

*Jacek Czarnigowski, Mirosław Ferdynus,
Leszek Kuśmierz, Grzegorz Ponieważ*

PODSTAWY KONSTRUKCJI MASZYN

ZBIÓR ZADAŃ

Edit sp. z o.o.

Otwock 2008

Recenzenci

dr hab. inż. Jerzy Bajkowski, prof. Politechniki Warszawskiej
prof. dr hab. inż. Józef Jonak

©Copyright by Jacek Czarnigowski, Mirosław Ferdynus,
Leszek Kuśmierz, Grzegorz Ponieważ

Otwock 2008

ISBN 83-89994-20-8

Wydanie 1. Nakład 500 egz.
Edit sp. z o.o.
ul. Inwalidów Wojennych 14, 05-400 Otwock
tel. 22 8729508 fax. 22 8729016
www.edit.net.pl

WSTĘP

Książka przeznaczona jest dla studentów kierunku ***mechanika i budowa maszyn*** Politechniki Lubelskiej. Może być także wykorzystana przez studentów innych wydziałów mechanicznych i wydziałów pokrewnych wyższych uczelni technicznych.

Jej struktura oraz treść odpowiadają programowi wykładów z przedmiotu *podstawy konstrukcji maszyn* na pierwszym stopniu studiów zarówno stacjonarnych jak i niestacjonarnych. Zawiera ona przykłady obliczeń elementów maszyn, jak również zespołów współpracujących części, np.: połączeń śrubowych, połączeń wciskowych, przekładni zębatych, układów sprężyn.

Przykłady obliczeń umożliwiają zapoznanie się z metodami rozwiązywania podstawowych problemów podczas konstruowania elementów i zespołów maszyn. Stanowią odpowiedni materiał do praktycznego zastosowania zagadnień teoretycznych poznanych w trakcie wykładów z *podstaw konstrukcji maszyn*. Są tu przede wszystkim rozwiązane zadania, ponadto na końcu każdego rozdziału zebrano zadania do samodzielnej analizy.

W części końcowej zamieszczono niezbędne wykresy oraz tablice, które są wykorzystane w poszczególnych przykładach obliczeniowych.

Autorzy

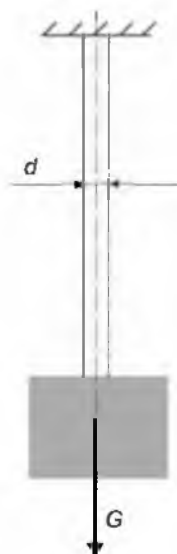
SPIS TREŚCI

Rozdział 1. Naprężenia proste i złożone.....	7
Rozdział 2. Wykresy zmęzeniowe.....	15
Rozdział 3. Rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa.....	22
Rozdział 4. Połączenia spawane.....	33
Rozdział 5. Połączenia śrubowe.....	57
Rozdział 6. Połączenia kształtowe.....	82
Rozdział 7. Połączenia wciskowe.....	89
Rozdział 8. Przekładnie zębate z kołami walcowymi.....	96
Rozdział 9. Wały i osie.....	139
Rozdział 10. Łożyska toczne.....	163
Rozdział 11. Sprężyny.....	182
Aneks I. Wykresy współczynników do obliczeń rzeczywistego współczynnika bezpieczeństwa.....	191
Aneks II. Tablice inwolut.....	201

NAPRĘŻENIA PROSTE I ZŁOŻONE

Zad. 1.1.

Obliczyć naprężenia występujące w stalowym ciągnie o średnicy $d = 20$ mm, na którym zawieszony jest element o ciężarze $G = 20$ kN.



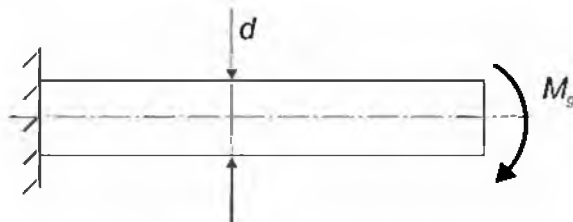
$$\sigma_r = \frac{G}{A}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$\sigma_r = \frac{4 \cdot G}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 20\,000}{\pi \cdot 20^2} = 63,66 \text{ MPa}$$

Zad. 1.2.

Obliczyć naprężenia w pręcie o przekroju kołowym przedstawionym na rysunku. Średnica pręta $d = 10 \text{ mm}$. Pręt obciążony jest na całej długości stałym momentem gnącym $M_g = 8 \text{ Nm}$.



$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x}$$

$$W_x = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

zatem:

$$\sigma_g = \frac{32 \cdot M_g}{\pi \cdot d^3} = \frac{32 \cdot 8000}{\pi \cdot 10^3} = 81,49 \text{ MPa}$$

Zad. 1.3.

Wyznaczyć naprężenia maksymalne w przekroju rury znajdującym się w miejscu utwierdzenia.

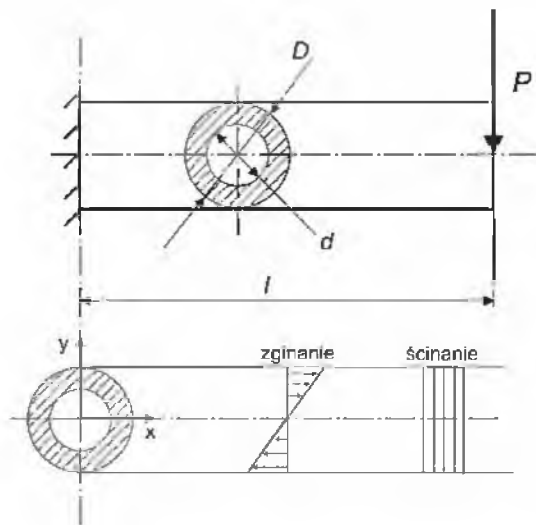
Dane:

$$D = 30 \text{ mm}$$

$$d = 20 \text{ mm}$$

$$l = 100 \text{ mm}$$

$$P = 2 \text{ kN}$$



$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{P \cdot l}{W_x}$$

$$\tau_t = \frac{P}{A}$$

$$W_x = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32 D}$$

$$A = \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4}$$

zatem:

$$\sigma_g = \frac{32 \cdot P \cdot l \cdot D}{\pi \cdot (D^4 - d^4)} = \frac{32 \cdot 2000 \cdot 100 \cdot 30}{\pi \cdot (30^4 - 20^4)} = 94,02 \text{ MPa}$$

$$\tau_t = \frac{4 \cdot P}{\pi \cdot (D^2 - d^2)} = \frac{4 \cdot 2000}{\pi \cdot (30^2 - 20^2)} = 5,09 \text{ MPa}$$

Napężenie zredukowane:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_g^2 + 3 \cdot \tau_t^2} = \sqrt{94,02^2 + 3 \cdot 5,09^2} = 94,43 \text{ MPa}$$

Zad. 1.4.

Wspornik przedstawiony na szkicu obciążony jest siłą P . Obliczyć napężenia zredukowane w punktach A i B przekroju wspornika, znajdującego się w miejscu utwierdzenia.

Dane:

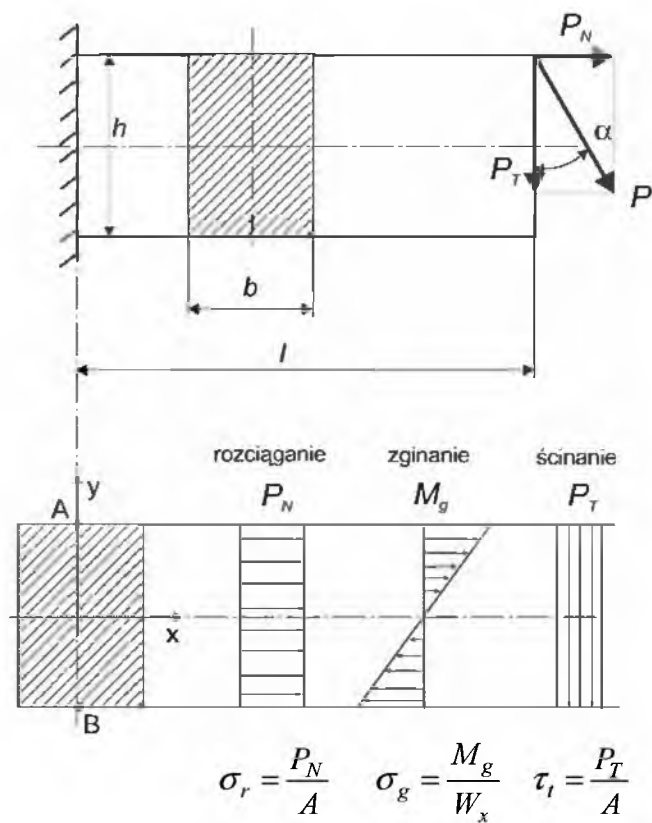
$$h = 30 \text{ mm}$$

$$b = 20 \text{ mm}$$

$$l = 100 \text{ mm}$$

$$P = 2 \text{ kN}$$

$$\alpha = 30^\circ$$



$$A = b \cdot h \quad W_x = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

Składowe siły obciążającej:

$$P_N = P \cdot \sin \alpha = 2000 \cdot \sin 30^\circ = 1000,00 \text{ N}$$

$$P_T = P \cdot \cos \alpha = 2000 \cdot \cos 30^\circ = 1732,05 \text{ N}$$

Moment gnący:

$$M_g = P_N \cdot \frac{h}{2} + P_T \cdot l = 1000 \cdot \frac{30}{2} + 1732,05 \cdot 100 = 188\,205 \text{ Nmm}$$

Napężenia składowe:

$$\sigma_r = \frac{P_N}{A} = \frac{P_N}{b \cdot h} = \frac{1000}{20 \cdot 30} = 1,67 \text{ MPa}$$

$$\sigma_g = \frac{6 \cdot M_g}{b \cdot h^2} = \frac{6 \cdot 188\,205}{20 \cdot 30^2} = 62,74 \text{ MPa}$$

$$\tau_t = \frac{P_T}{b \cdot h} = \frac{1732,05}{20 \cdot 30} = 2,89 \text{ MPa}$$

Napężenia zredukowane:

$$\sigma_{zA} = \sqrt{(\sigma_r + \sigma_g)^2 + 3 \cdot \tau_t^2}$$

$$\sigma_{zA} = \sqrt{(1,67 + 62,74)^2 + 3 \cdot 2,89^2} = 64,60 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zB} = \sqrt{(\sigma_r - \sigma_g)^2 + 3 \cdot \tau_t^2}$$

$$\sigma_{zB} = \sqrt{(1,67 - 62,74)^2 + 3 \cdot 2,89^2} = 61,27 \text{ MPa}$$

Zad. 1.5.

Pręt o przekroju rurowym jednostronnie utwierdzony obciążony jest siłą poprzeczną P oraz momentem skręcającym M_s . Obliczyć napężenia zredukowane w zaznaczonych punktach przekroju.

Dane:

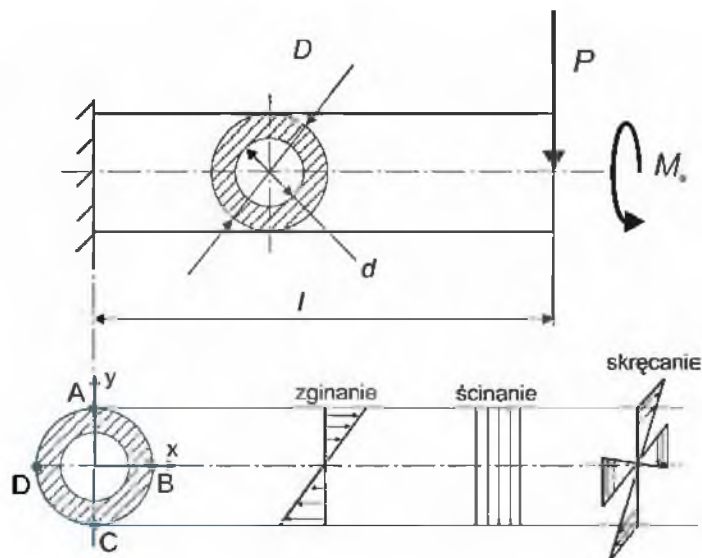
$$D = 40 \text{ mm}$$

$$d = 35 \text{ mm}$$

$$l = 100 \text{ mm}$$

$$P = 1 \text{ kN}$$

$$M_s = 100 \text{ Nm}$$



Napężenia gnące:

$$\sigma_g = \frac{P \cdot l}{W_x}$$

$$W_x = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32 D}$$

zatem:

$$\sigma_g = \frac{32 \cdot P \cdot l \cdot D}{\pi \cdot (D^4 - d^4)} = \frac{32 \cdot 1000 \cdot 100 \cdot 40}{\pi \cdot (40^4 - 35^4)} = 38,46 \text{ MPa}$$

Napężenia tnące:

$$\tau_t = \frac{P}{A}$$

$$A = \frac{\pi (D^2 - d^2)}{4}$$

zatem:

$$\tau_t = \frac{4 \cdot P}{\pi (D^2 - d^2)} = \frac{4 \cdot 1000}{\pi (40^2 - 35^2)} = 3,39 \text{ MPa}$$

Napężenia skręcające:

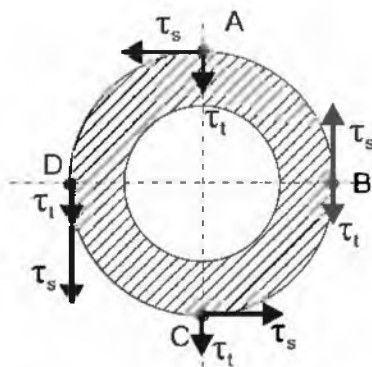
$$\tau_s = \frac{M_s}{W_0}$$

$$W_0 = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{16 D}$$

zatem:

$$\tau_s = \frac{16 \cdot M_s \cdot D}{\pi (D^4 - d^4)} = \frac{16 \cdot 100\,000 \cdot 40}{\pi (40^4 - 35^4)} = 19,23 \text{ MPa}$$

Rozkład naprężeń stycznych w poszczególnych punktach przekroju:



Naprężenia zredukowane:

$$\sigma_{zA} = \sigma_{zC} = \sqrt{\sigma_g^2 + 3 \cdot (\tau_t^2 + \tau_s^2)}$$

$$\sigma_{zA} = \sigma_{zC} = \sqrt{38,46^2 + 3 \cdot (3,39^2 + 19,23^2)} = 51,21 \text{ MPa}$$

$$\tau_{zB} = \tau_t + \tau_s = 3,39 + 19,23 = 22,62 \text{ MPa}$$

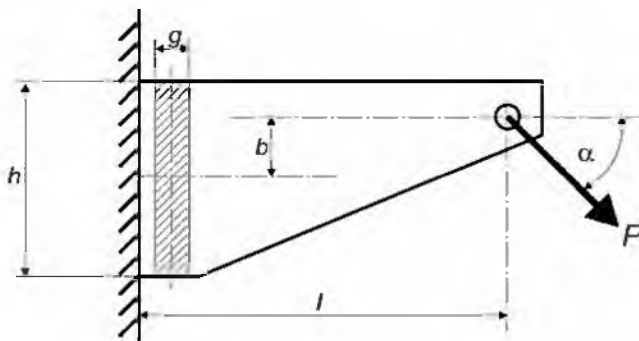
$$\tau_{zD} = \tau_s - \tau_t = 19,23 - 3,39 = 15,84 \text{ MPa}$$

Zad. 1.6.

Sprawdzić wytrzymałościowo przekrój pokazanego na szkicu wspornika w miejscu jego utwierdzenia.

Dane:

- $P = 10 \text{ kN}$
- $k_r = 150 \text{ MPa}$
- $h = 60 \text{ mm}$
- $l = 140 \text{ mm}$
- $b = 15 \text{ mm}$
- $g = 15 \text{ mm}$
- $\alpha = 45^\circ$

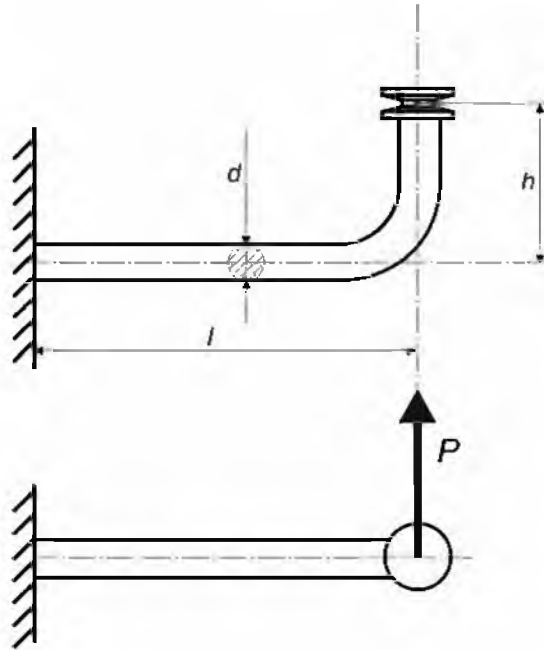


Zad. 1.7.

Wspornik, służący do podwieszenia przewodów linii elektrycznej, obciążony jest siłą wypadkową P w sposób podany na rysunku. Obliczyć naprężenia w przekroju utwierdzenia wspornika.

Dane:

$$\begin{aligned} P &= 5000 \text{ N} \\ d &= 40 \text{ mm} \\ l &= 120 \text{ mm} \\ h &= 100 \text{ mm} \end{aligned}$$



Rozdział 2

WYKRESY ZMĘCZENIOWE

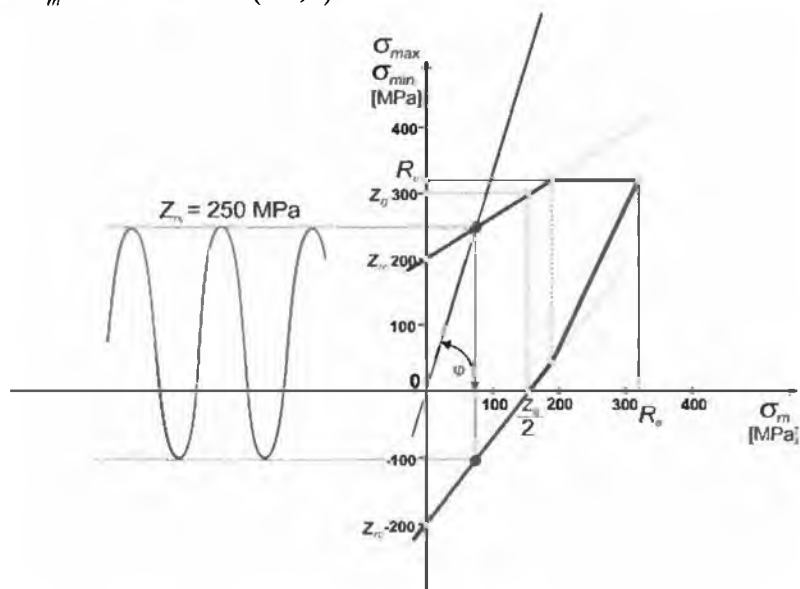
Zad. 2.1.

Narysować wykresy Smitha i Haigha oraz odczytać z nich wartość granicy zmęczenia dla cyklu opisanego współczynnikiem amplitudy cyklu $R = -0,4$. Narysować widmo cyklu granicznego.

Dane: $R_e = 320$ MPa, $Z_{vj} = 300$ MPa, $Z_{rc} = 200$ MPa

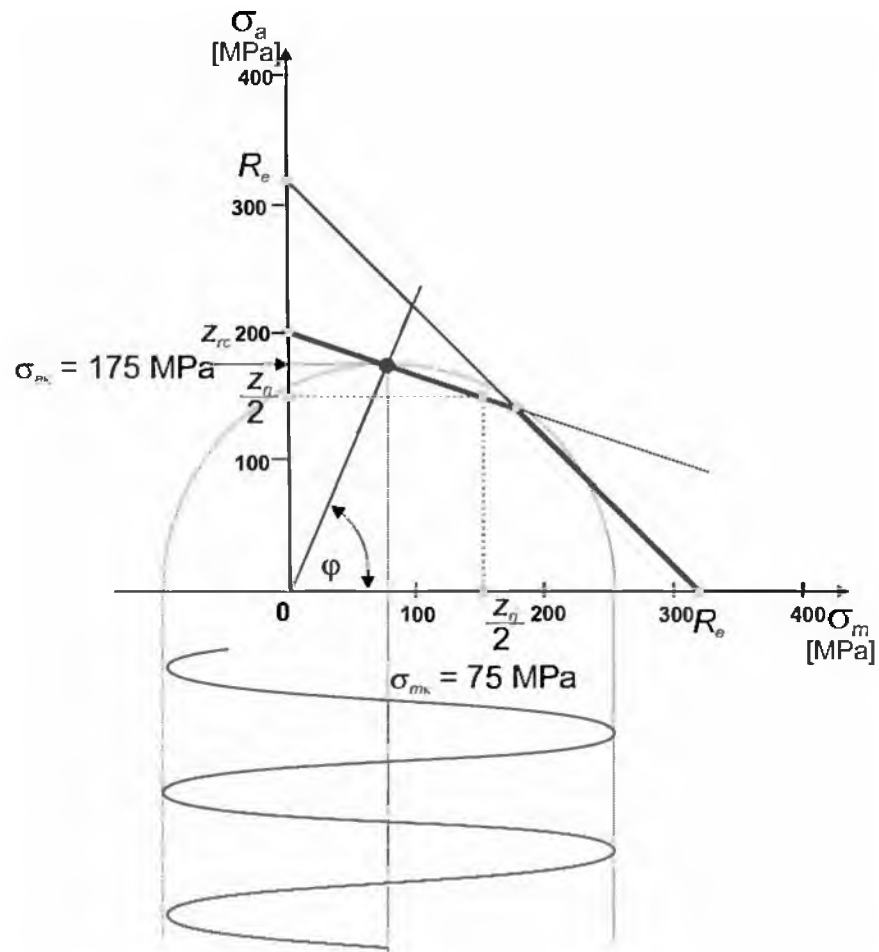
WYKRES SMITHA

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_m} = \frac{2}{1+R} = \frac{2}{1+(-0,4)} = \frac{10}{3} \quad \varphi = 73^\circ$$



WYKRES HAIGHA

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{1-R}{1+R} = \frac{1-(-0,4)}{1+(-0,4)} = \frac{7}{3} \quad \varphi = 67^\circ$$



$$Z_{rK} = \sigma_{mK} + \sigma_{aK} = \sigma_{mK} + \sigma_{mK} \cdot \operatorname{tg} \varphi = \sigma_{mK} \cdot (1 + \operatorname{tg} \varphi)$$

$$Z_{rK} = 75 \cdot (1 + 2,33) = 250 \text{ MPa}$$

Zad. 2.2.

Narysować wykresy Smitha i Haigha oraz odczytać z nich wartość granicy zmęczenia dla cyklu opisanego współczynnikiem stałości obciążenia $\kappa = 2$. Narysować widmo cyklu granicznego.

Dane:

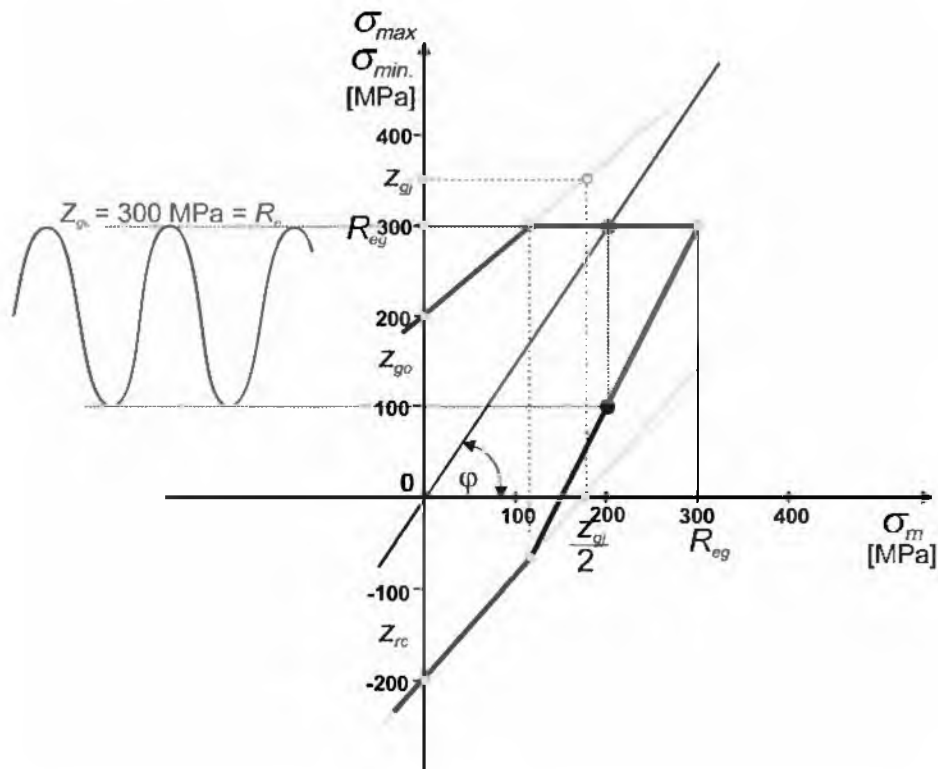
$$R_{eg} = 300 \text{ MPa}$$

$$Z_{gj} = 350 \text{ MPa}$$

$$Z_{go} = 200 \text{ MPa}$$

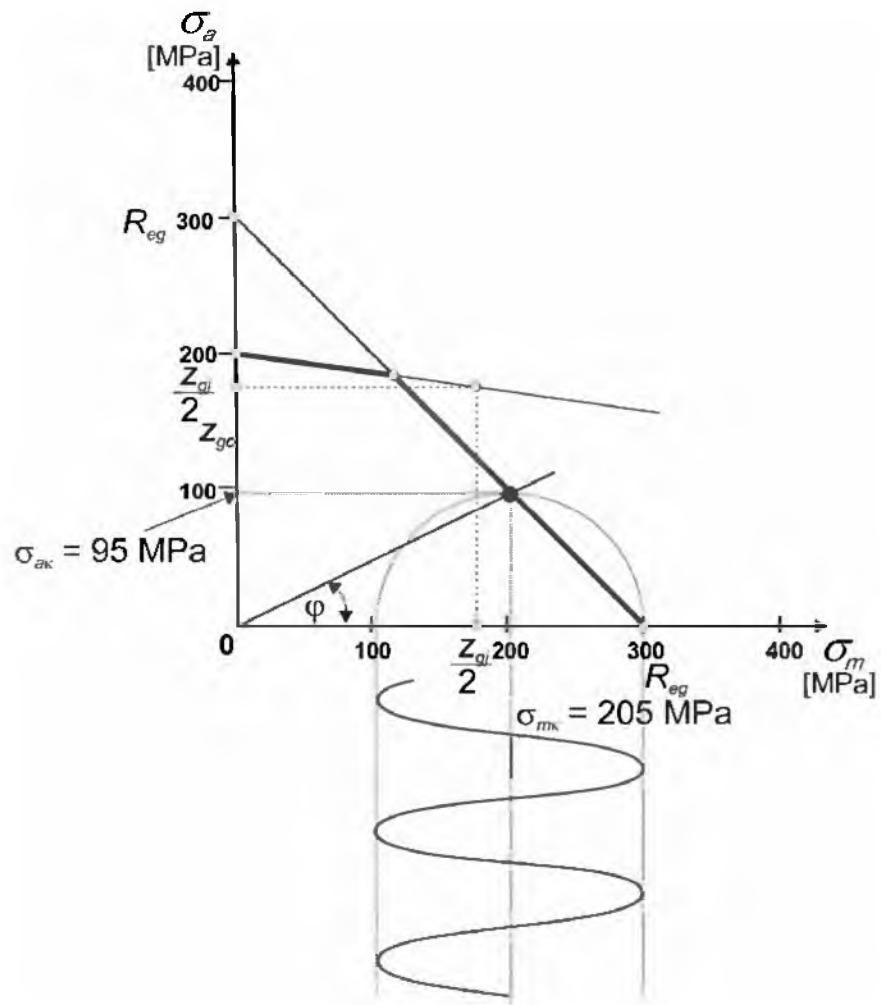
WYKRES SMITHA

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_m} = 1 + \frac{1}{\kappa} = 1 + \frac{1}{2} = 1,5 \quad \varphi = 56^\circ$$



WYKRES HAIGHA

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{1}{\kappa} = \frac{1}{2} = 0,5 \quad \varphi = 27^\circ$$



$$Z_{gK} = \sigma_{mK} + \sigma_{aK} = \sigma_{mK} + \sigma_{mK} \cdot \operatorname{tg} \varphi = \sigma_{mK} \cdot (1 + \operatorname{tg} \varphi)$$

$$Z_{rK} = 205 \cdot (1 + 0,5) \cong 300 \text{ MPa}$$

Zad. 2.3.

Narysować wykresy Smitha i Haigha oraz odczytać z nich wartość granicy zmęczenia dla cyklu, w którym moment skręcający maksymalny równy jest $M_{smax} = 20 \text{ Nm}$, a minimalny $M_{smin} = -5 \text{ Nm}$. Narysować widmo cyklu granicznego. Obliczyć naprężenia dopuszczalne k_{sk} , wiedząc, że o jego wytrzymałości decyduje przekrój, dla którego: $\beta\gamma = 1,9$, a rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa $\delta = 1,6$.

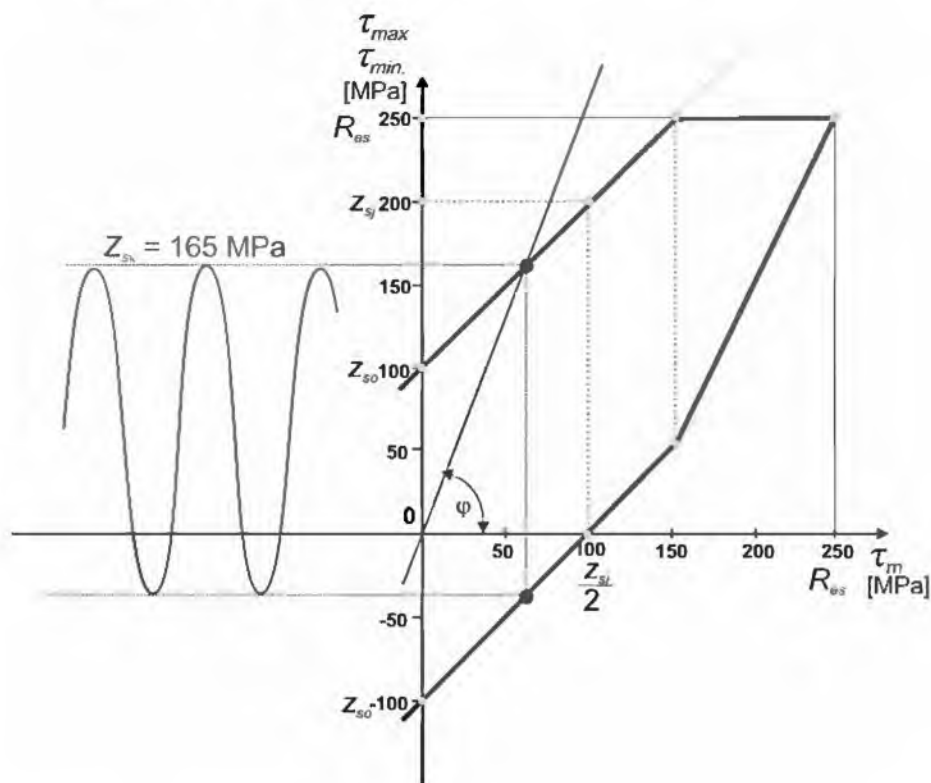
Dane: $R_{es} = 250 \text{ MPa}$, $Z_{sj} = 200 \text{ MPa}$, $Z_{so} = 100 \text{ MPa}$

Współczynnik amplitudy cyklu:

$$R = \frac{\tau_{min.}}{\tau_{max}} \cong \frac{M_{smin.}}{M_{smax}} = \frac{-5}{20} = -0,25$$

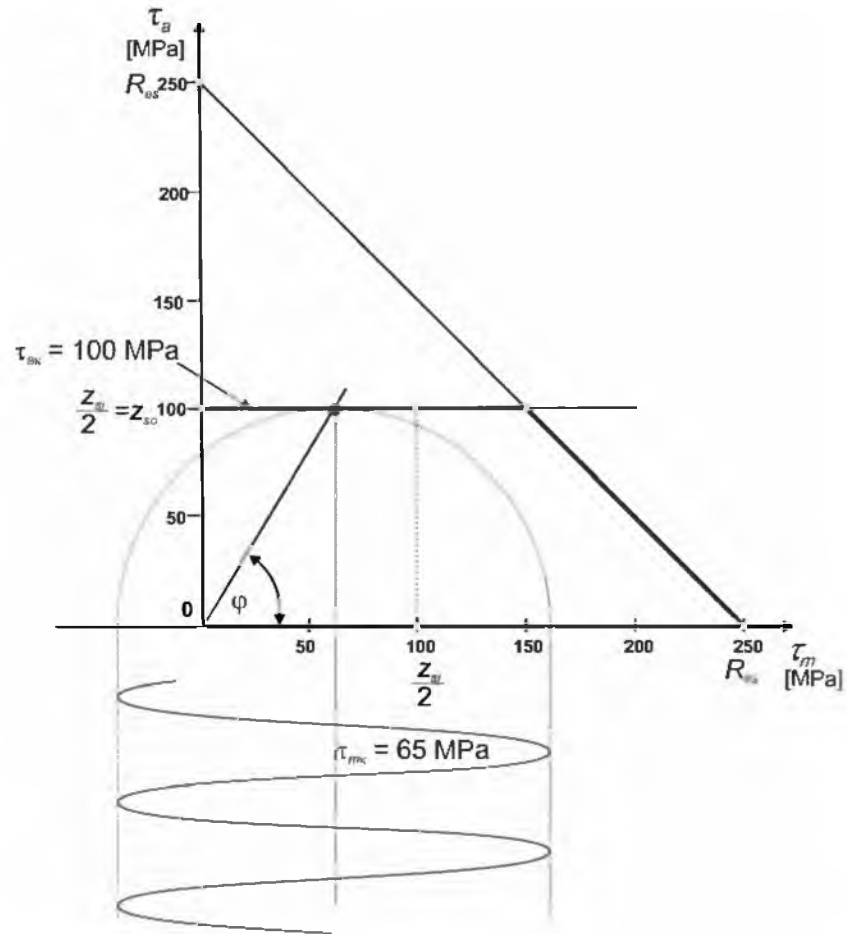
WYKRES SMITHA

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\tau_{max}}{\tau_m} = \frac{2}{1+R} = \frac{2}{1+(-0,25)} = \frac{8}{3} \quad \varphi = 69^\circ$$



WYKRES HAIGHA

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\tau_a}{\tau_m} = \frac{1-R}{1+R} = \frac{1-(-0,25)}{1+(-0,25)} = \frac{5}{3} \quad \varphi = 59^\circ$$



$$Z_{sK} = \tau_{mK} + \tau_{aK} = 100 + 65 = 165 \text{ MPa}$$

Z obu wykresów wynika, że:

$$Z_{sK} = 165 \text{ MPa}$$

zatem:

$$k_{sK} = \frac{Z_{sK}}{x_z} = \frac{Z_{sK}}{\beta \cdot \gamma \cdot \delta} = \frac{165}{1,9 \cdot 1,6} = 54,28 \text{ MPa}$$

Zad. 2.4.

Na podstawie wykresu Smitha obliczyć granicę zmęczenia dla elementu stalowego, poddanego obciążeniu osiowemu o współczynniku $\kappa = 0,2$. Dane materiałowe: $Z_{rc} = 130$ MPa, $Z_{rj} = 230$ MPa, $R_e = 240$ MPa. Narysować widmo cyklu granicznego.

Zad. 2.5.

Element stalowy obciążony jest zmiennym momentem skręcającym o wartości $M_s = 10 \pm 5$ Nm. Obliczyć granicę zmęczenia dla następujących danych: $Z_{so} = 160$ MPa, $Z_{sj} = 280$ MPa, $R_{es} = 300$ MPa. Narysować widmo cyklu granicznego.

Zad. 2.6.

Walek w niebezpiecznym przekroju przenosi moment zginający o wartości maksymalnej $M_{gmax} = 10$ Nm oraz minimalnej $M_{gmin} = -5$ Nm. Wyznaczyć na podstawie wykresu Haigha granicę zmęczenia. Dane materiałowe: $Z_{go} = 300$ MPa, $Z_{gj} = 500$ MPa, $R_{eg} = 500$ MPa. Narysować widmo cyklu granicznego.

Zad. 2.7.

Element stalowy rozciągany jest siłą osiową o współczynniku amplitudy cyklu $R = -0,25$. Obliczyć granicę zmęczenia oraz naprężenia dopuszczalne, zakładając, że iloczyn $\beta\gamma = 1,8$, a rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa $\delta = 1,5$. Dane materiałowe: $Z_{rc} = 200$ MPa, $Z_{rj} = 360$ MPa, $R_e = 300$ MPa. Narysować widmo cyklu granicznego.

Zad. 2.8.

Walek wykonany z materiału, dla którego $R_e = 350$ MPa, $Z_{rj} = 400$ MPa, $Z_{rc} = 200$ MPa obciążony jest siłą rozciągającą zmieniającą się od $P_{max} = 50$ kN do $P_{min} = 20$ kN. Obliczyć naprężenia dopuszczalne k_{rk} , wiedząc, że o jego wytrzymałości decyduje przekrój, dla którego iloczyn $\beta\gamma = 1,9$.

Zad. 2.9.

Pręt o przekroju kołowym wykonany z materiału, dla którego $R_e = 350$ MPa, $Z_{rj} = 400$ MPa, $Z_{rc} = 200$ MPa, obciążony jest zmienną siłą rozciągającą o wartości maksymalnej $P_{max} = 2$ kN i współczynniku $\kappa = 0,3$. Obliczyć średnicę pręta d w tym przekroju, wiedząc, że o jego wytrzymałości decyduje przekrój z karbem, dla którego iloczyn $\beta\gamma = 1,8$.

RZECZYWISTY WSPÓŁCZYNNIK BEZPIECZEŃSTWA

Zad. 3.1.

Obliczyć rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa dla przekroju zginanego czopa w miejscu występowania karbu.

Dane:

$$M_{g\max} = 300 \text{ Nm}$$

$$R_m = 600 \text{ MPa}$$

$$Z_{go} = 300 \text{ MPa}$$

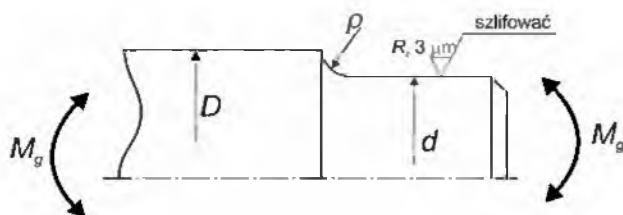
$$Z_{gj} = 420 \text{ MPa}$$

$$R = -\frac{2}{3}$$

$$D = 40 \text{ mm}$$

$$d = 35 \text{ mm}$$

$$\rho = 2 \text{ mm}$$



Napężanie maksymalne:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{g\max}}{W_x} = \frac{32 \cdot M_{g\max}}{\pi \cdot d^3} = \frac{32 \cdot 300\,000}{\pi \cdot 35^3} = 71,27 \text{ MPa}$$

Napężenia minimalne:

$$\sigma_{\min.} = R \cdot \sigma_{\max} = -\frac{2}{3} \cdot 71,27 = -47,51 \text{ MPa}$$

Naprężenia średnie i amplitudowe:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min.}}{2} = \frac{71,27 + 47,51}{2} = 59,39 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min.}}{2} = \frac{71,27 - 47,51}{2} = 11,88 \text{ MPa}$$

Współczynnik kształtu α_k – [Aneks I, wykres 3]

$$\frac{R}{r} = \frac{D}{d} = \frac{40}{35} = 1,14; \quad \frac{\rho}{r} = \frac{2}{17,5} = 0,114$$

stąd:

$$\alpha_k = 1,90$$

Współczynnik działania karbu β_k – [Aneks I, wykres 7]

$$R_m = 600 \text{ MPa}; \rho = 2 \text{ mm}; \alpha_k = 1,9$$

$$\beta_k = 1,68$$

Współczynnik stanu powierzchni β_p – [Aneks I, wykres 9]

$$\text{dla } R_m = 600 \text{ MPa}; H_{\text{sr}} = R_z = 3 \text{ }\mu\text{m}$$

$$\beta_p = 1,05$$

Współczynnik spiętrzenia naprężeń β

$$\beta = \beta_k + \beta_p - 1 = 1,68 + 1,05 - 1 = 1,73$$

Współczynnik wielkości przedmiotu $\gamma = \frac{1}{\epsilon}$ – [Aneks I, wykres 8]

$$\text{dla } Z_{go} = 300 \text{ MPa}; \alpha_k = 1,9; d = 35$$

$$\gamma = \frac{1}{\epsilon} = 1,30$$

Współczynnik wrażliwości materiału na asymetrię cyklu ψ

$$\psi = \frac{2Z_{go} - Z_{gj}}{Z_{gj}} = \frac{2 \cdot 300 - 420}{420} = 0,43$$

Rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa

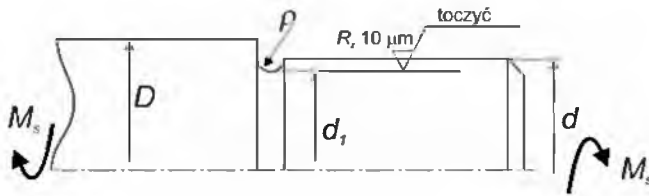
$$\delta = \frac{Z_{go}}{\frac{\beta}{\varepsilon} \cdot \sigma_a + \psi \cdot \sigma_m} = \frac{300}{1,73 \cdot 1,30 \cdot 59,39 + 0,43 \cdot 11,88} = 2,16$$

Zad. 3.2.

Obliczyć rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa dla przekroju skręcanego czopa w miejscu występowania karbu.

Dane:

$$\begin{aligned} M_{smax} &= 30 \text{ Nm} \\ R_m &= 660 \text{ MPa} \\ Z_{go} &= 310 \text{ MPa} \\ Z_{so} &= 183 \text{ MPa} \\ Z_{sj} &= 310 \text{ MPa} \\ R &= \frac{1}{4} \\ D &= 20 \text{ mm} \\ d &= 15 \text{ mm} \\ d_1 &= 18 \text{ mm} \\ \rho &= 1,5 \text{ mm} \end{aligned}$$



Naprężania maksymalne:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{s\max}}{W_0} = \frac{16 \cdot M_{s\max}}{\pi \cdot d_1^3} = \frac{16 \cdot 30\,000}{\pi \cdot 15^3} = 45,27 \text{ MPa}$$

Naprężenia minimalne:

$$\tau_{\min.} = R \cdot \tau_{\max} = \frac{1}{4} \cdot 45,27 = 11,32 \text{ MPa}$$

Naprężenia średnie i amplitudowe:

$$\tau_a = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min.}}{2} = \frac{45,27 - 11,32}{2} = 16,98 \text{ MPa}$$

$$\tau_m = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min.}}{2} = \frac{45,27 + 11,32}{2} = 28,30 \text{ MPa}$$

Współczynnik kształtu α_k – [Aneks I, wykres 1]

Składa się z dwóch przenikających się karbów:

$$1. \frac{R}{r_1} = \frac{D}{d_1} = \frac{20}{15} = 1,33; \quad \frac{\rho}{r_1} = \frac{1,5}{7,5} = 0,2 \quad \text{stąd} \quad \alpha_{k1} = 1,44$$

$$2. \frac{r}{r_1} = \frac{d}{d_1} = \frac{18}{15} = 1,2; \quad \frac{\rho}{r_1} = \frac{1,5}{7,5} = 0,2 \quad \text{stąd} \quad \alpha_{k2} = 1,34$$

zatem:

$$\alpha_k = \sum_{i=1}^{i=n} \alpha_{ki} - n + 1 = 1,44 + 1,34 - 2 + 1 = 1,78$$

Współczynnik działania karbu β_k – [Aneks I, wykres 7]

$$R_m = 660 \text{ MPa}; \rho = 1,5 \text{ mm}; \alpha_k = 1,78$$

$$\beta_k = 1,60$$

Współczynnik stanu powierzchni β_p – [Aneks I, wykres 9]

$$\text{dla } R_m = 660 \text{ MPa}; H_{ir} = R_z = 10 \mu\text{m}$$

$$\beta_p' = 1,07$$

Współczynnik spiętrzenia naprężeń β

$$\beta = \beta_k + \beta_p - 1 = 1,60 + 1,07 - 1 = 1,67$$

Współczynnik wielkości przedmiotu $\gamma = \frac{1}{\epsilon}$ – [Aneks I, wykres 8]

$$\text{dla } Z_{go} = 310 \text{ MPa}; \alpha_k = 1,78; d = 15$$

$$\gamma = \frac{1}{\epsilon} = 1,07$$

Współczynnik wrażliwości materiału na asymetrię cyklu ζ

$$\zeta = \frac{2 \cdot R_m - Z_{sj}}{Z_{sj}} = \frac{2 \cdot 660 - 365}{365} = 2,62$$

Rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa

$$\delta = \frac{Z_{so}}{\zeta \cdot \frac{\beta}{\varepsilon} \cdot \tau_a + \tau_m} = \frac{183}{2,62 \cdot 1,67 \cdot 1,07 \cdot 19,98 + 28,30} = 1,50$$

Zad. 3.3.

Obliczyć rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa dla przekroju skręcanego i zginanego czopa w miejscu występowania karbu.

Dane:

$$M_{gmax} = 800 \text{ Nm}$$

$$R_g = \frac{1}{2}$$

$$M_{smax} = 1200 \text{ Nm}$$

$$R_s = -\frac{1}{2}$$

$$R_m = 1000 \text{ MPa}$$

$$Z_{go} = 500 \text{ MPa}$$

$$Z_{gj} = 750 \text{ MPa}$$

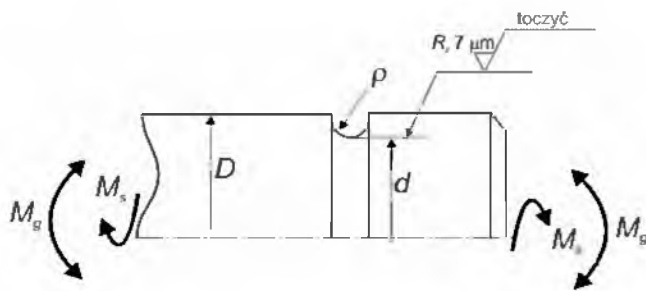
$$Z_{so} = 300 \text{ MPa}$$

$$Z_{sj} = 500 \text{ MPa}$$

$$D = 50 \text{ mm}$$

$$d = 45 \text{ mm}$$

$$\rho = 3 \text{ mm}$$



RZECZYWISTY WSPÓŁCZYNNIK BEZPIECZEŃSTWA
W PRZYPADKU ZGINANIA

Napężania maksymalne:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{gmax}}{W_x} = \frac{32 \cdot M_{gmax}}{\pi \cdot d^3} = \frac{32 \cdot 800\,000}{\pi \cdot 45^3} = 89,42 \text{ MPa}$$

Napężenia minimalne:

$$\sigma_{\min.} = R_g \cdot \sigma_{\max} = \frac{1}{2} \cdot 89,42 = 44,71 \text{ MPa}$$

Napężania średnie i amplitudowe:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min.}}{2} = \frac{89,42 - 44,71}{2} = 22,36 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min.}}{2} = \frac{89,42 + 44,71}{2} = 67,07 \text{ MPa}$$

Współczynnik kształtu α_k – [Aneks I, wykres 4]

$$\frac{R}{r} = \frac{D}{d} = 1,11 ; \quad \frac{\rho}{r} = \frac{3}{22,5} = 0,133 \quad \text{stad} \quad \alpha_k = 2,10$$

Współczynnik działania karbu β_k – [Aneks I, wykres 7]

$$R_m = 1000 \text{ MPa}; \rho = 3 \text{ mm}; \alpha_k = 2,10$$

$$\beta_k = 1,98$$

Współczynnik stanu powierzchni β_p – [Aneks I, wykres 9]

$$\text{dla } R_m = 1000 \text{ MPa}; H_{kr} = R_z = 7 \mu\text{m}$$

$$\beta_p = 1,22$$

Współczynnik spiętrzenia naprężeń β

$$\beta = \beta_k + \beta_p - 1 = 1,98 + 1,22 - 1 = 2,20$$

Współczynnik wielkości przedmiotu $\gamma = \frac{1}{\varepsilon}$ – [Aneks I, wykres 8]

$$\text{dla } Z_{go} = 500 \text{ MPa}; \alpha_k = 2,10; d = 45 \text{ mm}$$

$$\gamma = \frac{1}{\varepsilon} = 1,45$$

Współczynnik wrażliwości materiału na asymetrię cyklu ζ

$$\zeta = \frac{2 \cdot R_m - Z_{gj}}{Z_{gj}} = \frac{2 \cdot 1000 - 750}{750} = 1,67$$

Rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa

$$\delta_\sigma = \frac{Z_{go}}{\zeta \cdot \frac{\beta}{\varepsilon} \cdot \sigma_a + \sigma_m} = \frac{500}{1,67 \cdot 2,20 \cdot 1,45 \cdot 22,36 + 67,07} = 2,68$$

RZECZYWISTY WSPÓŁCZYNNIK BEZPIECZEŃSTWA W PRZYPADKU SKRĘCANIA

Naprężania maksymalne:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{s \max}}{W_0} = \frac{16 \cdot M_{s \max}}{\pi \cdot d^3} = \frac{16 \cdot 1\,200\,000}{\pi \cdot 45^3} = 67,07 \text{ MPa}$$

Naprężenia minimalne:

$$R_s = \frac{\tau_{\min.}}{\tau_{\max}}$$

zatem:

$$\tau_{\min.} = R_s \cdot \tau_{\max} = -\frac{1}{2} \cdot 67,07 = -33,54 \text{ MPa}$$

Naprężania średnie i amplitudowe:

$$\tau_a = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min.}}{2} = \frac{67,07 + 33,54}{2} = 50,31 \text{ MPa}$$

$$\tau_m = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min.}}{2} = \frac{67,07 - 33,54}{2} = 16,77 \text{ MPa}$$

Współczynnik kształtu α_k – [Aneks I, wykres 2]

$$\frac{R}{r} = \frac{D}{d} = 1,11 ; \quad \frac{\rho}{r} = \frac{3}{22,5} = 0,133 \quad \text{stad} \quad \alpha_k = 1,57$$

Współczynnik działania karbu β_k – [Aneks I, wykres 7]

$$R_m = 1000 \text{ MPa}; \rho = 3 \text{ mm}; \alpha_k = 1,57$$

$$\beta_k = 1,43$$

Współczynnik stanu powierzchni β_p – [Aneks I, wykres 9]

$$\text{dla: } R_m = 1000 \text{ MPa}; H_{sr} = R_z = 7 \mu\text{m}$$

$$\beta_p' = 1,12$$

Współczynnik spiętrzenia naprężeń β

$$\beta = \beta_k + \beta_p' - 1 = 1,43 + 1,12 - 1 = 1,69$$

Współczynnik wielkości przedmiotu $\gamma = \frac{1}{\varepsilon}$ – [Aneks I, wykres 8]

$$\text{dla } Z_{go} = 500 \text{ MPa}; \alpha_k = 1,57; d = 45 \text{ mm}$$

$$\gamma = \frac{1}{\varepsilon} = 1,38$$

Współczynnik wrażliwości materiału na asymetrię cyklu ψ

$$\psi = \frac{2 \cdot Z_{so} - Z_{sj}}{Z_{sj}} = \frac{2 \cdot 400 - 500}{500} = 0,6$$

Rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa

$$\delta_\tau = \frac{Z_{so}}{\frac{\beta}{\varepsilon} \cdot \tau_a + \psi \cdot \tau_m} = \frac{400}{1,69 \cdot 1,38 \cdot 50,31 + 0,6 \cdot 16,77} = 3,14$$

WSPÓŁCZYNNIK WYPADKOWY

$$\delta = \frac{\delta_\sigma \cdot \delta_\tau}{\sqrt{\delta_\sigma^2 + \delta_\tau^2}} = \frac{2,68 \cdot 3,14}{\sqrt{2,68^2 + 3,14^2}} = 2,04$$

Zad. 3.4.

Tłoczek amortyzatora przedstawiony na szkicu, wykonany ze stali 45 w stanie surowym, obciążony jest zmienną siłą Q w cyklu wahadłowym. Sprawdzić, czy został prawidłowo zaprojektowany do pracy długotrwałej, jeżeli maksymalne obciążenie tego elementu wynosi $Q_{\max} = 12 \text{ kN}$, wymagany zaś zmęczeniowy współczynnik bezpieczeństwa $\delta_w = 1,6$.

Dane:

$$Z_{rc} = 230 \text{ MPa}$$

$$Z_{go} = 310 \text{ MPa}$$

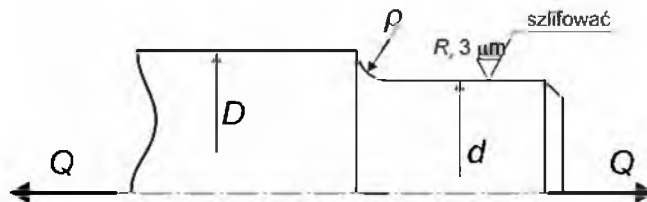
$$R_m = 700 \text{ MPa}$$

$$k_{rc} = 57 \text{ MPa}$$

$$D = 16 \text{ mm}$$

$$d = 14 \text{ mm}$$

$$\rho = 1 \text{ mm}$$



OBLICZENIA WSTĘPNE NA PODSTAWIE WARUNKU WYTRZYMAŁOŚCIOWEGO

$$\sigma_{\max} = \frac{Q_{\max}}{A} = \frac{4Q_{\max}}{\pi \cdot d^2} \leq k_{rc} \Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{4Q_{\max}}{\pi \cdot k_{rc}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 12 \cdot 10^3}{\pi \cdot 57}} = 16,37 \text{ mm}$$

Uzyskany wynik obliczeń świadczy o przekroczeniu w przekroju tłoczka naprężeń dopuszczalnych k_{rc} .

OBLICZENIA RZECZYWISTEGO WSPÓŁCZYNNIKA BEZPIECZEŃSTWA DLA CYKLU WAHADŁOWEGO

$$\delta = \frac{Z_{rc}}{\beta \cdot \gamma \cdot \sigma_a}$$

Naprężenia nominalne amplitudowe:

$$\sigma_{\max} = \sigma_a = \frac{Q_{\max}}{A} = \frac{4Q_{\max}}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 12 \cdot 10^3}{\pi \cdot 14^2} = 77,95 \text{ MPa}$$

Współczynnik kształtu α_k – [Aneks I, wykres 6]

$$\frac{R}{r} = \frac{D}{d} = 1,14; \quad \frac{\rho}{r} = \frac{1}{7} = 0,143 \quad \text{stąd} \quad \alpha_k = 1,78$$

Współczynnik działania karbu β_k – [Aneks I, wykres 7]

$$R_m = 700 \text{ MPa}; \rho = 1 \text{ mm}; \alpha_k = 1,78$$

$$\beta_k = 1,58$$

Współczynnik stanu powierzchni β_p – [Aneks I, wykres 9]

dla: $R_m = 700 \text{ MPa}$; próbka szlifowana;

$$\beta_p = 1,08$$

Współczynnik spiętrzenia naprężeń β

$$\beta = \beta_k + \beta_p - 1 = 1,58 + 1,08 - 1 = 1,66$$

Współczynnik wielkości przedmiotu $\gamma = \frac{1}{\varepsilon}$ – [Aneks I, wykres 8]

$$\text{dla } Z_{go} = 310 \text{ MPa}; \alpha_k = 1,78; d = 14 \text{ mm}$$

$$\gamma = \frac{1}{\varepsilon} = 1,06$$

Rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa

$$\delta = \frac{Z_{rc}}{\beta \cdot \gamma \cdot \sigma_a} = \frac{230}{1,66 \cdot 1,06 \cdot 77,95} = 1,68 \geq \delta_w = 1,6$$

Rzeczywisty zmęzeniowy współczynnik bezpieczeństwa przekracza wartość wymaganą, co świadczy o tym, że tłoczek został zaprojektowany prawidłowo do długotrwałej pracy pod zmiennym obciążeniem wahadłowym Q .

Zad. 3.5.

Wałek z odsadzeniem przenosi moment skręcający o wartości maksymalnej $M_{smax} = 2000 \text{ Nm}$ i współczynniku stałości obciążenia $\kappa = 2$. Obliczyć rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa dla niebezpiecznego przekroju wałka, przyjmując: $R_m = 600 \text{ MPa}$, $Z_{so} = 195 \text{ MPa}$, $Z_{sj} = 350 \text{ MPa}$, $R_e = 350 \text{ MPa}$, $d = 60 \text{ mm}$, $D = 70 \text{ mm}$, $\rho = 5 \text{ mm}$.

Zad. 3.6.

Walek z karbem obrączkowym przenosi moment skręcający o wartości $M_s = 1500 \pm 500$ Nm. Obliczyć rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa dla niebezpiecznego przekroju wałka, przyjmując: $R_m = 500$ MPa, $Z_{so} = 195$ MPa, $Z_{sj} = 350$ MPa, $R_e = 350$ MPa, $d = 60$ mm, $D = 70$ mm, $\rho = 5$ mm.

Zad. 3.7.

Walek z odsadzeniem przenosi moment zginający o wartości średniej $M_g = 1000$ Nm i współczynnika stałości obciążenia $\kappa = 0,5$. Obliczyć rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa dla niebezpiecznego przekroju wałka, przyjmując: $R_m = 600$ MPa, $Z_{go} = 250$ MPa, $Z_{gj} = 450$ MPa, $R_e = 480$ MPa, $d = 50$ mm, $D = 60$ mm, $\rho = 3$ mm.

Zad. 3.8.

Walek z karbem obrączkowym obciążony jest w niebezpiecznym przekroju momentem zginającym o wartości maksymalnej $M_{smax} = 1500$ Nm oraz współczynnika stałości obciążenia $\kappa = 0,5$. Obliczyć naprężenia dopuszczalne w niebezpiecznym przekroju, przyjmując: $d = 58$ mm, $\rho = 2$ mm, $D = 60$ mm, $R_m = 500$ MPa, $Z_{go} = 230$ MPa, $Z_{gj} = 420$ MPa, $R_e = 275$ MPa.

POŁĄCZENIA SPAWANE

Zad. 4.1.

Przeprowadzić obliczenia sprawdzające spoin czołowej i pachwinowej elementu rurowego przedstawionego na rysunku.

Dane:

$$P_N = 10 \text{ kN}$$

$$M_s = 100 \text{ Nm}$$

$$d = 26 \text{ mm}$$

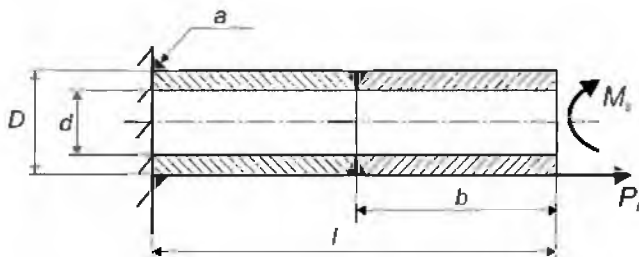
$$D = 36 \text{ mm}$$

$$a = 3 \text{ mm}$$

$$b = 50 \text{ mm}$$

$$l = 100 \text{ mm}$$

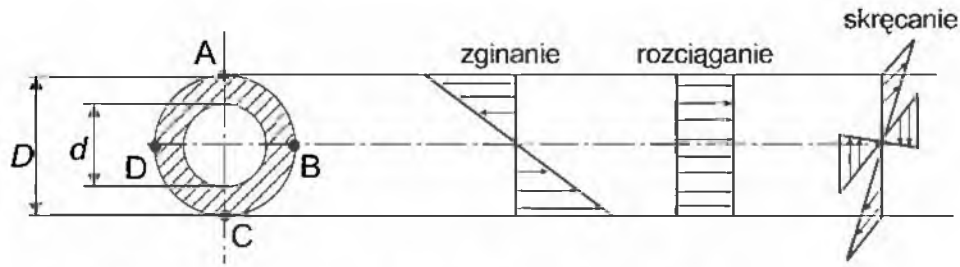
$$k_r = 125 \text{ MPa (naprężenia dopuszczalne na rozciąganie dla materiału rury)}$$



OBLICZENIA SPOINY CZOŁOWEJ

Naprężenia w przekroju spoiny czołowej wyznaczono w punktach A, B, C oraz D.

Przekrój spoiny obciążony jest siłą rozciągającą P_N , momentem gnącym $M_g = P_N \cdot \frac{D}{2}$ oraz momentem skręcającym M_s .



Wskaźniki przekroju obliczeniowego spoiny wynoszą:

$$W_x = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D} = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{36^4 - 26^4}{36} = 3334,23 \text{ mm}^3$$

$$W_o = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D} = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{36^4 - 26^4}{36} = 6668,47 \text{ mm}^3$$

Pole przekroju spoiny wynosi:

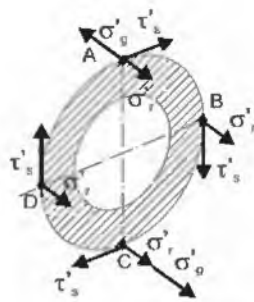
$$A_{cz} = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} (36^2 - 26^2) = 486,95 \text{ mm}^2$$

Naprężenia składowe w przekroju spoiny:

$$\sigma'_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{P_N \cdot \frac{D}{2}}{W_x} = \frac{10\,000 \cdot \frac{36}{2}}{3334,23} = 53,99 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_r = \frac{P_N}{A_{cz}} = \frac{10\,000}{486,95} = 20,54 \text{ MPa}$$

$$\tau'_s = \frac{M_s}{W_o} = \frac{100\,000}{6668,47} = 15,00 \text{ MPa}$$



Naprężenie zredukowane osiąga maksymalną wartość w punkcie C przekroju obliczeniowego spoiny czołowej.

Naprężenia zredukowane w poszczególnych punktach wynoszą:

$$\sigma'_{zA} = \sqrt{(\sigma'_r - \sigma'_g)^2 + 3 \cdot \tau_s'^2} = \sqrt{(20,54 - 53,99)^2 + 3 \cdot 15,00^2} = 42,35 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_{zC} = \sqrt{(\sigma'_r + \sigma'_g)^2 + 3 \cdot \tau_s'^2} = \sqrt{(20,54 + 53,99)^2 + 3 \cdot 15,00^2} = 78,93 \text{ MPa}$$

w punktach B i D leżących w warstwie obojętnej $\sigma'_g = 0$.

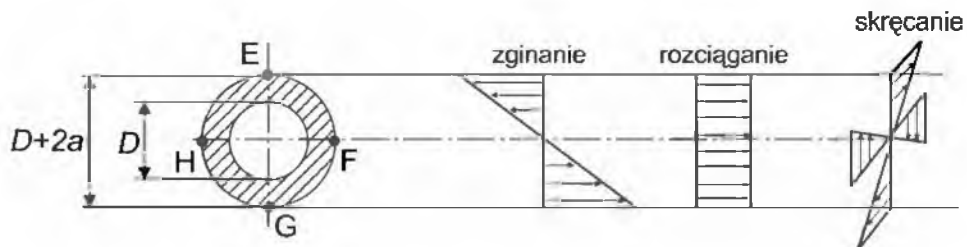
$$\sigma'_{zB,D} = \sqrt{(\sigma'_r)^2 + 3 \cdot \tau_s'^2} = \sqrt{(20,54)^2 + 3 \cdot 15,00^2} = 33,12 \text{ MPa}$$

Naprężenie zredukowane w punkcie C przekracza wartość naprężeń dopuszczalnych.

$$\sigma'_{zC} = 78,93 \text{ MPa} > k'_g = 0,8 \cdot k_r = 100 \text{ MPa}$$

OBLICZENIA SPOINY PACHWINOWEJ

Naprężenia w przekroju spoiny pachwinowej zostaną określone w punktach E, F, G oraz H.



Spoina pachwinowa obciążona jest, siłą rozciągającą P_N , momentem gnącym $M_g = P_N \cdot \frac{D}{2}$ oraz momentem skręcającym M_s .

Wskaźniki przekroju obliczeniowego spoiny wynoszą:

$$W_x = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{(D+2a)^4 - D^4}{D+2a} = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{(36+2 \cdot 3)^4 - 36^4}{36+2 \cdot 3} = 3347,48 \text{ mm}^3$$

$$W_o = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{(D+2a)^4 - D^4}{D+2a} = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{(36+2 \cdot 3)^4 - 36^4}{36+2 \cdot 3} = 6694,96 \text{ mm}^3$$

Pole przekroju spoiny wynosi:

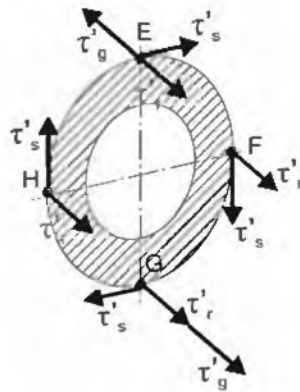
$$A_p = \frac{\pi}{4} [(D+2a)^2 - D^2] = \frac{\pi}{4} [(36+2 \cdot 3)^2 - 36^2] = 367,57 \text{ mm}^2$$

Naprężenia składowe w spoinie pachwinowej określają zależności:

$$\tau'_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{P_N \cdot \frac{D}{2}}{W_x} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \frac{36}{2}}{3347,48} = 53,77 \text{ MPa}$$

$$\tau'_r = \frac{P_N}{A_p} = \frac{10 \cdot 10^3}{367,57} = 27,21 \text{ MPa}$$

$$\tau'_s = \frac{M_s}{W_o} = \frac{100 \cdot 10^3}{6694,96} = 14,94 \text{ MPa}$$



Ze względu na sumowanie się zginania i rozciągania w punkcie G, przewidujemy, że największe naprężenia sumaryczne powstaną w tym punkcie.

Napężenia wypadkowe w punktach E, F, G, H można zapisać wzorami:

$$\tau'_{wE} = \sqrt{(\tau'_r - \tau'_g)^2 + \tau'^2_s} = \sqrt{(27,21 - 53,77)^2 + 14,94^2} = 30,47 \text{ MPa}$$

$$\tau'_{wG} = \sqrt{(\tau'_r + \tau'_g)^2 + \tau'^2_s} = \sqrt{(27,21 + 53,77)^2 + 14,94^2} = 82,35 \text{ MPa}$$

w punktach F i H leżących w warstwie obojętnej $\tau'_g = 0$.

$$\tau'_{wF} = \tau'_{wH} = \sqrt{\tau'^2_r + \tau'^2_s} = \sqrt{27,21^2 + 14,94^2} = 31,04 \text{ MPa}$$

Napężenia wypadkowe w punkcie G τ'_{wG} nieznacznie przekraczają wartość naprężeń dopuszczalnych.

$$\tau'_{wG} = 82,34 \text{ MPa} > k'_t = 0,65 \cdot k_r = 0,65 \cdot 125 = 81,25 \text{ MPa}$$

Zad. 4.2.

Przeprowadzić obliczenia sprawdzające spoin czołowej i pachwinowej spawanego elementu rurowego przedstawionego na rysunku.

Dane:

$$P_N = 20 \text{ kN}$$

$$P_T = 2 \text{ kN}$$

$$k_r = 125 \text{ MPa (naprężenia dopuszczalne na rozciąganie dla materiału rury)}$$

$$M_s = 100 \text{ Nm}$$

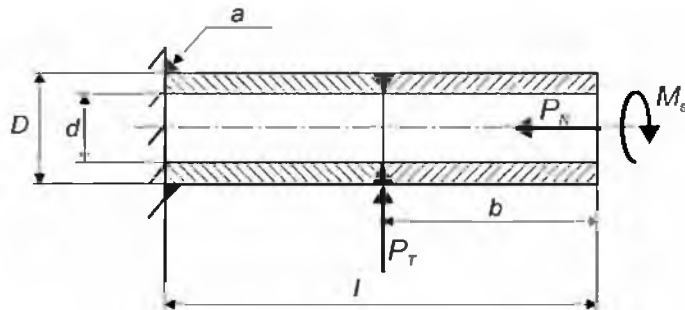
$$d = 26 \text{ mm}$$

$$D = 36 \text{ mm}$$

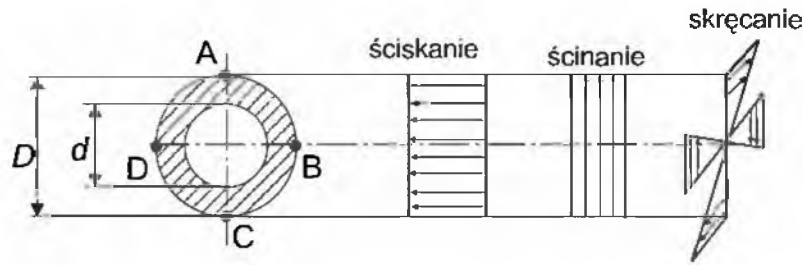
$$a = 3 \text{ mm}$$

$$b = 50 \text{ mm}$$

$$l = 100 \text{ mm}$$



OBLICZENIA SPOINY CZOŁOWEJ



Naprężenia w przekroju spoiny czołowej wyznaczono w punktach A, B, C oraz D.

Spoina czołowa obciążona jest siłą ściskającą P_N , siłą ścinającą P_T oraz momentem skręcającym M_s .

Wskaźnik przekroju obliczeniowego spoiny wynosi:

$$W_o = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D} = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{36^4 - 26^4}{36} = 6668,47 \text{ mm}^3$$

Pole przekroju spoiny wynosi:

$$A_{cz} = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} (36^2 - 26^2) = 486,95 \text{ mm}^2$$

Naprężenia składowe w przekroju spoiny czołowej:

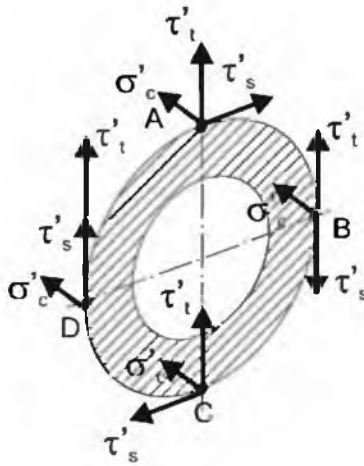
$$\sigma'_c = \frac{P_N}{A_{cz}} = \frac{20\,000}{486,95} = 41,07 \text{ MPa}$$

$$\tau'_t = \frac{P_T}{A_{cz}} = \frac{2000}{486,95} = 4,11 \text{ MPa}$$

$$\tau'_s = \frac{M_s}{W_o} = \frac{100\,000}{6668,47} = 15,00 \text{ MPa}$$

Naprężenia zredukowane w punktach A, B, C, D wyraża ogólna zależność:

$$\sigma'_z = \sqrt{\sigma'^2_N + 3 \cdot \tau'^2_T} \text{ gdzie } \sigma'_N - \text{naprężenie normalne, } \tau'_T - \text{naprężenie styczne.}$$



Naprężenia normalne pochodzą od siły P_N i są to naprężenia ściskające. Naprężenia styczne pochodzą od siły tnącej P_T oraz od momentu skręcającego M_s . Ich wartość w zależności od usytuowania punktu wynosi:

$$\begin{aligned} \text{punkty A i C} \quad \tau'_T &= \sqrt{\tau_s'^2 + \tau_t'^2} = \sqrt{15,00^2 + 4,11^2} = 15,55 \text{ MPa} \\ \text{punkt B} \quad \tau'_T &= \tau_s' - \tau_t' = 15,00 - 4,11 = 10,89 \text{ MPa} \\ \text{punkt D} \quad \tau'_T &= \tau_s' + \tau_t' = 15,00 + 4,11 = 19,11 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Naprężenia zredukowane w punktach A i C wynoszą:

$$\sigma'_{zA} = \sigma'_{zC} = \sqrt{\sigma_c'^2 + 3 \cdot \tau_T'^2} = \sqrt{41,07^2 + 3 \cdot 15,55^2} = 49,11 \text{ MPa}$$

a w punktach B i D:

$$\sigma'_{zB} = \sqrt{\sigma_c'^2 + 3 \cdot \tau_T'^2} = \sqrt{41,07^2 + 3 \cdot 10,89^2} = 45,19 \text{ MPa}$$

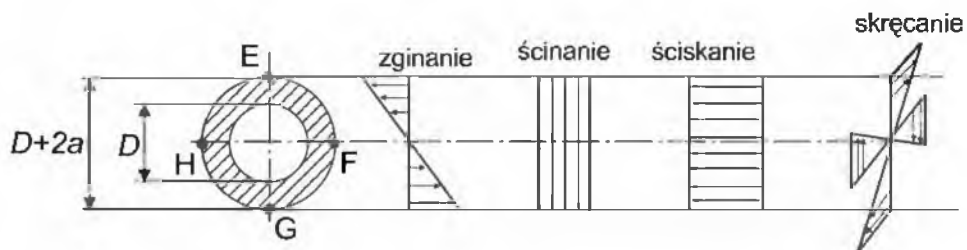
$$\sigma'_{zD} = \sqrt{\sigma_c'^2 + 3 \cdot \tau_T'^2} = \sqrt{41,07^2 + 3 \cdot 19,11^2} = 52,75 \text{ MPa}$$

Naprężenie zredukowane osiąga wartość maksymalną w punkcie D, nie przekraczając wartości naprężenia dopuszczalnego.

$$\sigma'_{zD} = 52,75 \text{ MPa} < k_c' = k_r = 125 \text{ MPa}$$

OBLICZENIA SPOINY PACHWINOWEJ

Naprężenia w przekroju spoiny pachwinowej wyznaczono w punktach E, F, G, oraz H.



Spoina pachwinowa obciążona jest siłą ściskającą P_N , siłą ścinającą P_T , momentem gnącym $M_g = P_T(l - b)$ oraz momentem skręcającym M_s .

Wskaźniki przekroju obliczeniowego wynoszą:

$$W_x = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{(D+2a)^4 - D^4}{D+2a} = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{(36+2 \cdot 3)^4 - 36^4}{36+2 \cdot 3} = 3347,48 \text{ mm}^3$$

$$W_o = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{(D+2a)^4 - D^4}{D+2a} = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{(36+2 \cdot 3)^4 - 36^4}{36+2 \cdot 3} = 6694,96 \text{ mm}^3$$

Pole przekroju spoiny wynosi:

$$A_p = \frac{\pi}{4} [(D+2a)^2 - D^2] = \frac{\pi}{4} [(36+2 \cdot 3)^2 - 36^2] = 367,57 \text{ mm}^2$$

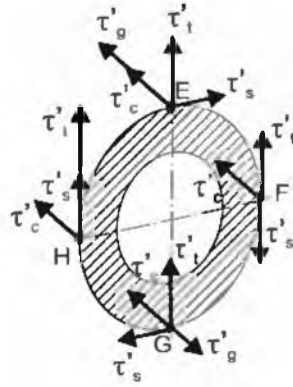
Naprężenia składowe przekrojach spoiny pachwinowej:

$$\tau'_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{P_T \cdot (l - b)}{W_x} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot (100 - 50)}{3347,48} = 29,87 \text{ MPa}$$

$$\tau'_c = \frac{P_N}{A_p} = \frac{20 \cdot 10^3}{367,57} = 54,41 \text{ MPa}$$

$$\tau'_s = \frac{M_s}{W_o} = \frac{100 \cdot 10^3}{6694,96} = 14,94 \text{ MPa}$$

$$\tau'_t = \frac{P_T}{A_p} = \frac{2 \cdot 10^3}{367,57} = 5,44 \text{ MPa}$$



Ze względu na sumowanie się składowych naprężeń normalnych τ'_g oraz τ'_c w punkcie E, naprężenie wypadkowe osiągnie w tym punkcie wartość maksymalną.

Naprężenia wypadkowe w punktach E, F, G oraz H wynoszą:

$$\tau'_{wE} = \sqrt{(\tau'_c + \tau'_g)^2 + \tau_s'^2 + \tau_t'^2} = \sqrt{(54,41 + 29,87)^2 + 14,94^2 + 5,44^2}$$

$$\tau'_{wE} = 85,77 \text{ MPa}$$

$$\tau'_{wG} = \sqrt{(\tau'_c - \tau'_g)^2 + \tau_s'^2 + \tau_t'^2} = \sqrt{(54,41 - 29,87)^2 + 14,94^2 + 5,44^2}$$

$$\tau'_{wG} = 29,24 \text{ MPa}$$

w punktach F i H leżących w warstwie obojętnej $\tau'_g = 0$.

$$\tau'_{wH} = \sqrt{\tau_c'^2 + (\tau'_s + \tau'_t)^2} = \sqrt{54,42^2 + (14,94 + 5,44)^2} = 58,10 \text{ MPa}$$

$$\tau'_{wF} = \sqrt{\tau_c'^2 + (\tau'_s - \tau'_t)^2} = \sqrt{54,42^2 + (14,94 - 5,44)^2} = 55,23 \text{ MPa}$$

Naprężenia wypadkowe w punkcie E nieznacznie przekraczają wartość naprężenia dopuszczalnych.

$$\tau'_E = 85,77 \text{ MPa} > k'_t = 0,65 \cdot k_r = 0,65 \cdot 125 = 81,25 \text{ MPa}$$

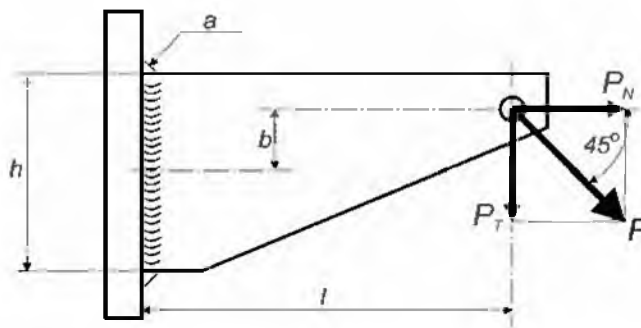
Zad. 4.3.

Sprawdzić wytrzymałościowo połączenie wspornika z płytą dokonane za pomocą:

- spoiny czołowej,
- spoiny pachwinowej o grubości $a = 5 \text{ mm}$.

Dane:

$$\begin{aligned} P &= 10 \text{ kN} \\ h &= 60 \text{ mm} \\ l &= 140 \text{ mm} \\ b &= 15 \text{ mm} \\ g &= 15 \text{ mm (grubość wspornika)} \\ k_r &= 150 \text{ MPa (naprężenia dopuszczalne na rozciąganie dla materiału rodzimego)} \end{aligned}$$



Składowe obciążenia P oraz moment zginający w przekrojach obliczeniowych spoin wynoszą odpowiednio:

$$P_N = P \cos 45^\circ = 10\,000 \cdot \cos 45^\circ = 7071,07 \text{ N}$$

$$P_T = P \sin 45^\circ = 10\,000 \cdot \sin 45^\circ = 7071,07 \text{ N}$$

$$M_g = P_T \cdot l + P_N \cdot b = 7071,07 \cdot 140 + 7071,07 \cdot 15 = 1\,096\,005 \text{ Nmm}$$

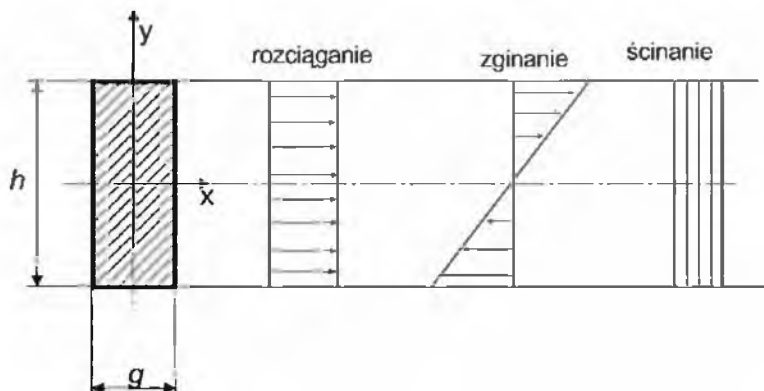
OBLICZENIA SPOINY CZOŁOWEJ

W przekroju obliczeniowym występuje złożony stan naprężeń, którego składowe stanowią: naprężenie rozciągające σ'_r , gnące σ'_g oraz ścinające τ'_r .

Naprężenie rozciągające:

$$\sigma'_r = \frac{P_N}{A_{cz}} = \frac{7071,07}{900} = 7,86 \text{ MPa}$$

$$A_{cz} = h \cdot g = 60 \cdot 15 = 900,00 \text{ mm}^2$$



Napężenie zginające:

$$\sigma'_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{6 \cdot M_g}{g \cdot h^2} = \frac{6 \cdot 1\,096\,015,85}{15 \cdot 60^3} = 121,78 \text{ MPa}$$

Napężenie tnące:

$$\tau'_t = \frac{P_T}{A_{cz}} = \frac{7071,07}{900} = 7,86 \text{ MPa}$$

Wartości maksymalne napężenia zredukowanego wynosi (punkty położone na górnej krawędzi przekroju obliczeniowego przekroju):

$$\sigma'_z = \sqrt{(\sigma'_r + \sigma'_g)^2 + 3\tau'^2_t} = \sqrt{(7,86 + 121,78)^2 + 3 \cdot 7,86^2}$$

$$\sigma'_z = 130,35 \text{ MPa} > k'_g = 0,8k_r = 0,8 \cdot 150 = 120 \text{ MPa}$$

Uwaga!

W przekroju spiny czołowej napężenie maksymalne przekracza wartość dopuszczalną.

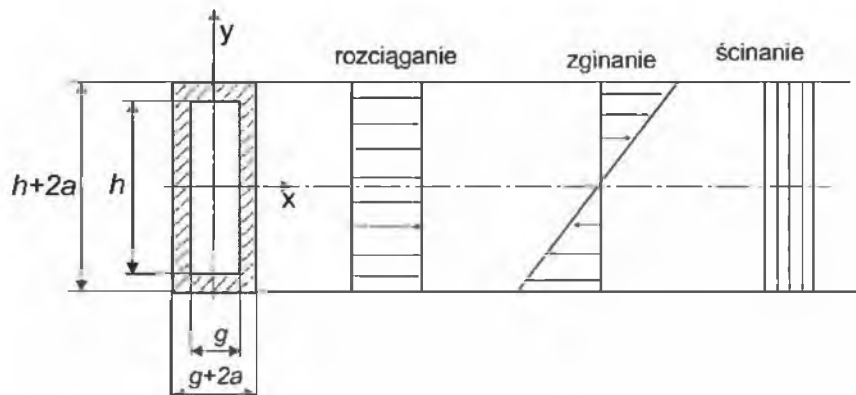
Napężenie zredukowane w punktach położonych na dolnej krawędzi przekroju spiny:

$$\sigma'_z = \sqrt{(\sigma'_r - \sigma'_g)^2 + 3\tau'^2_t} = \sqrt{(7,86 - 121,78)^2 + 3 \cdot 7,86^2}$$

$$\sigma'_z = 114,73 \text{ MPa} < k'_g = 0,8 \cdot k_r = 0,8 \cdot 150 = 120 \text{ MPa}$$

OBLICZENIA SPOINY PACHWINOWEJ

W przekroju obliczeniowym występuje złożony stan naprężeń, którego składowe stanowią: naprężenie rozciągające τ'_r , gnące τ'_g oraz ścinające τ'_s .



Naprężenie wywołane siłą rozciągającą P_N :

$$\tau'_r = \frac{P_N}{A_p} = \frac{7071,07}{850} = 8,32 \text{ MPa}$$

$$A_p = (h + 2a) \cdot (g + 2a) - h \cdot g = (60 + 2 \cdot 5) \cdot (15 + 2 \cdot 5) - 60 \cdot 15$$

$$A_p = 850,00 \text{ mm}^2$$

Naprężenie wywołane momentem gnącym M_g :

$$\tau'_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{1\,096\,015,85}{12\,702,38} = 86,28 \text{ MPa}$$

$$I_x = I'_x - I''_x = \frac{(g + 2a) \cdot (h + 2a)^3}{12} - \frac{gh^3}{12}$$

$$I_x = \frac{(15 + 2 \cdot 5) \cdot (60 + 2 \cdot 5)^3}{12} - \frac{15 \cdot 60^3}{12} = 444\,583,38 \text{ mm}^4$$

$$W_x = \frac{I_x}{e} = \frac{444\,583,33}{35} = 12\,702,38 \text{ mm}^3$$

Naprężenia tnące wywołane siłą P_T :

$$\tau'_t = \frac{P_T}{A_p} = \frac{7071,07}{850,00} = 8,32 \text{ MPa}$$

Wartość maksymalna wypadkowego naprężenia tnącego w przekroju obliczeniowym spoiny (punkty położone na górnej krawędzi przekroju) wynosi:

$$\tau'_{\max} = \sqrt{(\tau'_r + \tau'_g)^2 + \tau'_t^2} = \sqrt{(8,32 + 86,28)^2 + 8,32^2}$$

$$\tau'_{\max} = 94,98 \text{ MPa} < k'_t = 0,65 \cdot k_r = 0,65 \cdot 150 = 97,96 \text{ MPa}$$

Zad. 4.4.

Wspornik służący do podwieszenia przewodów linii elektrycznej obciążony jest siłą wypadkową $P = 5000 \text{ N}$ w sposób podany na rysunku. Wspornik połączono z płytą za pomocą spoiny pachwinowej o grubości $a = 5 \text{ mm}$. Obliczyć naprężenie maksymalne w przekroju spoiny.

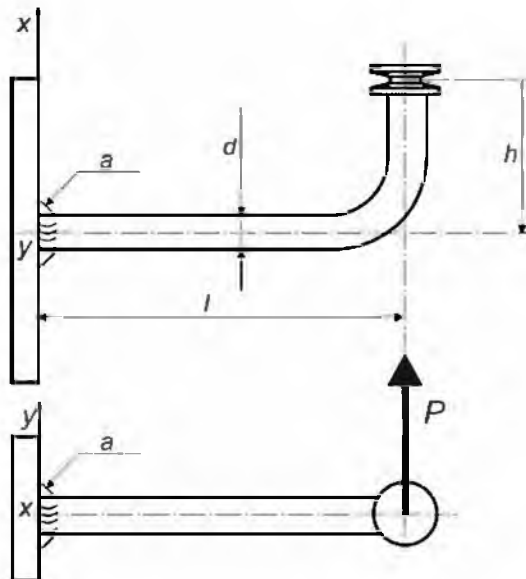
Dane:

$$d = 40 \text{ mm}$$

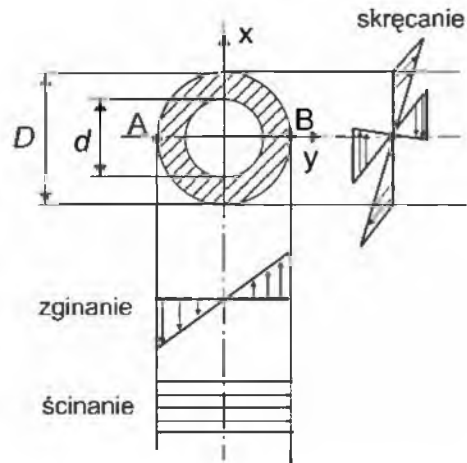
$$l = 120 \text{ mm}$$

$$h = 100 \text{ mm},$$

$$k_r = 150 \text{ MPa}.$$



W przekroju spoiny występuje złożony stan naprężeń, którego składowe stanowią: naprężenie skręcające τ'_s , gnące τ'_g oraz ścinające τ'_t .



Napężenie styczne τ'_g wywołane momentem gnącym:

$$\tau'_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{P \cdot l}{W_x} = \frac{5000 \cdot 120}{7245,30} = 82,81 \text{ MPa}$$

$$W_x = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32 \cdot D} = \frac{\pi \cdot (50^4 - 40^4)}{32 \cdot 50} = 7245,30 \text{ mm}^3$$

gdzie:

$$D = d + 2 \cdot a = 40 + 2 \cdot 5 = 50,00 \text{ mm}$$

Napężenie ścinające τ'_s wywołane momentem skręcającym:

$$\tau'_s = \frac{M_s}{W_o} = \frac{P \cdot h}{W_o} = \frac{5000 \cdot 100}{14\,490,60} = 34,50 \text{ MPa}$$

$$W_o = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{16 \cdot D} = \frac{\pi \cdot (50^4 - 40^4)}{16 \cdot 50} = 14\,490,60 \text{ mm}^3$$

Napężenia styczne τ'_i wywołane siłą P :

$$\tau'_i = \frac{P}{A_s} = \frac{5000}{706,86} = 7,07 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} (50^2 - 40^2) = 706,86 \text{ mm}^2$$

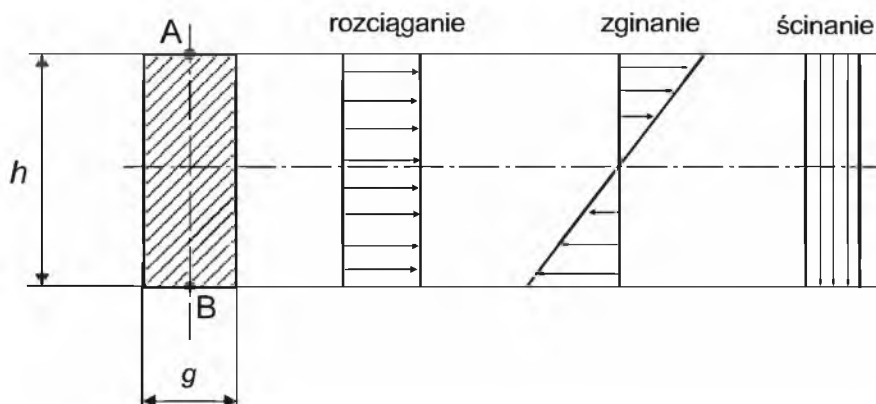
$$\tau'_{\max} = \sqrt{\tau_g'^2 + \tau_s'^2 + \tau_l'^2} = \sqrt{82,81^2 + 34,50^2 + 7,07^2} = 89,99 \text{ MPa}$$
$$k'_t = 0,65 \cdot k_r = 0,65 \cdot 150 \text{ MPa} = 97,5 \text{ MPa}$$
$$P_N = P \cdot \cos \alpha = 15 \cdot 10^3 \cdot \cos 30^\circ = 12\,990,38 \text{ N}$$

$$P_T = P \cdot \sin \alpha = 15 \cdot 10^3 \cdot \sin 30^\circ = 7500,00 \text{ N}$$

$$M_{gc} = P_T \cdot b - P_N \cdot e = 7500 \cdot 45 - 12\,990,38 \cdot 10 = 207\,596 \text{ N}$$
$$M_{gp} = P_T \cdot l - P_N \cdot e = 7500 \cdot 80 - 12\,990,38 \cdot 10 = 470\,006 \text{ N}$$

OBLICZENIA SPOINY CZOŁOWEJ

Napężenia w przekroju spoiny czołowej wyznaczono w punktach A i B.



Wskaźnik przekroju obliczeniowego spoiny wynosi:

$$W_x = \frac{g \cdot h^2}{6} = \frac{15 \cdot 60^2}{6} = 9000,00 \text{ mm}^3$$

Pole przekroju spoiny wynosi:

$$A_{cz} = g \cdot h = 15 \cdot 60 = 900,00 \text{ mm}^2$$

Poszczególne składowe naprężeń w przekroju obliczeniowym wynoszą:

$$\sigma'_g = \frac{M_{gc}}{W_x} = \frac{207\,596}{9000} = 23,07 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_r = \frac{P_N}{A_{cz}} = \frac{12\,990,38}{900} = 14,43 \text{ MPa}$$

$$\tau'_t = \frac{P_T}{A_{cz}} = \frac{7500}{900} = 8,33 \text{ MPa}$$

Naprężenia zredukowane w punktach A i B przekroju spoiny wynoszą:

$$\sigma'_{zA} = \sqrt{(\sigma'_r + \sigma'_g)^2 + 3 \cdot \tau_t'^2}$$

$$\sigma'_{zA} = \sqrt{(14,43 + 23,07)^2 + 3 \cdot 8,33^2} = 40,18 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_{zB} = \sqrt{(\sigma'_r - \sigma'_g)^2 + 3 \cdot \tau_t'^2}$$

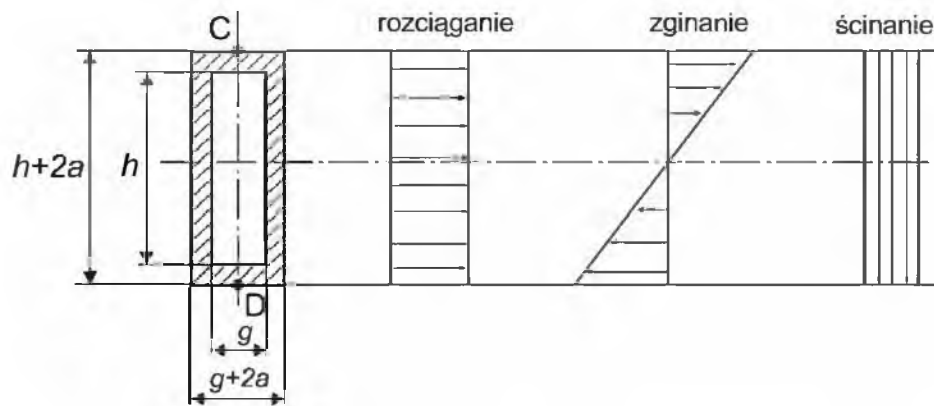
$$\sigma'_{zB} = \sqrt{(14,43 - 23,07)^2 + 3 \cdot 8,33^2} = 16,82 \text{ MPa}$$

Naprężenia zredukowane najbardziej wyężonym punkcie A przekroju spoiny nie przekraczają wartości naprężeń dopuszczalnych.

$$\sigma_{zA} = 40,18 \text{ MPa} < k'_g = 0,8 \cdot k_r = 0,8 \cdot 125 = 100 \text{ MPa}$$

OBLICZENIA SPOINY PACHWINOWEJ

Naprężenia w przekroju obliczeniowym spoiny pachwinowej wyznaczono w punktach C i D.



Moment bezwładności przekroju spoiny:

$$I_x = \frac{(g + 2a) \cdot (h + 2a)^3}{12} - \frac{g \cdot h^3}{12}$$

$$I_x = \frac{(15 + 2 \cdot 5) \cdot (60 + 2 \cdot 5)^3}{12} - \frac{15 \cdot 60^3}{12} = 444\,583,33 \text{ mm}^3$$

$$W_x = \frac{I_x}{r_{\max}},$$

odległość warstwy obojętnej od skrajnych włókien

$$r_{\max} = \frac{h + 2 \cdot a}{2} = \frac{60 + 2 \cdot 5}{2} = 35,00 \text{ mm}$$

$$W_x = \frac{I_x}{r_{\max}} = \frac{444\,583,33}{35} = 12\,702,38 \text{ mm}^3$$

Pole przekroju obliczeniowego spoiny:

$$A_p = (g + 2a) \cdot (h + 2a) - g \cdot h = (15 + 2 \cdot 5) \cdot (60 + 2 \cdot 5) - 15 \cdot 60$$

$$A_p = 850,00 \text{ mm}^2$$

Napężenia składowe w spoinie pachwinowej określają zależności:

$$\tau'_g = \frac{M_{gp}}{W_x} = \frac{470\,006}{12\,702,38} = 37,00 \text{ MPa}$$

$$\tau'_r = \frac{P_N}{A_p} = \frac{12\,990}{850} = 15,28 \text{ MPa}$$

$$\tau'_t = \frac{P_T}{A_p} = \frac{7500}{850} = 8,82 \text{ MPa}$$

Napężenia wypadkowe w punktach C i D przekroju spoiny wynoszą:

$$\tau'_{wC} = \sqrt{(\tau'_r + \tau'_g)^2 + \tau'^2_t}$$

$$\tau'_{wC} = \sqrt{(15,28 + 37,00)^2 + 8,82^2} = 53,02 \text{ MPa}$$

$$\tau'_{wD} = \sqrt{(\tau'_r - \tau'_g)^2 + \tau'^2_t}$$

$$\tau'_{wD} = \sqrt{(15,28 - 37,00)^2 + 8,82^2} = 23,44 \text{ MPa}$$

Maksymalne naprężenie wypadkowe występuje w punkcie C przekroju obliczeniowego spoiny i nie przekracza wartości naprężenia dopuszczalnego.

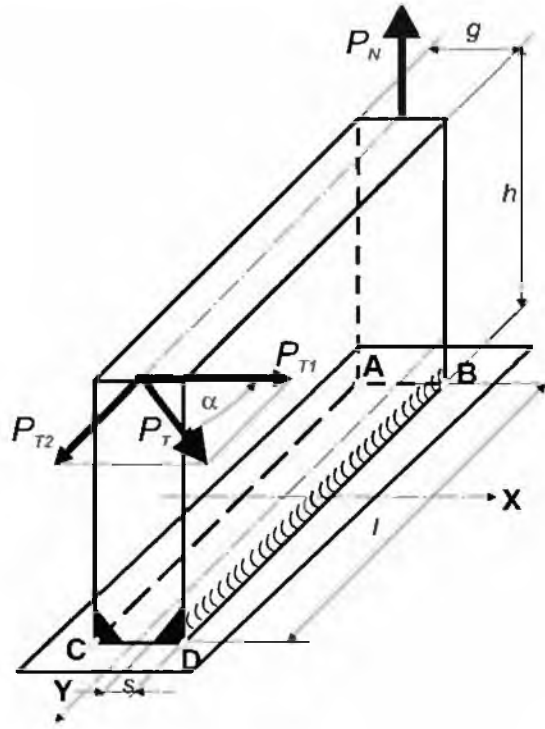
$$\tau'_{wC} = 53,02 \text{ MPa} < k'_t = 0,65 \cdot k_r = 0,65 \cdot 125 = 81,25 \text{ MPa}$$

Zad. 4.6.

Przeprowadzić obliczenia sprawdzające spoiny czołowej wspornika przedstawionego na rysunku, obciążonego siłami P_N i P_T . Naprężenia dopuszczalne dla materiału rodzimego $k_r = 125 \text{ MPa}$. Naprężenia tnące pominać.

Dane:

$$\begin{aligned} P_N &= 8 \text{ kN} \\ P_T &= 2 \text{ kN} \\ h &= 60 \text{ mm} \\ g &= 15 \text{ mm} \\ s &= 5 \text{ mm} \\ l &= 60 \text{ mm} \\ \alpha &= 30^\circ \end{aligned}$$



Składowe obciążenia P_T wynoszą:

$$P_{T1} = P_T \cdot \cos \alpha = 2000 \cdot \cos 30^\circ = 1732,05 \text{ N}$$

$$P_{T2} = P_T \cdot \sin \alpha = 2000 \cdot \sin 30^\circ = 1000,00 \text{ N}$$

Przekrój obliczeniowy spiny obciążony jest:

- siłą rozciągającą P_N
- momentem gnącym $M_{gx} = P_N \cdot \frac{l}{2} + P_{T2} \cdot h$
- momentem gnącym $M_{gy} = P_{T1} \cdot h$
- momentem skręcającym $M_s = P_{T1} \cdot \frac{l}{2}$
- siłą tnącą P_T

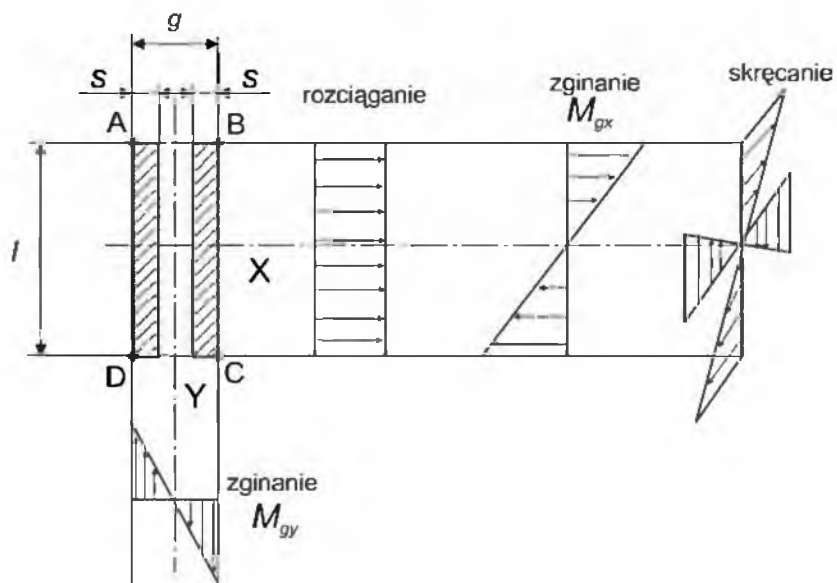
Momenty obciążające spinę wynoszą:

$$M_{gx} = P_N \cdot \frac{l}{2} + P_{T2} \cdot h = 8000 \cdot \frac{60}{2} + 1000 \cdot 60 = 300\,000 \text{ Nmm}$$

$$M_s = P_{T1} \cdot \frac{l}{2} = 1732,05 \cdot \frac{60}{2} = 51\,961,50 \text{ Nmm}$$

$$M_{gy} = P_{T1} \cdot h = 1732,05 \cdot 60 = 103\,923,00 \text{ Nmm}$$

Napężenia w przekroju obliczeniowym spiny czołowej wyznaczono w narożach A, B, C oraz D.



Momenty bezwładności przekrojów spoiny względem odpowiednich osi wynoszą:

$$I_x = 2 \cdot \frac{s \cdot l^3}{12} = \frac{5 \cdot 60^3}{12} = 180\,000,00 \text{ mm}^4$$

$$I_y = \frac{l \cdot g^3}{12} - \frac{l \cdot (g - 2 \cdot s)^3}{12} = \frac{60 \cdot 15^3}{12} - \frac{60 \cdot (15 - 2 \cdot 5)^3}{12} = 16\,250,00 \text{ mm}^4$$

Wskaźniki przekrojów spoiny:

$$W_x = \frac{I_x}{r_{\max x}},$$

gdzie: $r_{\max x}$ – odległość osi obojętnej X od skrajnego włókna

$$r_{\max x} = \frac{l}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ mm}$$

$$W_y = \frac{I_y}{r_{\max y}}$$

gdzie: $r_{\max y}$ – odległość osi obojętnej Y od skrajnego włókna

$$r_{\max y} = \frac{g}{2} = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ mm}$$

zatem:

$$W_x = \frac{I_x}{r_{\max x}} = \frac{180\,000}{30} = 6000,00 \text{ mm}^3$$

$$W_y = \frac{I_y}{r_{\max y}} = \frac{16\,250}{7,5} = 2166,67 \text{ mm}^3$$

Wskaźnik przekroju obliczeniowego spoiny na skręcanie:

$$W_o = \frac{I_x + I_y}{r_{\max}},$$

gdzie: r_{max} – odległość środka ciężkości przekroju obliczeniowego spiny od skrajnego punktu przekroju

$$r_{max} = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \left(\frac{g}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{60}{2}\right)^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2} = 30,92 \text{ mm}$$

zatem:

$$W_o = \frac{I_x + I_y}{r_{max}} = \frac{180\,000 + 16\,250}{30,92} = 6347,02 \text{ mm}^3$$

Pole przekroju spiny wynosi:

$$A_{cz} = 2 \cdot s \cdot l = 2 \cdot 5 \cdot 60 = 600,00 \text{ mm}^2$$

Napężenia składowe w spoinie czołowej określają zależności:

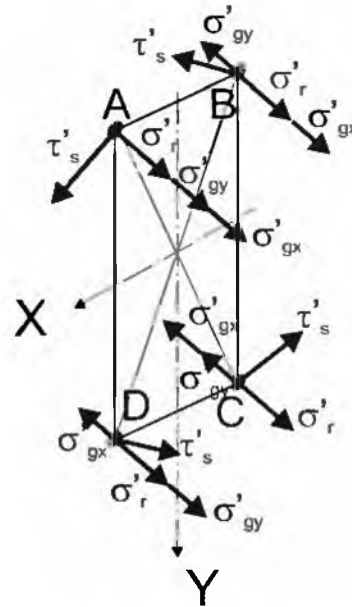
$$\sigma'_{gx} = \frac{M_{gx}}{W_x} = \frac{300\,000}{6000} = 50,00 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_{gy} = \frac{M_{gy}}{W_y} = \frac{103\,923}{2250} = 46,19 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_r = \frac{P_N}{A_{cz}} = \frac{8 \cdot 10^3}{600} = 13,33 \text{ MPa}$$

$$\tau'_s = \frac{M_s}{W_o} = \frac{51\,961,50}{6347,97} = 8,19 \text{ MPa}$$

$$\tau'_t = \frac{P_T}{A_{cz}} = \frac{2000}{600} = 3,33 \text{ MPa}$$



Napężenia zredukowane w punktach A, B, C i D wynoszą:

$$\sigma'_{zA} = \sqrt{(\sigma'_r + \sigma'_{gx} + \sigma'_{gy})^2 + 3 \cdot \tau_s'^2}$$

$$\sigma'_{zA} = \sqrt{(13,33 + 50 + 46,19)^2 + 3 \cdot 8,19^2} = 110,43 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_{zB} = \sqrt{(\sigma'_r + \sigma'_{gx} - \sigma'_{gy})^2 + 3 \cdot \tau_s'^2}$$

$$\sigma'_{zB} = \sqrt{(13,33 + 50 - 46,19)^2 + 3 \cdot 8,19^2} = 22,25 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_{zC} = \sqrt{(\sigma'_r - \sigma'_{gx} - \sigma'_{gy})^2 + 3 \cdot \tau_s'^2}$$

$$\sigma'_{zC} = \sqrt{(13,33 - 50 - 46,19)^2 + 3 \cdot 8,19^2} = 84,07 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_{zD} = \sqrt{(\sigma'_r - \sigma'_{gx} + \sigma'_{gy})^2 + 3 \cdot \tau_s'^2}$$

$$\sigma'_{zD} = \sqrt{(13,33 - 50 + 46,19)^2 + 3 \cdot 8,19^2} = 17,08 \text{ MPa}$$

Naprężenia zredukowane w punkcie A przekroju obliczeniowego spiny przekraczają wartość naprężeń dopuszczalnych.

$$\sigma'_{zA} = 110,43 \text{ MPa} > k'_g = 0,8 \cdot k_r = 0,8 \cdot 125 = 100 \text{ MPa}$$

Zad. 4.7.

Dla wspornika przedstawionego na szkicu obliczyć maksymalne naprężenia w spoinie pachwinowej.

Dane:

$$R_e = 240 \text{ MPa}$$

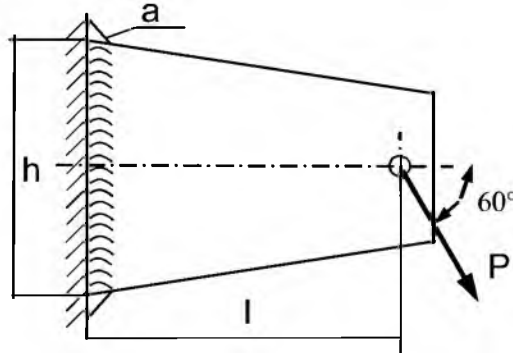
$$g = 10 \text{ mm (grubość wspornika)}$$

$$a = 5 \text{ mm}$$

$$h = 40 \text{ mm}$$

$$l = 50 \text{ mm}$$

$$P = 10 \text{ kN}$$

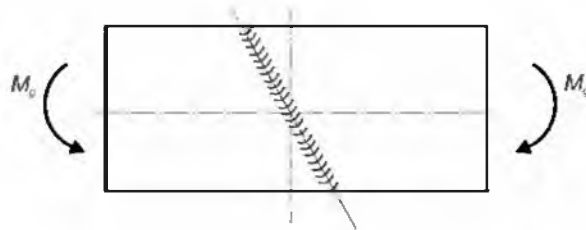


Zad. 4.8.

Obliczyć naprężenia maksymalne w spoinie pachwinowej łączącej rurę z kołnierzem. Rura obciążona jest momentem skręcającym o wartości $M_s = 2000 \text{ Nm}$ oraz siłą osiową o wartości $P = 12\,000 \text{ N}$. Średnice rury: $d = 58 \text{ mm}$, $D = 70 \text{ mm}$, wymiar spoiny $a = 4 \text{ mm}$. Granica plastyczności $R_e = 240 \text{ MPa}$.

Zad. 4.9.

Pod jakim kątem powinna być położona spoina czołowa, aby w czasie zginania momentem M_g wytrzymałość przekroju ze spoiną była taka sama jak materiału litego. Wymiary płaskownika szerokość b , grubość g , $k_r = k_g = 100 \text{ MPa}$.



POŁĄCZENIA ŚRUBOWE

Zad. 5.1.

Obliczyć naprężenia w przekrojach AA i BB w śrubie zacisku. Sprawdzić wytrzymałość śruby na wyboczenie.

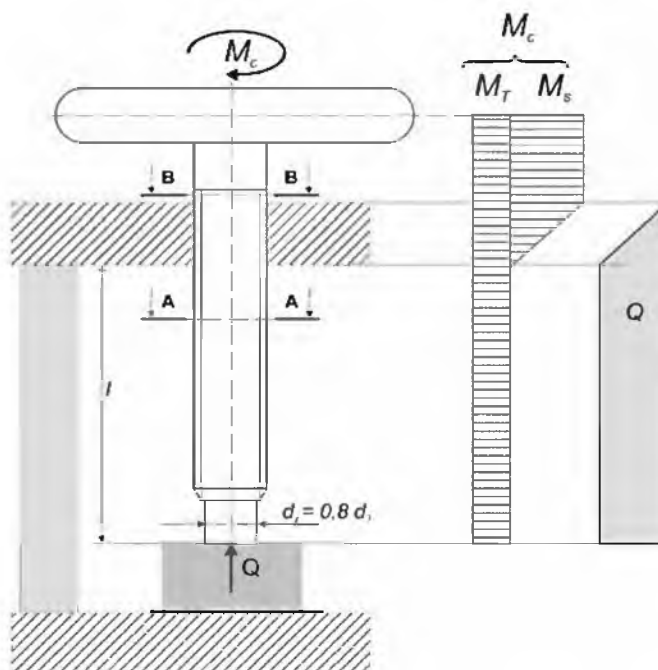
Dane:

$$Q = 50 \text{ kN}$$

$$l = 250 \text{ mm}$$

material
 $k_c = 172 \text{ MPa}$
 $k_s = 115 \text{ MPa}$
 $\mu = 0,1$

gwint – Tr 36x6
 $d = 36 \text{ mm}$
 $d_3 = 29 \text{ mm}$
 $h = 6 \text{ mm}$
 $D_f = 30 \text{ mm}$



WYZNACZENIE OBCIĄŻENIA ŚRUBY

Moment oporu w połączeniu gwintowym

$$M_s = 0,5 \cdot d_s \cdot Q \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \rho')$$

gdzie:

$$d_s = \frac{d + D_1}{2} = \frac{36 + 30}{2} = 33 \text{ mm}$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{h}{\pi \cdot d_s} = \frac{6}{\pi \cdot 33} = 0,05787 \quad \text{zatem: } \gamma = 3^\circ 19'$$

$\alpha_r = 15^\circ$ – kąt roboczy gwintu-gwint trapezowy symetryczny

$$\operatorname{tg} \rho' = \mu' = \frac{\mu}{\cos \alpha_r} = \frac{0,1}{\cos 15^\circ} = 0,1035 \quad \text{zatem: } \rho' = 5^\circ 55'$$

Spełniony jest warunek samohamowności $\gamma < \rho'$

$$M_s = 0,5 \cdot d_s \cdot Q \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \rho')$$

$$M_s = 0,5 \cdot 33 \cdot 50\,000 \cdot \operatorname{tg}(3^\circ 19' + 5^\circ 55') = 133\,961 \text{ Nmm}$$

Moment tarcia na powierzchni oporowej

Powierzchnią oporową jest powierzchnia czołowa czopa walcowego śruby.

$$M_T = 0,5 \cdot Q \cdot d_m \cdot \mu$$

gdzie:

$$d_m = \frac{2}{3} d_z = \frac{2}{3} \cdot 0,8 \cdot d_3 = 0,533 \cdot d_3 = 0,533 \cdot 29 = 15,47 \text{ mm}$$

co wynika z założenia równomiernego rozkładu nacisków na powierzchnię czoła czopa,

zatem:

$$M_T = 0,5 \cdot Q \cdot d_m \cdot \mu = 0,5 \cdot 50\,000 \cdot 15,47 \cdot 0,1 = 38\,675 \text{ Nmm}$$

NAPRĘŻENIA W PRZĘKROJU A-A ŚRUBY

Naprężenie ściskające w przekroju rdzenia śruby:

$$\sigma_c = \frac{Q}{A} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_3^2} = \frac{4 \cdot 50\,000}{\pi \cdot 29^2} = 75,70 \text{ MPa}$$

Naprężenie skręcające w przekroju rdzenia śruby:

$$\tau_s = \frac{M_T}{W_o} = \frac{16 \cdot M_T}{\pi \cdot d_3^3} = \frac{16 \cdot 38\,675}{\pi \cdot 29^3} = 8,08 \text{ MPa}$$

Naprężenie zredukowane:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_c^2 + 3 \cdot \tau_s^2} = \sqrt{75,70^2 + 3 \cdot 8,08^2} = 76,98 \text{ MPa} < k_c = 172 \text{ MPa}$$

W przekroju A-A śruba jest dostatecznie wytrzymała.

NAPRĘŻENIE W PRZĘKROJU B-B ŚRUBY

Przekrój B-B rdzenia śruby jest jedynie skręcany momentem całkowitym:

$$\tau_s = \frac{M_c}{W_o} = \frac{16 \cdot (M_T + M_s)}{\pi \cdot d_3^3} = \frac{16 \cdot (133\,961 + 38\,675)}{\pi \cdot 29^3}$$

$$\tau_s = 36,05 \text{ MPa} < k_s = 115 \text{ MPa}$$

Przekrój B-B rdzenia śruby jest zatem dostatecznie wytrzymały.

OBLICZENIA SPRAWDZAJĄCE WARUNKU NA WYBOCZENIE

Długość wyboczeniowa:

$$l_s \cong 0,7 \cdot l = 0,7 \cdot 250 = 175 \text{ mm}$$

Smukłość śruby:

$$\lambda = \frac{l_s}{i_{\min.}} = \frac{4 \cdot l_s}{d_3} = \frac{4 \cdot 175}{29} = 24,14 < \lambda_{kr} = 90$$

zatem wytrzymałość na wyboczenie (wyboczenie trwałe wg Tetmajera):

$$R_w = R_0 - R_1 \cdot \lambda$$

gdzie:

R_0 i R_1 – stałe materiałowe (dla stali konstrukcyjnych zwykłej jakości:

$$R_0 = 335 \text{ MPa}, R_1 = 0,62 \text{ MPa})$$

zatem:

$$R_w = R_0 - R_1 \cdot \lambda = 335 - 0,62 \cdot 24,14 = 320,03 \text{ MPa}$$

Współczynnik bezpieczeństwa na wyboczenie:

$$x_w = \frac{R_w}{\sigma_c} = \frac{320,03}{75,70} = 4,23$$

Ponieważ dla pras przyjmuje się: $x_w = 3 \div 4,5$, zatem przekrój rdzenia śruby z uwagi na wyboczenie jest dostateczny.

Zad. 5.2

Obliczyć maksymalną siłę, jaką może przenieść śruba zacisku przedstawionego na rysunku.

Dane:

$$l = 250 \text{ mm}$$

materiał:

$$k_c = 172 \text{ MPa}$$

$$k_s = 115 \text{ MPa}$$

$$\mu = 0,1$$

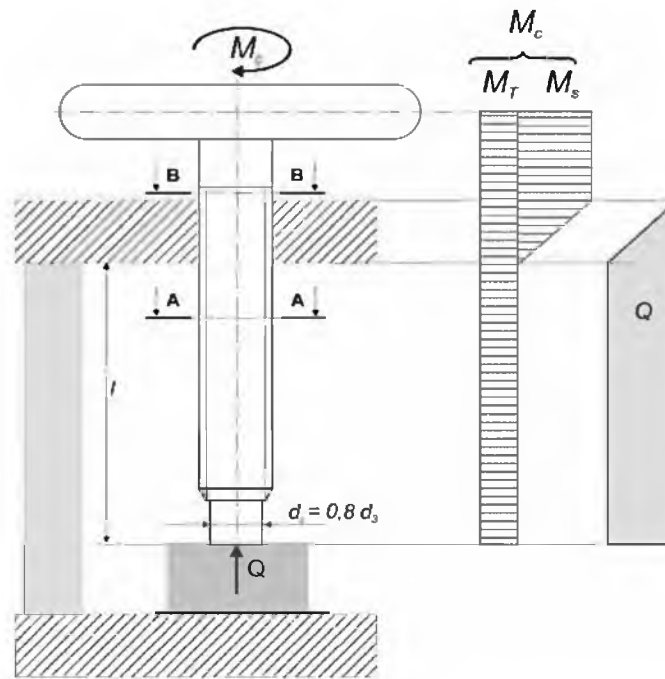
gwint – Tr 36x6

$$d = 36 \text{ mm}$$

$$d_3 = 29 \text{ mm}$$

$$h = 6 \text{ mm}$$

$$D_1 = 30 \text{ mm}$$



WYZNACZENIE OBCIĄŻENIA ŚRUBY

Moment oporu w połączeniu gwintowym

$$M_s = 0,5 \cdot d_s \cdot Q \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \rho')$$

gdzie:

$$d_s = \frac{d + D_1}{2} = \frac{36 + 30}{2} = 33 \text{ mm}$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{h}{\pi \cdot d_s} = \frac{6}{\pi \cdot 33} = 0,05787 \quad \text{zatem: } \gamma = 3^\circ 19'$$

$\alpha_r = 15^\circ$ – kąt roboczy gwintu-gwint trapezowy symetryczny

$$\operatorname{tg} \rho' = \mu' = \frac{\mu}{\cos \alpha_r} = \frac{0,1}{\cos 15^\circ} = 0,1035 \quad \text{zatem: } \rho' = 5^\circ 55'$$

Spełniony jest warunek samohamowności $\gamma < \rho'$

Moment tarcia na powierzchni oporowej

Powierzchnią oporową jest powierzchnia czołowa czopa walcowego śruby.

$$M_T = 0,5 \cdot Q \cdot d_m \cdot \mu$$

gdzie:

$$d_m = \frac{2}{3} d_z = \frac{2}{3} \cdot 0,8 \cdot d_3 = 0,533 \cdot d_3 = 0,533 \cdot 29 = 15,47 \text{ mm}$$

co wynika z założenia równomiernego rozkładu nacisków na powierzchnię czoła czopa.

MAKSYMALNA SIŁA W ŚRUBIE ZE WZGLĘDU NA WYTRZYMAŁOŚĆ PRZĘKROJU A-A

Naprężenia ściskające w przekroju A-A:

$$\sigma_c = \frac{Q}{A} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_3^2}$$

Naprężenia skręcające w przekroju A-A:

$$\tau_s = \frac{M_T}{W_o} = \frac{16 \cdot M_T}{\pi \cdot d_3^3} = \frac{8 \cdot Q \cdot d_m \cdot \mu}{\pi \cdot d_3^3}$$

Naprężenia zredukowane:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_c^2 + 3 \cdot \tau_s^2} = \sqrt{\left(\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_3^2}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{8 \cdot Q \cdot d_m \cdot \mu}{\pi \cdot d_3^3}\right)^2}$$

$$\sigma_z \leq k_c$$

stąd:

$$Q \leq \frac{k_c}{\sqrt{\left(\frac{4}{\pi \cdot d_3^2}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{8 \cdot d_m \cdot \mu}{\pi \cdot d_3^3}\right)^2}} = \frac{k_c}{\frac{4}{\pi \cdot d_3^2} \cdot \sqrt{1 + 3 \cdot \left(\frac{2 \cdot d_m \cdot \mu}{d_3}\right)^2}}$$

$$Q \leq \frac{k_c \cdot \pi \cdot d_3^2}{4 \cdot \sqrt{1 + 3 \cdot \left(\frac{2 \cdot d_m \cdot \mu}{d_3}\right)^2}} = \frac{175 \cdot \pi \cdot 29^2}{4 \cdot \sqrt{1 + 3 \cdot \left(\frac{2 \cdot 15,47 \cdot 0,1}{29}\right)^2}}$$

$$Q \leq 113\,669 \text{ N}$$

MAKSYMALNA SIŁA W ŚRUBIE ZE WZGLĘDU NA WYTRZYMAŁOŚĆ PRZEKROJU B-B

Przekrój B-B obciążony jest jedynie momentem całkowitym:

$$\tau_s = \frac{M_c}{W_o} = \frac{16 \cdot (M_T + M_s)}{\pi \cdot d_3^3} = \frac{8 \cdot Q \cdot [d_m \cdot \mu + d_s \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \rho')]}{\pi \cdot d_3^3} \leq k_s$$

zatem:

$$Q \leq \frac{k_s \cdot \pi \cdot d_3^3}{8 \cdot [d_m \cdot \mu + d_s \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \rho')]} = \frac{115 \cdot \pi \cdot 29^3}{8 \cdot [15,47 \cdot 0,1 + 33 \cdot \operatorname{tg}(3^\circ 19' + 5^\circ 55')]}]$$

$$Q \leq 159\,382 \text{ N}$$

MAKSYMALNA SIŁA Z WARUNKU NA WYBOCZENIE

Długość wyboczeniowa:

$$l_s = 0,7 \cdot l = 0,7 \cdot 250 = 175 \text{ mm}$$

Smukłość śruby:

$$\lambda = \frac{l_s}{i_{\min.}} = \frac{4 \cdot l_s}{d_3} = \frac{4 \cdot 175}{29} = 24,14 < \lambda_{kr} = 90$$

zatem wytrzymałość na wyboczenie (wyboczenie trwałe wg Tetmajera):

$$R_w = R_0 - R_1 \cdot \lambda$$

gdzie:

R_0 i R_1 – stałe materiałowe (dla stali konstrukcyjnych zwykłej jakości):

$$R_0 = 335 \text{ MPa}, R_1 = 0,62 \text{ MPa}$$

zatem:

$$R_w = R_0 - R_1 \cdot \lambda = 335 - 0,62 \cdot 24,14 = 320,03 \text{ MPa}$$

Współczynnik bezpieczeństwa na wyboczenie:

$$x_w = \frac{R_w}{\sigma_c} = \frac{R_w \cdot \pi \cdot d_3^2}{4 \cdot Q}$$

Przyjęto wartość współczynnika bezpieczeństwa na wyboczenie $x_w = 4$

stąd:

$$Q = \frac{R_w \cdot \pi \cdot d_3^2}{4 \cdot x_w} = \frac{320,1 \cdot \pi \cdot 29^2}{4 \cdot 4} = 52\,822 \text{ N}$$

Podsumowując, maksymalna siła dopuszczalna wynosi:

- dla przekroju A-A: $Q = 113\,669 \text{ N}$
- dla przekroju B-B: $Q = 159\,382 \text{ N}$
- wyboczeniowa: $Q = 52\,822 \text{ N}$

Decydującym jest zatem warunek na wyboczenie, więc dopuszczalne obciążenie osiowe śruby wynosi $Q_{dop} = 52\,822 \text{ N}$.

Zad. 5.3.

Obliczyć moment całkowity, z jakim trzeba dokręcić śrubę przedstawioną na rysunku, aby maksymalne naprężenia w rdzeniu śruby nie przekroczyły wartości dopuszczalnych.

Dane:

materiał

$$k_r = 140 \text{ MPa}$$

$$k_s = 86 \text{ MPa}$$

$$\mu = 0,1$$

gwint – M12

$$d = 12 \text{ mm}$$

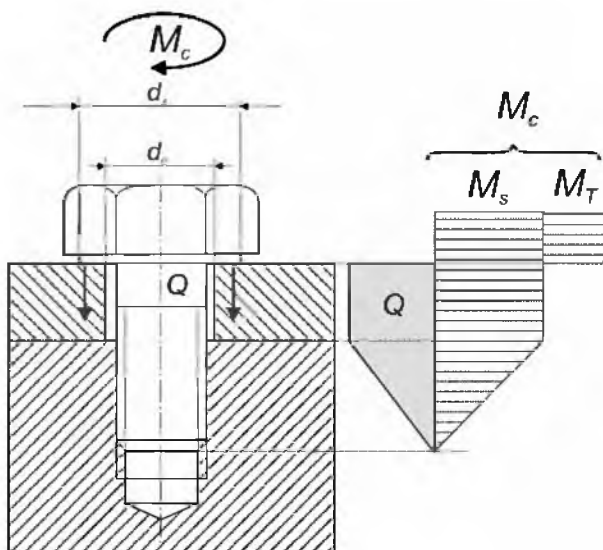
$$d_3 = 9,853 \text{ mm}$$

$$h = 1,75 \text{ mm}$$

$$D_1 = 10,106 \text{ mm}$$

$$d_z = S = 19 \text{ mm}$$

$$d_o = 13 \text{ mm}$$



WYZNACZENIE OBCIĄŻENIA ŚRUBY

Moment oporu w połączeniu gwintowym

$$M_s = 0,5 \cdot d_s \cdot Q \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \rho')$$

gdzie:

$$d_s = \frac{d + D_1}{2} = \frac{12 + 10,106}{2} = 11,053$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{h}{\pi \cdot d_s} = \frac{1,75}{\pi \cdot 11,053} = 0,050422$$

$$\text{zatem: } \gamma = 2^\circ 53'$$

$$\alpha_r = 30^\circ - \text{roboczy kąt zarysu (gwint metryczny)}$$

$$\operatorname{tg} \rho' = \mu' = \frac{\mu}{\cos \alpha_r} = \frac{0,1}{\cos 30^\circ} = 0,11547 \quad \text{zatem: } \rho' = 6^\circ 35'$$

Spełniony jest warunek samohamowności $\gamma < \rho'$

Moment tarcia na powierzchni oporowej.

Powierzchnią oporową jest powierzchnia czoła łba śruby.

$$M_T = 0,5 \cdot Q \cdot d_m \cdot \mu$$

gdzie:

$$d_m = \frac{d_z + d_o}{2} = \frac{19 + 13}{2} = 16 \text{ mm}$$

Dopuszczalna wartość obciążenia śruby wynikająca z nieprzekroczenia naprężeń dopuszczalnych na rozciąganie

Naprężenie rozciągające w przekroju rdzenia śruby:

$$\sigma_r = \frac{Q}{A} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_3^2}$$

Naprężenie skręcające w przekroju rdzenia śruby:

$$\tau_s = \frac{M_s}{W_o} = \frac{8 \cdot Q \cdot d_s \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \rho')}{\pi \cdot d_3^3}$$

Naprężenia zredukowane:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_r^2 + 3 \cdot \tau_s^2} = \sqrt{\left(\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_3^2}\right)^2 + 3 \cdot \left[\frac{8 \cdot Q \cdot d_s \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \rho')}{\pi \cdot d_3^3}\right]^2}$$

$$\sigma_z = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_3^2} \cdot \sqrt{1 + 3 \cdot \left[\frac{2 \cdot d_s \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \rho')}{d_3}\right]^2} \leq k_r$$

zatem:

$$Q \leq \frac{k_r \cdot \pi \cdot d_3^2}{4 \cdot \sqrt{1 + 3 \cdot \left[\frac{2 \cdot d_s \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \rho')}{d_3} \right]^2}} = \frac{140 \cdot \pi \cdot 9,853^2}{4 \cdot \sqrt{1 + 3 \cdot \left[\frac{2 \cdot 11,053 \cdot \operatorname{tg}(2^\circ 53' + 6^\circ 35')}{9,853} \right]^2}}$$

$$Q \leq 7327 \text{ N}$$

stąd całkowity moment maksymalny wynosi:

$$M_c = M_T + M_s = 0,5 \cdot Q \cdot d_m \cdot \mu + 0,5 \cdot d_s \cdot Q \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \rho')$$

$$M_c = 0,5 \cdot 7327 \cdot [16 \cdot 0,1 + 11,053 \cdot \operatorname{tg}(2^\circ 53' + 6^\circ 35')] = 12\,614 \text{ Nmm}$$

Zad. 5.4.

Obliczyć naprężenia w przekroju A-A podnośnika przedstawionego na rysunku. Obliczyć wyboczeniowy współczynnik bezpieczeństwa.

Dane:

$$Q = 20 \text{ kN}$$

$$l = 350 \text{ mm}$$

material

$$k_c = 175 \text{ MPa}$$

$$k_s = 115 \text{ MPa}$$

$$\mu = 0,1$$

$$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$$

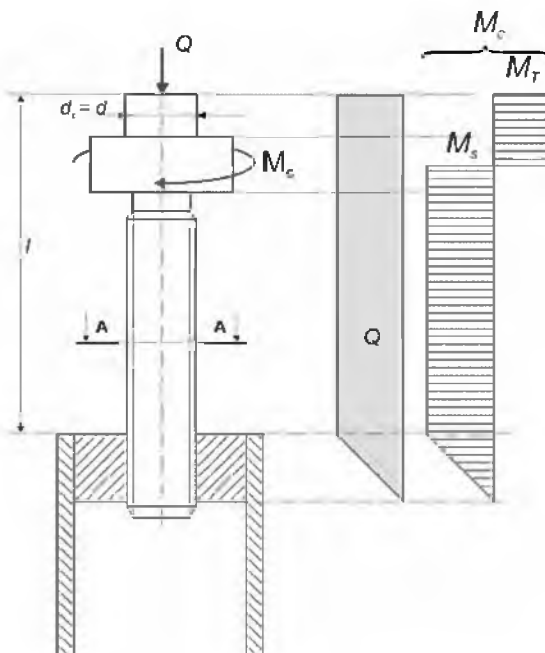
gwint – Tr 36x6

$$d = 36 \text{ mm}$$

$$d_3 = 29 \text{ mm}$$

$$h = 6 \text{ mm}$$

$$D_l = 30 \text{ mm}$$



WYZNACZENIE OBCIĄŻENIA ŚRUBY

Moment oporu w połączeniu gwintowym

$$M_s = 0,5 \cdot d_s \cdot Q \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \rho')$$

gdzie:

$$d_s = \frac{d + D_1}{2} = \frac{36 + 30}{2} = 33 \text{ mm}$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{h}{\pi \cdot d_s} = \frac{6}{\pi \cdot 33} = 0,05787 \quad \text{zatem: } \gamma = 3^\circ 19'$$

$\alpha_r = 15^\circ$ – gwint trapezowy symetryczny

$$\operatorname{tg} \rho' = \mu' = \frac{\mu}{\cos \alpha_r} = \frac{0,1}{\cos 15^\circ} = 0,1035 \quad \text{zatem: } \rho' = 5^\circ 55'$$

Spełniony jest warunek samohamowności $\gamma < \rho'$

$$M_s = 0,5 \cdot Q \cdot d_s \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \rho') = 0,5 \cdot 33 \cdot 20\,000 \cdot \operatorname{tg}(3^\circ 19' + 5^\circ 55')$$

$$M_s = 53\,584,29 \text{ Nmm}$$

NAPRĘŻENIA W PRZEKROJU RDZENIA ŚRUBY

Naprężenie rozciągające w przekroju rdzenia śruby:

$$\sigma_c = \frac{Q}{A} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_3^2} = \frac{4 \cdot 20\,000}{\pi \cdot 29^2} = 30,28 \text{ MPa}$$

Naprężenie skręcające w przekroju rdzenia śruby:

$$\tau_s = \frac{M_s}{W_o} = \frac{16 \cdot M_s}{\pi \cdot d_3^3} = \frac{16 \cdot 53\,584,29}{\pi \cdot 29^3} = 11,19 \text{ MPa}$$

Naprężenia zredukowane:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_c^2 + 3 \cdot \tau_s^2} = \sqrt{30,28^2 + 3 \cdot 11,19^2} = 35,95 \text{ MPa} < k_c = 175 \text{ MPa}$$

są znacznie mniejsze od dopuszczalnych.

OBLICZENIE WSPÓŁCZYNNIKA BEZPIECZEŃSTWA NA WYBOCZENIE

Długość wyboczeniowa:

$$l_s = 2 \cdot l = 2 \cdot 350 = 700 \text{ mm}$$

Smukłość śruby:

$$\lambda = \frac{l_s}{i_{\min.}} = \frac{4 \cdot l_s}{d_3} = \frac{4 \cdot 700}{29} = 96,55 > \lambda_{kr} = 90$$

Z uwagi na przekroczenie smukłości krytycznej wytrzymałość na wyboczenie wynosi (wyboczenie sprężyste wg wzoru Eulera):

$$R_w = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5}{96,55^2} = 222,34 \text{ MPa}$$

Współczynnik bezpieczeństwa na wyboczenie:

$$x_w = \frac{R_w}{\sigma_c} = \frac{222,34}{30,28} = 7,34$$

Z uwagi na zakres przyjmowanych wartości $x_w = 6 \div 8$, śruba posiada dostateczny przekrój rdzenia.

Zad. 5.5.

Wymagane napięcie liny uzyskuje się przy użyciu śrubowego regulatora posiadającego śrubę z naciętym gwintem trapezowym symetrycznym Tr 12x2 (PN-ISO 2904). Maksymalna siła obciążająca śrubę regulatora wynosi $Q = 7500 \text{ N}$. Współczynnik tarcia na powierzchni gwintu oraz na powierzchni oporowej śruby wynosi $\mu = 0,1$. Sprawdzić wytrzymałość śruby.

Dane:

wymiary łącznika

$$d_w = 14 \text{ mm}$$

$$d_z = 30 \text{ mm}$$

gwint – Tr 12x2

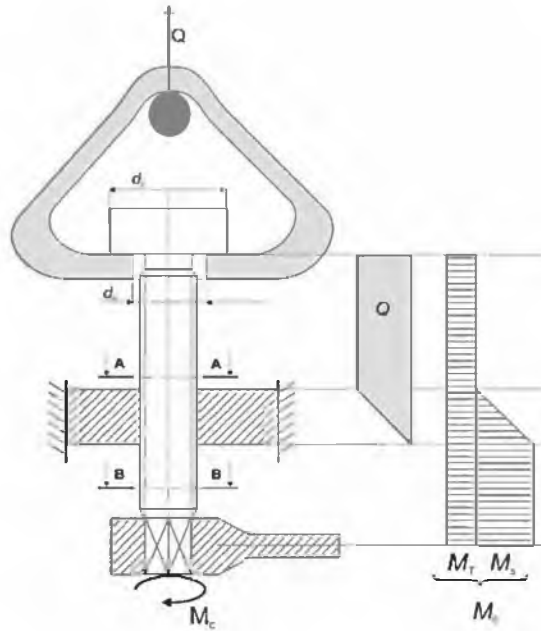
$$d_3 = 9,5 \text{ mm}$$

$$D_l = 10 \text{ mm}$$

materiał

$$k_r = 195 \text{ MPa}$$

$$k_s = 128 \text{ MPa.}$$



WYZNACZENIE OBCIĄŻENIA ŚRUBY

Moment oporu w połączeniu gwintowym

$$M_s = 0,5 \cdot d_s \cdot Q \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \rho')$$

gdzie:

$$d_s = \frac{d + D_l}{2} = \frac{12 + 10}{2} = 11,0 \text{ mm}$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{h}{\pi \cdot d_s} = \frac{2}{\pi \cdot 11,0} = 0,057874 \quad \text{zatem: } \gamma = 3^{\circ}19'$$

$\alpha_r = 15^{\circ}$ – kąt roboczy gwintu-gwint trapezowy symetryczny

$$\operatorname{tg} \rho' = \mu' = \frac{\mu}{\cos \alpha_r} = \frac{0,1}{\cos 15^{\circ}} = 0,1035 \quad \text{zatem: } \rho' = 5^{\circ}55'$$

Spełniony jest warunek samohamowności $\gamma < \rho'$

$$M_s = 0,5 \cdot 11 \cdot 75\,000 \cdot \operatorname{tg}(3^\circ 19' + 5^\circ 55') = 6698,04 \text{ Nmm}$$

Moment tarcia na powierzchni oporowej

Powierzchnią oporową jest powierzchnia kołnierza śruby.

$$M_T = 0,5 \cdot Q \cdot d_o \cdot \mu$$

gdzie:

$$d_m = \frac{d_w + d_z}{2} = \frac{14 + 30}{2} = 22 \text{ mm}$$

zatem:

$$M_T = 0,5 \cdot 7500 \cdot 22 \cdot 0,1 = 8\,250 \text{ Nmm}$$

NAPRĘŻENIA W PRZEKROJU A-A ŚRUBY

Napężenie rozciągające w przekroju rdzenia śruby:

$$\sigma_r = \frac{Q}{A} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_3^2} = \frac{4 \cdot 7500}{\pi \cdot 9,5^2} = 105,81 \text{ MPa}$$

Napężenie skręcające w przekroju rdzenia śruby:

$$\tau_s = \frac{M_T}{W_o}$$

$$W_o = \frac{\pi \cdot d_3^3}{16} = \frac{\pi \cdot 9,5^3}{16} = 168,345 \text{ mm}^3$$

$$\tau_s = \frac{M_T}{W_o} = \frac{8250}{168,345} = 49,01 \text{ MPa}$$

Napężenia zredukowane:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_r^2 + 3\tau_s^2} = \sqrt{105,81^2 + 3 \cdot 49,01^2} = 135,65 \text{ MPa} \leq k_r = 195 \text{ MPa}$$

W przekroju A-A rdzeń śruby jest dostatecznie wytrzymały.

NAPRĘŻENIA W PRZEKROJU B-B ŚRUBY

Przekrój B-B jest obciążony jedynie całkowitym momentem skręcającym:

$$\tau_s = \frac{M_C}{W_o} \leq k_s$$

gdzie:

$$M_C = 0.5 \cdot Q \cdot [d_s \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \rho') + d_m \cdot \mu]$$

$$M_C = 0,5 \cdot 7500 \cdot [11 \cdot \operatorname{tg}(3^\circ 19' + 5^\circ 55') + 22 \cdot 0,1] = 14\,945,04 \text{ Nmm}$$

$$\tau_s = \frac{M_C}{W_o} = \frac{14\,948,04}{168,345} = 88,79 \text{ MPa} < k_s = 128 \text{ MPa}$$

Wytrzymałość rdzenia śruby w przekroju B-B jest wystarczająca.

Zad. 5.6.

Wymagane napięcie liny uzyskuje się przy użyciu śrubowego regulatora posiadającego śrubę z naciętym gwintem trapezowym symetrycznym Tr 12x2 (PN-ISO 2904). Współczynnik tarcia na powierzchni gwintu oraz na powierzchni oporowej śruby wynosi $\mu = 0,1$. Sprawdzić wytrzymałość śruby. Obliczyć maksymalną siłę obciążającą śrubę regulatora Q .

Dane:

wymiary łącznika

$$d_w = 14 \text{ mm}$$

$$d_z = 30 \text{ mm}$$

gwint – Tr 12x2

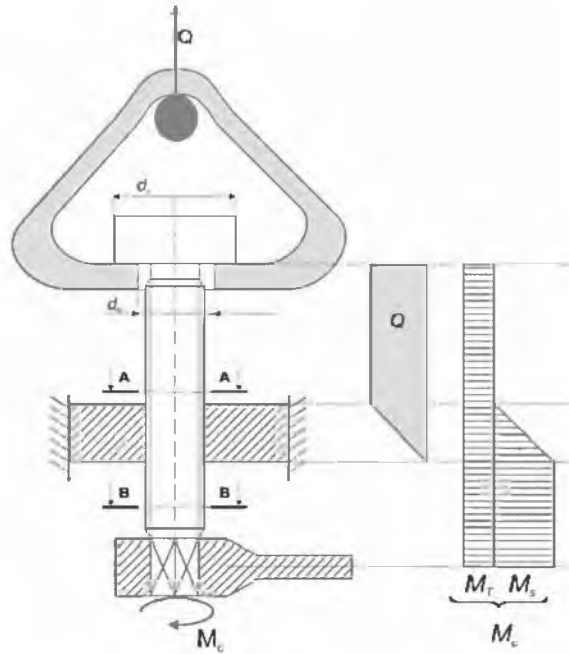
$$d_3 = 9,5 \text{ mm}$$

$$D_1 = 10 \text{ mm}$$

materiał

$$k_r = 195 \text{ MPa}$$

$$k_s = 128 \text{ MPa}.$$



MAKSYMALNA SIŁA W ŚRUBIE ZE WZGLĘDU NA WYTRZYMAŁOŚĆ PRZEKROJU A-A

Moment na powierzchni oporowej

Powierzchnią oporową jest powierzchnia kołnierza śruby.

$$d_m = \frac{d_w + d_z}{2} = \frac{14 + 30}{2} = 22 \text{ mm}$$

$$M_T = 0,5 \cdot Q \cdot d_m \cdot \mu = 0,5 \cdot Q \cdot 22 \cdot 0,1 = 1,1 \cdot Q \text{ Nmm}$$

Napężenie rozciągające:

$$\sigma_r = \frac{Q}{A} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_3^2} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot 9,5^2} = 0,01411 \cdot Q \text{ MPa}$$

Napężenie skręcające:

$$\tau_s = \frac{M_T}{W_o}$$

$$W_o = \frac{\pi d_3^3}{16} = \frac{\pi \cdot 9,5^3}{16} = 168,345 \text{ mm}^3$$

$$\tau_s = \frac{M_T}{W_o} = \frac{1,1 \cdot Q}{168,345} = 0,00653 \cdot Q \text{ MPa}$$

Napężenia zredukowane:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_r^2 + 3\tau_s^2} = \sqrt{(0,01411 \cdot Q)^2 + 3 \cdot (0,00653 \cdot Q)^2}$$

$$\sigma_z = Q \cdot \sqrt{0,01411^2 + 3 \cdot 0,00653^2}$$

$$\sigma_z = 0,01808 \cdot Q \text{ MPa} \leq k_r = 195 \text{ MPa}$$

Zatem maksymalne obciążenie Q przekroju A-A wynosi:

$$Q \leq \frac{k_r}{0,01808} = \frac{195}{0,01808} = 10\,785,40 \text{ N}$$

**MAKSYMALNA SIŁA W ŚRUBIE ZE WZGLĘDU NA WYTRZYMAŁOŚĆ
PRZEKROJU B-B**

Moment tarcia w połączeniu gwintowym

$$M_s = 0,5 \cdot d_s \cdot Q \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \rho')$$

gdzie:

$$d_s = \frac{d + D_1}{2} = \frac{12 + 10}{2} = 11,0 \text{ mm}$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{h}{\pi \cdot d_s} = \frac{2}{\pi \cdot 11,0} = 0,057874 \quad \text{zatem: } \gamma = 3^\circ 19'$$

$\alpha_r = 15^\circ$ – kąt roboczy gwintu-gwint trapezowy symetryczny

$$\operatorname{tg} \rho' = \mu' = \frac{\mu}{\cos \alpha_r} = \frac{0,1}{\cos 15^\circ} = 0,1035 \quad \text{zatem: } \rho' = 5^\circ 55'$$

Spełniony jest warunek samohamowności $\gamma < \rho'$

Napężenie skręcające

$$\tau_s = \frac{M_C}{W_o} \leq k_s$$

gdzie:

$$M_C = 0,5 \cdot Q \cdot [d_s \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \rho') + d_m \cdot \mu]$$

$$M_C = 0,5 \cdot Q \cdot [11 \cdot \operatorname{tg}(3,31^\circ + 5,91^\circ) + 22 \cdot 0,1] = 1,99307 \cdot Q \text{ Nmm}$$

$$\tau_s = \frac{M_C}{W_o} = \frac{1,99307 \cdot Q}{168,345} = 0,01184 \cdot Q \text{ MPa} \leq k_s = 128 \text{ MPa}$$

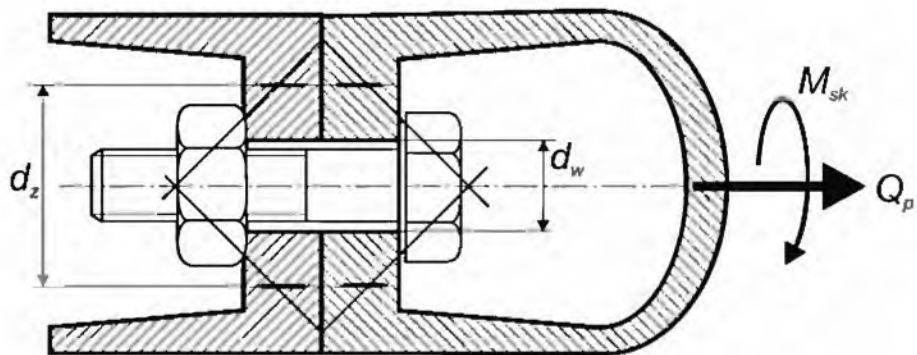
Z warunku wytrzymałościowego wartość maksymalnego obciążenia w przekroju B-B rdzenia śruby wynosi:

$$Q \leq \frac{k_s}{0,01184} = \frac{128}{0,01184} = 10\,810,81 \text{ N}$$

Uzyskane wartości obciążenia Q w przypadku obu rozpatrywanych przekrojów są bardzo do siebie zbliżone. Wytrzymałość przekroju A-A decyduje o maksymalnym dopuszczalnym obciążeniu Q śruby regulatora.

Zad. 5.7.

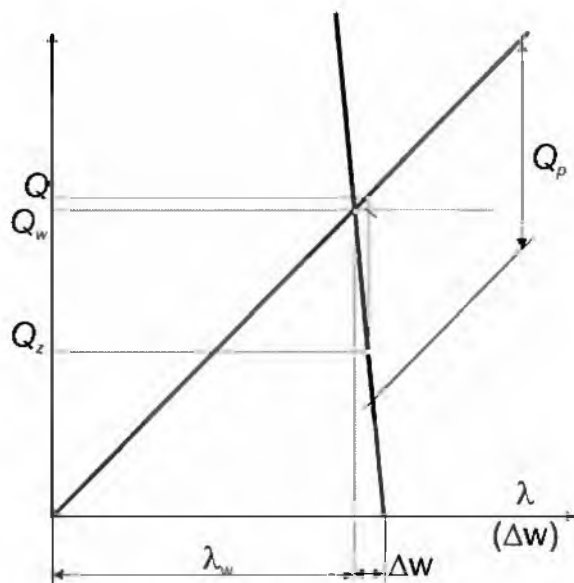
Do korpusu wykonanego z belki ceowej przymocowano ucho stalowe za pomocą śruby M25 ($d_3 = 22,835 \text{ mm}$) napiętej wstępnie siłą $Q_w = 25 \text{ kN}$. Ucho obciążone jest roboczą siłą osiową Q_p oraz stałym momentem $M_{sk} = 43\,125 \text{ Nmm}$. Wszystkie elementy wykonano ze stali St4 ($R_e = 260 \text{ MPa}$, $E = 2,06 \cdot 10^5 \text{ MPa}$). Sztywność śruby wynosi $c_s = 180 \cdot 10^4 \text{ N/mm}$, kołnierza zaś $c_k = 180 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $\mu_{st} = 0,15$. Średnice walca zastępczego wynoszą $d_z = 85 \text{ mm}$ oraz $d_w = 30 \text{ mm}$. Obliczyć wartość siły roboczej Q_p , przy którym może nastąpić obrót ucha względem korpusu. Ile wynosi całkowite obciążenie śruby Q ?



Wydłużenie śruby oraz zmniejszenie grubości elementów ściskanych pod wpływem napięcia wstępnego Q_w .

$$\lambda_w = Q_w \cdot \frac{1}{c_s} = 25 \cdot 10^3 \frac{1}{180 \cdot 10^4} = 1,389 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$$

$$\Delta w = Q_w \cdot \frac{1}{c_k} = 25 \cdot 10^3 \frac{1}{180 \cdot 10^5} = 0,139 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$$



Obrót ucha względem belki ceowej jest możliwy, jeśli moment tarcia M_t rozwijany na powierzchni pierścienia kołowego styku ucha z belką, zależny od siły Q_p (patrz charakterystyka), będzie mniejszy od momentu M_{sk} .

$$M_t = Q_z \frac{d_m}{2} \mu_{st} \leq M_{sk}$$

z tego warunku wynika, że:

$$Q_z \leq \frac{2M_{sk}}{d_m \cdot \mu_{st}}$$

gdzie:

$$d_m = \frac{d_z + d_w}{2} = \frac{85 + 30}{2} = 57,5 \text{ mm}$$

$$Q_z \leq \frac{2M_{sk}}{d_m \cdot \mu_{st}} = \frac{2 \cdot 43\,125}{57,5 \cdot 0,15} = 10^4 \text{ N}$$

Zatem zacisk resztkowy w kołnierzu Q_z nie powinien przekroczyć 10^4 N, aby był możliwy obrót ucha. Poszczególne siły w złączu (III przypadek obciążenia) związane są zależnościami:

$$\begin{cases} Q = Q_w + Q_p \frac{c_s}{c_s + c_k} \\ Q = Q_z + Q_p \end{cases}$$

po przekształceniach:

$$Q_p - Q_p \cdot \frac{c_s}{c_s + c_k} = Q_w - Q_z$$

z czego wynika następująca zależność:

$$Q_p = (Q_w - Q_z) \cdot \left(\frac{c_s}{c_k} + 1 \right) = (25 \cdot 10^3 - 10^4) \cdot \left(\frac{180 \cdot 10^4}{180 \cdot 10^5} + 1 \right) = 16\,500 \text{ N}$$

Obciążenie całkowite śruby wynosi:

$$Q = Q_z + Q_p = 10\,000 + 16\,500 = 26\,500 \text{ N}$$

Sprawdzenie wytrzymałości przekroju rdzenia śruby

Założono współczynnik wykonania gwintu $w = 0,75$ oraz współczynnik bezpieczeństwa $x_e = 2,2$.

$$k_r = \frac{R_e}{x_e} = \frac{260}{2,2} = 118 \text{ MPa}$$

$$d_3 \geq 1,25 \sqrt{\frac{Q}{w \cdot k_r}} = 1,25 \sqrt{\frac{26\,500}{0,75 \cdot 118}} = 21,63 \text{ mm}$$

Założona śruba M25 ($d_3 = 22,835 \text{ mm}$) została dobrana prawidłowo.

Obciążenie liny przy którym możliwy jest obrót ucha względem belki ceowej wynosi:

$$Q_p \geq 16\,500 \text{ N.}$$

Zad. 5.8.

Dobrać śruby potrzebne do połączenia wspornika z korpusem. Śruby są ciasno osadzone w otworach.

Dane:

$$h = 10 \text{ mm}$$

$$b = 40 \text{ mm}$$

$$a = 50 \text{ mm}$$

$$l = 150 \text{ mm}$$

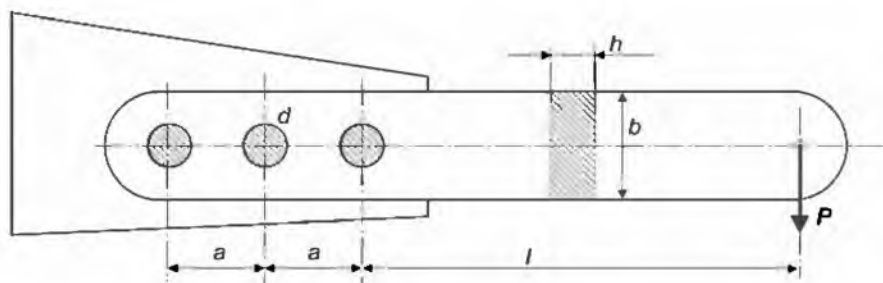
$$P = 3 \text{ kN}$$

materiał śrub

$$k_t = 145 \text{ MPa}$$

$$p_{dop} = 175 \text{ MPa} - \text{stałe}$$

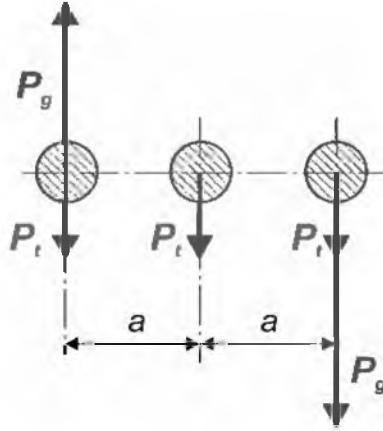
$$p_{dopud} = 49 \text{ MPa} - \text{udarowe}$$



Siły działające na poszczególne śruby

Występują dwa stany obciążenia układu śrub:

1. Ścinanie siłą P_t
2. Ścinanie wywołane momentem skręcającym $M_s = P(l+a)$



Obciążenie przypadające na poszczególne śruby przedstawiono na schemacie, przy czym:

$$P_t = \frac{1}{3} \cdot P = \frac{1}{3} \cdot 3000 = 1000 \text{ N}$$

natomiast:

$$P \cdot (l + a) = P_g \cdot 2 \cdot a$$

stąd:

$$P_g = \frac{P \cdot (l + a)}{2 \cdot a} = \frac{3000 \cdot (150 + 50)}{2 \cdot 50} = 6000 \text{ N}$$

Najbardziej obciążona jest przekrój śruby znajdującej się najbliżej miejsca przyłożenia obciążenia zewnętrznego. Wartość siły obciążającej przekrój tej śruby wynosi:

$$P_{\max} = P_t + P_g = 7000 \text{ N}$$

Obliczenie średnicy śruby

Przekroje śrub ciasnopasowanych są ścinane, zatem:

$$\tau_t = \frac{P_{\max}}{A} = \frac{4 \cdot P_{\max}}{\pi \cdot d^2} \leq k_t$$

stąd:

$$d \geq \sqrt{\frac{4 \cdot P_{\max}}{\pi \cdot k_t}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 7000}{\pi \cdot 145}} = 7,84 \text{ mm}$$

Przyjmujemy śrubę M8.

Sprawdzenie śruby na naciski

$$p = \frac{P_{\max}}{d \cdot h} = \frac{7000}{8 \cdot 10} = 87,50 \text{ MPa} < p_{dop}$$

Warunek spełniony.

Zad. 5.9.

W oprawie zaciśnięto płaskownik za pomocą śruby M10 ($d_3 = 8,16 \text{ mm}$, średnica wewnętrzna nakrętki $D_I = 8,376 \text{ mm}$, $h = 1,5 \text{ mm}$), dokręcając ją momentem $M = 6 \text{ Nm}$, $k_c = 140 \text{ MPa}$, $k_s = 120 \text{ MPa}$, $\mu = 0,1$ należy:

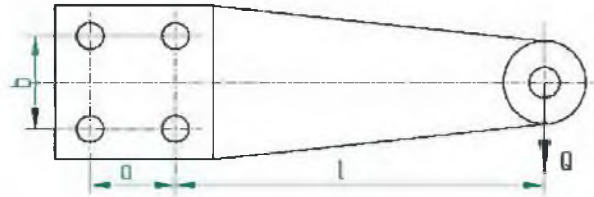
1. Sprawdzić wytrzymałość śruby.
2. Obliczyć średnicę rdzenia śruby mocującej, zakładając, że pracuje ona w pierwszym przypadku obciążenia.
3. Obliczyć wartość siły P , która jest w stanie wyjąć płaskownik z oprawy.

Zad. 5.10.

Śruby M10 dociskające nóż w imaku dokręcane są momentem M_c . Obliczyć maksymalną wartość tego momentu. Dane: $\mu = 0,09$, $d_3 = 8,160 \text{ mm}$, $h = 1,5 \text{ mm}$, $D_I = 8,376 \text{ mm}$, $k_c = 100 \text{ MPa}$, $k_s = 70 \text{ MPa}$, $d_z = 7 \text{ mm}$ (średnica łba walcowego śruby).

Zad. 5.11.

Wspornik żeliwny przedstawiony na szkicu przymocowano za pomocą 4. śrub ciasno pasowanych. Obliczyć wymiary śrub przy następujących danych: $Q = 20 \text{ kN}$, $l = 1000 \text{ mm}$, $a = 40 \text{ mm}$, $b = 100 \text{ mm}$, $h = 50 \text{ mm}$ (grubość wspornika), $k_t = 90 \text{ MPa}$, $p_{dop} = 140 \text{ MPa}$. Jak zmienia się wymiary dobranych śrub, jeżeli założymy, że wspornik połączono za pomocą śrub luźno pasowanych?

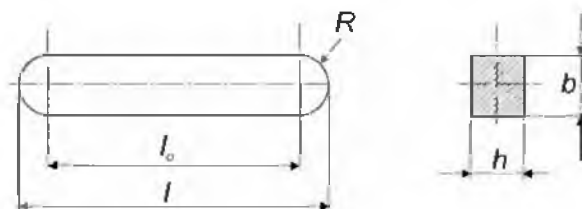


POŁĄCZENIA KSZTAŁTOWE

Zad. 6.1.

Obliczyć maksymalną wartość momentu skręcającego, jaki może przenieść połączenie wpustowe, jeżeli średnica wału wynosi $d = 45$ mm, długość piasty $l = 50$ mm, natomiast naciski dopuszczalne dla materiału piasty wynoszą $p_{dop} = 90$ MPa.

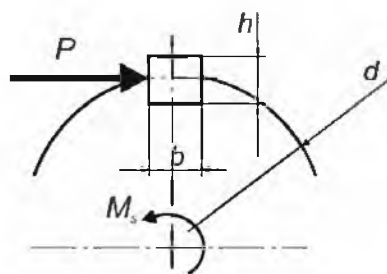
Na podstawie normy PN-70/M85 005 dobieramy wpust pełny zaokrąglony A14x9x45.



Warunek nieprzekroczenia nacisków na powierzchniach bocznych rowka piasty ma postać:

$$p = \frac{P}{\frac{h}{2} l_o} \leq p_{dop}$$

gdzie:



$$P = \frac{2M_s}{d} \quad l_o = l - b$$

Ostatecznie:

$$p = \frac{4M_s}{d \cdot h \cdot (l - b)} \leq p_{dop}$$

Wartość momentu skręcającego wynosi:

$$M_s = \frac{p_{dop} \cdot d \cdot h \cdot (l - b)}{4} = \frac{90 \cdot 45 \cdot 9 \cdot (45 - 14)}{4} = 282\,488 \text{ Nmm}$$

$$M_s \approx 282,5 \text{ Nm}$$

Zad. 6.2.

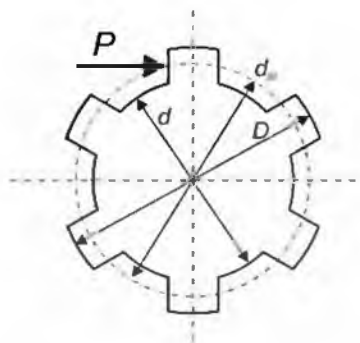
Obliczyć maksymalną wartość momentu skręcającego, jaką może przenieść połączenie wielowypustowe 8x42x48 (wg PN-ISO 14) o długości obliczeniowej $l = 40 \text{ mm}$. Naciski dopuszczalne wynoszą $p_{dop} = 40 \text{ MPa}$. Współczynnik dokładności wykonania $\psi = 0,75$.

Naciski na powierzchni bocznej połączenia wielowypustowego wynoszą:

$$p = \frac{P}{\frac{D-d}{2} \cdot l \cdot z \cdot \psi} \leq p_{dop}$$

gdzie:

$$P = \frac{4M_s}{d + D}$$



Z warunku nieprzekroczenia nacisków dopuszczalnych:

$$p = \frac{8M_s}{(D^2 - d^2) \cdot l \cdot z \cdot \psi} \leq p_{dop}$$

wyznaczono maksymalne wartości momentu skręcającego:

$$M_s = \frac{1}{8}(D^2 - d^2) \cdot l \cdot z \cdot \psi \cdot p_{dop} = \frac{1}{8}(48^2 - 42^2) \cdot 40 \cdot 8 \cdot 0,75 \cdot 40$$

$$M_s = 648\,000 \text{ Nmm} = 648 \text{ Nm}$$

Zad. 6.3.

Koło pasowe zamocowano na czopie wałka o średnicy $d = 32 \text{ mm}$ za pomocą kołka wzdłużnego o średnicy $d_k = 8 \text{ mm}$ i długości $l = 40 \text{ mm}$. Obliczyć maksymalny moment obrotowy, jaki może przenieść połączenie, jeżeli $p_{dop} = 90 \text{ MPa}$, $k_{tj} = 50 \text{ MPa}$.

Z warunku nacisków:

$$p = \frac{P}{\frac{d_k \cdot l}{2}} \leq p_{dop}$$

gdzie:

$$P = \frac{2M_s}{d}$$

otrzymujemy:

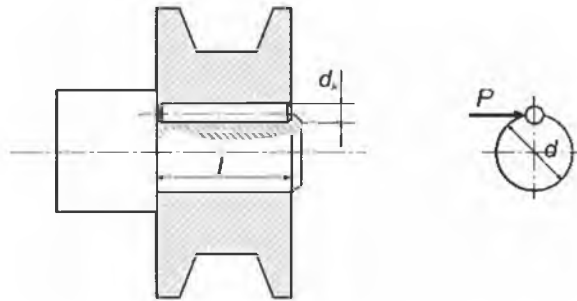
$$M_s = \frac{1}{4} d_k \cdot d \cdot l \cdot p_{dop} = \frac{1}{4} \cdot 8 \cdot 32 \cdot 40 \cdot 90 = 230\,400 \text{ Nmm} = 230,4 \text{ Nm}$$

Z warunku nieprzekroczenia naprężeń ścinających w przekroju kołka:

$$\tau_t = \frac{P}{d_k l} \leq k_{tj}$$

moment skręcający wynosi:

$$M_s = \frac{1}{2} d_k \cdot d \cdot l \cdot k_{tj} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 32 \cdot 40 \cdot 50 = 256\,000 \text{ Nmm} = 256 \text{ Nm}$$

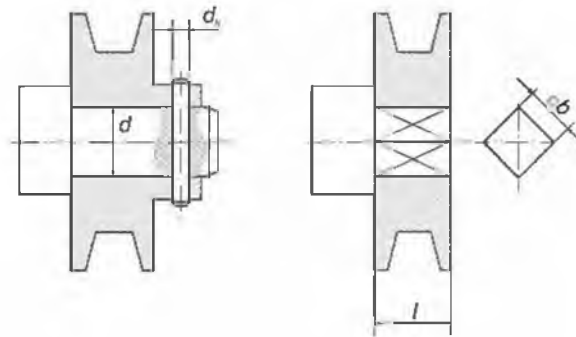


O obciążalności połączenia decyduje warunek nacisków, zatem moment maksymalny wynosi:

$$M_{smax} = 230\,400 \text{ Nmm} = 230,4 \text{ Nm}$$

Zad. 6.4.

Wał o średnicy $d = 50 \text{ mm}$ połączony jest z piastą kołkiem promieniowym o średnicy $d_k = 10 \text{ mm}$. Obliczyć wymiary zasadnicze połączenia 4-bocznego, które może zastąpić połączenie kołkowe, jeżeli $p_{dop} = k_t = 100 \text{ MPa}$.



OBLICZENIA POŁĄCZENIA KOŁKOWEGO

Moment przenoszony przez połączenie kołkowe wynikający z przedstawionego na rysunku rozkładu nacisków na powierzchniach styku kołka i czopa:

$$M_{sl} = P_n \cdot \frac{2}{3} d$$

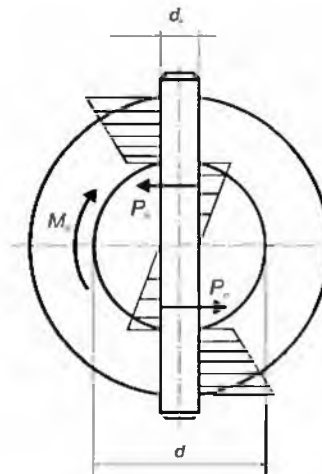
gdzie:

$$P_n = \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{2} \cdot p_{dop} \cdot d_k$$

Ostatecznie wartość momentu wynosi:

$$M_{sl} = \frac{1}{6} \cdot d^2 \cdot d_k \cdot p_{dop}$$

$$M_{sl} = \frac{1}{6} \cdot 50^2 \cdot 10 \cdot 100 = 416\,667 \text{ Nmm}$$



Moment przenoszony przez połączenie kołkowe, wynikający z warunku nieprzekroczenia naprężeń dopuszczalnych na ścinanie:

$$M_{s2} = P_t \cdot d$$

gdzie:

$$P_t = \frac{\pi \cdot d_k^2}{4} \cdot k_t$$

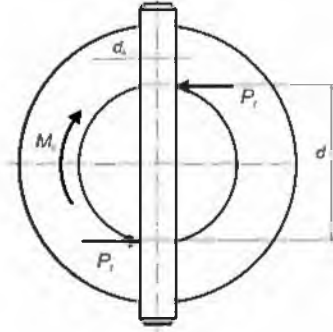
Zatem wartość momentu wynosi:

$$M_{s2} = \frac{\pi \cdot d_k^2}{4} \cdot k_t \cdot d$$

$$M_{s2} = \frac{\pi \cdot 10^2}{4} \cdot 100 \cdot 50 = 392\,699 \text{ Nmm} = 392,7 \text{ Nm}$$

Maksymalny moment przenoszony przez połączenie kołkowe wynika z warunku nieprzekroczenia w ścinanych przekrojach kołka naprężeń dopuszczalnych:

$$M_{s\max} = M_{s2} = 392\,699 \text{ Nmm} = 394,7 \text{ Nm}$$

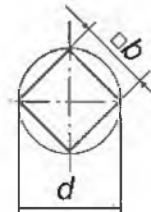


OBLICZENIA POŁĄCZENIA CZWOROBOCZNEGO

Połączenie czworoboczne określone jest poprzez wymiary b i l . Wymiar b kwadratowego przekroju czopa oszacowano na podstawie średnicy czopa d w połączeniu kołkowym (jako połączenie równoważne).

Wymiar b połączenia 4-bocznego (kwadrat wpisany w okrąg):

$$b = \frac{d}{\sqrt{2}} = 35,35 \text{ mm}$$



Przyjęto $b = 35 \text{ mm}$.

Moment przenoszony przez 2 przeciwległe obciążone powierzchnie czopa kwadratowego:

$$M_s = P \cdot \frac{1}{3} b$$

gdzie:

$$P = \frac{1}{2} \cdot b \cdot p_{\max} \cdot l$$

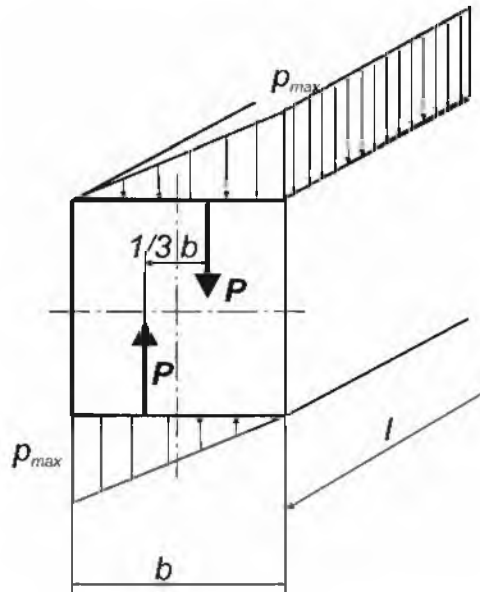
przy czym: $p_{\max} \leq p_{dop}$

Zatem:

$$M_s = \frac{1}{6} \cdot p_{dop} \cdot b^2 \cdot l$$

stąd:

$$l = \frac{6M_s}{p_{dop} b^2} = \frac{6 \cdot 392\,700}{100 \cdot 35^2} = 19,23 \text{ mm}$$



Jeżeli przyjmiemy, że obciążenie przenoszą 2 pary przeciwległych powierzchni czopa kwadratowego (zamiast 1 jak w powyższych rozważaniach) to wtedy wymagana długość czopa ulegnie skróceniu o połowę i wyniesie:

$$l = 9,62 \text{ mm}$$

Zad. 6.5.

Obliczyć wartość maksymalną momentu skręcającego, jaką przeniesie wał połączony z piastą za pomocą dwóch kołków wzdłużnych. Dane: średnica wału $d = 25 \text{ mm}$, średnica kołków $d_k = 5 \text{ mm}$, długości kołków $l = 20 \text{ mm}$, $p_{dop} = 50 \text{ MPa}$, $k_{tj} = 45 \text{ MPa}$.

Zad. 6.6.

Obliczyć wartość maksymalną momentu skręcającego, jaką może przenieść wał połączony z piastą za pomocą dwóch kołków wzdłużnych. Obliczyć długość czopa kwadratowego, który zastąpił połączenie kołkowe i przenosi tę samą wartość momentu skręcającego. Dane: średnica wału $d = 25$ mm, średnica kołków $d_k = 5$ mm, długość kołków $l = 20$ mm, $p_{dep} = 50$ MPa, $k_{ij} = 50$ MPa, do obliczeń przyjąć szerokość czopa kwadratowego $b = 16$ mm.

Zad. 6.7.

Obliczyć wartość maksymalną momentu skręcającego, jaką może przenieść wał połączony z piastą za pomocą kołka poprzecznego. Dane: średnica wału $d = 25$ mm, średnica kołka $d_k = 5$ mm, $p_{dep} = 50$ MPa, $k_{ij} = 45$ MPa.

Zad. 6.8.

Obliczyć, jaką maksymalną wartością momentu skręcającego można dokręcić kluczem nasadowym śrubę M10. Rozwartość klucza $s = 16$ mm, wysokość łba śruby $h = 6$ mm, $p_{dep} = 50$ MPa.

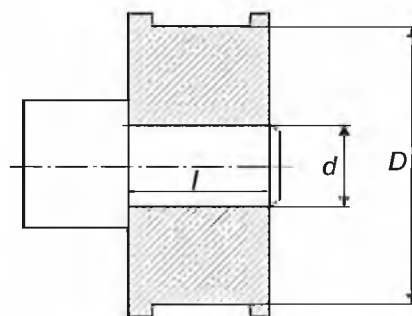
POŁĄCZENIA WCISKOWE

Zad. 7.1.

Koło pasowe przedstawione na rysunku osadzone na wale jest obciążone momentem skręcającym $M_s = 100 \text{ Nm}$. Koło to wykonane jest z żeliwa ($k_t = 90 \text{ MPa}$), natomiast wał ze stali. Dobrać pasowanie umożliwiające przeniesienie założonego obciążenia połączenia wciskowego. Obliczyć siłę niezbędną do wtłoczenia czopa w piastę, zakładając montażowy współczynnik tarcia $\mu_w = 0,1$.

Dane:

$$\begin{aligned} D &= 100 \text{ mm} \\ d &= 40 \text{ mm} \\ l &= 50 \text{ mm} \\ \mu &= 0,08 \end{aligned}$$



Nacisk wymagany wynosi:

$$p_{wym} = \frac{2M_s}{\pi \cdot d^2 \cdot l \cdot \mu} = \frac{2 \cdot 100 \cdot 10^3}{\pi \cdot 40^2 \cdot 50 \cdot 0,08} = 9,95 \text{ MPa}$$

Przyjęto następujące dane materiałowe dla materiałów czopa i koła:

- czop (stal) $E_1 = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $\nu_1 = 0,3$
- koło (żeliwo) $E_2 = 1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $\nu_2 = 0,25$

Współczynniki wydrążenia wynoszą odpowiednio:

$$x_1 = \frac{d_{w1}}{d_{z1}}, \quad x_2 = \frac{d_{w2}}{d_{z2}}$$

gdzie:

d_{w1} – średnica wewnętrzna czopa

d_{z1} – średnica zewnętrzna czopa

d_{w2} – średnica wewnętrzna piasty

d_{z2} – średnica zewnętrzna piasty

stąd:

$$x_1 = \frac{d_{w1}}{d_{z1}} = \frac{0}{40} = 0, \quad x_2 = \frac{d_{w2}}{d_{z2}} = \frac{40}{100} = 0,4$$

Współczynniki geometryczne charakteryzujące złącze wciskowe:

$$\delta_1 = \frac{1+x_1^2}{1-x_1^2} = \frac{1+0^2}{1-0^2} = 1, \quad \delta_2 = \frac{1+x_2^2}{1-x_2^2} = \frac{1+0,4^2}{1-0,4^2} = 1,38$$

Wcisk względny wymagany wynosi:

$$w = p_{wym} \left[\frac{1}{E_2} (\delta_2 + \nu_2) + \frac{1}{E_1} (\delta_1 - \nu_1) \right]$$

$$w = 9,95 \cdot \left[\frac{1}{10^5} (1,38 + 0,25) + \frac{1}{2,1 \cdot 10^5} (1 - 0,3) \right] = 1,954 \cdot 10^{-4}$$

Bezwzględny wcisk wymagany wynosi:

$$W = w \cdot d = 1,954 \cdot 10^{-4} \cdot 40 = 0,007816 \text{ mm} = 7,82 \text{ } \mu\text{m}$$

Obliczamy wymagany wcisk minimalny, zakładając wartość współczynnika zwiększenia wcisku $a = 1,2$ oraz sumę wysokości chropowatości $R_{z1} + R_{z2} = 8 \text{ } \mu\text{m}$:

$$W_{\min.} = W + \Delta W = W + a \cdot (R_{z1} + R_{z2}) = 7,82 + 1,2 \cdot 8 = 17,42 \text{ } \mu\text{m}$$

Przyjmujemy pasowanie: H7/s6, dla którego luzy maksymalny oraz minimalny wynoszą odpowiednio: $L_{\max} = -18 \mu\text{m}$, $L_{\min} = -57 \mu\text{m}$.

Maksymalny wcisk montażowy wynosi:

$$W_{M \max} = W_{\max}^* - \Delta W = -L_{\min} - \Delta W = 57 - 1,2 \cdot 8 = 47,4 \mu\text{m}$$

Obliczamy maksymalny nacisk wywołany maksymalnym wciskiem montażowym:

$$p_{\max} = \frac{W_{M \max}}{W} \cdot p_{\text{wym}} = \frac{47,4}{7,82} \cdot 9,95 = 60,31 \text{ MPa}$$

Obliczenia sprawdzające wg hipotezy Burzyńskiego dla słabszego elementu żeliwnego koła-powierzchnia wewnętrzna:

$$\sigma_{z2} = p_{\max} \cdot \left[0,36 \cdot (\delta_2 - 1) + 0,64 \cdot \sqrt{\delta_2^2 + \delta_2 + 1} \right]$$

$$\sigma_{z2} = 60,31 \cdot \left[0,36 \cdot (1,38 - 1) + 0,64 \cdot \sqrt{1,38^2 + 1,38 + 1} \right]$$

$$\sigma_{z2} = 88,14 \text{ MPa} < k_r = 90 \text{ MPa}$$

Siła potrzebna do wtłoczenia:

$$P_w = \pi \cdot d \cdot l \cdot p_{\max} \cdot \mu_w = \pi \cdot 40 \cdot 50 \cdot 60,31 \cdot 0,1 = 37\,894 \text{ N}$$

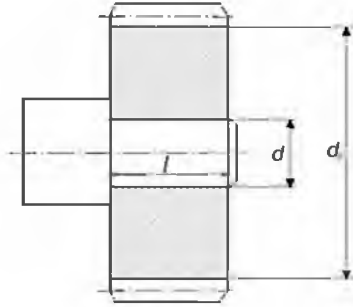
Zad. 7.2.

Koło o zębach śrubowych osadzone na wale przenosi obciążenie momentem skręcającym M_s oraz siłą osiową P . Oba elementy wykonane są ze stali. Dobrać pasowanie umożliwiające poprawną pracę złącza skurczowego oraz określić różnicę temperatur niezbędną do montażu.

Dane:

$$\begin{aligned} d &= 45 \text{ mm} \\ l &= 30 \text{ mm} \\ d_f &= 80 \text{ mm} \\ \mu &= 0,08 \\ M_s &= 90 \text{ Nm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= 300 \text{ N} \\ R_{e1} &= 500 \text{ MPa} \\ R_{e2} &= 275 \text{ MPa} \\ \alpha_l &= 16 \cdot 10^{-6} \text{ mm/K} \end{aligned}$$



Nacisk wymagany wynosi:

$$p_{wym} = \frac{\sqrt{\left(\frac{2M_s}{d}\right)^2 + P^2}}{\pi \cdot d \cdot l \cdot \mu} = \frac{\sqrt{\left(\frac{2 \cdot 90 \cdot 10^3}{45}\right)^2 + 300^2}}{\pi \cdot 45 \cdot 30 \cdot 0,08} = 11,82 \text{ MPa}$$

Wcisk względny wymagany wynosi:

$$w = p_{wym} \left[\frac{1}{E_2} (\delta_2 + \nu_2) + \frac{1}{E_1} (\delta_1 - \nu_1) \right]$$

Przyjmując dane materiałowe:

$$E_1 = E_2 = E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}, \quad \nu_1 = \nu_2 = \nu = 0,3$$

$$x_1 = \frac{d_{w1}}{d_{z1}} = \frac{0}{45} = 0 \quad x_2 = \frac{d_{w2}}{d_{z2}} = \frac{45}{80} = 0,563$$

$$\delta_1 = \frac{1 + x_1^2}{1 - x_1^2} = 1 \quad \delta_2 = \frac{1 + x_2^2}{1 - x_2^2} = \frac{1 + 0,563^2}{1 - 0,563^2} = 1,93$$

Po przekształceniach otrzymamy:

$$w = p_{wym} \cdot \frac{\delta_2 + \delta_1}{E} = 11,8 \cdot \frac{1,93 + 1}{2,1 \cdot 10^5} = 1,646 \cdot 10^{-4}$$

Wcisk wymagany wynosi:

$$W = w \cdot d = 1,646 \cdot 10^{-4} \cdot 45 = 0,00741 \text{ mm} = 7,41 \mu\text{m}$$

Przyjmujemy pasowanie: H7/r6, dla którego luzy maksymalny i minimalny wynoszą odpowiednio $L_{\max} = -9 \mu\text{m}$, $L_{\min} = -50 \mu\text{m}$.

Maksymalny nacisk wywołany maksymalnym wciskiem wynosi:

$$p_{\max} = \frac{W_{\max}^*}{W} \cdot p_{\text{wym}} = \frac{50}{7,41} \cdot 11,8 = 79,62 \text{ MPa}$$

Obliczenia sprawdzające wytrzymałość złącza na odkształcenia plastyczne:

wałek

$$\sigma_{z1} = p_{\text{max}} = 79,62 \text{ MPa} < R_{e1} = 275 \text{ MPa}$$

koło-powierzchnia wewnętrzna

$$\sigma_{z2} = p_{\max} \sqrt{\delta_2^2 + \delta_2 + 1} = 79,62 \cdot \sqrt{1,93^2 + 1,93 + 1}$$

$$\sigma_{z2} = 205,4 \text{ MPa} < R_{e2} = 500 \text{ MPa}$$

Różnica temperatur pomiędzy czopem a kołem niezbędna przy montażu:

$$\Delta T = \frac{1,5 \cdot W_{\max}^*}{\alpha_1 \cdot d} = \frac{1,5 \cdot 50 \cdot 10^{-3}}{16 \cdot 10^{-6} \cdot 45} = 104,2 \text{ K}$$

Zad. 7.3.

Obliczyć, jaką wartość siły osiowej przeniesie połączenie skurczowe tulei stalowej ze stalowym czopem. Pasowanie tulei i czopa H7/r6, dla którego luzy maksymalny i minimalny wynoszą odpowiednio $L_{\max} = -7 \mu\text{m}$, $L_{\min} = -41 \mu\text{m}$.

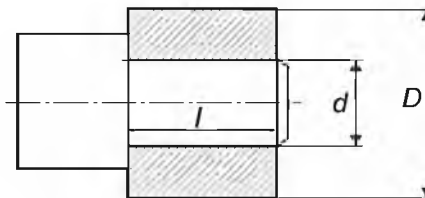
Dane:

$$d = 20 \text{ mm}$$

$$D = 30 \text{ mm}$$

$$l = 40 \text{ mm}$$

$$\mu = 0,08$$



Wcisk minimalny wynosi:

$$W_{\min.} = -L_{\max} = 7 \mu\text{m}$$

Wcisk względny minimalny wynosi:

$$w_{\min.} = \frac{W_{\min.}}{d} = \frac{0,007}{20} = 0,00035$$

Nacisk minimalny wynosi:

$$p_{\min.} = \frac{w_{\min.}}{\left[\frac{1}{E_2} (\delta_2 + \nu_2) + \frac{1}{E_1} (\delta_1 - \nu_1) \right]}$$

Przyjmując dane materiałowe:

$$E_1 = E_2 = E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}, \quad \nu_1 = \nu_2 = \nu = 0,3$$

$$x_1 = \frac{d_{w1}}{d_{z1}} = \frac{0}{20} = 0 \quad x_2 = \frac{d_{w2}}{d_{z2}} = \frac{20}{30} = 0,667$$

$$\delta_1 = \frac{1+x_1^2}{1-x_1^2} = 1 \quad \delta_2 = \frac{1+x_2^2}{1-x_2^2} = \frac{1+0,667^2}{1-0,667^2} = 2,60$$

Po przekształceniach otrzymujemy:

$$p_{\min.} = \frac{w_{\min.} \cdot E}{\delta_2 + \delta_1} = \frac{0,00035 \cdot 2,1 \cdot 10^5}{2,60 + 1} = 20,61 \text{ MPa}$$

Siła osiowa minimalna, jaką może przenieść to złącze, wynosi zatem:

$$P_{\min.} = \pi \cdot d \cdot l \cdot \mu \cdot p_{\min.} = \pi \cdot 20 \cdot 40 \cdot 0,08 \cdot 20,61 = 4144 \text{ N}$$

Nacisk maksymalny oraz maksymalna siła osiowa wyznaczona w analogiczny sposób jak wartości minimalne:

$$p_{\max} = 120,72 \text{ MPa} \quad P_{\max} = 24\,272 \text{ N}$$

Zad. 7.4.

Koło pasowe o średnicy zewnętrznej $D = 85$ mm osadzone na wale obciążone jest momentem skręcającym o wartości $M_s = 100$ Nm oraz siłą osiową o wartości $P = 1200$ N. Średnica piasty koła wynosi $d = 40$ mm, natomiast jej długość $l = 50$ mm. Koło pasowe wykonane jest z żeliwa ($R_m = 300$ MPa), wał ze stali ($R_e = 305$ MPa). Dobrać pasowanie umożliwiające poprawną pracę złącza, przyjmując obliczeniowy współczynnik tarcia $\mu = 0,08$.

Zad. 7.5.

Obliczyć, jaki moment skręcający przeniesie połączenie wciskowe koła pasowego o średnicy zewnętrznej $D = 95$ mm osadzonego na wale. Koło pasowe oraz wał wykonane są ze stali ($R_e = 275$ MPa). Zastosowano pasowanie H7/s7, dla którego luzy maksymalny i minimalny wynoszą odpowiednio $L_{max} = -18$ μ m, $L_{min.} = -68$ μ m. Średnica piasty koła wynosi $d = 35$ mm, natomiast jej długość $l = 45$ mm. Jak zmieni się wartość momentu skręcającego, jeżeli połączenie wciskowe zastąpione zostanie połączeniem skurczowym?

Zad. 7.6.

Obliczyć, jaką wartość momentu skręcającego może przenieść połączenie skurczowe tulei stalowej o wymiarach $d = 20$ mm, $D = 30$ mm, $l = 40$ mm ze stalowym czopem. Pasowanie tulei i czopa H7/r6, dla którego luzy maksymalny i minimalny wynoszą odpowiednio $L_{max} = -7$ μ m, $L_{min.} = -41$ μ m, obliczeniowy współczynnik tarcia $\mu = 0,08$.

PRZEKŁADNIE ZĘBATE Z KOŁAMI WALCOWYMI

8.1. Koła walcowe o zębach prostych – wymiary geometryczne

Zad. 8.1.

W przekładni walcowej o zębach prostych liczba zębów zębniaka $z_1 = 17$, drugiego koła $z_2 = 43$, moduł $m = 3$ mm, nominalny kąt zarysu $\alpha = 20^\circ$, współczynnik wysokości zęba $y = 1$ oraz współczynnik luzu wierzchołkowego $c^* = 0,25$. Obliczyć przełożenie przekładni, średnice kół, liczbę przyporu oraz odległość osi kół. Oba koła są niekorygowane.

Odległość osi kół:

$$a_w = a = m \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} = 3 \cdot \frac{17 + 43}{2} = 90,00 \text{ mm}$$

Przełożenie:

$$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{43}{17} = 2,529 \approx 2,53$$

Z przyjętego założenia:

$$x_1 = x_2 = 0$$

wynika wartość współczynnika skrócenia głów:

$$k = 0$$

Wymiary kół:

1 koło

– średnica podziałowa:

$$d_1 = m \cdot z_1 = 3 \cdot 17 = 51,00 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$d_{a1} = m \cdot (z_1 + 2 \cdot y + 2 \cdot x_1 - 2 \cdot k)$$

$$d_{a1} = 3 \cdot (17 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0 - 20) = 57,00 \text{ mm}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f1} = m \cdot (z_1 - 2 \cdot y + 2 \cdot x_1 - 2 \cdot c^*)$$

$$d_{f1} = 3 \cdot (17 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0 - 2 \cdot 0,25) = 43,50 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b1} = d_1 \cdot \cos \alpha = 51,00 \cdot \cos 20^\circ = 47,92 \text{ mm}$$

2 koło

– średnica podziałowa:

$$d_2 = m \cdot z_2 = 3 \cdot 43 = 129,00 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$d_{a2} = m \cdot (z_2 + 2 \cdot y + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot k)$$

$$d_{a2} = 3 \cdot (43 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0 - 2 \cdot 0) = 135,00 \text{ mm}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f2} = m \cdot (z_2 - 2 \cdot y + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot c^*)$$

$$d_{f2} = 3 \cdot (43 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0 - 2 \cdot 0,25) = 121,50 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b2} = d_2 \cdot \cos \alpha = 129,00 \cdot \cos 20^\circ = 121,22 \text{ mm}$$

Liczba przyporu:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot [z_1 \cdot (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w) + z_2 \cdot (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w)]$$

przy czym $\alpha_w = \alpha$ (w przypadku zazębienia niekorygowanego).

α_{a1}, α_{a2} – kąty zarysu głów odpowiednich kół, który otrzymujemy na podstawie następujących zależności trygonometrycznych:

$$\cos \alpha_{a1} = \frac{d_{b1}}{d_{a1}} = \frac{47,92}{57} = 0,8407 \quad \text{stad: } \alpha_{a1} = 32^{\circ}47'$$

$$\cos \alpha_{a2} = \frac{d_{b2}}{d_{a2}} = \frac{121,22}{135} = 0,8979 \quad \text{stad: } \alpha_{a2} = 26^{\circ}07'$$

Zatem:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot [17 \cdot (\operatorname{tg} 32^{\circ}47' - \operatorname{tg} 20^{\circ}) + 43 \cdot (\operatorname{tg} 26^{\circ}07' - \operatorname{tg} 20^{\circ})] = 1,62$$

Zad. 8.2.

W przekładni walcowej o zębach prostych jedno z kół posiada $z_1 = 13$, $m = 5$ mm, $\alpha = 20^{\circ}$, $y = 1$, $c^* = 0,25$. Obliczyć graniczną liczbę zębów, graniczny współczynnik przesunięcia zarysu, średnice koła, grubość zęba na okręgu podziałowym bez uwzględnienia przesunięcia zarysu, grubość zęba na okręgu podziałowym oraz grubość zęba u wierzchołka po uwzględnieniu przesunięcia zarysu. Obliczenia przeprowadzić w przypadku obróbki kół metodą Maaga oraz metodą Fellowsa (przyjąć liczbę zębów narzędzia $z_0 = 47$).

OBLICZENIA W PRZYPADKU OBRÓBKİ KÓŁ METODĄ MAAGA

Graniczna liczba zębów:

$$z_{gr} = \frac{2 \cdot y}{\sin^2 \alpha} = \frac{2 \cdot 1}{\sin^2 20^{\circ}} = 17,097$$

Przyjęto $z_{gr} = 17$ zębów.

Graniczny współczynnik przesunięcia zarysu:

$$x_{gr1} = y \cdot \frac{z_{gr} - z_1}{z_{gr}} = 1 \cdot \frac{17 - 13}{17} = 0,2353$$

Przyjęta wartość współczynnika przesunięcia zarysu jest większa od wartości granicznej:

$$x_1 = 0,25$$

Wymiary koła:

– średnica podziałowa:

$$d_1 = m \cdot z_1 = 5 \cdot 13 = 65,00 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$\begin{aligned} d_{a1} &= m \cdot (z_1 + 2 \cdot y + 2 \cdot x_1 - 2 \cdot k) \\ d_{a1} &= 5 \cdot (13 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,25 - 2 \cdot 0) = 77,50 \text{ mm} \end{aligned}$$

– średnica stóp koła:

$$\begin{aligned} d_{f1} &= m \cdot (z_1 - 2 \cdot y + 2 \cdot x_1 - 2 \cdot c^*) \\ d_{f1} &= 5 \cdot (13 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,25 - 2 \cdot 0,25) = 55,00 \text{ mm} \end{aligned}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b1} = d_1 \cdot \cos \alpha = 65,00 \cdot \cos 20^\circ = 61,08 \text{ mm}$$

Grubość zęba bez przesunięcia zarysu mierzona wzdłuż łuku podziałowego:

$$\hat{s} = \frac{p}{2} = \frac{\pi \cdot m}{2} = \frac{\pi \cdot 5}{2} = 7,854 \text{ mm}$$

Grubość zęba korygowanego mierzona na okręgu podziałowym:

$$\hat{s}_k = m \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha \right) = 5 \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot 0,25 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \right) = 8,764 \text{ mm}$$

Grubość zęba u wierzchołka (z przesunięciem zarysu) określa wzór:

$$\hat{s}_a = d_{a1} \cdot \left(\frac{\hat{s}_k}{d_1} + \text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_{a1} \right)$$

gdzie:

kąt zarysu wierzchołków α_a wynosi:

$$\cos\alpha_{a1} = \frac{d_{b1}}{d_{a1}} = \frac{61,08}{78} = 0,7831 \quad \text{stąd: } \alpha_{a1} = 38^\circ 27'$$

Wartości funkcji ewolwentowej obliczamy wg wzoru:

$$\text{inv}\alpha = \text{tg}\alpha - \hat{\alpha}$$

gdzie:

$$\hat{\alpha} - \text{kąt w mierze łukowej:} \quad \hat{\alpha} = \frac{\alpha \cdot \pi}{180} = \frac{20 \cdot \pi}{180} = 0,349066$$

stąd:

$$\text{inv}\alpha = \text{tg}20^\circ - 0,349066 = 0,014904$$

i odpowiednio:

$$\hat{\alpha}_{a1} = \frac{\alpha_{a1} \cdot \pi}{180} = \frac{38^\circ 27' \cdot \pi}{180} = 0,671116$$

stąd:

$$\text{inv}\alpha_{a1} = \text{tg}38^\circ 27' - 0,671116 = 0,123030$$

Zatem grubość zęba u wierzchołka wynosi:

$$\hat{s}_a = 78 \cdot \left(\frac{8,764}{65} + 0,014904 - 0,123030 \right) = 2,083$$

Zalecane wartości minimalnej grubości zęba u wierzchołka wynoszą:

$$\hat{s}_{a\min.} = 0,4 \cdot m = 0,4 \cdot 5 = 2 \text{ mm} - \text{w przypadku zębów utwardzanych powierzchniowo}$$

$$\hat{s}_{a\min.} = 0,25 \cdot m = 0,25 \cdot 5 = 1,25 \text{ mm} - \text{w przypadku materiału zębów w stanie normalizowanym}$$

OBLICZENIA W PRZYPADKU OBRÓBKİ KOŁA METODĄ FELLOWSA

Graniczna liczba zębów:

$$z_{grF} = \sqrt{z_0^2 + \frac{4 \cdot y}{\sin^2 \alpha} \cdot (z_0 + y)} - z_0 = \sqrt{47^2 + \frac{4 \cdot 1}{\sin^2 20^\circ} \cdot (47 + 1)} - 47 = 15,051$$

Przyjęto $z_{grF} = 15$ zębów.

Graniczny współczynnik przesunięcia zarysu:

$$x_{grF1} = y \cdot \frac{z_{grF} - z_1}{z_{grF}} = 1 \cdot \frac{15 - 13}{15} = 0,1333$$

Przyjęta wartość współczynnika przesunięcia zarysu jest większa od wartości granicznej:

$$x_1 = 0,14$$

Wymiary koła:

– średnica podziałowa:

$$d_1 = m \cdot z_1 = 5 \cdot 13 = 65,00 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$d_{a1} = m \cdot (z_1 + 2 \cdot y + 2 \cdot x_1 - 2 \cdot k)$$

$$d_{a1} = 5 \cdot (13 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,14 - 2 \cdot 0) = 76,40 \text{ mm}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f1} = m \cdot (z_1 - 2 \cdot y + 2 \cdot x_1 - 2 \cdot c^*)$$

$$d_{f1} = 5 \cdot (13 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,14 - 2 \cdot 0,25) = 53,90 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b1} = d_1 \cdot \cos \alpha = 65,00 \cdot \cos 20^\circ = 61,08 \text{ mm}$$

Grubość zęba korygowanego mierzona wzdłuż łuku podziałowego:

$$\hat{s}_k = m \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha \right) = 5 \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot 0,14 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \right) = 8,363 \text{ mm}$$

Grubość zęba u wierzchołka (z przesunięciem zarysu) oblicza się wg wzoru:

$$\hat{s}_a = d_{a1} \cdot \left(\frac{\hat{s}_k}{d_1} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a1} \right)$$

gdzie:

kąt zarysu wierzchołków α_a obliczamy z zależności:

$$\cos \alpha_{a1} = \frac{d_{b1}}{d_{a1}} = \frac{61,08}{76,40} = 0,7995 \quad \text{stąd: } \alpha_{a1} = 36^\circ 55'$$

Wartości funkcji ewolwentowej obliczamy wg wzoru:

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \hat{\alpha}$$

gdzie:

$$\hat{\alpha} - \text{kąt w mierze łukowej:} \quad \hat{\alpha} = \frac{\alpha \cdot \pi}{180} = \frac{20 \cdot \pi}{180} = 0,349066$$

stąd:

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} 20^\circ - 0,349066 = 0,014904$$

i odpowiednio:

$$\hat{\alpha}_{a1} = \frac{\alpha_{a1} \cdot \pi}{180} = \frac{36^{\circ}55' \cdot \pi}{180} = 0,644334$$

stąd:

$$\text{inv} \alpha_{a1} = \text{tg} 36^{\circ}55' - 0,671116 = 0,106968$$

Zatem grubość zęba u wierzchołka wynosi:

$$\hat{s}_a = 76,40 \cdot \left(\frac{8,363}{65} + 0,014904 - 0,106968 \right) = 2,796$$

Zalecane wartości minimalnej grubości zęba u wierzchołka wynoszą:

$$\hat{s}_{a\min.} = 0,4 \cdot m = 0,4 \cdot 5 = 2 \text{ mm} \text{ – w przypadku zębów utwardzanych po-}$$

wierzchniowo

$$\hat{s}_{a\min.} = 0,25 \cdot m = 0,25 \cdot 5 = 1,25 \text{ mm} \text{ – w przypadku materiału zębów}$$

w stanie normalizowanym

8.2. Koła walcowe o zębach prostych – korekcja P-O

Zad. 8.3.

Przekładnię zębatą tworzą koła walcowe o zębach prostych: $z_1 = 19$, $z_2 = 49$, $m = 5 \text{ mm}$, $\alpha = 17,5^{\circ}$, $y = 1$, $c^* = 0,25$. Obliczyć graniczną liczbę zębów, graniczny współczynnik przesunięcia zarysu, wymiary koła, grubość zęba na okręgu podziałowym bez uwzględnienia przesunięcia zarysu, grubość zęba na okręgu podziałowym oraz grubość zęba u wierzchołka po uwzględnieniu przesunięcia zarysu dla obu kół. Obliczyć liczbę przyporu.

Graniczna liczba zębów:

$$z_{gr} = \frac{2 \cdot y}{\sin^2 \alpha} = \frac{2 \cdot 1}{\sin^2 17,5^{\circ}} = 22,118$$

Przyjęto $z_{gr} = 22$ zębów.

Spełnione są jednocześnie następujące warunki:

$$\begin{cases} z_1 = 19 < z_{gr} = 22 \\ z_1 + z_2 = 19 + 49 = 68 > 2 \cdot z_{gr} = 2 \cdot 22 = 44 \end{cases}$$

Konieczne jest zastosowanie korekcji P-0

Graniczna wartość współczynnika korekcji dla koła 1.

$$x_{gr1} = y \cdot \frac{z_{gr} - z_1}{z_{gr}} = 1 \cdot \frac{22 - 19}{22} = 0,1364$$

Przyjęta wartość współczynnika przesunięcia zarysu jest większa od wartości granicznej:

$$x_1 = 0,15$$

Ponieważ w korekcji P-0 $x_1 = -x_2$, zatem:

$$x_2 = -0,15$$

Wymiary kół:

1 koło

– średnica podziałowa:

$$d_1 = m \cdot z_1 = 5 \cdot 19 = 95,00 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$\begin{aligned} d_{a1} &= m \cdot (z_1 + 2 \cdot y + 2 \cdot x_1 - 2 \cdot k) \\ d_{a1} &= 5 \cdot (19 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,15 - 2 \cdot 0) = 106,50 \text{ mm} \end{aligned}$$

– średnica stóp koła:

$$\begin{aligned} d_{f1} &= m \cdot (z_1 - 2 \cdot y + 2 \cdot x_1 - 2 \cdot c^*) \\ d_{f1} &= 5 \cdot (19 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,15 - 2 \cdot 0,25) = 84,00 \text{ mm} \end{aligned}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b1} = d_1 \cdot \cos \alpha = 95,00 \cdot \cos 17,5^\circ = 90,60 \text{ mm}$$

2 koło

– średnica podziałowa:

$$d_2 = m \cdot z_2 = 5 \cdot 49 = 245,00 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$d_{a2} = m \cdot (z_2 + 2 \cdot y + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot k)$$
$$d_{a2} = 5 \cdot (49 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,15 - 2 \cdot 0) = 253,50 \text{ mm}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f2} = m \cdot (z_2 - 2 \cdot y + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot c^*)$$
$$d_{f2} = 5 \cdot (49 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,15 - 2 \cdot 0,25) = 231,00 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b2} = d_2 \cdot \cos \alpha = 245,00 \cdot \cos 17,5^\circ = 233,66 \text{ mm}$$

Liczba przyporu:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot [z_1 \cdot (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w) + z_2 \cdot (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w)]$$

W przypadku korekcji typu P-O zachodzi następujące relacje: $a = a_w$, $\alpha_w = \alpha$

α_{a1} , α_{a2} – kąty głów odpowiednich kół, które otrzymujemy z porównania zależności na średnicę zasadniczą:

$$\cos \alpha_{a1} = \frac{d_{b1}}{d_{a1}} = \frac{90,60}{106,50} = 0,8507 \quad \text{stąd: } \alpha_{a1} = 31^\circ 43'$$

$$\cos \alpha_{a2} = \frac{d_{b2}}{d_{a2}} = \frac{233,66}{253,50} = 0,9217 \quad \text{stąd: } \alpha_{a1} = 22^\circ 49'$$

Zatem:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot [19 \cdot (\operatorname{tg} 31^{\circ} 43' - \operatorname{tg} 17,5^{\circ}) + 49 \cdot (\operatorname{tg} 22^{\circ} 49' - \operatorname{tg} 17,5^{\circ})] = 1,74$$

Odległość osi:

$$a_w = a = m \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} = 5 \cdot \frac{19 + 49}{2} = 170,00 \text{ mm}$$

Grubość zęba niekorygowanego mierzona wzdłuż łuku okręgu podziałowego:

$$\widehat{s} = \frac{p}{2} = \frac{\pi \cdot m}{2} = \frac{\pi \cdot 5}{2} = 7,854 \text{ mm}$$

Grubość zęba korygowanego mierzona na okręgu podziałowym:

$$\widehat{s}_{k1} = m \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha \right) = 5 \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot 0,15 \cdot \operatorname{tg} 17^{\circ} 30' \right) = 8,327 \text{ mm}$$

$$\widehat{s}_{k2} = m \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha \right) = 5 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 2 \cdot 0,15 \cdot \operatorname{tg} 17^{\circ} 30' \right) = 7,381 \text{ mm}$$

Grubość zęba u wierzchołka wyznaczona w oparciu o zależności:

$$\widehat{s}_{a1} = d_{a1} \cdot \left(\frac{s_{k1}}{d_1} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a1} \right)$$

$$\widehat{s}_{a2} = d_{a2} \cdot \left(\frac{s_{k2}}{d_2} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a2} \right)$$

Wartości funkcji ewolwentowej obliczamy wg wzoru:

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \widehat{\alpha}$$

gdzie:

$$\hat{\alpha} - \text{kąt w mierze łukowej:} \quad \hat{\alpha} = \frac{\alpha \cdot \pi}{180} = \frac{17,5 \cdot \pi}{180} = 0,305433$$

stąd:

$$\text{inv}\alpha = \text{tg}17,5^\circ - 0,305433 = 0,009866$$

i odpowiednio:

$$\hat{\alpha}_{a1} = \frac{\alpha_{a1} \cdot \pi}{180} = \frac{31^\circ 43' \cdot \pi}{180} = 0,553560$$

$$\hat{\alpha}_{a2} = \frac{\alpha_{a2} \cdot \pi}{180} = \frac{22^\circ 49' \cdot \pi}{180} = 0,398226$$

stąd:

$$\text{inv}\alpha_{a1} = \text{tg}31^\circ 43' - 0,553560 = 0,064455$$

$$\text{inv}\alpha_{a2} = \text{tg}22^\circ 49' - 0,398226 = 0,022478$$

Zatem grubości zęba u wierzchołka wynoszą odpowiednio:

$$\hat{s}_{a1} = 106,50 \cdot \left(\frac{8,327}{95} + 0,009866 - 0,064455 \right) = 3,521 \text{ mm}$$

$$\hat{s}_{a2} = 253,50 \cdot \left(\frac{7,381}{245} + 0,009866 - 0,022478 \right) = 4,440 \text{ mm}$$

Zalecane wartości minimalnej grubości zęba u wierzchołka wynoszą:

$$\hat{s}_{a\min.} = 0,4 \cdot m = 0,4 \cdot 5 = 2 \text{ mm} - \text{w przypadku zębów utwardzanych powierzchniowo}$$

$$\hat{s}_{a\min.} = 0,25 \cdot m = 0,25 \cdot 5 = 1,25 \text{ mm} - \text{w przypadku materiału zębów w stanie normalizowanym}$$

Zad. 8.4.

W przekładni z kołami walcowymi o zębach prostych $z_1 = 13$, $z_2 = 49$, $\alpha = 20^\circ$, $m = 4$ mm, $y = 1$, $c^* = 0,25$. Obliczyć średnice kół, odległość osi oraz liczbę przyporu. Niedopuszczalne jest podcięcie zębów u podstawy.

Graniczna liczba zębów:

$$z_{gr} = \frac{2 \cdot y}{\sin^2 \alpha} = \frac{2 \cdot 1}{\sin^2 20^\circ} = 17,097$$

Przyjęto $z_{gr} = 17$ zębów.

Spełnione są jednocześnie następujące warunki:

$$\begin{cases} z_1 = 13 < z_{gr} = 17 \\ z_1 + z_2 = 13 + 49 = 62 > 2 \cdot z_{gr} = 2 \cdot 17 = 34 \end{cases}$$

Konieczne jest zastosowanie korekcji P-0

Graniczna wartość współczynnika korekcji dla koła 1.

$$x_{gr1} = y \cdot \frac{z_{gr} - z_1}{z_{gr}} = 1 \cdot \frac{17 - 13}{17} = 0,2353$$

Przyjęta wartość współczynnika przesunięcia zarysu jest większa od wartości granicznej:

$$x_1 = 0,236$$

Ponieważ w korekcji P-0 $x_1 = -x_2$

$$x_2 = -0,236$$

Wymiary kół:

1 koło

– średnica podziałowa:

$$d_1 = m \cdot z_1 = 4 \cdot 13 = 52,00 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$d_{a1} = m \cdot (z_1 + 2 \cdot y + 2 \cdot x_1 - 2 \cdot k)$$

$$d_{a1} = 4 \cdot (13 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,236 - 2 \cdot 0) = 61,89 \text{ mm}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f1} = m \cdot (z_1 - 2 \cdot y + 2 \cdot x_1 - 2 \cdot c^*)$$

$$d_{f1} = 4 \cdot (13 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,236 - 2 \cdot 0,25) = 43,89 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b1} = d_1 \cdot \cos \alpha = 52,00 \cdot \cos 20^\circ = 48,86 \text{ mm}$$

2 koło

– średnica podziałowa:

$$d_2 = m \cdot z_2 = 4 \cdot 49 = 196,00 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$d_{a2} = m \cdot (z_2 + 2 \cdot y + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot k)$$

$$d_{a2} = 4 \cdot (49 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,236 - 2 \cdot 0) = 202,11 \text{ mm}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f2} = m \cdot (z_2 - 2 \cdot y + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot c^*)$$

$$d_{f2} = 4 \cdot (49 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,236 - 2 \cdot 0,25) = 184,11 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b2} = d_2 \cdot \cos \alpha = 196,00 \cdot \cos 20^\circ = 184,18 \text{ mm}$$

Liczba przyporu:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot [z_1 \cdot (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w) + z_2 \cdot (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w)]$$

W przypadku korekcji P-O: $\alpha_v = \alpha$

α_{a1} , α_{a2} – kąty głów odpowiednich kół, które otrzymujemy z porównania zależności na średnicę zasadniczą:

$$\cos \alpha_{a1} = \frac{d_{b1}}{d_{a1}} = \frac{48,86}{61,89} = 0,7895 \quad \text{stąd: } \alpha_{a1} = 37^\circ 51'$$

$$\cos \alpha_{a2} = \frac{d_{b2}}{d_{a2}} = \frac{184,18}{202,11} = 0,9113 \quad \text{stąd: } \alpha_{a2} = 24^\circ 19'$$

Zatem:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot [13 \cdot (\operatorname{tg} 37^\circ 51' - \operatorname{tg} 20^\circ) + 49 \cdot (\operatorname{tg} 24^\circ 19' - \operatorname{tg} 20^\circ)] = 1,54$$

Odległość osi:

$$a_w = a = m \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} = 4 \cdot \frac{13 + 49}{2} = 124,00 \text{ mm}$$

Zad. 8.4.

W przekładni z kołami walcowymi o zębach prostych $z_1 = 11$, $z_2 = 39$, $\alpha = 20^\circ$, $m = 3 \text{ mm}$, $y = 1$, $c^* = 0,25$. Obliczyć średnice kół oraz odległość osi. Niedopuszczalne jest podcięcie zębów kół u podstawy.

Graniczna liczba zębów:

$$z_{gr} = \frac{2 \cdot y}{\sin^2 \alpha} = \frac{2 \cdot 1}{\sin^2 20^\circ} = 17,097$$

Przyjęto $z_{gr} = 17$ zębów.

Spełnione są jednocześnie następujące warunki:

$$\begin{cases} z_1 = 11 < z_{gr} = 17 \\ z_1 + z_2 = 11 + 39 = 50 > 2 \cdot z_{gr} = 2 \cdot 17 = 34 \end{cases}$$

Konieczne jest przeprowadzenie korekcji P-0

Graniczna wartość współczynnika korekcji dla koła 1.

$$x_{gr1} = y \cdot \frac{z_{gr} - z_1}{z_{gr}} = 1 \cdot \frac{17 - 11}{17} = 0,3529$$

Przyjęta wartość współczynnika przesunięcia zarysu jest większa od wartości granicznej:

$$x_1 = 0,36$$

Ponieważ w korekcji P-0 $x_1 = -x_2$

$$x_2 = -0,36$$

Wymiary kół:

1 koło

– średnica podziałowa:

$$d_1 = m \cdot z_1 = 3 \cdot 11 = 33,00 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$d_{a1} = m \cdot (z_1 + 2 \cdot y + 2 \cdot x_1 - 2 \cdot k)$$
$$d_{a1} = 3 \cdot (11 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,36 - 2 \cdot 0) = 41,16 \text{ mm}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f1} = m \cdot (z_1 - 2 \cdot y + 2 \cdot x_1 - 2 \cdot c^*)$$
$$d_{f1} = 3 \cdot (11 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,36 - 2 \cdot 0,25) = 27,66 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b1} = d_1 \cdot \cos \alpha = 33,00 \cdot \cos 20^\circ = 31,00 \text{ mm}$$

2 koło

– średnica podziałowa:

$$d_2 = m \cdot z_2 = 3 \cdot 39 = 117,00 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$d_{a2} = m \cdot (z_2 + 2 \cdot y + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot k)$$

$$d_{a2} = 3 \cdot (39 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,36 - 2 \cdot 0) = 120,84 \text{ mm}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f2} = m \cdot (z_2 - 2 \cdot y + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot c^*)$$

$$d_{f2} = 3 \cdot (39 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,36 - 2 \cdot 0,25) = 107,34 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b2} = d_2 \cdot \cos \alpha = 117,00 \cdot \cos 20^\circ = 109,94 \text{ mm}$$

Odległość osi:

$$a_w = a = m \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} = 3 \cdot \frac{11 + 39}{2} = 75,00 \text{ mm}$$

8.3. Koła walcowe o zębach prostych – korekcja P-technologiczna

Zad. 8.6.

W przekładni z kołami walcowymi walcowej o zębach prostych $z_1 = 9$, $z_2 = 13$, $\alpha = 20^\circ$, $m = 5 \text{ mm}$, $y = 1$, $c^* = 0,25$. Obliczyć średnice kół i odległość osi (niewielkie podcięcie technologiczne jest niedopuszczalne).

Graniczna liczba zębów:

$$z_{gr} = \frac{2 \cdot y}{\sin^2 \alpha} = \frac{2 \cdot 1}{\sin^2 20^\circ} = 17,097$$

Przyjęto $z_{gr} = 17$ zębów.

Ponieważ:

$$z_1 + z_2 = 9 + 13 = 22 < 2 \cdot z_{gr} = 34$$

konieczne jest przeprowadzenie korekcji P-technologicznej.

Graniczne wartości współczynników korekcji:

$$x_{gr1} = y \cdot \frac{z_{gr} - z_1}{z_{gr}} = 1 \cdot \frac{17 - 9}{17} = 0,4706$$

$$x_{gr2} = y \cdot \frac{z_{gr} - z_2}{z_{gr}} = 1 \cdot \frac{17 - 13}{17} = 0,2352$$

Przyjęto następujące wartości współczynników przesunięcia zarysu poszczególnych kół (nie mniejsze od obliczonych wartości granicznych):

$$x_1 = 0,48$$

oraz

$$x_2 = 0,24$$

których suma wynosi:

$$\sum x = x_1 + x_2 = 0,48 + 0,24 = 0,72$$

Z zależności:

$$\text{inv}\alpha_w - \text{inv}\alpha = 2 \cdot \frac{\sum x}{z_1 + z_2} \cdot \text{tg}\alpha$$

gdzie:

$$\text{inv}\alpha = \text{tg}\alpha - \hat{\alpha}$$

gdzie:

$$\hat{\alpha} - \text{kąt w mierze łukowej:} \quad \hat{\alpha} = \frac{\alpha \cdot \pi}{180} = \frac{20 \cdot \pi}{180} = 0,349066$$

stąd:

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} 20^{\circ} - 0,349066 = 0,014904$$

Wyznaczamy toczny kąt przyporu α_w (Aneks II) przy wykorzystaniu poniższej zależności:

$$\operatorname{inv} \alpha_w = 2 \cdot \frac{\sum x}{z_1 + z_2} \cdot \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{inv} \alpha = 2 \cdot \frac{0,72}{9 + 13} \cdot \operatorname{tg} 20^{\circ} + 0,014904 = 0,0387275$$

$$\alpha_w = 27^{\circ}00'$$

Na podstawie zależności:

$$a \cdot \cos \alpha = a_w \cdot \cos \alpha_w$$

gdzie zerowa odległość osi a wynosi:

$$a = m \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} = 5 \cdot \frac{9 + 13}{2} = 55,00 \text{ mm}$$

wyznaczono rzeczywistą odległość osi:

$$a_w = a \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = 55 \cdot \frac{\cos 20^{\circ}}{\cos 27^{\circ}} = 58,005 \text{ mm}$$

Pozorna odległość osi:

$$a_p = a + \sum x \cdot m = 55 + 0,72 \cdot 5 = 58,60 \text{ mm}$$

Współczynnik skrócenia głów:

$$k = \frac{a_p - a_w}{m} = \frac{58,60 - 58,005}{5} = 0,119$$

Wymiary kół:

1 koło

– średnica podziałowa:

$$d_1 = m \cdot z_1 = 5 \cdot 9 = 45,00 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$d_{a1} = m \cdot (z_1 + 2 \cdot y + 2 \cdot x_1 - 2 \cdot k)$$

$$d_{a1} = 5 \cdot (9 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,48 - 2 \cdot 0) = 58,61 \text{ mm}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f1} = m \cdot (z_1 - 2 \cdot y + 2 \cdot x_1 - 2 \cdot c^*)$$

$$d_{f1} = 5 \cdot (9 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,48 - 2 \cdot 0,25) = 37,30 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b1} = d_1 \cdot \cos \alpha = 45,00 \cdot \cos 20^\circ = 42,29 \text{ mm}$$

2 koło

– średnica podziałowa:

$$d_2 = m \cdot z_2 = 5 \cdot 13 = 65,00 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$d_{a2} = m \cdot (z_2 + 2 \cdot y + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot k)$$

$$d_{a2} = 5 \cdot (13 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,24 - 2 \cdot 0) = 76,21 \text{ mm}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f2} = m \cdot (z_2 - 2 \cdot y + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot c^*)$$

$$d_{f2} = 5 \cdot (13 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,24 - 2 \cdot 0,25) = 54,90 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b2} = d_2 \cdot \cos \alpha = 65,00 \cdot \cos 20^\circ = 61,08 \text{ mm}$$

Zad. 8.7.

W przekładni z kołami walcowymi o zębach prostych $z_1 = 11$, $z_2 = 19$, $\alpha = 20^\circ$, $m = 4$, $y = 1$, $c^* = 0,25$. Obliczyć średnice kół i odległość osi (niewielkie podcięcie technologiczne jest niedopuszczalne).

Graniczna liczba zębów wynosi:

$$z_{gr} = \frac{2 \cdot y}{\sin^2 \alpha} = \frac{2 \cdot 1}{\sin^2 20^\circ} = 17,097$$

Przyjęto $z_{gr} = 17$ zębów.

Ponieważ:

$$z_1 + z_2 = 11 + 19 = 30 < 2 \cdot z_{gr} = 34$$

konieczne jest przeprowadzenie korekcji P-technologicznej.

Graniczne wartości współczynników korekcji wynoszą:

$$x_{gr1} = y \cdot \frac{z_{gr} - z_1}{z_{gr}} = 1 \cdot \frac{17 - 11}{17} = 0,3529$$

$$x_{gr2} = y \cdot \frac{z_{gr} - z_2}{z_{gr}} = 1 \cdot \frac{17 - 19}{17} = -0,1176$$

Przyjęto następujące wartości współczynników przesunięcia zarysu zębów poszczególnych kół (nie mniejsze niż wartości graniczne):

$$x_1 = 0,353$$

oraz

$$x_2 = 0 \quad (z_2 > z_{gr})$$

których suma wynosi:

$$\sum x = x_1 + x_2 = 0,353 + 0 = 0,353$$

Z zależności:

$$\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha = 2 \cdot \frac{\sum x}{z_1 + z_2} \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

gdzie:

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \bar{\alpha}$$

gdzie:

$$\bar{\alpha} - \text{ kąt w mierze łukowej: } \bar{\alpha} = \frac{\alpha \cdot \pi}{180} = \frac{20 \cdot \pi}{180} = 0,349066$$

stąd:

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} 20^\circ - 0,349066 = 0,014904$$

Wyznaczamy toczny kąt przyporu α_w (Aneks II) w oparciu o poniższą zależność:

$$\operatorname{inv} \alpha_w = 2 \cdot \frac{\sum x}{z_1 + z_2} \cdot \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{inv} \alpha = 2 \cdot \frac{0,353}{11 + 19} \cdot \operatorname{tg} 20^\circ + 0,014904 = 0,023469$$

$$\alpha_w = 23^\circ 08'$$

Wykorzystując równanie:

$$a \cdot \cos \alpha = a_w \cdot \cos \alpha_w$$

gdzie zerowa odległość osi a wynosi:

$$a = m \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} = 4 \cdot \frac{11 + 19}{2} = 60,00 \text{ mm}$$

wyznaczono rzeczywistą odległość osi:

$$a_w = a \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = 55 \cdot \frac{\cos 20^\circ}{\cos 23^\circ 08'} = 61,31 \text{ mm}$$

Pozorna odległość osi:

$$a_p = a + \sum x \cdot m = 60 + 0,353 \cdot 4 = 61,41 \text{ mm}$$

Współczynnik skrócenia głów:

$$k = \frac{a_p - a_w}{m} = \frac{61,41 - 61,31}{4} = 0,025$$

Ponieważ $k < 0,1$ w dalszych obliczeniach wymiarów kół nie uwzględniono tej wartości.

Wymiary kół:

1 koło

– średnica podziałowa:

$$d_1 = m \cdot z_1 = 4 \cdot 11 = 44,00 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$d_{a1} = m \cdot (z_1 + 2 \cdot y + 2 \cdot x_1 - 2 \cdot k)$$

$$d_{a1} = 4 \cdot (11 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,353 - 2 \cdot 0) = 54,82 \text{ mm}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f1} = m \cdot (z_1 - 2 \cdot y + 2 \cdot x_1 - 2 \cdot c^*)$$

$$d_{f1} = 4 \cdot (11 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,353 - 2 \cdot 0,25) = 36,82 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b1} = d_1 \cdot \cos \alpha = 44,00 \cdot \cos 20^\circ = 41,35 \text{ mm}$$

2 koło

– średnica podziałowa:

$$d_2 = m \cdot z_2 = 4 \cdot 19 = 76,00 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$d_{a2} = m \cdot (z_2 - 2 \cdot y + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot k)$$
$$d_{a2} = 4 \cdot (19 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0 - 2 \cdot 0) = 84,00 \text{ mm}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f2} = m \cdot (z_2 - 2 \cdot y + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot c^*)$$
$$d_{f2} = 4 \cdot (19 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0 - 2 \cdot 0,25) = 66,00 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b2} = d_2 \cdot \cos \alpha = 76,00 \cdot \cos 20^\circ = 71,42 \text{ mm}$$

8.4. Koła walcowe o zębach prostych – korekcja P-konstrukcyjna

Zad. 8.8.

W przekładni z kołami walcowymi jednostopniowej o zębach prostych $z_1 = 19$, $z_2 = 23$, $\alpha = 20^\circ$, $m = 3,5 \text{ mm}$, $y = 1$, $c^* = 0,25$, przeprowadzić korekcję, tak aby odległość osi wynosiła $a_w = 72 \text{ mm}$. Obliczyć średnice kół. Niewielkie podcięcie technologiczne jest niedopuszczalne.

Zerowa odległość osi:

$$a = m \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} = 3,5 \cdot \frac{19 + 23}{2} = 73,50 \text{ mm}$$

Ponieważ:

$$a = 73,50 \neq a_w = 72 \text{ konieczne jest przeprowadzenie korekcji P-konstrukcyjnej}$$

Wykorzystując równanie:

$$a \cdot \cos \alpha = a_w \cdot \cos \alpha_w$$

Obliczamy toczny kąt przyporu α_w :

$$\cos \alpha_w = \frac{a}{a_w} \cdot \cos \alpha = \frac{73,50}{72} \cdot \cos 20^\circ = 0,9593 \quad \text{stąd: } \alpha_w = 16^\circ 24'$$

Na podstawie zależności:

$$\text{inv}\alpha_w - \text{inv}\alpha = 2 \cdot \frac{\sum x}{z_1 + z_2} \cdot \text{tg}\alpha$$

gdzie:

$$\text{inv}\alpha = \text{tg}\alpha - \hat{\alpha}$$

$$\text{inv}\alpha_w = \text{tg}\alpha_w - \hat{\alpha}_w$$

gdzie:

$$\hat{\alpha} - \text{kąt w mierze łukowej:} \quad \hat{\alpha} = \frac{\alpha \cdot \pi}{180} = \frac{20 \cdot \pi}{180} = 0,349066$$

$$\hat{\alpha}_w = \frac{\alpha_w \cdot \pi}{180} = \frac{16^\circ 24' \cdot \pi}{180} = 0,286391$$

stąd:

$$\text{inv}\alpha = \text{tg}20^\circ - 0,349066 = 0,014904$$

$$\text{inv}\alpha_w = \text{tg}16^\circ 24' - 0,286391 = 0,008096$$

wyznaczono sumę współczynników korekcji gwarantującą uzyskanie zadanej odległości osi a_w :

$$\sum x = \frac{\text{inv}\alpha_w - \text{inv}\alpha}{2 \cdot \text{tg}\alpha} \cdot (z_1 + z_2) = \frac{0,008096 - 0,014904}{2 \cdot \text{tg}20^\circ} \cdot (19 + 23) = -0,3928$$

PODZIAŁ WSPÓŁCZYNNIKÓW

Obliczamy graniczne współczynniki korekcji.

Graniczna liczba zębów:

$$z_{gr} = \frac{2 \cdot y}{\sin^2 \alpha} = \frac{2 \cdot 1}{\sin^2 20^\circ} = 17,097$$

Przyjęto $z_{gr} = 17$ zębów.

Graniczne wartości współczynników korekcji wynoszą:

$$x_{gr1} = y \cdot \frac{z_{gr} - z_1}{z_{gr}} = 1 \cdot \frac{17 - 19}{17} = -0,1176$$

$$x_{gr2} = y \cdot \frac{z_{gr} - z_2}{z_{gr}} = 1 \cdot \frac{17 - 23}{17} = -0,3529$$

Na podstawie granicznych współczynników korekcji przyjmuje się (**podział niestandardowy**):

$$x_1 = -0,117$$

oraz

$$x_2 = \sum x - x_1 = -0,393 - (-0,117) = -0,276$$

$x_2 > x_{gr2}$, zatem możliwe jest przeprowadzenie korekcji.

Pozorna odległość osi:

$$a_p = a + \sum x \cdot m = 73,50 - 0,393 \cdot 3,5 = 72,13 \text{ mm}$$

Współczynnik skrócenia głów:

$$k = \frac{a_p - a_w}{m} = \frac{72,13 - 72}{3,5} = 0,037$$

Ponieważ $k < 0,1$ w dalszych obliczeniach wymiarów kół nie uwzględniono tej wartości.

Wymiary kół:

1 koło

– średnica podziałowa:

$$d_1 = m \cdot z_1 = 3,5 \cdot 19 = 66,50 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$d_{a1} = m \cdot (z_1 + 2 \cdot y + 2 \cdot x_1 - 2 \cdot k)$$

$$d_{a1} = 3,5 \cdot (19 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,117 - 2 \cdot 0) = 72,68 \text{ mm}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f1} = m \cdot (z_1 - 2 \cdot y + 2 \cdot x_1 - 2 \cdot c^*)$$

$$d_{f1} = 3,5 \cdot (19 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,117 - 2 \cdot 0,25) = 56,93 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b1} = d_1 \cdot \cos \alpha = 66,50 \cdot \cos 20^\circ = 62,49 \text{ mm}$$

2 koło

– średnica podziałowa:

$$d_2 = m \cdot z_2 = 3,5 \cdot 23 = 80,50 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$d_{a2} = m \cdot (z_2 + 2 \cdot y + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot k)$$

$$d_{a2} = 3,5 \cdot (23 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,276 - 2 \cdot 0) = 85,57 \text{ mm}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f2} = m \cdot (z_2 - 2 \cdot y + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot c^*)$$

$$d_{f2} = 3,5 \cdot (23 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,276 - 2 \cdot 0,25) = 69,82 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b2} = d_2 \cdot \cos \alpha = 80,50 \cdot \cos 20^\circ = 75,65 \text{ mm}$$

Zad. 8.9.

W przekładni z kołami walcowymi o zębach prostych $z_1 = 19$, $z_2 = 23$, $\alpha = 20^\circ$, $m = 3,5 \text{ mm}$, $y = 1$, $c^* = 0,25$, przeprowadzić korekcję, tak aby odległość osi wynosiła $a_w = 75 \text{ mm}$. Obliczyć średnice kół. Niewielkie podcięcie technologiczne jest niedopuszczalne.

Zerowa odległość osi:

$$a = m \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} = 3,5 \cdot \frac{19 + 23}{2} = 73,50 \text{ mm}$$

Ponieważ:

$$a = 73,50 \neq a_w = 75 \text{ konieczne jest przeprowadzenie korekcji P-konstrukcyjnej}$$

Z zależności:

$$a \cdot \cos \alpha = a_w \cdot \cos \alpha_w$$

Obliczamy toczny kąt przyporu α_w :

$$\cos \alpha_w = \frac{a}{a_w} \cdot \cos \alpha = \frac{73,50}{75} \cdot \cos 20^\circ = 0,9209 \quad \text{stąd: } \alpha_w = 22^\circ 56'$$

Wykorzystując równanie:

$$\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha = 2 \cdot \frac{\sum x}{z_1 + z_2} \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

gdzie:

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \hat{\alpha}$$

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{tg} \alpha_w - \hat{\alpha}_w$$

gdzie:

$\hat{\alpha}$ – kąt w mierze łukowej:

$$\hat{\alpha} = \frac{\alpha \cdot \pi}{180} = \frac{20 \cdot \pi}{180} = 0,349066$$

$$\hat{\alpha}_w = \frac{\alpha_w \cdot \pi}{180} = \frac{22^\circ 56' \cdot \pi}{180} = 0,400413$$

stąd:

$$\operatorname{inv}\alpha = \operatorname{tg}20^{\circ} - 0,349066 = 0,014904$$

$$\operatorname{inv}\alpha_w = \operatorname{tg}22^{\circ}56' - 0,400413 = 0,022867$$

wyznaczamy sumę współczynników korekcji gwarantującą uzyskanie zadanej odległości osi:

$$\sum x = \frac{\operatorname{inv}\alpha_w - \operatorname{inv}\alpha}{2 \cdot \operatorname{tg}\alpha} \cdot (z_1 + z_2) = \frac{0,022867 - 0,014904}{2 \cdot \operatorname{tg}20^{\circ}} \cdot (19 + 23) = 0,459$$

PODZIAŁ WSPÓŁCZYNNIKÓW

Podział standardowy – odwrotnie proporcjonalny:

$$x_1 = \sum x \cdot \frac{z_2}{z_1 + z_2} = 0,459 \cdot \frac{23}{19 + 23} = 0,251$$

oraz:

$$x_2 = \sum x - x_1 = 0,459 - 0,251 = 0,208$$

Pozorna odległość osi:

$$a_p = a + \sum x \cdot m = 73,50 + 0,459 \cdot 3,5 = 75,11 \text{ mm}$$

Współczynnik skrócenia głów:

$$k = \frac{a_p - a_w}{m} = \frac{75,11 - 72}{3,5} = 0,031$$

Ponieważ $k < 0,1$ w dalszych obliczeniach wymiarów kół nie uwzględniono tej wartości.

Wymiary kół:

1 koło

– średnica podziałowa:

$$d_1 = m \cdot z_1 = 3,5 \cdot 19 = 66,50 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$d_{a1} = m \cdot (z_1 + 2 \cdot y + 2 \cdot x_1 - 2 \cdot k)$$

$$d_{a1} = 3,5 \cdot (19 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,251 - 2 \cdot 0) = 75,26 \text{ mm}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f1} = m \cdot (z_1 - 2 \cdot y + 2 \cdot x_1 - 2 \cdot c^*)$$

$$d_{f1} = 3,5 \cdot (19 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,251 - 2 \cdot 0,25) = 59,51 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b1} = d_1 \cdot \cos \alpha = 66,50 \cdot \cos 20^\circ = 62,49 \text{ mm}$$

2 koło

– średnica podziałowa:

$$d_2 = m \cdot z_2 = 3,5 \cdot 23 = 80,50 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$d_{a2} = m \cdot (z_2 + 2 \cdot y + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot k)$$

$$d_{a2} = 3,5 \cdot (23 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,209 - 2 \cdot 0) = 88,96 \text{ mm}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f2} = m \cdot (z_2 - 2 \cdot y + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot c^*)$$

$$d_{f2} = 3,5 \cdot (23 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,209 - 2 \cdot 0,25) = 73,21 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b2} = d_2 \cdot \cos \alpha = 80,50 \cdot \cos 20^\circ = 75,65 \text{ mm}$$

8.5. Koła walcowe o zębach śrubowych – korekcja P-O

Zad. 8.10.

W przekładni z kołami walcowymi o zębach śrubowych: $z_1 = 13$, $z_2 = 49$, $m_n = 2,5$ mm, $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta = 10^\circ$, $y_n = 1$, $c^* = 0,25$. Obliczyć odległość osi oraz wymiary obu kół.

Przeliczenie parametrów na płaszczyznę czołową:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta} = \frac{2,5}{\cos 10^\circ} = 2,5386 \text{ mm}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} = \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 10^\circ} = 0,3696 \Rightarrow \alpha_t = 20^\circ 17'$$

$$y_t = y_n \cdot \cos \beta = 1 \cdot \cos 10^\circ = 0,9848$$

$$c_t^* = c^* \cdot \cos \beta = 0,25 \cdot \cos 10^\circ = 0,2462$$

Graniczna liczba zębów:

$$z_{gr\beta} = \frac{2 \cdot y_n}{\sin^2 \alpha_n} \cdot \cos^3 \beta = \frac{2 \cdot 1}{\sin^2 20^\circ} \cdot \cos^3 10^\circ = 16,330$$

Z uwagi na poniższe warunki:

$$\begin{cases} z_1 = 13 \leq z_{gr\beta} = 16,330 \\ z_1 + z_2 = 13 + 49 = 62 \geq 2 \cdot z_{gr} = 2 \cdot 16,330 = 32,660 \end{cases}$$

konieczne jest zastosowanie korekcji P-0

Graniczna wartość współczynnika korekcji dla koła 1.

$$x_{igr1} = y_t \cdot \frac{z_{gr\beta} - z_1}{z_{gr\beta}} = 0,9848 \cdot \frac{16,330 - 13}{16,330} = 0,2008$$

Przyjęto współczynnik przesunięcia zarysu większy od wartości granicznej:

$$x_{t1} = 0,21$$

Ponieważ w korekcji P-0 $x_{t1} = -x_{t2}$

$$x_{t2} = -0,21$$

Wymiary kół:

1 koło

– średnica podziałowa:

$$d_1 = m_t \cdot z_1 = 2,5386 \cdot 13 = 33,00 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$\begin{aligned} d_{a1} &= m_t \cdot (z_1 + 2 \cdot y_t + 2 \cdot x_{t1} - 2 \cdot k_t) \\ d_{a1} &= 2,5386 \cdot (13 + 2 \cdot 0,9848 + 2 \cdot 0,21 - 2 \cdot 0) = 39,07 \text{ mm} \end{aligned}$$

– średnica stóp koła:

$$\begin{aligned} d_{f1} &= m_t \cdot (z_1 - 2 \cdot y_t + 2 \cdot x_{t1} - 2 \cdot c_t^*) \\ d_{f1} &= 2,5386 \cdot (13 - 2 \cdot 0,9848 + 2 \cdot 0,21 - 2 \cdot 0,2462) = 27,82 \text{ mm} \end{aligned}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b1} = d_1 \cdot \cos \alpha_t = 33,00 \cdot \cos 20^\circ 17' = 30,95 \text{ mm}$$

2 koło

– średnica podziałowa:

$$d_2 = m_t \cdot z_2 = 2,5386 \cdot 49 = 124,39 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$\begin{aligned} d_{a2} &= m_t \cdot (z_2 + 2 \cdot y_t + 2 \cdot x_{t2} - 2 \cdot k_t) \\ d_{a2} &= 2,5386 \cdot (49 + 2 \cdot 0,9848 - 2 \cdot 0,21 - 2 \cdot 0) = 128,33 \text{ mm} \end{aligned}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f2} = m_t \cdot (z_2 - 2 \cdot y_t + 2 \cdot x_{t2} - 2 \cdot c_t^*)$$

$$d_{f2} = 2,5386 \cdot (49 - 2 \cdot 0,9848 - 2 \cdot 0,21 - 2 \cdot 0,2462) = 117,08 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b2} = d_2 \cdot \cos \alpha_t = 124,39 \cdot \cos 20^\circ 17' = 116,68 \text{ mm}$$

Odległość osi:

$$a = m_t \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} = 2,5386 \cdot \frac{13 + 49}{2} = 78,70 \text{ mm}$$

8.6. Koła walcowe o zębach śrubowych – korekcja P-technologiczna

Zad. 8.11.

W przekładni z kołami walcowymi o zębach śrubowych: $z_1 = 10$, $z_2 = 13$, $m_n = 5 \text{ mm}$, $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta = 10^\circ$, $y_n = 1$, $c^* = 0,25$. Obliczyć odległość osi oraz wymiary obu kół. Niewielkie podcięcie technologiczne jest niedopuszczalne.

Przeliczenie parametrów na płaszczyznę czołową:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta} = \frac{5}{\cos 10^\circ} = 5,0771 \text{ mm}$$

$$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} = \frac{\tan 20^\circ}{\cos 10^\circ} = 0,3696 \Rightarrow \alpha_t = 20^\circ 17'$$

$$y_t = y_n \cdot \cos \beta = 1 \cdot \cos 10^\circ = 0,9848$$

$$c_t^* = c^* \cdot \cos \beta = 0,25 \cdot \cos 10^\circ = 0,2462$$

Graniczna liczba zębów:

$$z_{gr\beta} = \frac{2 \cdot y_n}{\sin^2 \alpha_n} \cdot \cos^3 \beta = \frac{2 \cdot 1}{\sin^2 20^\circ} \cdot \cos^3 10^\circ = 16,330$$

Ponieważ:

$$z_1 + z_2 = 10 + 13 = 23 < 2 \cdot z_{gr\beta} = 2 \cdot 16,330 = 32,66$$

konieczne jest przeprowadzenie korekcji P-technologicznej.

Wartości graniczne współczynników korekcji w płaszczyźnie czołowej:

$$x_{tgr1} = y_t \cdot \frac{z_{gr\beta} - z_1}{z_{gr\beta}} = 0,9848 \cdot \frac{16,330 - 10}{16,330} = 0,3817$$

$$x_{tgr2} = y_t \cdot \frac{z_{gr\beta} - z_2}{z_{gr\beta}} = 0,9848 \cdot \frac{16,330 - 13}{16,330} = 0,2008$$

Na ich podstawie przyjmujemy:

$$x_{t1} = 0,39$$

oraz

$$x_{t2} = 0,21$$

których suma wynosi:

$$\sum x_t = x_{t1} + x_{t2} = 0,60$$

Z zależności:

$$\text{inv}\alpha_{wt} - \text{inv}\alpha_t = 2 \cdot \frac{\sum x_t}{z_1 + z_2} \cdot \text{tg}\alpha_t$$

gdzie:

$$\text{inv}\alpha_t = \text{tg}\alpha_t - \hat{\alpha}_t$$

gdzie:

$$\hat{\alpha}_t - \text{kąt w mierze łukowej:} \quad \hat{\alpha}_t = \frac{\alpha_t \cdot \pi}{180} = \frac{20^\circ 17' \cdot \pi}{180} = 0,354023$$

stąd:

$$\operatorname{inv} \alpha_t = \operatorname{tg} 20^{\circ} 17' - 0,354023 = 0,015571$$

Wyznaczono toczny kąt przyporu w płaszczyźnie czołowej α_{wt} (Aneks II) w oparciu o poniższą zależność:

$$\operatorname{inv} \alpha_{wt} = 2 \cdot \frac{\sum x_i}{z_1 + z_2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_t = 2 \cdot \frac{0,60}{10 + 13} \cdot \operatorname{tg} 20^{\circ} 17' + 0,015571$$
$$\operatorname{inv} \alpha_{wt} = 0,034854$$

$$\alpha_w = 26^{\circ} 13'$$

Na podstawie zależności:

$$a \cdot \cos \alpha_t = a_w \cdot \cos \alpha_{wt}$$

gdzie zerowa odległość osi wynosi:

$$a = m_t \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} = 5,0771 \cdot \frac{10 + 13}{2} = 58,387 \text{ mm}$$

wyznaczono rzeczywistą odległość osi:

$$a_w = a \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} = 58,387 \cdot \frac{\cos 20^{\circ} 17'}{\cos 26^{\circ} 13'} = 61,046 \text{ mm}$$

Pozorna odległość osi:

$$a_p = a + \sum x_i \cdot m_t = 58,387 + 0,60 \cdot 5,0771 = 61,433 \text{ mm}$$

Współczynnik skrócenia głów:

$$k_t = \frac{a_p - a_w}{m_t} = \frac{61,433 - 61,046}{5,0771} = 0,076$$

Ponieważ współczynnik $k_t < 0,1$ w dalszych obliczeniach wymiarów kół nie uwzględniono tej wartości.

Wymiary kół:

1 koło

– średnica podziałowa:

$$d_1 = m_t \cdot z_1 = 5,0771 \cdot 10 = 50,77 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$d_{a1} = m_t \cdot (z_1 + 2 \cdot y_t + 2 \cdot x_{t1} - 2 \cdot k_t)$$

$$d_{a1} = 5,0771 \cdot (10 + 2 \cdot 0,9848 + 2 \cdot 0,39 - 2 \cdot 0) = 64,73 \text{ mm}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f1} = m_t \cdot (z_1 - 2 \cdot y_t + 2 \cdot x_{t1} - 2 \cdot c_t^*)$$

$$d_{f1} = 5,0771 \cdot (10 - 2 \cdot 0,9848 + 2 \cdot 0,39 - 2 \cdot 0,2462) = 42,23 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b1} = d_1 \cdot \cos \alpha_t = 50,77 \cdot \cos 20^\circ 17' = 47,62 \text{ mm}$$

2 koło

– średnica podziałowa:

$$d_2 = m_t \cdot z_2 = 5,0771 \cdot 13 = 66,00 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$d_{a2} = m_t \cdot (z_2 + 2 \cdot y_t + 2 \cdot x_{t2} - 2 \cdot k_t)$$

$$d_{a2} = 5,0771 \cdot (13 + 2 \cdot 0,9848 + 2 \cdot 0,21 - 2 \cdot 0) = 78,13 \text{ mm}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f2} = m_t \cdot (z_2 - 2 \cdot y_t + 2 \cdot x_{t2} - 2 \cdot c_t^*)$$

$$d_{f2} = 5,0771 \cdot (13 - 2 \cdot 0,9848 + 2 \cdot 0,21 - 2 \cdot 0,2462) = 55,63 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b2} = d_2 \cdot \cos \alpha_t = 66,00 \cdot \cos 20^\circ 17' = 61,91 \text{ mm}$$

8.7. Koła walcowe o zębach śrubowych – korekcja P-konstrukcyjna

Zad. 8.12.

W przekładni z kołami walcowymi o zębach śrubowych: $z_1 = 13$, $z_2 = 49$, $m_n = 2,5$ mm, $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta = 10^\circ$, $y_n = 1$, $c^* = 0,25$. Przeprowadzić korekcję, tak aby odległość osi wynosiła $a_w = 80$ mm. Obliczyć wymiary obu kół. Niewielkie podcięcie technologiczne jest niedopuszczalne.

Przeliczenie parametrów na płaszczyznę czołową:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta} = \frac{2,5}{\cos 10^\circ} = 2,5386 \text{ mm}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} = \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 10^\circ} = 0,3696 \Rightarrow \alpha_t = 20^\circ 17'$$

$$y_t = y_n \cdot \cos \beta = 1 \cdot \cos 10^\circ = 0,9848$$

$$c_t^* = c^* \cdot \cos \beta = 0,25 \cdot \cos 10^\circ = 0,2462$$

Zerowa odległość osi kół wynosi:

$$a = m_t \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} = 2,5386 \cdot \frac{13 + 49}{2} = 78,70 \text{ mm}$$

Ponieważ:

$$a = 78,70 \neq a_w = 80 \text{ konieczne jest przeprowadzenie korekcji P-konstrukcyjnej}$$

Wykorzystując zależność:

$$a \cdot \cos \alpha_t = a_w \cdot \cos \alpha_{wt}$$

Obliczamy toczny kąt przyporu α_{wt} :

$$\cos \alpha_{wt} = \frac{a}{a_w} \cdot \cos \alpha_t = \frac{78,70}{80} \cdot \cos 20^\circ 17' = 0,9227 \quad \text{stąd: } \alpha_{wt} = 22^\circ 41'$$

Z zależności:

$$\text{inv}\alpha_{wt} - \text{inv}\alpha_t = 2 \cdot \frac{\sum x_t}{z_1 + z_2} \cdot \text{tg}\alpha_t$$

gdzie:

$$\text{inv}\alpha_t = \text{tg}\alpha_t - \hat{\alpha}_t$$

$$\text{inv}\alpha_{wt} = \text{tg}\alpha_{wt} - \hat{\alpha}_{wt}$$

gdzie:

$$\hat{\alpha}_t - \text{kąt w mierze łukowej: } \hat{\alpha}_t = \frac{\alpha_t \cdot \pi}{180} = \frac{20^\circ 17' \cdot \pi}{180} = 0,354023$$

$$\hat{\alpha}_{wt} = \frac{\alpha_{wt} \cdot \pi}{180} = \frac{22^\circ 41' \cdot \pi}{180} = 0,395899$$

stąd:

$$\text{inv}\alpha_t = \text{tg}20^\circ 17' - 0,354023 = 0,015571$$

$$\text{inv}\alpha_{wt} = \text{tg}22^\circ 41' - 0,395899 = 0,022046$$

wyznaczamy sumę współczynników korekcji gwarantująca uzyskanie zadanej odległości osi:

$$\sum x_t = \frac{\text{inv}\alpha_{wt} - \text{inv}\alpha_t}{2 \cdot \text{tg}\alpha_t} \cdot (z_1 + z_2) = \frac{0,022046 - 0,015571}{2 \cdot \text{tg}20^\circ 17'} \cdot (13 + 49) = 0,543$$

PODZIAŁ WSPÓŁCZYNNIKÓW

Obliczamy graniczny współczynnik korekcji dla koła 1.

Graniczna liczba zębów:

$$z_{gr\beta} = \frac{2 \cdot y_n}{\sin^2 \alpha_n} \cdot \cos^3 \beta = \frac{2 \cdot 1}{\sin^2 20^\circ} \cdot \cos^3 10^\circ = 16,330$$

$$x_{igr1} = y_t \cdot \frac{z_{gr\beta} - z_1}{z_{gr\beta}} = 0,9848 \cdot \frac{16,330 - 13}{16,330} = 0,2008$$

Z względu na fakt, że $\sum x_t > 0$ zaproponowano **podział odwrotnie proporcjonalny (podział standardowy)**:

$$x_{t1} = \sum x_t \cdot \frac{z_2}{z_1 + z_2} = 0,543 \cdot \frac{49}{13 + 49} = 0,429$$

Ponieważ: $x_{t1} > x_{igr1}$ przyjęty współczynnik korekcji jest prawidłowy.

$$x_{t2} = \sum x_t - x_{t1} = 0,543 - 0,429 = 0,114$$

Pozorna odległość osi:

$$a_p = a + \sum x_t \cdot m_t = 78,70 + 0,543 \cdot 2,5386 = 80,078 \text{ mm}$$

Współczynnik skrócenia głów:

$$k_t = \frac{a_p - a_w}{m_t} = \frac{80,078 - 80}{2,5386} = 0,031$$

Ponieważ $k_t < 0,1$ w dalszych obliczeniach wymiarów kół nie uwzględniono tej wartości.

Wymiary kół:

1 koło

– średnica podziałowa:

$$d_1 = m_t \cdot z_1 = 2,5386 \cdot 13 = 33,00 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$d_{a1} = m_t \cdot (z_1 + 2 \cdot y_t + 2 \cdot x_{t1} - 2 \cdot k_t)$$

$$d_{a1} = 2,5386 \cdot (13 + 2 \cdot 0,9848 + 2 \cdot 0,429 - 2 \cdot 0) = 40,18 \text{ mm}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f1} = m_t \cdot (z_1 - 2 \cdot y_t + 2 \cdot x_{t1} - 2 \cdot c_t^*)$$

$$d_{f1} = 2,5386 \cdot (13 - 2 \cdot 0,9848 + 2 \cdot 0,429 - 2 \cdot 0,2462) = 28,93 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b1} = d_1 \cdot \cos \alpha_t = 33,00 \cdot \cos 20^\circ 17' = 30,95 \text{ mm}$$

2 koło

– średnica podziałowa:

$$d_2 = m_t \cdot z_2 = 2,5386 \cdot 49 = 124,39 \text{ mm}$$

– średnica głów koła:

$$d_{a2} = m_t \cdot (z_2 + 2 \cdot y_t + 2 \cdot x_{t2} - 2 \cdot k_t)$$

$$d_{a2} = 2,5386 \cdot (49 + 2 \cdot 0,9848 + 2 \cdot 0,114 - 2 \cdot 0) = 129,97 \text{ mm}$$

– średnica stóp koła:

$$d_{f2} = m_t \cdot (z_2 - 2 \cdot y_t + 2 \cdot x_{t2} - 2 \cdot c_t^*)$$

$$d_{f2} = 2,5386 \cdot (49 - 2 \cdot 0,9848 + 2 \cdot 0,114 - 2 \cdot 0,2462) = 118,72 \text{ mm}$$

– średnica koła zasadniczego:

$$d_{b2} = d_2 \cdot \cos \alpha_t = 124,39 \cdot \cos 20^\circ 17' = 116,68 \text{ mm}$$

Zad. 8.13.

W przekładni z kołami walcowymi o zębach prostych $z_1 = 15$, $z_2 = 47$, $m = 2 \text{ mm}$, $\alpha = 20^\circ$, $y = 1$, $c^* = 0,25$. Obliczyć średnice kół i odległość osi. Obliczyć liczbę przyporu.

Zad. 8.14.

W przekładni z kołami walcowymi o zębach prostych $z_1 = 9$, $z_2 = 13$, $m = 4 \text{ mm}$, $\alpha = 20^\circ$, $y = 1$, $c^* = 0,25$. Obliczyć średnice kół i odległość osi.

Zad. 8.15.

W przekładni z kołami walcowymi o zębach prostych $z_1 = 19$, $z_2 = 23$, $m = 3$ mm, $\alpha = 20^\circ$, $y = 1$, $c^* = 0,25$ przeprowadzić korekcję, tak aby odległość osi wynosiła $a_w = 62$ mm. Obliczyć średnice kół.

Zad. 8.16.

W przekładni z kołami walcowymi o zębach prostych $z_1 = 16$, $z_2 = 27$, $m = 3$ mm, $\alpha = 20^\circ$, $y = 1$, $c^* = 0,25$ przeprowadzić korekcję, tak aby odległość osi wynosiła $a_w = 63$ mm. Obliczyć średnice kół. Nie dopuszczamy żadnego podcięcia.

Zad. 8.17.

W przekładni walcowej o zębach śrubowych $z_1 = 13$, $z_2 = 14$, $m_n = 2,5$, $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta = 10^\circ$, $y_n = 1$, $c^* = 0,25$. Obliczyć średnice kół i odległość osi. Nie dopuszczamy żadnego podcięcia.

Zad. 8.18.

W przekładni walcowej o zębach śrubowych $z_1 = 14$, $z_2 = 33$, $m_n = 2$ mm, $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta = 10^\circ$, $y_n = 1$, $c^* = 0,25$. Obliczyć średnice kół i odległość osi. Nie dopuszczamy żadnego podcięcia.

Zad. 8.19.

W przekładni walcowej o zębach śrubowych $z_1 = 13$, $z_2 = 49$, $m_n = 2,5$ mm, $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta = 10^\circ$, $y_n = 1$, $c^* = 0,25$, przeprowadzić korekcję, tak aby odległość osi wynosiła $a_w = 80$ mm. Obliczyć średnice kół. Nie dopuszczamy żadnego podcięcia.

Zad. 8.20.

Przekładnia walcowa o zębach śrubowych $z_1 = 21$, $z_2 = 83$, $m_n = 4$ mm, $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta = 10^\circ$, $y_n = 1$, $c^* = 0,25$ przenosi moc $N = 6,2$ kW (bez strat). Wykonać rozkład sił działających na koło 2 oraz obliczyć ich wartości, jeżeli prędkość kątowna koła 2. wynosi $\omega_2 = 60$ rad/s. Obliczyć liczbę przyporu jeżeli szerokość wieńca zębatego wynosi $b = 30$ mm.

Zad. 8.21.

W przekładni walcowej o zębach śrubowych $z_1 = 13$, $z_2 = 29$, $m_n = 2,5$ mm, $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta = 10^\circ$, $y_n = 1$, $c^* = 0,25$. Wykonać poprawę zarysu, tak aby rzeczywista odległość osi wynosiła $a_w = 52$ mm. Obliczyć średnice koła 1.

Zad. 8.22.

Obliczyć średnice kół oraz odległości osi w przekładni walcowej o zębach śrubowych, w której $z_1 = 13$, $z_2 = 43$, $m_n = 3$ mm, $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta = 12^\circ$, $y_n = 1$, $c^* = 0,25$. Obliczyć czołową liczbę przyporu. Nie dopuszczamy żadnego podcięcia.

Zad. 8.23.

W przekładni walcowej o zębach śrubowych $z_1 = 19$, $z_2 = 23$, $m_n = 3$ mm, $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta = 10^\circ$, $y_n = 1$, $c^* = 0,25$. Wykonać poprawę zarysu, tak aby rzeczywista odległość osi wynosiła $a_w = 63$ mm. Obliczyć średnice kół. Jak powinien się zmienić kąt β , by uniknąć tej korekcji? Nie dopuszczamy żadnego podcięcia.

Zad. 8.24.

Obliczyć średnice kół (w tym średnice toczne i zasadnicze) oraz odległości osi w przekładni walcowej o zębach śrubowych, w której $z_1 = 13$, $z_2 = 44$, $m_n = 3$ mm, $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta = 10^\circ$, $y_n = 1$, $c^* = 0,25$. Nie dopuszczamy żadnego podcięcia.

Zad. 8.25.

W przekładni zębatej $z_1 = 10$, $z_2 = 16$, $\alpha = 20^\circ$, $y = 1$, współczynniki korekcji wynoszą: $x_1 = 0,212$, $x_2 = -0,08$. Czy współczynniki te są prawidłowe? Odpowiedź uzasadnij komentarzem.

Zad. 8.26.

W przekładni walcowej o zębach śrubowych $z_1 = 11$, $z_2 = 27$, $m_n = 3$ mm, $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta = 10^\circ$, $y_n = 1$. Obliczyć średnice kół oraz odległość osi, podać ile

wynoszą średnice toczne. Jak powinien się zmienić kąt β , by odległość osi wynosiła $a_w = 59$ mm? Nie dopuszczamy żadnego podcięcia.

Zad. 8.27.

W przekładni walcowej o zębach śrubowych $z_1 = 10$, $z_2 = 13$, $m_n = 5$ mm, $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta = 10,5^\circ$, $y_n = 1$, $c^* = 0,25$. Obliczyć średnice kół i odległość osi. Nie dopuszczamy żadnego podcięcia.

Zad. 8.28.

W przekładni walcowej o zębach śrubowych $z_1 = 13$, $z_2 = 50$, $m_n = 2$ mm, $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta = 14,25^\circ$, $y_n = 1$, $c^* = 0,25$, przeprowadzić korekcję, tak aby odległość osi wynosiła $a_w = 65$ mm. Obliczyć średnice kół. Nie dopuszczamy żadnego podcięcia.

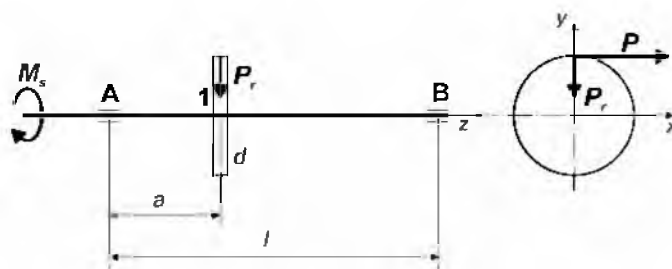
WAŁY I OSIE

Zad. 9.1.

Obliczyć wartości teoretyczne średnic czopów wału maszynowego w miejscach jego podparcia A i B oraz w miejscu osadzenia koła zębatego o zębach prostych i kącie przyproru $\alpha = 20^\circ$.

Dane:

$$\begin{aligned} M_s &= 60 \text{ Nm} \\ a &= 30 \text{ mm} \\ l &= 110 \text{ mm} \\ d &= 55 \text{ mm} \\ k_{sj} &= 76 \text{ MPa} \\ k_{go} &= 63 \text{ MPa} \end{aligned}$$



Siły obciążające wałek wynoszą:

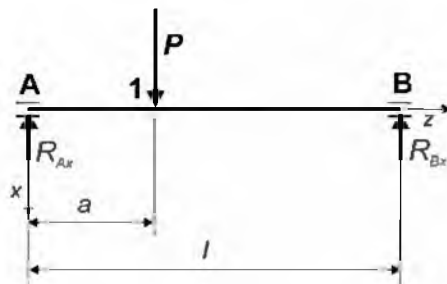
– siła obwodowa:

$$P = \frac{2 \cdot M_s}{d} = \frac{2 \cdot 60\,000}{55} = 2181,8 \text{ N}$$

– siła promieniowa:

$$P_r = P \cdot \tan \alpha = 2181,8 \cdot \tan 20^\circ = 794,1 \text{ N}$$

Schemat obciążenia wału w płaszczyźnie xz :



Wyznaczenie reakcji w punktach podparcia w płaszczyźnie xz .
Wykorzystujemy równanie momentów względem punktu A:

$$\sum M_{iA} = 0 \quad P \cdot a - R_{Bx} \cdot l = 0$$

oraz warunek równowagi rzutów sił na osi x :

$$\sum P_{ix} = 0 \quad P - R_{Ax} - R_{Bx} = 0$$

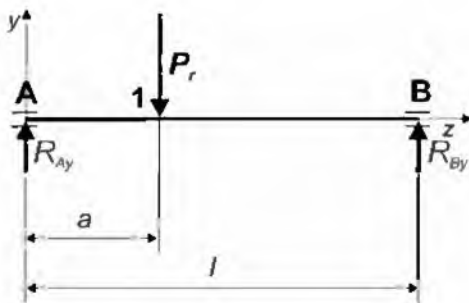
Reakcje odpowiednio wynoszą:

$$R_{Bx} = P \cdot \frac{a}{l} = 2181,8 \cdot \frac{30}{110} = 595,0 \text{ N}$$

oraz

$$R_{Ax} = P - R_{Bx} = 2181,8 - 595,0 = 1586,8 \text{ N}$$

Schemat obciążenia wału w płaszczyźnie yz :



Wyznaczenie reakcji w punktach podparcia w płaszczyźnie yz :
Wykorzystujemy równanie momentów względem punktu A:

$$\sum M_{iA} = 0 \quad P_r \cdot a - R_{By} \cdot l = 0$$

oraz warunek równowagi rzutów sił na oś y :

$$\sum P_{iy} = 0 \quad P_r - R_{Ay} - R_{By} = 0$$

Reakcje odpowiednio wynoszą:

$$R_{By} = P_r \cdot \frac{a}{l} = 794,1 \cdot \frac{30}{110} = 216,6 \text{ N}$$

oraz

$$R_{Ay} = P_r - R_{By} = 794,1 - 216,6 = 577,5 \text{ N}$$

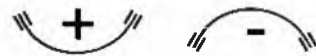
Reakcje wypadkowe wynoszą:

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{1586,8^2 + 577,5^2} = 1688,6 \text{ N}$$

$$R_B = \sqrt{R_{Bx}^2 + R_{By}^2} = \sqrt{595,0^2 + 216,6^2} = 633,2 \text{ N}$$

Wyznaczenie momentów gnących w miejscu podpór A i B oraz w przekroju środkowym koła.

Przyjęto znak momentu uwarunkowany postacią ugięcia wału, co przedstawiono na poniższym schemacie:



Wartości momentu gnącego w poszczególnych przekrojach wału w płaszczyźnie xz wynoszą:

$$M_{gxA} = 0$$

$$M_{gx1} = R_{Ax} \cdot a = 1586,8 \cdot 30 = 47\,604 \text{ Nmm} = 47,60 \text{ Nm}$$

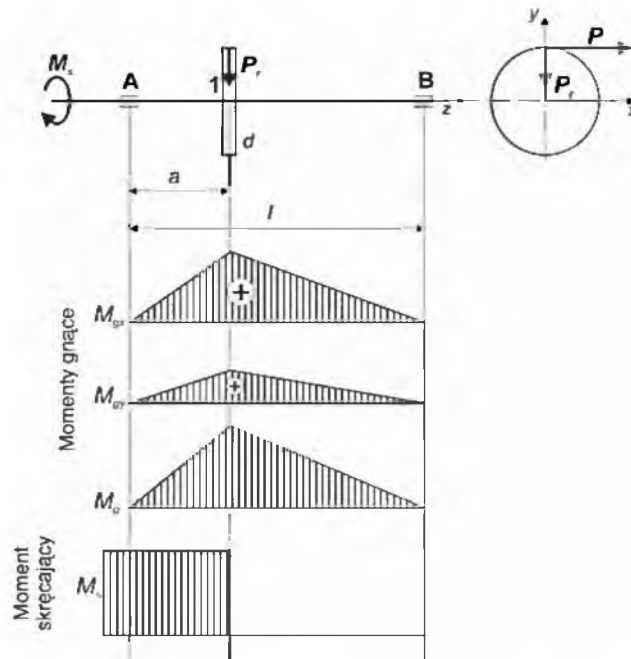
$$M_{gxB} = 0$$

natomiast w płaszczyźnie yz:

$$M_{gyA} = 0$$

$$M_{gy1} = R_{Ay} \cdot a = 577,5 \cdot 30 = 17\,325 \text{ Nmm} = 17,33 \text{ Nm}$$

$$M_{gyB} = 0$$



Moment gnący wypadkowy wynosi:

$$M_g = \sqrt{M_{gx}^2 + M_{gy}^2}$$

$$M_{gA} = 0$$

$$M_{g1} = \sqrt{47,60^2 + 17,33^2} = 50,66 \text{ Nm}$$

$$M_{gB} = 0$$

OBLICZENIA MOMENTU ZREDUKOWANEGO W POSZCZEGÓLNYCH PRZEKROJACH WAŁU

Podpora A

$$M_{zA} = M_s = 60,00 \text{ Nm}$$

Przekrój środkowy czopa osadczego koła zębatego (punkt 1)

W przekroju występują jednocześnie moment gnący i skręcający. Ze względu na fakt, że w tym punkcie $M_s < 2 \cdot M_g$ moment zredukowany obliczono zgodnie z poniższym wzorem, przyjmując założenie, że wał jest jednostronnie skręcany:

$$M_{z1} = \sqrt{M_{g1}^2 + \left(\frac{\alpha}{2} \cdot M_s\right)^2}$$

gdzie:

$$\alpha = \frac{k_{go}}{k_{sj}} = \frac{63}{76} = 0,83$$

Zatem:

$$M_{z1} = \sqrt{50,66^2 + \left(\frac{0,83}{2} \cdot 60\right)^2} = 56,45 \text{ Nm}$$

Podpora B

$$M_{zB} = 0$$

OBLICZENIE WARTOŚCI TEORETYCZNYCH ŚREDNIC WAŁKA

Podpora A

$$d_A = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{zA}}{\pi \cdot k_{sj}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 60\,000}{\pi \cdot 76}} = 15,90 \text{ mm}$$

Przekrój środkowy czopa osadczego koła zębatego:

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{z1}}{\pi \cdot k_{go}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 56\,450}{\pi \cdot 63}} = 20,90 \text{ mm}$$

Podpora B:

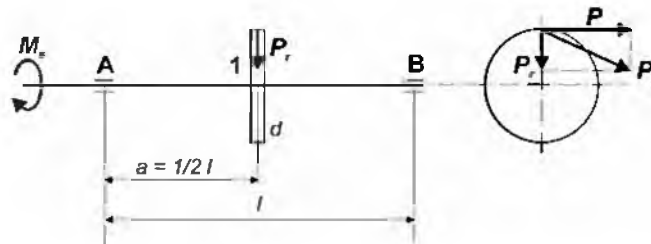
$$d_B = 0 \text{ mm}$$

Zad. 9.2.

Obliczyć wartości teoretyczne średnic czopów wału maszynowego w miejscach jego podparcia A i B oraz w miejscu osadzenia koła zębatego o zębach prostych i kącie przyproru $\alpha = 20^\circ$

Dane:

$$\begin{aligned} M_s &= 50 \text{ Nm} \\ l &= 100 \text{ mm} \\ d &= 50 \text{ mm} \\ k_{sj} &= 76 \text{ MPa} \\ k_{go} &= 63 \text{ MPa} \end{aligned}$$



Siły obciążające koło zębate wynoszą:

– siła obwodowa:

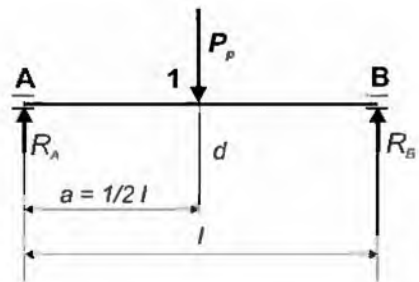
$$P = \frac{2 \cdot M_s}{d} = \frac{2 \cdot 50\,000}{50} = 2000 \text{ N}$$

– siła promieniowa:

$$P_r = P \cdot \tan \alpha = 2000 \cdot \tan 20^\circ = 727,9 \text{ N}$$

Ze względu na to, że nie interesuje nas strzałka ugięcia w określonych płaszczyznach, przy zastąpieniu sił obwodowej i promieniowej siłą wypadkową:

$$P_p = \sqrt{P^2 + P_r^2} = \sqrt{2000^2 + 727,9^2} = 2128,34 \text{ N}$$

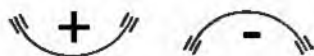


Ze względu na symetryczne usytuowanie obciążenia względem podpór reakcje wynoszą:

$$R_A = R_B = \frac{1}{2} \cdot P_p = \frac{1}{2} \cdot 2128,34 = 1064,2 \text{ N}$$

Wyznaczenie momentów gnących w przekrojach podpór A i B oraz w przekroju środkowym czopa osadczego koła.

Przyjęto znak momentu uwarunkowany postacią ugięcia wału:



$$M_{gA} = 0$$

$$M_{g1} = R_A \cdot a = 1064,2 \cdot 50 = 53\,210 \text{ Nmm} = 53,21 \text{ Nm}$$

$$M_{gB} = 0$$

OBLICZENIA MOMENTU ZREDUKOWANEGO W POSZCZEGÓLNYCH PRZEKROJACH WAŁU

Podpora A

$$M_{zA} = M_s = 50,00 \text{ Nm}$$

Przekrój środkowy czopa osadczego koła zębatego (punkt 1)

W przekroju występują jednocześnie moment gnący i skręcający. Ze względu na fakt, że $M_s < 2 \cdot M_g$ moment zastępczy wynosi:

$$M_{z1} = \sqrt{M_{g1}^2 + \left(\frac{\alpha}{2} \cdot M_s\right)^2}$$

gdzie:

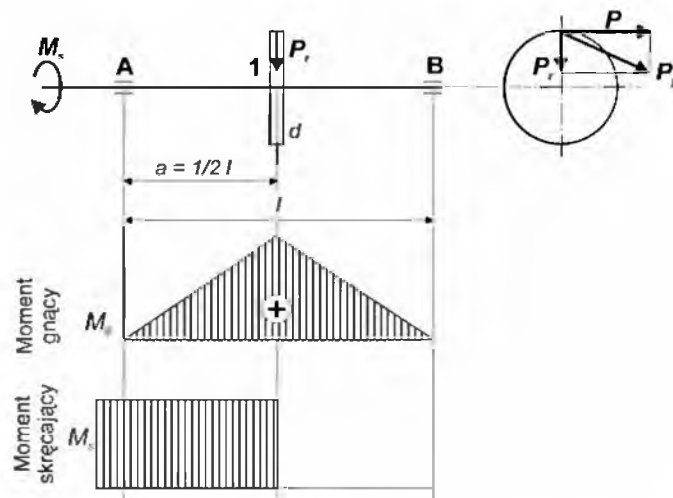
$$\alpha = \frac{k_{go}}{k_{sj}} = \frac{63}{76} = 0,83$$

Zatem:

$$M_{z1} = \sqrt{53,20^2 + \left(\frac{0,83}{2} \cdot 50\right)^2} = 57,1 \text{ Nm}$$

Podpora B

$$M_{zB} = 0$$



OBLICZENIE WARTOŚCI TEORETYCZNYCH ŚREDNIC WAŁKA

Podpora A:

$$d_A = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{zA}}{\pi \cdot k_{sj}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 50\,000}{\pi \cdot 76}} = 14,96 \text{ mm}$$

Przekrój środkowy czopa osadczego koła zębatego:

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{z1}}{\pi \cdot k_{go}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 57\,110}{\pi \cdot 63}} = 20,98 \text{ mm}$$

Podpora B:

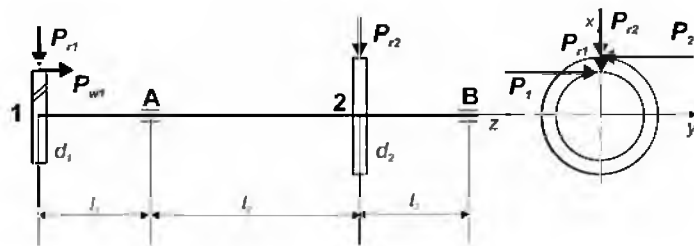
$$d_B = 0 \text{ mm}$$

Zad. 9.3.

Obliczyć wartości teoretyczne średnic czopów wału wysięgnikowego w miejscach jego podparcia A i B oraz w miejscu osadzenia kół zębatach. Pierwsze koło zębate jest kołem walcowym o zębach śrubowych, dla którego kąt zarysu $\alpha = 20^\circ$, a kąt pochylenia linii zęba $\beta = 15^\circ$, natomiast drugie koło jest kołem walcowym o zębach prostych, dla którego kąt zarysu $\alpha = 20^\circ$.

Dane:

$$\begin{aligned} M_s &= 17,5 \text{ Nm} \\ l_1 &= 50 \text{ mm} \\ l_2 &= 100 \text{ mm} \\ l_3 &= 50 \text{ mm} \\ d_1 &= 50 \text{ mm} \\ d_2 &= 70 \text{ mm} \\ k_{sj} &= 76 \text{ MPa} \\ k_{go} &= 63 \text{ MPa} \end{aligned}$$



Siły obciążające koła zębate wynoszą:

– siły obwodowe:

$$P_1 = \frac{2 \cdot M_s}{d_1} = \frac{2 \cdot 17\,500}{50} = 700,0 \text{ N}$$

$$P_2 = \frac{2 \cdot M_s}{d_2} = \frac{2 \cdot 17\,500}{70} = 500,0 \text{ N}$$

– siły promieniowe:

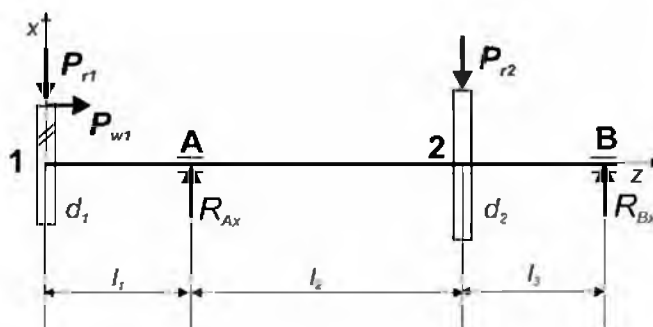
$$P_{r1} = P_1 \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta} = 700 \cdot \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 15^\circ} = 263,8 \text{ N}$$

$$P_{r2} = P_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha = 500 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 182,0 \text{ N}$$

– siła wzdłużna:

$$P_{w1} = P_1 \cdot \operatorname{tg} \beta = 700 \cdot \operatorname{tg} 15^\circ = 187,6 \text{ N}$$

Schemat obciążenia wału w płaszczyźnie xz :



Wyznaczenie reakcji w miejscach podparcia w płaszczyźnie xz .
Wykorzystując równanie momentów względem punktu A:

$$\sum M_{iA} = 0 \quad P_{r1} \cdot l_1 - P_{w1} \cdot \frac{d_1}{2} - P_{r2} \cdot l_2 + R_{Bx} \cdot (l_2 + l_3) = 0$$

oraz warunek równowagi rzutów sił na oś x :

$$\sum P_{ix} = 0 \quad P_{r1} - R_{Ax} + P_{r2} - R_{Bx} = 0$$

Reakcje odpowiednio wynoszą:

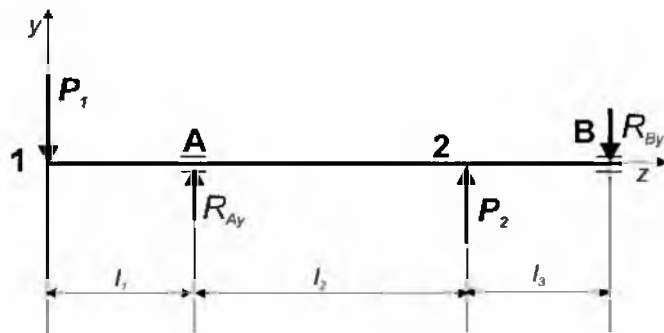
$$R_{Bx} = \frac{P_{w1} \cdot \frac{d_1}{2} + P_{r2} \cdot l_2 - P_{r1} \cdot l_1}{l_2 + l_3}$$

$$R_{Bx} = \frac{187,6 \cdot \frac{50}{2} + 182,0 \cdot 100 - 263,8 \cdot 50}{100 + 50} = 64,7 \text{ N}$$

oraz:

$$R_{Ax} = P_{r1} + P_{r2} - R_{Bx} = 263,8 + 182,0 - 64,7 = 381,1 \text{ N}$$

Schemat obciążenia wału w płaszczyźnie yz:



Wyznaczenie reakcji w miejscach podparcia w płaszczyźnie yz.
Wykorzystując równanie momentów względem punktu A:

$$\sum M_{iA} = 0 \quad P_1 \cdot l_1 + P_2 \cdot l_2 - R_{By} \cdot (l_2 + l_3) = 0$$

oraz warunek równowagi rzutów sił na oś y:

$$\sum P_{iy} = 0 \quad P_1 - R_{Ay} - P_2 + R_{By} = 0$$

Reakcje odpowiednio wynoszą:

$$R_{By} = \frac{P_1 \cdot l_1 + P_2 \cdot l_2}{l_2 + l_3} = \frac{700 \cdot 50 + 500 \cdot 100}{100 + 50} = 566,7 \text{ N}$$

oraz:

$$R_{Ay} = P_1 - P_2 + R_{By} = 700 - 500 + 566,7 = 766,7 \text{ N}$$

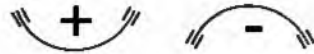
Reakcje wypadkowe wynoszą:

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{381,1^2 + 766,7^2} = 856,2 \text{ N}$$

$$R_B = \sqrt{R_{Bx}^2 + R_{By}^2} = \sqrt{64,7^2 + 566,7^2} = 570,4 \text{ N}$$

Wyznaczanie momentów gnących w miejscach podpór A i B oraz przekrojach czopów osadczych kół 1. i 2.

Przyjmujemy znak momentu uwarunkowany postacią ugięcia wału:



Wartości momentu gnącego w płaszczyźnie xz w poszczególnych przekrojach wynoszą:

$$M_{gx1} = P_{w1} \cdot \frac{d}{2} = 187,6 \cdot \frac{50}{2} = 4690 \text{ Nmm} = 4,69 \text{ Nm}$$

$$M_{gxA} = P_{w1} \cdot \frac{d}{2} - P_{r1} \cdot l_1 = 187,6 \cdot \frac{50}{2} - 263,8 \cdot 50 = -8500 \text{ Nmm} = -8,50 \text{ Nm}$$

$$M_{gx2} = R_{Bx} \cdot l_3 = 64,7 \cdot 50 = 3235 \text{ Nmm} = 3,24 \text{ Nm}$$

$$M_{gxB} = 0$$

Wartości momentu gnącego w płaszczyźnie yz w poszczególnych przekrojach wynoszą:

$$M_{gy1} = 0$$

$$M_{gyA} = -P_1 \cdot l_1 = -700 \cdot 50 = -35\,000 \text{ Nmm} = -35,00 \text{ Nm}$$

$$M_{gy2} = -R_{By} \cdot l_3 = -566,7 \cdot 50 = -28\,335 \text{ Nmm} = -28,34 \text{ Nm}$$

$$M_{gyB} = 0$$

$$M_g = \sqrt{M_{gx}^2 + M_{gy}^2}$$

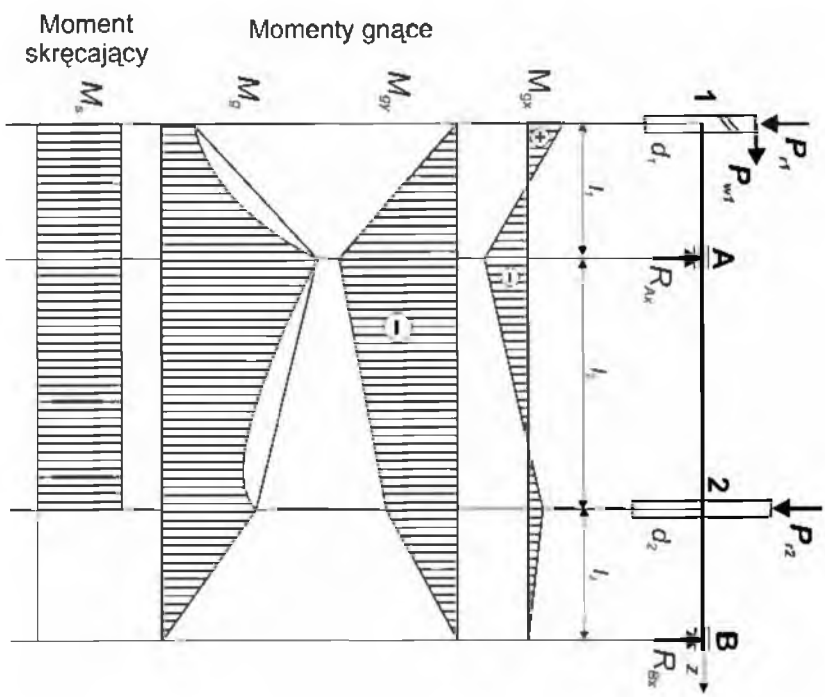
zatem:

$$M_{g1} = 4,69 \text{ Nm}$$

$$M_{g4} = \sqrt{35,00^2 + 8,50^2} = 36,02 \text{ Nm}$$

$$M_{g2} = \sqrt{28,34^2 + 3,24^2} = 28,52 \text{ Nm}$$

$$M_{gB} = 0$$



Wartość momentu gnącego obliczono na podstawie wzoru:

OBLICZENIA MOMENTU ZREDUKOWANEGO W POSZCZEGÓLNYCH PRZEKROJACH WAŁU

Przekrój środkowy czopa osadczego koła zębatego 1. (punkt 1)

W przekroju występują jednocześnie moment gnący i skręcający. Ze względu na fakt, że $M_s > 2 \cdot M_g$ moment zastępczy wynosi:

$$M_{z1} = \sqrt{\left(\frac{2}{\alpha} \cdot M_{g1}\right)^2 + M_s^2}$$

gdzie:

$$\alpha = \frac{k_{go}}{k_{sj}} = \frac{63}{76} = 0,83$$

Zatem:

$$M_{z1} = \sqrt{\left(\frac{2}{0,83} \cdot 4,69\right)^2 + 17,5^2} = 20,83 \text{ Nm}$$

Podpora A

W przekroju występują jednocześnie moment gnący i skręcający. Ze względu na fakt, że $M_s < 2 \cdot M_g$ moment zastępczy wynosi:

$$M_{zA} = \sqrt{M_{gA}^2 + \left(\frac{\alpha}{2} \cdot M_s\right)^2} = \sqrt{36,02^2 + \left(\frac{0,83}{2} \cdot 17,5\right)^2} = 36,74 \text{ Nm}$$

Przekrój środkowy czopa osadczego koła zębatego 2. (punkt 2)

W przekroju występują jednocześnie moment gnący i skręcający. Ze względu na fakt, że $M_s < 2 \cdot M_g$ moment wynosi:

$$M_{z2} = \sqrt{M_{g2}^2 + \left(\frac{\alpha}{2} \cdot M_s\right)^2} = \sqrt{28,52^2 + \left(\frac{0,83}{2} \cdot 17,5\right)^2} = 29,43 \text{ Nm}$$

Podpora B

$$M_{zB} = 0$$

OBLICZENIE WARTOŚCI TEORETYCZNYCH ŚREDNIC WAŁKA

Przekrój środkowy czopa osadczego koła zębatego 1.

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{z1}}{\pi \cdot k_{sj}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 20\,830}{\pi \cdot 76}} = 11,18 \text{ mm}$$

Podpora A

$$d_A = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{zA}}{\pi \cdot k_{go}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 36\,740}{\pi \cdot 63}} = 18,11 \text{ mm}$$

Przekrój środkowy czopa osadczego koła zębatego 2.

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{z2}}{\pi \cdot k_{go}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 29\,430}{\pi \cdot 63}} = 16,82 \text{ mm}$$

Podpora B

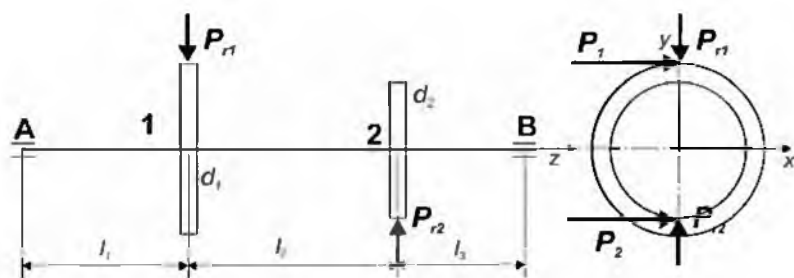
$$d_B = 0 \text{ mm}$$

Zad. 9.4.

Obliczyć wartości teoretyczne średnic czopów wału maszynowego w miejscach jego podparcia A i B oraz w miejscu osadzenia kół zębatach. Oba koła są kołami walcowymi o zębach prostych, dla których kąt przyporu wynosi $\alpha = 20^\circ$.

Dane:

l_1	=	70 mm	M_s	=	60 Nm
l_2	=	80 mm	k_{sj}	=	76 MPa
l_3	=	50 mm	k_{go}	=	63 MPa
d_1	=	120 mm			
d_2	=	70 mm			



Siły obciążające koła zębate:

– siły obwodowe:

$$P_1 = \frac{2 \cdot M_s}{d_1} = \frac{2 \cdot 60\,000}{120} = 1000,0 \text{ N}$$

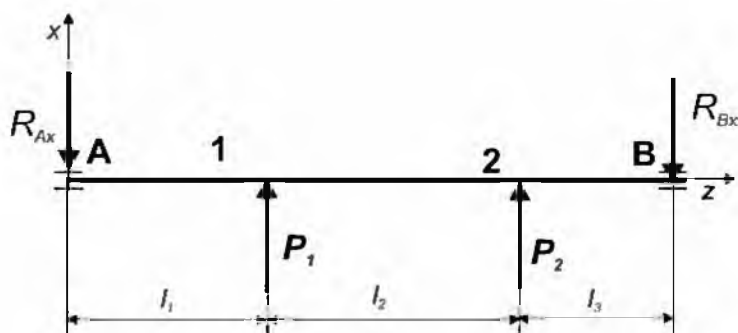
$$P_2 = \frac{2 \cdot M_s}{d_2} = \frac{2 \cdot 60\,000}{70} = 1714,3 \text{ N}$$

– siły promieniowe:

$$P_{r1} = P_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha = 1000 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 364,0 \text{ N}$$

$$P_{r2} = P_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha = 1714,3 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 624,0 \text{ N}$$

Schemat obciążenia wału w płaszczyźnie xz:



Wyznaczenie reakcji w miejscach podparcia w płaszczyźnie xz .
Wykorzystując równanie momentów względem punktu A:

$$\sum M_{iA} = 0 \quad P_1 \cdot l_1 + P_2 \cdot (l_1 + l_2) - R_{Bx} \cdot (l_1 + l_2 + l_3) = 0$$

oraz warunek równowagi rzutów sił na oś x :

$$\sum P_{ix} = 0 \quad R_{Ax} - P_1 - P_2 + R_{Bx} = 0$$

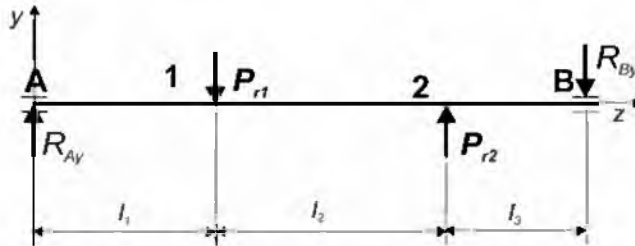
Reakcje odpowiednio wynoszą:

$$R_{Bx} = \frac{P_1 \cdot l_1 + P_2 \cdot (l_1 + l_2)}{l_1 + l_2 + l_3} = \frac{1000 \cdot 70 + 1714,3 \cdot (70 + 80)}{70 + 80 + 50} = 1635,7 \text{ N}$$

oraz:

$$R_{Ax} = P_1 + P_2 - R_{Bx} = 1000 + 1714,3 - 1635,7 = 1078,6 \text{ N}$$

Schemat obciążenia wału w płaszczyźnie yz :



Wyznaczenie reakcji w miejscach podparcia w płaszczyźnie yz .
Wykorzystując równanie momentów względem punktu A:

$$\sum M_{iA} = 0 \quad -P_{r1} \cdot l_1 + P_{r2} \cdot (l_1 + l_2) - R_{By} \cdot (l_1 + l_2 + l_3) = 0$$

oraz warunek równowagi rzutów sił na oś y :

$$\sum P_{iy} = 0 \quad R_{Ay} - P_{r1} + P_{r2} - R_{By} = 0$$

Reakcje odpowiednio wynoszą:

$$R_{By} = \frac{P_{r2} \cdot (l_1 + l_2) - P_{r1} \cdot l_1}{l_1 + l_2 + l_3} = \frac{624,0 \cdot (70 + 80) - 364,0 \cdot 70}{80 + 70 + 50} = 340,6 \text{ N}$$

oraz

$$R_{Ay} = P_{r1} - P_{r2} + R_{By} = 364,0 - 624,0 + 340,6 = 80,6 \text{ N}$$

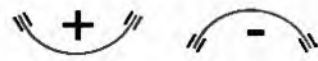
Reakcje wypadkowe wynoszą:

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{1078,6^2 + 80,6^2} = 1081,6 \text{ N}$$

$$R_B = \sqrt{R_{Bx}^2 + R_{By}^2} = \sqrt{1635,7^2 + 340,6^2} = 1670,8 \text{ N}$$

Wyznaczanie momentów gnących w miejscach podpór A i B oraz przekrojach czopów osadczych kół 1. i 2.

Przyjmujemy znak momentu uwarunkowany postacią ugięcia wału:



Wartości momentu gnącego w płaszczyźnie xz w poszczególnych przekrojach wynoszą:

$$M_{gxA} = 0$$

$$M_{gx1} = -R_{Ax} \cdot l_1 = -1078,6 \cdot 70 = -75\,502 \text{ Nmm} = -75,50 \text{ Nm}$$

$$M_{gx2} = -R_{Bx} \cdot l_3 = -1635,7 \cdot 50 = -81\,785 \text{ Nmm} = -81,78 \text{ Nm}$$

$$M_{gxB} = 0$$

Wartości momentu gnącego w płaszczyźnie yz w poszczególnych przekrojach wynoszą:

$$M_{gyA} = 0$$

$$M_{gy1} = R_{Ay} \cdot l_1 = 80,6 \cdot 70 = 5642 \text{ Nmm} = 5,64 \text{ Nm}$$

$$M_{gy2} = -R_{By} \cdot l_3 = -340,6 \cdot 50 = -17030 \text{ Nmm} = -17,03 \text{ Nm}$$

$$M_{gyB} = 0$$

Wartość momentu gnącego obliczono zgodnie ze wzorem:

$$M_g = \sqrt{M_{gx}^2 + M_{gy}^2}$$

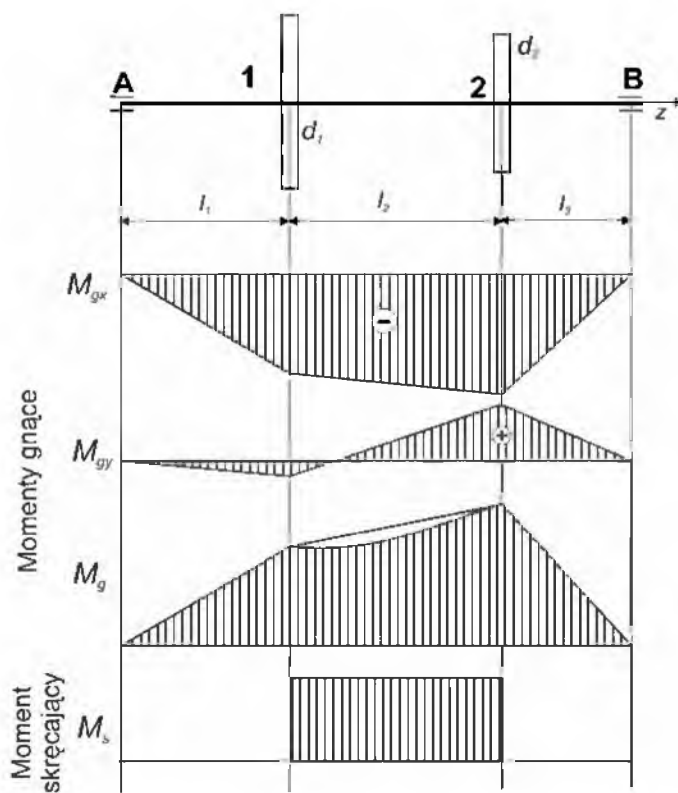
zatem:

$$M_{gA} = 0$$

$$M_{g1} = \sqrt{75,50^2 + 5,64^2} = 75,71 \text{ Nm}$$

$$M_{g2} = \sqrt{81,78^2 + 17,03^2} = 83,53 \text{ Nm}$$

$$M_{gB} = 0$$



OBLICZENIA MOMENTU ZREDUKOWANEGO W POSZCZEGÓLNYCH PRZEKROJACH WAŁU

Podpora A

$$M_{zA} = 0$$

Przekrój środkowy czopa osadczego koła zębatego 1. (punkt 1)

W przekroju tym występują jednocześnie moment gnący i skręcający. Ze względu na fakt, że $M_s < 2 \cdot M_g$ moment zastępczy wynosi:

$$M_{z1} = \sqrt{M_{g1}^2 + \left(\frac{\alpha}{2} \cdot M_s\right)^2}$$

gdzie:

$$\alpha = \frac{k_{go}}{k_{sj}} = \frac{63}{76} = 0,83$$

Zatem:

$$M_{z1} = \sqrt{75,71^2 + \left(\frac{0,83}{2} \cdot 60\right)^2} = 79,70 \text{ Nm}$$

Przekrój środkowy czopa osadczego koła zębatego 2. (punkt 2)

W przekroju występują jednocześnie moment gnący i skręcający. Ze względu na fakt, że w tym punkcie $M_s < 2 \cdot M_g$ moment zastępczy wynosi:

$$M_{z2} = \sqrt{M_{g2}^2 + \left(\frac{\alpha}{2} \cdot M_s\right)^2} = \sqrt{83,53^2 + \left(\frac{0,83}{2} \cdot 60\right)^2} = 87,16 \text{ Nm}$$

Podpora B

$$M_{zB} = 0$$

OBLICZENIE WARTOŚCI TEORETYCZNYCH ŚREDNIC WAŁKA

Podpora A

$$d_A = 0$$

Przekrój środkowy czopa osadczego koła zębatego 1.

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{z1}}{\pi \cdot k_{go}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 79\,700}{\pi \cdot 63}} = 23,44 \text{ mm}$$

Przekrój środkowy czopa osadczego koła zębatego 2.

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{z2}}{\pi \cdot k_{go}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 87\,160}{\pi \cdot 63}} = 24,15 \text{ mm}$$

Podpora B

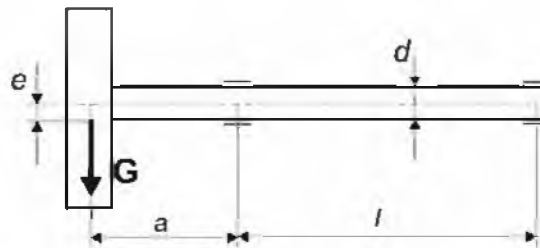
$$d_B = 0 \text{ mm}$$

Zad. 9.5.

Obliczyć ugięcie gładkiego wału wysięgnikowego o średnicy d z osadzonym na końcu kołem pasowym o ciężarze G w trakcie obracania się wału z prędkością obrotową n . Środek ciężkości koła pasowego jest przesunięty względem osi wału o wartość e . Obliczyć krytyczną prędkość obrotową oraz zakres niebezpieczny prędkości obrotowej. W obliczeniach pominąć masę wału.

Dane:

$$\begin{aligned} G &= 150 \text{ N} \\ n &= 1250 \text{ obr/min} \\ e &= 0,05 \text{ mm} \\ d &= 20 \text{ mm} \\ a &= 50 \text{ mm} \\ l &= 150 \text{ mm} \\ E &= 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa} \end{aligned}$$



Układ dynamiczny pozostanie w równowadze, jeżeli siła odśrodkowa zostanie zrównoważona siłą sprężystości wału. Zatem musi zostać spełniony następujący warunek:

$$m \omega^2 (e + f_d) = c f_d$$

W oparciu o znany z wytrzymałości wzór określający statyczne ugięcie wału wysięgnikowego sztywność wału określa zależność:

$$c = \frac{3EI_x}{a^2(a+l)} = \frac{3E\pi d^4}{64a^2(a+l)}$$

Zatem:

$$c = \frac{3 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot 20^4}{64 \cdot 50^2 \cdot (50 + 150)} = 9896 \text{ N/mm}$$

Masa koła pasowego:

$$m = \frac{G}{g} = \frac{150}{9810} = 0,0153 \text{ kg}$$

gdzie:

g – przyspieszenie ziemskie ($g = 9810 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$)

Prędkość kątowna wału:

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi \cdot 1250}{30} = 130,9 \text{ rad/s}$$

Po przekształceniach otrzymujemy strzałkę ugięcia dynamicznego:

$$f_d = \frac{m \omega^2 e}{c - m \omega^2} = \frac{0,0153 \cdot 130,9^2 \cdot 0,05}{9896 - 0,0153 \cdot 130,9^2} = 0,00136 \text{ mm}$$

Krytyczna prędkość obrotowa wynosi:

$$n_{kr} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{c}{m}} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{9896}{0,0153}} = 7680 \text{ obr/min}$$

Zakres niebezpieczny prędkości obrotowej wynosi:

$$n_{nieb} = (0,85 \div 1,25) \cdot n_{kr} = 6528 \div 9600 \text{ obr/min}$$

Zad. 9.6.

Obliczyć krytyczną prędkość obrotową oraz jej niebezpieczny zakres w przypadku wału gładkiego o rozstawie podpór l , wiedząc, że wartość statycznej strzałki ugięcia wynosi f .

Dane:

$$\begin{aligned} l &= 1000 \text{ mm} \\ f &= 0,05 \text{ mm} \end{aligned}$$

Krytyczna prędkość obrotowa:

$$n_{kr} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g}{f}} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{9810}{0,05}} = 4230 \text{ obr/min}$$

Zakres obrotów niebezpiecznych:

$$n_{nieb} = (0,85 \div 1,25) \cdot n_{kr} = 3596 \div 5288 \text{ obr/min}$$

Zad. 9.7.

Na wałku wysięgnikowym osadzone jest stożkowe koło zębate przenoszące moment skręcający $M_s = 400 \text{ Nm}$, przy prędkości obrotowej $n = 900 \text{ obr/min}$. Obliczyć wartości teoretyczne średnic czopów łożyskowych. Dane: $P_r = 0,3 P$, $P_w = 0,35 P$, $a = 80 \text{ mm}$, $l = 120 \text{ mm}$, $d = 80 \text{ mm}$, $k_{go} = 60 \text{ MPa}$, $k_{sj} = 70 \text{ MPa}$.

Zad. 9.8.

Wał gładki (napędowy) przenosi moc 15 kW przy prędkości kątowej $\omega = 60 \text{ rad/s}$. Obliczyć średnicę wału spełniającą warunek, aby odkształcenie skrętne wału nie przekraczało wartości $0,004 \text{ rad/m}$, $E = 210\,000 \text{ MPa}$, $G = 81\,000 \text{ MPa}$.

Zad. 9.9.

Obliczyć, ile wyniesie ugięcie wału wysięgnikowego obciążonego kołem o ciężarze $G = 200$ N, przy prędkości obrotowej $n = 1000$ obr/min, jeżeli środek masy koła jest przesunięty względem osi wału o wielkość $e = 0,05$ mm. Rozstaw podpór $l = 150$ mm, odległość środka masy koła od podpory $a = 50$ mm, średnica wału $d = 20$ mm. Obliczyć krytyczną prędkość obrotową oraz jej niebezpieczny zakres.

Zad. 9.10.

Obliczyć krytyczną prędkość obrotową oraz jej niebezpieczny zakres wału gładkiego rozstawie podpór $l = 250$ mm, a wartość statyczna strzałki ugięcia wynosi $f = 0,2$ mm.

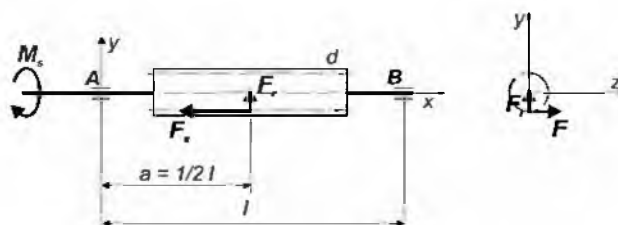
ŁOŻYSKA TOCZNE

Zad. 10.1.

W przekładni ślimakowej ślimak zamocowany jest symetrycznie względem podpór. Obraca się on z prędkością n i jest obciążony siłami: obwodową F , promieniową F_r i osiową F_x . Średnice czopów łożyskowych d_A i d_B są równe. Żądana trwałość łożysk wynosi L_h . Dobrać łożyska ślimaka z uwzględnieniem możliwości zmiany kierunku prędkości obrotowej.

Dane:

$$\begin{aligned} F &= 1600 \text{ N} \\ F_r &= 1250 \text{ N} \\ F_x &= 4400 \text{ N} \\ n &= 980 \text{ obr/min} \\ l &= 250 \text{ mm} \\ d &= 65 \text{ mm} \\ d_A &= 40 \text{ mm} \\ d_B &= 40 \text{ mm} \\ L_h &= 15\,000 \text{ h} \end{aligned}$$

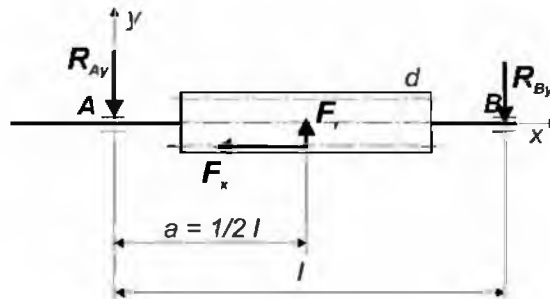


WYZNACZENIE OBCIĄŻEŃ DZIAŁAJĄCYCH NA ŁOŻYSKA

Wyznaczenie reakcji w płaszczyźnie xy .

Wykorzystując równanie momentów względem punktu A:

$$\sum M_A = R_{By} \cdot l + F_x \cdot \frac{d}{2} - F_r \cdot a = 0$$



obliczamy reakcję R_{By} :

$$R_{By} = \frac{F_r \cdot a - F_x \cdot \frac{d}{2}}{l} = \frac{1250 \cdot 125 - 4400 \cdot \frac{65}{2}}{250} = 53,00 \text{ N}$$

Z równowagi rzutów sił na oś y :

$$\sum P_{iy} = R_{Ay} - F_r + R_{By} = 0$$

obliczamy reakcję R_{Ay} :

$$R_{Ay} = F_r - R_{By} = 1250 - 53 = 1197,00 \text{ N}$$

Wyznaczanie reakcji w płaszczyźnie xz .

Z uwagi na symetrię układu możemy zapisać:

$$R_{Ax} = R_{Bx} = \frac{F}{2} = \frac{1600}{2} = 800,00 \text{ N}$$

Wyznaczanie wartości reakcji wypadkowych R_A i R_B

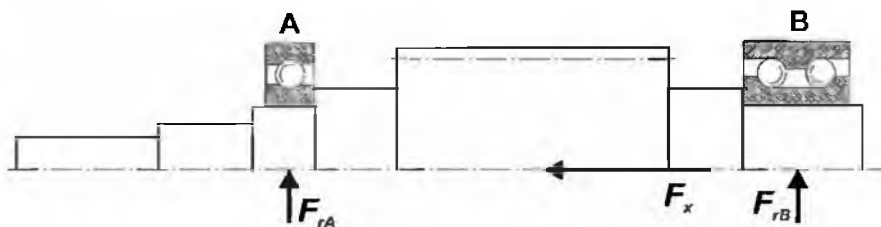
$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Ax}^2} = \sqrt{1197^2 + 800^2} = 1439,72 \text{ N}$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bx}^2} = \sqrt{53^2 + 800^2} = 801,75 \text{ N}$$

Po zmianie kierunku prędkości obrotowej ślimaka zmieni się na przeciwny zwrot siły osiowej F_x . Spowoduje to, z uwagi na symetrię układu, zamianę wartości reakcji w miejscach podparcia wału. Zatem uwzględniając fakt, że przekładnia będzie pracować w obu kierunkach przyjmujemy: $R_A = R_B = 1439,72 \text{ N}$.

DOBÓR ŁOŻYSK

Zakładamy układ łożysk, w którym jedno z łożysk przenosi tylko siłę poprzeczną, zaś drugie siłę poprzeczną oraz wzdłużną. W węźle A zakładamy łożysko kulkowe zwykłe natomiast w węźle B łożysko kulkowe skośne dwurzędowe.



Węzeł A – łożysko kulkowe zwykłe

Wyznaczenie obciążenia zastępczego:

$$P_A = F_{rA} = R_A = 1439,72 \text{ N}$$

$$\frac{C_A}{P_A} = \left(\frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6} \right)^{\frac{1}{q}} = \left(\frac{10\,000 \cdot 980 \cdot 60}{10^6} \right)^{\frac{1}{3}} = 8,378$$

Żądana nośność dynamiczna łożyska A:

$$C_A = 8,378 \cdot P_A = 8,378 \cdot 1439,72 = 12\,061,97 \text{ N}$$

Przyjmujemy łożysko **16008** o nośności $C = 13\,200 \text{ N}$.

W przypadku zastosowania w węźle A łożyska wałeczkowego wówczas:

$$q = \frac{10}{3}$$

$$\frac{C_A}{P_A} = \left(\frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6} \right)^{\frac{1}{q}} = \left(\frac{10\,000 \cdot 980 \cdot 60}{10^6} \right)^{\frac{3}{10}} = 6,773$$

$$C_A = 6,773 \cdot P_A = 6,773 \cdot 1439,72 = 9751,22 \text{ N}$$

Najlepsze łożysko **NU1008** posiada nośność $C = 21\,200\text{ N}$.

Przyjęte łożysko wykaże trwałość:

$$L_h = \frac{10^6}{n \cdot 60} \cdot \left(\frac{C_A}{P_A} \right)^q = \frac{10^6}{980 \cdot 60} \cdot \left(\frac{21\,200}{1439,72} \right)^{\frac{10}{3}} = 133\,091\text{ h.}$$

Węzeł B – łożysko kulkowe skośne dwurzędowe

Łożysko tej grupy charakteryzują następujące wartości współczynników:

$$e = 0,86;$$

$$X = 1,0, Y = 0,63 \quad \text{gdy} \quad \frac{F_{aB}}{V \cdot F_{rB}} \leq e$$

$$X = 0,62, Y = 1,17 \quad \text{gdy} \quad \frac{F_{aB}}{V \cdot F_{rB}} > e$$

Obciążenie poprzeczne łożyska wynosi $F_{rB} = R_B$, wzdłużne zaś $F_{aB} = F_x$.

Obciążenie zastępcze:

$$P_B = V \cdot X \cdot F_{rB} + Y \cdot F_{aB} = V \cdot X \cdot R_B + Y \cdot F_x$$

Sprawdzamy relację:

$$\frac{F_{aB}}{V \cdot F_{rB}} = \frac{4400}{1 \cdot 1439,72} = 3,056 \geq e = 0,86$$

Zatem:

$$P_B = V \cdot X \cdot F_{rB} + Y \cdot F_{aB} = 1 \cdot 0,62 \cdot 1439,72 + 1,17 \cdot 4400 = 6040,63\text{ N}$$

$$\frac{C_A}{P_A} = \frac{C_B}{P_B} = 8,378$$

$$C_B = 8,378 \cdot P_B = 8,378 \cdot 6040,63 = 50\,608,40\text{ N}$$

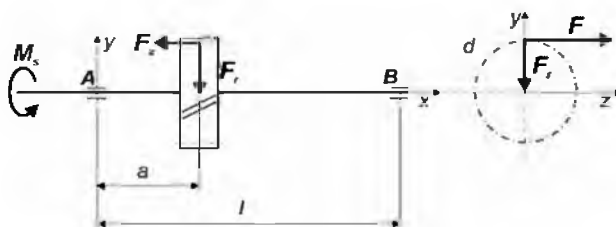
Przyjmujemy łożysko kulkowe skośne dwurzędowe **3308** o nośności $C_B = 54\,000\text{ N}$.

Zad. 10.2.

Walek z kołem walcowym o zębach śrubowych osadzony jest w dwóch łożyskach kulkowych skośnych zamontowanych w układzie rozbieżnym „O”. Koło obciążone jest siłami wynikającymi z przenieszonego momentu: obwodową F , promieniową F_r oraz osiową F_x . Prędkość obrotowa wału wynosi n . Średnice czopów łożyskowych wynoszą d_A oraz d_B . Dobrać łożyska układu oraz przeprowadzić obliczenia sprawdzające z uwagi na ich trwałość. Minimalna założona trwałość godzinowa wynosi L_h .

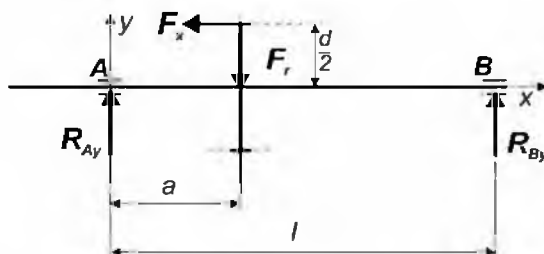
Dane:

$$\begin{aligned} F &= 4000 \text{ N} \\ F_r &= 1500 \text{ N} \\ F_x &= 1070 \text{ N} \\ n &= 980 \text{ obr/min} \\ a &= 55 \text{ mm} \\ l &= 200 \text{ mm} \\ d &= 60 \text{ mm} \\ d_A &= 30 \text{ mm} \\ d_B &= 25 \text{ mm} \\ L_h &= 10\,000 \text{ h} \end{aligned}$$



WYZNACZENIE OBCIĄŻEŃ DZIAŁAJĄCYCH NA ŁOŻYSKA

Wyznaczenie reakcji w płaszczyźnie xy :



Z warunku równowagi momentów względem punktu B:

$$\sum M_B = R_{Ay} \cdot l - F_x \cdot \frac{d}{2} - F_r \cdot (l - a) = 0$$

obliczamy reakcję R_{Ay} :

$$R_{Ay} = \frac{F_x \cdot \frac{d}{2} + F_r \cdot (l - a)}{l} = \frac{1070 \cdot \frac{60}{2} + 1500 \cdot (200 - 55)}{200} = 1248,00 \text{ N}$$

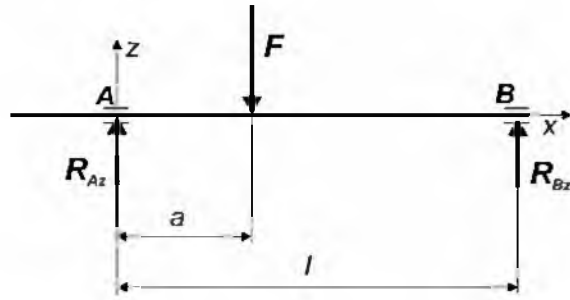
Z równowagi rzutów sił na oś y :

$$\sum P_{iy} = R_{Ay} - F_r + R_{By} = 0$$

wyznaczamy reakcję R_{By} :

$$R_{By} = F_r - R_{Ay} = 1500 - 1248 = 252 \text{ N}$$

Wyznaczanie reakcji w płaszczyźnie xz :



Z warunku równowagi momentów względem punktu B:

$$\sum M_B = R_{Az} \cdot l - F \cdot (l - a) = 0$$

wyznaczamy reakcję R_{Az} :

$$R_{Az} = \frac{F \cdot (l - a)}{l} = \frac{4000 \cdot (200 - 55)}{200} = 2900,00 \text{ N}$$

Z równowagi rzutów sił na oś z :

$$\sum P_z = R_{Az} - F + R_{Bz} = 0$$

wyznaczamy reakcję R_{Bz} :

$$R_{Bz} = F - R_{Az} = 4000 - 2900 = 1100,00 \text{ N}$$

Wyznaczenie wartości reakcji wypadkowych R_A i R_B

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = \sqrt{1248^2 + 2900^2} = 3157,00 \text{ N}$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = \sqrt{252^2 + 1100^2} = 1128,50 \text{ N}$$

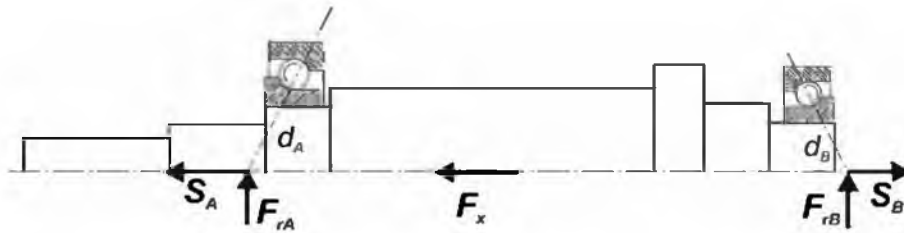
DOBÓR ŁOŻYSK

Obliczenia wstępne w celu doboru wielkości łożysk skośnych

Obliczenia te przeprowadza się przyjmując zasadę, że łożyska obciążone są jedynie siłami poprzecznymi, tzn.:

$$F_{rA} = R_A$$

$$F_{rB} = R_B$$



Przy wykorzystaniu podstawowego równania trwałości:

$$\left(\frac{C}{P}\right)^q = L \quad [\text{mln obr.}]$$

z którego wynika wymagana nośność dynamiczna łożyska C

$$C = P \cdot \sqrt[q]{L} \quad \text{gdzie: } L - \text{założona trwałość}$$

Wyznaczono nośności wymagane:

$$C_A = F_{rA} \cdot \sqrt[q]{L}$$

$$C_B = F_{rB} \cdot \sqrt[q]{L}$$

Przyjęto łożyska kulkowe skośne jednorzędowe ($q = 3$)

$$L = \frac{60 \cdot n \cdot L_h}{10^6} = \frac{60 \cdot 980 \cdot 10^4}{10^6} = 588,00 \text{ mln obr.}$$

Zatem:

$$C_A \geq F_{rA} \cdot \sqrt[3]{L} = 3157 \cdot \sqrt[3]{588} = 26\,448,46 \text{ N}$$

$$C_B \geq F_{rB} \cdot \sqrt[3]{L} = 1128,5 \cdot \sqrt[3]{588} = 9454,26 \text{ N}$$

Na podstawie obliczeń wstępnych przyjęto następujące łożyska kulkowe skośne jednorzędowe:

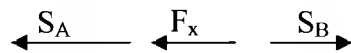
węzeł A- **7306B** $C_A = 34\,400 \text{ N}$; $X = 0,35$; $Y = 0,57$; $e = 1,14$

węzeł B- **7205B** $C_B = 14\,700 \text{ N}$; $X = 0,35$; $Y = 0,57$; $e = 1,14$

Obliczenia sprawdzające

Wyznaczenie obciążeń wzdłużnych każdego z łożysk.

W związku z przyjętym sposobem zamontowania łożysk (układ rozbieżny), schemat obciążenia układu przedstawia się następująco:



przy czym:

$$S_A = \frac{F_{rA}}{2 \cdot Y_A} = \frac{3157}{2 \cdot 0,57} = 2769,30 \text{ N}$$

$$S_B = \frac{F_{rB}}{2 \cdot Y_B} = \frac{1128,5}{2 \cdot 0,57} = 989,91 \text{ N}$$

Analiza układu sił przedstawionego powyżej pozwala stwierdzić, że łożyskiem dociążanym jest łożysko B, ($S_A + F_x > S_B$), natomiast łożyskiem odciążanym jest łożysko A. W oparciu o to stwierdzenie obciążenia osiowe poszczególnych łożysk wyniosą:

$$F_{aA} = S_A = 2769,30 \quad (\text{łożysko odciążane})$$

$$F_{aB} = S_A + F_x = 2769,30 + 1070 = 3839,30 \text{ N} \quad (\text{łożysko dociążane})$$

Wyznaczenie obciążenia zastępczego dla poszczególnych łożysk.

Sprawdzamy następujące relacje:

$$\frac{F_{aA}}{V \cdot F_{rA}} = \frac{2769,30}{1 \cdot 3157} = 0,875 \leq e = 1,14$$

$$\frac{F_{aB}}{V \cdot F_{rB}} = \frac{3839,30}{1 \cdot 1128,50} = 3,402 \geq e = 1,14$$

Zatem:

$$P_A = F_{rA} = 3157 \text{ N}$$

$$P_B = V \cdot X \cdot F_{rB} + Y \cdot F_{aB} = 1 \cdot 0,35 \cdot 1128,5 + 0,57 \cdot 3157 = 2194,47 \text{ N}$$

Obliczenia trwałości nominalnej każdego z łożysk w milionach obrotów:

$$L_A = \left(\frac{C_A}{P_A} \right)^q = \left(\frac{34\,400}{3157} \right)^3 = 1293,75 \text{ mln obr.}$$

$$L_B = \left(\frac{C_B}{P_B} \right)^q = \left(\frac{14\,700}{2194,46} \right)^3 = 300,59 \text{ mln obr.}$$

i godzinowe:

$$L_{hA} = \frac{L_A \cdot 10^6}{60 \cdot n} = \frac{1293,75 \cdot 10^6}{60 \cdot 980} = 22\,002,55 \text{ h}$$

$$L_{hB} = \frac{L_B \cdot 10^6}{60 \cdot n} = \frac{300,59 \cdot 10^6}{60 \cdot 980} = 5112,07 \text{ h}$$

Z wyników wynika znaczny rozrzut trwałości przyjętych łożysk, zamontowanych w układzie rozbieżnym „O”.

Z uwagi na fakt, że łożysko w podporze B nie spełnia wymogu nośności, konieczne jest dobranie innego. Z katalogu wybrano następujące łożysko:
węzeł B- **7305B** $C_B = 24\,800 \text{ N}$; $X = 0,35$; $Y = 0,57$; $e = 1,14$

Można zauważyć, że łożysko to ma te same wartości współczynników e , X , Y co poprzednio dobrane, zatem nie zmienia to wartości obciążenia zastępczego łożyska, które wynosi:

$$P_B = V \cdot X \cdot F_{rB} + Y \cdot F_{aB} = 1 \cdot 0,35 \cdot 1128,5 + 0,57 \cdot 3157 = 2194,46 \text{ N}$$

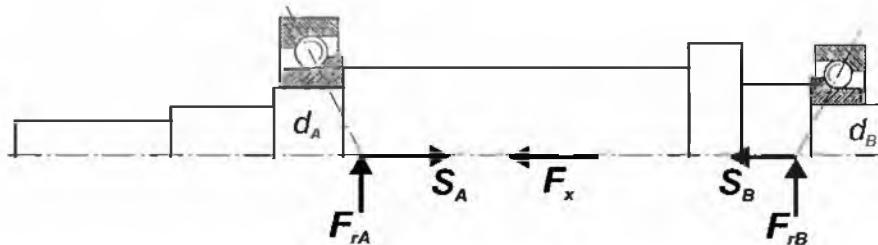
Trwałość łożyska:

$$L_B = \left(\frac{C_B}{P_B} \right)^q = \left(\frac{24\,800}{2194,46} \right)^3 = 1443,35 \text{ mln obr.}$$

$$L_{hB} = \frac{L_B \cdot 10^6}{60 \cdot n} = \frac{1443,35 \cdot 10^6}{60 \cdot 980} = 24\,546,77 \text{ h}$$

Zad. 10.3.

W oparciu o dane z zadania 10.2. sprawdzić trwałość przyjętych pierwotnie łożysk skośnych zamontowanych w układzie zbieżnym „X”.



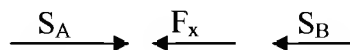
Powyżej przedstawiono obciążenia wzdłużne każdego z łożysk.

Wstępnie przyjęto zastosowanie łożysk:

węzeł A- **7306B** $C_A = 34\,400 \text{ N}$; $X = 0,35$; $Y = 0,57$; $e = 1,14$

węzeł B- **7205B** $C_B = 14\,700 \text{ N}$; $X = 0,35$; $Y = 0,57$; $e = 1,14$

W związku z przyjętym sposobem zamontowania łożysk (układ zbieżny), schemat obciążenia układu przedstawia się następująco:



przy czym:

$$S_A = 2769,30 \text{ N}$$

$$S_B = 989,91 \text{ N}$$

$$F_x = 1070 \text{ N}$$

Analiza układu sił przedstawionego powyżej pozwala stwierdzić, że łożyskiem dociążanym jest łożysko B, ($S_A > S_B + F_x$), natomiast łożyskiem odciążanym jest łożysko A. W oparciu o to stwierdzenie obciążenia osiowe poszczególnych łożysk wyniosą:

$$F_{aA} = S_A = 2769,30 \quad (\text{łożysko odciążane})$$

$$F_{aB} = S_A - F_x = 2769,30 - 1070 = 1699,30 \text{ N} \quad (\text{łożysko dociążane})$$

Wyznaczenie obciążenia zastępczego dla poszczególnych łożysk

Sprawdzamy następujące relacje:

$$\frac{F_{aA}}{V \cdot F_{rA}} = \frac{2769,30}{1 \cdot 3157} = 0,877 \leq e = 1,14$$

$$\frac{F_{aB}}{V \cdot F_{rB}} = \frac{1699,30}{1 \cdot 1128,50} = 1,506 \geq e = 1,14$$

Zatem:

$$P_A = F_{rA} = 3157 \text{ N}$$

$$P_B = V \cdot X \cdot F_{rB} + Y \cdot F_{aB} = 1 \cdot 0,35 \cdot 1128,5 + 0,57 \cdot 1699,30 = 1363,58 \text{ N}$$

Obliczenia trwałości każdego z łożysk w milionach obrotów

$$L_A = \left(\frac{C_A}{P_A} \right)^q = \left(\frac{34\,400}{3157} \right)^3 = 1293,75 \text{ mln obr.}$$

$$L_B = \left(\frac{C_B}{P_B} \right)^q = \left(\frac{14\,700}{1363,58} \right)^3 = 1252,88 \text{ mln obr.}$$

Trwałość poszczególnych łożysk w godzinach wynosi:

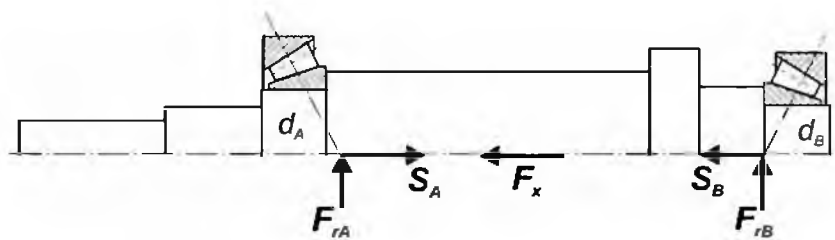
$$L_{hA} = \frac{L_A \cdot 10^6}{60 \cdot n} = \frac{1293,75 \cdot 10^6}{60 \cdot 980} = 22\,002,55 \text{ h}$$

$$L_{hB} = \frac{L_B \cdot 10^6}{60 \cdot n} = \frac{1252,88 \cdot 10^6}{60 \cdot 980} = 21\,307,48 \text{ h}$$

Zmiana układu łożysk skośnych powoduje, że trwałości obliczeniowe wybranych łożysk są prawie identyczne, aczkolwiek przekraczają ponad dwukrotnie trwałość założoną.

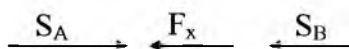
Zad. 10.4.

Dobrać łożyska stożkowe zamocowane w układzie „X” wałka z osadzonym na nim kołem walcowym o zębach skośnych przedstawionym w zadaniu 10.2. Założona trwałość godzinowa łożysk wynosi $L_h = 18\,000 \text{ h}$. W rozważaniach uwzględnić wpływ zmiany kierunku prędkości obrotowej wałka.



Wyznaczenie obciążeń wzdłużnych każdego z łożysk

W związku z przyjętym sposobem zamontowania łożysk (układ zbieżny), schemat obciążenia układu przedstawia się następująco:



Przewidujemy zastosowanie łożysk serii 302, którą charakteryzują współczynniki $e = 0,37$; $X = 0,4$; $Y = 1,6$.

Dla powyższych parametrów wartości wewnętrznych sił wzdłużnych wynoszą:

$$S_A = \frac{F_{rA}}{2 \cdot Y_A} = \frac{3157,13}{2 \cdot 1,6} = 986,60 \text{ N}$$

$$S_B = \frac{F_{rB}}{2 \cdot Y_B} = \frac{1128,50}{2 \cdot 1,6} = 352,66 \text{ N}$$

natomiast siła osiowa wynosi:

$$F_x = 1070 \text{ N}$$

Zatem:

$$S_B + F_x = 352,66 + 1070 = 1422,66 \text{ N}$$

Analiza układu sił przedstawionego powyżej pozwala stwierdzić, że łożyskiem dociążanym jest łożysko A ($S_B + F_x > S_A$) – wypadkowa sił ma zwrot reakcji S_B . Łožyskiem odciążanym jest łożysko B. W oparciu o to stwierdzenie obciążenia osiowe poszczególnych łożysk wyniosą:

$$F_{aA} = S_B + F_x = 352,66 + 1070 = 1422,66 \text{ N} \quad (\text{łożysko dociążane})$$

$$F_{aB} = S_B = 352,66 \text{ N} \quad (\text{łożysko odciążane})$$

Wyznaczenie obciążenia zastępczego poszczególnych łożysk

Sprawdzamy następujące relacje:

$$\frac{F_{aA}}{V \cdot F_{rA}} = \frac{1422,66}{1 \cdot 3157,13} = 0,451 \geq e = 0,37$$

$$\frac{F_{aB}}{V \cdot F_{rB}} = \frac{352,66}{1 \cdot 1128,50} = 0,313 \leq e = 0,37$$

Zatem:

$$P_A = V \cdot X \cdot F_{rA} + Y \cdot F_{aA} = 1 \cdot 0,4 \cdot 3157,13 + 1,6 \cdot 1422,66 = 3539,00 \text{ N}$$

$$P_B = F_{rB} = 1128,50 \text{ N}$$

Wymagane trwałości łożysk

$$\frac{C_A}{P_A} = \frac{C_B}{P_B} = \left(\frac{60 \cdot n \cdot L_h}{10^6} \right)^{\frac{1}{q}} = \left(\frac{60 \cdot 980 \cdot 18\,000}{10^6} \right)^{\frac{3}{10}} = 8,080$$

zatem:

$$C_A = 8,080 \cdot P_A = 8,080 \cdot 3539,11 = 28\,596 \text{ N}$$

Przewidywane łożysko **30206** charakteryzuje trwałość dynamiczna $C_A = 34\,500 \text{ N}$.

$$C_B = 8,080 \cdot P_B = 8,080 \cdot 1128,50 = 9\,118,28 \text{ N}$$

Łożysko **30205** charakteryzuje trwałość dynamiczna $C_B = 26\,500 \text{ N}$.

Zdecydowano się na zmianę łożysk na serię 320X. Łożyska te charakteryzują współczynniki obliczeniowe: $e = 0,43$; $X = 0,4$; $Y = 1,4$.

W związku z tym ulegną zmianie wartości wewnętrznych sił wzdłużnych:

$$S_A = \frac{F_{rA}}{2 \cdot Y_A} = \frac{3157,13}{2 \cdot 1,4} = 1127,55 \text{ N}$$

$$S_B = \frac{F_{rB}}{2 \cdot Y_B} = \frac{1128,50}{2 \cdot 1,4} = 403,04 \text{ N}$$

siła osiowa wynosi:

$$F_x = 1070 \text{ N}$$

natomiast:

$$S_B + F_x = 403,04 + 1070 = 1473,04 \text{ N}$$

Także w tym przypadku zachodzi nierówność $S_B + F_x > S_A$. Tak więc łożyskiem dociążanym jest łożysko A. Łożyskiem odciążanym jest łożysko B. Obciążenia osiowe poszczególnych łożysk wyniosą:

$$F_{aA} = S_B + F_x = 403,04 + 1070 = 1473,04 \text{ N} \quad (\text{łożysko dociążane})$$

$$F_{aB} = S_B = 403,04 \text{ N} \quad (\text{łożysko odciążane})$$

Sprawdzamy relacje:

$$\frac{F_{aA}}{V \cdot F_{rA}} = \frac{1473,04}{1 \cdot 3157,13} = 0,466 \geq e = 0,43$$

$$\frac{F_{aB}}{V \cdot F_{rB}} = \frac{403,04}{1 \cdot 1128,50} = 0,357 \leq e = 0,43$$

Zatem:

$$P_A = V \cdot X \cdot F_{rA} + Y \cdot F_{aA} = 1 \cdot 0,4 \cdot 3157,13 + 1,4 \cdot 1422,66 = 3325,11 \text{ N}$$

$$P_B = F_{rB} = 1128,50 \text{ N}$$

Przy założonej trwałości godzinowej $L_h = 18\,000 \text{ h}$ oraz prędkości obrotowej $n = 980 \text{ obr/min}$ stosunek $\frac{C_A}{P_A} = \frac{C_B}{P_B} = 8,080$ nie ulega zmianie. Stąd:

$$C_A = 8,08 \cdot P_A = 8,08 \cdot 3325,11 = 26\,866,89 \text{ N}$$

Przewidywane łożysko **32006X** charakteryzuje trwałość dynamiczna

$$C_A = 30\,500 \text{ N}.$$

$$C_B = 8,080 \cdot P_B = 8,080 \cdot 1128,50 = 9118,28 \text{ N}$$

Dobieramy łożysko **32005X** charakteryzujące się trwałością dynamiczną $C_B = 23\,200 \text{ N}$. Jest to najbliższe łożysko tej grupy wymiarowej.

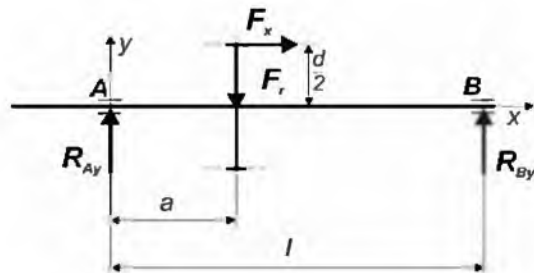
OBLICZENIA W PRZYPADKU ZMIANY ZWROTU SIŁY OSIOWEJ

Wyznaczenie obciążeń działających na łożyska

Wyznaczenie reakcji w płaszczyźnie xy :

Wykorzystując równanie momentów względem punktu B:

$$\sum M_B = R_{Ay} \cdot l + F_x \cdot \frac{d}{2} - F_r \cdot (l - a) = 0$$



wyznaczono reakcję R_{Ay} :

$$R_{Ay} = \frac{F_r \cdot (l - a) - F_x \cdot \frac{d}{2}}{l} = \frac{1500 \cdot (200 - 55) - 1070 \cdot \frac{60}{2}}{200} = 927,00 \text{ N}$$

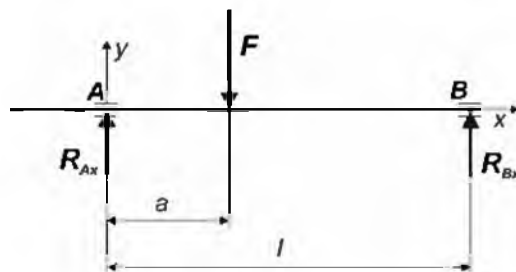
Z warunku równowagi rzutów sił na oś y :

$$\sum P_{iy} = R_{Ay} - F_r + R_{By} = 0$$

wyznaczono reakcję R_{By} :

$$R_{By} = F_r - R_{Ay} = 1500 - 927 = 573 \text{ N}$$

Wyznaczanie reakcji w płaszczyźnie xz :



Wykorzystując równanie momentów względem punktu B:

$$\sum M_B = R_{Ax} \cdot l - F \cdot (l - a) = 0$$

wyznaczono reakcję R_{Ax} :

$$R_{Ax} = \frac{F \cdot (l - a)}{l} = \frac{4000 \cdot (200 - 55)}{200} = 2900,00 \text{ N}$$

Z warunku równowagi rzutów sił na oś z:

$$\sum P_{iz} = R_{Az} - F + R_{Bz} = 0$$

wyznaczono reakcję R_{Bz} :

$$R_{Bz} = F - R_{Az} = 4000 - 2900 = 1100,00 \text{ N}$$

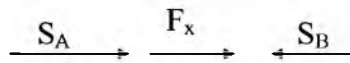
Wyznaczanie wartości reakcji wypadkowych R_A i R_B

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = \sqrt{927^2 + 2900^2} = 3044,56 \text{ N}$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = \sqrt{573^2 + 1100^2} = 1240,29 \text{ N}$$

Wyznaczenie obciążeń wzdłużnych każdego z łożysk

W związku z przyjętym sposobem zamontowania łożysk (układ zbieżny), schemat obciążenia układu przedstawia się następująco:



Przewidujemy zastosowanie serii łożysk 320X, którą charakteryzują współczynniki $e = 0,43$; $X = 0,4$; $Y = 1,4$.

Dla powyższych parametrów wartości wewnętrznych sił wzdłużnych wynoszą:

$$S_A = \frac{F_{rA}}{2 \cdot Y_A} = \frac{3044,56}{2 \cdot 1,4} = 1087,34 \text{ N}$$

$$S_B = \frac{F_{rB}}{2 \cdot Y_B} = \frac{1240,29}{2 \cdot 1,4} = 442,96 \text{ N}$$

siła osiowa wynosi:

$$F_x = 1070 \text{ N}$$

$$S_A + F_x = 1087,34 + 1070 = 2157,34 \text{ N} > S_B$$

Analiza układu sił przedstawionego powyżej pozwala stwierdzić, że łożyskiem dociążanym jest łożysko B ($S_A + F_x > S_B$) – wypadkowa sił ma zwrot reakcji S_A . Łožyskiem odciążanym jest łożysko A. W oparciu o to stwierdzenie obciążenia osiowe poszczególnych łożysk wyniosą:

$$F_{aA} = S_A = 1087,34 \text{ N} \quad (\text{łożysko odciążane})$$

$$F_{aB} = S_A + F_x = 1087,34 + 1070 = 2157,34 \text{ N} \quad (\text{łożysko dociążane})$$

Wyznaczenie obciążenia zastępczego dla poszczególnych łożysk.

Sprawdzamy następujące relacje:

$$\frac{F_{aA}}{V \cdot F_{rA}} = \frac{1087,34}{1 \cdot 3044,56} = 0,357 < e = 0,43$$

$$\frac{F_{aB}}{V \cdot F_{rB}} = \frac{2157,34}{1 \cdot 1240,29} = 1,739 > e = 0,43$$

Zatem:

$$P_A = F_{rA} = 3044,56 \text{ N}$$

$$P_B = V \cdot X \cdot F_{rB} + Y \cdot F_{aB} = 1 \cdot 0,4 \cdot 1240,29 + 1,4 \cdot 2157,34 = 3516,39 \text{ N}$$

Żądana trwałość łożysk:

$$\frac{C_A}{P_A} = \frac{C_B}{P_B} = 8,080$$

zatem:

$$C_A = 8,080 \cdot P_A = 8,080 \cdot 3044,56 = 24\,600,04 \text{ N}$$

Nośność dynamiczna łożyska **32006X** wynosi: $C_A = 30\,500 \text{ N}$.

$$C_B = 8,080 \cdot P_B = 8,080 \cdot 3516,39 = 28\,412,43 \text{ N}$$

Nośność dynamiczna łożyska **32006X** wynosi: $C_B = 23\,200 \text{ N}$.

Należy zauważyć, że zmiana kierunku prędkości obrotowej wałka zmienia obciążenie łożysk. Przy rozważanym kierunku obrotów obciążenia zastępcze obu łożysk są zbliżone. Średnice czopów, na których osadzone są łożyska, nie są równe. Dobór łożyska stożkowego na czop B, przy tym układzie obciążenia skutkuje znacznym zwiększeniem jego gabarytów (dopiero nośność łożyska 33205 jest większa od obliczonej). W takiej sytuacji zmiana konstrukcyjna polegająca na zmianie średnicy czopa łożyskowego d_B na 30 mm spowoduje, że możliwe będzie dobór łożyska serii 320X.

Zad. 10.5.

Wał przedstawiony w zadaniu 9.2 wykonujący $n = 500$ obr/min obciążony jest siłą $P_p = 7500$ N. Dobrać łożyska w dwóch wariantach jako kulkowe zwykłe i jako wałeczkowe, jeżeli żądany czas ich pracy wynosi $L_h = 18\,000$ h, zaś średnice czopów wynoszą $d_A = d_B = 40$ mm.

Zad. 10.6.

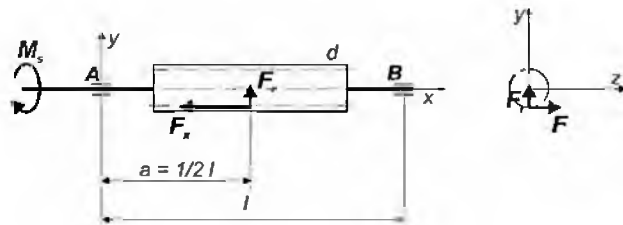
łożyska wału przekładni stanowią: czop A – łożysko wałeczkowe **NU208B** ($C = 38\,000$ N); czop B – łożysko kulkowe skośne dwurzędowe **3308** ($C = 54\,000$ N, $e = 0,86$, $X = 1,17$, $Y = 0,63$). Wał wykonuje $n = 1430$ obr/min. Reakcję w podporach wynoszą $R_A = 2150$ N, $R_B = 3250$ N, siła osiowa na wale $F_x = 3800$ N. Obliczyć trwałość łożysk przekładni.

Zad. 10.7.

W przekładni ślimakowej ślimak zamocowany jest symetrycznie względem podpór. Obraca się on z prędkością n i jest obciążony siłami: obwodową F , promieniową F_r i osiową F_x . Średnice czopów łożyskowych d_A i d_B są równe. Żądana trwałość łożysk wynosi L_h . Dobrać łożyska ślimaka z uwzględnieniem możliwości zmiany kierunku prędkości obrotowej.

Dane:

$$\begin{aligned} F &= 1800 \text{ N} \\ F_r &= 1350 \text{ N} \\ F_x &= 4200 \text{ N} \\ n &= 980 \text{ obr/min} \\ l &= 250 \text{ mm} \\ d &= 65 \text{ mm} \\ d_A &= 40 \text{ mm} \\ d_B &= 40 \text{ mm} \\ L_h &= 15\,000 \text{ h} \end{aligned}$$



SPRĘŻYNY

Zad. 11.1.

Sprężyna śrubowa jest obciążona wstępnie siłą P . Obliczyć jej wymiary przy założeniu, że maksymalne ugięcie sprężyny wynoszące Δf spowodowało przyrost obciążenia wynoszący 5% obciążenia wstępnego.

Dane:

$$k_{sj} = 500 \text{ MPa}$$

$$P = 6 \text{ kN}$$

$$\Delta f = 5 \text{ mm}$$

Obciążenie maksymalne:

$$P_{\max} = P + \Delta P = 6000 + 0,05 \cdot 6000 = 6300 \text{ N}$$

Sztywność sprężyny:

$$c = \frac{\Delta P}{\Delta f} = \frac{300}{5} = 60 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Średnicę drutu sprężyny obliczamy ze wzoru:

$$d \geq \sqrt{\frac{8P_{\max} \xi q_s}{\pi k_{sj}}}$$

gdzie:

$$\xi = \frac{D}{d} = (6 \div 10) = 8$$

$$q_s = \frac{4\xi - 1}{4\xi - 4} + \frac{0,615}{\xi} = \frac{32 - 1}{32 - 4} + \frac{0,615}{8} = 1,184$$

zatem:

$$d = \sqrt[3]{\frac{8 \cdot 6300 \cdot 8 \cdot 1,184}{\pi \cdot 500}} = 17,43 \text{ mm}$$

Przyjęto średnicę drutu sprężyny $d = 17,5 \text{ mm}$.

Średnica podziałowa wynosi zatem:

$$D = \xi \cdot d = 8 \cdot 17,5 = 140 \text{ mm}$$

Średnice zewnętrzna i wewnętrzna sprężyny:

$$D_{\max} = D + d = 140 + 17,5 = 157,5 \text{ mm}$$

$$D_{\min} = D - d = 140 - 17,5 = 122,5 \text{ mm}$$

Czynna ilość zwojów:

$$n = \frac{Gd^4}{8D^3c} = \frac{85\,000 \cdot 17,5^4}{8 \cdot 140^3 \cdot 60} = 6,05 \approx 6$$

Całkowita ilość zwojów (zwykle przyjmuje się równą $n + 1,5 \div 2$):

$$n_c = 8$$

Długość sprężyny w stanie zwarcia:

$$l_{zw} = (n_c - 0,5) \cdot d = (8 - 0,5) \cdot 17,5 = 131,3 \text{ mm}$$

Długość sprężyny w stanie obciążenia:

$$l_{obc} = l_{zw} + n \cdot e$$

gdzie:

e – prześwit międzyzwojowy, zwykle $e = (0,1 \div 0,2) \cdot d$

Przyjęto $e = 2 \text{ mm}$

Zatem:

$$l_{obc} = 131,3 + 6 \cdot 2 = 143,3 \text{ mm}$$

Długość sprężyny w stanie zmontowania:

$$l_{zm} = l_{obc} + \Delta f = 143,3 + 5 = 148,3 \text{ mm}$$

Długość sprężyny w stanie swobodnym:

$$l_{sw} = l_{zm} + f_{zm} = l_{zm} + \frac{P}{c} = 148,3 + \frac{6000}{60} = 248,3 \text{ mm}$$

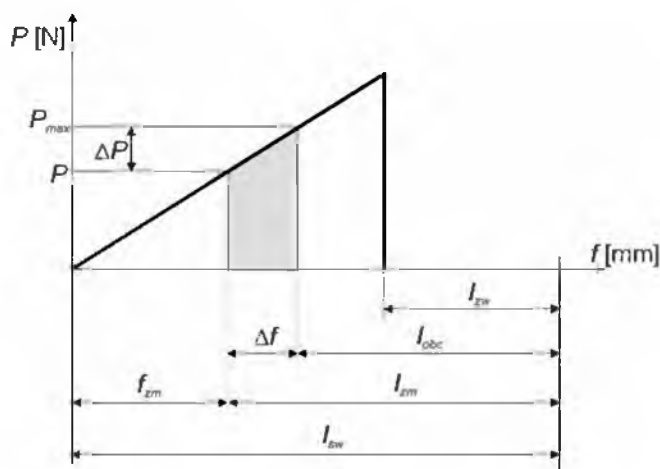
Sprawdzenie warunku wyboczenia:

$$\frac{\alpha l_{sw}}{D} = \frac{1 \cdot 248,3}{140} = 1,77 < 2,6$$

gdzie:

współczynnik prowadzenia $\alpha = 1$ – sprężyna bez prowadzenia

Wyboczenie nie wystąpi



Zad. 11.2.

Obliczyć sztywność sprężyny c_4 , przy której pod działaniem siły P trzpień amortyzatora przemieści się o wielkość f .

Dane:

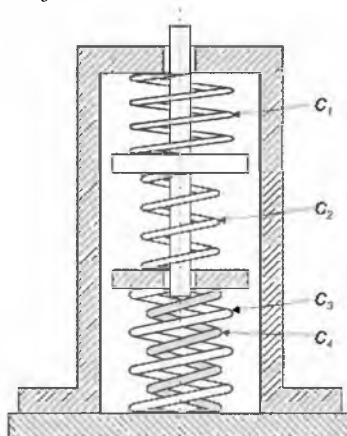
$$P = 800 \text{ N}$$

$$f = 10 \text{ mm}$$

$$c_1 = 40 \text{ N/mm}$$

$$c_2 = 80 \text{ N/mm}$$

$$c_3 = 50 \text{ N/mm}$$



Sztywność układu sprężyn 3 i 4 (układ równoległy):

$$c_{34} = c_3 + c_4$$

Sztywność układu sprężyn 3 i 4 oraz 2 (układ równoległy):

$$\frac{1}{c_{234}} = \frac{1}{c_{34}} + \frac{1}{c_2} = \frac{c_2 + c_{34}}{c_2 \cdot c_{34}}$$

stąd:

$$c_{234} = \frac{c_2 \cdot c_{34}}{c_2 + c_{34}}$$

Sztywność całości układu (układ szeregowy):

$$c = c_1 + c_{234} = c_1 + \frac{c_2 \cdot c_{34}}{c_2 + c_{34}}$$

zatem:

$$c = c_1 + \frac{c_2 \cdot (c_3 + c_4)}{c_2 + c_3 + c_4} = \frac{c_1 \cdot (c_2 + c_3 + c_4) + c_2 \cdot (c_3 + c_4)}{c_2 + c_3 + c_4}$$

$$c \cdot (c_2 + c_3 + c_4) = c_1 \cdot (c_2 + c_3 + c_4) + c_2 \cdot (c_3 + c_4)$$

$$c \cdot c_4 - c_1 \cdot c_4 - c_2 \cdot c_4 = c_1 \cdot (c_2 + c_3) + c_2 \cdot c_3 - c \cdot (c_2 + c_3)$$

ostatecznie:

$$c_4 = \frac{c_1 \cdot (c_2 + c_3) + c_2 \cdot c_3 - c \cdot (c_2 + c_3)}{c - c_1 - c_2}$$

Ponieważ sztywność całkowita wynosi:

$$c = \frac{P}{f} = \frac{800}{10} = 80 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Sztywność sprężyny 4 powinna wynosić zatem:

$$c_4 = \frac{(c_1 - c) \cdot (c_2 + c_3) + c_2 \cdot c_3}{c - c_1 - c_2} = \frac{(40 - 80) \cdot (80 + 50) + 80 \cdot 50}{80 - 40 - 80} = 30 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Zad. 11.3.

Obliczyć sztywność sprężyny c_3 , przy której pod działaniem siły P trzpień amortyzatora przemieści się o wielkość f .

Dane:

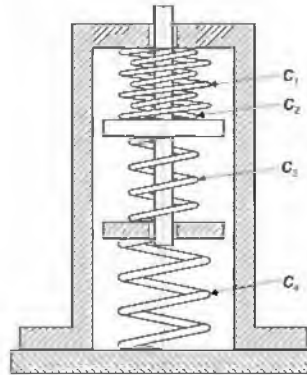
$$P = 1000 \text{ N}$$

$$f = 10 \text{ mm}$$

$$c_1 = 20 \text{ N/mm}$$

$$c_2 = 60 \text{ N/mm}$$

$$c_4 = 80 \text{ N/mm}$$



Sztywność układu sprężyn 3 i 4 (układ szeregowy):

$$\frac{1}{c_{34}} = \frac{1}{c_3} + \frac{1}{c_4} = \frac{c_3 + c_4}{c_3 \cdot c_4}$$

Sztywność układu sprężyn 1 i 2 (układ równoległy):

$$c_{12} = c_1 + c_2$$

Sztywność całego układu sprężyn (układ równoległy powyższych układów):

$$c = c_{12} + c_{34} = c_1 + c_2 + \frac{c_3 \cdot c_4}{c_3 + c_4}$$

$$c = \frac{(c_1 + c_2) \cdot (c_3 + c_4) + c_3 \cdot c_4}{c_3 + c_4}$$

$$c \cdot (c_3 + c_4) = (c_1 + c_2) \cdot c_3 + (c_1 + c_2) \cdot c_4 + c_3 \cdot c_4$$

$$c \cdot c_3 - (c_1 + c_2) \cdot c_3 - c_3 \cdot c_4 = (c_1 + c_2) \cdot c_4 - c \cdot c_4$$

$$c_3 \cdot (c - c_1 - c_2 - c_4) = (c_1 + c_2 - c) \cdot c_4$$

stąd:

$$c_3 = \frac{c_4 \cdot (c_1 + c_2 - c)}{c - c_1 - c_2 - c_4}$$

Ponieważ sztywność całkowita wynosi:

$$c = \frac{P}{f} = \frac{1000}{10} = 100 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Sztywność sprężyny 3 powinna wynosić zatem:

$$c_3 = \frac{c_4 \cdot (c_1 + c_2 - c)}{c - c_1 - c_2 - c_4} = \frac{80 \cdot (20 + 60 - 100)}{100 - 20 - 60 - 80} = 26,67 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Zad. 11.4.

Układ sprężyn śrubowych naciskowych pokazanych na rysunku obciążony jest siłą skupioną Q . Określić sztywność sprężyny 6, która zapewni jednakowe przemieszczenia obu trzpień pod działaniem zewnętrznej siły Q obciążającej sztywną belkę u punkcie oddalonym o x od osi lewego trzpienia.

Dane:

$$c_1 = 20 \text{ N/mm}$$

$$c_2 = 60 \text{ N/mm}$$

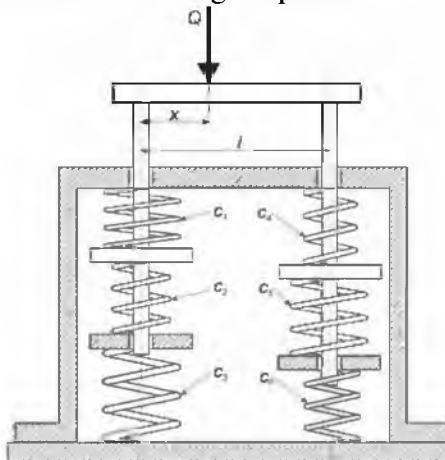
$$c_3 = 80 \text{ N/mm}$$

$$c_4 = 20 \text{ N/mm}$$

$$c_5 = 60 \text{ N/mm}$$

$$l = 100 \text{ mm}$$

$$x = 40 \text{ mm}$$



Sztywność układu sprężyn 2 i 3 (układ szeregowy):

$$\frac{1}{c_{23}} = \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} = \frac{c_2 + c_3}{c_2 \cdot c_3}$$

zatem:

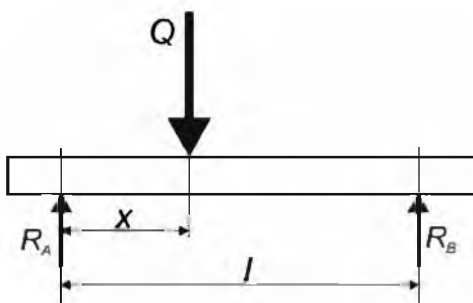
$$c_{23} = \frac{c_2 \cdot c_3}{c_2 + c_3}$$

Sztywność układu sprężyn 1 oraz 2 i 3 (układ równoległy):

$$c_A = c_1 + c_{23} = c_1 + \frac{c_2 \cdot c_3}{c_2 + c_3} = 80 + \frac{40 \cdot 50}{40 + 50} = 102,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Podobnie sztywność układu sprężyn 4, 5 i 6 wynosi:

$$c_B = c_4 + \frac{c_5 \cdot c_6}{c_5 + c_6}$$



Dla sił działających na belkę można zapisać:

$$\sum M_B = R_A \cdot l - Q \cdot (l - x) = 0$$

oraz

$$R_A + R_B = Q$$

Ponieważ:

$$R_A = c_A \cdot \Delta f$$

$$R_B = c_B \cdot \Delta f$$

Stąd z warunku pierwszego otrzymujemy:

$$\Delta f = \frac{Q \cdot (l - x)}{l \cdot c_A}$$

a z warunku drugiego:

$$\Delta f = \frac{Q}{c_A + c_B}$$

Zatem:

$$\frac{Q \cdot (l - x)}{l \cdot c_A} = \frac{Q}{c_A + c_B}$$

stąd:

$$l \cdot c_A = (l - x) \cdot (c_A + c_B)$$

$$x \cdot c_A = (l - x) \cdot c_B$$

$$c_B = \frac{x}{l - x} \cdot c_A = \frac{40}{100 - 40} \cdot 102,2 = 68,1 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Analizując zatem sztywność układu B:

$$c_B = \frac{c_4 \cdot (c_5 + c_6) + c_5 \cdot c_6}{c_5 + c_6}$$

$$c_B \cdot (c_5 + c_6) = c_4 \cdot (c_5 + c_6) + c_5 \cdot c_6$$

$$c_6 \cdot c_B - c_6 \cdot c_4 - c_6 \cdot c_5 = c_4 \cdot c_5 - c_5 \cdot c_B$$

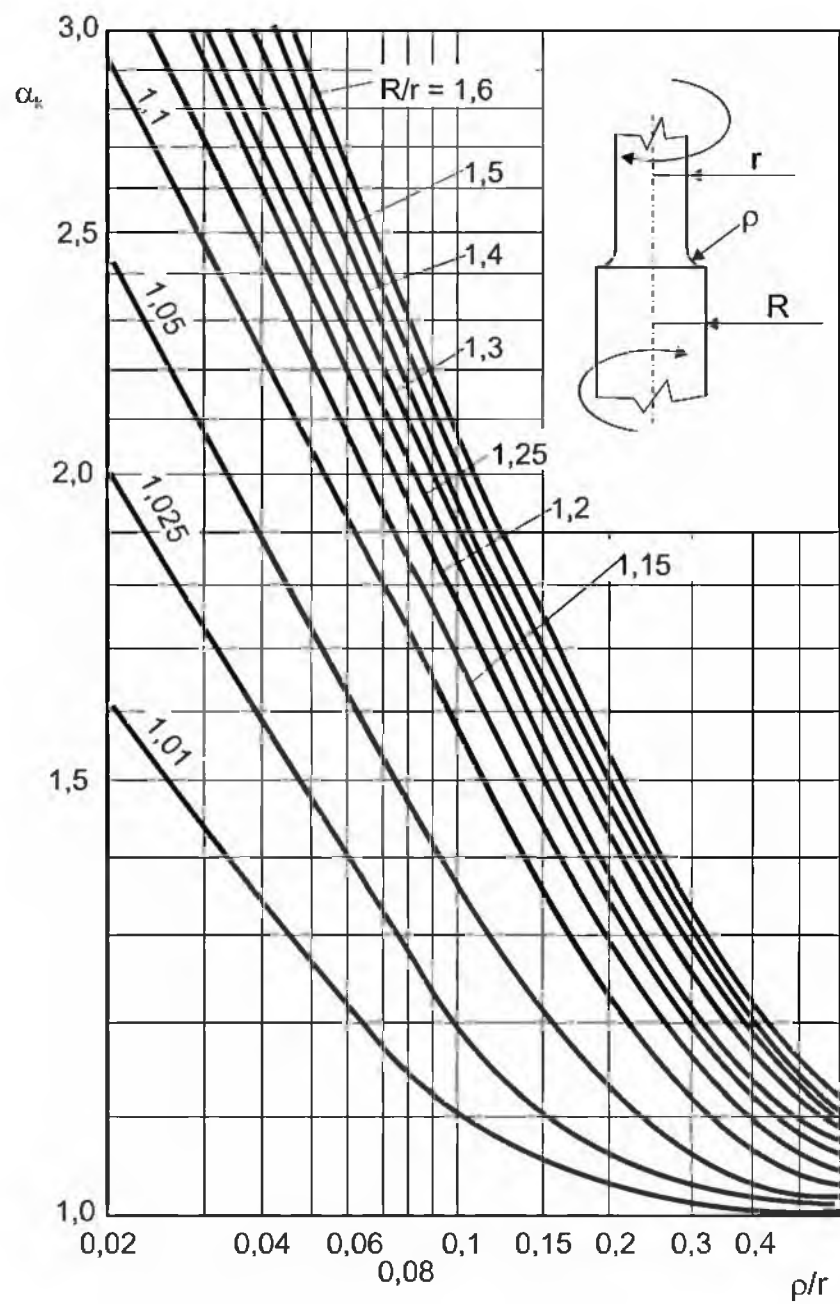
$$c_6 \cdot (c_B - c_4 - c_5) = c_5 \cdot (c_4 - c_B)$$

a ostatecznie:

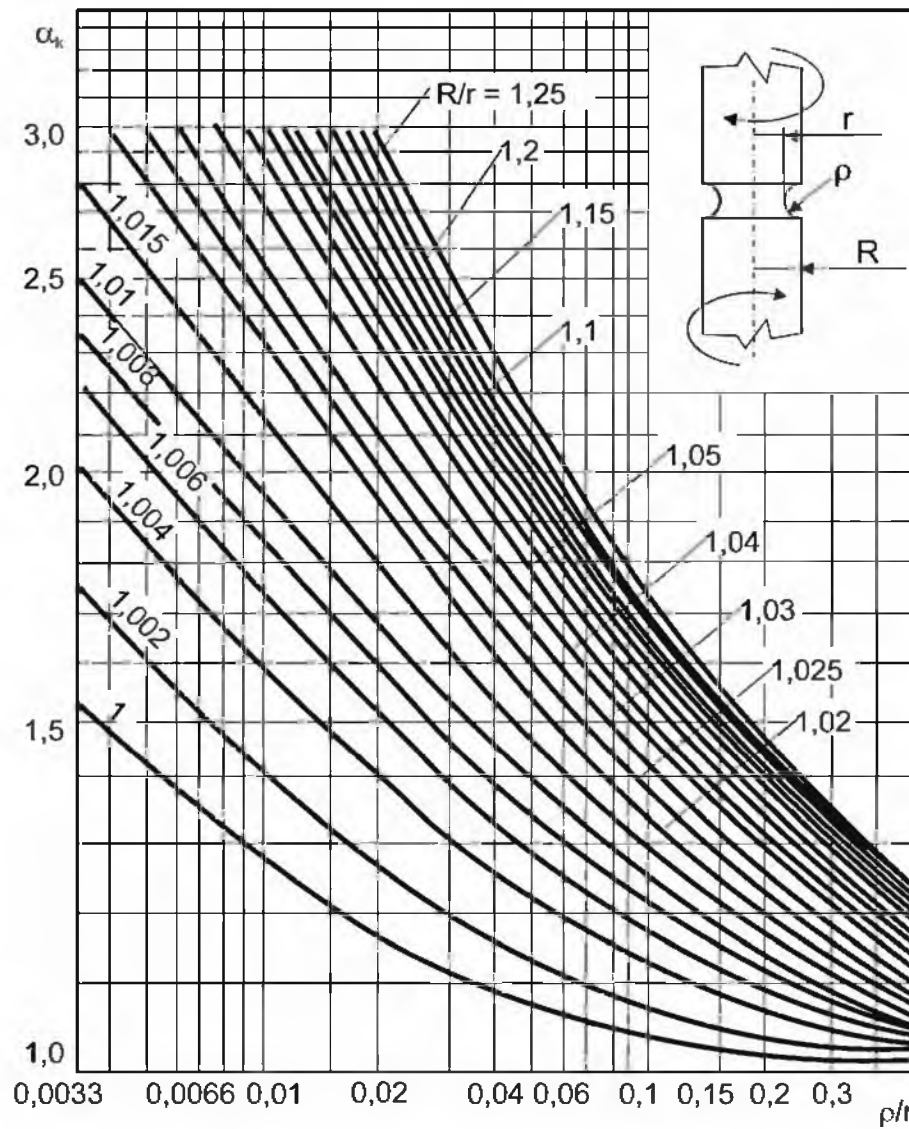
$$c_6 = \frac{c_5 \cdot (c_4 - c_B)}{c_B - c_4 - c_5} = \frac{50 \cdot (40 - 68,1)}{68,1 - 40 - 50} = 64,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

ANEKS I

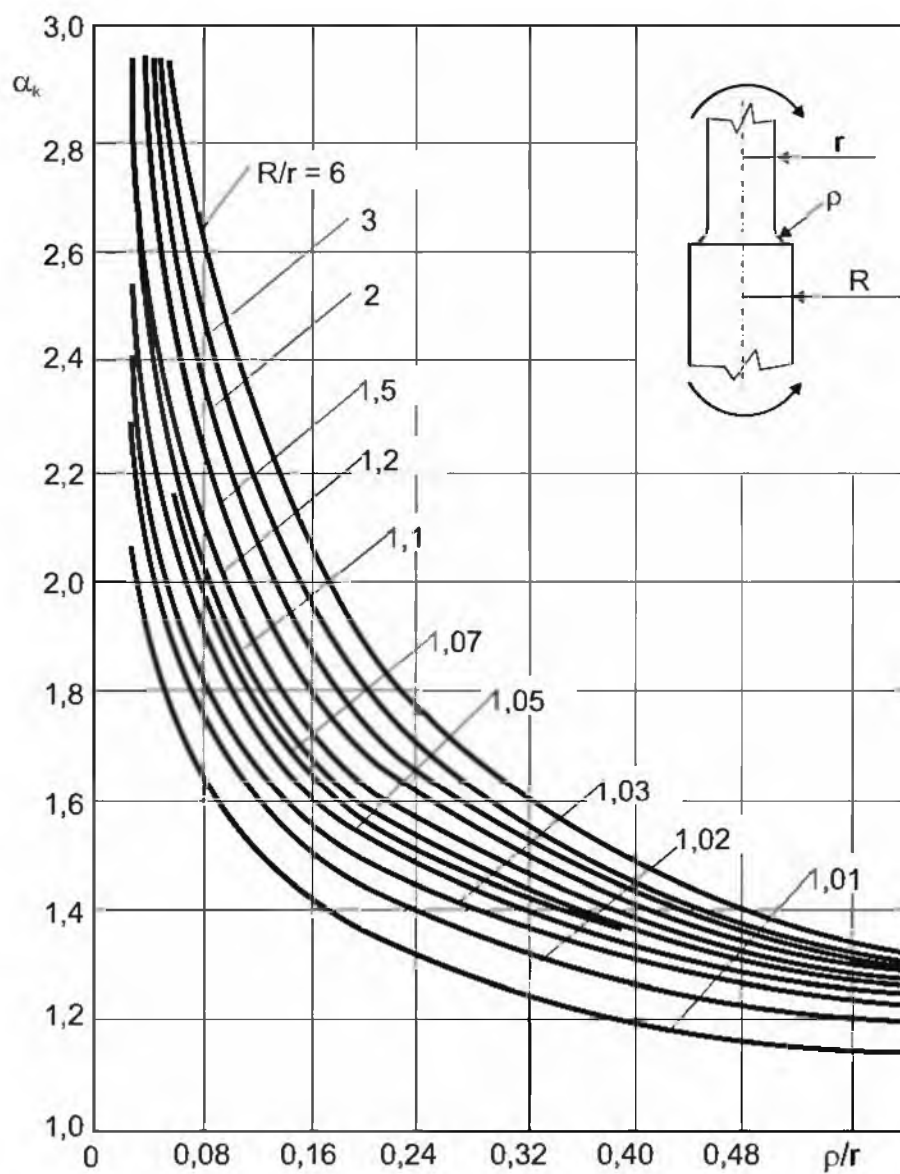
Wykresy współczynników do obliczeń rzeczywistego współczynnika bezpieczeństwa



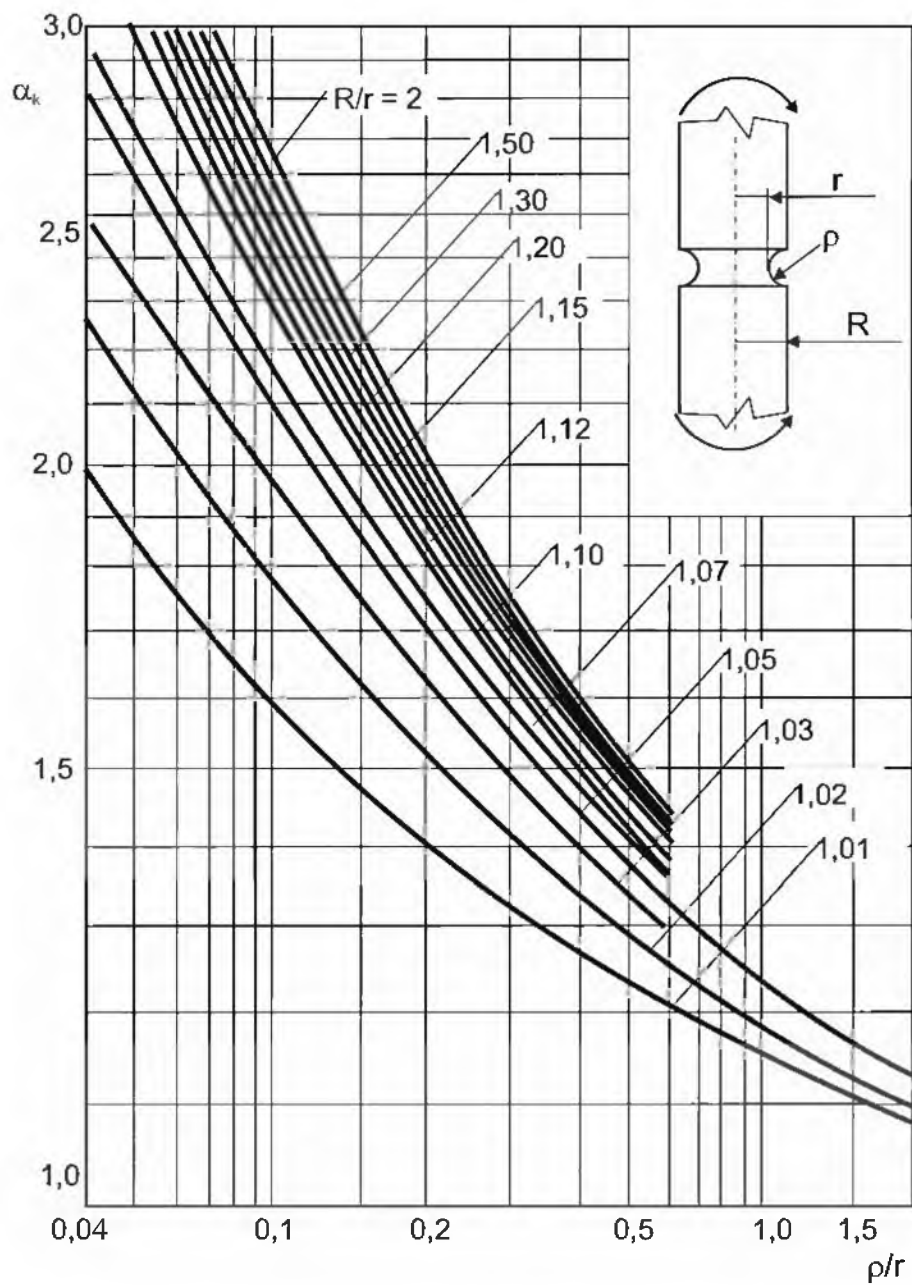
Wykres 1. Współczynnik kształtu α_k przy skręcaniu próbki okrągłej z odsadzeniem



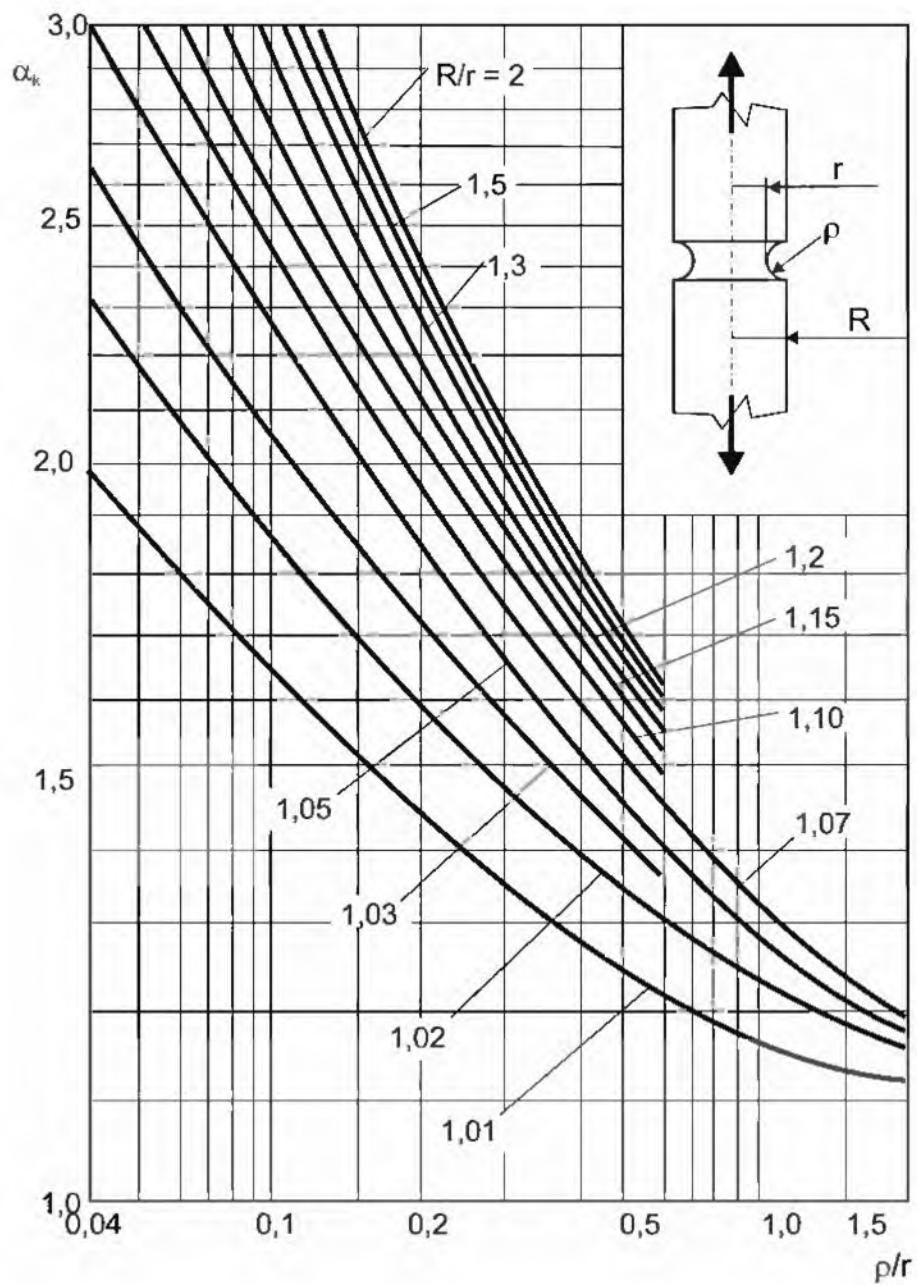
Wykres 2. Współczynnik kształtu α_k przy skręcaniu próbki okrągłej z karbem obrączkowym



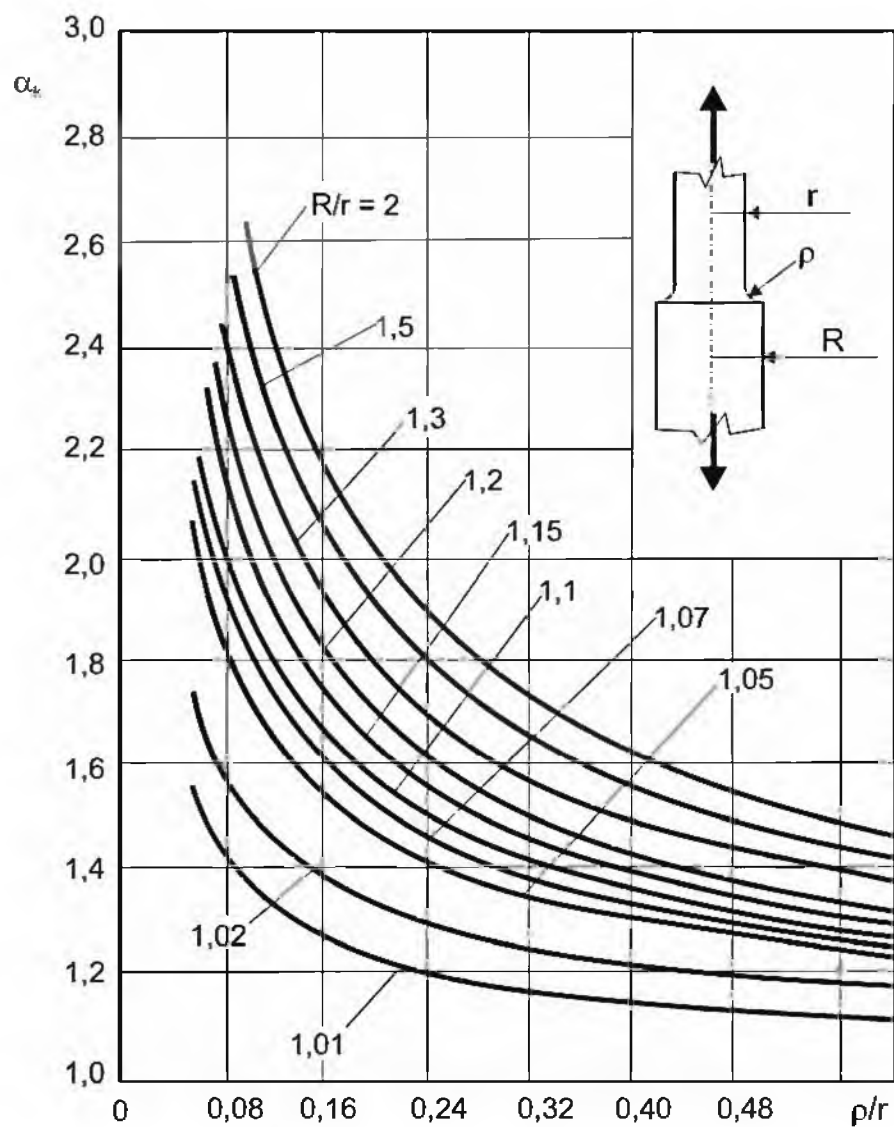
Wykres 3. Współczynnik kształtu α_k przy zginaniu próbki okrągłej z odsadzeniem



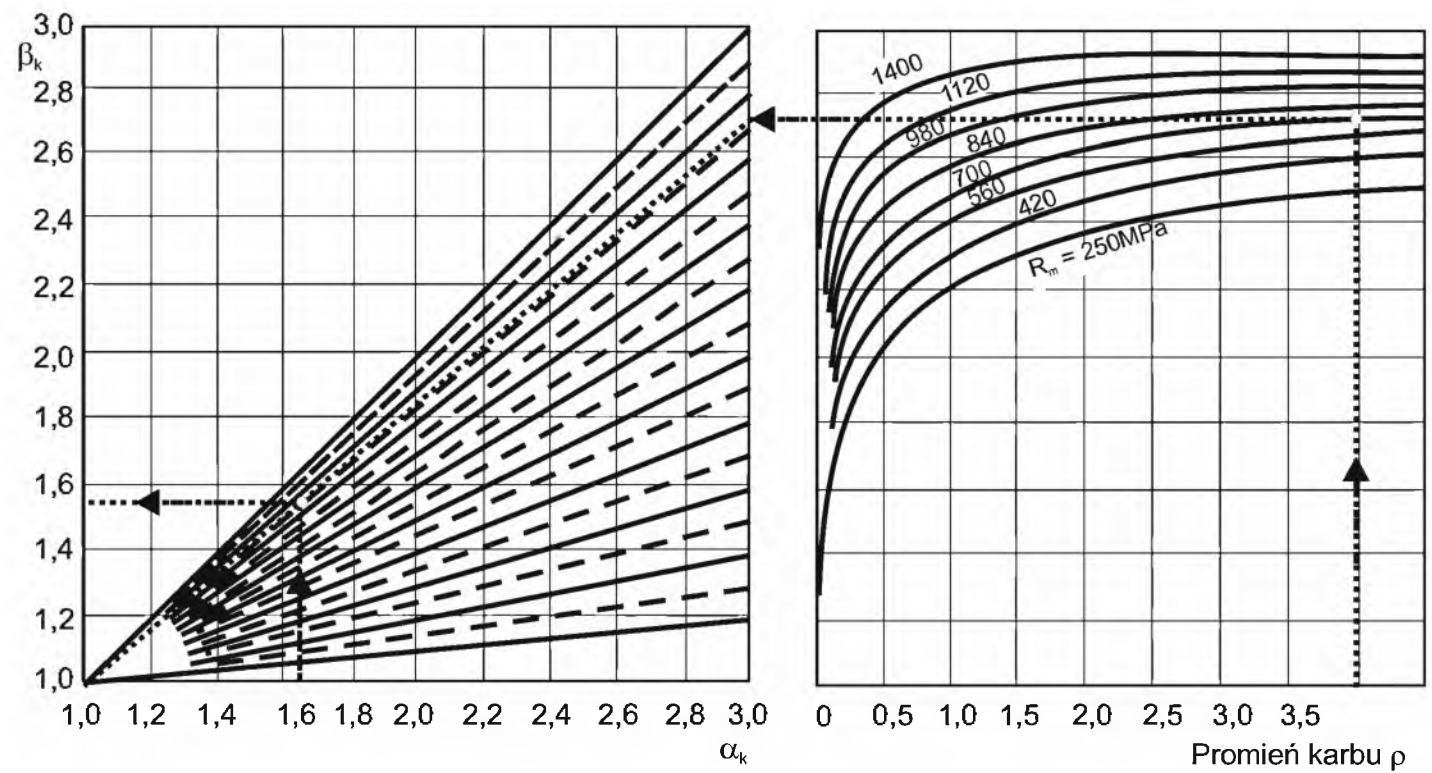
Wykres 4. Współczynnik kształtu α_k przy zginaniu próbki okrągłej z karbem obrączkowym



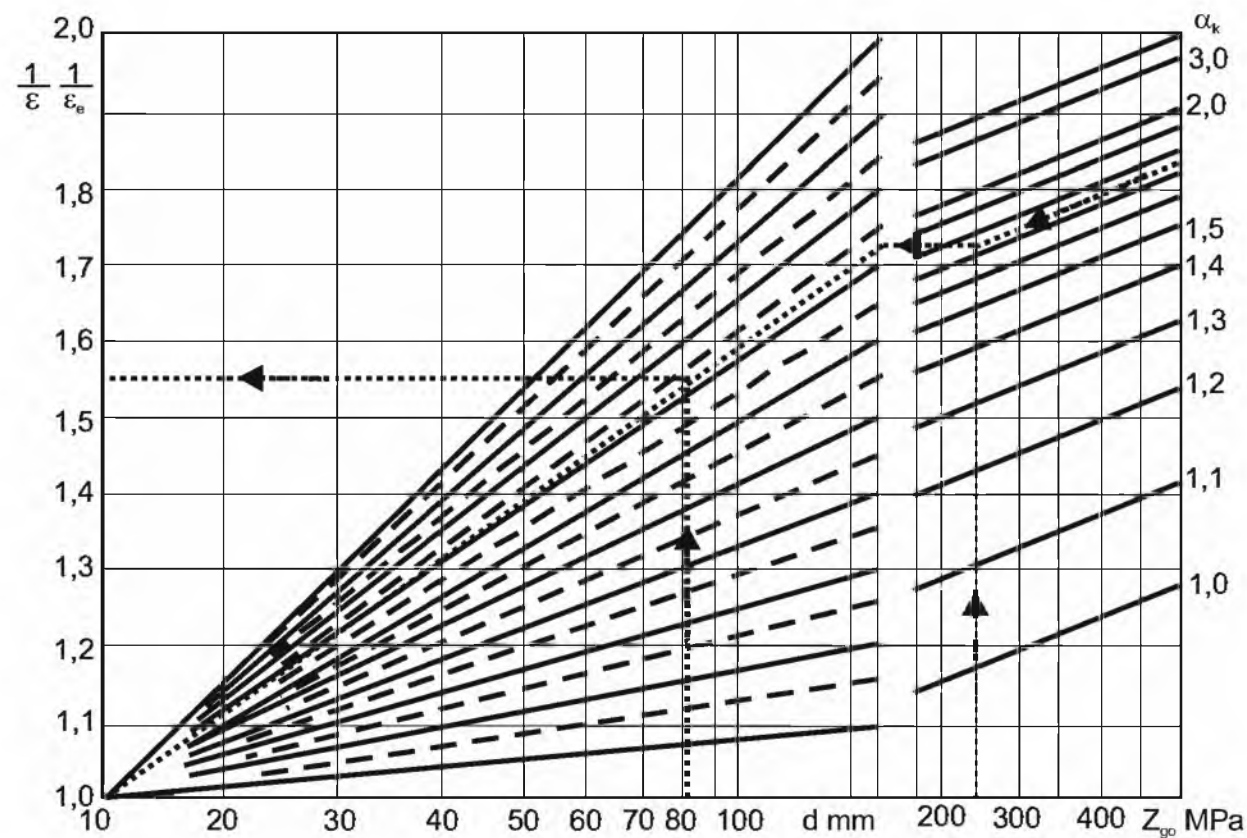
Wykres 5. Współczynnik kształtu α_k przy rozciąganiu próbki okrągłej z karbem obrączkowym



Wykres 6. Współczynnik kształtu α_k przy rozciąganiu próbki okrągłej z odsadzeniem

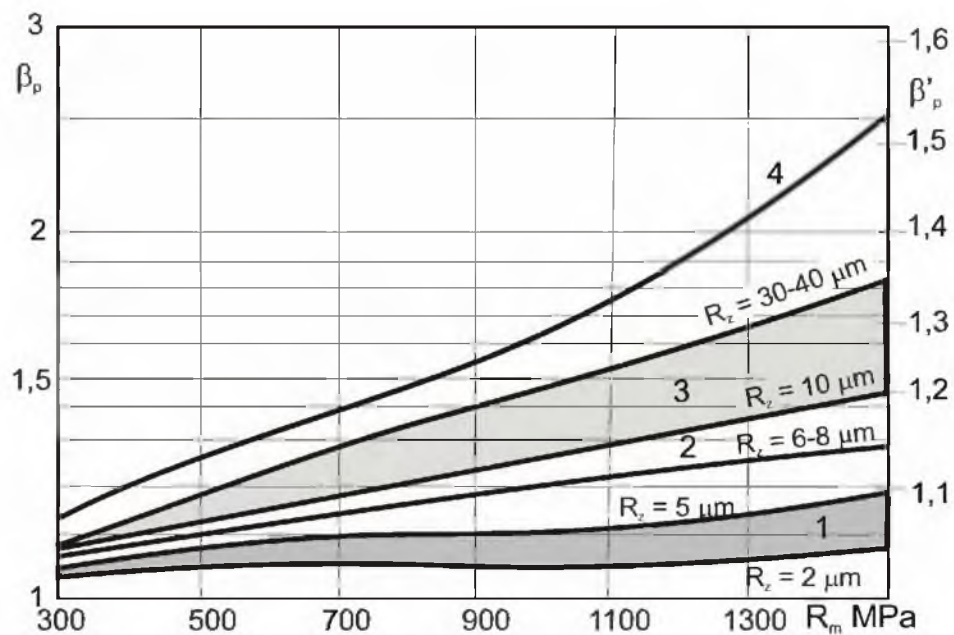


Wykres. 7. Współczynnik działania karbu β_k . Przykład wyznaczenia: $R_m = 700$ MPa, $\rho = 4,0$ mm, $\alpha_k = 1,65$, $\beta_k = 1,55$



Wykres 8. Współczynnik wielkości przekroju γ i γ_e elementów ze stali konstrukcyjnej. Przykład wyznaczenia:

$$Z_{go} = 250 \text{ MPa}, \alpha_k = 1,75, d = 81 \text{ mm}, \gamma = 1,5$$



Wykres 9. Wpływ rodzaju obróbki skrawaniem na wartość współczynników stanu powierzchni β_p (rozciąganie i zginanie) i β'_p (skręcanie) w zależności od wytrzymałości na rozciąganie dla próbek ze stali konstrukcyjnej:
 1 – szlifowanych, 2 – starannie toczonych, 3 – zgrubnie toczonych, 4 – z ostrym karbem obrączkowym

ANEKS 2

Tablice inwolut

	15°	16°	17°	18°	19°	20°
0'	0,006149	0,007492	0,009024	0,010759	0,012714	0,014903
2'	0,006191	0,007540	0,009078	0,010821	0,012783	0,014980
4'	0,006233	0,007588	0,009133	0,010883	0,012852	0,015058
6'	0,006275	0,007636	0,009188	0,010945	0,012922	0,015135
8'	0,006318	0,007685	0,009243	0,011007	0,012992	0,015214
10'	0,006361	0,007734	0,009299	0,011070	0,013062	0,015292
12'	0,006403	0,007783	0,009354	0,011132	0,013132	0,015370
14'	0,006446	0,007832	0,009410	0,011195	0,013203	0,015449
16'	0,006490	0,007881	0,009466	0,011259	0,013274	0,015529
18'	0,006533	0,007931	0,009522	0,011322	0,013345	0,015608
20'	0,006577	0,007981	0,009579	0,011386	0,013417	0,015688
22'	0,006621	0,008031	0,009636	0,011450	0,013488	0,015768
24'	0,006665	0,008081	0,009693	0,011514	0,013560	0,015848
26'	0,006709	0,008132	0,009750	0,011579	0,013633	0,015929
28'	0,006753	0,008182	0,009808	0,011643	0,013705	0,016010
30'	0,006798	0,008233	0,009865	0,011708	0,013778	0,016091
32'	0,006843	0,008285	0,009923	0,011774	0,013851	0,016172
34'	0,006888	0,008336	0,009981	0,011839	0,013925	0,016254
36'	0,006933	0,008388	0,010040	0,011905	0,013998	0,016336
38'	0,006978	0,008439	0,010098	0,011971	0,014072	0,016418
40'	0,007024	0,008491	0,010157	0,012037	0,014146	0,016501
42'	0,007070	0,008544	0,010217	0,012104	0,014221	0,016584
44'	0,007116	0,008596	0,010276	0,012170	0,014295	0,016667
46'	0,007162	0,008649	0,010335	0,012237	0,014370	0,016751
48'	0,007209	0,008702	0,010395	0,012305	0,014446	0,016834
50'	0,007255	0,008755	0,010455	0,012372	0,014521	0,016918
52'	0,007302	0,008808	0,010516	0,012440	0,014597	0,017003
54'	0,007349	0,008862	0,010576	0,012508	0,014673	0,017087
56'	0,007397	0,008916	0,010637	0,012576	0,014749	0,017172
58'	0,007444	0,008970	0,010698	0,012645	0,014826	0,017258

	21°	22°	23°	24°	25°	26°
0'	0,017343	0,020052	0,023047	0,026347	0,029973	0,033944
2'	0,017429	0,020147	0,023152	0,026463	0,030099	0,034082
4'	0,017515	0,020242	0,023257	0,026579	0,030226	0,034221
6'	0,017602	0,020338	0,023363	0,026695	0,030354	0,034361
8'	0,017689	0,020434	0,023469	0,026811	0,030482	0,034501
10'	0,017776	0,020531	0,023575	0,026928	0,030610	0,034641
12'	0,017863	0,020627	0,023682	0,027046	0,030738	0,034781
14'	0,017951	0,020724	0,023789	0,027163	0,030867	0,034923
16'	0,018039	0,020822	0,023896	0,027281	0,030997	0,035064
18'	0,018127	0,020920	0,024004	0,027400	0,031127	0,035206
20'	0,018215	0,021018	0,024112	0,027519	0,031257	0,035348
22'	0,018304	0,021116	0,024221	0,027638	0,031387	0,035491
24'	0,018394	0,021215	0,024329	0,027757	0,031518	0,035634
26'	0,018483	0,021314	0,024438	0,027877	0,031650	0,035778
28'	0,018573	0,021413	0,024548	0,027997	0,031781	0,035922
30'	0,018663	0,021512	0,024658	0,028118	0,031914	0,036066
32'	0,018753	0,021612	0,024768	0,028239	0,032046	0,036211
34'	0,018844	0,021713	0,024878	0,028360	0,032179	0,036356
36'	0,018935	0,021813	0,024989	0,028482	0,032312	0,036502
38'	0,019026	0,021914	0,025100	0,028604	0,032446	0,036648
40'	0,019118	0,022016	0,025212	0,028727	0,032580	0,036794
42'	0,019210	0,022117	0,025324	0,028850	0,032715	0,036941
44'	0,019302	0,022219	0,025436	0,028973	0,032850	0,037089
46'	0,019395	0,022322	0,025549	0,029096	0,032985	0,037236
48'	0,019488	0,022424	0,025662	0,029220	0,033121	0,037385
50'	0,019581	0,022527	0,025775	0,029345	0,033257	0,037533
52'	0,019675	0,022630	0,025889	0,029470	0,033394	0,037682
54'	0,019768	0,022734	0,026003	0,029595	0,033530	0,037832
56'	0,019863	0,022838	0,026117	0,029720	0,033668	0,037982
58'	0,019957	0,022942	0,026232	0,029846	0,033806	0,038132

	27°	28°	29°	30°	31°	32°
0'	0,038283	0,043013	0,048159	0,053746	0,059803	0,066358
2'	0,038434	0,043178	0,048338	0,053941	0,060013	0,066585
4'	0,038586	0,043343	0,048517	0,054135	0,060224	0,066813
6'	0,038738	0,043509	0,048697	0,054330	0,060435	0,067042
8'	0,038891	0,043675	0,048878	0,054526	0,060647	0,067271
10'	0,039044	0,043841	0,049059	0,054722	0,060860	0,067501
12'	0,039197	0,044008	0,049240	0,054919	0,061073	0,067731
14'	0,039351	0,044176	0,049422	0,055117	0,061287	0,067962
16'	0,039505	0,044344	0,049605	0,055314	0,061501	0,068194
18'	0,039660	0,044512	0,049788	0,055513	0,061716	0,068426
20'	0,039815	0,044681	0,049971	0,055712	0,061931	0,068659
22'	0,039971	0,044850	0,050155	0,055911	0,062147	0,068892
24'	0,040127	0,045020	0,050339	0,056111	0,062363	0,069126
26'	0,040283	0,045191	0,050524	0,056312	0,062580	0,069360
28'	0,040440	0,045361	0,050710	0,056513	0,062798	0,069596
30'	0,040598	0,045533	0,050896	0,056714	0,063016	0,069831
32'	0,040756	0,045704	0,051082	0,056916	0,063235	0,070068
34'	0,040914	0,045876	0,051269	0,057119	0,063454	0,070305
36'	0,041073	0,046049	0,051457	0,057322	0,063674	0,070542
38'	0,041232	0,046222	0,051645	0,057526	0,063894	0,070781
40'	0,041391	0,046396	0,051833	0,057730	0,064115	0,071020
42'	0,041552	0,046570	0,052022	0,057935	0,064337	0,071259
44'	0,041712	0,046745	0,052212	0,058140	0,064559	0,071499
46'	0,041873	0,046920	0,052402	0,058346	0,064782	0,071740
48'	0,042035	0,047095	0,052592	0,058553	0,065005	0,071981
50'	0,042197	0,047271	0,052783	0,058760	0,065229	0,072223
52'	0,042359	0,047448	0,052975	0,058967	0,065454	0,072465
54'	0,042522	0,047625	0,053167	0,059175	0,065679	0,072709
56'	0,042685	0,047802	0,053360	0,059384	0,065904	0,072952
58'	0,042849	0,047980	0,053553	0,059593	0,066131	0,073197