarów „B” (niezacięniowane) i „D” (zacięniowane)

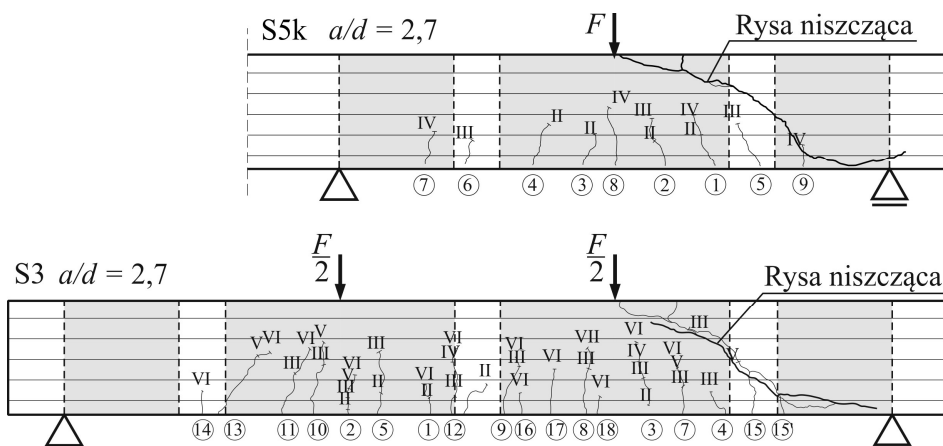
W przypadku porównywanych belek S2k, S3k i S5k zmianie rozpiętości i jednocześnie zasięgu obszarów „B” towarzyszyła zmiana wskaźnika ścinania. Za pomocą analizy wystąpienia obszarów „B” można zatem wyjaśnić wpływ wskaźnika ścinania na zmianę charakteru pracy elementu. W belkach S2k, S3k i S5k obszary „B” wystąpiły jedynie w strefie przypodporowej. W następnym kroku analizy porównano belki badane przy tym samym wskaźniku ścinania ale różniące się rozpiętością. Porównano belki krótkie z belkami dłuższymi, w których można było wyodrębnić obszary „B” również w środkowym odcinku belek między siłami. Na rysunkach 4.41 ÷ 4.43 zestawiono obrazy zarysownia belek badanych przy tym samym wskaźniku ścinania ale różniących się rozpiętością, tj. belek S2k i S4 badanych przy $a/d = 2,3$, belek S3k i S5 badanych przy $a/d = 2,5$ i belek S5k i S3 badanych przy $a/d = 2,7$. Obszary „D” na rysunkach zacieniowano.



Rys. 4.41. Porównanie zarysowania w belkach S2k i S4 w zależności od zasięgu obszarów „B” (niezacieniowane) i „D” (zacieniowane)



Rys. 4.42. Porównanie zarysowania w belkach S3k i S5 w zależności od zasięgu obszarów „B” (niezaciemnione) i „D” (zaciemnione)



Rys. 4.43. Porównanie zarysowania w belkach S5k i S3 w zależności od zasięgu obszarów „B” (niezaciemnione) i „D” (zaciemnione)

Na podstawie analizy porównawczej przedstawionej na rysunkach 4.41 ÷ 4.43 można stwierdzić, że obraz zarysowania w belkach o tym samym wskaźniku ścinania jest zależny od występowania i zasięgu obszarów „B” również w strefie środkowej belki między siłami. Zmianę charakteru zniszczenia można zauważyć porównując belki dłuższe i krótkie przy tym samym wskaźniku ścinania. W belkach, w których ramię przyłożenia siły od podpory było takie samo ale rozpiętość belek była inna, wyodrębnione zostały obszary „B” w środku rozpiętości elementu dłuższego. Zniszczenie belek dłuższych

przybrało bardziej kruchy charakter w porównaniu do tego obserwowanego w belkach krótkich. W elementach, w których możliwe było wyodrębnienie obszarów „B”, nastąpił bardziej intensywny rozwój rys prostopadłych. Można zauważyć, że również przebieg niszczącej rysy ukośnej był inny, gdy między obszarami nieciągłości „D” wystąpiły obszary „B”. Wraz ze zwiększeniem zasięgu występowania obszarów „B” w strefach przypodporowych i na odcinku środkowym zaobserwowano obniżenie nośności w belkach o tym samym wskaźniku ścinania.

Przedstawiona analiza porównawcza belek krótkich i dłuższych wskazuje, że ocena pracy elementu zginanego jedynie na podstawie wskaźnika ścinania może być myląca. Podział elementów zginanych na elementy krótkie i elementy o wyższej smukłości powinien odbywać się na podstawie analizy występowania obszarów „B” i „D”. Takie kryterium jest bardziej racjonalne przy ocenie sposobu pracy elementu zginanego niż podział belek jedynie ze względu na wskaźnik ścinania.

Sposób rozkładu odkształceń w elemencie, który jest związany z zasięgiem występowania obszarów „B” i „D” może zdecydować o doborze modelu obliczeniowego przy wymiarowaniu. W przypadku belek krótkich, w których występują jedynie obszary „D”, racjonalnym sposobem wymiarowania są modele S-T (strut-and-tie). Powstają wtedy w elementach wyraźnie wyodrębnione krzyżulce ściskane (struts), a zbrojenie podłużne pełni rolę pasa przejmującego siły rozciągające (tie). Dużego znaczenia w przenoszeniu sił poprzecznych nabiera wówczas efekt klockujący zbrojenia. Natomiast w elementach zginanych, w których oprócz obszarów „D” znajdują się również obszary „B” występuje większe prawdopodobieństwo kruchego zniszczenia. W elementach tych nie powstaje skoncentrowany strumień sił w krzyżulcach ściskanych pozwalający na przeniesienie obciążenia bezpośrednio na podporę. Efekt klockujący zbrojenia ma wówczas mniejsze znaczenie. Modele stosowane do wymiarowania takich elementów powinny uwzględniać w większym stopniu rolę betonu w przenoszeniu naprężeń ścinających w strefie ściskanej i efekt ząbienia kruszywa w rysie.

W rozdziale piątym pracy przedstawiono przegląd modeli służących do wymiarowania zginanych elementów na ścinanie i dokonano weryfikacji poprawności metod normowych w zakresie sprawdzania nośności elementów bez zbrojenia poprzecznego, przy czym skoncentrowano się na procedurach obliczeniowych stosowanych do zginanych elementów o większej smukłości.

W pracy nie analizowano modeli S-T, które mają zastosowanie głównie do belek krótkich i belek ścian. Wymiarownie elementów żelbetowych za pomocą modeli S-T zostało przedstawione w przepisach normowych ACI 318-14 [2] i EC 2 [66], jak również było przedmiotem analiz prezentowanych w literaturze,

na przykład: Foster, Malik [73], Matamoros, Wong [125], Park, Kuchma [150], Brown, Bayrak [32], [33], Hong, Hong, Jang [91], Birrcher i in. [24].

Modele S-T są również z powodzeniem stosowane w obliczeniach krótkich wsporników. Szeroko to zagadnienie jest prezentowane w literaturze polskiej, np. K. Nagrodzka-Godycka [137], [138], K. Nagrodzka-Godycka, K. Sikorska, M. Seroka [139], T. Urban [218], K. Nagrodzka-Godycka, P. Piotrkowski [140]. Wiodącym ośrodkiem badawczym z zakresu pracy krótkich wsporników jest Politechnika Gdańska, gdzie realizowane były projekty badawcze, np. KBN nr 5 T07E 01825 „Badania eksperymentalne żelbetowych wsporników belek i słupów żelbetowych”, 2007-10-25 „Badania eksperymentalne efektywności nowych sposobów zbrojenia krótkich wsporników”.

5. Nośność na ścinanie w ujęciu normowym

5.1. Wprowadzenie

Jednym z pierwszych modeli zastosowanym do wymiarowania elementów żelbetowych na ścinanie był tzw. model kratownicowy, zaproponowany na początku ubiegłego stulecia przez Mörscha [131]. Model ten powstał na podstawie zaobserwowanej podczas badań analogii rozkładu naprężeń w belkach swobodnie podpartych w strefie przypodporowej do rozkładu sił w kratownicy. Na jego podstawie można było wyznaczyć zbrojenie poprzeczne w wyniku rozwiązania statycznie wyznaczalnych kratownic. Klasyczny model Mörscha był następnie rozwijany i udoskonalany, np. przez Leonhardta [122], Leonhardta i Möninga [123]. Ogromny wkład w popularyzację metod kratownicowych w Polsce wniósł T. Godycki-Ćwirko [76], [78], [79], [81].

Równolegle z rozwojem metod kratownicowych powstawały inne, np. metoda Walthera [230] wyprowadzona na podstawie kół Mohra, metoda Boriszańskiego [28] bazująca na warunkach równowagi w przekroju wyznaczonym przez niszczącą rysę ukośną czy też metody oparte na koncepcji pola naprężeń plastycznych Druckera [63], rozwijane przez Muttoniego, Schwartza, Thürlimanna [134] i Nielsena [142]. Szeroki przegląd różnych koncepcji wymiarowania na ścinanie można znaleźć w monografii T. Godyckiego-Ćwirko [77].

Metoda kratownicowa była i nadal jest powszechnie stosowaną metodą do wyznaczania zbrojenia poprzecznego. Stanowi ona podstawę projektowania podaną w zaleceniach międzynarodowych Eurocode 2 [66] oraz była zamieszczona w normie CEB-FIP Model Code 90 [41].

W polskich przepisach normalizacyjnych wymiarowanie według zasad podanych przez Mörscha obowiązywało do 1976. W normie PN-76/B-03264 [154] oraz w kolejnej edycji PN-84/B-03264 [155], metoda kratownicowa została zastąpiona metodą opartą na teorii Boriszańskiego wraz z metodą skróconą, umożliwiającą sprawdzenie stanu granicznego nośności i zarysowania w jednym postępowaniu obliczeniowym. Szeroki opis tej metody można znaleźć w pracach K. Dąbrowskiego [53], [57]. W przepisach normalizacyjnych w Polsce od roku 2002 ponownie podstawą wymiarowania zbrojenia na ścinanie jest metoda kratownicowa: PN-B-03264:2002 [156] i PN-EN 1992-1-1:2008 [157].

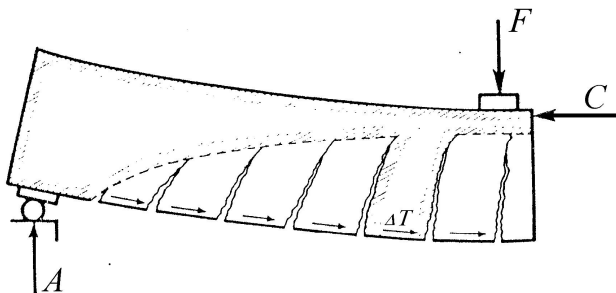
Zasady wyznaczania nośności na ścinanie belek ze zbrojeniem poprzecznym doczekały się stosunkowo wcześniej racjonalnie wyprowadzonych metod opartych na modelach pracy elementu w strefie równoczesnego działania momentu zginającego i siły poprzecznej. Natomiast w przypadku elementów bez

zbrojenia poprzecznego procedury do wymiarowania na ścinanie opierają się zazwyczaj na wzorach empirycznych. Brak jednakowych, spójnych zasad wymiarowania elementów bez zbrojenia poprzecznego i elementów ze zbrojeniem poprzecznym wynika z różnego sposobu pracy tych elementów. Odmienny charakter zniszczenia elementów bez zbrojenia poprzecznego w porównaniu do elementów zbrojonych strzemionami został zauważony już przez Mörscha [132]. Stwierdził on, że naprężenia ścinające w tego typu elementach są przenoszone przez ukośne krzyżulce ściskane, których nośność jest zależna od rozwoju rys ukośnych. Badania doświadczalne przeprowadzone w latach pięćdziesiątych i sześćdziesiątych XX wieku (między innymi opisane w rozdziale drugim pracy), stanowiły podstawę opracowania empirycznych wzorów do wyznaczania nośności na ścinanie elementów bez zbrojenia poprzecznego. Wyniki tych badań umożliwiły uwzględnienie w obliczeniach podstawowych parametrów wpływających na nośność na ścinanie, takich jak wytrzymałość betonu, stopień zbrojenia podłużnego czy wskaźnik ścinania, na przykład we wzorze zaproponowanym przez Zsuttego [244]. Rosnąca baza wyników badań doświadczalnych spowodowała, że powstawały kolejne formuły o charakterze empirycznym: wzór Tureyena i Froscha [215], wzór „UH” wyprowadzony przez zespół badaczy z Uniwersytetu Houston – Laskar, Hsu, Mo [118], wzór zaproponowany przez Hsu i in. [97], czy też nowa formuła obliczeniowa przedstawiona przez Kuo, Hsu, Hwanga [116], będąca kombinacją dwóch wcześniej wymienionych wzorów. Rozwój zaawansowanych technik obliczeniowych umożliwia wygenerowanie coraz bardziej rozbudowanych wzorów. Przykładem jest wzór, zaproponowany przez Gandomiego i in. [74], który został wyprowadzony na podstawie analizy bazy danych przy użyciu programowania genetycznego (genetic programming).

Często również normowe procedury obliczeniowe do wyznaczania nośności na ścinanie elementów bez zbrojenia poprzecznego mają charakter empiryczny. Przykładem takiego podejścia do projektowania są wzory, które znalazły zastosowanie w normie amerykańskiej ACI 318-14 [2] i w zaleceniach EC 2 [66]. Wzory empiryczne mają zazwyczaj ograniczony charakter i mogą być z powodzeniem stosowane do wymiarowania elementów podobnych do tych użytych podczas badań, których wyniki posłużyły do ich wyprowadzenia. Dąży się zatem do opracowywania racjonalnych teorii opartych na modelach fizycznych, na podstawie których można wyprowadzić ogólne zasady wymiarowania elementów na ścinanie.

Przykładem fizycznego modelu opisującego zjawisko ścinania w przypadku elementów bez zbrojenia poprzecznego jest tak zwany model grzebieniowy, zaproponowany przez Kaniego [102]. Nazwa modelu pochodzi od przyjętej analogii belki po zarysowaniu do grzebienia z wydzielonymi zębami, na jakie podzielona jest strefa rozciągana belki na skutek powstania rys oraz z grzbietem

grzebień, który stanowi strefa ściskana (rys. 5.1). Zbrojenie podłużne pełni rolę elementu zszywającego rysy i decyduje o nośności elementu.



Rys. 5.1. Schemat modelu grzebieniu [102]

Metoda wyznaczania nośności na ścinanie w elementach bez zbrojenia poprzecznego zaproponowana przez Kaniego nie znalazła jednak szerszego zastosowania w praktyce, podobnie jak inne propozycje bazujące na modelu grzebieniu rozwijane, np. przez Fenwicka i Paulaya [68], Chanę [44], Russo, Zingone i Puleriego [170] czy Reinecka [163]. W literaturze anglojęzycznej modele te są określane wspólnym terminem „tooth models”. Ich stosowanie ogranicza się do określania nośności elementów, w których występują obszary obowiązywania założenia Bernoulliego, czyli elementów o stosunkowo dużej smukłości.

Postęp techniczny w dziedzinie konstrukcji z betonu, związany między innymi ze stosowaniem betonów wyższych wytrzymałości, powoduje, że procedury obliczeniowe muszą być aktualizowane i weryfikowane. Wzbogacenie wiedzy na temat konstrukcji z betonu w wyniku prowadzonych badań zaowocowało powstaniem nowych koncepcji naukowych. Do szeroko rozwiniętych teorii opisujących zachowanie konstrukcji pracującej w złożonym stanie naprężenia zaliczyć można zmodyfikowaną teorię pola naprężeń ściskających (Modified Compression Field Theory), zaproponowaną i rozwijaną przez Vecchio i Colinsa [221], [222], Collinsa i in. [48], Bentza, Vecchio i Collinsa [21], czy też teorię krytycznej rysy ukośnej (Critical Shear Crack Theory), propagowaną przez Sigrista [177], [178] oraz Muttoniego i Ruiza [135], [136]. Rozwój tych teorii, które opierają się na analizie rozwoju zarysowania i szerokości rozwarcia rys, doprowadził do powstania koncepcji projektowania na siły poprzeczne bazujących na modelach odkształceniowych. Konsekwencją tego jest wprowadzenie nowych procedur obliczeniowych do wymiarowania na ścinanie i przebiecie w zaleceniach *fib* Model Code 2010 [128]

oraz w niektórych normach krajowych np. w normie kanadyjskiej CSA-A23.3:2004 [52] i szwajcarskiej SIA 262:2003 [176].

Poniżej przedstawiono zasady wymiarowania na ścinanie zginanych elementów bez zbrojenia poprzecznego podane w normach EN 1992-1-1:2004 Eurocode 2 [66], ACI 318-14 [2] i Model Code 2010 [127], [128] oraz ogólne założenia, na podstawie których wyprowadzono wzory normowe. Szerzej omówiono zmodyfikowaną teorię pola naprężeń ściskających MCFT i opartą na niej nową metodę wymiarowania na ścinanie wprowadzoną w zaleceniach Model Code 2010.

Należy podkreślić, że ze względu na odmienny charakter pracy, inne metody wymiarowania są zalecane do typowych belek o dużej smukłości, a inne do belek krótkich. W przypadku belek krótkich do wymiarowania jest używana metoda S-T (strut and tie), która jest głównie stosowana do analizy zagadnień i projektowania elementów lub ich części, w których rozkład odkształceń jest nieliniowy. Do takich elementów zaliczyć można krótkie wsporniki, belki ściany czy fragmenty konstrukcji, jak np. naroża ram, strefy przy obciążeniu skupionym, obszary zmiany geometrii elementu. Stosunkowo krótki opis metody S-T zamieszczony w normie Eurokod 2 nie jest wyczerpujący (zwraca na to uwagę np. M. Knauff [110]). Natomiast dokładny opis metody S-T został wprowadzony w 2002 roku do normy amerykańskiej ACI 318-02 [1]. Stosowanie metody S-T w praktyce projektowej wymaga intuicji i doświadczenia projektanta. Poprawność obliczeń przeprowadzonych na podstawie modeli S-T w dużej mierze zależy od dopasowania modelu do rzeczywistego przebiegu strumienia sił wewnętrznych w elemencie. Wybór optymalnego modelu S-T może być zadaniem trudnym i pracochłonnym. W literaturze proponowane są różne kryteria służące do oceny efektywności modeli S-T. Przykładem może być kryterium minimalnej energii odkształcenia, które Hu, Ley i Russell [98] wykorzystali do doboru optymalnej geometrii modelu S-T w przypadku belek swobodnie podpartych obciążonych jedną siłą skupioną, charakteryzujących się wskaźnikiem ścinania w zakresie od 1 do 10. Przeglądowy opis kryteriów doboru modeli S-T można znaleźć w pracach Sz. Wolińskiego [236], [237]. Na podstawie przeprowadzonej analizy niezawodności elementów żelbetowych projektowanych metodą S-T, Woliński postuluje [234], [235], by kryterium największej niezawodności konstrukcji traktować jako kluczowe kryterium optymalizacji topologii modelu S-T. Należy dodać, że w normie Eurocode 2 [66] dopuszczone jest stosowanie modeli S-T również do projektowania elementów, w których obowiązuje założenie płaskich przekrojów.

5.2. Rozwój teorii dotyczących wymiarowania na ścinanie

Podstawą do opracowania zaleceń normowych w zakresie wymiarowania na ścinanie były różne modele, w tym powszechnie stosowany model kratownicowy, który podlegał kolejnym modyfikacjom. Nowe teorie opisujące stan naprężenia i odkształcenia wywołany siłami poprzecznymi w żelbetowych elementach zginanych również w znacznym stopniu bazują na wcześniej istniejących modelach kratownicowych. Poniżej przedstawiono skrótkowo rozwój teorii, na podstawie których wyprowadzone były modele obliczeniowe stosowane w przepisach normowych.

Klasyczny model kratownicowy Mörscha zakładał istnienie układu dwóch rodzajów elementów prętowych: krzyżulców ściskanych i prętów rozciąganych. Siły wewnętrzne w wydzielonych elementach kratownicy były wyznaczane na podstawie równań równowagi z siłami podporowymi. W klasycznej metodzie kratownicowej założono, że pochylenie krzyżulców betonowych wynosi 45° .

Modyfikacja modelu Mörscha zaproponowana przez Nielsena [141] polegała na sprawdzeniu warunków równowagi w kratownicy zbudowanej z dwuwymiarowych elementów, do których zastosowano równania równowagi Naviera, tak zwany „equilibrium truss model”. Na bazie tego modelu powstał kolejny, w którym Lampert i Thurlimann [117] przyjęli, że pochylenie krzyżulców ściskanych może przyjmować inny kąt niż 45° – „variable-angle truss model”. Następnym krokiem w rozwoju metody kratownicowej było połączenie równań równowagi z warunkami zgodności odkształceń na podstawie koła Mohra i wprowadzeniu związków konstytutywnych dla betonu i stali, początkowo tylko liniowych – Collins [46], a później również nieliniowych – Collins [47]. Modele te były określane mianem „Mohr compatibility truss models”. Ważnym elementem wprowadzonym do wymiarowania na siły poprzeczne było założenie przyjęte przez Collinsa [47] w tak zwanej „diagonal compression field theory”, że kąt pochylenia krzyżulców betonowych jest zgodny z kątem pochylenia głównych naprężeń ściskających.

Z reguły w modelach kratownicowych udział betonu w przenoszeniu siły poprzecznej nie był uwzględniany. Wyjątkiem był „variable-angle truss model”, zaproponowany przez Ramireza i Breena [162], w którym uwzględniono przenoszenie naprężeń stycznych przez beton.

We wszystkich wymienionych powyżej modelach nie uwzględniono efektu wzajemnej współzależności odkształceń głównych betonu zarysowanego w dwóch ortogonalnych kierunkach, tym samym przyjmując, że współczynnik Poissona w betonowych krzyżulcach ściskanych wynosi zero.

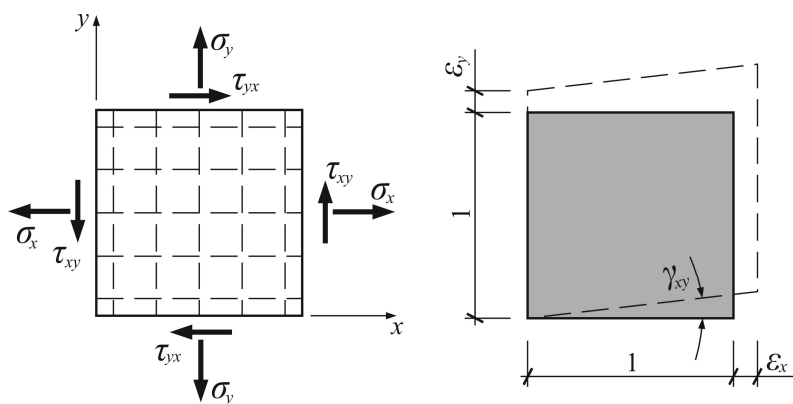
Impulsem do dalszego rozwoju metod wymiarowania na siły poprzeczne były badania doświadczalne dotyczące pracy betonu w dwuosiowym stanie naprężenia przeprowadzone przez Vecchio i Collinsa [220], Vecchio [223], Belarbiego i Hsu [20] oraz Panga i Hsu [149], na podstawie których

stwierdzono, że wytrzymałość betonu na ściskanie przy znaczących odkształceniach rozciągających występujących na kierunku prostym do głównych naprężeń ściskających jest niższa niż wytrzymałość betonu uzyskiwana w próbie osiowego ściskania. Na podstawie uzyskanych wyników badań zostały wyprowadzone zmodyfikowane związki konstytutywne dla betonu ściskanego uwzględniające efekt obniżenia wytrzymałości betonu na ściskanie przy jednoczesnym rozciąganiu, zwany mięknięciem betonu. Początkowo wprowadzono tylko współczynnik zmniejszający wytrzymałość betonu na ściskanie, tzw. „softening parameter”, np. do paraboli Hognestada – Vecchio i Collins [221] lub do krzywej Thorenfeldta – Vecchio i Collins [224]. Zestawienie różnych propozycji analitycznego określenia współczynnika mięknięcia betonu można znaleźć w pracy Fostera i Malika [73]. W następnym kroku zaproponowano nowe krzywe do opisu krzywej $\sigma - \varepsilon$ dla betonu ściskanego w krzyżulcach betonowych, w których współczynnik zmniejszający był użyty nie tylko do określenia maksymalnego naprężenia ściskającego, ale również odkształcenia, przy którym to naprężenie jest osiąganego. Przykłady takich zależności można znaleźć w pracach Hsu [93], [94] oraz Vecchio i Collinsa [224]. Analiza porównawcza modeli teoretycznych z wynikami badań przeprowadzona przez Bijaka, Goszczyńskiego i Wawszczaka [23] pokazała, że zmodyfikowana krzywa Thorenfeldta najlepiej opisuje zachowanie betonu przy jednoczesnym występowaniu ściskania i rozciągania. Modelem kratownicowym, w którym zastosowane zostały nowe związki konstytutywne betonu ściskanego, uwzględniające osłabienie jest model opisany przez Hsu [93] – „softened truss model”.

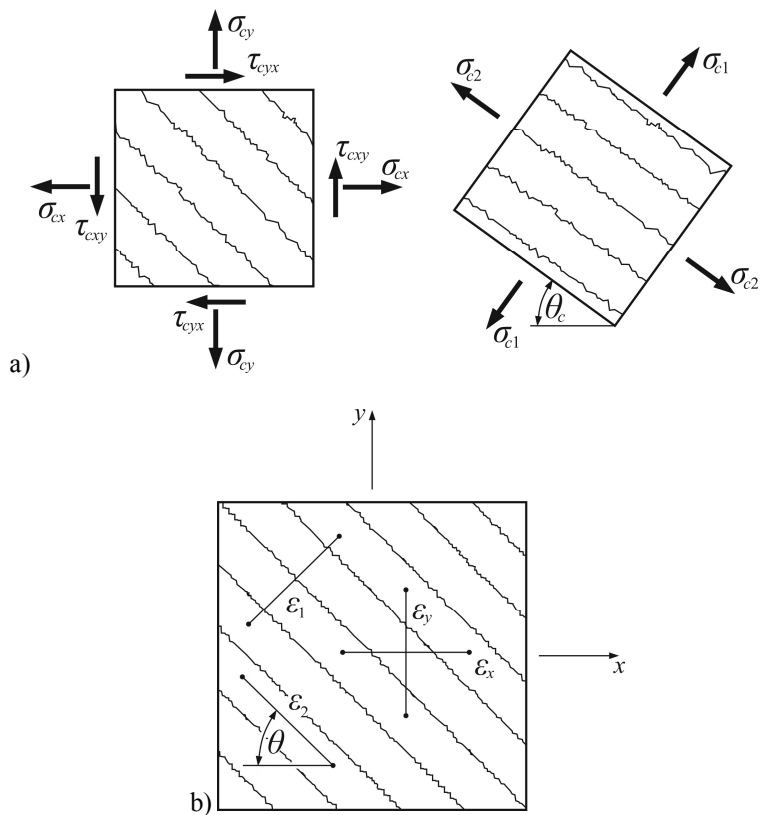
Kolejną modyfikacją w modelu kratownicowym wprowadzoną przez Hsu [96] było przyjęcie ustalonego kąta pochylenia krzyżulców betonowych, który nie pokrywał się z osią pochylenia głównych naprężeń ściskających w betonie – „fixed-angle softened truss model”. Hsu [95] na podstawie analizy wyników badań stwierdził, że stalowe pręty obetonowane mają inną charakterystykę $\sigma - \varepsilon$, w porównaniu do uzyskiwanej w standardowym badaniu prętów zbrojeniowych na rozciąganie i w modelu tym wprowadził również nowy opis dla stali zbrojeniowej, uwzględniający ten fakt.

Prace badawcze oraz analizy teoretyczne, które dotyczyły zachowania betonu w złożonym stanie naprężenia i odkształcenia, opisane powyżej, stanowiły podstawę do opracowania przez Vecchio i Collinsa [221], [222] nowej teorii pozwalającej na wyznaczenie nośności na ścinanie i odkształcalności żelbetowych elementów zginanych. Teoria ta została nazwana zmodyfikowaną teorią pola naprężeń ściskających MCFT („modified compression field theory”).

Vecchio i Collins [221] swoje rozważania przeprowadzili analizując wydzielony element tarczowy, zbrojony ortogonalną siatką prętów zbrojeniowych. Naprężenia i odkształcenia w elemencie tarczowym pokazano na rysunku 5.2.



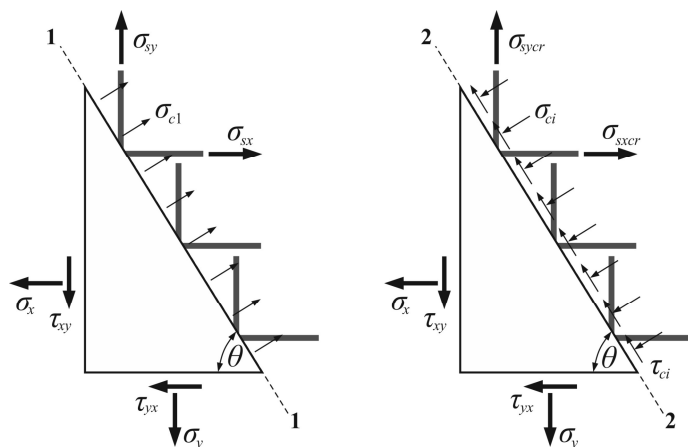
Rys. 5.2. Naprężenia i odkształcenia w wydzielonym elemencie tarczowym [221]



Rys. 5.3. Orientacja średnich i głównych naprężeń a) i odkształceń b) [221]

W teorii MCFT beton zarysowany jest traktowany jako nowy materiał z własną charakterystyką σ - ε . Wzięto pod uwagę, że naprężenia główne ściskające w betonie zależą nie tylko od odkształceń ściskających, ale współistniejących odkształceń rozciągających. Uwzględniono naprężenia rozciągające w betonie między rysami. Założono, że osie głównych naprężeń pokrywają się z osiami głównych odkształceń $\theta_c = \theta$ (rys. 5.3).

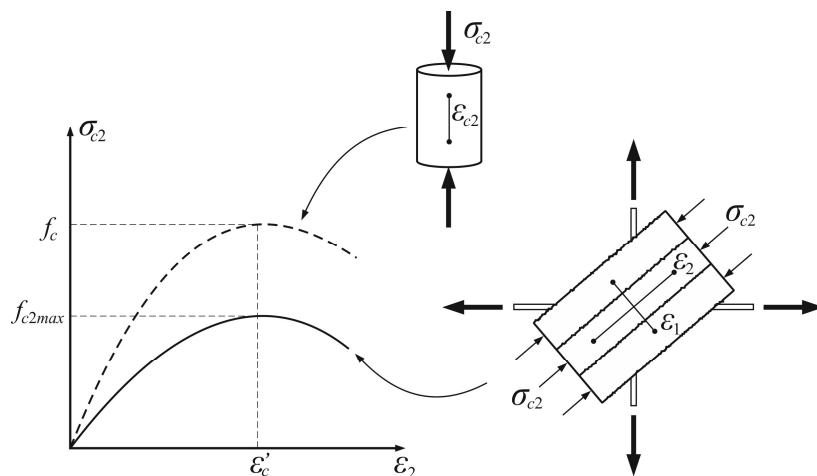
Przy wyprowadzeniu teorii MCFT uwzględniono równania równowagi, warunki zgodności odkształceń i modele konstytutywne dla betonu i stali w odniesieniu do uśrednionych naprężeń i odkształceń w betonie między rysami (przekrój 1-1 na rys. 5.4) oraz do miejscowych warunków naprężeń w rysie (przekrój 2-2 na rys. 5.4). Przyjęto, że w rysach ukośnych przenoszone są naprężenia styczne τ_{ci} , związane z efektem zazębienia kruszywa „aggregate interlock”. Rola kruszywa w przenoszeniu naprężeń w rysie została opisana przez Walravena [227].



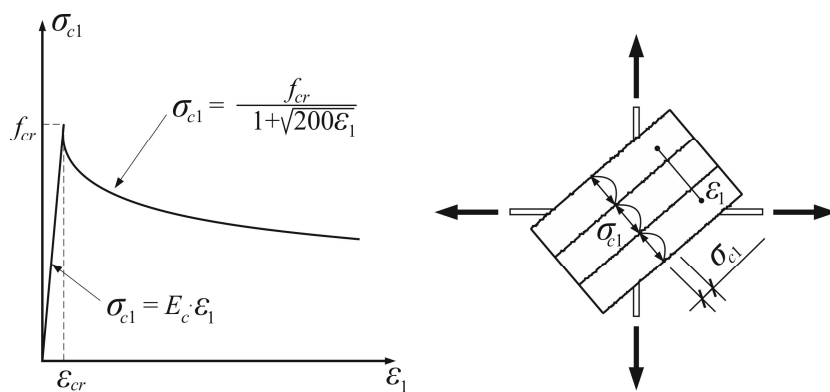
Rys. 5.4. Rozkład naprężeń między rysami (przekrój 1-1) i rozkład naprężeń w rysie (przekrój 2-2) [221]

W teorii MCFT przyjęto model konstytutywny betonu ściskanego opisany parabolą Hognestada z uwzględnieniem współczynnika mięknięcia. W przypadku betonu rozciąganego wzięto pod uwagę pokrywającą pracę betonu po osiągnięciu wytrzymałości betonu na rozciąganie, gdy rosnącym odkształceniom w strefie mikrozarysowania towarzyszy spadek naprężeń, tzw. zjawisko „strain softening”. Zjawisko osłabienia betonu w strefie mikrozarysowania opisano w podrozdziale 3.2 pracy.

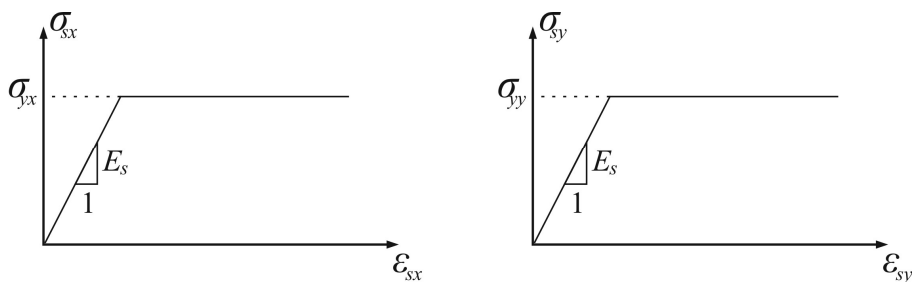
Na rysunkach 5.5 i 5.6 przedstawiono zależności $\sigma - \varepsilon$ opisujące beton ściskany i rozciągany przyjęte w teorii MCFT, a na rysunku 5.7 zależność $\sigma - \varepsilon$ dla stali zbrojeniowej.



Rys. 5.5. Zależności $\sigma - \varepsilon$ opisująca beton ściskany przyjęta w teorii MCFT [221]



Rys. 5.6. Zależności $\sigma - \varepsilon$ opisująca beton rozciągany przyjęta w teorii MCFT [221]



Rys. 5.7. Zależność $\sigma - \varepsilon$ opisująca stal zbrojeniową, przyjęta w teorii MCFT [221]

Model opisany jest za pomocą 15 równań podzielonych na trzy grupy. Pierwszą grupę stanowią równania równowagi:

- w odniesieniu do naprężeń średnich w obszarze między rysami:

$$\sigma_x = \rho_x \sigma_{sx} + \sigma_{c1} - \tau_{xy} \cot \theta \quad (5.1)$$

$$\sigma_y = \rho_y \sigma_{yx} + \sigma_{c1} - \tau_{xy} \tan \theta \quad (5.2)$$

$$\tau_{xy} = (\sigma_{c1} + \sigma_{c2}) / (\tan \theta + \cot \theta) \quad (5.3)$$

- w rysach:

$$f_{sxcr} \rho_x = (f_x + v_{xy} \cot \theta + v_{ci} \cot \theta) \quad (5.4)$$

$$f_{syrcr} \rho_y = (f_y + v_{xy} \tan \theta - v_{ci} \tan \theta) \quad (5.5)$$

Warunki nierozdzielności odkształceń zawarte są w drugiej grupie równań:

- w odniesieniu do odkształceń średnich w obszarze między rysami:

$$\tan^2 \theta = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_2}{\varepsilon_y + \varepsilon_2} \quad (5.6)$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_2 \quad (5.7)$$

$$\gamma_{xy} = 2(\varepsilon_x + \varepsilon_2) \cot \theta \quad (5.8)$$

- szerokość rys:

$$w = s_\theta \varepsilon_1 \quad (5.9)$$

$$s_\theta = 1 / \left(\frac{\sin \theta}{s_x} + \frac{\cos \theta}{s_y} \right) \quad (5.10)$$

Trzecia grupa zawiera równania opisujące zależności naprężenie – odkształcenie:

- dla betonu rozciąganego (rys. 5.6):

$$\sigma_{cl} = E_c \varepsilon_1 \quad \text{gdy} \quad \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{cr} \quad (5.11)$$

$$\sigma_{cl} = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{200 \cdot \varepsilon_1}} \quad \text{gdy} \quad \varepsilon_1 > \varepsilon_{cr} \quad (5.12)$$

$$f_{cr} = 0,33 \sqrt{f_c} \quad [\text{MPa}] \quad (5.13)$$

- dla betonu ściskanego (rys. 5.5):

$$\sigma_{c2} = f_{c2max} \cdot \left[2 \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon'_c} \right) - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon'_c} \right)^2 \right] \quad (5.14)$$

$$\frac{f_{c2max}}{f_c} = \frac{1}{0,8 - 0,34 \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon'_c}} \leq 1; \quad \varepsilon'_c = -0,002 \quad (5.15)$$

- dla stali zbrojeniowej (rys. 5.7):

$$\sigma_{sx} = E_s \varepsilon_x \leq \sigma_{yx} \quad (5.16)$$

$$\sigma_{sy} = E_s \varepsilon_y \leq \sigma_{yy} \quad (5.17)$$

- naprężenia ścinające w rysie:

$$\tau_{ci} = \frac{0,18 \sqrt{f_c}}{0,31 + 24w/(d_g + 16)} \quad [\text{MPa}, \text{mm}] \quad (5.18)$$

Oznaczenia stosowane we wzorach (5.1) ÷ (5.18):

- f_{c2} – główne naprężenia ściskające w betonie,
- f_{c2max} – graniczne naprężenia ściskające przy równoczesnym rozciąganiu,
- ε'_c – maksymalne odkształcenie w betonie określone na próbce walcowej, przy wytrzymałości betonu na ściskanie; wartość należy przyjmować ze znakiem minus,
- ε_2 – główne odkształcenie w betonie ściskanym,
- ε_1 – główne odkształcenie w betonie rozciągany,
- f_c – wytrzymałość betonu na ściskanie,
- f_{cr} – naprężenia rozciągające w chwili zarysowania.

Przedstawiona zmodyfikowana teoria pola naprężeń ściskających (MCFT) stanowiła podstawę do opracowania nowych zaleceń wymiarowania na ścinanie w Model Code 2010 [128].

5.3. Eurokod 2

Zalecenia międzynarodowe EN 1992-1-1:2004 Eurocode 2 [66] są obecnie podstawowym zbiorem przepisów obliczania i konstruowania konstrukcji z betonu, które obowiązują w wielu krajach Europy, w tym również i w Polsce PN-EN 1992-1-1:2008 [157]. W normie Eurokod 2 podstawą wyprowadzenia wzorów do wyznaczania zbrojenia poprzecznego jest zmodyfikowany model kratownicy Mörscha. Szeroki komentarz dotyczący metody wymiarowania opartej na modelu kratownicowym był prezentowany między innymi przez K. Dąbrowskiego [55], [56], [58], T. Godyckiego-Ćwirko i M. Wesołowskiego [78], [79], [80], [81] i M. Knauffa [109], [110].

W metodzie kratownicowej zamieszczonej w Eurokodzie 2 przyjęto, że o nośności na ścinanie elementu zbrojonego poprzecznie decyduje nośność zbrojenia poprzecznego i tym samym nie uwzględniono udziału betonu w przenoszeniu siły poprzecznej. W zastosowanym modelu kratownicowym przyjęto współczynnik Poissona dla betonu zarysowanego równy zero.

Na podstawie metody kratownicowej przyjętej w Eurokodzie 2 nie można wyznaczyć nośności na ścinanie w elemencie bez zbrojenia poprzecznego. W przypadku elementów nie wymagających obliczania zbrojenia na ścinanie, podany jest wzór empiryczny, na podstawie którego można wyznaczyć obliczeniową nośność na ścinanie, $V_{Rd,c}$ w N, w postaci:

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d, \quad (5.19)$$

w którym:

f_{ck} – wytrzymałość charakterystyczna betonu na ściskanie w MPa,

b_w – najmniejsza szerokość strefy rozciąganej w mm,

d – wysokość użyteczna przekroju w mm,

ρ_l – stopień zbrojenia rozciąganego, które sięga na odległość nie mniejszą niż $(l_{bd} + d)$ poza rozważany przekrój, lecz nie więcej niż 0,02,

$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$ – współczynnik efektu skali,

$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \leq 0,2 f_{cd}$ – naprężenie wywołane siłą podłużną w MPa.

Siła $V_{Rd,c}$ musi dodatkowo spełniać warunek:

$$V_{Rdc} \geq (v_{\min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d ; \quad v_{\min} = 0,035 k^{\frac{3}{2}} f_{ck}^{\frac{1}{2}}, \quad (5.20)$$

w którym $C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c$ i $k_1 = 0,15$ – wartości zalecane.

Przy wyznaczaniu nośności na ścinanie w elementach bez zbrojenia poprzecznego uwzględnione są takie parametry, jak wytrzymałość betonu na rozciąganie wyrażona za pomocą wytrzymałości betonu na ściskanie, stopień zbrojenia podłużnego i wysokość przekroju. W normie zamieszczono wiele ograniczeń dotyczących przyjmowania tych parametrów przy wyznaczaniu obliczeniowej siły poprzecznej V_{Rdc} . W przypadku elementów o wysokości $d \leq 200$ mm współczynnik k przyjmuje stałą wartość wynoszącą 2,0. Górna wartość stopnia zbrojenia podłużnego przyjmowana w obliczeniach wynosi 2%.

Genezę powstania wzoru (5.19), określającego graniczną siłę poprzeczną przenoszoną przez element żelbetowy bez zbrojenia poprzecznego, można znaleźć w artykule T. Godyckiego-Ćwirko i M. Wesołowskiego [78].

5.4. Norma amerykańska ACI 318

Amerykańskie przepisy normowe w odniesieniu do wymiarowania na ścinanie elementów bez zbrojenia poprzecznego zostały wyprowadzone na podstawie badań doświadczalnych przeprowadzonych w latach pięćdziesiątych XX wieku. W komentarzu do normy ACI 318-02 [1] znajduje się odwołanie do szerokich badań z tego okresu przeprowadzonych między innymi przez Kaniego [102], [103].

W normie ACI 318-14 [2] nośność strefy przypodporowej belek niezbrojonych poprzecznie wyrażona jest wzorem podstawowym (11-3) lub rozbudowanym (11-5). Po zamianie jednostek stosowanych w USA na jednostki SI otrzymuje się wzory:

$$V_c = 0,17 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (5.21)$$

$$V_c = \left(0,16 \sqrt{f'_c} + 17 \rho \frac{V_u d}{M_u} \right) b_w d \leq 0,29 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (5.22)$$

Wartość ilorazu $V_u d/M_u$ we wzorze (5.22) należy przyjmować w obliczeniach nie większą niż 1,0.

W powyższych wzorach zastosowano następujące oznaczenia:

- V_c – w N,
- f'_c – wytrzymałość betonu na ściskanie – odpowiednik wytrzymałości charakterystycznej w MPa,
- ρ – stopień zbrojenia podłużnego ($A_s/b_w d$),
- V_u – siła poprzeczna w rozpatrywanym przekroju w N,
- M_u – moment zginający w rozpatrywanym przekroju w Nmm,
- d – wysokość użyteczna przekroju w mm,
- b_w – szerokość przekroju w mm.

W przepisach normy amerykańskiej w odniesieniu do wymiarowania na ścinanie występuje ograniczenie wartości $\sqrt{f'_c}$ do 100 psi, co odpowiada charakterystycznej wytrzymałości betonu na ściskanie 69 MPa. Zostało to podyktowane, jak podano w komentarzu do normy, brakiem wystarczającej liczby wyników badań elementów wykonanych z betonu o wyższej wytrzymałości.

Przepisy normy amerykańskiej obowiązują nieprzerwanie od 1963 roku. Znaczący postęp w wymiarowaniu elementów na ścinanie nastąpił w 2002 roku, kiedy to w normie ACI 318-02 [1] zostały wprowadzone procedury wymiarowania mające zastosowanie do belek krótkich (belek ścian) na podstawie metody S-T (strut-and-tie). Pozwoliło to racjonalnie wyznaczać stwierdzoną w badaniach wyższą nośność na ścinanie tego typu elementów w porównaniu do typowych belek o wysokim wskaźniku ścinania.

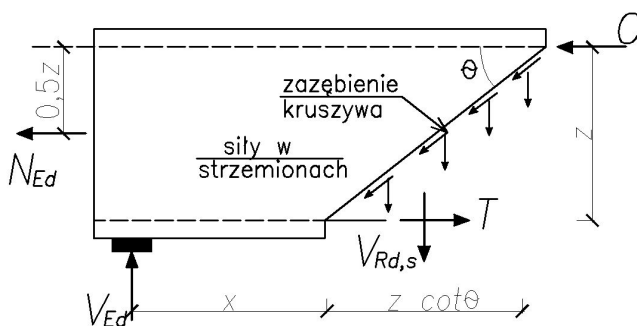
5.5. Model Code 2010

W zaleceniach normy *fib* Model Code z 2010 roku [127] odniesieniu do wymiarowania na ścinanie wyróżniono różne poziomy aproksymacji obliczeń, różniące się kompletnością zastosowanej metody i dokładnością uzyskanych wyników. Poziom pierwszy aproksymacji ma zastosowanie do opracowania koncepcji nowo projektowanych elementów i do projektowania typowych elementów konstrukcyjnych zarówno z, jak i bez zbrojenia poprzecznego. Poziom drugi odnosi się do projektowania elementów ze zbrojeniem poprzecznym w postaci strzemion o przekroju co najmniej minimalnym, a poziom trzeci (lub wyższe) do projektowania elementów w złożonym stanie obciążenia bez względu na ilość zastosowanego zbrojenia poprzecznego. Opis metody wymiarowania na ścinanie wprowadzonej w 2010 roku w zaleceniach Model Code roku można znaleźć w biuletynie *fib* nr 57 [69].

Procedura obliczeniowa wymiarowania na ścinanie podana w MC 2010 została przedstawiona w postaci ogólnych wzorów. We wzorach tych występują dwa podstawowe parametry, na których bazuje wymiarowanie na ścinanie: kąt θ i współczynnik k_v . Parametry te zdefiniowano na różnych poziomach aproksymacji. Im wyższy poziom aproksymacji tym większa dokładność otrzymanych wyników obliczeń, ale jednocześnie obliczenia są bardziej pracochłonne.

Podstawę do wymiarowania na ścinanie w Model Code 2010 na trzecim poziomie aproksymacji stanowi uproszczona zmodyfikowana teoria pola naprężeń ściskających Simplified Modified Compression Field Theory (SMCFT), opisana przez Bentza, Vecchio i Collinsa [21]. Teoria ta ma zastosowanie również do wymiarowania na ścinanie na pierwszym poziomie aproksymacji, gdzie podane wzory wynikają z przyjęcia założeń upraszczających do wzorów z poziomu trzeciego.

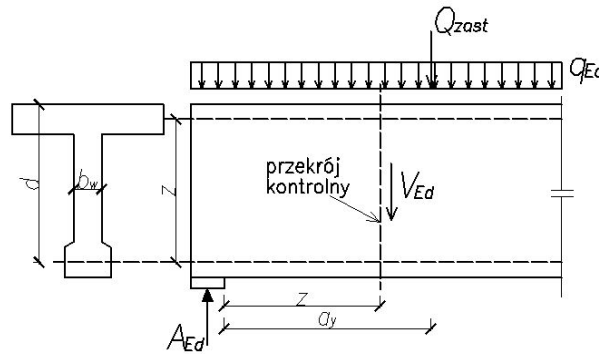
Na pierwszym i trzecim poziomie aproksymacji uwzględniony jest udział betonu w przenoszeniu siły poprzecznej wynikający ze zjawiska zazębienia kruszywa („aggregate interlock”). Układ sił wewnętrznych w środku belki przedstawiono na rysunku 5.8 (w przekrojach teowych udział pól w przenoszeniu siły poprzecznej nie jest uwzględniany).



Rys. 5.8. Siły w środku belki

Inne założenia do obliczeń przyjęto na drugim poziomie aproksymacji, na którym nie uwzględnia się udziału betonu w przenoszeniu siły poprzecznej. Inaczej przebiega również wyznaczenie kąta θ , który nie jest obliczany dokładnie, ale może być przyjęty z zaproponowanego zakresu. Podstawą obliczeń na drugim poziomie aproksymacji jest założenie płaskich przekrojów bez uwzględnienia zjawiska „tension stiffening”. To powoduje, że projektowanie zbrojenia poprzecznego na tym poziomie aproksymacji jest zbliżone do projektowania podanego w normie Eurocode 2 [66].

W normie MC 2010 założono, że siłą poprzeczną miarodajną do wymiarowania na ścinanie jest siła w przekroju oddalonym o odległość $z = 0,9d$ od lica podpory, co pokazano na rysunku 5.9 (d – wysokość użyteczna przekroju).



Rys. 5.9. Przekrój miarodajny do wymiarowania na ścinanie

Siła V_{Ed} powinna być przeniesiona przez beton i zbrojenie poprzeczne:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \geq V_{Ed} \quad (5.23)$$

gdzie:

- V_{Rd} – obliczeniowa nośność na ścinanie,
- $V_{Rd,c}$ – obliczeniowa siła przenoszona przez beton,
- $V_{Rd,s}$ – obliczeniowa siła przenoszona przez zbrojenie poprzeczne,
- V_{Ed} – obliczeniowa siła poprzeczna miarodajna do wymiarowania.

Jednocześnie siła V_{Rd} nie może przekroczyć maksymalnej nośności ze względu na zmiażdżenie betonu ściskanego:

$$V_{Rd} \leq V_{Rd,max} = k_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b_w z \frac{\cot \theta + \cot \alpha}{1 + \cot^2 \theta} \quad (5.24)$$

gdzie:

- θ – kąt pochylenia naprężeń ściskających,
- α – kąt pochylenia zbrojenia poprzecznego,
- f_{ck} – wytrzymałość charakterystyczna betonu na ściskanie,

- b_w – najmniejsza szerokość przekroju na wysokości ramienia sił wewnętrznych,
- z – ramię sił wewnętrznych w przekroju,
- γ_c – współczynnik materiałowy dla betonu przyjmowany tak samo jak w normie EN 1992-1-1:2004 [66] (1,5 i 1,2 odpowiednio w sytuacji obliczeniowej trwałej i przejściowej),
- k_c – współczynnik zmniejszający podany niżej przy różnych poziomach aproksymacji.

Siła przenoszona przez zbrojenie poprzeczne jest wyrażona wzorem:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s_w} z f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha, \quad (5.25)$$

w którym:

- A_{sw} – przekrój zbrojenia poprzecznego,
- s_w – rozstaw zbrojenia poprzecznego,
- f_{ywd} – obliczeniowa granica plastyczności zbrojenia poprzecznego.

Siłę $V_{Rd,s}$ należy uwzględnić przy wymiarowaniu na ścinanie w przypadku, gdy stopień zbrojenia poprzecznego spełnia warunek:

$$\rho_w \geq 0,08 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \quad (5.26)$$

Siła przenoszona przez beton jest wyrażona wzorem:

$$V_{Rd,c} = k_v \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} z b_w, \quad (5.27)$$

w którym k_v jest współczynnikiem określającym udział betonu w przenoszeniu siły poprzecznej.

We wzorach (5.26) i (5.27) charakterystyczna wytrzymałość betonu na ściskanie powinna być wstawiana w [MPa] i uzyskiwana wartość $\sqrt{f_{ck}}$ jest wyrażona w [MPa]. W normie Model Code 2010 znajduje się zastrzeżenie, że wartość

$\sqrt{f_{ck}}$ przyjmowana przy obliczaniu siły $V_{Rd,c}$ nie powinna być większa niż 8 MPa. Wynika to z faktu zaobserwowania dużych rozrzutów wyników badań doświadczalnych w przypadku elementów wykonanych z betonów o wyższej wytrzymałości (gdy $f_{ck} > 64$ MPa).

W Model Code 2010 podano, że zbrojenie podłużne w rozpatrywanym przekroju powinno przenieść dodatkową siłę wynikającą ze ścinania:

$$\Delta F_{td} = \frac{V_{Ed}}{2} (\cot \theta - \cot \alpha) + \frac{V_{Rd,c}}{2} (\cot \theta + \cot \alpha) \quad (5.28)$$

Poniżej przedstawiono procedurę wyznaczania kąta θ i współczynnika k_v oraz współczynnika k_c na różnych poziomach aproksymacji.

III poziom aproksymacji

Na trzecim poziomie aproksymacji wzory dotyczące kąta pochylenia naprężeń ściskających θ , współczynników k_v i k_c oraz odkształcenia podłużnego w środku wysokości przekroju ε_x mają postać:

$$\theta = 29^\circ + 7000\varepsilon_x \quad (5.29)$$

$$k_v = \frac{0,4}{(1 + 1500\varepsilon_x)} \cdot \frac{1300}{(1000 + 0,7k_{dg}z)} \quad \text{gdy } \rho_w = 0 \quad (5.30)$$

$$k_v = \frac{0,4}{(1 + 1500\varepsilon_x)} \quad \text{gdy } \rho_w \geq 0,08 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \quad (5.31)$$

$$\varepsilon_x = \frac{M_{Ed} / z + V_{Ed} + 0,5N_{Ed} - A_p f_{po}}{2(E_s A_s + E_p A_p)} \quad (5.32)$$

$$k_c = 0,55 \left(\frac{30}{f_{ck}} \right)^{1/3} \leq 0,55 \quad (5.33)$$

$$k_{dg} = \frac{48}{16 + d_g} \geq 1,15 \quad (5.34)$$

gdzie:

z – we wzorze (5.30) należy wstawić w mm,

ε_x – odkształcenia podłużne w środku wysokości przekroju,

E_s – moduł sprężystości zbrojenia podłużnego,

A_s – pole przekroju zbrojenia podłużnego,

E_p – moduł sprężystości zbrojenia sprężającego,

A_p – pole przekroju zbrojenia sprężającego,

d_g – maksymalna średnica kruszywa w mm.

I poziom aproksymacji

Wzory podane na pierwszym poziomie aproksymacji wynikają z przyjęcia założeń upraszczających do wzorów z poziomu III. Podstawą obliczeń jest przyjęcie stałego kąta $\theta = 36^\circ$ i następujących ograniczeń: $f_{ck} \leq 64$ MPa, $f_{yk} \leq 500$ MPa, $d_g \geq 10$ mm.

$$k_v = \frac{200}{(1000 - 1,3z)} \leq 0,15 \quad \text{gdy} \quad \rho_w = 0 \quad (5.35)$$

$$k_v = 0,15 \quad \text{gdy} \quad \rho_w \geq 0,08 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \quad (5.36)$$

$$k_c = 0,5 \left(\frac{30}{f_{ck}} \right)^{1/3} \leq 0,5 \quad (5.37)$$

II poziom aproksymacji

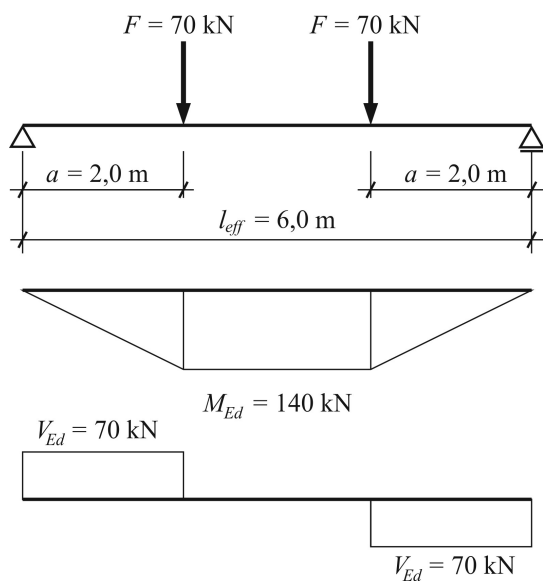
Na poziomie drugim aproksymacji, kąt θ jest dobierany dowolnie z zakresu określonego na podstawie zależności (5.38), w której odkształcenie ε_x można przyjąć równe 0,001 lub wyznaczyć w środku wysokości przekroju przy założeniu liniowego rozkładu odkształceń. Na tym poziomie aproksymacji nie uwzględnia się udziału betonu w przenoszeniu siły poprzecznej.

$$20^\circ + 10000\varepsilon_x \leq \theta \leq 45^\circ \quad (5.38)$$

$$k_v = 0, \quad V_{Rd,c} = 0 \quad (5.39)$$

$$k_c = 0,55 \left(\frac{30}{f_{ck}} \right)^{1/3} \leq 0,55 \quad (5.40)$$

Wymiarowanie na podstawie wyżej przedstawionej procedury powodowało znaczny wzrost obliczeniowej nośności elementów w przypadku uwzględnienia udziału betonu. Dobrze obrazuje ten fakt przykład obliczeniowy zaprezentowany w artykule autorki (M. Słowik [199]). Obliczenia dotyczyły belki żelbetowej o schemacie statycznym jak na rysunku 5.10 i o przekroju prostokątnym o wymiarach: szerokość $b = 200$ mm, wysokość $h = 350$ mm, wysokość użyteczna $d = 300$ mm; wykonanej z betonu o $f_{ck} = 30$ MPa. Przyjęto zbrojenie podłużne z trzech prętów o średnicy 25 mm i strzemiona dwuramiennie o średnicy 6 mm, rozmieszczone w rozstawie 180 mm ze stali: $f_{yk} = 500$ MPa.



Rys. 5.10. Schemat belki

W przypadku rozpatrywanej belki otrzymany stosunek nośności na ścinanie wyznaczonej według MC 2010 do obliczeniowej siły poprzecznej na poszczególnych poziomach aproksymacji obliczeń wyniósł:

I poziom

$$V_{Rd} = V_{Rdc} + V_{Rds} = 29,6 + 50,7 = 80,3 \text{ kN} > V_{Ed} = 70 \text{ kN};$$

$$\frac{V_{Rdc}}{V_{Rd}} = 0,37; \quad \frac{V_{Rd}}{V_{Ed}} = 1,15$$

II poziom

$$V_{Rd} = V_{Rds} = 63,9 \text{ kN} < V_{Ed} = 70 \text{ kN};$$

$$\frac{V_{Rd}}{V_{Ed}} = 0,91$$

III poziom

$$V_{Rd} = V_{Rdc} + V_{Rds} = 57,2 + 62,1 = 119,3 \text{ kN} > V_{Ed} = 70 \text{ kN};$$

$$\frac{V_{Rdc}}{V_{Rd}} = 0,48; \quad \frac{V_{Rd}}{V_{Ed}} = 1,70$$

Wyniki powyższych obliczeń wskazują na istotny udział betonu w całkowitej nośności na ścinanie w belkach ze strzemionami wynoszący 37% w obliczeniach na pierwszym poziomie i aż 48% na trzecim poziomie aproksymacji obliczeń. Obserwowany w badaniach doświadczalnych udział betonu w przenoszeniu siły poprzecznej w elementach zbrojonych poprzecznie nie jest aż tak znaczący jak wynikałoby to z obliczeń. To skłoniło autorów normy do skorygowania procedur obliczeniowych. W 2012 roku została opublikowana końcowa wersja zaleceń Model Code 2010 [128]. W przypadku wymiarowania na ścinanie wprowadzono zmiany do procedur obliczeniowych, które mają zastosowanie głównie do elementów ze zbrojeniem poprzecznym. Sama istota wymiarowania na ścinanie opisana wzorami od (5.23) do (5.28) pozostała niezmienną. Poniżej przedstawiono wprowadzone ustalenia w porównaniu do pierwszej wersji normy z 2010 roku [127].

Pierwsza zmiana dotyczy określenia wartości siły poprzecznej miarodajnej do wymiarowania na ścinanie pokazanej na rysunku 5.9. Siła ta jest przyjmowana w przekroju oddalonym o odległość d od lica podpory. Wybór miarodajnego przekroju do wymiarowania wynikał z wyników analiz numerycznych przeprowadzonych przez Vecchio [223] i Stevensa i in. [205], w których wykazano, że znaczne naprężenia ściskające w betonie występują w strefach oddalonych o „ d ” od obciążeń skupionych i od reakcji podporowych.

Przekroje położone w odległości mniejszej niż d od lica podpory mogą być wymiarowane na wielkość siły poprzecznej wyznaczonej w przekroju kontrolnym. W przypadku występowania obciążenia w postaci sił skupionych

w pobliżu podpory, siłę miarodajną do wymiarowania należy pomnożyć przez współczynnik redukcyjny β , wynoszący: $\beta = a_v/(2d)$ gdy $d < a_v < 2d$, $\beta = 0,5$ gdy $a_v < d$ (a_v – odległość przyłożenia siły skupionej od lica podpory).

W przypadku elementów bez zbrojenia poprzecznego wprowadzone zmiany we wzorach mają charakter raczej kosmetyczny i nie wpływają istotnie na wielkość obliczanych parametrów. Należy podkreślić, że podstawą określania nośności na ścinanie elementów bez zbrojenia poprzecznego w ostatecznej wersji normy MC 2010 była również zmodyfikowana teoria pola naprężeń ściskających SMCFT.

W normie MC 2010 [128] w odniesieniu do nośności na ścinanie elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego wyróżniono dwa poziomy aproksymacji obliczeń. Współczynnik k_v występujący we wzorze (5.27) na drugim poziomie przybliżenia przybiera postać:

$$k_v = \frac{0,4}{(1 + 1500\varepsilon_x)} \cdot \frac{1300}{(1000 + k_{dg}z)} \quad (5.41)$$

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75 \quad (5.42)$$

Współczynnik k_{dg} można przyjmować równy 1,0 gdy $d_g \geq 16$ mm. W przypadku betonów o wytrzymałości na ściskanie większej od 70 MPa maksymalny wymiar ziaren kruszywa przyjmowany we wzorze (5.42) wynosi $d_g = 0$ i wówczas współczynnik k_{dg} wynosi 2,0.

Wzór do wyznaczania współczynnika k_v na pierwszym poziomie został wyprowadzony na podstawie wzoru (5.41) przy przyjęciu $\varepsilon_x = 0,00125$, co odpowiada połowie wartości odkształcenia przy uplastycznieniu stali o granicy plastyczności $f_{yk} = 500$ MPa. Wzór ten przybiera postać:

$$k_v = \frac{180}{(1000 + 1,25z)} \quad (5.43)$$

Na pierwszym poziomie aproksymacji założono: $f_{ck} \leq 70$ MPa, $f_{yk} \leq 600$ MPa, $d_g \geq 10$ mm.

Większe zmiany zostały wprowadzone przy wymiarowaniu elementów ze zbrojeniem na ścinanie. Główna zmiana dotyczy uwzględnienia udziału betonu w przenoszeniu siły porzecznej. Udział betonu uwzględniony jest jedynie na

trzecim poziomie aproksymacji w przypadku gdy $V_{Rd} \leq V_{Rd,max}(\theta_{min})$, gdzie $\theta_{min} = 20^\circ + 10000\varepsilon_x$. Współczynnik k_v wyznacza się wówczas ze wzoru:

$$k_v = \frac{0,4}{(1 + 1500\varepsilon_x)} \left(1 - \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}(\theta_{min})} \right) \quad (5.44)$$

W pozostałych przypadkach o nośności przekroju decyduje zbrojenie poprzeczne $V_{Rd} = V_{Rds}$.

Procedura wymiarowania na ścinanie według Model Code z 2012 roku została przedstawiona dokładnie w najnowszych publikacjach, np. Sigrista i in. [178]. Polskie tłumaczenie końcowej wersji normy Model Code 2010 w przekładzie A. Ajdukiewicza ukazało się jako „Pre-norma konstrukcji betonowych – *fib* Model Code 2010” w 2014 roku [158].

6. Analiza procedur normowych

6.1. Metodyka obliczeń

Przedstawione powyżej zastawienie wybranych zaleceń normowych z zakresu obliczania nośności na ścinanie zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego wskazuje na zróżnicowanie stosowanych obecnie metod wymiarowania. Wprowadzenie nowych przepisów w normie Model Code 2010 [128] wynika z faktu, że dotychczasowe przepisy normalizacyjne, bazujące na wzorach empirycznych, nie były w ocenie badaczy wystarczająco zgodne zuzyskiwanymi wynikami badań. Problem ten był ostatnio szeroko dyskutowany na łamach prasy naukowo-technicznej, szczególnie amerykańskiej. Przykładem tej dyskusji w Polsce jest artykuł P. Paczkowskiego i A. Nowaka [148], w którym autorzy na podstawie przeprowadzonej analizy stwierdzili znaczące rozbieżności wyników badań z wartościami obliczonymi na podstawie wzoru zaproponowanego przez Zsuttego [244] oraz na podstawie wzorów podanych w normach ACI 318-14 [2] i Eurocode 2 [66].

W celu oceny poprawności wzorów normowych, przeprowadzono analizę obliczeniową, dotyczącą procedur zawartych w normach ACI 318-14 [2], EC 2 [66] i MC 2010 [128]. Porównano nośność na ścinanie wyznaczoną według przepisów wymienionych norm z wybranymi wynikami badań. Skoncentrowano się na weryfikacji poprawności uwzględnienia we wzorach normowych dwóch podstawowych parametrów, tj. wytrzymałości betonu i stopnia zbrojenia podłużnego. Oba te parametry są uwzględnione przy szacowaniu nośności na ścinanie we wszystkich analizowanych normach. Przeprowadzona analiza dopasowania wzorów normowych do wyników badań doświadczalnych dotyczy zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego o wskaźniku ścinania $a/d > 2,5$, w przypadku których możliwe jest zastosowanie założenia Bernoulliego. Założenie płaskich przekrojów zostało przyjęte w teorii MCFT, na podstawie której wyprowadzono wzory w normie MC 2010.

Analiza statystyczna została przeprowadzona za pomocą angielskiej wersji programu StatSoft's Statistica i obejmowała następujące kroki:

- dobór i analizę statystyczną danych,
- dobór modelu prognostycznego,
- porównanie wartości prognozowanych z normowymi,
- ocenę dopasowania wzorów normowych do wyników badań.

Przy analizie danych istotne było określenie charakteru rozkładu zmiennych. W tym celu zastosowano test normalności rozkładu Shapiro-Wilka (Shapiro, Wilk [172]).

Przy doborze modeli prognostycznych wykorzystano trzy metody:

- metodę regresji wielorakiej MR – Multiple Regression (Kot, Jakubowski, Sokołowski [112], Stanisław [204]),
- metodę wieloimiennej regresji adaptacyjnej z użyciem funkcji sklepanych – Multivariate Adaptive Regression Splines MARS (Lewis, Stevens [124], Stokes [206]),
- metodę uogólnionych modeli addytywnych – Generalized Additive Models GAM (Hastie, Tibshirani [87], [88]).

Wnioskowanie o poprawnym doborze modelu prognostycznego przeprowadzono na podstawie skorygowanego współczynnika determinacji i oceny dopasowania wykresów zmiennych oraz analizy szeregu resztowego funkcji autokorelacji częściowej i funkcji autokorelacji (Box, Pierce [29], Raju [161]). Procedura doboru modeli prognostycznych została przedstawiona w publikacjach M. Słowik i M. Rogalskiej [192], [200].

W celu analitycznego określenia dopasowania krzywej regresji do wyników badań doświadczalnych wyznaczano średni absolutny błąd procentowy *MAPE* za pomocą wzoru (6.1) (King, Minium [108]). W celu oceny niezależności porównywanych zbiorów przy porównywaniu wartości prognozowanych z normowymi, użyto testu t-studenta.

$$MAPE = \frac{1}{T - n} \sum_{i=T-n}^T \frac{|Y_i - Y_{ip}|}{Y_i} \quad (6.1)$$

gdzie:

T – suma okresów obliczeniowych i prognozowanych,

n – liczba okresów prognozowania,

Y_i – wartość rzeczywista zmiennej w okresie i ,

Y_{ip} – wartość prognozowana zmiennej w okresie i .

Zastosowana metodyka obliczeń statystycznych została szerzej opisana w pracy M. Rogalskiej [166].

6.2. Ocena poprawności uwzględnienia we wzorach normowych wpływu wytrzymałości betonu na nośność na ścinanie

6.2.1. Analiza danych i dobór modelu prognostycznego

Jak wykazały badania doświadczalne, w przypadku zginanych elementów o wyższej smukłości, gdy $a/d \geq 2,5$ najczęściej dochodzi do zniszczenia tuż po powstaniu rysy ukośnej. Zatem o nośności tych elementów w dużej mierze decydują naprężenia rozciągające w strefie przypodporowej, przy których dochodzi do zarysowania ukośnego. Naprężenia te przyjmowane są najczęściej jako równe wytrzymałości betonu na rozciąganie.

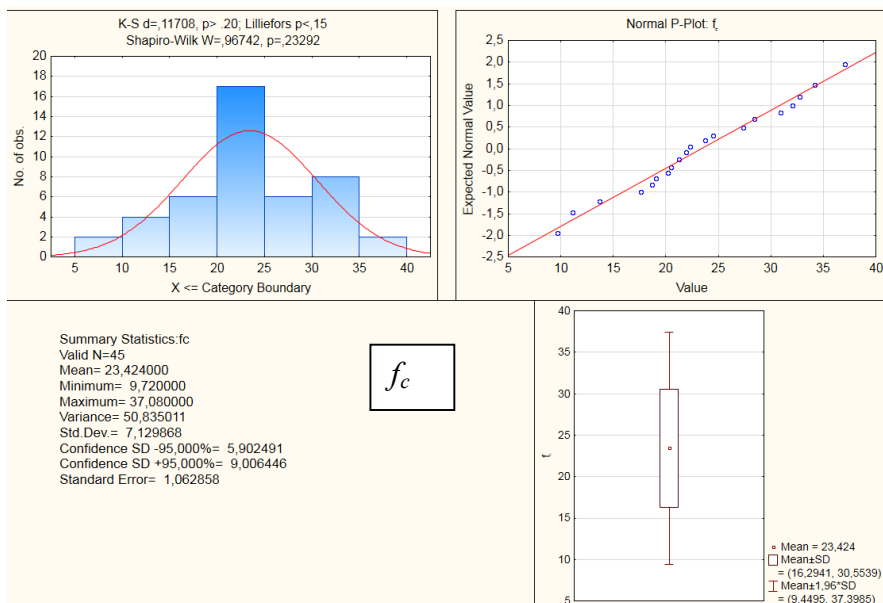
We wzorach empirycznych, dotyczących nośności na ścinanie, które zostały wyprowadzone na podstawie wyników badań, wytrzymałość betonu na rozciąganie wyrażona jest najczęściej za pomocą wytrzymałości betonu na ściskanie jako funkcja $\sqrt[3]{f_c}$, np. we wzorach Zsuttego [244], Mphonde i Franca [133] oraz Shuaiba, Khaloo i Povedy [174], lub jako $\sqrt{f_c}$, jak np. we wzorze zaproponowanym przez Bażanta i Kima [13]. Również we wszystkich analizowanych wzorach normowych wytrzymałość betonu na rozciąganie jest uwzględniana za pomocą wytrzymałości betonu na ściskanie. W normie EC 2 wytrzymałość betonu na rozciąganie uwzględniona we wzorze (4.19) jest określona za pomocą $\sqrt[3]{f_{ck}}$, natomiast w normie amerykańskiej ACI 318 i w zaleceniach MC 2010, wytrzymałość betonu na rozciąganie przyjmowana jest jako funkcja $\sqrt{f_{ck}}$, gdzie f_{ck} jest wytrzymałością charakterystyczną betonu na ściskanie w MPa.

Analiza statystyczna w pierwszej kolejności miała na celu ocenę poprawności relacji między wytrzymałością betonu na ściskanie i rozciąganie przyjmowanych przy wymiarowaniu na siły poprzeczne. W obliczeniach przyjęto średnią wytrzymałość betonu na ściskanie oznaczoną na próbkach walcowych, gdyż wyniki badań, które wykorzystano w analizie statystycznej nie zawierały wystarczających danych, by określić wytrzymałość charakterystyczną.

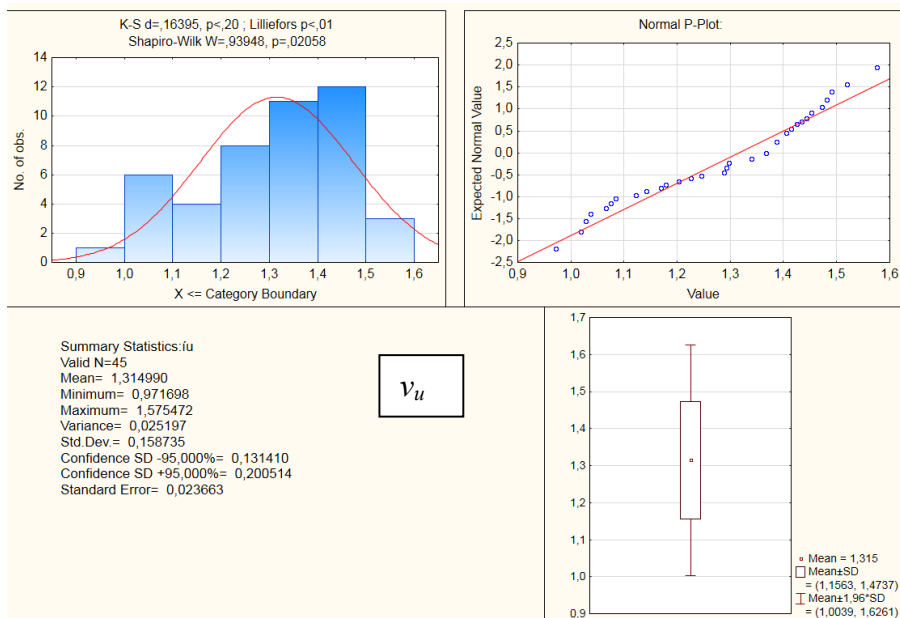
Pierwszy krok analizy dotyczył doboru modelu do wyznaczenia krzywej regresji dla zbioru wyników badań dotyczących nośności na ścinanie, w zależności od wytrzymałości betonu na ściskanie i był przeprowadzony aby ocenić, czy przyjmowanie wytrzymałości betonu na rozciąganie na podstawie wytrzymałości betonu na ściskanie według zależności przyjmowanych w normach jako funkcji $f_{ct} \rightarrow \sqrt[3]{f_c}$ lub $f_{ct} \rightarrow \sqrt{f_c}$ jest prawidłowe.

Do celów przeprowadzenia analizy wykorzystano wyniki badań belek wykonanych z betonu o wytrzymałości na ściskanie od 10 MPa do 40 MPa, zaczerpniętych z badań Desai [61], [62] i badań przeprowadzonych przez Pererę i Mutsuyoshiego [151]. Doбору badań wykorzystanych w analizie dokonano w ten sposób, by w badanych elementach parametrem zmiennym była jedynie wytrzymałość betonu, a pozostałe parametry były takie same lub zbliżone. Porównywane belki miały taki sam przekrój 200 mm × 300 mm i były badane w teście trzypunktowego zginania przy wskaźniku ścinania 3,6. Belki były zbrojone tylko podłużnie (stopień zbrojenia w badaniach Desai wynosił 1,8% a w belkach badanych przez Pererę i Mutsuyoshiego 3,0%). W obu badaniach uziarnienie kruszywa nie przekraczało 20 mm. Szerszy opis badań zamieszczony jest w rozdziale drugim pracy. Sposób zniszczenia badanych elementów również był podobny. Wszystkie belki uległy nagłemu zniszczeniu po pojawieniu się rysy ukośnej, co wskazuje, że nośność na ścinanie w dużej mierze zależała od głównych naprężeń rozciągających w betonie. Tak dobrany zbiór wyników badań stanowił próbę statystyczną o liczebności $N = 45$.

Przeprowadzono analizę danych w celu określenia charakteru rozkładu zmiennej zależnej – granicznych naprężeń ścinających uzyskanych w badaniach: $v_u = V_{ult}/bd$ i zmiennej niezależnej – wytrzymałości betonu na ściskanie: f_c . W analizie zastosowano test normalności rozkładu Shapiro-Wilka. Wyniki przeprowadzonej analizy przedstawiono na rysunkach 6.1 i 6.2.



Rys. 6.1. Podsumowanie testu normalności rozkładu zmiennej f_c



Rys. 6.2. Podsumowanie testu normalności rozkładu zmiennej v_u

Na podstawie przeprowadzonego testu Shapiro-Wilka, w przypadku każdej zmiennej określono wartość statystyki testowej, którą porównano z wartością krytyczną wynoszącą $W_{kr} = 0,945$ (przy liczbie obserwacji $N = 45$ i poziomie istotności $\alpha = 0,05$). Stwierdzono, że rozkład zmiennej f_c może być traktowany jako normalny ($W = 0,967 > W_{kr} = 0,945$) natomiast zmienna v_u nie wykazuje cech rozkładu normalnego ($W = 0,939 < W_{kr} = 0,945$). Zachodzi zatem przypuszczenie, że do wyznaczenia równania regresji konieczne będzie zastosowanie zaawansowanych metod prognostycznych.

W celu ustalenia równania regresji granicznych naprężeń ścinających przy zmiennej niezależnej f_c i określenia najlepszego dopasowania równania regresji do zbioru wyników badań przetestowano trzy metody: regresji wielorakiej MR, wieloimiennej regresji adaptacyjnej z użyciem funkcji sklejanych MARS i uogólnionych modeli addytywnych GAM. W każdym przypadku policzono średni absolutny błąd procentowy $MAPE$ za pomocą wzoru (6.1) w celu analitycznego określenia dopasowania krzywej regresji do wyników badań.

Jako pierwszą, zastosowano metodę regresji wielorakiej MR. Zmienna zależna v_u była analizowana w odniesieniu do wytrzymałości betonu na ściskanie jako zmiennej niezależnej przedstawionej w funkcji $\sqrt[3]{f_c}$ jak w normie EC 2 – model MR1, a następnie w funkcji $\sqrt{f_c}$ jak w normie

ACI 318 i MC 2010 – model $MR2$. Podsumowanie regresji zmiennej v_u w odniesieniu do $\sqrt[3]{f_c}$ przedstawiono w tablicy 6.1.

Tablica 6.1. Podsumowanie regresji zmiennej zależnej: $v_u (\sqrt[3]{f_c})$

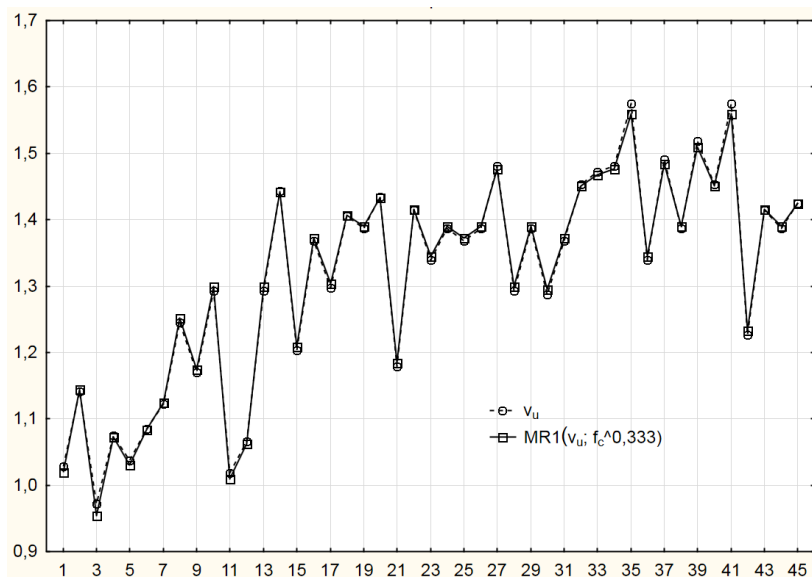
$N = 45$	Podsumowanie regresji zmiennej zależnej: $v_u (\sqrt[3]{f_c})$ $R = 0,99914664$; $R^2 = 0,99829401$; Popraw. $R^2 = 0,99825433$ $F(1,43)=25162$; $p < 0,0000$; Błąd std. estymacji: 0,00663					
	b^*	Bł. std. z b^*	β	Bł. std. z β	t(45)	p
Wyraz wolny			-2,50783	0,024120	-103,974	0,00000
$\sqrt[3]{f_c}$	0,999147	0,006299	3,49515	0,022034	158,626	0,00000
b^* – współczynnik korelacji β – współczynnik równania regresji						

Otrzymane równanie regresji ma postać:

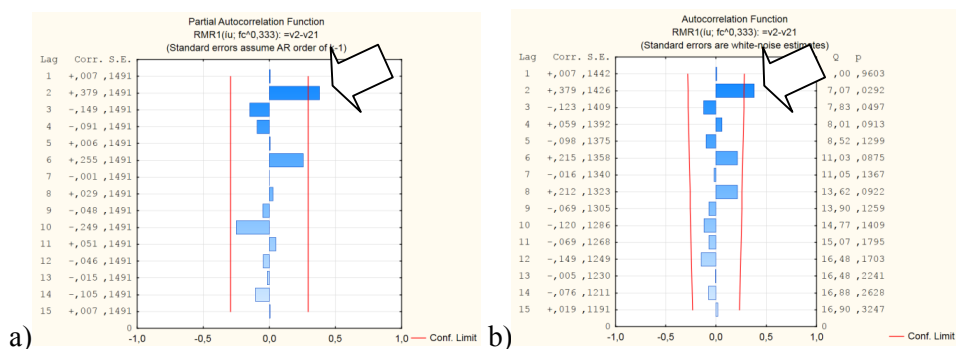
$$MR1(v_u; \sqrt[3]{f_c}) = -2,50783 + 3,49515 \sqrt[3]{f_c} \quad (6.2)$$

Na rysunku 6.3. zestawiono wykres wartości rzeczywistych v_u i prognozowanych $MR1(v_u; \sqrt[3]{f_c})$. Policzono również błąd dopasowania $MAPE$ na podstawie wzoru (6.1), który wyniósł $MAPE = 0,408556\%$ dla $N = 45$. Biorąc pod uwagę porównanie wykresów wartości rzeczywistych i prognozowanych i niską wartość błędu $MAPE$, można stwierdzić bardzo dobre dopasowanie modelu do wyników badań.

Następnie dokonano analizy szeregu resztowego funkcji autokorelacji cząstkowej i funkcji autokorelacji, która wykazała, że reszty nie są białym szumem. Wyniki analizy pokazano na rysunku 6.4.



Rys. 6.3. Wykres wartości rzeczywistych v_u i prognozowanych $MR1(v_u; \sqrt[3]{f_c})$ [192]



Rys. 6.4. Szereg resztowy $RMR1(v_u; \sqrt[3]{f_c})$ funkcji autokorelacji cząstkowej a) i funkcji autokorelacji b)

Na podstawie przeprowadzonej analizy należy stwierdzić, że mimo uzyskania bardzo dobrego dopasowania wykresów zmiennych v_u i $MR1$, bardzo niskiego absolutnego błędu $MAPE = 0,408556\%$ oraz wysokiej wartości skorygowanego współczynnika determinacji $R^2 = 0,99825433$, równania (6.2) nie można uznać za równanie regresji, ponieważ szereg resztowy $RMR1(v_u; \sqrt[3]{f_c})$ nie jest białym szumem.

Podobnie postąpiono przy analizie zmiennej zależnej v_u w odniesieniu do wytrzymałości betonu na ściskanie w funkcji $\sqrt{f_c}$. Podsumowanie regresji zmiennej v_u w odniesieniu do $\sqrt{f_c}$ przedstawiono w tablicy 6.2.

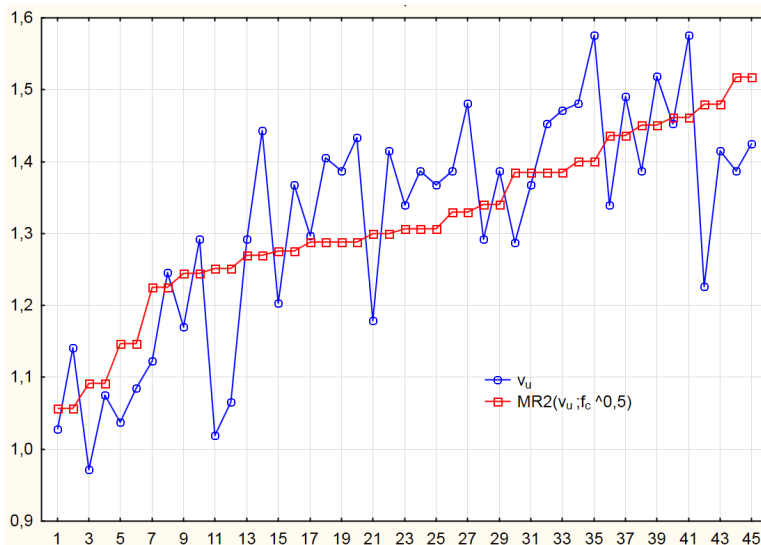
Tablica 6.2. Podsumowanie regresji zmiennej zależnej: $v_u (\sqrt{f_c})$

$N = 45$	Podsumowanie regresji zmiennej zależnej: $v_u (\sqrt{f_c})$ $R = 0,74561578$; $R^2 = 0,55594289$; Popraw. $R^2 = 0,54561598$ $F(1,43) = 53.834$; $p < 0,00000$; Błąd std. estymacji: 0,10700					
	b^*	Bł. std. z b^*	β	Bł. std. z β	t(45)	p
Wyraz wolny			0,573762	0,102275	5,609997	0,000001
$\sqrt{f_c}$	0,745616	0,101621	0,155049	0,021132	7,337192	0,000000
b^* – współczynnik korelacji β – współczynnik równania regresji						

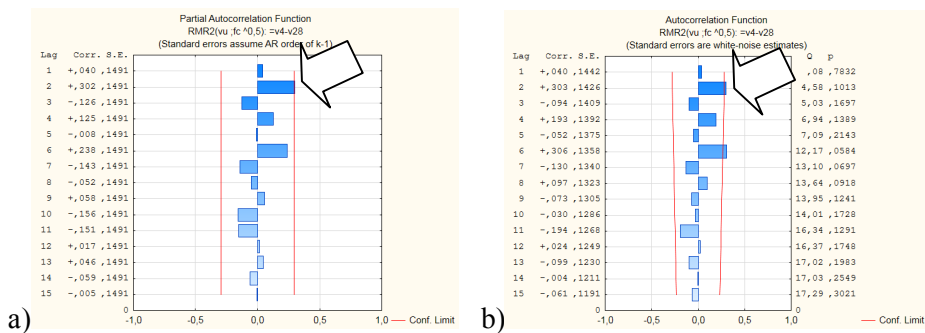
Równanie regresji w modelu $MR2$ jest opisane wzorem:

$$MR2(v_u; \sqrt{f_c}) = 0,573762 + 0,155049\sqrt{f_c} \quad (6.3)$$

Wykres wartości rzeczywistych i prognozowany przedstawiono na rysunku 6.5, a na rysunku 6.6 zobrazowano analizę szeregu resztowego funkcji autokorelacji cząstkowej i funkcji autokorelacji.



Rys. 6.5. Wykres wartości rzeczywistych v_u i prognozowanych $MR2(v_u; \sqrt{f_c})$ [192]



Rys. 6.6. Szereg resztowy $RMR2(v_u; \sqrt{f_c})$ funkcji autokorelacji cząstkowej a) i funkcji autokorelacji b)

W przypadku zmiennej $v_u(\sqrt{f_c})$ stwierdzono, że równania (6.3) nie można uznać za równanie regresji, ponieważ szereg resztowy $RMR2(v_u; \sqrt{f_c})$ nie jest białym szumem. Ponadto uzyskano średnie dopasowanie między zmiennymi v_u i $MR2$, większy absolutny błąd $MAPE = 6,929256\%$ oraz stosunkowo niską wartość skorygowanego współczynnika determinacji $R^2 = 0,54561598$.

Mimo, że na podstawie przeprowadzonej analizy za pomocą metody regresji wielorakiej MR, przy zastosowaniu modeli *MR1* i *MR2* nie udało się wyłonić równania regresji dla zbioru wyników badań, to można zauważyć, że lepszą zgodność z wynikami badań wykazuje uzależnienie granicznych naprężeń ścinających od $\sqrt[3]{f_c}$ niż od $\sqrt{f_c}$.

Wyniki analizy statystycznej wskazały na konieczność zastosowania bardziej złożonych metod niż metody regresji wielorakiej MR do wyznaczenia równania regresji. Stwierdzono również, że przy analizie zmiennej zależnej v_u w odniesieniu do zmiennej niezależnej f_c konieczne jest przetestowanie wielu funkcji, np.: f_c , $\sqrt{f_c}$, $\sqrt[3]{f_c}$, $\ln(f_c)$, $1/f_c$, f_c^2 , f_c^3 , f_c^4 , f_c^5 , f_c^6 , f_c^7 , f_c^8 , f_c^9 , f_c^{10} . Zastosowano metodę wieloimiennej regresji adaptacyjnej z użyciem funkcji sklepanych MARS, a w utworzonym modelu *MARS1* zmienna zależna v_u była analizowana w odniesieniu do zmiennej niezależnej f_c , przy użyciu wyżej wymienionych funkcji. Zastosowanie metody MARS nie dało satysfakcjonujących wyników. Dlatego w następnym etapie użyto metody uogólnionych modeli addytywnych GAM. Po przeanalizowaniu otrzymanych współczynników równania regresji, które zestawiono w tabelicy 6.3, wygenerowano model $GAM1(v_u; \sqrt{f_c}, \sqrt[3]{f_c}, f_c^2, f_c^3, f_c^4, f_c^5)$, w którym zmienną zależną v_u opisano za pomocą wytrzymałości na ściskanie z wykorzystaniem następujących funkcji: $\sqrt{f_c}$, $\sqrt[3]{f_c}$, f_c^2 , f_c^3 , f_c^4 , f_c^5 . Otrzymane równanie regresji opisuje wzór (6.4).

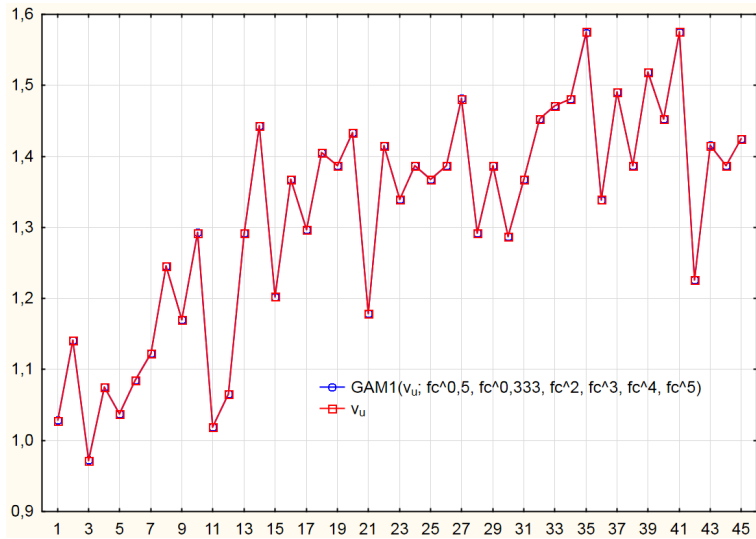
$$GAM1(v_u; \sqrt{f_c}, \sqrt[3]{f_c}, f_c^2, f_c^3, f_c^4, f_c^5) = e^{(-1.92\sqrt{f_c} + 2.84\sqrt[3]{f_c} + 0.13f_c^2 - 0.022f_c^3 + 0.002f_c^4 - 0.00012f_c^5)} \quad (6.4)$$

Tablica 6.3. Zestawienie współczynników równania regresji dla modelu *GAM1*

	Podsumowanie algorytmu; Rozkład: Gamma;		
	Indeks zmiennej	Stopień swobody	Współczynnik GAM
Wyraz wolny	0	1.000000	0.00000
$\sqrt{f_c}$	1	4.002432	-1.91852
$\sqrt[3]{f_c}$	2	4.001182	2.83856
f_c^2	3	4.001834	0.13130
f_c^3	4	3.999337	-0.02204
f_c^4	5	3.999161	0.00207
f_c^5	6	4.000788	-0.00012
f_c^6	7	4.000846	0.00000
f_c^7	8	4.003390	-0.00000
f_c^8	9	4.000112	0.00000
f_c^9	10	4.001686	-0.00000
f_c^{10}	11	4.001100	-0.00000

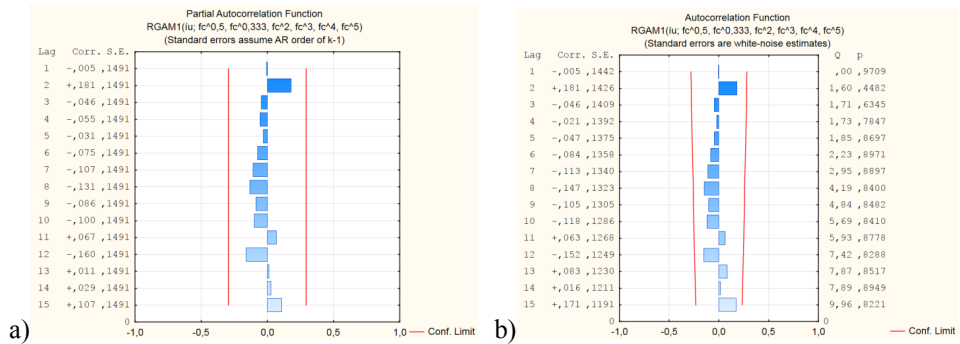
Na rysunku 6.7 zamieszczono wykres wartości rzeczywistych v_u i prognozowanych $GAM1(v_u; \sqrt{f_c}, \sqrt[3]{f_c}, f_c^2, f_c^3, f_c^4, f_c^5)$, który obrazuje znakomite dopasowanie modelu *GAM1* do wyników badań v_u , o czym świadczy również uzyskany bardzo niski błąd $MAPE = 0,018715\%$.

Szereg resztowy $RGAM1(v_u; \sqrt{f_c}, \sqrt[3]{f_c}, f_c^2, f_c^3, f_c^4, f_c^5)$ funkcji autokorelacji cząstkowej i funkcji autokorelacji zamieszczony na rysunku 6.8 jest białym szumem. Zatem równanie (6.4) można uznać za równanie regresji.



Rys. 6.7. Wykres wartości rzeczywistych v_u i prognozowanych $GAM1(v_u; \sqrt{f_c}, \sqrt[3]{f_c}, f_c^2, f_c^3, f_c^4, f_c^5)$ [192]

Szereg resztowy $RGAM1(v_u; \sqrt{f_c}, \sqrt[3]{f_c}, f_c^2, f_c^3, f_c^4, f_c^5)$ funkcji autokorelacji cząstkowej i funkcji autokorelacji zamieszczony na rysunku 6.8 jest białym szumem. Zatem równanie (6.4) można uznać za równanie regresji.



Rys. 6.8. Szereg resztowy $RGAM1(v_u; \sqrt{f_c}, \sqrt[3]{f_c}, f_c^2, f_c^3, f_c^4, f_c^5)$ funkcji autokorelacji cząstkowej a) i funkcji autokorelacji b)

Podsumowanie wyników analizy statystycznej dotyczącej wyznaczania krzywej regresji dla zbioru wyników badań doświadczalnych przy użyciu testowanych modeli zamieszczono w tablicy 6.4.

Tablica 6.4. Porównanie modeli regresyjnych

Metoda	Model	Funkcja autokorelacji cząstkowej	Funkcja autokorelacji	MAPE [%]	Ocena modelu
Multiple Regression Method	MR1	nieprawidłowa	nieprawidłowa	0,409	—*
	MR2	nieprawidłowa	nieprawidłowa	6,929	—*
Multivariable Adaptive Regression Splines	MARS1	prawidłowa	prawidłowa	3,232	Dobry
Generalized Additive Method	GAM1	prawidłowa	prawidłowa	0,019	Bardzo dobry
—* Poza klasyfikacją					

Uznano, że krzywa regresji opisana wzorem (6.4), która została wygenerowana za pomocą modelu GAM1 przy użyciu metody uogólnionych modeli addytywnych GAM spełnia warunki najlepszego dopasowania do zbioru wyników badań. Została ona zastosowana do następnego etapu analizy statystycznej, w którym wartości prognozowane porównano z wartościami obliczonymi na podstawie norm.

6.2.2. Analiza porównawcza

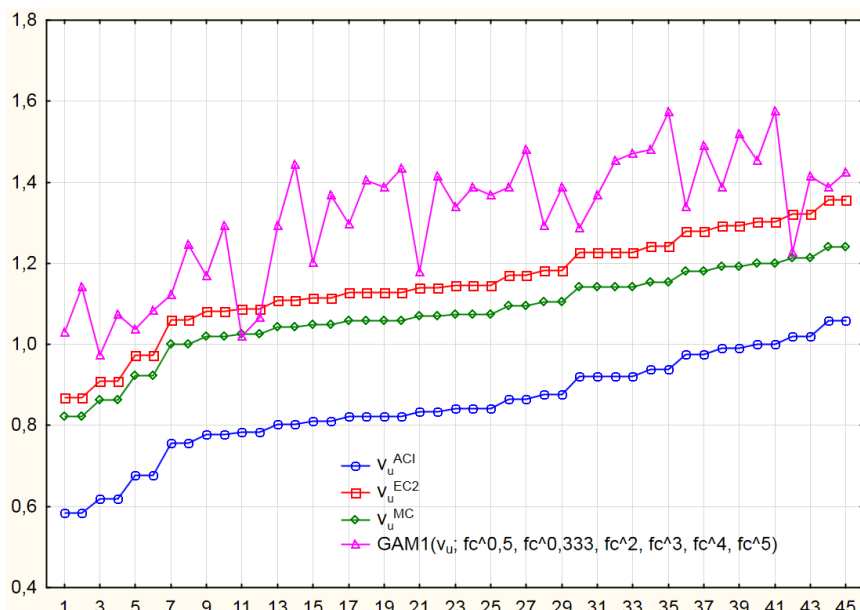
W celu weryfikacji poprawności uwzględnienia we wzorach normowych wpływu wytrzymałości betonu na nośność belek na ścinanie przeprowadzono analizę porównawczą, w której wykorzystano wyniki badań doświadczalnych belek zbrojonych podłużnie wykonanych z betonu o różnej wytrzymałości na ściskanie. Porównano wartości prognozowane, wygenerowane za pomocą modelu $GAM1(v_u; \sqrt{f_c}, \sqrt[3]{f_c}, f_c^2, f_c^3, f_c^4, f_c^5)$ z nośnością na ścinanie wyznaczoną na podstawie norm: ACI 318, EC 2 i MC 2010. Biorąc pod uwagę wszystkie parametry badań wyliczono odpowiadające im wartości granicznych naprężeń ścinających według wymienionych norm. Tak powstały zbiory zmiennych: v_u^{ACI} , v_u^{EC2} , v_u^{MC} .

Za pomocą testu t-studenta oceniono czy otrzymane zbiory zmiennych są próbami niezależnymi w stosunku do zbioru wartości prognozowanych i czy wartości normowe mogą być porównywane z wartościami prognozowanymi. Stwierdzono, że wartości t testu t-studenta w przypadku wszystkich porównywanych zmiennych są większe niż wartość normalna wynosząca 1,662354 przy stopniu swobody $df = 88$ i prawdopodobieństwie $p = 0,95$. Zatem uznano, że zmienne są niezależne i mogą być porównywane. Wyniki testu t-studenta zamieszczono w tablicy 6.5

Tablica 6.5. Wyniki testu t-studenta dotyczącego niezależności prób

Grupa 1 vs. Grupa 2	Test dla zmiennych niezależnych				
	Średnia Grupa 1	Średnia Grupa 2	t	df	p
$GAM1(v_u; f_c)$ vs. v_u^{EC2}	1.314982	1.151979	5.41470	88	0.000001
$GAM1(v_u; f_c)$ vs. v_u^{MC}	1.314982	1.075845	8.39372	88	0.000000
$GAM1(v_u; f_c)$ vs. v_u^{ACI}	1.314982	0.849898	15.58048	88	0.000000
Uwaga: Zmienne traktowane są jako niezależne próby					

Porównano wartości prognozowane $GAM1(v_u; \sqrt{f_c}, \sqrt[3]{f_c}, f_c^2, f_c^3, f_c^4, f_c^5)$, z granicznymi naprężeniami ścinającymi obliczonymi na podstawie norm: ACI 318 – v_u^{ACI} , EC 2 – v_u^{EC2} i MC 2010 – v_u^{MC} . Na rysunku 6.9 przedstawiono wartości prognozowane określone na podstawie wzoru (6.4) i wartości normowe v_u^{ACI} , v_u^{EC2} i v_u^{MC} .



Rys. 6.9. Porównanie wartości prognozowanych $GAM1$ i policzonych na podstawie norm [192]

Wyznaczono średni absolutny błąd procentowy $MAPE$ ze wzoru (6.1), co pozwoliło na analityczną ocenę różnicy między wartościami prognozowanymi, wynikającymi ze wzoru regresji (6.4) a wartościami obliczonymi na podstawie wzorów normowych. Otrzymano następujące wartości błędu dla poszczególnych norm:

- EC 2: $MAPE = 12,7\%$
- MC 2010: $MAPE = 17,7\%$
- ACI 318: $MAPE = 35,0 \%$.

Można zauważyć, że w przypadku zbioru wyników badań belek wykonanych z betonu o wytrzymałości na ściskanie od 10 MPa do 40 MPa, wykorzystanych w analizie, najlepsze dopasowanie do wyników badań wykazują wartości nośności na ścinanie wyznaczone na podstawie wzoru z normy EC 2.

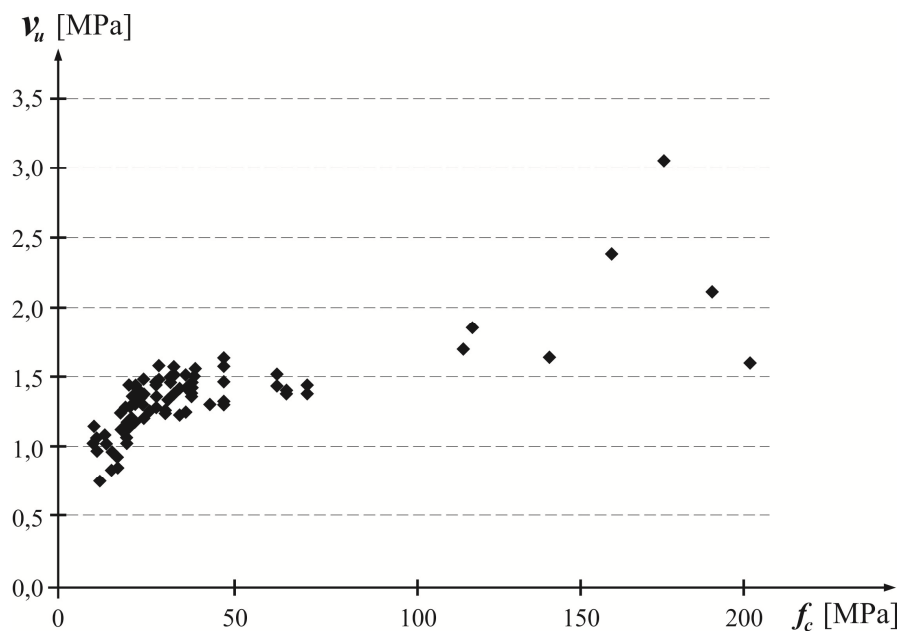
W celu szerszej oceny poprawności wzorów normowych zbiór wyników badań poszerzono o badania belek wykonanych z betonów o wyższej wytrzymałości. Doboru badań dokonano tak, by w poszerzonym zbiorze pozostałe parametry badań były podobne. Wykorzystano wyniki badań własnych oraz badań Desai [61], [62], Moody i in. [129], Bażanta i Kazemiego [15], Shuaiba i Luego [175] oraz Perery i Mutsuyoshiego [151]. Podstawowe parametry wymienionych badań zestawiono w tablicy 6.6.

Tablica 6.6. Parametry badań

Lp.	Badania	$b \times h$ [m]	a/d [-]	ρ [%]	f_c [MPa]
1	własne	$0,12 \times 0,25$	3,4	1,8	$33 \div 35$
2	Desai [61], [62]	$0,2 \times 0,3$	3,6	1,8	$10 \div 37$
3	Moody i in. [129]	$0,15 \times 0,3$	3,0	1,9	$12 \div 42$
4	Bażant, Kazemi [15]	$0,04 \times 0,2$	3,0	1,6	46,5
5	Shuaib, Lue [175]	$0,13 \times 0,25$	3,0; 4,0	1,8; 3,3	$61 \div 70$
6	Perera, Mutsuyoshi [151]	$0,2 \times 0,3$	3,0; 3,5; 4,0	3,0	$36 \div 38$ $114 \div 194$

W wybranych badaniach wszystkie elementy uległy zniszczeniu w wyniku wyczerpania nośności w strefie przypodporowej przed osiągnięciem momentu zginającego, wynikającego z nośności zbrojenia podłużnego. Elementy niszczyły się na skutek powstania rysy ukośnej, a zniszczenie przybierało nagły kruchy charakter. Badania wykazały, że nośność belek V_{ult} była niewiele wyższa od siły poprzecznej, przy której dochodziło do powstania rys ukośnych V_{cr} . Na rysunku 6.10 przedstawiono graniczne naprężenia ścinające otrzymane w wyniku badań w zależności od wytrzymałości betonu na ściskanie. Na uwagę zasługuje bardzo duży rozrzut wyników badań belek wykonanych z betonu o wysokiej wytrzymałości $f_c > 150$ MPa. Tych wyników badań nie uwzględniono w dalszej analizie statystycznej.

Do zbudowania modelu i uzyskania krzywej regresji zastosowano metodę uogólnionych modeli addytywnych GAM. W przypadku zbioru wyników badań uwzględniających belki wykonane z betonu o wytrzymałości na ściskanie od 10 MPa do 140 MPa, najlepszym rozwiązaniem okazało się wykorzystanie predyktora w postaci następujących funkcji: f_c , $\log(f_c)$, $\sqrt[3]{f_c^2}$, $\log_{10}(f_c)$, f_c^2 , $\sqrt[3]{f_c}$. Podsumowanie regresji przy użyciu modelu $GAM2(v_u; f_c)$ przedstawiono w tablicy 6.7.



Rys. 6.10. Zależność $\nu_u - f_c$; zestawienie wyników badań

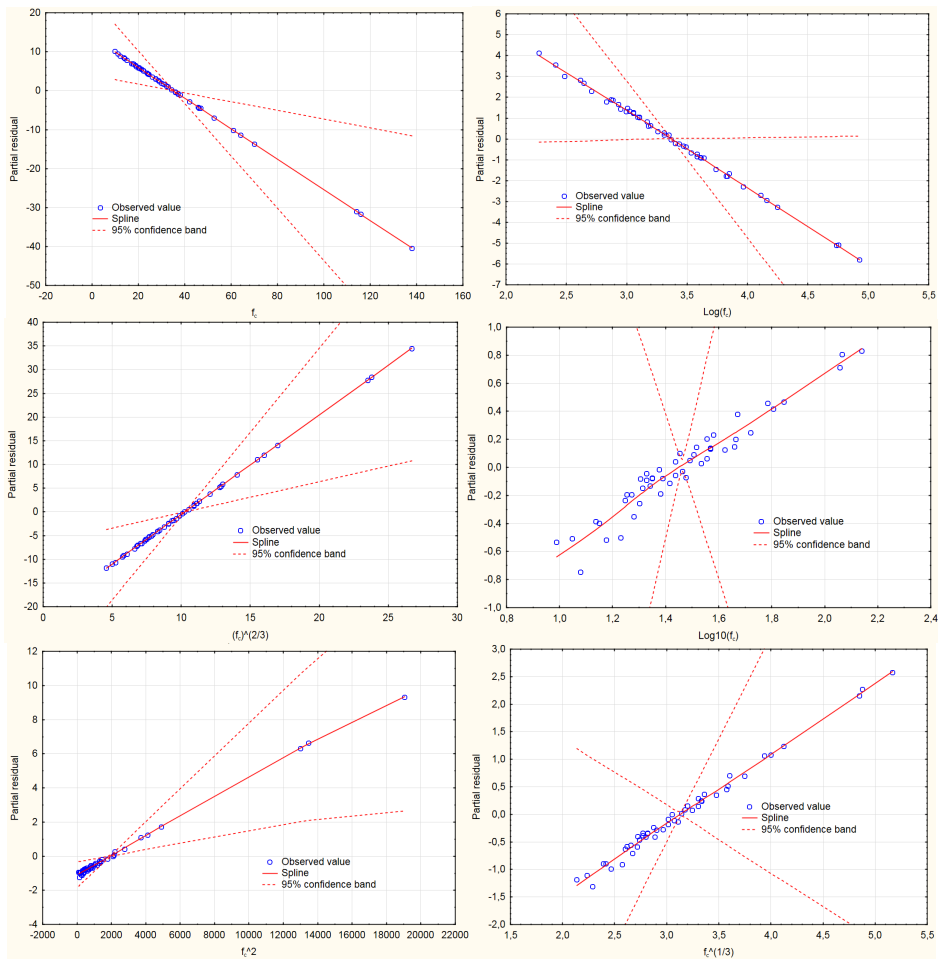
Tablica 6.7. Podsumowanie regresji zmiennej zależnej: $\nu_u(f_c)$

	Podsumowanie algorytmu Rozkład: Gamma; funkcja wiążąca: Log		
	Indeks zmiennej	Stopień swobody	Współczynnik GAM
Wyraz wolny	0	1,000000	0.00000
f_c	1	4,000520	-0,39282
$\log(f_c)$	2	4,004147	-3,70004
$\sqrt[3]{f_c^2}$	3	4,002724	2,09528
$\log_{10}(f_c)$	4	4,004147	1,27555
f_c^2	5	3,997415	0,00056
$\sqrt[3]{f_c}$	6	4,000584	1,270627

Uzyskane równanie regresji ma postać:

$$GAM2(v_u; f_c) = e^{\left(1,27 - 0,39 f_c - 3,7 \log(f_c) + 2,09 \sqrt[3]{f_c^2} + 1,27 \log_{10}(f_c) + 0,0006 f_c^2 + 1,27 \sqrt[3]{f_c}\right)} \quad (6.5)$$

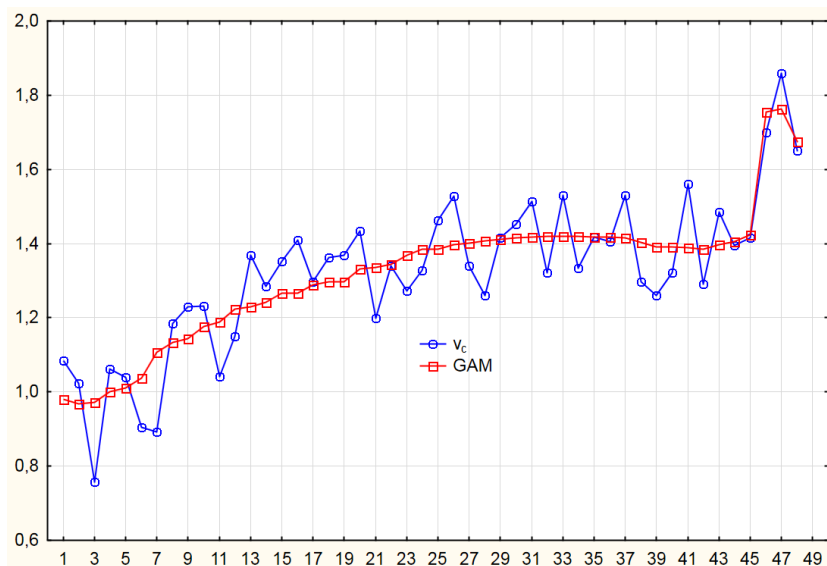
Na rysunku 6.11 zostały przedstawione wyniki analizy krzywych sklejanych w odniesieniu do 95% pasa ufności, na podstawie której nie stwierdzono znacznych przekroczeń wartości zmiennych poza granice pasów ufności. Uznano, że zmienne niezależne są wystarczająco dobrymi predyktorami.



Rys. 6.11. Krzywe sklepane i 95% pas ufności

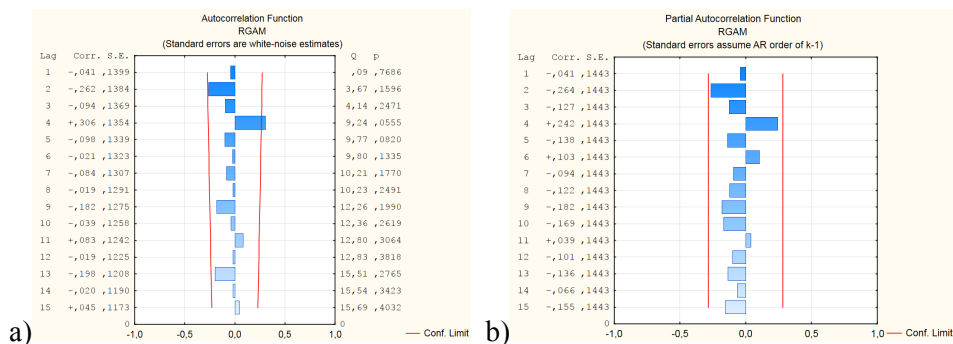
Na rysunku 6.12 zamieszczono wykres wartości rzeczywistych i prognozowanych, który obrazuje dobre dopasowanie między zmiennymi v_u i $GAM2(v_u; f_c, \log(f_c), \sqrt[3]{f_c^2}, \log_{10}(f_c), f_c^2, \sqrt[3]{f_c})$. Średni absolutny błąd procentowy wyniósł $MAPE = 6,801561$.

Szereg resztowy $RGAM2(v_u; f_c, \log(f_c), \sqrt[3]{f_c^2}, \log_{10}(f_c), f_c^2, \sqrt[3]{f_c})$ funkcji autokorelacji cząstkowej i funkcji autokorelacji zamieszczony na rysunku 6.13 jest białym szumem.



Rys. 6.12. Wykres wartości rzeczywistych v_u i prognozowanych

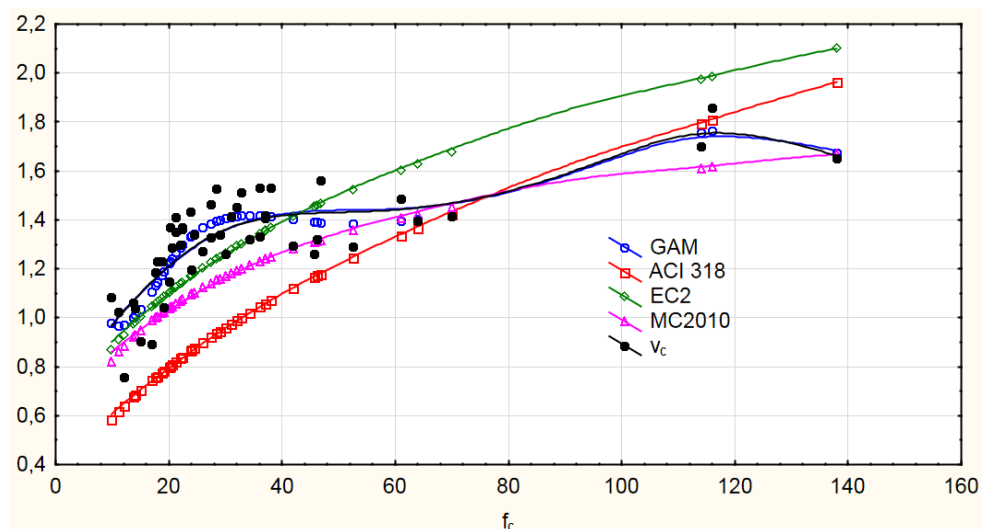
$$GAM2(v_u; f_c, \log(f_c), \sqrt[3]{f_c^2}, \log_{10}(f_c), f_c^2, \sqrt[3]{f_c}) [200]$$



Rys. 6.13. Szereg resztowy $RGAM2(v_u; f_c, \log(f_c), \sqrt[3]{f_c^2}, \log_{10}(f_c), f_c^2, \sqrt[3]{f_c})$ funkcji autokorelacji cząstkowej a) i funkcji autokorelacji b)

Na podstawie przeprowadzonej analizy regresji stwierdzono, że równanie (6.5) można uznać za równanie regresji w odniesieniu do analizowanego zbioru wyników badań.

Wartości prognozowane, wyznaczone na podstawie wzoru (6.5), przyrównano z odpowiadającymi im wartościami granicznych naprężeń ścinających policzonych na podstawie norm EC2, ACI 318 i MC2010, co pokazano na rysunku 6.14.



Rys. 6.14. Porównanie wartości prognozowanych $GAM2$ i policzonych na podstawie norm [200]

Żeby dokładnie oszacować dopasowanie wzorów normowych do wyznaczonej krzywej regresji, uzyskane wyniki obliczeń podzielono w zależności od wytrzymałości betonu na ściskanie na następujące przedziały:

- gdy $f_c < 15$ MPa;
- gdy $15 \leq f_c < 40$ MPa;
- gdy $40 \leq f_c < 70$ MPa;
- gdy $70 \leq f_c < 140$ MPa.

Analitycznie wyznaczony został średni błąd procentowy (Middle Percentage Error) *MPE* między wartościami prognozowanymi a wyliczonymi na podstawie norm w przypadku każdego przedziału wytrzymałości za pomocą wzoru (6.6), w którym oznaczenia przyjęto jak we wzorze (6.1).

$$MPE = \frac{1}{T - n} \sum_{i=T-n}^T \frac{Y_i - Y_{ip}}{Y_i} \quad (6.6)$$

W tabelicy 6.8 zestawiono błędy *MPE* między wartościami prognozowanymi a wyliczonymi na podstawie poszczególnych norm: EC2, MC2010 i ACI318.

Tabela 6.8. Zestawienie błędów *MPE* między wartościami prognozowanymi a wyliczonymi na podstawie norm

Wytrzymałość betonu [MPa]	Błąd <i>MPE</i> [%]		
	ACI 318-14 [2]	EC 2 [66]	MC 2010 [128]
$f_c < 15$	33,51	3,58	8,64
$15 \leq f_c < 40$	32,01	8,73	14,94
$40 \leq f_c < 70$	10,54	-9,32	2,89
$70 \leq f_c < 140$	-7,33	-16,85	5,63

Na podstawie wielkości błędów zestawionych w tabelicy 6.8 można stwierdzić, że w przypadku elementów wykonanych z betonu o wytrzymałości do 40 MPa najlepsze dopasowanie do wartości prognozowanych uzyskano na podstawie obliczeń według normy EC 2. W przypadku betonu o wyższej wytrzymałości najlepszą zbieżność wartości prognozowanych i obliczonych uzyskano dla normy MC 2010. W przeprowadzonej analizie najmniej korzystnie wypadły obliczenia przeprowadzone według normy ACI 318.

6.3. Ocena poprawności uwzględnienia we wzorach normowych wpływu stopnia zbrojenia podłużnego na nośność na ścinanie

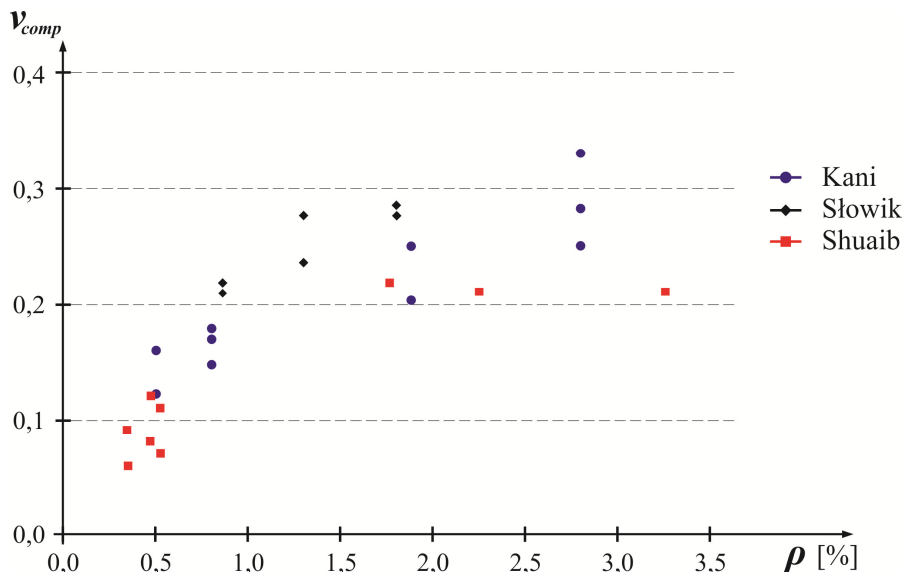
6.3.1. Analiza danych i dobór modelu prognostycznego

Analiza wyników badań doświadczalnych zaprezentowana w podrozdziale 2.4, pokazała, że stopień zbrojenia podłużnego ma wpływ na nośność na ścinanie zginanych elementów bez zbrojenia poprzecznego. Jednocześnie wskazała, że udział zbrojenia podłużnego w przenoszeniu siły poprzecznej w belkach o wskaźniku ścinania $a/d < 2,5$ jest bardziej widoczny w porównaniu do tego uzyskanego w elementach o wyższej smukłości. W typowych belkach, gdy $a/d \geq 2,5$, wraz ze zwiększeniem stopnia zbrojenia podłużnego zauważalny jest również wzrost nośności na ścinanie, choć nie jest tak bardzo znaczący, jak w belkach krótkich. W normowych procedurach obliczeniowych wpływ stopnia zbrojenia na nośność na ścinanie zginanych elementów bez zbrojenia poprzecznego jest uwzględniany w różny sposób.

W celu oceny poprawności uwzględnienia w przepisach normowych wpływu stopnia zbrojenia podłużnego na nośność na ścinanie, przeprowadzono analizę porównawczą wartości policzonych na podstawie analizowanych norm z wynikami badań doświadczalnych. Do celów przeprowadzenia analizy wykorzystano wyniki badań własnych oraz wyniki badań Kaniego [102], Shuaiba i Lue [175] i Krefelda i Thurstona [114]. Przeprowadzona analiza dotyczyła belek o $a/d \geq 2,5$ lub $l_{eff}/d > 10$, gdyż jak już wspomniano wcześniej, przedstawione w pracy procedury normowe dotyczą tego typu elementów.

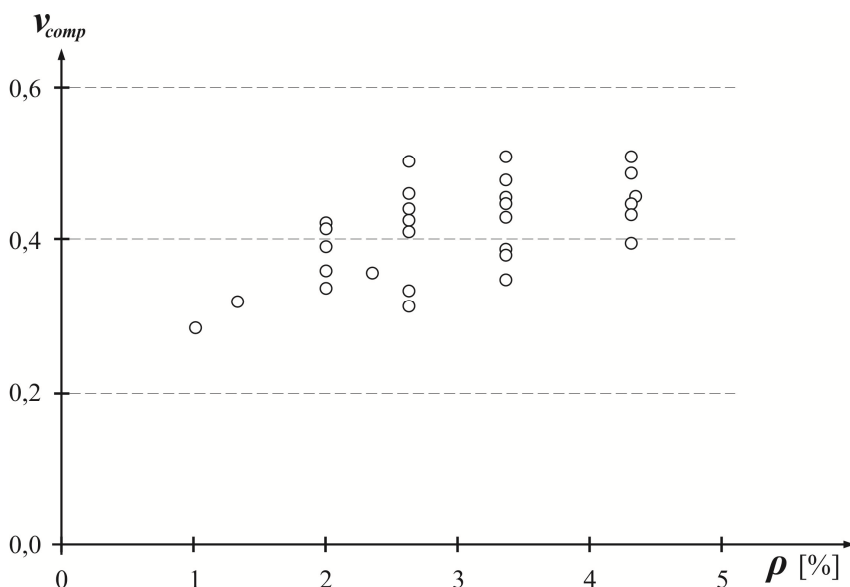
Pomimo wielu podobieństw między programem badań własnych a wybranymi badaniami, nie wszystkie parametry badań udało się zachować na tym samym poziomie. Cechą wspólną badań własnych, Kaniego oraz Shuaiba i Lue był schemat statyczny. Wszystkie badania przeprowadzone były w teście cztero lub trzypunktowego zginania. Elementy badawcze różniły się głównie wytrzymałością betonu oraz nieznacznie wymiarami przekroju. Biorąc pod uwagę, że parametry te mogą mieć wpływ na uzyskane siły niszczące stwierdzono, że wyniki badań własnych i wyniki uzyskane w badaniach Kaniego oraz Shuaiba-Lue nie mogą być porównywane bezpośrednio. W celu ich porównania, na podstawie otrzymanych sił niszczących wyznaczono względne naprężenia ścinające przy zniszczeniu $v_{comp} = v_u / \sqrt{f_c}$ (f_c w MPa). Do analizy wykorzystano wyniki badań wykonanych na belkach obciążonych siłami skupionymi. Były to belki o $a/d = 2,7; 3,4$ i $4,1$ z badań własnych, belki o $a/d = 2,5; 3,0; 3,5; 4,0$ z badań Kaniego i belki o $a/d = 2,7; 3,0; 4,0$ z badań Shuaiba i Lue. Stopień zbrojenia w analizowanych badaniach zmieniał się w zakresie od 0,35% do 3,26%. Tak przygotowany zbiór wyników badań,

obejmujący wyznaczone wartości względnych naprężeń ścinających przy zniszczeniu v_{comp} zestawiono w zależności od stopnia zbrojenia podłużnego na rysunku 6.15.



Rys. 6.15. Zależność względnej nośności na ścinanie od stopnia zbrojenia podłużnego w przypadku belek obciążonych siłami skupionymi przy $a/d > 2,5$

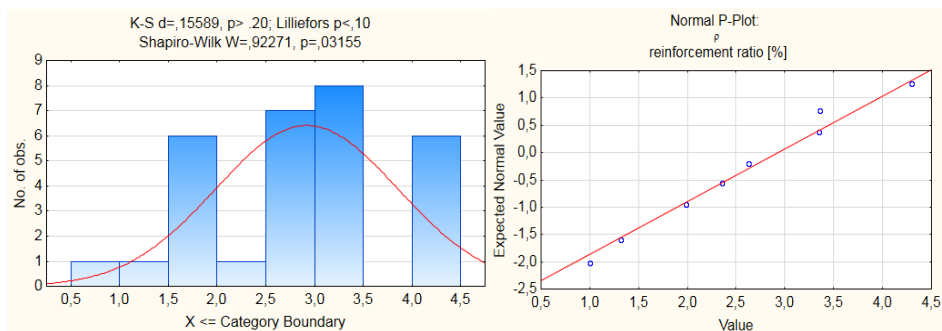
W normach nie rozgranicza się zakresu stosowania wzorów w zależności od sposobu przyłożenia obciążenia. Wyniki badań, które zaprezentowano w podrozdziale 2.6 wskazują, że również rodzaj obciążenia wpływa na wielkość sił niszczących. Nośność na ścinanie w przypadku belek pod obciążeniem ciągłym jest wyższa niż w belkach obciążonych siłami skupionymi. Aby ocenić wpływ stopnia zbrojenia na nośność na ścinanie, analizą objęto również badania belek pod obciążeniem ciągłym przeprowadzone przez Krefelda i Thurstona [114]. W przypadku tych badań również stwierdzono wpływ stopnia zbrojenia podłużnego na nośność na ścinanie i podobnie jak w belkach badanych pod obciążeniem skupionym, wpływ zbrojenia był bardziej widoczny w belkach krótkich. Do analizy poprawności wzorów normowych wykorzystano te wyniki badań, które odpowiadają belkom o typowej smukłości. W przypadku obciążenia równomiernego zostały one scharakteryzowane za pomocą stosunku l_{eff}/d . Przy stosunku $l_{eff}/d > 10$ względna nośność na ścinanie wyznaczona na podstawie sił niszczących została zestawiona na rysunku 6.16 w zależności od stopnia zbrojenia podłużnego, który w badaniach Krefelda i Thurstona zmieniał się od 1,0% do 3,35%.



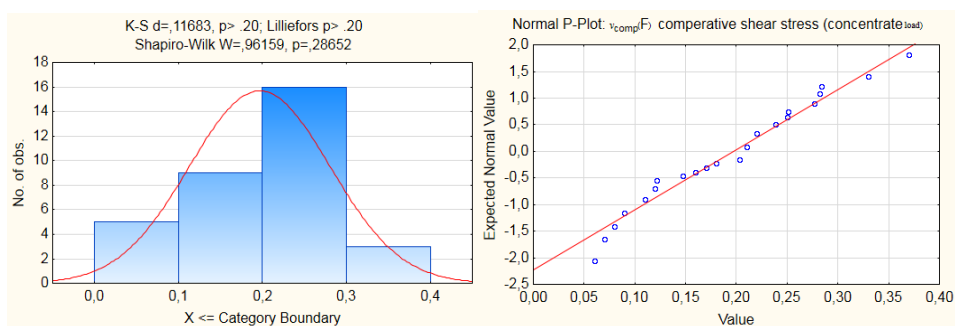
Rys. 6.16. Zależność v_{comp} od ρ w przypadku belek pod obciążeniem równomiernie rozłożonym sporządzona na podstawie badań Krefelda i Thurstona [114]

Do celów przeprowadzenia obliczeń statystycznych utworzono dwa zbiory wyników badań doświadczalnych. Przedstawione na rysunku 6.15 wyniki badań doświadczalnych w przypadku belek pod obciążeniem w postaci sił skupionych – $v_{comp}(F)$ stanowiły pierwszy zbiór o liczebności $N = 33$, natomiast drugi zbiór o liczebności $N = 30$ obejmował wyniki badań belek pod obciążeniem ciągłym – $v_{comp}(p)$, które przedstawiono na rysunku 6.16. Obliczone wartości względnej nośności na ścinanie na podstawie norm ACI 318, EC 2 i MC 2010 stanowiły zbiory, odpowiednio: $v_{comp}(ACI318)$, $v_{comp}(EC2)$ $v_{comp}(MC2010)$.

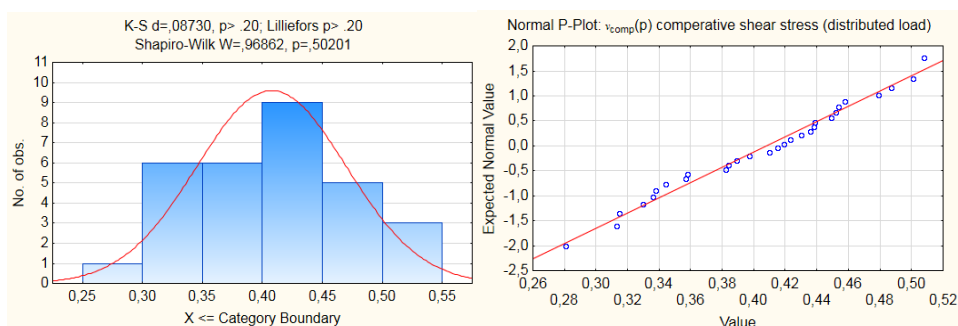
Jako pierwszy krok analizy przeprowadzono ocenę normalności rozkładu zmiennych według testu Shapiro-Wilka. Wyniki tej analizy przedstawiono poniżej na rysunkach 6.17 ÷ 6.22 i zestawiono w tablicy 6.9.



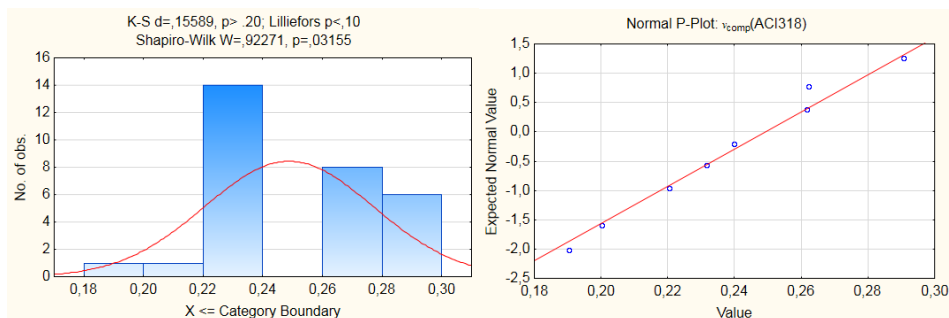
Rys. 6.17. Podsumowanie testu normalności rozkładu zmiennej ρ



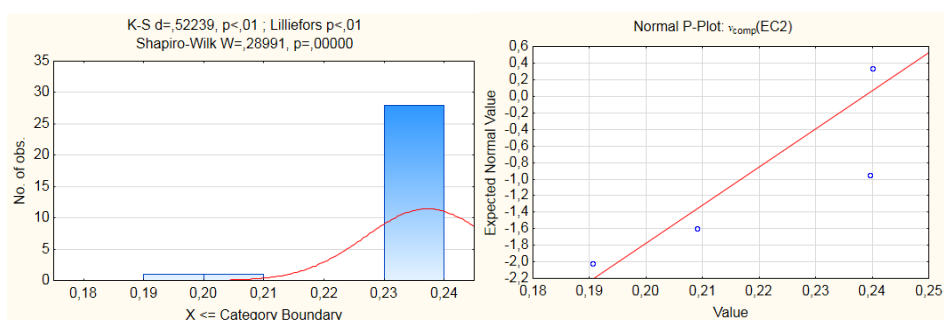
Rys. 6.18. Podsumowanie testu normalności rozkładu zmiennej $v_{comp}(F)$



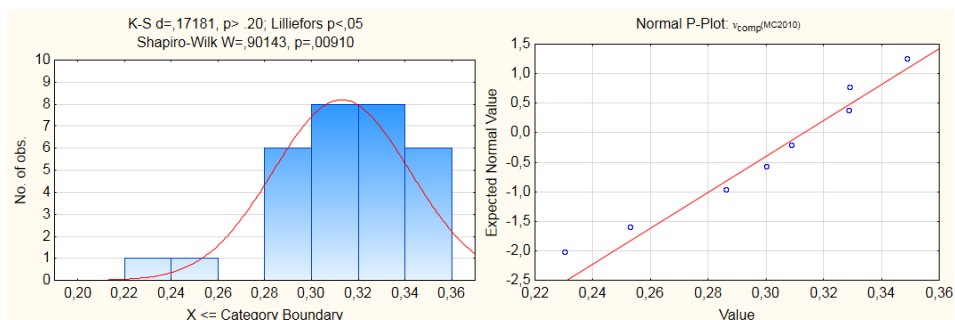
Rys. 6.19. Podsumowanie testu normalności rozkładu zmiennej $v_{comp}(p)$



Rys. 6.20. Podsumowanie testu normalności rozkładu zmiennej $v_{comp}(ACI\ 318)$



Rys. 6.21. Podsumowanie testu normalności rozkładu zmiennej $v_{comp}(EC2)$



Rys. 6.22. Podsumowanie testu normalności rozkładu zmiennej $v_{comp}(MC2010)$

Tablica 6.9. Zestawienie wyników analizy normalności rozkładów zmiennych

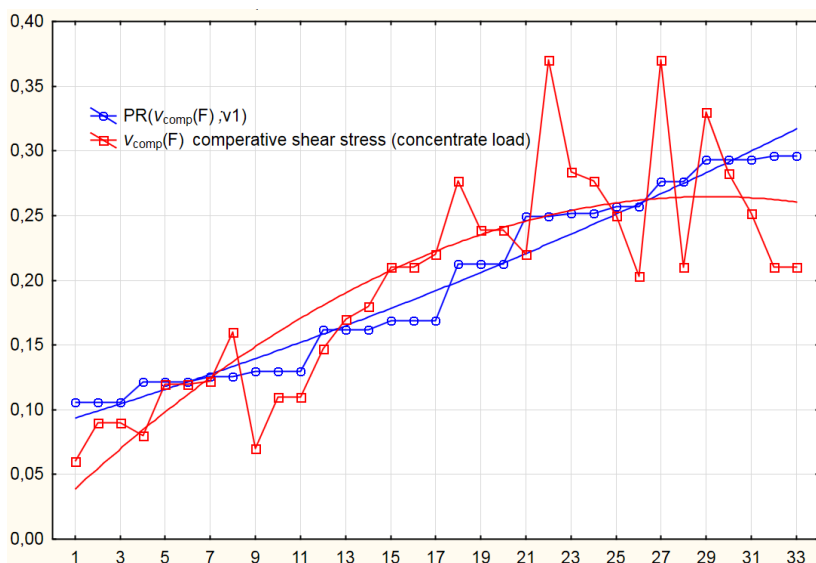
Lp.	Zmienna	Wynik analizy
1	ρ Stopień zbrojenia	$W = 0,92271 < W_{kr} = 0,931$ Brak cech rozkładu normalnego
2	$v_{comp}(F)$ Względna nośność na ścinanie przy obciążeniu siłami skupionymi	$W = 0,96159 > W_{kr} = 0,931$ Rozkład normalny
3	$v_{comp}(p)$ Względna nośność na ścinanie przy obciążeniu ciągłym	$W = 0,968621 > W_{kr} = 0,927$ Rozkład normalny
4	$v_{comp}(ACI\ 318)$ Względna nośność na ścinanie według normy ACI 318	$W = 0,92271 < W_{kr} = 0,931$ Brak cech rozkładu normalnego
5	$v_{comp}(EC2)$ Względna nośność na ścinanie według normy EC 2	$W = 0,28991 < W_{kr} = 0,931$ Brak cech rozkładu normalnego
6	$v_{comp}(MC2010)$ Względna nośność na ścinanie według normy MC 2010	$W = 0,90143 < W_{kr} = 0,931$ Brak cech rozkładu normalnego

W kolejnym etapie obliczeń zbudowano modele regresyjne metodą najmniejszych kwadratów dla wyników badań przeprowadzonych pod obciążeniem w postaci sił skupionych, tj. dla zbioru $v_{comp}(F)$ oraz dla wyników badań pod obciążeniem ciągłym, tj. dla zbioru $v_{comp}(p)$ jako zmiennych zależnych w odniesieniu do zmiennej niezależnej – stopnia zbrojenia podłużnego ρ . Uzyskano równania krzywych prognozowanych opisujące zbiór $v_{comp}(F)$ w zależności od ρ w postaci (6.7) oraz zbiór $v_{comp}(p)$ w zależności od ρ w postaci (6.8).

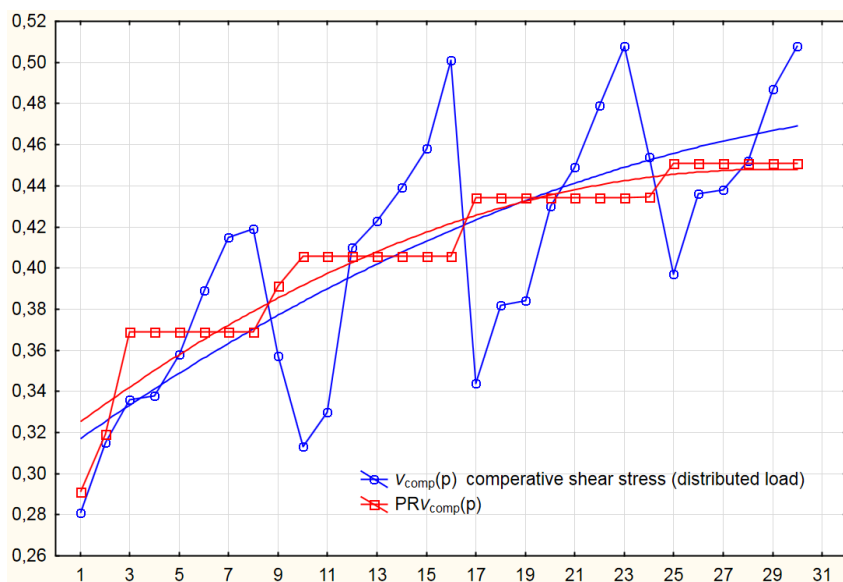
$$PR(v_{comp}(F); \rho) = 0,0554 + 0,1524\rho - 0,0241\rho^2 \quad (6.7)$$

$$PR(v_{comp}(p); \rho) = 0,1865 + 0,1178\rho - 0,0131\rho^2 \quad (6.8)$$

Na rysunkach 6.23 i 6.24 zestawiono wykresy wartości rzeczywistych i prognozowanych. Uznano, że krzywe regresji opisane wzorem (6.7) i (6.8) spełniają warunki dobrego dopasowania do zbioru wyników badań i zostały one zastosowane do analizy porównawczej mającej na celu określenie prawidłowości uwzględnienia w normach wpływu stopnia zbrojenia na nośność na ścinanie.



Rys. 6.23. Wykres wartości rzeczywistych $v_{comp}(F)$ i prognozowanych $PR(v_{comp}(F))$

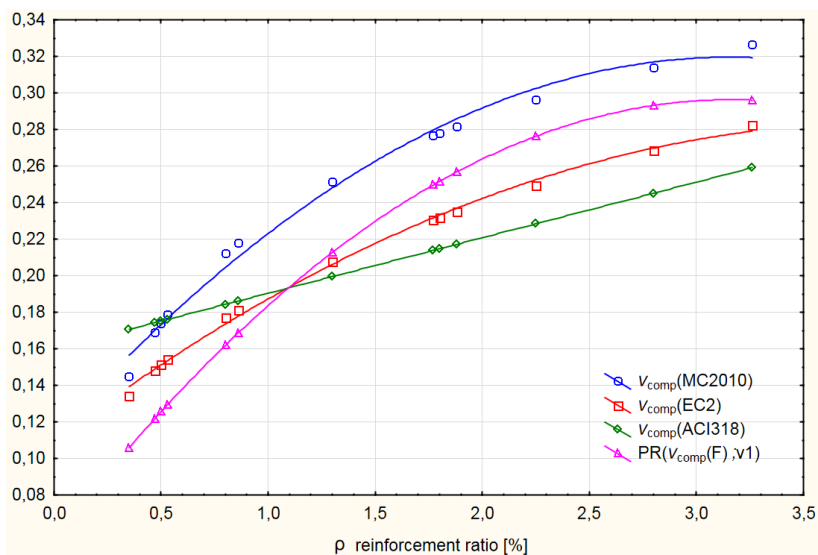


Rys. 6.24. Wykres wartości rzeczywistych $v_{comp}(p)$ i prognozowanych $PR(v_{comp}(p))$

6.3.2. Analiza porównawcza

Analizę porównawczą wartości prognozowanych z wartościami wyznaczonymi na podstawie norm ACI 318, EC 2 i MC 2010 przeprowadzono osobno w przypadku badań przeprowadzonych pod obciążeniem w postaci sił skupionych, tj. dla wartości prognozowanych $PR(v_{comp}(F), \rho)$ oraz dla wyników badań pod obciążeniem ciągłym, tj. dla wartości prognozowanych $PR(v_{comp}(p), \rho)$.

Na rysunku 6.25 zestawiono wartości prognozowane $PR(v_{comp}(F), \rho)$ i policzone na podstawie norm ACI 318, EC 2 i MC 2010 w zależności od ρ .



Rys. 6.25. Porównanie wartości prognozowanych $PR(v_{comp}(F), \rho)$ i policzonych na podstawie norm

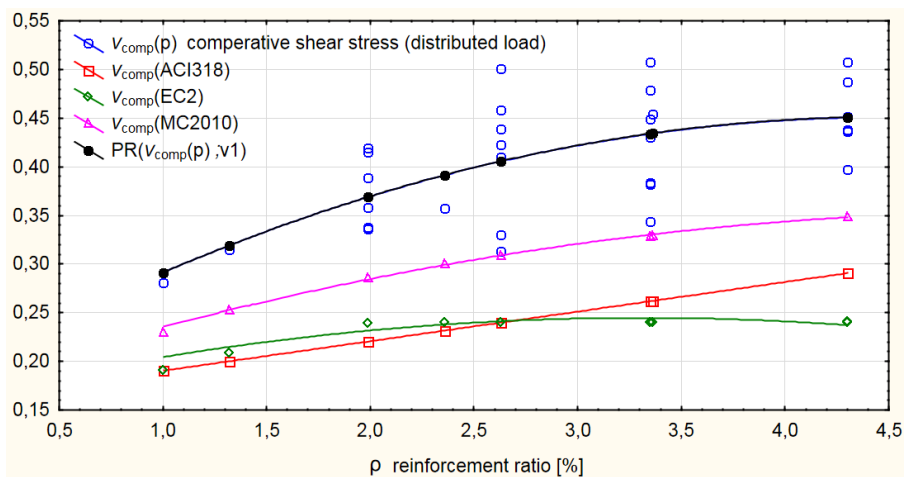
Analizując przebieg wykresów na rysunku 6.25 można zauważyć, że krzywa opisująca wartości prognozowane przecina krzywe wartości policzonych na podstawie norm ACI 318 i EC 2 w punkcie odpowiadającym stopniowi zbrojenia $\rho = 1,1\%$, powodując powstanie przedziałów, dla których wartości normowe są większe lub mniejsze od wartości prognozowanych. Analitycznej oceny dopasowania wzorów normowych do wyznaczonej krzywej regresji dokonano na podstawie błędu MPE . W tym celu uzyskane wyniki obliczeń podzielono na dwa przedziały tj. gdy $\rho < 1,1\%$ i gdy $\rho \geq 1,1\%$. Policzone wartości średniego błędu procentowego MPE na podstawie wzoru (6.6) między wartościami prognozowanymi a wyliczonymi na podstawie norm dla każdego przedziału osobno zestawiono w tabelcy 6.10.

Tablica 6.10. Zestawienie błędów MPE między wartościami prognozowanymi a wyliczonymi na podstawie norm

Stopień zbrojenia	Błąd MPE [%]		
	ACI 318 [2]	EC 2 [66]	MC 2010 [128]
$\rho < 1,1\%$	-33,74	-17,41	-35,26
$\rho \geq 1,1\%$	13,53	6,80	-10,83

Analizując otrzymane wyniki błędu MPE jak również przebieg wykresów na rysunku 6.25 można zauważyć, że najlepsze dopasowanie do wyników badań doświadczalnych przy obciążeniu siłami skupionymi wykazują obliczenia względnej nośności na ścinanie według zaleceń normy EC 2.

Porównanie wartości prognozowanych $PR(v_{comp}(p), \rho)$ i policzonych na podstawie norm ACI 318, EC 2 i MC 2010 w zależności od ρ w przypadku zbioru wyników badań pod obciążeniem ciągłym przedstawiono na rysunku 6.26.



Rys. 6.26. Porównanie wartości prognozowanych $PR(v_{comp}(p), \rho)$ i policzonych na podstawie norm

Stwierdzono, że w przypadku zestawionych wyników dla belek pod obciążeniem ciągłym nie ma potrzeby dzielenia ich na przedziały. Policzone wartości średniego błędu procentowego MPE na podstawie wzoru (6.6) między wartościami prognozowanymi a wyliczonymi na podstawie norm dla całego zbioru wyników wyniosły:

- w przypadku normy ACI 318 – $MPE = 39,03\%$,
- w przypadku normy EC 2 – $MPE = 41,42\%$,
- w przypadku normy MC 2010 – $MPE = 23,22\%$.

Analizując otrzymane wartości błędu MPE stwierdzono, że nośność na ścinanie w przypadku elementów pod obciążeniem ciągłym obliczona według normy MC 2010 najlepiej odwzorowuje wpływ stopnia zbrojenia na nośność na ścinanie dając najlepsze dopasowanie do wartości prognozowanych.

6.4. Weryfikacja procedur normowych

Analiza wyników badań doświadczalnych, przedstawiona w rozdziale drugim, wskazała jak wiele czynników może mieć wpływ na nośność na ścinanie elementów bez zbrojenia poprzecznego. Nie wszystkie te czynniki zostały uwzględnione w procedurach obliczeniowych dotyczących szacowania nośności na ścinanie. W związku z tym, że dwa parametry, a mianowicie wytrzymałość betonu na ściskanie i stopień zbrojenia podłużnego uwzględniono we wszystkich analizowanych normach, te dwa parametry wzięto pod uwagę przy weryfikacji procedur normowych.

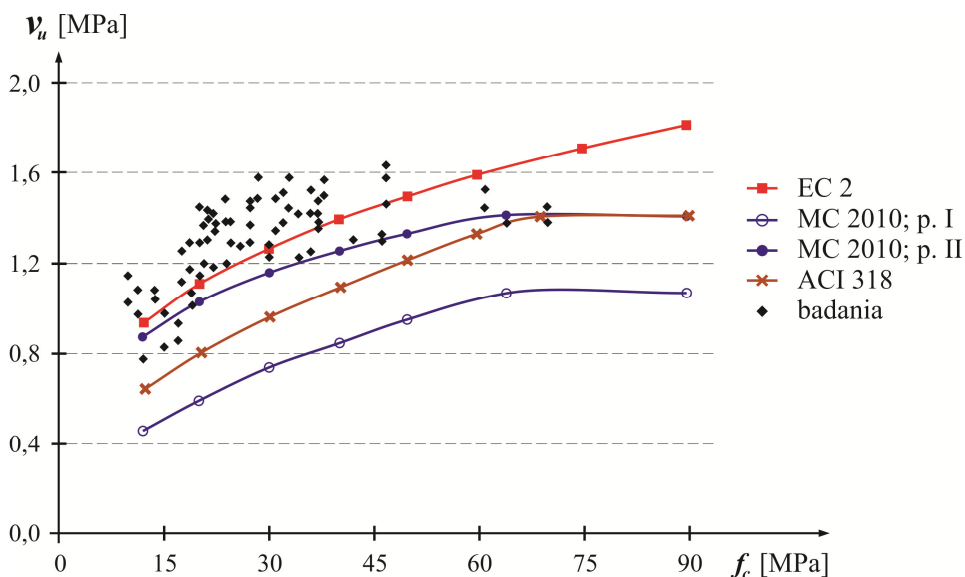
Mając na uwadze wzajemny wpływ poszczególnych parametrów na nośność elementu, co przedstawiono w analizie wielokryterialnej zamieszczonej w podrozdziale 2.8, wyniki badań do weryfikacji procedur normowych wybrano w ten sposób, by stanowiły one zbiór reprezentatywnych danych. Przy doborze badań kierowano się zasadą, by zmiennym był jeden parametr przy pozostałych parametrach takich samych lub bardzo zbliżonych.

W celu weryfikacji wpływu wytrzymałości betonu na nośność na ścinanie posłużono się wynikami badań belek, których parametry zestawiono w tablicy 6.6. Tak przeprowadzony wybór wyników wpłynął na ograniczoną liczbę danych. Szczególnie baza danych dotycząca elementów wykonanych z betonów o wyższej wytrzymałości była niezbyt obszerna. Ponadto zaobserwowano duży rozrzut wyników badań w belkach wykonanych z betonu o wysokiej wytrzymałości (zagadnienie to było szerzej zaprezentowane przez autorkę w artykule [193]). Wydaje się zatem za uzasadnione przy obliczaniu nośności na ścinanie przyjęcie w przepisach normowych górnego ograniczenia wytrzymałości betonu na ściskanie. Wynosi ono:

- 69 MPa – w normie ACI 318,
- 64 MPa – w zaleceniach MC 2010,
- 90 MPa – w normie EC 2.

Mimo braku zapisu odnośnie ograniczenia wytrzymałości betonu na ściskanie w normie EC 2, można wartość 90 MPa uznać za graniczną, gdyż projektowanie według Eurokodu 2 odnosi się do betonów o wytrzymałości charakterystycznej na ściskanie do 90 MPa.

Biorąc pod uwagę powyższe ograniczenia przyjęte w normach, porównano wyniki badań i odpowiadające im obliczone wartości nośności na ścinanie według analizowanych norm w przypadku belek wykonanych z betonu o wytrzymałości do 90 MPa. Na rysunku 6.27 zestawiono graniczne naprężenia ścinające v_u obliczone na podstawie norm EC 2 i ACI 318 oraz według zaleceń podanych w MC 2010 na pierwszym i drugim poziomie aproksymacji obliczeń. Przy wyznaczaniu nośności na ścinanie na podstawie norm ACI 318 i MC 2010 uwzględniono ograniczenie wartości wytrzymałości betonu na ściskanie wprowadzone w obu normach. Tak wyznaczone naprężenia ścinające porównano z wynikami badań doświadczalnych (rys. 6.27). Obliczenia na podstawie norm przeprowadzono bez uwzględnienia współczynników bezpieczeństwa, gdyż ocena niezawodności konstrukcji w analizowanych normach przebiega według różnych zasad. Inaczej niezawodność jest sprawdzana w normie ACI 318 w porównaniu do EC 2 i MC 2010. Zaznaczyć należy, że w postanowieniach krajowych PN-EN 1992-1-1:2008 [157] w zakresie stosowania normy Eurokod 2 został wprowadzony inny współczynnik materiałowy dla betonu w sytuacji obliczeniowej trwałej ($\gamma_c = 1,4$) w porównaniu do normy europejskiej EN 1992-1-1:2004 [66] ($\gamma_c = 1,5$).



Rys. 6.27. Graniczne naprężenia ścinające obliczone z uwzględnieniem przyjętych w normach ograniczeń co do wytrzymałości betonu na tle wyników badań doświadczalnych

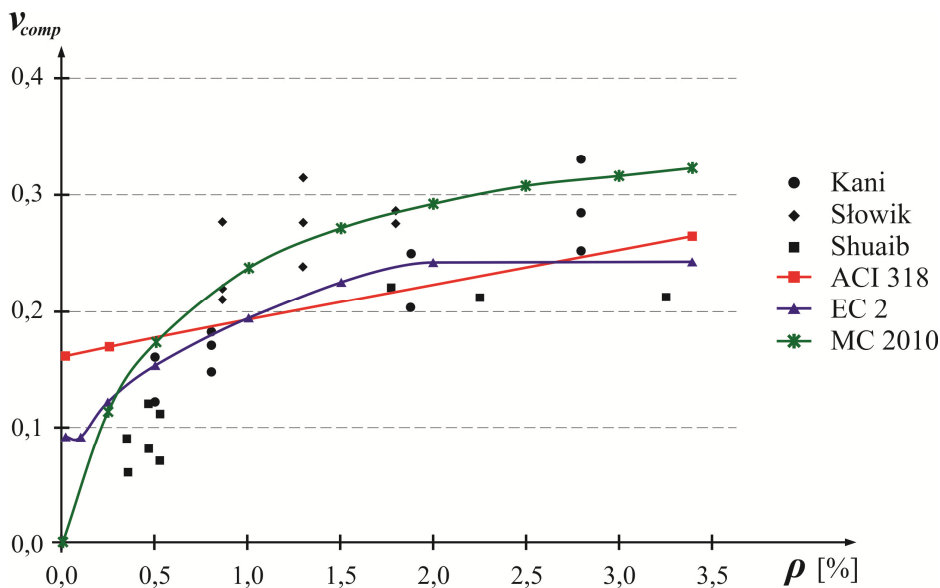
Analizując wyniki przedstawione na rysunku 6.27 można zauważyć, że najlepszą zgodność obliczonej nośności na ścinanie z wynikami badań eksperymentalnych uzyskano w obliczeniach według normy EC 2 odnośnie belek wykonanych z betonu o wytrzymałości do 40 MPa. Niestety, obliczona nośność według Eurokodu 2 przy wytrzymałości betonu na ściskanie wyższej niż 40 MPa, przewyższa wartości doświadczalne. Ilościową ocenę przeszacowania lub niedoszacowania nośności na ścinanie policzonej za pomocą wzorów normowych w porównaniu do naprężeń niszczących uzyskanych podczas badań, można przeprowadzić na podstawie wartości średniego błędu procentowego *MPE*. Niedoszacowanie występuje przy dodatnim znaku błędu *MPE*, a przeszacowanie przy ujemnym. Wartości błędu *MPE* w odniesieniu do analizowanych badań zestawione zostały w tablicy 6.8. Najniższe wartości błędu *MPE* o znaku dodatnim uzyskano dla obliczeń według EC 2 przy $f_c < 40$ MPa. Potwierdzają one najlepszą zgodność wyników badań z obliczeniami wg EC 2 dla belek wykonanych ze zwykłych betonów konstrukcyjnych. Jednak przy wyższej wytrzymałości betonu błąd *MPE* był ujemny, co wskazuje na przeszacowanie nośności na ścinanie obliczonej według EC 2.

Duże rozbieżności między obliczoną nośnością a wynikami badań uzyskano na podstawie ACI 318. Niedoszacowanie obliczeń w elementach wykonanych z betonu o wytrzymałości do 40 MPa przekracza 32%. W prasie amerykańskiej pojawiło się wiele komentarzy na ten temat np. Angelakos, Bentz, Collins [4], Khuntia, Stojadinovic [107]. Na konserwatywny charakter wyników otrzymywanych według ACI 318 w przypadku belek wykonanych ze zwykłych betonów konstrukcyjnych zwrócili uwagę Elzanaty, Nilson i Slate [65], wskazując jednocześnie, że w belkach wykonanych z betonu o wytrzymałości na ściskanie większej od 70 MPa może wystąpić przeszacowanie nośności na ścinanie wyznaczonej na podstawie wzoru normowego, podanego w ACI 318. To spostrzeżenie ma potwierdzenie w przeprowadzonych obliczeniach własnych. W przypadku analizowanych danych, gdy nie uwzględniono ograniczenia wytrzymałości w obliczeniach do 69 MPa, przeszacowanie obliczeń według normy ACI318 wyniosło 7%.

W całym zakresie wytrzymałości na ściskanie do 90 MPa, obliczenia na podstawie zaleceń MC 2010 wykonane na podstawie procedury obliczeniowej drugiego poziomu aproksymacji, najlepiej spośród analizowanych norm odzwierciedliły rzeczywistą nośność na ścinanie. Wykonanie obliczeń za pomocą procedury z MC 2010 dało zawsze wartości po stronie bezpiecznej (dodatnia wartość *MPE*). Co prawda niedoszacowanie obliczeń jest widoczne, gdy $15 \leq f_c < 40$ MPa i wynosi 15%, ale przy wyższych wartościach f_c obliczenia są zbieżne z wynikami badań. Natomiast wyniki obliczeń przeprowadzone według normy MC 2010 na poziomie pierwszym aproksymacji wykazują znaczne niedoszacowanie w porównaniu do wyników badań.

Na uwagę zasługuje fakt, że przyjęcie w obliczeniach ograniczenia co do wytrzymałości na ściskanie spowodowało w przeprowadzonej analizie bardzo zbliżoną obliczeniową nośność na ścinanie policzoną według norm MC 2010 i ACI 318 w elementach o $f_c > 64$ MPa. Ograniczenie wytrzymałości betonu w obu normach jest również podobne. Natomiast brak takiego ograniczenia w normie EC 2 skutkuje przeszacowaniem nośności na ścinanie wyznaczonej na podstawie tej normy w elementach wykonanych z betonu o wyższej wytrzymałości, w przeprowadzonych obliczeniach o 9%, gdy $40 \text{ MPa} \leq f_c < 70 \text{ MPa}$ i o 17%, gdy $70 \text{ MPa} \leq f_c < 140$.

Weryfikacji wzorów normowych dokonano również na podstawie analizy poprawności uwzględnienia w normach wpływu stopnia zbrojenia podłużnego na nośność na ścinanie. Weryfikację przeprowadzono na podstawie wyników badań belek smukłych, które zestawiono na rysunku 6.15. Dobór wyników badań przeprowadzono w taki sposób, że zmiennym parametrem był stopień zbrojenia, a pozostałe parametry były zbliżone. Ze względu jednak na różnice w wytrzymałości betonu, weryfikację przeprowadzono na podstawie względnej nośności na ścinanie v_{comp} . Na rysunku 6.28 zestawiono wyniki badań oraz wyniki obliczonej względnej nośności na ścinanie na podstawie norm ACI 318, EC 2 i MC 2010.



Rys. 6.28. Zestawienie wyników badań i obliczonej względnej nośności na ścinanie według norm w zależności od stopnia zbrojenia

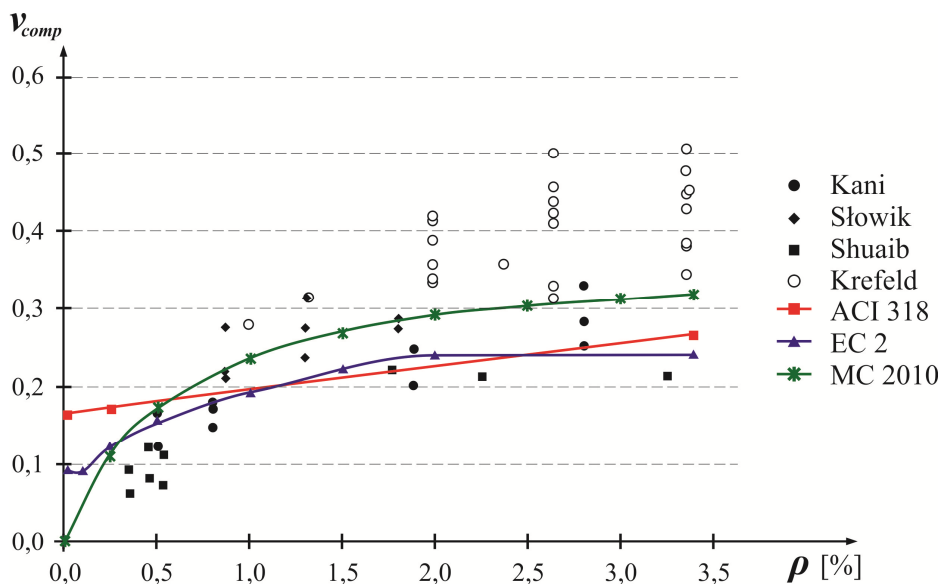
Na podstawie przedstawionego na rysunku 6.28 zestawienia wyników badań i obliczeń można wnioskować, że w normowych procedurach obliczeniowych służących do określania nośności na ścinanie uwzględniono wpływ stopnia zbrojenia w różny sposób. Dobre dopasowanie obliczeń do analizowanych wyników badań uzyskano w przypadku normy EC 2. Z prezentowanego zestawienia można zauważyć, że względna nośność na ścinanie wyznaczona na podstawie normy ACI 318 najmniej przystaje do wyników badań, a największe rozbieżności występują w zakresie małych stopni zbrojenia podłużnego – do około 1,1%. Podobne wnioski wyciągnięto w artykule Reineck i in. [164], w którym badacze przeprowadzili analizę statystyczną poprawności wzoru z normy ACI 318 na podstawie bazy wyników badań 439 belek bez zbrojenia poprzecznego. Wyznaczony współczynnik bezpieczeństwa modelu (model safety factor) $\gamma_{mod} = V_{test}/V_{ACI}$ w przypadku normy ACI 318 był mniejszy od 1,0, gdy $\rho < 1,1\%$. Można zatem wnioskować, że przyjęta liniowa zależność nośności na ścinanie od stopnia zbrojenia podłużnego w normie ACI 318 nie oddaje poprawnie wpływu tego parametru na nośność na ścinanie.

W przypadku analizowanych elementów obciążonych siłami skupionymi przy stopniu zbrojenia poniżej 1,1% wyznaczana nośność na ścinanie według wszystkich norm była wyższa od wartości prognozowanych. Przeszacowanie obliczeń, określone na podstawie błędu *MPE*, wyniosło 34% według ACI 318, 35% według MC 2010 i 17% według EC 2. Lepsze dopasowanie obliczonej względnej nośności na ścinanie do wartości eksperymentalnych widoczne jest przy stopniu zbrojenia większym od 1,1%. Wówczas przeszacowanie było zaobserwowane jedynie przy wyznaczaniu nośności na ścinanie na podstawie MC 2010 (*MPE* = -11%), podczas gdy obliczenia na podstawie pozostałych norm wykazały niedoszacowanie (*MPE* = 14% wg ACI 318 i *MPE* = 7% wg EC 2). Na stosunkowo dobrą zgodność wyników badań i obliczeń na podstawie normy ACI 318 przy stopniu zbrojenia $\rho > 1\%$ wskazano również w pracy Bukhari i in. [34].

W przedstawionym zestawieniu najbardziej niekorzystnie wypadła norma MC 2010. Obliczone wartości według tej normy dały największe przeszacowanie obliczeń w całym zakresie analizowanych stopni zbrojenia podłużnego. Przeprowadzona weryfikacja wzorów normowych w odniesieniu do badań belek pod obciążeniem w postaci sił skupionych wskazuje, że wpływ stopnia zbrojenia na nośność na ścinanie najlepiej oddaje procedura obliczeniowa podana w normie EC 2.

Badania przeprowadzone przez Krefelda i Thurstona [114] potwierdziły, że stopień zbrojenia podłużnego ma wpływ na względną nośność na ścinanie również w przypadku belek pod obciążeniem ciągłym. Wpływ stopnia zbrojenia podłużnego na nośność na ścinanie uzyskany w badaniach Krefelda i Thurstona w przypadku belek smukłych o $l_{eff}/d > 10$ skonfrontowano z nośnością obliczoną

na podstawie norm, co zaprezentowano na rysunku 6.29. Na rysunku tym zamieszczono również wyniki badań belek pod obciążeniem siłami skupionymi, w celu porównania względnej nośności na ścinanie i dopasowania wzorów normowych w zależności od sposobu przyłożenia obciążenia.



Rys. 6.29. Zestawienie wyników badań i obliczonej względnej nośności na ścinanie według norm w zależności od stopnia zbrojenia

Analizując zestawienie wyników badań przedstawionych na rysunku 6.29 można zauważyć, że nośność na ścinanie w przypadku belek pod obciążeniem ciągłym jest wyższa od nośności elementów badanych przy obciążeniu siłami skupionymi. Inaczej też wypada porównanie wyników badań belek pod obciążeniem ciągłym z nośnością policzoną według norm. Obliczona względna nośność na ścinanie według wszystkich analizowanych norm była niższa od nośności uzyskanej w badaniach Krefelda i Thurstona [114], w całym zakresie analizowanego stopnia zbrojenia podłużnego od 0,35% do 3,3%. Niedoszacowanie nośności było najmniejsze w przypadku obliczeń według normy MC 2010. Wyznaczony średni błąd procentowy między wartościami prognozowanymi nośności na podstawie badań a obliczonymi według normy MC 2010 wyniósł $MPE = 23\%$ i był prawie dwukrotnie mniejszy niż w pozostałych normach: $MPE = 39\%$ w przypadku normy ACI 318 i $MPE = 41\%$ w przypadku normy EC 2. Na uzyskiwanie w obliczeniach według norm ACI 318, EC 2 i MC 2010 zaniżonych wartości nośności na ścinanie przy obciążeniu ciągłym wskazali Tung i Tue [214]. Przeprowadzili oni analizę wyników badań własnych

i badań Caldenteya i in. [35] (badania te opisano w podrozdziale 2.7 pracy), dotyczących belek wspornikowych badanych pod obciążeniem ciągłym. Wyznaczony stosunek wartości niszczących sił uzyskanych podczas eksperymentu do obliczonych na podstawie wymienionych norm wahał się od 1,22 do nawet 2,04. W analizie przeprowadzonej przez Tunga i Tuego [214] niedoszacowania nośności według wszystkich norm było podobne.

Reasumując wyniki przeprowadzonej weryfikacji procedur normowych można stwierdzić, że przepisy normy amerykańskiej w przeprowadzonej analizie wypadły najmniej korzystnie. Przepisy te w niezmienionej formie obowiązują w Stanach Zjednoczonych już od lat sześćdziesiątych XX wieku. Są one ostatnio poddawane szerokiej krytyce jako w dużym stopniu odbiegające od wyników badań doświadczalnych. Przeprowadzona analiza potwierdziła słuszność tej krytyki, wskazując na największe rozbieżności między wynikami badań a nośnością na ścinanie wyznaczoną na podstawie ACI 318 w porównaniu do pozostałych analizowanych norm. W związku z tym, że formuła obliczeniowa podana w ACI 318 została opracowana na podstawie wyników badań doświadczalnych, które były głównie przeprowadzone na belkach wolno- i podpartych badanych w teście cztero- lub trzypunktowego zginania, ma ona ograniczone zastosowanie (nie uwzględnia wyników badań elementów pod obciążeniem ciągłym). Powstała na podstawie badań na relatywnie małych elementach wykonanych ze zwykłego betonu konstrukcyjnego, więc nie uwzględnia efektu skali ani stosowania betonów o wysokiej wytrzymałości.

Norma Eurokod 2 daje dobrą zgodność z wynikami badań belek wykonanych z betonu o wytrzymałości na ściskanie do 40 MPa, zbrojonych podłużnie w całym analizowanym zakresie stopnia zbrojenia od 0,35% do 3,3%, w przypadku gdy belki były badane pod obciążeniem siłami skupionymi. Natomiast w elementach obciążonych w sposób ciągły, wielkości granicznych naprężeń ścinających wyliczone na podstawie wzoru z EC 2 dają duże niedoszacowanie, co wskazuje, że projektowanie takich elementów może być nieekonomiczne.

Przeprowadzona analiza wykazała, że procedura obliczeniowa podana w zaleceniach MC 2010 w przypadku drugiego poziomu aproksymacji obliczeń najlepiej z analizowanych norm opisuje zależność nośności na ścinanie od wytrzymałości betonu w przypadku betonów o wyższej wytrzymałości $f_c > 40$ MPa. Najlepiej też odwzorowuje zależność nośności na ścinanie od stopnia zbrojenia podłużnego w przypadku belek badanych pod obciążeniem ciągłym.

W analizowanych przepisach normowych nośność na ścinanie nie jest uzależniana od sposobu obciążenia elementu i tym samym wpływ sposobu przyłożenia obciążenia nie jest brany pod uwagę w ocenie nośności na ścinanie. Do grupy elementów bez zbrojenia poprzecznego zalicza się płyty

jednokierunkowo zbrojone, które powszechnie stosowane są w konstrukcjach budowlanych. Typ obciążenia w postaci obciążenia ciągłego dominuje w płytach i dlatego dużego znaczenia z punktu widzenia projektowania elementów bez zbrojenia poprzecznego nabiera zagadnienie szacowania nośności na ścinanie elementów zginanych pod obciążeniem ciągłym.

Wymiarowanie na podstawie norm powinno zapewniać odpowiednią niezawodność konstrukcji oraz pożądanym jest by charakteryzowało się prostotą obliczeń. Jednocześnie, wymiarowanie na podstawie normowych procedur obliczeniowych powinno zapewniać kompromis między bezpieczeństwem konstrukcji a ekonomicznymi aspektami projektowania obiektów budowlanych. Stąd poszukuje się takich procedur by zapas bezpieczeństwa był akceptowalnie jak najmniejszy. Dąży się także do tego, by normowe zasady wymiarowania były oparte na racjonalnych modelach fizyczno-mechanicznych dających możliwość uzupełniania i modyfikacji wraz z poszerzaniem wiedzy na temat mechanizmów pracy konstrukcji. Takie warunki spełnia procedura podana w zaleceniach MC 2010, która została wyprowadzona na podstawie metody MCFT. Ze względu na podane poziomy aproksymacji obliczeń, projektant ma do wyboru niższy poziom obliczeń dający większe zapasy bezpieczeństwa i poziomy wyższe, na podstawie których bardziej dokładnie można przeprowadzić wymiarowanie, kosztem jednak większej pracochłonności obliczeń.

7. Podsumowanie

Sposób zniszczenia i nośność zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego zależy od wielu czynników. W badaniach eksperymentalnych najczęściej wpływ poszczególnych parametrów na nośność na ścinanie był analizowany osobno. Przeprowadzona w pracy analiza wielokryterialna wskazała, że problem szacowania nośności na ścinanie jest zagadnieniem złożonym i nie można rozpatrywać poszczególnych czynników w oderwaniu od pozostałych. Jedynie analiza wieloparametrowa może doprowadzić do poprawnej oceny charakteru pracy i sposobu zniszczenia elementu. To właśnie sposób zniszczenia elementu determinuje jego nośność.

Przeważa pogląd, że podstawowym parametrem, na podstawie którego można przeprowadzić klasyfikację zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego jest wskaźnik ścinania. Ze względu na znaczącą przewagę badań doświadczalnych przeprowadzonych na belkach wolnopodpartych w teście trzypunktowego lub czteropunktowego zginania, wskaźnik ścinania jest powszechnie wyrażany stosunkiem ramienia siły do wysokości użytecznej przekroju a/d . Wielkość wskaźnika ścinania wynosząca $a/d = 2,5$ jest najczęściej przyjmowana jako wartość krytyczna rozdzielająca elementy zginane na dwie podstawowe grupy. Pierwszą grupę według tego kryterium stanowią elementy krótkie i belki ściany gdy $a/d \leq 2,5$, a do drugiej grupy są zaliczane typowe belki smukłe o $a/d > 2,5$. W przypadku pierwszej grupy elementów najczęściej jest obserwowany łukowy lub rozporowo-ściągowy schemat pracy „arch action”, podczas gdy elementy z grupy drugiej charakteryzuje praca belkowa „beam action”. Zmiana sposobu pracy elementu z belkowego na łukowy skutkuje zaobserwowanym podczas badań zwiększeniem nośności na ścinanie.

W pracy wykazano, że podział elementów tylko na podstawie wskaźnika ścinania nie jest wystarczający, a przyjmowanie jednej jego wartości jako krytycznej nie odpowiada rezultatom badań. Przykładem mogą być wyniki badań własnych, w których w belkach o stopniu zbrojenia 1,8% krytyczny wskaźnik ścinania wyniósł 2,5, a w belkach o stopniu zbrojenia 0,9% i 1,3% największą redukcję względnej nośności na ścinanie otrzymano przy $a/d = 2,7$. Wyniki własnych badań doświadczalnych i symulacji numerycznych pozwoliły przeanalizować przebieg procesu zniszczenia w belkach o różnej rozpiętości. Zaobserwowano, że sposób zarysowania i charakter zniszczenia zmieniał się w analizowanych belkach i zależał nie tylko od wskaźnika ścinania, ale również od smukłości elementu wyrażonej stosunkiem rozpiętości do wysokości użytecznej przekroju l_{eff}/d . Przy ocenie zmiany mechanizmu pracy w belkach przydatnym okazało się określenie występowania obszarów obowiązywania

hipotezy Bernoulliego – obszary „B” i obszarów nieciągłości – obszary „D”. Stwierdzono, że w elementach, w których występują tylko obszary „D” powstają wyraźnie skoncentrowane strumienie naprężeń w wydzielonych krzyżulcach ściskanych. Natomiast w belkach, w których oprócz obszarów „D” występują również obszary „B”, obserwowany jest bardziej równomierny rozkład odkształceń i ma miejsce łagodne przejście z pracy łukowej na pracę belkową wraz ze wzrostem zasięgu obszarów „B”.

Zaproponowano nowe kryterium podziału elementów zginanych na podstawie występowania obszarów „B” i „D”. Przyjęto, podobnie jak ma to miejsce w normie ACI 318-14 [2], że obszary nieciągłości „D” sięgają na odległość równą wysokości przekroju h od podpór i od miejsc przyłożenia obciążenia skupionego. Elementy, w których występują tylko obszary „D” zaliczono według zaproponowanego kryterium do pierwszej grupy a elementy, w których oprócz obszarów „D” występują również obszary „B” do drugiej grupy. Stwierdzono, że taki podział lepiej koresponduje ze sposobem zniszczenia elementów.

W typowych elementach zginanych o większej smukłości, w których występują obszary „B” i „D”, najczęściej obserwowane jest kruche zniszczenie w wyniku powstania niszczącej rysy ukośnej. Podstawowymi mechanizmami przenoszenia naprężeń ścinających w tych elementach są: zjawisko zazębienia kruszywa w rysie, praca betonu w strefie ściskanej nad rysą oraz naprężenia reszkowe w strefie mikrozarzysowania przy wierzchołku rysy. Stąd, głównymi parametrami mającymi wpływ na nośność tych elementów są przede wszystkim wytrzymałość betonu na rozciąganie i uziarnienie kruszywa.

W elementach krótkich, w których występują tylko obszary „D”, zniszczenie na ścinanie zazwyczaj przebiega w bardziej stabilny sposób i wówczas niszczące siły poprzeczne przekraczają siły, przy których dochodzi do powstania zarzysowania ukośnego. Elementy te wykazują wyższą nośność na ścinanie w porównaniu do belek o większej smukłości. Jest to wynikiem powstania skoncentrowanych strumieni sił umożliwiających przekazywanie obciążenia bezpośrednio na podporę. W tym schemacie pracy elementu znaczenia nabiera mechanizmem przenoszenia sił poprzecznych związany z efektem klockującym prętów podłużnych.

Należy podkreślić, że sposób zniszczenia i wielkość sił niszczących w zginanych elementach żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego może ulec zmianie na skutek dodatkowych czynników. Niedostateczne zakotwienie prętów podłużnych może skutkować szybszym zniszczeniem elementu na skutek utraty przyczepności prętów do betonu. Przy niskim stopniu zbrojenia podłużnego w zginanych elementach o wyższej smukłości może wystąpić zniszczenie na zginanie.

Przy obliczeniowym wyznaczaniu nośności na ścinanie zginanych elementów bez zbrojenia poprzecznego należy stosować odpowiednie procedury obliczeniowe i modele dopasowane do sposobu pracy elementu.

W przypadku belek ścian lub belek krótkich, w których występują tylko obszary „D”, efektywnym sposobem wymiarowania jest stosowanie modeli S-T. Powstający w tego typu elementach układ wydzielonych krzyżulców ściskanych w betonie i pas rozciągany w poziomie zbrojenia podłużnego z powodzeniem może być zamodelowany elementami typu S i T.

Do wymiarowania zginanych elementów o większej smukłości, w których oprócz obszarów nieciągłości „D” występują obszary obowiązywania hipotezy Bernoulliego, bardziej racjonalne jest stosowanie odmiennych procedur obliczeniowych. Przedstawione w pracy zestawienie przepisów normowych i metod obliczania nośności na ścinanie zginanych elementów bez zbrojenia poprzecznego wskazuje na brak jednolitej metody wymiarowania tego typu elementów. Znaczna część wzorów ma charakter empiryczny i została wyprowadzona na podstawie wyników badań, np. wzór w normie amerykańskiej ACI 318-14 [2], formuły obliczeniowe w zaleceniach Eurocode 2 [66] i obowiązującej w Polsce normie PN-EN 1992-1-1:2008 [157]. Zazwyczaj wzory empiryczne z powodzeniem można stosować do elementów o podobnych parametrach jak te użyte w badaniach, na podstawie których wzory te powstały. Przeprowadzona analiza statystyczna dopasowania wzorów normowych do wyników badań potwierdza to spostrzeżenie. Największe różnice między obliczoną nośnością na ścinanie na podstawie wzorów empirycznych a wynikami badań zaobserwowano w przypadku elementów wykonanych z betonu o wysokiej wytrzymałości i elementów pracujących pod obciążeniem ciągłym. Natomiast najlepsze dopasowanie obliczonej nośności na ścinanie do wyników badań belek w teście trzypunktowego lub czteropunktowego zginania wykonanych ze zwykłych betonów konstrukcyjnych o wytrzymałości na ściskanie do 40 MPa uzyskano w przeprowadzonej analizie w przypadku normy Eurocode 2 [66].

Alternatywą do wzorów empirycznych jest nowa procedura obliczeniowa podana w zaleceniach Model Code 2010 [128]. Procedura ta została oparta na zmodyfikowanej teorii pola naprężeń ściskających MCFT. Wyprowadzona została na bazie modelu kratownicowego, ale przy zaimplementowaniu nowych, bardziej rozwiniętych koncepcji takich, jak teoria wyężenia betonu. Przeprowadzona analiza statystyczna dopasowania wzorów normowych do wyników badań doświadczalnych wykazała, że wymiarowanie na ścinanie przeprowadzone według zasad normy MC 2010 na drugim poziomie aproksymacji obliczeń pozwala poprawnie określić nośność na ścinanie zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego o typowej smukłości.

Metoda wymiarowania na ścinanie zaproponowana w Model Code 2010 prezentuje ujednolicone podejście do projektowania elementów żelbetowych i sprężonych. Obliczenia można przeprowadzić w przypadku elementów zginanych obciążonych dodatkowo siłą podłużną i do elementów ze sprężeniem. Można ją uznać za metodę spójną, która w jednym postępowaniu obliczeniowym odnosi się zarówno do elementów bez zbrojenia poprzecznego, jak i do elementów zbrojonych na ścinanie.

Zagadnienie szacowania nośności zginanych elementów bez zbrojenia poprzecznego nabiera istotnego znaczenia również dlatego, że w nowych zaleceniach normy MC 2010 udział betonu w przenoszeniu naprężeń ścinających jest uwzględniony jak składowa nośności elementu zbrojonego na ścinanie. Poprawne oszacowanie nośności na ścinanie elementu bez zbrojenia poprzecznego może być również pomocne przy wyznaczeniu minimalnego zbrojenia na ścinanie zabezpieczającego element przed nagłym, kruchym zniszczeniem.

Problem szacowania nośności na ścinanie jest nadal przedmiotem zainteresowania badaczy. Nie wszystkie zagadnienia związane z pracą elementów bez zbrojenia poprzecznego zostały w pełni rozpoznane, a co za tym idzie uwzględnione w procedurach obliczeniowych. Szerszej weryfikacji wymaga zagadnienie wpływu wytrzymałości betonu na ściskanie na nośność elementów wykonanych z betonów o wysokiej wytrzymałości. Wobec braku szerokich badań doświadczalnych dotyczących elementów wykonanych z betonów wysokowartościowych, w celu zapewnienia bezpieczeństwa projektowanych konstrukcji, w normach projektowych zaleca się ograniczenie wytrzymałość betonu na ściskanie przyjmowanej przy obliczaniu nośności na ścinanie, np. w MC 2010 do 64 MPa, a w ACI 318 do 69 MPa.

Konieczne są dalsze prace związane z analizą zniszczenia zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego. W szczególności, dalszych badań wymagają takie aspekty, jak nośność na ścinanie elementów wykonanych z betonów o wysokiej wytrzymałości, praca zginanych elementów bez zbrojenia poprzecznego pod obciążeniem ciągłym czy też wpływ wymiarów elementu na wielkość poprzecznych sił niszczących.

Literatura

- [1] ACI Committee 318: *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-02) and Commentary (ACI 318R-02)*. American Concrete Institute, 2002.
- [2] ACI Committee 318: *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14)*. American Concrete Institute, 2014.
- [3] Akhtaruzzaman A.A., Hasnat A., *Shear and Flexural Behavior of Brick Aggregate Concrete Beams without Web Reinforcement*. „ACI Journal”, March/April 1986, s. 284–289.
- [4] Angelakos D., Bentz E. C., Collins M. P., *Effect of Concrete Strength and Minimum Stirrups on Shear Strength of Large Members*. „ACI Structural Journal”, v. 98, no. 3, 2001, s. 290–300.
- [5] Ajdukiewicz A., *Przebiecie*. W: *Podstawy projektowania konstrukcji żelbetowych i sprężonych według Eurokodu 2*. Sekcja Konstrukcji Betonowych KILIW PAN, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław, 2006, s. 475–504.
- [6] Ajdukiewicz A., Mames J., *Konstrukcje z betonu sprężonego*. Polski Cement, Kraków, 2008.
- [7] ASCE–ACI Committee 426 Report, *The Shear Strength of Reinforced Concrete Members*. „Journal of the Structural Division”, ASCE, v. 99, no. ST6, 1973, s. 1091–1187.
- [8] ASCE–ACI Committee 445 Report on Shear and Tension, *Recent Approaches to Shear Design of Structural Concrete*. „Journal of Structural Engineering”, ASCE, v. 124, no. 12, 1998, s. 1375–1417.
- [9] Bakir P. G., Boduroğlu H. M., *Mechanical behaviour and non-linear analysis of short beams using softened truss and direct strut & tie models*. „Engineering Structures”, v. 27, 2005, s. 639–651.
- [10] Basche H. D., Rhee I., Willam K. J., Shing P. B., *Analysis of shear capacity of lightweight concrete beams*. „Engineering Fracture Mechanics”, v. 74, 2007, s. 179–193.
- [11] Bathe K.J., *Finite Element Procedures*. Prentice–Hall, Inc., Upper Saddle River, New Jersey, 1996.
- [12] Bažant Z. P., Gambarova P. G., *Crack Shear in Concrete: Crack Band Microplane Model*. „Journal of Structural Engineering”, v. 110, no. 9, 1984, s. 2015–2035.
- [13] Bažant Z. P., Kim J., *Size Effect in Shear Failure of Longitudinally Reinforced Beams*. „ACI Journal”, vol. 81, no. 5, 1984, s. 456–468 (discussion „ACI Journal”, vol. 82, no. 4, 1985, s. 579–583).

- [14] Bažant Z. P., Pfeiffer P. A., *Shear fracture tests of concrete*. „Matériaux et Construction”, v. 19, 1986, s. 111–121.
- [15] Bažant Z. P., Kazemi M. T., *Size Effect on Diagonal Shear Failure of Beams without Stirrups*. „ACI Structural Journal”, v. 88, no. 3, 1991, s. 268–276.
- [16] Bažant Z. P., Xi Yunping, Reid S. G., *Statistical Size Effect in Quasi–Brittle Structures; I. Is Weibull Theory Applicable?* „Journal of Engineering Mechanics”, v. 117, no 11, 1991, s. 2609–2622.
- [17] Bažant Z. P., Planas J., *Fracture and Size effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials*, CRC Press LLC, Boca Raton, Florida, 1998.
- [18] Bažant Z. P., Yu Qiang, *Designing Against Size Effect on Shear Strength of Reinforced Concrete Beams Without Stirrups: I. Formulation*. „Journal of Structural Engineering”, v. 131, no. 12, 2005, s. 1877–1885.
- [19] Bažant Z. P., Yu Qiang, *Designing Against Size Effect on Shear Strength of Reinforced Concrete Beams Without Stirrups: II. Verification and Calibration*. „Journal of Structural Engineering”, v. 131, no. 12, 2005, s. 1886–1897.
- [20] Belarbi A., Hsu T. C., *Constitutive Laws of Softened Concrete in Biaxial Tension–Compression*. „ACI Structural Journal”, v. 92, no. 5, 1995, s. 562–572.
- [21] Bentz E. C., Vecchio F. J., Collins M. P., *The Simplified MCFT for Calculating the Shear Strength of Reinforced Concrete Elements*. „ACI Structural Journal”, v. 103, no. 4, 2006, s. 614–624.
- [22] Bhatt P., Kader M. A., *Prediction of shear strength of reinforced concrete beams by nonlinear finite element analysis*. „Computers and Structures”, v. 68, 1998, s. 139–155.
- [23] Bijak I., Goszczyński S., Wawszczak W., *Model konstytutywny betonu w dwuosowym stanie naprężenia*. XLIV Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Poznań – Krynica, 1998, s. 13–20.
- [24] Birrcher D. B., Tuchsschere R. G., Huizinga M., Bayarak O., *Depth Effect in Deep Beams*. „ACI Structural Journal”, v. 111, no. 4, 2014, s. 731–740.
- [25] Bodzak P., *Obciążenie ciągle a przekrój krytyczny przy wymiarowaniu na ścinanie*. „Inżynieria i Budownictwo”, nr 4/2003, s. 607–610.
- [26] Bodzak P., *Efekt tarczowy w żelbetowych elementach prętowych bez zbrojenia poprzecznego*. „Inżynieria i Budownictwo”, nr 11/2006, s. 226–229.
- [27] Bodzak P., *Wpływ sztywności poprzecznej sprężonych płyt kanałowych opartych na podporach podatnych na ich nośność na ścinanie*. W: *Konstrukcje sprężone*, materiały konferencyjne, Kraków, 2015, s. 105–108 (pełny tekst na CD-ROM).

- [28] Boriszanski M. S., *Rasczot żelazobetonnych elementow pri dejstwi popierecznych sil*. Strojizdat. Moskwa, 1964.
- [29] Box, G.E.P., Pierce, D.A., *Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series models*. „Journal of the American Statistical Association”, v. 65, 1970, s. 1509–1526.
- [30] Broo H., Plos M., Lundgren K., Engstöm B., *Simulation of shear-type cracking and failure with no.n-linear finite-element method*. „Magazine of Concrete Research”, v. 59, no. 9, 2007, s. 673–687.
- [31] Brown M. D., Bayrak O., *Investigation of Deep Beams with Various Load Configurations*. „ACI Structural Journal”, v. 104, no. 5, 2007, s. 611–620.
- [32] Brown M. D., Bayrak O., *Design of Deep Beams Using Strut-and-Tie Models – Part I: Evaluation U.S. Provisions*. „ACI Structural Journal”, v. 105, no. 4, 2008, s. 395–404.
- [33] Brown M. D., Bayrak O., *Design of Deep Beams Using Strut-and-Tie Models – Part II: Design Recommendations*. „ACI Structural Journal”, v. 105, no. 4, 2008, s. 405–413.
- [34] Bukhari I. A., Ahmad S., *Evaluation of shear strength of high-strength concrete beams without stirrups*. „The Arabian Journal for Science and Engineering”, v. 33, no. 2B, 2008, s. 321–335.
- [35] Caldentey A.P., Padilla P., Muttoni A., Ruiz M. F., *Effect of Load Distribution and Variable Depth on Shear Resistance of Slender Beams without Stirrups*. „ACI Structural Journal”, v. 109, no. 5, 2012, s. 595–603.
- [36] Carmona J. R., Ruiz G., *Bond and size effect on the shear capacity of RC beams without stirrups*. „Engineering Structures” v. 66, 2014, s. 45–56.
- [37] Carpinteri A., *Size Effects on Strength, Toughness, and Ductility*. „Journal of the Engineering Mechanics Division”, ASCE, v. 115, no. 7, 1989, s. 1375–1392.
- [38] Carpinteri A., *Cracking of Strain-Softening Materials. W: Numerical Methods in Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. CISM, Udine, 1992.
- [39] Carpinteri A., Carmona J. R., Ventura G., *Failure Mode Transitions in Reinforced Concrete Beams – Part 1: Theoretical Model*. „ACI Structural Journal”, v. 108, no. 3, 2011, s. 277–285.
- [40] Carpinteri A., Carmona J. R., Ventura G., *Failure Mode Transitions in Reinforced Concrete Beams – Part 2: Experimental Tests*. „ACI Structural Journal”, v. 108, no. 3, 2011, s. 286–293.
- [41] CEB–FIP Model Code 90, First Draft, Bulletin d’information No. 196, 1990.

- [42] CEB Bulletin d'information No. 237. *Concrete Tension and Size Effects. Utilization of concrete tension in structural concrete design and relevance of size effect*. Contributions from CEB Task Group 2.7, Lausanne, Switzerland, April, 1997.
- [43] Cervenka J., Cervenka V., *On the uniqueness of numerical solutions of shear failure of deep concrete beams: Comparison of smeared and discrete crack approaches*. W: *Computational Modelling of Concrete Structures*, Taylor & Francis Group, London, 2010, s. 281–290.
- [44] Chana P. S., *Investigation of the Mechanism of Shear Failure of Reinforced Concrete Beams*. „Magazine of Concrete Research”, v. 39, 1987, s. 196–204.
- [45] Choi K., Sherif A. G., Reda Taha M., Chung L., *Shear strength of slender reinforced concrete beams without web reinforcement: A model using fuzzy set theory*. „Engineering Structures”, v. 31, 2009, s. 768–777.
- [46] Collins M. P., *Torque–twist characteristic of reinforced concrete beams*. W: *Inelasticity and Nonlinearity in Structural Concrete*. Study No. 8, University of Waterloo Press, 1973, s. 211–231.
- [47] Collins M. P., *Towards a Rational Theory for RC Members in Shear*. „Journal of the Structural Division”, v. 104, no. ST4, 1978, s. 649–666.
- [48] Collins M. P., Mitchel D., Adebar P., Vecchio F. J., *A General Shear Method*. „ACI Structural Journal”, v. 93, no. 1, 1996, s. 36–46.
- [49] Collins M. P., Bentz E. C., Sherwood E. G., *Where is Shear Reinforcement Required? Review of Research Results and Design Procedures*. „ACI Structural Journal”, v. 105, no. 5, 2008, s. 590–600.
- [50] Collins M. P., *Improving analytical models for shear design and evaluation of reinforced concrete structures*. *fib Bulletin* 57, 2010, s. 77–92.
- [51] *Computational Modelling of Concrete Structures*, Bičanič et al. (ed.), Taylor & Francis Group, London, 2010.
- [52] CSA Committee A23.3, *Design of Concrete Structures*. Canadian Standard, 2004.
- [53] Dąbrowski K., *Nośność i rysoodporność strefy przypodporowej belek żelbetowych*. Zeszyty Naukowe Politechniki Warszawskiej, Budownictwo, z. 45, Warszawa 1967.
- [54] Dąbrowski K., *Wpływ wskaźnika ścinania na zarysowanie ukośne i nośność strefy przypodporowej belek żelbetowych*. „Inżynieria i Budownictwo”, nr 11/1975, s. 472–477.
- [55] Dąbrowski K., *Obliczanie konstrukcji żelbetowych na ścinanie według Eurokodu 2 i PN–84/B–03264*. „Inżynieria i Budownictwo”, nr 7/1992, s. 233–236.

- [56] Dąbrowski K., *Uwagi do metody wymiarowania zbrojenia na ścinanie proponowanej w PrPN/B-03264*. „Inżynieria i Budownictwo”, nr 2/1997, s. 99–101.
- [57] Dąbrowski K., *Metoda skrócona obliczania zbrojenia ze względu na siły poprzeczne*. „Inżynieria i Budownictwo”, nr 2/2000, s. 85–86.
- [58] Dąbrowski K., *O metodzie wymiarowania konstrukcji żelbetowych na tzw. ścinanie przyjętej w PN-B-03264:2002*. „Inżynieria i Budownictwo”, nr 3/2003, s. 166–167.
- [59] Dei Poli S., Gambarova P.G., Karakoc C., *Aggregate interlock role in R/C thin-webbed beams in shear*. „Journal of Structural Engineering”, ASCE, v. 113, no. 1, 1987, s. 1–19.
- [60] Derkowski W., Surma M., *Wpływ nadbetonu na pracę sprężonych płyt stropowych HC na podporach podatnych*. „Budownictwo i Architektura”, nr 12(1), 2013, s. 107–114.
- [61] Desai S., *Influence of Constituents of Concrete on Its Tensile Strength and Shear Strength*. „Magazine of Concrete Research”, v. 55, no. 1, 2003, s. 77–84.
- [62] Desai S., *Influence of Constituents of Concrete on Its Tensile Strength and Shear Carrying Capacity*. „ACI Structural Journal”, v. 101, no. 1, 2004, s. 29–38.
- [63] Drucker D. C., *On structural concrete and the theorems of limit analysis*. Publications International Association for Bridge and Structural Engineering, v. 21, Zürich, 1961, s. 49–59.
- [64] El-Ariss B., *Behavior of beams with dowel action*. „Engineering Structures”, v. 29, 2007, s. 899–903.
- [65] Elzanaty A. H., Nilson A. H. Slate F. O., *Shear Capacity of Reinforced Concrete Beams Using High-Strength Concrete*. „ACI Journal”, v. 83, no. 2, 1986, s. 290–296.
- [66] EN 1992-1-1:2004, Eurocode 2: *Design of concrete structures*. Part 1: *General rules and rules for buildings*. European Committee for Standardization, 2004.
- [67] EN 1168:2005+A3:2011: *Precast concrete products – Hollow core slabs*. European Committee for Standardization, 2011.
- [68] Fenwick R. C., Paulay T., *Mechanisms of Shear Resistance of Concrete Beams*. „Journal of Structural Division”, v. 94, no. ST10, 1968, s. 2325–2350.
- [69] *fib Bulletin 57, Shear and punching shear in RC and FRC elements*. Technical Report, 2010.
- [70] *fib Bulletin 42, Constitutive modelling of high strength / high performance concrete*. State-of-Art Report, 2008.

- [71] *fib Bulletin 6, Special design considerations for precast prestressed hollow core floors*. Guide to Good Practice, 2000.
- [72] Fisher J., König G., *Mechanical Model for Diagonal Tension Failure*. CEB Bulletin d'Information No. 237, 1997, s. 1231–246.
- [73] Foster S. J., Malik A. R. *Evaluation of Efficiency Factor Models used in Strut-and-Tie Modeling of Nonflexural Members*. „Journal of Structural Engineering”, v. 128, no. 5, 2002, s. 569–577.
- [74] Gandomi A. H., Alavi A. H., Kazemi S., Gandomi M., *Formulation of shear strength of slender RC beams using gene expression programming, Part I: Without shear reinforcement*. „Automation in Construction”, v. 42, 2014, s. 112–121.
- [75] Gastebled O. J., May I. M., *Fracture Mechanics Model Applied to Shear Failure of Reinforced Concrete Beams without Stirrups*. „ACI Structural Journal”, v. 98, no. 2, 2001, s. 184–190.
- [76] Godycki-Ćwirko T., *Za i przeciw analogii kratownicowej Mörscha*. „Inżynieria i Budownictwo”, nr 10/1965, s. 339–345.
- [77] Godycki-Ćwirko T., *Ścinanie w żelbecie*. Arkady, Warszawa, 1968.
- [78] Godycki-Ćwirko T., Wesołowski M., *Graniczna siła poprzeczna przenoszona przez element żelbetowy bez zbrojenia poprzecznego w ujęciu normy europejskiej i polskiej*. XLVII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, t. II, Konstrukcje betonowe, Opole–Krynica, 2001, s. 67–74.
- [79] Godycki-Ćwirko T., Wesołowski M., *O minimalnym zbrojeniu poprzecznym elementów żelbetowych*. XLIX Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, t. III, Konstrukcje betonowe, Materiały budowlane, Warszawa–Krynica, 2003, s. 33–40.
- [80] Godycki-Ćwirko T., Wesołowski M., *Minimal Transverse Reinforcement of Reinforced Concrete Members*. „Archives of Civil Engineering”, v. 51, no. 4, 2005, s. 533–559.
- [81] Godycki-Ćwirko T., Wesołowski M. *Bezpieczne wymiarowanie ścinania ze zmiennym kątem θ w kratownicach zastępczych wg norm EC 2003, DIN 2001, PN2002*. „Przegląd Budowlany”, nr 4/2006, s. 36–39.
- [82] Gustafsson P. J., Hillerborg A., *Sensitivity in Shear Strength of Longitudinally Reinforced Concrete Beams to Fracture Energy of Concrete*. „ACI Structural Journal”, May–June, 1988, s. 286–294.
- [83] Halicka A., *Studium stanu naprężeń i odkształceń w płaszczyźnie styku i strefie przypodporowej elementów zespolonych z udziałem betonów skurczowych i ekspansywnych*. Wydawnictwo Politechniki lubelskiej, Lublin, 2007.

- [84] Hamrat H., Boulekbache B., Chemrouk M., Amziane S., *Shear Behaviour of RC Beams without Stirrups Made of Normal Strength and High Strength Concretes*. „Advances in Structural Engineering”, v. 13, no. 1, 2010, s. 29–41.
- [85] Hassan A. A., Hossain K. M., Lachemi M., *Behaviour of full-consolidating concrete beams in shear*. „Cement and Concrete Composites”, v. 30, no. 7, 2008, s. 588–596
- [86] Hassan T. K., Seliem H. M., Dwairi H., Rizkalla S. H., Zia P., *Shear Behavior of Large Concrete Beams Reinforced with High-Strength Steel*. „ACI Structural Journal”, v. 105, no. 2, 2008, s. 173–179.
- [87] Hastie T. J., Tibshirani R. J., *Generalized additive models*. „Statistical Science”, v. 1, no. 3, 1986, s. 297–318.
- [88] Hastie T. J., Tibshirani R. J., *Generalized additive models*. Chapman Hall, London, 1990.
- [89] Heidrich J., *Experimentelle Untersuchungen zum Schubtragverhalten dünner Scheiben aus Ultrahochfestem Beton*. „Beton- und Stahlbetonbau”, v. 104, Heft 9, 2009, s. 581–588.
- [90] Hillerborg A., Modeer M., Petersson P. E., *Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements*. „Cement and Concrete Research”, v. 6, 1976, s. 773–782.
- [91] Hong S. G., Hong N. K., Jang S. K., *Deformation Capacity of Structural Concrete in Disturbed Regions*. „ACI Structural Journal”, v. 108, no. 3, 2011, s. 267–276.
- [92] Hong S. G., Ha T., *Effective Capacity of Diagonal Strut for Shear Strength of Reinforced Concrete Beams without Shear Reinforcement*. „ACI Structural Journal”, v. 109, no. 2, 2012, s. 139–148 (discussion „ACI Structural Journal”, v. 110, no. 1, 2013, s. 149–151).
- [93] Hsu T.T.C., *Softened Truss Model Theory for Shear and Torsion*. „ACI Structural Journal”, November–December, 1988, s. 624–635.
- [94] Hsu T.T.C., *Unified Approach to Shear Analysis and Design*. „ACI Structural Journal”, v. 88, no. 5, 1991, s. 552–561.
- [95] Hsu T.T.C., *Tension Stiffening in Reinforced Concrete Membrane Elements*. „ACI Structural Journal”, v. 93, no. 1, 1996, s. 108–115.
- [96] Hsu T.T.C., *Unified Approach to Shear Analysis and Design*. „Cement and Concrete Composites”, v. 20, 1998, s. 419–435.
- [97] Hsu T.T.C., Laskar A., Mo Y. L., *Shear Strengths of Prestressed Concrete Beams Part 2: Comparisons with ACI and AASHTO Provisions*. „ACI Structural Journal”, v. 107, no. 3, 2010, s. 340–345.

- [98] Hu Q., Ley M. T., Russell B., W., *Determining Efficient Strut-and-Tie Models for Simply Supported Beams using Minimum Strain Energy*. „ACI Structural Journal”, v. 111, no. 5, 2014, s. 1015–1025.
- [99] Huespe A. E., Oliver J., Diaz G., Sánchez P. J., *Recent development on computational modeling of material failure in plain and reinforced concrete structures*. W: *Computational Modelling of Concrete Structures*, Taylor & Francis Group, London, 2010, s. 31–43.
- [100] Jaeger T., *Extended sandwich model for reinforced concrete slabs: Shear strength without transverse reinforcement*. „Engineering Structures”, v. 55, 2013, s. 1142–1153.
- [101] Jung S., Kim K.S., *Knowledge-based prediction of shear strength of concrete beams without shear reinforcement*. „Engineering Structures” v. 30, 2008, s. 1515–1525.
- [102] Kani G. N. J., *The Riddle of Shear Failure and Its Solution*. „Journal of the ACI”, v. 61, no.4, 1964, s. 441–467.
- [103] Kani G. N. J., *Basic Facts Concerning Shear Failure*. „Journal of the ACI”, v. 63, no. 6, 1966, s. 675–692.
- [104] Kani G. N. J., *How Safe Are Our Large Reinforced Concrete Beams?* „ACI Journal”, v. 64, no. 3, 1967, s. 128–141.
- [105] Karihaloo B.L., Abdalla H.M., Xiao Q.Z., *Size Effect in Concrete Beams*. „Engineering Fracture Mechanics”, v. 70, no. 7–8, 2003, s. 979–993.
- [106] Kazemi M. T., Broujerdian V., *Reinforced concrete beams without stirrups considering shear friction and fracture mechanics*. „Canadian Journal of Civil Engineering”, v. 33, no. 2, 2006, s. 161–168.
- [107] Khuntia M., Stojadinovic B., *Shear Strength of Reinforced Concrete Beams without Transverse Reinforcement*. „ACI Structural Journal”, v. 98, no. 5, 2001, s. 648–656.
- [108] King B., M, Minium E., W., *Statystyka dla psychologów i pedagogów*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2009.
- [109] Knauff M., *Uwagi o obliczaniu belek żelbetowych na ścinanie według Eurokodu*. Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB Krynica 2008, tom VI, Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Białystok, 2008, s. 213–220.
- [110] Knauff M., *Projektowanie konstrukcji z betonu według Eurokodu – podstawowe założenia i zasady*. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej Nr 276, Budownictwo i Inżynieria Środowiska, z. 58, Rzeszów, 2011, s. 135–154.
- [111] Kobayashi K., *Effect of bond and dowel action on shear capacity of RC beams*. Earthquake Engineering. Tenth Word Conference, Balkema, Rotterdam, 1992, s. 3101–3108.
- [112] Kot S., Jakubowski J., Sokołowski A., *Statystyka*. DIFIN, 2011.

- [113] Krefeld W. J., Thurston C. W., *Contribution of longitudinal steel to shear resistance of reinforced concrete beams*. „Journal of the ACI”, v. 63, no. 3, 1966, s. 325–344.
- [114] Krefeld W. J., Thurston C. W., *Studies of the Shear and Diagonal Tension Strength of Simply Supported Reinforced Concrete Beams*. „Journal of the ACI”, v. 63, no. 4, 1966, s. 451–476.
- [115] Kuo W. W., Cheng T. J., Hwang S. J., *Force transfer mechanism and shear strength of reinforced concrete beams*. „Engineering Structures”, v. 32, 2010, s. 1537–1546.
- [116] Kuo W. W., Hsu T. T. C., Hwang S. J., *Shear Strength of Reinforced Concrete Beams*. „ACI Structural Journal”, v. 111, no. 4, 2014, s. 809–818.
- [117] Lampert P., Thurlimann B., *Torsion–Biege–Veersuche Stahlbetonbalken*. Bericht Nr 6506–3, Institut für Baustatik, Zürich, 1969.
- [118] Laskar A., Hsu T.T.C., Mo Y. L. *Shear Strengths of Prestressed Concrete Beams Part 1: Experiments and Shear Design Equations*. „ACI Structural Journal”, v. 107, no. 3, 2010, s. 330–339.
- [119] Leonhardt F., Walther R., *Versuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung*. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 151, 1962.
- [120] Leonhardt F., Walther R., *Beiträge zur Behandlung der Schubprobleme im Stahlbetonbau*. „Beton– und Stahlbetonbau”, v. 57, Heft 2, 1962, s. 32–44.
- [121] Leonhardt F., Walther R., *Beiträge zur Behandlung der Schubprobleme im Stahlbetonbau*. „Beton– und Stahlbetonbau”, v. 57, Heft 3, 1962, s. 54–64.
- [122] Leonhardt F., *Über die Kunst des Bewehrens von Stahlbetontragwerken*. „Beton– und Stahlbetonbau”, v. 60, Heft 8, 1965, s. 181–192.
- [123] Leonhardt F., Möning E. *Vorlesungen über Massivbau*. Part 2, Springer, 1973, s. 175–217.
- [124] Lewis, P. A. W. and Stevens, J. G., *Nonlinear Modeling of Time Series using Multivariate Adaptive Regression Splines (MARS)*. „Journal of the American Statistical Association”, v. 86, 1991, s. 864–877.
- [125] Matamoros A. D., Wong K. H., *Design of Simply Supported Deep Beams Using Strut-and-Tie Models*. „ACI Structural Journal”, v. 100, no. 6, 2003, s. 704–712.
- [126] Mathey R. G., Watstein D., *Shear Strength of Beams Without Web Reinforcement Containing Deformed Bars of Different Yield Strengths*. „Journal of the ACI”, February, 1963, s. 183–207.
- [127] Model Code 2010, First complete draft, *fib Bulletin* 56, v. 2, 2010.
- [128] Model Code 2010, Final draft, *fib Bulletin* 66, v. 2, 2012.

- [129] Moody K.G., Viest I.M., Elstner R.C., Hognestad E., *Shear Strength of Reinforced Concrete Beams, Part I – Tests of Simple Beams*. „Journal of the ACI”, v. 51, no. 4, November 1954, s. 317–333.
- [130] Morrow I., Viest I., *Shear Strength of Reinforced Concrete Frame Members Without Web Reinforcement*. „Journal of the ACI”, v. 53, no. 9, 1956, s. 833–870.
- [131] Mörsch E., *Der Eisenbetonbau – Seine Theorie und Anwendung*. 3rd Edition, Verlag von Konrad Wittwer, Stuttgart, 1908.
- [132] Mörsch E., *Der Eisenbetonbau – Seine Theorie und Anwendung*. 6th Edition, Verlag von Konrad Wittwer, Stuttgart, 1929.
- [133] Mphonde A. G., Frantz G. C., *Shear Tests of High- and Low-Strength Concrete Beams Without Stirrups*. „ACI Journal”, July–August, 1984, s. 350–357.
- [134] Muttoni A., Schwatz J., Thürlimann B., *Design of concrete structures with stress fields*. Birkhäuser, Basel, Boston and Berlin, 1997.
- [135] Muttoni A., Ruiz M. F., *Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement as Function of Critical Shear Crack Width*. „ACI Structural Journal”, v. 105, no. 2, 2008, s. 163–172.
- [136] Muttoni A., Ruiz M. F., *Shear in slabs and beams: should they be treated in the same way? fib Bulletin 57, Shear and punching shear in RC and FRC elements*. Technical Report, 2010, s. 105–128.
- [137] Nagrodzka-Godycka K., *Wsporniki żelbetowe: badania, teoria, projektowanie*. Monografia, tom 21, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk, 2001.
- [138] Nagrodzka-Godycka K., *Truss models of RC corbels verified by experimental tests*. „Archives of Civil Engineering”, v. 51, no. 4, 2005, s. 515–531.
- [139] Nagrodzka-Godycka K., Sikorska M., Seroka D., *Wsporniki sprężone prętami bez przyczepności*. Zeszyty Naukowe Budownictwo, z. 60, Politechnika Łódzka, 2009, s. 81–96.
- [140] Nagrodzka-Godycka K., Piotrkowski P., *Experimental Study of Dapped –End Beams Subjected to Inclined Load*. „ACI Structural Journal”, v. 109, no. 1, 2012, s. 11–20.
- [141] Nielsen M. P., *Om Forskydningsarmering i Jernebetonbjaelker*. „Bygningsstatistiske Meddelelser”, v. 38, no. 2, 1967, s. 33–58.
- [142] Nielsen M. P., *Limit analysis and concrete plasticity*. 2nd Edition, CRC Press LLC, Boca Raton, Florida, 1999.
- [143] Niwa J., *Size Effect in Shear of Concrete Beams Predicted by Fracture Mechanics*. CEB Bulletin d’Information No. 237, 1997, s. 147–158.

- [144] Ooi E. T., Yang Z. J., *Modelling crack propagation in reinforced concrete using a hybrid finite element-scaled boundary finite element method*. „Engineering Fracture Mechanics”, v. 78, 2011, s. 252–273.
- [145] Otsuka K. and Date H., *Fracture process zone in concrete tension specimen*. „Engineering Fracture Mechanics”, v. 65, 2000, s. 111–131
- [146] Ouyang C., Shah S. P., *Fracture Energy Approach for Predicting Cracking of Reinforced Concrete Tensile Members*. „ACI Structural Journal”, v. 91, no. 1, 1994, s. 69–78.
- [147] Ožbolt J., Eligehausen R., *Size effect in concrete and RC structures. Diagonal shear and torsion*. „Studi e Ricerche”, v. 17, 1996, s. 37–68.
- [148] Paczkowski P., Nowak A. S., *Shear Resistance of Reinforced Concrete Beams without Web Reinforcement*. „Architecture Civil Engineering Environment ACEE”, no. 1/2008, s. 99–112.
- [149] Pang X. B. D., Hsu T. T. C., *Behavior of Reinforced Concrete Membrane Elements in Shear*. „ACI Structural Journal”, v. 92, no. 6, 1995, s. 665–679.
- [150] Park J. W., Kuchma D., *Strut-and-Tie Model Analysis for Strength Prediction of Deep Beams*. „ACI Structural Journal”, v. 104, no. 6, 2007, s. 657–666.
- [151] Perera S. V. T., Mutsuyoshi H., *Shear Behavior of Reinforced High-Strength Concrete Beams*. „ACI Structural Journal”, v. 110, no. 1, 2013, s. 43–52.
- [152] Perez B. M., Pantazopoulou S. J., *Effect of bond, aggregate interlock and dowel action on the shear strength degradation of reinforced concrete*. „Engineering Structures” 23, 2001, s. 214–227.
- [153] Placas A., Regan P. E., *Shear Failure of Reinforced Concrete Beams*. „ACI Journal”, October 1971, s. 763–773.
- [154] PN-76/B-03264: *Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie*. PKN, Warszawa 1976.
- [155] PN-84/B-03264: *Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie*. PKN, Warszawa 1984.
- [156] PN-B-03264: 2002 *Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie*. PKN, Warszawa 2002.
- [157] PN-EN 1992-1-1 Eurokod 2: *Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków*. PKN, Warszawa 2008.
- [158] *Pre-norma konstrukcji betonowych, fib Model Code 2010*. Tłumaczenie A. Ajdukiewicz, Polski Cement, Kraków, 2014.
- [159] Rahal K. N., Al-Khaleefi A. L., *Shear-Friction Behavior of Recycled and Natural Aggregate Concrete – An Experimental Investigation*. „ACI Structural Journal”, v. 112, no. 6, 2015, s. 725–733.

- [160] Rajagopalan K. S., Ferguson P. M., *Exploratory Shear Tests Emphasizing Percentage of Longitudinal Steel*. „ACI Journal”, v.65, no. 8, 1968, s. 634–638.
- [161] Raju T. N., *William Sealy Gosset and William A. Silverman: two "students" of science*. „Pediatrics”, v. 116, no. 3, 2005, s. 732–735.
- [162] Ramirez J. A., Breen J. E., *Evaluation of a Modified Truss–Model Approach for Beams in Shear*. „ACI Structural Journal”, v. 88, no. 5, 1991, s. 562–571.
- [163] Reineck K. H., *Ultimate Shear Force of Structural Concrete Members without Transverse Reinforcement Derived from a Mechanical Model*. „ACI Structural Journal”, v. 88, no. 5, 1991, s. 592–602.
- [164] Reineck K. H., Kuchma D. A., Kim K. S., Marx S., *Shear Database for Reinforced Concrete Members without Shear Reinforcement*. „ACI Structural Journal”, v. 100, no. 2, 2003, s. 240–249 (discussion „ACI Structural Journal”, v. 101, no. 1, 2004, s. 139–144).
- [165] Reinhardt H. W., *Maßstabseinfluß bei Schubversuchen im Licht der Bruchmechanik*. „Beton– und Stahlbetonbau”, v. 76, Heft 1, 1981, s. 19–21.
- [166] Rogalska M., *Wieloczynnikowe modele w prognozowaniu czasu procesów budowlanych*. Monografie, Politechnika Lubelska, Lublin, 2016.
- [167] Rombach G., Latte S., *Querkrafttragfähigkeit von Fahrbahnplatten ohne Querkraftbewehrung*. „Beton– und Stahlbetonbau”, v. 104, Heft 10, 2009, s. 642–656.
- [168] Rumanus E., Meschke G., *Hization–based model for reinforced concrete*. Computational Modelling of Concrete Structures, Taylor & Francis Group, London, 2010, s. 217–224.
- [169] Rüschi H., Haugli F. R., Mayer H., *Schubversuche an Stahlbeton Rechteckbalken mit gleichmäßig verteilter Belastung*. „Deutscher Ausschluß für Stahlbeton”, Heft 145, 1962, s. 4–30.
- [170] Russo G., Zingone G., Puleri G., *Flexure–Shear Interaction Model for Longitudinally Reinforced Beams*. „ACI Structural Journal”, v. 88, no. 1, 1991, s. 60–68.
- [171] Schacht G., Bolle G., Marx S. *Experimentelle Tragsicherheitsbewertung von Stahlbetonbauteilen ohne Querkraftbewehrung*. „Bautechnik“, v. 88, Heft 11, 2011, s. 757–764.
- [172] Shapiro S. S., Wilk M. B., *An analysis of variance test for normality (complete samples)*, „Biometrika”, v. 52, no. 3–4, 1965, s. 591–611.
- [173] Sherwood E. G., Bentz E. C., Collins M. P., *Effect of Aggregate Size on Beam–Shear Strength of Thick Slabs*. „ACI Structural Journal”, v. 104, no. 2, 2007, s. 180–190.

- [174] Shuaib A. H., Khaloo A. R., Poveda A., *Shear Capacity of Reinforced High-Strength Concrete Beams*. „ACI Journal”, v. 83, no. 2, 1986, s. 297–305.
- [175] Shuaib A. H., Lue D. M., *Flexural–Shear Interaction of Reinforced High–Strength Concrete Beams*. „ACI Structural Journal”, v.84, no 4, 1987, s. 330–341.
- [176] SIA 262:2003: *Concrete Structures*. Code, Swiss Society of Engineers and Architects, 2003.
- [177] Sigrist V. *Generalized Stress Field Approach for Analysis of Beams in Shear*. „ACI Structural Journal”, v. 108, no. 4, 2011, s. 479–487.
- [178] Sigrist V. Bentz E., Ruiz M. F., Foster S., Muttoni A., *Background to the fib Model Code 2010 shear provisions – part 1: beams and slabs*. „Structural Concrete”, v. 14, no. 3, 2013, s. 195–203.
- [179] Słowik M., Błazik-Borowa E., *Wyznaczanie momentu rysującego w betonowych elementach zginanych*. „Eksplotacja i Niezawodność. Maintenance and Reliability”, v. 4, no. 24, 2004, s. 50–53.
- [180] Słowik M., *The influence of size effect on cracking moment in flexural concrete elements*. W: *Fracture Mechanics and Physics of Constructions Materials and Structures – Collection of Scientific Works*. The National Academy of Sciences of Ukraine, Karpenko Physico–Mechanical Institute, issue 6, Lvov, 2005, s. 166–171.
- [181] Słowik M., *The Analysis of Crack Formation in Concrete and Slightly Reinforced Concrete Member in Bending*. W: *Brittle Matrix Composites 8*, Woodhead Publishing Limited, ZTUREK Research–Scientific Institute, Cambridge and Warsaw, 2006, s. 351–360.
- [182] Słowik M., *Analiza nośności i zarysowania zginanych elementów betonowych słabo zbrojonych*. „Budownictwo i Architektura”, nr 2(1), 2008, s. 65–78.
- [183] Słowik M., *O nośności zginanych elementów betonowych wzmocnionych zbrojeniem podłużnym*. „Inżynieria i Budownictwo”, nr 10/2008, s. 573–576.
- [184] Słowik M., Bałazik-Borowa E., *Wpływ uziarnienia kruszywa na parametry pękania betonu*. W: *Zagadnienia mechaniki pękania i skrawania materiałów kruchych*, rozdz. 1, Lubelskie Towarzystwo Naukowe, Lublin, 2008, s. 6–18.
- [185] Słowik M., *Analiza procesu pękania w strefach przypodporowych belek betonowych zbrojonych podłużnie*. W: *Zagadnienia mechaniki pękania i skrawania materiałów kruchych*, cz. 3, pod red. J. Jonaka, Lubelskie Towarzystwo Naukowe, Lublin 2010, s. 35–46.

- [186] Słowik M., *Analysis of Shear Failure in Reinforced Concrete Beams without Stirrups*. „Journal of Civil Engineering and Architecture”, no. 4/8, August 2010, s. 59–64.
- [187] Słowik M., *The Influence of Effective Length on Shear Failure in Concrete Beams*. „International Review of Civil Engineering”, no. 2/5, 2011, s. 231–237.
- [188] Słowik M., *Numerical analysis of the width of fracture process zone in concrete beams*. „Computational Materials Science”, v. 50, 2011, s. 1347–1352.
- [189] Słowik M., *Experimental study of shear failure mechanism in concrete beams*. W: *Brittle Matrix Composites 10*, IFTR and Woodhead Publishing Limited, Warsaw, 2012, s. 345–354.
- [190] Słowik M., Nowicki T., *The analysis of diagonal crack propagation in concrete beams*. „Computational Materials Science”, v. 52, 2012, s. 261–267.
- [191] Słowik M., Smarzewski P., *Study of the scale effect on diagonal crack propagation in concrete beams*. „Computational Materials Science”, v. 64, 2012, s. 216–220.
- [192] Słowik M., Rogalska M., *The Statistical Analysis of Design Methods Efficiency in Determining Shear Capacity of Reinforced Concrete Beams*. W: *Proceedings of the 11th International Probabilistic Workshop*, edited by D. Novák, M. Vořechovský, Brno University of Technology, 2013, s. 373–384.
- [193] Słowik M., *Wpływ wytrzymałości betonu na nośność na ścinanie elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego*. „Budownictwo i Architektura”, nr 12(1), 2013, s. 147–154.
- [194] Słowik M., *Wpływ zbrojenia podłużnego na nośność na ścinanie elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego*. „Budownictwo i Architektura”, nr 13(3), 2014, s. 151–158.
- [195] Słowik M., *Shear failure mechanism in concrete beams*. „Procedia Materials Science”, v. 3, 2014, 1977–1982.
- [196] Słowik M., Smarzewski P., *Numerical modeling of diagonal cracks in concrete beams*. „Archives of Civil Engineering”, v. 60, no. 3, 2014, s. 307–322.
- [197] Słowik M., Smarzewski P., *Numerical Analysis of Cracks Distribution in Longitudinally Reinforced Concrete Beams*. W: *Proceeding of the 24th International Workshop on Computational Micromechanics of Materials (IWCMM24)* October 1–3, 2014, Madrid, Spain, 2014, s. 35.
- [198] Słowik M., *The Influence of Longitudinal Reinforcement on Shear Failure Mechanism in Concrete Beams*. W: *Brittle Matrix Composites 11*, IFTR Polish Academy of Sciences, Warsaw, 2015, s. 441–450.

- [199] Słowik M., *Wymiarowanie na ścinanie według Model Code 2010*. „Inżynieria i Budownictwo”, nr 7, 2015, s. 350–353.
- [200] Słowik M, Rogalska M., *Prediction shear capacity of concrete beams using artificial neural network approach*. W: *Decisions in Situations of Endangerment Research Development*, edited by S. Stanek, M. Popławski, Wyższa Szkoła Oficerska Wojsk Lądowych imienia generała Tadeusza Kościuszki, Wrocław, 2016, s.75–90.
- [201] Smarzewski P., Słowik M., *Multiscale Modeling of Diagonal Cracks in Concrete Beams*. W: *Proceedings of International US–Poland Workshop Multiscale Computational Modeling of Cementitious Materials*, October 18–19, 2012, Kraków, Poland, s. 149–154.
- [202] So K. O., Karihaloo B.L., *Shear Capacity of Longitudinally Reinforced Beams – A Fracture Mechanics Approach*. „ACI Structural Journal”, v. 90, no. 6, 1993, s. 591–600.
- [203] Soltani M., An X., Maekawa K., *Computational model for post cracking analysis of RC membrane elements based on local stress–strain characteristic*. „Engineering Structures” v. 25, 2003, s. 993–1007.
- [204] Stanisław A., *Przystępny kurs statystyki z zastosowaniem STATISTICA PL na przykładach z medycyny*. StatSoft Polska Sp. z o.o., Kraków, 2006.
- [205] Stevens N. J., Uzumeri S. M., Collins M. P., Will G. T., *Constitutive Model for Reinforced Concrete Finite Element Analysis*. „ACI Structural Journal”, v. 188, no. 1, 1991, s. 49–59.
- [206] Stokes H. H., *Multivariate Adaptive Regression Spline Modeling Using SCAB34S SPLINES and SCA Work Bench*. Department of Economics University of Illinois at Chicago, William J. Lattyak, Scientific Computing Associates Corp. 2008, s. 1–95.
- [207] Surma M., *Sprężone płyty kanałowe w różnych warunkach podparcia – badania doświadczalne*. W: *Konstrukcje sprężone*. Materiały konferencyjne, Kraków 2015, s. 229–232 (pełny tekst na CD–ROM)
- [208] Szulc J., *Wpływ podatności elementów podporowych na nośność na ścinanie stropów z płyt kanałowych*. „Architectura”, v. 11, no. 1, 2012, s. 29–38.
- [209] Szulc J., *Projektowanie prefabrykowanych konstrukcji zespolonych z uwzględnieniem podatności styku i elementów podporowych*. Wytyczne, Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa, 2012.
- [210] Takase Y., Ikeda T., Wada T., *Development of constitutive model of shear stress transfer on concrete crack surface considering shear stress softening*. W: *Computational Modelling of Concrete Structures*, Taylor & Francis Group, London, 2010, s. 225–232.

- [211] Taylor H.P.J., *The Fundamental Behavior of Reinforced Concrete Beams in Bending and Shear*. W: *Shear in Reinforced Concrete*. ACI Special Publication SP-42, v. 1, 1974, s. 43–78.
- [212] Tran N. L., Kohoutek J., Graubner C. A., *Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonbauteilen ohne Querkraftbewehrung*. „Beton- und Stahlbetonbau”, v. 110, Heft 4, 2015, s. 244–253.
- [213] Tue N. V., Theiler W., Tung N. D., *Schubverhalten von Biegebauteilen ohne Querkraftbewehrung*. „Beton- und Stahlbetonbau”, v. 109, Heft 10, 2014, s. 666–677.
- [214] Tung N. D., Tue N. V., *A new approach to shear design of slender reinforced concrete members without transverse reinforcement*. „Engineering Structure”, v. 107, 2016, s. 180–194.
- [215] Tureyen A. K., Frosch R. J., *Concrete Shear Strength: Another Perspective*. „ACI Structural Journal”, v. 100, no. 5, 2003, s. 609–615.
- [216] Ułańska D., *Mechanizm przenoszenia naprężeń ścinających w płaszczyźnie rysy elementu żelbetowego*. XXXVI Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Wrocław – Krynica, 1990, s. 155–160.
- [217] Urban T., *Przebieg w żelbecie, wybrane zagadnienia*. Zeszyty Naukowe, nr 959, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 2005.
- [218] Urban T., *Przykłady projektowania żelbetowych wsporników*. Zeszyty Naukowe, nr 2, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź, 2011.
- [219] Uzel A., Podgorniak B., Bentz E. C., Collins M. P., *Design of Large Footings for One-Way Shear*. „ACI Structural Journal”, v. 108, no. 2, 2011, s. 131–138.
- [220] Vecchio F. J., Collins M. P., *Response of Reinforced Concrete to In-Plane Shear and Normal stresses*. Publication No. 82–03, Department of Civil Engineering, University of Toronto, 1982.
- [221] Vecchio F. J., Collins M. P., *The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear*. „ACI Journal”, v. 83, no. 2, 1986, s. 219–231.
- [222] Vecchio F. J., Collins M. P., *Predicting the Response of Reinforced Concrete Beams Subjected to Shear Using the Modified Compression Field Theory*. „ACI Structural Journal”, v. 85, no. 3, 1988, s. 258–268.
- [223] Vecchio F. J., *Reinforced concrete membrane element formulation*. „Journal of Structural Engineering”, ASCE, v. 116, no. 3, 1990, s. 730–750.
- [224] Vecchio F. J., Collins M. P., *Compression Response of Cracked Reinforced Concrete*. „Journal of Structural Engineering”, v. 119, no. 12, 1993, s. 3590–3610.

- [225] Vecchio F. J., Lai D., *Crack Shear–Slip in Reinforced Concrete Elements*. „Journal of Advanced Concrete Technology”, v. 2, no. 3, 2004, s. 289–300.
- [226] Walraven J. C., *The influence of depth on the shear strength of lightweight concrete beams without shear reinforcement*. Stevin Laboratory Report No. 5–78–4, Delft University of Technology, Delft, 1978.
- [227] Walraven J. C., *Fundamental Analysis of Aggregate Interlock*. „Journal of the Structural Division, ASCE”, v. 107, no. ST11, 1981, s. 2245–2270.
- [228] Walraven J., Reinhardt H. W., *Theory and experiments on the mechanical behavior of cracks in plain and reinforced concrete subjected to shear loading*. Heron, v. 26, no. 1A, 1981.
- [229] Walraven J., Lehwalter N. *Size Effects in Short Beams Loaded in Shear*. „ACI Structural Journal” v. 91, no. 5, 1994, s. 583–593.
- [230] Walther R., *Über die Berechnung der Schubtragfähigkeit von Stahl– und Spannbetonbalken – Schubtheorie*. „Beton– und Stahlbeton”, v. 57, Heft 11, 1962.
- [231] Wei–Lun W., Feng X., Zheng–Liang C., *Experimental study on shear failure modes for ultrahigh strength concrete RC beams without stirrups*. „Journal of Shenzhen University Science & Engineering”, v. 23, no. 3, 2006, s. 189–194.
- [232] Willam K. J., Warnke E. P., *Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete*. W: *Concrete Structures Subjected to Triaxial Stresses*, ISMES, Bergamo, Italy, 1974.
- [233] Woliński Sz., *Właściwości betonu rozciąganego i ich zastosowania w nieliniowej mechanice pęknięcia*. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Budownictwo i Inżynieria Środowiska, z. 15, nr 91, Rzeszów, 1991.
- [234] Woliński Sz., *Niezawodność elementów żelbetowych projektowanych metodą S–T*. XLIX Konferencja naukowa KILiW PAN i KN PZITB „Krynica 2003” materiały konferencyjne, tom 3, 2003, s. 95–102.
- [235] Woliński Sz., *Wspomagana badaniami analiza konstrukcji żelbetowych za pomocą modeli ST*. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Budownictwo i Inżynieria Środowiska, z. 57 (2/10), nr 271, Rzeszów, 2010.
- [236] Woliński Sz., *O kryteriach kształtowania konstrukcji*. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Budownictwo i Inżynieria Środowiska, z. 58 (1/11), nr 276, 2011.
- [237] Woliński Sz., *Kryteria wyboru modeli analogii kratownicowej ST w projektowaniu elementów żelbetowych*. „Inżynieria i Budownictwo”, nr 9/2012, s. 494–497.

- [238] Xu S., Zhang X., Reinhardt H. W., *Shear Capacity Prediction of Reinforced Concrete beams without Stirrups Using Fracture Mechanics Approach*. „ACI Structural Journal”, v. 109, no. 5, 2012, s. 705–713.
- [239] Zararis P. D., Papadakis G. Ch., *Diagonal Shear Failure and Size Effect in RC Beams without Web Reinforcement*. „Journal of Structural Engineering”, v. 127, no. 7, 2001, s. 733–742.
- [240] Zararis P. D., *Shear Strength and Minimum Shear Reinforcement of Reinforced Concrete Slender Beams*. „ACI Structural Journal”, v. 100, no. 2, 2003, s. 203–214.
- [241] Zararis P. D., Zararis I. P., *Shear Strength of Reinforced Concrete Beams under Uniformly Distributed Loads*. „ACI Structural Journal”, v. 105, no. 6, 2008, s. 711–719.
- [242] Zhang N., Tan K. H., *Size effect in RC deep beams: Experimental investigation and STM verification*. „Engineering Structures”, v. 29, 2007, s. 3241–3254.
- [243] Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., *The Finite Element Method*. Fifth Edition, Butterworth Heinemann, 2000.
- [244] Zsutty T., *Beam Shear Strength Prediction by Analysis of Existing Data*. „ACI Journal”, v. 65, no. 11, 1968, s. 943–951.
- [245] Zsutty T., *Shear Strength Prediction for Separate Categories of Simple Beam Tests*. „ACI Journal”, v. 68, no. 2, 1971, s. 138–143.

Nośność na ścinanie zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego

Streszczenie

W monografii przedstawiono zagadnienie szacowania nośności na ścinanie zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego. Standardowo w zginanych elementach stosuje się zbrojenia poprzeczne wyznaczone ze względu na siły poprzeczne ale istnieje grupa elementów konstrukcyjnych, w których zbrojenie na ścinanie nie jest stosowane, np. płyty jednokierunkowo zbrojone lub płyty kanałowe. Stąd konieczność zastosowania odpowiedniej procedury obliczeniowej do sprawdzania nośności zginanych elementów bez zbrojenia poprzecznego ze względu na siły poprzeczne.

Na podstawie szerokiego przeglądu literatury opisano w pracy wpływ różnych parametrów na nośność na ścinanie analizowanych elementów. Stwierdzono, że oprócz podstawowych parametrów najczęściej wymienianych w literaturze, takich jak wskaźnik ścinania, wytrzymałość betonu i stopień zbrojenia podłużnego, nie bez znaczenia są również wymiary elementu, rodzaj obciążenia czy też uziarnienie kruszywa. Zauważono, że o charakterze zniszczenia i zmianie roli poszczególnych mechanizmów w przenoszeniu naprężeń ścinających decyduje konfiguracja wszystkich parametrów. Wskazano, że dotychczasowy podział elementów zginanych na elementy krótkie i typowe elementy o wyższej smukłości wyłącznie na podstawie wskaźnika ścinania jest przybliżony i niewystarczający.

Ocena stanu wiedzy z zakresu pracy elementów bez zbrojenia poprzecznego stała się podstawą do opracowania programu badawczego i przeprowadzenia symulacji komputerowych, których celem było poznanie przebiegu zniszczenia elementu w zależności od jego smukłości i sposobu zbrojenia podłużnego. W monografii przedstawiono analizę otrzymanych wyników badań i obliczeń numerycznych. Wykazano, że o zmianie mechanizmu pracy elementu z łukowego na belkowy decyduje nie tylko wskaźnik ścinania. Również smukłość elementu i sposób zbrojenia (zarówno stopień zbrojenia jak i cechy stali zbrojeniowej) mogą mieć wpływ na charakter zniszczenia elementów bez zbrojenia poprzecznego.

Zaproponowano nowy podział elementów zginanych na elementy krótkie i typowe elementy o wyższej smukłości, na podstawie analizy występowania obszarów obowiązywania hipotezy Bernoulliego – obszary „B” i obszarów, w których rozkład odkształceń jest nieliniowy – obszary „D”. W przypadku

elementów krótkich, w których występują tylko obszary „D”, racjonalnym sposobem wymiarowania jest stosowanie modeli S-T. Do wyznaczania nośności na ścinanie w elementach, w których występują oprócz obszarów „D” również obszary „B” mają zastosowanie odpowiednie procedury obliczeniowe. Procedury te nie są ujednolicone i często mają charakter empiryczny, jak np. wzory podane w normach EC 2 i ACI 318. Natomiast w ostatniej wersji zaleceń *fib* MC 2010 zamieszczono nową metodę wymiarowania na ścinanie, która została wyprowadzona na podstawie zmodyfikowanej teorii pola naprężeń ściskających.

Dokonano oceny efektywności procedur normowych dotyczących wyznaczania nośności na ścinanie zginanych elementów żelbetowych bez zbrojenia poprzecznego o wyższej smukłości. W tym celu przeprowadzono analizę statystyczną, która składała się z dwóch etapów. Etap pierwszy obejmował poszukiwanie odpowiedniego modelu prognostycznego dla zbioru wyników badań doświadczalnych. W drugim etapie analizy porównano wartości prognozowane z nośnością na ścinanie wyznaczoną na podstawie norm ACI 318, EC 2 i MC 2010. Przeprowadzona analiza pozwoliła na ocenę poprawności uwzględnienia we wzorach normowych dwóch podstawowych parametrów, tj. wytrzymałości betonu na ściskanie i stopnia zbrojenia podłużnego, przy sprawdzaniu nośności na ścinanie.

W pracy wskazano również na konieczność dalszych badań z zakresu pracy elementów bez zbrojenia poprzecznego wykonanych z betonu o wysokiej wytrzymałości oraz badanych pod obciążeniem ciągłym.

Shear capacity of flexural reinforced concrete members without transverse reinforcement

Summary

In the monograph, the problem of determining shear capacity of flexural reinforced concrete members without transverse reinforcement is discussed. Transverse reinforcement is frequently used in flexural reinforced concrete members. However, there are some kinds of structural members in which shear reinforcement is not used, for example one-way slabs or hollow core slabs. Therefore it is necessary to apply an adequate calculation procedure to check the load capacity of members without transverse reinforcement due to shear forces.

In this paper, the influence of different parameters on shear capacity is described on the basis of the review of professional literature. It has been noticed that not only the main parameters such as shear span-to-depth ratio, concrete strength and reinforcement ratio, but also parameters such as the size of the member, the way of loading and aggregate size are of paramount importance. It has been demonstrated that the configuration of all parameters affects the character of the failure and the change of the function of mechanisms carrying shear stresses. It has also been shown that flexural members classification into short and typically slender members made solely on the basis of shear span-to-depth ratio is somewhat approximate and insufficient.

Having taken into account the state of knowledge about the members without transverse reinforcement, my own research program was designed and numerical simulations were performed. The aim of the experiments and numerical calculations was to investigate the failure character of the member with regard to its slenderness and longitudinal reinforcement. In the monograph, the analysis of the obtained results is presented. It has been pointed out that not only shear span-to-depth ratio influences the change from arch action to beam action. Slenderness and longitudinal reinforcement (both reinforcement ratio and mechanical properties of steel) can have an impact on the character of failure in members without transverse reinforcement as well.

A new division of members into short and slender ones has been proposed on the basis of the analysis of the distribution of Bernoulli regions - "B" regions and discontinuity regions - "D" regions. Short members, where only "D" regions are present, are calculated using S-T models. In case of slender members, where apart from "D" regions also "B" regions occur, the adequate dimensioning procedures should be used. These procedures are not unified and they often have

an empirical character, for examples standard formulas in EC 2 and ACI 318. In the latest version of *fib* MC 2010, a new shear design method based on modified compression field theory was applied.

The efficiency of standard methods regarding shear capacity of slender members was examined. For this purpose, the advanced statistical analysis has been performed. The analysis consisted of two steps. In the first step, the prediction model for test results has been found. The second step focused on the comparison of the obtained prognostic values with a design shear capacity determined on the basis of rules from three codes ACI 318, EC 2 and MC 2010. The performed analysis allowed to verify the proper usage of two main parameters: concrete strength and ratio of longitudinal reinforcement in standard design formulas.

In the paper, it has also been indicated that further experiments should be encouraged to predict shear capacity of flexural reinforced concrete members without transverse reinforcement made with high strength concrete and under distributed load.