



POLITECHNIKA LUBELSKA
WYDZIAŁ INŻYNIERII ŚRODOWISKA

INSTYTUT INŻYNIERII ODNAWIALNYCH ŹRÓDEŁ ENERGII



INSTRUKCJE WYKONANIA ZADAŃ NA ZAJĘCIACH LABORATORYJNYCH

FIZYKA CZ. 2

Marta Zdrojewska
Janina Grażyna Mucha

Politechnika Lubelska
Lublin 2014

FOTOWOLT

Publikacja dystrybuowana bezpłatnie. Nakład 50 egzemplarzy.
Publikacja wydana w ramach projektu „Fotowolt – fizyka techniczna dla ekoinżyniera” współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,
nr umowy UDA – POKL.04.01.02 – 00 – 181/12 – 01.



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Publikacja współfinansowana ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Spis treści

1.	Wyznaczanie ciepła topnienia lodu	5
2.	Badanie prawa fotometrii	10
3.	Badanie napięcia powierzchniowego	15
4.	Wyznaczanie gęstości cieczy.....	20
5.	Badanie prawa Hooke’a.....	27
6.	Wyznaczanie rezystancji metali	33
7.	Wyznaczanie współczynnika lepkości dynamicznej cieczy metodą Stokesa	38
8.	Badanie modułu sprężystości różnych materiałów	42

1. Wyznaczanie ciepła topnienia lodu

1.1. Cel ćwiczenia

1. Zapoznanie z budową kalorymetru.
2. Zapoznanie z zasadą zachowania energii - bilansem cieplnym.
3. Wyznaczenie ciepła topnienia lodu.

1.2. Wiadomości teoretyczne

Materia w przyrodzie na Ziemi występuje w trzech stanach skupienia, jako: gazy, ciecze i ciała stałe. Procesy zmiany stanu skupienia substancji to: topnienie i krzepnięcie, parowanie i skraplanie, sublimacja i resublimacja.

W termodynamice ważnym pojęciem jest energia wewnętrzna ciała (oznaczana zwykle jako U lub E_w). W jej skład wchodzi:

- energia kinetyczna ruchu postępowego i obrotowego cząsteczek,
- energia drgań i obrotów atomów wewnątrz cząsteczek,
- energia potencjalna wzajemnych oddziaływań atomów i cząsteczek,
- energia elektronowa (energia elektronów w atomie - kinetyczna, potencjalna, grawitacji i potencjalna elektryczna),
- energia chemiczna.

Wartość energii wewnętrznej jest trudna do ustalenia ze względu na jej złożony charakter. W opisie procesów termodynamicznych istotniejsza i łatwiejsza do określenia jest zmiana energii wewnętrznej, dlatego określając energię wewnętrzną układu pomija się te rodzaje energii, które nie zmieniają się w rozpatrywanym układzie termodynamicznym. W opisie termodynamicznym najczęściej uwzględnia się energię potencjalną wzajemnych oddziaływań cząsteczek oraz energię kinetyczną związaną z ich ruchem.

Energia kinetyczna cząsteczek związana z ich przypadkowymi ruchami wewnątrz ośrodka jest częścią energii wewnętrznej. Z punktu widzenia kinetyczno – molekularnej teorii budowy substancji temperatura jest miarą średniej energii kinetycznej ruchu postępowego, przypadającej na jedną cząsteczkę i między tymi wielkościami zachodzi proporcjonalność:

$$E_{k_{sr}} = CT$$

gdzie: C – współczynnik proporcjonalności ($C > 0$)

Ponieważ minimalna energia kinetyczna wynosi zero, również minimum temperatury wynosi 0 K , co odpowiada zatrzymaniu się wszystkich cząstek w ośrodku. Różnice własności fizycznych trzech stanów skupienia wynikają z odmiennej budowy cząsteczkowej. W stanie gazowym cząsteczki słabo ze sobą oddziałują, w cieczach wzajemne oddziaływania są dużo silniejsze, ale nie wiążą jeszcze cząsteczek w konkretnych położeniach, jak to ma miejsce w ciałach stałych. Z tymi różnymi oddziaływaniami wiąże się różna energia potencjalna cząstek – zatem ze zmianą stanu skupienia związana jest zmiana energii potencjalnej układu.

Ciepło jest to jeden z dwóch sposobów przekazywania energii (drugim sposobem jest praca) między układami makroskopowymi pozostającymi we wzajemnym kontakcie. Polega na przekazywaniu energii chaotycznego ruchu cząstek w zderzeniach cząstek tworzących te układy, z czym wiąże się zmiana energii wewnętrznej układów. Taki proces wymiany energii nazywa się wymianą ciepła, a zmiana energii wewnętrznej układu w tym procesie; ilością ciepła. Efektem wymiany ciepła jest zwykle (z wyjątkiem przemian fazowych) zmiana temperatury układów. Ciepło oddaje ciało o wyższej temperaturze.

Ilość ciepła potrzebna do ogrzania jednostkowej masy danej substancji o jeden stopień nazywana jest ciepłem właściwym tej substancji.

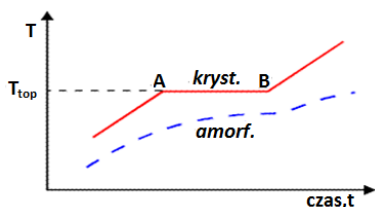
$$c_w = \frac{\Delta Q}{m \Delta T} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

Zmiana stanu skupienia ciała związana jest również z pobieraniem lub oddawaniem ciepła. Ciepło przemiany fazowej, zachodzącej bez zmiany temperatury definiowane jest jako ilość energii potrzebna do przeprowadzenia jednostki masy ciała z jednego stanu skupienia w drugi.

$$C_{\text{przemiany fazowej}} = \frac{\Delta Q}{m} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Topnienie jest to proces przechodzenia ciała ze stanu stałego w ciekły. Procesem odwrotnym jest krzepnięcie.

Zakładając, że ilość dostarczanego ciepła na jednostkę czasu ma wartość stałą, zależność temperatury od czasu dla ciała, które podlega procesowi topnienia można przedstawić na rysunku.



Wykr. 1. Zależność temperatury od czasu, przy równomiernym dopływie ciepła, dla ciał krystalicznych (linia czerwona) i amorficznych (linia niebieska).

Temperatura ciała krystalicznego wzrasta wraz z upływem czasu dostarczania ciepła. Po osiągnięciu temperatury topnienia (punkt A), ciepło zużywane jest na proces topnienia, temperatura pozostaje stała – substancja znajduje się w dwóch fazach równocześnie – w ciekłej i stałej. Kiedy stopieniu ulega cała masa (punkt B), temperatura fazy ciekłej zaczyna wzrastać.

Ilość ciepła jaką trzeba dostarczyć ciału o masie 1kg aby przeprowadzić je ze stanu stałego w ciekły bez zmiany temperatury nazywa się ciepłem topnienia:

$$L = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right]$$

W przypadku ciał amorficznych – linia niebieska – przechodzenie ciała w stan ciekły odbywa się w określonym przedziale temperatury. Wynika to z podobnej struktury ciał amorficznych i cieczy – brakiem uporządkowania atomów i cząsteczek na dużych odległościach.

W ciałach podczas stygnięcia, przy przechodzeniu ze stanu ciekłego do stałego, następuje prawie zawsze zbliżenie się cząsteczek i w ten sposób powstaje stan stały. Niektóre ciała np. woda, bismut, cyna, przy krystalizowaniu zwiększają swoją objętość, czyli średnie odległości między ich cząsteczkami rosną. Mimo to ich cząsteczki w stanie krystalicznym są, ze sobą związane silniej niż w stanie ciekłym.

Temperatura topnienia zależy od ciśnienia. Topnieniu towarzyszy zmiana objętości- na ogół jej wzrost. Jednak są wyjątki i niektóre ciała podczas topnienia zmniejszają swoją objętość. W związku z tymi zmianami objętości temperatura topnienia zależy od ciśnienia. Na podstawie zasad termodynamiki lord Kelvin dowiódł, że temperatura topnienia każdego ciała zależy od ciśnienia zewnętrznego w następujący sposób: ciała które zwiększają swoją objętość przy topnieniu, topią się pod zwiększonym ciśnieniem w wyższej temperaturze natomiast ciała, które topiąc się zmniejszają swoją objętość – pod zwiększonym ciśnieniem topnieją w temperaturze niższej. Wynika stąd, że lód można stopić przez podwyższenie ciśnienia.

W układzie odizolowanym termicznie od otoczenia, nad którym nie jest wykonywana żadna praca makroskopowa, całe ciepło oddane przez część układu musi zostać pobrane przez pozostałe części układu. Tak sformułowaną zasadę zachowania energii dla układu izolowanego nazywa się bilansem cieplnym. Podstawowe równanie bilansu cieplnego ma postać:

$$Q_{\text{pob.}} = Q_{\text{odd.}}$$

W oparciu o zasadę zachowania energii cieplnej można wyznaczyć ciepło topnienia lodu. W tym celu w kalorymetrze o masie m_k i cieple właściwym c_k , w którym znajduje

się woda o masie m_w , cieple właściwym c_w oraz temperaturze T_p (najczęściej jest to temperatura otoczenia) umieszcza się lód w temperaturze topnienia. Temperatura topnienia lodu w warunkach normalnych wynosi $T_0 = 273,15$ K. W trakcie topnienia lodu temperatura powstającej z niego wody jest równa temperaturze lodu.

Aby stopić lód należy dostarczyć mu ciepła. Źródłem energii potrzebnej do stopienia lodu może być woda. Po wrzuceniu lodu o masie m_L do wody o temperaturze T_p obserwuje się topnienie lodu i jednocześnie obniżanie się temperatury wody oraz wewnętrznego naczynia kalorymetru. Powstała z lodu woda również ogrzewa się kosztem energii cieplejszej wody. Po ustaleniu się równowagi termicznej pomiędzy ciepłą wodą i wodą z lodu temperatura obu cieczy wynosi T_k .

Podczas topnienia lód pobiera ciepło w ilości:

$$Q_t = m_L L$$

Woda ze stopionego lodu o temperaturze 273,15 K ogrzewa się do temperatury końcowej T_k zatem również pobiera ciepło:

$$Q = m_L c_w (T_k - T_0)$$

Kalorymetr oraz zawarta w nim woda oddają ciepło w ilości:

$$Q_{\text{odd.}} = m_w c_w (T_p - T_k) + m_k c_k (T_p - T_k)$$

Zakładając, że kalorymetr zapewnia dostateczne odizolowanie układu, ciepło pobrane przez lód na stopienie i ogrzanie wody powstałej z lodu równe jest ciepłu oddanemu przez wodę i kalorymetr:

$$m_L L + m_L c_w (T_k - T_0) = (m_w c_w + m_k c_k) (T_p - T_k)$$

Proste przekształcenia prowadzą do uzyskania wzoru na ciepło topnienia lodu w postaci:

$$L = \frac{(m_w c_w + m_k c_k) (T_p - T_k) - m_L c_w (T_k - T_0)}{m_L}$$

W powyższych wzorach zaniedbuje się ciepło oddawane przez termometr ponieważ w porównaniu z ciepłem oddanym przez kalorymetr oraz znajdującą się w nim wodą, jest ono bardzo małe.

Ze względu na niedoskonałą izolację cieplną układu po pewnym czasie temperatura zaczyna wzrastać. Kalorymetr oraz zawarta w nim woda zaczyna pobierać ciepło od otoczenia.

1.3. Aparatura pomiarowa

W doświadczeniu wykorzystuje się:

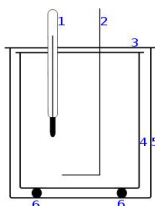
- kalorymetr,
- mieszadło,
- termometr,
- wagę laboratoryjną,
- lód,
- wodę.

Kalorymetr jest naczyniem zbudowanym w taki sposób, aby zminimalizować kontakt termiczny z otoczeniem. Zazwyczaj jest to termos lub naczynie w obudowie izolującej termicznie, wewnętrzne ścianki naczynia najczęściej są posrebrzane w celu wyeliminowania strat na skutek promieniowania ciepłego.

Kalorymetr składa się z dwóch naczyń, większego i mniejszego. Na dnie naczynia większego, zwanego płaszczem kalorymetru, znajduje się podstawka, na której jest ustawione naczynie mniejsze – właściwy kalorymetr. Płaszcz kalorymetru chroni przed wymianą ciepła (przez przewodzenie lub promieniowanie) między kalorymetrem a otaczającymi go przedmiotami. Kalorymetr ma aluminiową pokrywę. Na środku tej pokrywy jest wytłoczona szyjka do której wkłada się termometr. W drugi otwór jest zatknięte mieszađło. Ciepło dostarczone cieczy znajdującej się w kalorymetrze powinno być równomiernie rozprowadzone w całej jej masie, dlatego rozprowadza się je mieszađłem.



Rys. 1. Zestaw pomiarowy do wyznaczania ciepła topnienia lodu



W skład kalorymetru wchodzi:

- 1 – termometr,
- 2 – mieszađło,
- 3 – pokrywa złożona z dwóch części,
- 4 – naczynko wewnętrzne z cieczą
- 5 – naczynko zewnętrzne stanowiące osłonę adyabatyczną,
- 6 – podstawka.

Rys. 2. Kalorymetr

1.4. Wykonanie doświadczenia

1. Zważyć wewnętrzne naczynie kalorymetru z mieszađelkiem – m_k .
2. Napełnić naczynie kalorymetru do połowy wodą destylowaną i ponownie zważyć – m_2 .
3. Obliczyć masę wody jako różnicę $m_w = m_2 - m_k$.
4. Naczynie wewnętrzne kalorymetru z wodą wstawić do osłony adyabatycznej.
5. Po zmieszaniu zawartości kalorymetru zmierzyć T_p – temperaturę wody w kalorymetrze. Pomiaru temperatury najlepiej rozpocząć ok. 5 minut przed wrzuceniem lodu.
6. Wyjąć z zamrażarki kilka kostek lodu i położyć je na bibułce.
7. Poczekać, aż lód zacznie się topić, czyli osiągnie temperaturę topnienia $T_0 = 273,15K$.
8. Osuszyć lód za pomocą bibuły i włożyć do kalorymetru, zamknąć kalorymetr przykrywką.

- Co 10–15 sekund notować temperaturę wody w kalorymetrze do momentu, aż zostanie zaobserwowany jej wzrost – co związane jest z niedoskonałą izolacją cieplną układu.
- Wartość temperatury minimalnej po wrzuceniu lodu przyjąć za temperaturę końcową – T_k .
- Zważyć ponownie naczynie wewnętrzne kalorymetru m_3 i obliczyć masę wrzuconego lodu: $m_L = m_3 - m_2$.
- Ciepło topnienia lodu obliczyć wstawiając odpowiednie wartości do wzoru:

$$L = \frac{(m_w c_w + m_k c_k)(T_p - T_k) - m_L c_w (T_k - T_0)}{m_L}$$

Przyjąć:

- ciepło właściwe kalorymetru $c_k = 896 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$
- ciepło właściwe wody $c_w = 4182 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$

W tych obliczeniach nie uwzględnia się wymiany ciepła z otoczeniem badanego układu.

1.5. Analiza niepewności pomiarowej

Maksymalną niepewność pomiaru ciepła topnienia lodu obliczyć metodą różniczkowania wzoru:

$$L = \frac{(m_w c_w + m_k c_k)(T_p - T_k) - m_L c_w (T_k - T_0)}{m_L}$$

Niepewności pomiarów bezpośrednich wynikają z dokładności użytych termometrów i dokładności ważenia. Za niepewność pomiarów bezpośrednich mas przyjąć dokładność ważenia, pamiętając o uwzględnieniu krotności ważenia przy wyznaczaniu masy wody i lodu.

Zapisać wynik pomiarów uwzględniając bezwzględną maksymalną niepewność wyznaczania ciepła topnienia [4,5].

Zagadnienia do kolokwium

- Stany skupienia materii i rodzaje przemian fazowych.
- Zjawisko topnienia ciał stałych i krzepnięcia cieczy, temperatura topnienia i temperatura krzepnięcia dla ciał krystalicznych i amorficznych.
- Ciepło właściwe, ciepło topnienia, definicja, sens fizyczny, jednostka.
- Wykres fazowy wody, punkt potrójny.
- Zasada działania i metoda pomiaru ciepła za pomocą kalorymetru.
- Bilans cieplny, wyprowadzenie wzoru na ciepło topnienia.

Literatura

- Holliday D., Resnick R., Walker J., *Podstawy fizyki. tom II*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2012.
- Bobrowski Cz., *Fizyka-krótki kurs*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 2012.
- Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, red. Śpiewła E., Lublin, *Mechanika, termodynamika i fizyka cząsteczkowa*, Wydawnictwa Uczelniane Politechniki Lubelskiej, 1995.
- Szydłowski H., *Pracownia fizyczna*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999.
Dostępny w World Wide Web: <http://kickass.to/henryk-szydlowski-pracownia-fizyczna-pdf.pl.torrent>
- Kubiacyk A., *Określanie niepewności pomiarów* (poradnik do Laboratorium Fizyki).
Dostępny w World Wide Web: <http://malys.if.pw.edu.pl/ONP-poradnik.pdf4>.
- Analiza błędów i niepewności pomiarów*. Dostępny w World Wide Web:
http://www.eti.pg.gda.pl/katedry/kmoe/dydaktyka/Metrologia/analiza_bledow.pdf

2. Badanie prawa fotometrii

2.1. Cel ćwiczenia

1. Poznanie podstawowych wielkości fotometrii: strumień światła, natężenie światła, natężenie oświetlenia, luminancja.
2. Sprawdzenie fotometrycznego prawa odległości.
3. Wyznaczanie natężenia światła emitowanego przez punktowe źródło.

2.2. Wiadomości teoretyczne

Światło widzialne to fale elektromagnetyczne o długości zawartej w przedziale 380–780nm. Fale dłuższe to promieniowanie podczerwone (760 nm – 2000 μm), a fale krótsze to promieniowanie ultrafioletowe (390nm – ok. 10 nm). Światło widzialne wywołuje wrażenia barwne, a światło białe jest mieszaniną fal o różnej długości.

Światło w próżni rozchodzi się z jednakową szybkością w każdym układzie odniesienia. Zjawiska związane z rozchodzeniem się światła bada optyka.

Fotometria to dział fizyki zajmujący się badaniem i pomiarem wielkości charakteryzujących promieniowanie świetlne podczerwone (IR), widzialne (VIS) i ultrafioletowe (UV) oraz źródła tego promieniowania. Światło padające na powierzchnię ciała, które samo nie emituje promieniowania widzialnego, oświetla ją. Na skutek odbicia i rozproszenia światła powierzchnia ta staje się widoczna.

2.3. Wielkości fotometrii

Podstawową wielkością fotometrii jest **natężenie źródła światła, czyli światłość I**.

Jednostką światłości jest kandela [cd]. Kandela (jednostka podstawowa w układzie SI) jest światłością, jaką ma w danym kierunku źródło emitujące promieniowanie monochromatyczne o częstotliwości $5,4 \cdot 10^{14}$ Hz, którego natężenie promieniowania w tym kierunku jest równe $\frac{1}{683} \frac{\text{W}}{\text{sr}}$.

Starsza definicja określała kandelę jako światłość części $1/600000 \text{ m}^2$ powierzchni ciała doskonale czarnego promieniującego w temperaturze krzepnięcia platyny ($T = 2042\text{K}$) pod ciśnieniem 101325 Pa. Z powodu trudności w wykonywaniu układu wzorcowego i małej dokładności pomiaru (rzędu 0,1–0,2%), definicja ta została zarzucona w 1979 r. i została zastąpiona nową.

Luminacja B (jaskrawość, jasność) jest to stosunek natężenia źródła światła do wielkości promieniującej powierzchni.

$$B = \frac{dI}{dS}$$

Jednostką luminancji jest nit $\left[\frac{\text{cd}}{\text{cm}^2} \right]$.

Na podstawie znajomości światłości źródła światła można zdefiniować strumień światła $d\Phi$ jako:

$$d\Phi = I \cdot d\Omega$$

gdzie: I oznacza strumień światła wysłany przez punktowe źródło światła w nieskończenie małym stożku obejmującym dany kierunek r, $d\Omega$ – kąt bryłowy obejmujący ten stożek.

Całkowity strumień wysłany w kąt bryłowy Ω wynosi:

$$\Phi = \int I \cdot d\Omega$$

Jednostką miary strumienia świetlnego w układzie SI jest lumen. Jest to strumień świetlny wysyłany w jednostkowy kąt bryłowy (steradian) przez izotropowe punktowe źródło światła o światłości jednej kandelii umieszczone w wierzchołku tego kąta.

$$1 \text{ lm} = 1 \text{ cd} \cdot \text{sr}$$

Jeżeli źródło jest izotropowe to całkowity strumień światła emitowany przez takie źródło wynosi 4π lumenów:

$$\phi = 4\pi I$$

Oświetlenie powierzchni (natężenie oświetlenia) E jest definiowane jako stosunek strumienia do powierzchni:

$$E = \frac{d\phi}{dS}$$

gdzie dS jest elementem powierzchni prostopadłym do strumienia świetlnego.

Jednostką oświetlenia w układzie SI jest luks (lx). Luks określany jest jako oświetlenie wywołane przez równomiernie rozłożony strumień świetlny o wartości równej 1 lumenowi (lm) padający na powierzchnię 1m^2 , a więc:

$$1 \text{ lx} = 1 \frac{\text{lm}}{\text{m}^2}$$

Fotometry są to przyrządy służące do pomiaru wielkości fotometrycznych. Rozróżnia się fotometry wizualne (w których rejestratorem jest oko ludzkie, zazwyczaj pomiar jest porównawczy) i fotometry obiektywne (rejestracja obiektywna, elektroniczna). Do badania jasności źródła światła w funkcji długości fali świetlnej stosuje się spektrofotometrię. Szczególne fotometry to luksomierze (do pomiaru natężenia promieniowania), ławy fotometryczne (mierzące światłość), densytometry (pomiar gęstości optycznej), nefelometry (pomiar światłości światła rozproszonego), kolorymetry.

2.4. Fotometryczne prawo odległości i prawo Lamberta

Natężenie oświetlenia powierzchni zmienia się wraz z odległością od źródła światła.

Fotometryczne prawo odległości mówi, że przy stałym natężeniu światła I , natężenie oświetlenia E powierzchni maleje proporcjonalnie z kwadratem odległości r pomiędzy źródłem światła i badaną powierzchnią:

$$E = \frac{I}{r^2}$$

Światłość powierzchni promieniującej lub rozpraszającej zmienia się również z kierunkiem, w którym przeprowadza się obserwację. Zależność obserwowanej światłości powierzchni I wraz ze zmianą kierunku obserwacji opisuje prawo Lamberta, sformułowane w 1760r., zgodnie z nim:

$$I = I_0 \cos \alpha$$

gdzie: α – kąt obserwacji względem normalnej do powierzchni, I_0 – światłość w kierunku normalnym.

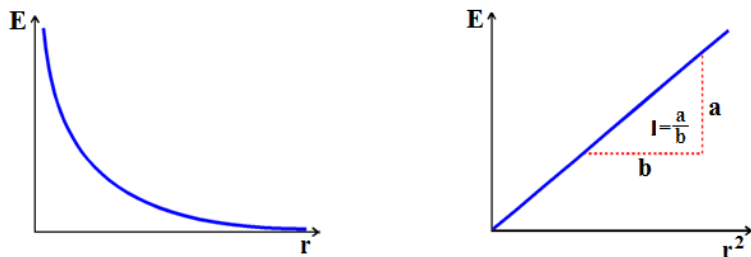
Prawo Lamberta jest ściśle spełnione dla ciał doskonale czarnych, dla ciał matowych jest spełnione w znacznym przybliżeniu.

Wykonując pomiary oświetlenia powierzchni w funkcji odległości od źródła światła można:

- wyznaczyć natężenie źródła światła I oraz
- sprawdzić fotometryczne prawo odległości.

Aby wyznaczyć natężenie źródła światła I należy:

1. wykonać pomiary zależności natężenia oświetlenia E od odległości od źródła światła,
2. sporządzić wykres zależności $E = f(r)$ oraz $E = f(r^{-2})$,
3. odczytać wartość natężenia źródła z tangensa nachylenia prostej $y = ax$, gdzie:
 a – współczynnik kierunkowy prostej równy I
 $E = I r^{-2}$



Wykr. 2. Zależność natężenia oświetlenia $E = f(r)$ oraz $E = f(r^{-2})$ dla punkowego źródła światła.

Wartość natężenia źródła światła I można również wyznaczyć metodą interpolacji liniowej. W celu sprawdzenia fotometrycznego prawa odległości należy:

1. Wykonać pomiary zależności natężenia oświetlenia E od odległości od źródła,
2. Sporządzić wykres zależności $E = f(r^{-2})$, nanieść na wykres niepewności pomiarowe,
3. Przeanalizować liniowość wykresu.

2.5. Zestaw pomiarowy

1. Profilowana ława optyczna o długości $l=60$ cm na której z jednej strony umieszcza się źródło światła, a z drugiej czujnik nasświetlania do lukso mierza.
2. Lukso mierz.
3. Suwaki do ławy z uchwytami ($h=30$ mm, $h=80$ mm).
4. Oprawka E14 na nóżce oraz żarówka 6V/5.
5. Zasilacz regulowany 0-12 V (DC/6V, AC/ 12V).



Rys. 3. Zestaw pomiarowy do badania prawa fotometrii.

2.6. Wykonanie ćwiczenia

1. Zamocować żarówkę w oprawce i umieścić ją na suwaku z uchwytem $h=30$ mm.
2. Umieścić suwak z żarówką na ławie optycznej.
3. Zamocować czujnik naświetlenia luksomierza na suwaku z uchwytem $h=80$ mm.
4. Umieścić suwak z czujnikiem na ławie optycznej.
5. Włączyć luksomierz poprzez naciśnięcie przycisku ON.
6. Wyłączyć wszystkie zbędne źródła światła.
7. Wyznaczyć natężenie oświetlenia (natężenia tła) E_t – zanotować je. Uwzględnić tą wartość podczas analizy danych.
8. Żarówkę należy podłączyć do wyjścia napięcia zmiennego 6V zasilacza.
9. Mierzyć odległości pomiędzy luksomierzem a żarówką, za pomocą skali na ławie optycznej.
10. Zanotować wskazanie luksomierza E_m . Wyniki wpisać do tabeli.
11. Powtórzyć operacje 9 i 10 dla różnych odległości pomiędzy źródłem światła a luksomierzem. Liczbę powtórzeń podaje prowadzący zajęcia.
12. Sprawdzić czy oświetlenie zmienia się zgodnie z fotometrycznym prawem odległości korzystając z zależności:

$$E = \frac{I}{r^2}$$

gdzie:

$$E = E_m - E_t$$

13. Przedstawić na wykresie zależność wartości pomiaru natężenia oświetlenia E od odległości $E = f(r)$ oraz w funkcji odwrotności kwadratu odległości $E = f(1/r^2)$. Wykres należy wykonać ręcznie na papierze milimetrowym, bądź też przy pomocy odpowiedniego programu graficznego. Skalę na każdej z osi wybiera się niezależnie. Na każdej z osi odkłada się tylko taki zakres zmian mierzonej wielkości fizycznej, w którym zostały wykonane pomiary. Wszystkie uzyskane punkty pomiarowe powinny zostać umieszczone na całej powierzchni rysunku i być wyraźnie widoczne. Osie wykresu muszą być opisane (wielkość fizyczna i jednostka). Na osi y odkłada się wartości funkcji, na osi x – wartości argumentów.
14. Na podstawie liniowości wykresu $E = f(1/r^2)$ zweryfikować fotometryczne prawo odległości. Jeśli punkty układają się na linii prostej można obliczyć jej parametry metodą regresji liniowej (dopasowanie zgodnie z metodą najmniejszych kwadratów), a następnie ją narysować.
15. Obliczyć natężenia źródła światła korzystając z zależności:

$$I = E \cdot r^2$$

Pamiętając, że:

$$E = E_m - E_t$$

Lp.	r [m]	E_t [lx]	E_m [lx]	I [cd]
1				
2				
3				
...				

2.7. Analiza niepewności pomiarowej

1. Na wykresie $E=f(1/r^2)$ zaznaczyć niedokładności pomiarowe Δr oraz ΔE . Niepewności zaznacza się w postaci prostokąta niepewności, którego środek leży w punkcie pomiarowym a boki są równe podwójnej wartości niepewności pomiaru. Zamiast prostokąta można nanieść krzyż, którego odcinki pionowy i poziomy mają długości odpowiadające wartościom niepewności pomiarowej. Linia prosta powinna przechodzić przez zaznaczone prostokąty.
2. Oszacować bezwzględną niepewność natężenia źródła światła metodą typu B [5,6]. Za niepewność pomiarów bezpośrednich Δr oraz ΔE przyjąć dokładność pomiaru odległości i natężenia oświetlenia.
3. Zapisać wynik pomiaru uwzględniając bezwzględną maksymalną niepewność pomiaru natężenia źródła światła.

Zagadnienia do kolokwium

1. Światło jako fala elektromagnetyczna.
2. Obicie i absorpcja światła.
3. Wielkości i jednostki fotometryczne: natężenie światła, strumień świetlny, oświetlenie, światłość.
4. Fotometryczne prawo odległości.
5. Prawo Lamberta.

Literatura

1. Holliday D., Resnick R., Walker J., *Podstawy fizyki. tom IV*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PW, 2011.
2. Bobrowski Cz., *Fizyka-krótka kurs*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 2012.
3. Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki. *Optyka*, red. Śpiewła E., Lublin, Wydawnictwa Uczelniane Politechniki Lubelskiej, 1995.
4. Szydłowska H., *Pracownia fizyczna wspomagana komputerem*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2012
5. Kubiacyk A., *Określanie niepewności pomiarów* (poradnik do Laboratorium Fizyki). Dostępny w World Wide Web: <http://malys.if.pw.edu.pl/ONP-poradnik.pdf>
6. *Analiza błędów i niepewności pomiarów*. Dostępny w World Wide Web: http://www.eti.pg.gda.pl/katedry/kmoe/dydaktyka/Metrologia/analiza_bledow.pdf

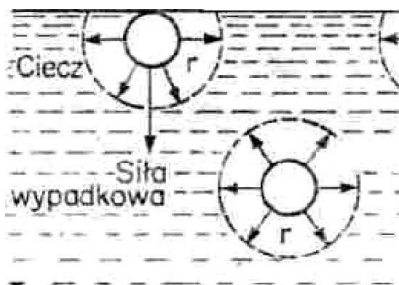
3. Badanie napięcia powierzchniowego

3.1. Cel ćwiczenia

1. Wyznaczenie napięcia powierzchniowego oliwy z oliwek w funkcji temperatury.
2. Wyznaczenie napięcia powierzchniowego mieszaniny woda z etanolem w funkcji stężenia.

3.2. Wiadomości teoretyczne

Między cząsteczkami cieczy występują siły wzajemnego oddziaływania. Siły te działają wokół każdej cząsteczki w pewnym obszarze, zwanym sferą działania. Średnie odległości cząsteczek w cieczach są znacznie mniejsze niż w gazach i dlatego siły oddziaływania między cząsteczkami cieczy są o wiele większe niż gazu. Na cząsteczkę znajdującą się wewnątrz cieczy działają siły przyciągania pochodzące od otaczających ją cząsteczek. Ze względu na symetrię sferyczną siły te kompensują się tak, że ich wypadkowa równa się zeru. Rozkład sił działających na cząsteczkę znajdującą się na powierzchni cieczy jest inny. Siły przyciągania pochodzące od cząsteczek cieczy tworzą wypadkową, która jest skierowana do wnętrza cieczy. Wypadkowa siła działająca na cząsteczki znajdujące się na powierzchni cieczy jest skierowana w głąb cieczy.



Rys. 4. Siły działające na cząsteczki cieczy

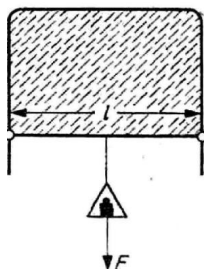
Na skutek tego powierzchnia cieczy kurczy się. Gdy na ciecz nie działają siły zewnętrzne, przyjmuje kształt kuli, tzn. kształt, dla którego stosunek powierzchni do objętości jest najmniejszy. Przeniesienie cząsteczek z wnętrza na powierzchnię cieczy związane jest z wykonaniem pracy przeciw wypadkowej sił międzycząsteczkowych.

Napięcie powierzchniowe (oznaczane najczęściej w literaturze jako σ lub γ) danej cieczy na granicy z inną fazą jest to praca potrzebna do izotermicznego wytworzenia nowej powierzchni cieczy zużyta na wydobywie cząsteczek z wnętrza cieczy na powierzchnię.

Oznaczając powierzchnię przez S , a pracę przez W , można napisać:

$$W = \sigma \cdot S$$

przy czym współczynnik proporcjonalności σ (sigma) oznacza napięcie powierzchniowe. Z równania widać, że napięcie powierzchniowe jest liczbowo równe pracy potrzebnej do zwiększenia powierzchni cieczy o 1 m^2 i ma wymiar J/m^2 lub N/m . Napięciem powierzchniowym σ nazywamy także siłę styczną do powierzchni cieczy, działającą na jednostkę długości obrzeża powierzchni cieczy. Właściwości powierzchniowe można uwidocznić rozpinając cienką błonkę mydlaną na ramce z ruchomą poprzeczką.



Rys. 5. Błona mydlana na ramie z ruchomą poprzeczką

Działające na powierzchnię błonki mydlanej siły napięcia powierzchniowego podciągają ruchomą część ku górze tak, że dla utrzymania jej w równowadze należy podziać pewną dodatkową siłą F w kierunku podanym na rysunku. Wielkość siły F określa wyrażenie:

$$F = 2 \sigma l$$

w którym σ oznacza napięcie powierzchniowe cieczy, l – długość ruchomej poprzeczki, a współczynnik liczbowy 2 uwzględnia fakt, że siły napięcia powierzchniowego działają na obydwie strony błonki mydlanej. Na granicy cieczy oraz gazu lub ciała stałego obserwuje się zakrzywienie powierzchni cieczy, zwane meniskiem.

Menisk jest wynikiem rozkładu sił, które działają na cząsteczki cieczy znajdujące się w pobliżu granic trzech faz: cieczy, gazu i ciała stałego. Siłami kohezji nazywa się siły działające między cząsteczkami tego samego ciała. Siłą adhezji nazywa się siłę działającą między cząsteczkami różnych ciał. Na przykład na cząsteczkę znajdującą się na powierzchni cieczy i w pobliżu ścianki naczynia (ciała stałego) będą działały siły pochodzące od innych cząsteczek cieczy, cząsteczek ciała stałego i cząsteczek gazu.

Oznaczmy kąt pomiędzy ścianką naczynia a powierzchnią cieczy na styku z ciałem stałym przez α . Jeżeli napięcie powierzchniowe na powierzchni granicznej ciecz-gaz oznaczmy przez σ_{12} , na powierzchni granicznej ciecz - ciało stałe σ_{13} oraz na powierzchni granicznej gaz - ciało stałe przez σ_{23} , związek między tymi wielkościami przedstawia się następująco:

$$\cos \alpha = \frac{\sigma_{23} - \sigma_{13}}{\sigma_{12}}$$

Jeżeli napięcie $\sigma_{23} > \sigma_{13}$, to $\alpha < \frac{\pi}{2}$, wtedy menisk jest wklęsły i zachodzi przypadek zwilżania ścianek naczynia. Jeżeli natomiast napięcie $\sigma_{23} < \sigma_{13}$, to $\alpha > \frac{\pi}{2}$ menisk jest wypukły i zachodzi przypadek braku zwilżania. Dzięki istnieniu napięcia powierzchniowego pod zakrzywioną powierzchnią cieczy działa dodatkowe ciśnienie. Według Laplace'a to dodatkowe ciśnienie określa wzór:

$$\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

gdzie R_1 i R_2 są to promienie krzywizny prostopadłych względem siebie przekrojów normalnych, dla których promienie krzywizny przyjmują wartości ekstremalne. Promienie R_1 i R_2 uważa się za dodatnie, gdy środki krzywizn przekrojów normalnych znajdują się po stronie cieczy, za ujemne zaś, gdy są po stronie przeciwnej.

W związku z tym dla menisku wklęsłego $\Delta p < 0$, a dla menisku wypukłego $\Delta p > 0$. Dodatkowe ciśnienie jest zawsze skierowane w kierunku środka krzywizny menisku. Gdy $R_1 = R_2 = R$ (wycinek powierzchni kuli), wtedy $\Delta p = \frac{2\sigma}{R}$. Takie jest dodatkowe ciśnienie wewnątrz pęcherzyka gazu o promieniu R , gdy znajduje się on tuż pod powierzchnią cieczy. W cienkich kapilarach dodatkowe ciśnienie pod zakrzywioną powierzchnią powoduje wznoszenie się cieczy, gdy menisk jest wklęsły (zwilżanie) i opadanie cieczy gdy menisk jest wypukły (brak zwilżania).

Napięcie powierzchniowe maleje wraz z temperaturą. W temperaturze krytycznej, kiedy zanika różnica między cieczą a parą, uzyskuje wartość równą zeru.

Reguła Eötvösa – w chemii fizycznej reguła odnosząca się do zależności temperaturowej napięcia powierzchniowego cieczy. Reguła ta mówi, że napięcie powierzchniowe maleje w przybliżeniu liniowo ze wzrostem temperatury, osiągając zero w temperaturze krytycznej, a zależność temperaturowa molowej energii powierzchniowej jest w przybliżeniu taka sama dla wszystkich cieczy.

Regułę tę wyraża następujący wzór (nazywany wzorem Eötvösa):

$$\gamma V^{2/3} = k_E (T_{ch} - T)$$

gdzie: γ – napięcie powierzchniowe

V – objętość molowa substancji; iloczyn $\gamma V^{2/3}$ nazywany jest molowym napięciem powierzchniowym

T_{ch} – temperatura charakterystyczna, w oryginalnym wzorze Eötvösa równa temperaturze krytycznej

k_E – współczynnik, w niewielkim stopniu zależny od substancji, nazywany stałą Eötvösa i wynosi:

$$k_E = 2,1 \cdot 10^{-7} \frac{J}{K}$$

Gdy mieszamy dwie ciecze, napięcie powierzchniowe mieszaniny będzie większe od napięcia cieczy o mniejszym napięciu powierzchniowym. Napięcie powierzchniowe roztworu o stężeniu c może być obliczone z równania Szyszkowskiego:

$$\gamma_0 - \gamma_c = \alpha' \cdot \log(1 + b'c)$$

gdzie: γ_0 jest napięciem powierzchniowym rozpuszczalnika (wody). Stała α' niewiele różni się dla różnych substancji. Natomiast b' może różnić się znacznie. Napięcie powierzchniowe badanych roztworów zależy nieliniowo od stężenia.

Jedną z metod pomiaru napięcia powierzchniowego jest metoda odrywania. Wyciągając pierścień metalowy z cieczy trzeba użyć pewnej siły, która potrzebna jest do oderwania jej od powierzchni cieczy. Jeżeli pomiar siły odbywa się przy pomocy dynamometru torsyjnego który mierzy bezpośrednio siłę F to metoda ta nosi nazwę metody du Nouy'a:

$$F = 2\sigma l = 2\sigma 2\pi r$$

gdzie: F – siła działająca wzdłuż krawędzi o długości l stycznej do powierzchni, powodująca utrzymanie błony cieczy,

σ – napięcie powierzchniowe,

l – długość zanurzonej części pierścienia w momencie odrywania,

r – promień zanurzonego pierścienia.

Stąd:

$$\sigma = \frac{F}{4\pi r}$$

3.3. Zestaw pomiarowy

1. Dynamometr (siłomierz) torsyjny.
2. Pierścień do pomiaru napięcia powierzchniowego, $2r = 19,65\text{mm}$.
3. Mieszkadło magnetyczne.
4. Wannenki krystalizacyjne.
5. Termometr.
6. Jedwabna nić do zawieszenia pierścienia.
7. Szklana rurka i rurka gumowa.
8. Pipeta wolumetryczna.
9. Statywy.
10. Ciecze których napięcie powierzchniowe chcemy wyznaczyć.



Rys. 6. Zestaw do pomiaru napięcia powierzchniowego

3.4. Wykonanie ćwiczenia

1. Odtłuścić pierścień pomiarowy za pomocą alkoholu, wypłukać w wodzie destylowanej i wysuszyć.
2. Zamocować go na lewym ramieniu dynamometru przy pomocy jedwabnej nici.
3. Ustawić wskaźnik dynamometru torsyjnego na „0”, a ciężar pierścienia zrównoważyć za pomocą pokrętła regulacyjnego (z tyłu instrumentu) tak, aby ramię dźwigni znajdowało się w białej przestrzeni pomiędzy znakami.
4. Wlać badaną ciecz (oliwa z oliwek) do dokładnie oczyszczonej wannenki krystalizacyjnej.
5. Zanurzyć całkowicie w badanej cieczy pierścień pomiarowy.
6. Ogrzać ciecz za pomocą urządzenia grzewczego z mieszkadłem magnetycznym i mieszaczem. Gdy tylko żądana temperatura zostanie prawie całkowicie osiągnięta, należy wyłączyć ogrzewanie i pozwolić na ustabilizowanie się temperatury (ciepło resztkowe z płyty grzewczej).
7. Wyłączyć mieszkadło i poczekać na płynne przyjscie do stanu równowagi.
8. Pozwolić aby ciecz powoli spływała przez rurkę zanurzeniową z naczynia z mieszkadłem magnetycznym do naczynia znajdującego się w sąsiedztwie. W tym celu korzystać z otwartego, jednokierunkowego zaworu odcinającego, który jest połączony z rurką zanurzeniową za pomocą węża gumowego. Przed rozpoczęciem pomiaru, krótko przez zasysaniem z pompy Flip, napełnić cieczą rurkę zanurzeniową (syfon).
9. Korygować wskazanie dynamometru gdy brakuje cieczy (utrzymując ramię dźwigni w białym obszarze między dwoma znakami).

10. Zatrzymać pomiar w chwili, gdy pierścień oderwie się od cieczy i odczytać ostatnią wartość wskazywaną przez siłomierz.
11. Zapisać tę wartość wraz z temperaturą cieczy. Podczas wszystkich pomiarów sprawdzać, czy aparatura nie jest narażona na drgania.
12. Włączyć ciecz zebraną w drugiej wanience krystalizacyjnej ponownie do naczynia na płycie grzejnej.
13. Powtórzyć pomiar dla innej temperatury. Przeprowadzić eksperyment w zakresie temperatur od 20°C do 130°C w krokach, co 5°C.
14. Sporządzić wykres zależności napięcia powierzchniowego cieczy od temperatury.
15. Wykonać kolejne pomiary, wyznaczając napięcie powierzchniowe dla różnych mieszanin wody z etanolem (przy użyciu powyższej metody) w temperaturze pokojowej. Począwszy od czystego etanolu, stopniowo dodając wody. W drugiej serii doświadczenia powtarzać powyższe czynności od początku, zaczynając od czystej wody.
16. Obliczyć napięcie powierzchniowe korzystając z wzoru: $\sigma = \frac{F}{4\pi r}$.
17. Zestawić wyniki pomiarów i obliczeń w tabeli.

Lp.	r [m]	l [m]	F [N]	σ [N/m]
1				
2				
3				
...				

3.5. Analiza niepewności pomiarowej

1. Oszacować bezwzględną niepewność maksymalną napięcia powierzchniowego metodą różniczki zupełnej [5,6].
2. Za niepewność pomiaru bezpośredniego ΔF przyjąć dokładność siłomierza.
3. Zapisać wynik pomiaru uwzględniając bezwzględną maksymalną niepewność pomiaru napięcia powierzchniowego.

Zagadnienia do kolokwium

1. Energia powierzchniowa.
2. Napięcie powierzchniowe.
3. Zależność napięcia powierzchniowego od temperatury.
4. Napięcie powierzchniowe mieszaniny cieczy.
5. Metoda du Nouy'a wyznaczania napięcia powierzchniowego.

Literatura

1. Holliday D., Resnick R., Walker J., *Podstawy fizyki. tom I, II*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2012.
2. Bobrowski Cz., *Fizyka-krótki kurs*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 2012.
3. Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, red. Śpiewła E., Lublin, *Mechanika, termodynamika i fizyka cząsteczkowa*, Wydawnictwa Uczelniane Politechniki Lubelskiej, 1995.
4. Szydłowski H., *Pracownia fizyczna*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999.
Dostępny w World Wide Web: <http://kickass.to/henryk-szydlowski-pracownia-fizyczna-pdf.pl.torrent>
5. Kubiacyk A., *Określanie niepewności pomiarów* (poradnik do Laboratorium Fizyki).
Dostępny w World Wide Web: <http://malys.if.pw.edu.pl/ONP-poradnik.pdf4>.
6. *Analiza błędów i niepewności pomiarów*. Dostępny w World Wide Web: http://www.eti.pg.gda.pl/katedry/kmoe/dydaktyka/Metrologia/analiza_bledow.pdf

4. Wyznaczanie gęstości cieczy

4.1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie gęstości cieczy różnymi metodami pomiarowymi:

1. Pomiar gęstości przy pomocy piknometru.
2. Pomiar gęstości metodą naczyń połączonych.
3. Pomiar gęstości za pomocą ciała pływającego.

4.2. Wiadomości teoretyczne

Gęstością danego ciała lub inaczej masą właściwą ciała jest stosunek jego masy m do objętości V :

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Jeżeli masę mierzy się w kilogramach [kg] a objętość w metrach sześciennych [m^3], to gęstość wyrażona jest w kg/m^3 .

Gęstością względną nazywa się stosunek gęstości danego ciała ρ_1 do gęstości ρ_2 innego ciała przyjętego za wzorcowe:

$$\rho_w = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

Gdy objętości ciał są równe, to gęstość względna jest równa stosunkowi mas:

$$\rho_1 = \frac{m_1}{V_1}$$

$$\rho_2 = \frac{m_2}{V_2}$$

$$V_1 = V_2 = V$$

Stąd:

$$\rho_w = \frac{m_1}{m_2}$$

Ciało względem którego określa się gęstość względną, nazywa się wzorcowym. Najczęściej jako wzorcowe ciało używa się wody destylowanej. Gęstość wody destylowanej w temperaturze 4°C i pod ciśnieniem 1013 Pa jest równa $1000 \text{ kg}/\text{m}^3$.

Gęstość względna jakiegoś ciała w stosunku do gęstości wody przy temperaturze 4°C jest liczbowo równa gęstości bezwzględnej tego ciała (różni się tylko brakiem miana). Gęstość ciał jest funkcją temperatury i ciśnienia. W przypadku ciał stałych i cieczy wpływ ciśnienia na ich gęstość jest niewielki, natomiast wpływ temperatury, szczególnie na ciecze, jest stosunkowo duży.

Oznaczając objętość ciała w temperaturze T_0 przez V_0 , a w temperaturze T przez V_T można rozpatrzyć zmianę gęstości ciała o masie m przy zmianie jego temperatury o ΔT . Objętość ciała zmienia się wraz ze zmianą temperatury według zależności:

$$V_T = V_0(1 + \beta \Delta T)$$

gdzie: β jest średnim współczynnikiem rozszerzalności objętościowej w przedziale temperatur $(T_0, T_0 + \Delta T)$.

Gęstość ciał w temperaturze T wynosi:

$$\rho_T = \frac{m}{V_T}$$

Podstawiając za V_T otrzymuje się:

$$\rho_T = \frac{m}{V_0(1 + \beta\Delta T)} = \frac{\rho_0}{1 + \beta\Delta T}$$

gdzie $\rho_0 = \frac{m}{V_0}$ jest gęstością ciała w temperaturze T_0 .

Czynnik występujący przy ρ_0 , ze względu na bardzo małą wartość współczynnika β , może być zapisany następująco:

$$\rho_T = \rho_0(1 - \beta\Delta T)$$

4.3. Pomiar gęstości cieczy przy pomocy piknometru

4.3.1. Zestaw pomiarowy

1. Piknometr - jest to niewielkie naczynie w kształcie kolby z dokładnie doszlifowanym korkiem. W środku korka znajduje się kanalik, przez który może wypływać nadmiar cieczy z naczynia.
2. Waga.
3. Ciecz wzorcowa i ciecie których gęstość należy wyznaczyć.



Rys. 7. Zestaw do pomiaru gęstości przy pomocy piknometru

4.3.2. Wykonanie ćwiczenia

1. Przed przystąpieniem do pomiarów należy dokładnie wymyć i wysuszyć piknometr. Najlepiej przemyć go cieczą szybko parującą np. alkoholem.
2. Wysuszyć piknometr, zważyć na wadze i oznaczyć jego masę przez m_1 .
3. Napęlnić piknometr wodą destylowaną.
4. Zamknąć korkiem i zebrać bibułą wodę wypływającą przez kanalik w korku oraz osuszyć dokładnie zewnętrzne części piknometru.
5. Zważyć piknometr napęlniony wodą destylowaną i oznaczyć jego masę przez m_2 .
6. Wylać wodę.
7. Osuszyć piknometr i napęlnić badaną cieczą.
8. Wyznaczyć masę piknometru z badaną cieczą m_3 .

Masa cieczy: $m = m_3 - m_1$

Masa wody destylowanej: $m_w = m_2 - m_1$

Ponieważ:

$$m_w = V\rho_w$$

gdzie: ρ_w – gęstość wody w temperaturze T ,

To:

$$m_2 - m_1 = V\rho_w$$

Stąd objętość wody destylowanej: $V = \frac{m_2 - m_1}{\rho_w}$

Objętość cieczy jest równa objętości wody destylowanej, a zatem gęstość cieczy ρ_c :

$$\rho_c = \frac{m}{V} = \frac{\rho_w(m_3 - m_1)}{m_2 - m_1}$$

9. Obliczyć gęstość cieczy ρ_c korzystając z powyższego wzoru, wstawiając za ρ_w wartość gęstości odczytaną z tablic dla temperatury wody użytej do pomiarów.
10. Zestawić wyniki pomiarów i obliczeń w tabeli.

Lp.	m_1 [kg]	m_2 [kg]	m_3 [kg]	ρ_w [kg/m ³]	ρ_c [kg/m ³]	$\bar{\rho}_c$ [kg/m ³]
1						
2						
3						
...						

4.3.3. Analiza niepewności pomiarów

1. Oszacować bezwzględną niepewność maksymalną gęstości cieczy ρ_c metodą różniczeki zupełnej. Za niepewność pomiarów bezpośrednich Δm_1 , Δm_2 i Δm_3 przyjąć dokładność wyznaczania masy, pamiętając o uwzględnieniu krotności ważenia przy wyznaczaniu poszczególnych mas [5,6].
2. Zapisać wynik pomiaru uwzględniając bezwzględną maksymalną niepewność pomiaru gęstości.

4.4. Pomiar gęstości cieczy metodą naczyń połączonych

Zgodnie z prawem naczyń połączonych, w każdym z naczyń połączonych ciśnienia na tym samym poziomie są jednakowe o ile poniżej tego poziomu znajduje się w nich ta sama ciecz. Ciśnieniem nazywa się stosunek siły parcia (F) wywieranej przez ciecz na ścianki naczynia do powierzchni tej ścianki (S):

$$p = \frac{F}{S}$$

Ciśnienie na głębokości h pod powierzchnią cieczy:

$$p = p_0 + \rho gh$$

gdzie: p_0 – ciśnienie zewnętrzne (atmosferyczne) na powierzchni cieczy,

ρ – gęstość cieczy,

g – przyspieszenie ziemskie.

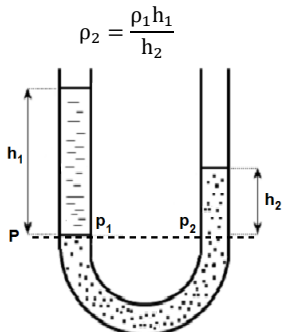
W naczyniach połączonych, np. Urruce, w której znajdują się ciecze nie mieszające się ze sobą, ciśnienia p_1 i p_2 są sobie równe w obu naczyniach na poziomie P tak jak ciśnienia na dowolnym poziomie, położonym poniżej tych punktów, gdyż poniżej tego poziomu znajduje się ta sama ciecz.

Można więc zapisać:

$$\rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2$$

gdzie : ρ_1 – gęstość cieczy 1,
 ρ_2 – gęstość cieczy 2.

Znając gęstość jednej cieczy i mierząc wysokość h_1 i h_2 można wyznaczyć gęstość drugiej cieczy:



Rys. 8. Ururka z cieczami nie mieszającymi się

4.4.1. Zestaw pomiarowy

1. Naczynia połączone – Ururka.
2. Ciecz wzorcowa (woda).
3. Ciecze których gęstość należy wyznaczyć.



Rys. 9. Zestaw do pomiaru gęstości metodą naczyń połączonych

4.4.2. Wykonanie ćwiczenia

1. Nalać wody do Ururki – tak aby jej poziom ustalił się mniej więcej w 1/3 wysokości (od dołu).
2. Wlewać powoli (aby ciecze nie wymieszały się) do jednego z ramion badaną ciecz – aby uzyskać jak najwyższy słup cieczy, lecz aby granica między cieczami nie znajdowała na dole Ururki.
3. Zmierzyć wysokości h_1 i h_2 .

4. Powtórzyć pomiary dla różnych ilości badanej cieczy oraz dla różnych cieczy.
5. Wyliczyć gęstości badanych cieczy ze wzoru $\rho_c = \frac{\rho_w h_1}{h_2}$ wstawiając za ρ_w wartość gęstości odczytaną z tablic dla temperatury wody użytej do pomiarów.
6. Zestawić wyniki pomiarów i obliczeń w tabeli.

Lp.	h_1 [m]	h_2 [m]	ρ_w [kg/m ³]	ρ_c [kg/m ³]	$\bar{\rho}_c$ [kg/m ³]
1					
2					
3					
...					

4.4.3. Analiza niepewności pomiarów

1. Oszacować bezwzględną niepewność maksymalną gęstości cieczy ρ_2 metodą różniczeki zupełnej ze wzoru $\rho_c = \frac{\rho_w h_1}{h_2}$ [5,6].
2. Za niepewność pomiarów bezpośrednich Δh_1 , Δh_2 przyjąć wartość jednej działki skali znajdującej się na ramionach Ururki.
3. Zapisać wynik pomiaru uwzględniając bezwzględną maksymalną niepewność pomiaru gęstości

4.5. Pomiar gęstości cieczy za pomocą ciała pływającego

Ciałem pływającym może być próbówka obciążona śrutem i zaopatrzona w wewnętrzną podziałkę. W udoskonalonej wersji taka próbówka stanowi areometr. Wyznaczanie gęstości cieczy przy pomocy areometru jest jedną z najszybszych i bezpośrednich metod pomiaru tej wielkości.

Areometr jest to podłużne szklane naczynie zakończone kulistym zbiornikiem wypełnionym materiałem o dużej gęstości np. śrutem lub rtęcią, dzięki czemu może ono pływać w pozycji pionowej. W cieczach o różnych gęstościach areometr zanurza się na różną głębokość, którą można odczytać na skali umieszczonej w górnej jego części i wycechowanej w jednostkach gęstości.

Weźmy pod uwagę ciało o ciężarze P pływające w cieczy o gęstości ρ_1 , a następnie w cieczy o gęstości ρ_2 . Objętość części zanurzonej ciała w pierwszej cieczy oznaczmy V_1 a w drugiej cieczy V_2 . W oparciu o prawo Archimidesa, które brzmi: na ciało zanurzone w płynie działa siła wyporu skierowana pionowo do góry, równa ciężarowi płynu wypartego przez to ciało oraz wykorzystując warunek pływania ciał tj. równość ciężaru ciała pływającego i siły wyporu działającej na to ciało można napisać, że:

$$P = \rho_1 g V_1 \quad \text{oraz} \quad P = \rho_2 g V_2$$

stąd:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

Jeżeli pływającym ciałem jest odpowiednio obciążona próbówka to:

$$V_1 = V_0 + V_1' \quad \text{oraz} \quad V_2 = V_2 + V_2'$$

gdzie: V_0 jest objętością części niekalibrowanej, zaś V_1 i V_2 oznaczają objętości części kalibrowanej w cieczach o gęstości odpowiednio ρ_1 i ρ_2 . Oznaczając symbolami h_1 i h_2 głębokości zanurzenia w pierwszej i w drugiej cieczy, zaś literą d średnicę próbówki, otrzymuje się:

$$V_1 = V_0 + \frac{\pi d^2 h_1}{4}$$

$$V_2 = V_0 + \frac{\pi d^2 h_2}{4}$$

oraz:

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{4V_0 + \pi d^2 h_1}{4V_0 + \pi d^2 h_2}$$

4.5.1. Zestaw pomiarowy

1. Cylindry z cieczą o znanej gęstości i cieczami których gęstość należy wyznaczyć.
2. Probówka obciążona, kalibrowana.
3. Suwmiarka.



Rys. 10. Zestaw do pomiaru gęstości metodą ciała pływającego

4.5.2. Wykonanie ćwiczenia

1. Wlać badaną ciecz do odpowiednio dużego cylindra.
2. Napęlnić drugi identyczny cylinder cieczą o znanej gęstości ρ_1 .
3. Zmierzyć w kilku miejscach średnicę probówki d .
4. Włożyć probówkę do cylindra z cieczą o znanej gęstości.
5. Odczytać głębokość h_1 zanurzenia probówki w cieczy o gęstości ρ_1 .
6. Wyjąć probówkę, osuszyć ją i włożyć do cylindra zawierającego badaną ciecz.
7. Odczytać głębokość zanurzenia h_2 .
8. Zmierzyć objętość V_0 zanurzając probówkę w kalibrowanej menzurce z wodą.
9. Wylczyć gęstość ρ_2 korzystając z wzoru:

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{4V_0 + \pi d^2 h_1}{4V_0 + \pi d^2 h_2}$$

przyjmując za średnicę probówki d średnią arytmetyczną wyników dokonanych pomiarów.

10. Zestawić wyniki pomiarów i obliczeń w tabeli.

Lp.	h_1 [m]	h_2 [m]	V_0 [m ³]	d [m]	ρ_1 [kg/m ³]	ρ_2 [kg/m ³]
1						
2						
3						
...						

4.5.3. Analiza niepewności pomiarowej

1. Oszacować bezwzględną niepewność maksymalną gęstości cieczy ρ_2 metodą różniczeki zupełnej [5,6].
2. Za niepewność pomiarów bezpośrednich Δh_1 i Δh_2 przyjąć wartość jednej działki elementarnej skali probówki.

3. Za niepewność Δd przyjąć największe odchylenie od wartości średniej.
4. Za niepewność ΔV_0 przyjąć wartość 1 działki elementarnej skali cylindra.
5. Zapisać wynik pomiaru uwzględniając bezwzględną maksymalną niepewność pomiaru gęstości.

Zagadnienia do kolokwium

1. Pojęcie gęstości bezwzględnej i względnej.
2. Zależność gęstości od temperatury.
3. Metody wyznaczania gęstości cieczy.
4. Prawo Archimidesa, pływanie ciał.
5. Piknometr i aerometr.
6. Ciśnienie, ciśnienie hydrostatyczne.
7. Równowaga cieczy w naczyniach połączonych.

Literatura

1. Holliday D., Resnick R., Walker J., *Podstawy fizyki. tom I, II*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2012.
2. Bobrowski Cz., *Fizyka-krótki kurs*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 2012.
3. Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, red. Śpiewła E., Lublin, *Mechanika, termodynamika i fizyka cząsteczkowa*, Wydawnictwa Uczelniane Politechniki Lubelskiej, 1995.
4. Szydłowski H., *Pracownia fizyczna*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999.
Dostępny w World Wide Web: <http://kickass.to/henryk-szydłowski-pracownia-fizyczna-pdf.pl.torrent>
5. Kubiacyk A., *Określanie niepewności pomiarów* (poradnik do Laboratorium Fizyki).
Dostępny w World Wide Web: <http://malys.if.pw.edu.pl/ONP-poradnik.pdf4>.
6. *Analiza błędów i niepewności pomiarów*. Dostępny w World Wide Web:
[http://www.eti.pg.gda.pl/katedry/kmoe/dydaktyka/ Metrologia/analiza_bledow.pdf](http://www.eti.pg.gda.pl/katedry/kmoe/dydaktyka/Metrologia/analiza_bledow.pdf)

5. Badanie prawa Hooke'a

5.1. Cel ćwiczenia

1. Zapoznanie z własnościami sprężystymi ciał stałych.
2. Sprawdzanie prawa Hooke'a dla sprężyn śrubowych.
3. Obliczanie stałej sprężystości i modułu Younga.
4. Sprawdzanie własności sprężystych taśmy gumowej, analiza krzywej histerezy.

5.2. Wiadomości teoretyczne

Każde ciało zbudowane jest z atomów lub cząsteczek, między którymi działają siły międzycząsteczkowe. Ze względu na rozmieszczenie atomów w przestrzeni ciała stałe można podzielić na amorficzne i krystaliczne. W ciałach amorficznych (np: szkło, smoła) atomy są rozmieszczone przypadkowo. W ciałach krystalicznych siły te są na tyle duże, że cząsteczki są uporządkowane i tworzą regularną strukturę przestrzenną, nazywaną siecią krystaliczną. Każda cząsteczka nazwana węzłem sieciowym ma swoje położenie równowagi, wokół którego wykonuje niewielkie, chaotyczne drgania w kryształach, ma określoną energię potencjalną oraz kinetyczną.

Istnienie równowagi trwałej między cząsteczkami ciała stałego (czyli węzłami sieci krystalicznej) wynika z faktu istnienia dwóch sił między cząsteczkami, odpychającej i przyciągającej i ich niejednakowej zależności od odległości między cząsteczkami.

Siły przyciągania i odpychania opisują następujące zależności:

$$F_p = -\frac{a}{r^m}, \quad F_o = -\frac{b}{r^n}$$

gdzie: m jest zwykle rzędu 9, n zawiera się w przedziale 2-7. Stałe a i b zależą od budowy znajdującej się w węźle sieci cząsteczki oraz rodzaju sił wiązania. Przy pewnej odległości wzajemnej cząsteczek r_0 siły te równoważą się, tworząc stan równowagi trwałej. Stan ten odpowiada minimalnej energii swobodnej kryształu.

Podstawowe rodzaje wiązań atomów lub cząsteczek w ciałach stałych to:

1. Jonowe (heteropolarne lub walencyjne) - które powstaje na skutek przyciągania się na przemian rozmieszczonych różnoimiennych jonów np. w kryształach NaCl, KCl.
2. Atomowe (homopolarne lub kowalencyjne) - które jest wynikiem tego, że pewne sąsiadujące ze sobą atomy zawierają wspólne dwa elektrony np. diament, grafit, krzem, german.
3. Metaliczne, które wynika z tego, że istnieje grupa elektronów wspólna wszystkim atomom kryształu. Nazywamy je grupą lub "chmurą" elektronów swobodnych.
4. Van der Waalsa (cząsteczkowe) - w kryształach o tym typie wiązania w węzłach sieci znajdują się obojętne cząsteczki. Siły oddziaływania między nimi powstają na skutek oddziaływania ich wewnętrznych pól elektrycznych oraz oddziaływania drgających ładunków elektrycznych.

Gdy na ciało stałe działają siły, powstają odkształcenia (zakłada się, że ruch postępowy i obrotowy jest niemożliwy) zależne w dużym stopniu od materiału, kształtu i wielkości ciała oraz kierunku i wartości działających sił. Odkształcenie polega na przemieszczaniu cząsteczek ciała z jednego położenia równowagi w drugie.

Wszelkie odkształcenia można sprowadzić do trzech głównych rodzajów:

1. Odkształcenie jednostronne występuje wtedy, gdy siły działają na dwie przeciwległe ścianki ciała postopadłe do nich.

2. Odształcenie objętościowe występuje wtedy, gdy na każdy element powierzchni ciała działa siła do niego prostopadła, ulega zmianie objętość ciała przy zachowaniu jego kształtu.
3. Odształcenie postaci następuje wtedy, gdy działające siły są styczne do powierzchni ciała, warstwy ciała nie deformując się i zachowując swoje rozmiary przesuwają się względem siebie równolegle.

Za miarę odkształcenia przyjmuje się odkształcenie względne ε :

$$\varepsilon = \frac{\Delta X}{X}$$

gdzie: X oznacza wielkość, która ulega zmianie podczas odkształcenia.

Odształcenia można podzielić również na sprężyste i niesprężyste. Ciało jest sprężyste, jeżeli odkształcenia, wywołane działającymi na nie siłami, znikają zupełnie po usunięciu tych sił.

Naprężenie jest to wektor o wartości równej stosunkowi wartości siły do pola elementarnej powierzchni przekroju ciała, na którą ona działa, o kierunku i zwrocie zgodnym z kierunkiem siły:

$$\sigma = \frac{dF}{dS}$$

W układzie SI jednostką naprężenia jest paskal [$\text{Pa} = \text{N/m}^2$], jest to naprężenie jakie wywołuje siła jednego niutona działająca na powierzchnię jednego metra kwadratowego.

Fizyk angielski Robert Hooke ustalił na drodze doświadczalnej, że odkształcenie ciała pod wpływem działającego na niego naprężenia jest wprost proporcjonalne do tego naprężenia (prawo Hooke'a):

$$\sigma \sim \varepsilon$$

Zależność ta pozostaje prawdziwa tylko dla niezbyt dużych odkształceń, nie przekraczających tzw. granicy proporcjonalności i tylko dla niektórych materiałów. Prawo Hooke'a zakłada też, że odkształcenia ciała w reakcji na działanie sił, następują w sposób natychmiastowy i całkowicie znikają, gdy przyłożone siły przestają działać.

Związek powyższy wyrażają wzory, których postać jest zależna od rozważanego odkształcenia, odpowiednio:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} S, \quad \frac{-\Delta V}{V} = \frac{1}{K} \sigma, \quad \alpha = \frac{1}{G} \tau$$

Współczynniki proporcjonalności $1/E$, $1/K$, $1/G$ nazywane są współczynnikami sprężystości, a ich odwrotności modułami odpowiednio: Younga, ścisłości, sztywności. Są to stałe materiałowe charakteryzujące dany rodzaj ciała.

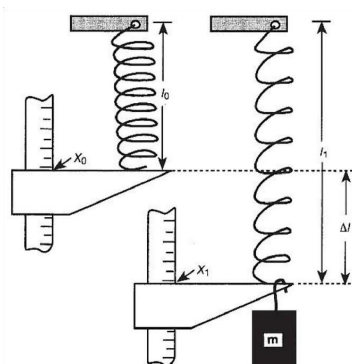
Sprężyna śrubowa jest bardzo prostym przykładem ciała sprężystego. Jeśli odchylenie Δl od położenia równowagi l_0 w sprężynie śrubowej nie jest zbyt duże, siła przywracająca F_R sprężyny jest wprost proporcjonalna do rozciągnięcia (lub ściśnięcia) Δl :

Stała proporcjonalności D , która jest ogólną wielkością odniesienia (zależną od odkształcanego ciała), nazywana jest w przypadku sprężyny śrubowej współczynnikiem sprężystości. Podobnie zachowują się pod wpływem przyłożonej siły pręty, druty, taśmy metalowe itp.

$$F = -D\Delta l$$

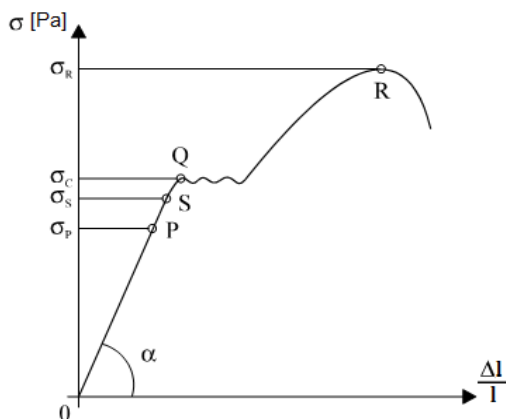
Jeżeli do sprężyny śrubowej, pręta lub drutu z danego materiału o długości l i przekroju poprzecznym S zamocowanego z jednej strony przyłożona siła F rozciągająca lub ściskająca to ulegnie on odkształceniu - prawo Hooke'a (prawo liniowości odkształceń) w tym przypadku przyjmuje postać:

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l}$$



Rys. 11. Wydłużanie sprężyny pod względem obciążenia

Na rysunku poniżej przedstawiono zależność naprężenia od zmiany wydłużenia dla metalowego pręta



Wykr. 3. Zależność naprężenia $\sigma = \frac{F}{S}$ od wydłużenia względnego pręta metalowego $\frac{\Delta l}{l}$.

Na wykresie przedstawiającym zależność naprężenia od zmiany wydłużenia znajdują się charakterystyczne punkty dla danego materiału:

- σ_P – granica proporcjonalności (do tego punktu jest spełnione prawo Hooke’a),
- σ_S – granica sprężystości,
- σ_Q – granica plastyczności,
- σ_R – granica wytrzymałości.

Proporcjonalność między naprężeniem i wydłużeniem względnym $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ zachodzi dla małych odkształceń. Granica proporcjonalności (σ_P) najczęściej leży poniżej granicy sprężystości (σ_E), powyżej której, ze względu na przemieszczenia molekuł, zmiany kształtu ciała są zachowywane (zmiany plastyczne). W tym zakresie obciążenia, materiał jest uważany za pla-

styczny. Jeśli siły zniekształcające przekroczą granicę stałości (σ_0), materiał stały zaczyna „płynąć” i ulega przerwaniu.

Zestaw pomiarowy można wykorzystać do sprawdzenia prawa Hooke’a i wyznaczania modułu Younga.

Wykonując pomiary naprężenia (czyli siły działającej na pręt oraz jego przekroju poprzecznego) i wydłużenia pręta w zakresie stosowności prawa Hooke’a można wyznaczyć wartość modułu Younga dla danego materiału. Wykorzystując liniowy charakter zależności badanych wielkości można moduł Younga wyznaczyć metodą interpolacji liniowej jako współczynnik kierunkowy otrzymanej prostej:

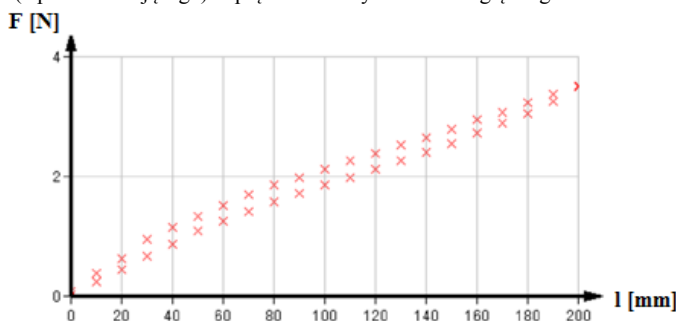
$$y = ax$$

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l}$$

lub korzystając z wykresu wyznaczyć:

$$E = \tan \alpha$$

Przykładem materiału, który nie podlega prawu Hooke’a, nawet wtedy, gdy przedłożone siły są małe, jest guma. Wykres przedstawia charakterystykę gumowej taśmy – zależność ciągle rosnącego (a potem malejącego) naprężenia od wydłużenia względnego.



Wykr. 4. Związek między działającą siłą a wydłużeniem taśmy Δl [mm]

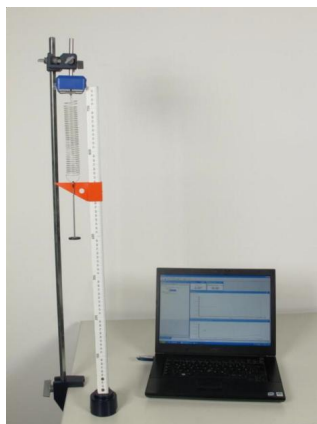
Związek między działającą siłą F i wynikającym z niej wydłużeniem Δl nie jest liniowy: wydłużenie dla małych naprężeń jest większe niż wynikające z prawa Hooke’a. Z drugiej strony, stopień wydłużenia zależy od poprzedniego wydłużenia (historycznego) gumy. Dla charakterystyki gumy, krzywa zwiększania naprężeń częściowo nie pokrywa się z krzywą zmniejszania. Zjawisko to nazywane jest histerezą sprężystą. Jeśli ta sama guma ponownie zostanie poddana rozciąganiu, wydłużenie Δl będzie znacznie większe niż było w przypadku nowej taśmy gumowej.

Histeresa w krzywej charakterystyki ma dwie przyczyny: z jednej strony, tylko część odkształcenia powraca do pierwotnego kształtu w krótkim czasie, reszta odkształcenia jest przywracana w ciągu kilku godzin. Ten odwracalny proces nazywany jest sprężystością opóźnioną, a materiał wiskoelastycznym. Z drugiej strony, gdy zostanie przekroczona granica sprężystości, wewnątrz materiału przebiegają zmiany położenia cząsteczek, co powoduje stałe zmiany kształtu. Proces ten jest nieodwracalny, ponieważ wtedy praca przekształca się w ciepło. W tym doświadczeniu dominuje sprężystość opóźniona

5.3. Aparatura pomiarowa

Zestaw doświadczalny do badania prawa Hooke'a składa się z:

- modułu Cobra4 Wireless manager,
- modułu Cobra4 Wireless-Link,
- modułu pomiarowego Cobra4 Force ± 4 N,
- oprogramowania measure Cobra4,
- sprężyn, prętów, skali, wskaźówek.



Rys. 12. Zestaw do badania prawa Hooke'a

5.4. Wykonanie doświadczenia

W ramach doświadczenia mogą być wykonane następujące zadania:

- kalibracja czujnika ruchu i czujnika siły,
- pomiar wydłużenia i siły rozciągającej dla różnych sprężyn śrubowych i gumy,
- analiza krzywej histerezy,
- wyznaczenie stałych sprężystości.

W celu wyznaczenia stałych sprężystości należy:

1. Zawiesić jeden koniec sprężyny śrubowej na haku modułu pomiarowego siły.
2. Na drugim końcu sprężyny umocować uchwyt do ciężarków i położyć go na wskaźówce.
3. Podłączyć moduł Cobra4 Wireless Manager do interfejsu USB komputera.
4. Podłączyć moduł pomiaru siły Cobra4 Sensor-Unit Force ± 4 N do modułu Cobra4 Wireless-Link i zamontować je na statywie.
5. Otworzyć w komputerze doświadczenie Prawo Hooke'a (Eksperyment → Otwórz eksperyment). Zostaną wówczas wczytane wszystkie wstępne ustawienia, konieczne do wykonania pomiarów i ich zapisu.
6. Aby rozpocząć pomiar, należy kliknąć ikonę  na pasku. Aby uzyskać wartość $l=0$ mm, należy nacisnąć spację lub kliknąć ikonę .
7. Przy pomocy uchwytu lub poprzez zawieszanie obciążników należy rozciągać sprężynę w dół w krokach, co kilka milimetrów.
8. Zakończyć doświadczenie przy $l=200$ mm, klikając na ikonę zakończenia pomiarów .

9. Przytrzymać sprężynę w tym położeniu i przenieść wszystkie dane do programu „measure”.
10. Zapisać zmierzone dane klikając w menu Plik → Zapisz pomiar.
11. Zmienić funkcję kanału obliczeniowego – kliknąć prawym przyciskiem myszy Urządzenia wirtualne → Ustawienia, wybrać odpowiedni kanał i kliknąć na edytuj na „210 –(ilość * 10)”.
12. Zapisać otrzymane wartości.
13. Rozpocząć nowy pomiar, zwalniając sprężynę krok po kroku.
14. Powtórzyć całą procedurę dla innych sprężyn oraz dla taśmy gumowej.

Szczegółowa instrukcja obsługi programu komputerowego pozwalającego na wykonanie poszczególnych zadań znajduje się na stanowisku laboratoryjnym.

5.5. Analiza niepewności pomiarowej

W przeprowadzonym doświadczeniu analizę niepewności pomiarowej przeprowadza się wykorzystując program komputerowy – instrukcja przy stanowisku [5,6].

Zagadnienia do kolokwium

1. Podział ciał stałych ze względu na rozmieszczenie atomów w przestrzeni.
2. Pojęcie struktury krystalicznej, rodzaje wiązań w kryształach.
3. Rodzaje odkształceń, pojęcie odkształcenia względnego i naprężenia.
4. Zależność naprężenia od zmiany wydłużenia dla metalowego pręta. Prawo Hooke’a.
5. Własności sprężyste gumowej taśmy. Histereza sprężysta.
6. Wyznaczanie modułu Younga metodą jednostronnego rozciągania.

Literatura:

1. Holliday D., Resnick R., Walker J., *Podstawy fizyki. tom I, II*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2012.
2. Bobrowski Cz., *Fizyka-krótki kurs*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 2012.
3. Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, red. Śpiewła E., Lublin, *Mechanika, termodynamika i fizyka cząsteczkowa*, Wydawnictwa Uczelniane Politechniki Lubelskiej, 1995.
4. Szydłowska H., *Pracownia fizyczna wspomagana komputerem*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2012.
5. Kubiacyk A., *Określanie niepewności pomiarów* (poradnik do Laboratorium Fizyki). Dostępny w World Wide Web: <http://malys.if.pw.edu.pl/ONP-poradnik.pdf4>.
6. *Analiza błędów i niepewności pomiarów*. Dostępny w World Wide Web: http://www.eti.pg.gda.pl/katedry/kmoe/dydaktyka/Metrologia/analiza_bledow.pdf

6. Wyznaczanie rezystancji metali

6.1. Cel ćwiczenia

1. Przypomnienie praw przepływu prądu elektrycznego w obwodach elektrycznych – prawa Ohma i Kirchhoffa.
2. Nabycie umiejętności posługiwania się miernikami elektrycznymi a także określenia dokładności z jakimi te przyrządy pozwalają mierzyć natężenie i napięcie.
3. Zapoznanie się z metodą pomiaru oporu w oparciu o prawo Ohma.

6.2. Wiadomości teoretyczne

Prąd elektryczny to uporządkowany ruch ładunków elektrycznych przenoszonych za pośrednictwem nośników ładunku. W metalach nośnikami są elektrony, w cieczach – jony dodatnie i ujemne oraz elektrony, a w półprzewodnikach jest to ruch elektronów i dziur.

Natężenie prądu to stosunek ładunku przepływającego przez przekrój poprzeczny przewodnika S do czasu tego przepływu t . Jednostką natężenia jest amper.

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Gęstość prądu jest to stosunek natężenia prądu do wielkości pola przekroju poprzecznego przewodnika:

$$j = \frac{dI}{dS}$$

Przepływ prądu w przewodniku jest wywołany działaniem pola elektrycznego na nośniki ładunku. Doprowadzenie do końców przewodnika napięcia U powoduje powstanie pola elektrycznego, które wywołuje przepływ prądu o natężeniu I .

Prawo Ohma w postaci różniczkowej

Należy rozpatrzyć prąd o gęstości j płynący w polu elektrycznym o natężeniu E przez element o długości dl o przekroju dS . Stosując prawo Ohma do elementarnego odcinka izotropowego przewodnika o długości dl i powierzchni przekroju dS (rysunek) można napisać:

$$dI = \frac{1}{R} dU$$

Wyrażając natężenie prądu za pomocą jego gęstości $\vec{j}$:

$$dI = \vec{j} d\vec{S}$$

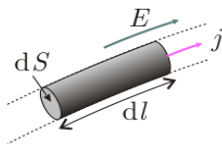
oraz napięcie za pomocą natężenia pola elektrycznego $\vec{E}$:

$$dU = \vec{E} d\vec{l}$$

otrzymuje się:

$$\vec{j} d\vec{S} = \frac{1}{R} \vec{E} d\vec{l}$$

Wybierając przekrój dS prostopadły do kierunku płynącego prądu oraz podstawiając jako $\frac{1}{R}$:



Rys. 13. Element przewodnika z prądem

$$\frac{1}{R} = \sigma \frac{dS}{dl}$$

otrzymuje się zależność:

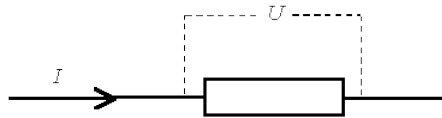
$$\vec{j} = \sigma \vec{E},$$

w której σ oznacza przewodność właściwą materiału.

Równanie to wiąże lokalną gęstość prądu z natężeniem pola elektrycznego w przewodniku. Zostało wyprowadzone przez Kirchhoffa, często jest nazywane prawem Ohma w postaci różniczkowej.

Prawo Ohma jest prawem mówiącym, że natężenie prądu płynącego przez przewodnik jest wprost proporcjonalne do napięcia panującego między końcami przewodnika.

Stosunek napięcia do natężenia prądu jest określany mianem oporu elektrycznego lub rezystancji R .



Rys. 14. Odcinek obwodu z prądem

Opór elektryczny R jest wielkością charakterystyczną dla danego przewodnika, związany jest z zaburzeniem swobodnego przepływu prądu w przewodniku. Czynnikiem zaburzającym ten ruch w metalach są zderzenia elektronów z drgającymi jonami sieci krystalicznej. Jednostką oporu jest 1 om $[\Omega]$. Opór przewodnika jest równy 1 omowi, jeżeli pod napięciem 1 wolta płynie w nim prąd o natężeniu 1 ampera.

$$R = \frac{U}{I}$$

gdzie: R - opór elektryczny (w układzie SI w omach - Ω)

I - natężenie prądu (w układzie SI w amperach - A)

U - napięcie między końcami przewodnika (w układzie SI w woltach - V)

Współcześnie wiadomo, że wiele materiałów zachowuje się inaczej i proporcjonalność nie jest zachowana (prawo Ohma nie jest spełnione, a opór, czyli współczynnik R , nie jest stały). Materiały i elementy elektroniczne, dla których spełnione jest prawo Ohma nazywa się liniowymi (lub omowymi), a dla których nie – nieliniowymi (lub nieomowymi).

Odwrotność oporu nazywana jest przewodnictwem elektrycznym i mierzona w siemensach

$$\left[S = \frac{1}{\Omega} \right].$$

Opór danego przewodnika zależy od jego cech geometrycznych tzn. od długości l , przekroju S i rodzaju materiału, z którego wykonany jest przewodnik.

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Współczynnik ρ $[\Omega \cdot m]$ nosi nazwę oporu właściwego, jest to stała charakterystyczna dla danego materiału.

Wartość oporu zależy także od temperatury przewodnika. Wraz ze wzrostem temperatury rośnie energia drgań jonów dodatnich, co powoduje silniejsze zaburzenie swobodnego przepływu elektronów. Opór właściwy przewodników rośnie więc wraz ze wzrostem temperatury według zależności:

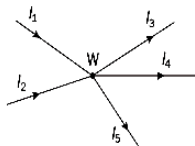
$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

gdzie: ρ_0 – opór właściwy przewodnika w temperaturze $T_0 = 273,15K$ α – współczynnik temperaturowy oporu

$$\Delta T = T - T_0$$

W praktycznych zagadnieniach spotyka się obwody rozgałęzione. Przy znajdowaniu napięć i natężeń prądów w poszczególnych elementach obwodów korzysta się z praw Kirchhoffa.

Pierwsze prawo Kirchhoffa mówi, że w dowolnym węźle obwodu suma algebraiczna natężeń prądów wpływających i wypływających do węzła równa się zero.



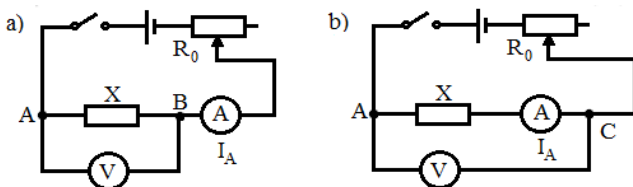
Rys. 15. Węzeł obwodu elektrycznego

Drugie prawo Kirchhoffa – w dowolnym oczku obwodu suma algebraiczna wszystkich sił elektromotorycznych i spadków napięć jest równa zero.

Do pomiaru rezystancji stosuje się wiele metod, które można podzielić na bezpośrednie i pośrednie. Metoda bezpośrednia polega na odczycie wartości mierzonej wielkości z tarczy przyrządu przeznaczonego tylko do pomiaru tej wielkości – w tym przypadku jest to omomierz. Metoda pośrednia polega na zestawieniu różnych przyrządów i elementów w zestaw pomiarowy. Za pomocą takiego układu wyznacza się wielkości pomocnicze, które służą do obliczenia wartości rezystora. Ze względu na różnorodność przyrządów pomiarowych i dużą liczbę możliwości ich połączeń istnieje wiele metod pośrednich pomiaru rezystancji. Metody pomiaru wykorzystujące amperomierz i woltomierz są metodami pośrednimi zwane metodami technicznymi wyznaczania oporu elektrycznego. Pomiar tą metodą sprowadza się do zbudowania obwodu elektrycznego w którym szeregowo jest połączony badany opór R_X oraz amperomierz, a równolegle woltomierz.

Ze względu na sposób mierzenia napięcia, rozróżnia się metodę:

- a – z poprawnie mierzonym napięciem,
- b – z poprawnie mierzonym prądem.



Rys. 16. Schematy obwodów do wyznaczania oporu metodą uproszczoną.

- a) W obwodzie z poprawnie mierzonym napięciem – woltomierz o oporze wewnętrznym R_V połączony jest równolegle do badanego oporu R_X (punkty A i B). Opór zastępczy R_Z takiego układu oblicza się z zależności:

$$R_Z = \frac{R_X R_V}{R_X + R_V}$$

natężenie prądu I płynącego w obwodzie wynosi:

$$I = U \frac{R_X + R_V}{R_X R_V}$$

gdzie: U jest napięciem wykazywanym przez woltomierz.

Rozwiązując to równanie względem R_X otrzymuje się wzór na opór:

$$R_X = \frac{UR_V}{IR_V - U}$$

Przybliżona wartość oporu, w przypadku gdy opór wewnętrzny woltomierza jest dużo większy od oporu badanego $R_V \gg R_X$, może być obliczana z zależności:

$$R_X = \frac{U}{I}$$

Układ ten jest stosowany najczęściej do pomiaru małych rezystancji.

- b) W obwodzie z poprawnie mierzonym natężeniem prądu – stosowany do pomiaru rezystancji dużych – woltomierz mierzy spadek napięcia na szeregowo połączonym oporze badanym i amperomierz (punkty A i C)

Spadek napięcia U odczytywany na woltomierzu wynosi:

$$U = I(R_X + R_A)$$

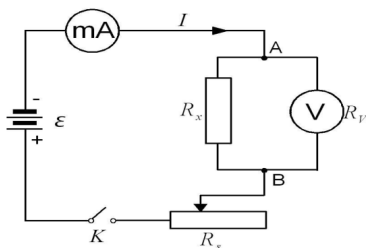
Wyznaczany opór R_X wynosi:

$$R_X = \frac{U}{I} - R_A \sim \frac{U}{I}$$

Przybliżoną postać wzoru można stosować w przypadku gdy badany opór jest dużo większy od oporu wewnętrznego amperomierza $R_X \gg R_A$.

6.3. Aparatura pomiarowa

W omawianym doświadczeniu opór wyznacza się metodą z poprawnie mierzonym napięciem. W skład zestawu wchodzi: badany opór- R_X , woltomierz o znanym oporze wewnętrznym, amperomierz, opornik regulowany, zasilacz napięcia stałego.



Rys. 17. Schemat obwodu elektrycznego do wyznaczania oporu elektrycznego metodą techniczną

6.4. Wykonanie ćwiczenia

1. Zestawić obwód elektryczny według schematu pokazanego na rysunku.
2. Zakresy pomiarowe woltomierza i amperomierza ustawić na maksimum.
3. Po sprawdzeniu obwodu przez prowadzącego – zamknąć obwód prądu.
4. Ustawić odpowiednie zakresy pomiarowe tak, aby przyrządy wykazywały dostatecznie duże wychylenie.
5. Zanotować w tabeli wskazania amperomierza i woltomierza.
6. Odczytać (na odwrocie obudowy) dla woltomierza wartość oporu wewnętrznego R_V dla ustalonego zakresu pomiarowego.
7. Obliczyć wartość oporu R_X z wzoru:

$$R_X = \frac{UR_V}{IR_V - U}$$

- Pomiary powtórzyć dla innych wartości napięcia i natężenia (liczbę powtórzeń podaje prowadzący).
- Obliczyć wartość średnią wyznaczanego oporu.

Lp.	Numer oporu	R_v [V]	U [V]	I [A]	R_x [Ω]
1					
2					
3					
...					

6.5. Analiza niepewności pomiarowej

- Oszacować bezwzględną maksymalną niepewność wyznaczania oporu metodą typu B, różniczką zupełną [5,6].
- Niepewności bezpośrednich pomiarów napięcia i natężenia ocenić uwzględniając klasy użytych przyrządów pomiarowych i dokładności odczytu.
- Wyniki pomiarów można opracować stosując metodę najmniejszych kwadratów. W tym celu należy sporządzić wykres $U = f(I)$.
- Współczynnik kierunkowy prostej o równaniu $U=RI$ jest oporem zastępczym określonym równaniem:

$$R_x = \frac{UR_v}{IR_v - U}$$

Zagadnienia do kolokwium

- Charakterystyka gazu elektronowego w metalach.
- Uporządkowany ruch elektronów swobodnych w metalu po przyłożeniu zewnętrznego pola elektrycznego.
- Prawo Ohma.
- Zależność oporu przewodnika od jego kształtu. Opór właściwy.
- Wyprowadzenie wzoru końcowego do pomiaru R_x .

Literatura

- Holliday D., Resnick R., Walker J., *Podstawy fizyki. tom I, II*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PW, 2012.
- Bobrowski Cz., *Fizyka-krótki kurs*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 2012.
- Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki., *Elektryczność i magnetyzm*, red. Śpiewła E., Lublin, Wydawnictwa Uczelniane Politechniki Lubelskiej, 1995.
- Szydłowski H., *Pracownia fizyczna*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999. Dostępny w World Wide Web: <http://kickass.to/Henryk-szydlowski-pracownia-fizyczna-pdf.pl.torrent>
- Kubiacyk A., *Określanie niepewności pomiarów*(poradnik do Laboratorium Fizyki). Dostępny w World Wide Web: <http://malys.if.pw.edu.pl/ONP-poradnik.pdf4>.
- Analiza błędów i niepewności pomiarów*. Dostępny w World Wide Web: http://www.eti.pg.gda.pl/katedry/kmoe/dydaktyka/Metrologia/analiza_bledow.pdf

7. Wyznaczanie współczynnika lepkości dynamicznej cieczy metodą Stokesa

7.1. Cel ćwiczenia

1. Wyznaczenie współczynnika lepkości dynamicznej cieczy wykorzystując równanie Stokesa.

7.2. Wiadomości teoretyczne

Zjawisko tarcia wewnętrznego zwane lepkością związane jest z ruchem polegającym na przemieszczaniu się różnych części tego samego ciała względem siebie. Lepkość wykazują ciała we wszystkich stanach skupienia, chociaż w niektórych cieczach obserwuje się w niskich temperaturach przejście w stan nadpłynności, w którym ich lepkość staje się równa zeru. Lepkością nazywa się właściwość ciał, polegającą na występowaniu sił oporu, wywołanych siłami zewnętrznymi, powodującymi odkształcenie ciał stałych a płynięcie cieczy i gazów. Płynność cieczy i gazów powoduje używanie dla tych dwóch stanów skupienia nazwy płyny. W wielu zagadnieniach płyn można traktować jako substancję wykazującą doskonałą nieściśliwość i pozbawioną lepkości. Taki płyn nazywa się płynem doskonałym.

Ze względu na to, że wszystkie rzeczywiste ciecze i gazy są lepkie zjawisko lepkości odgrywa istotną rolę podczas przepływu cieczy oraz podczas ruchu ciała stałego w ośrodku lepkiem. Przepływ cieczy lepkiej może mieć charakter laminarny (warstwowy) to znaczy taki, że jej strumień stanowi zespół warstw przemieszczających się jedna względem drugiej bez mieszania się i turbulentny (burzliwy) w którym elementy cieczy ulegają przypadkowym fluktuacyjnym przemieszczeniom i odkształceniom, co prowadzi do ich silnego mieszania się.

Siły oporu (siły tarcia wewnętrznego) występujące w trakcie przepływu cieczy, przy przesuwaniu się jednych warstw względem drugich powodują, że warstwa poruszająca się szybciej działa siłą przyspieszającą na warstwę poruszającą się wolniej oraz ruch warstwy poruszającej się szybciej jest opóźniany przez siłę pochodzącą od warstwy poruszającej się wolniej.

Lepkością lub tarciem wewnętrznym nazywa się zjawisko występowania sił stycznych przeciwdziałających się przemieszczaniu jednych części ciała względem innych jego części.

Siła tarcia wewnętrznego dla przepływu laminarnego opisana jest wzorem Newtona:

$$F = \eta S \frac{\Delta v}{\Delta x}$$

gdzie: η – współczynnik lepkości dynamicznej cieczy,

S – pole powierzchni warstwy w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku ruchu,

Δv – różnica prędkości między danymi dwoma warstwami cieczy,

Δx – odległość między tymi warstwami.

Współczynnik lepkości jest liczbowo równy sile stycznej koniecznej do utrzymania różnicy prędkości 1 m/s między dwiema warstwami cieczy o powierzchni 1 m² każda, przesuwającymi się względem siebie w odległości 1m.

Jednostką współczynnika lepkości dynamicznej jest niutonosekunda na metr kwadratowy.

$$[\eta] = \left[\frac{F}{S} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta v} \right] = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} = \text{Pa} \cdot \text{s} = \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$$

Stosowana jest również jednostka lepkości zwana puazem [P]:

$$1 \text{ Pa} \cdot \text{s} = 10 \text{ P}$$

Często używa się współczynnika lepkości kinematycznej ν zdefiniowanego jako stosunek współczynnika lepkości dynamicznej do gęstości cieczy, czyli:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

Jednostką współczynnika lepkości kinematycznej jest metr kwadratowy na sekundę.

$$[\nu] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Jedną z metod wyznaczania współczynnika lepkości dynamicznej jest metoda Stokesa.

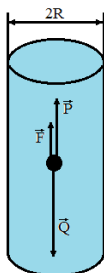
Na ciało poruszające się w cieczy lepkiej działa siła oporu proporcjonalna do prędkości ciała, współczynnika lepkości dynamicznej i rozmiarów tego ciała.

Jeżeli ciało jest kulką o promieniu r to siła oporu (F) wyraża się wzorem Stokesa:

$$F = 6 \pi \eta r v$$

Jeśli kulka porusza się w cylindrze o promieniu R to wzór przyjmuje postać:

$$F = 6 \pi \eta r v \left(1 + 2,4 \frac{r}{R} \right)$$



Rys. 18. Siły działające na kulkę poruszającą się pionowo w cylindrze wypełnionym cieczą.

Na kulkę poruszającą się w cieczy działają trzy siły:

- ciężkości $Q = mg = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_k g$
- wyporu hydrostatycznego $P = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_c g$
- tarcia wewnętrzznego $F = 6 \pi \eta r v$

gdzie: η – współczynnik lepkości cieczy,

v – prędkość kulki,

ρ_k – gęstość materiału kulki,

ρ_c – gęstość cieczy,

r – promień kulki.

Początkowo wartość siły ciężkości Q jest większa od sumy wartości sił oporu F i siły wyporu P :

$$F_w = Q - P - F$$

W związku z tym kulka opada ruchem przyspieszonym tym samym rośnie wartość siły tarcia wewnętrznej która rośnie wraz ze wzrostem prędkości.

Przy pewnej prędkości v suma wartości sił P i F staje się równa Q , tzn.:

$$Q = P + F$$

Od tego momentu kulka porusza się ruchem jednostajnym. Podstawiając do powyższego równania za Q , P i F , uzyskuje się:

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_k g - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_c g = 6 \pi \eta r v$$

Prędkość ruchu jednostajnego kulki można wyznaczyć z wzoru $v = \frac{s}{t}$, gdzie: s – droga którą przebywa kulka, t – czas ruchu kulki.

Po przekształceniach otrzymuje się:

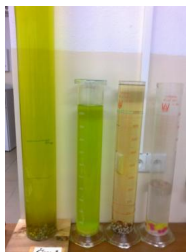
$$\eta = \frac{2r^2 g(\rho_k - \rho_c)t}{9s}$$

lub uwzględniając poprawkę związaną z wymiarami cylindra pomiarowego:

$$\eta = \frac{2r^2 g(\rho_k - \rho_c)t}{9s(1 + 2,4 \frac{r}{R})}$$

7.3. Zestaw pomiarowy

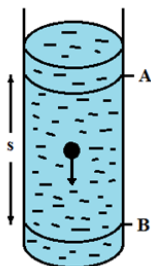
1. Zestaw cylindrów z cieczami dla których należy wyznaczyć współczynnik lepkości dynamicznej.
2. Kulki wykonane z różnych materiałów.
3. Przymiar liniowy.
4. Stoper.
5. Suwmiarka.
6. Mikroskop lub śruba mikrometryczna.



Rys. 19. Zestaw do pomiaru współczynnika lepkości dynamicznej

7.4. Wykonanie ćwiczenia

1. Zaznaczyć na cylindrze dwa położenia górny A i dolny B (odległość $AB = s$), pomiędzy którymi mierzy się czas spadania kulek. Znacznik górny powinien znaleźć się w takiej odległości poniżej powierzchni cieczy (kilka centymetrów), aby kulka poruszała się już ruchem jednostajnym.



Rys. 20. Schemat cylindra pomiarowego

2. Zmierzyć kilkakrotnie odległość pomiędzy punktami A i B.
3. Wybrać kilkanaście kulek (śrut) o zbliżonych wymiarach i zmierzyć ich średnicę d za pomocą śruby mikrometrycznej (lub przy pomocy mikroskopu).
4. Zwilżyć kulki w cieczy której współczynnik lepkości wyznaczamy a następnie za pomocą pęsety puścić w okolicy osi cylindra.
5. Zmierzyć czas t ruchu (dla każdej z wybranych kulek) pomiędzy punktami A i B.
6. Obliczyć współczynnik lepkości dynamicznej z wzoru :

$$\eta = \frac{2r^2 g(\rho_k - \rho_c)t}{9s}$$

7. Wyniki pomiarów i obliczeń wpisać do tabeli:

Lp.	d [m]	r [m]	s [m]	t [s]	$\rho_k \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$	$\rho_c \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$	$\eta \left[\frac{\text{kg}}{\text{ms}} \right]$	$\bar{\eta} \left[\frac{\text{kg}}{\text{ms}} \right]$
1								
2								
3								
...								

8. Uwzględniając poprawkę związaną z rozmiarami cylindra zmierzyć średnicę cylindra R i obliczyć współczynnik lepkości z wzoru:

$$\eta = \frac{2r^2 g(\rho_k - \rho_c)t}{9s(1 + 2,4 \frac{r}{R})}$$

7.5. Analiza niepewności pomiarów

1. Oszacować bezwzględną maksymalną niepewność wyznaczania współczynnika lepkości dynamicznej metodą różniczki zupełnej [5,6].
2. Niepewności bezpośrednie Δr , Δt , Δs , ocenić, uwzględniając dokładności użytych przyrządów pomiarowych.

Zagadnienia do kolokwium

1. Zjawisko lepkości.
2. Współczynnik lepkości dynamicznej i kinetycznej.
3. Siły tarcia wewnętrznego, wzór Newtona.
4. Przepływ laminarny i turbulentny.
5. Prawo Stokesa.
6. Ruch kulki w cieczy: analiza sił działających na kulkę i rodzajów ruchu.

Literatura

1. Holliday D., Resnick R., Walker J., *Podstawy fizyki. tom I, II*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2012.
2. Bobrowski Cz., *Fizyka-krótki kurs*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 2012.
3. Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, red. Śpiewła E., Lublin, *Mechanika, termodynamika i fizyka cząsteczkowa*, Wydawnictwa Uczelniane Politechniki Lubelskiej, 1995.
4. Szydłowski H., *Pracownia fizyczna*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999.
5. Kubiacyk A., *Określanie niepewności pomiarów* (poradnik do Laboratorium Fizyki). Dostępny w World Wide Web: <http://malys.if.pw.edu.pl/ONP-poradnik.pdf4>.
6. *Analiza błędów i niepewności pomiarów*. Dostępny w World Wide Web: http://www.eti.pg.gda.pl/katedry/kmoe/dydaktyka/Metrologia/analiza_bledow.pdf

8. Badanie modułu sprężystości różnych materiałów

8.1. Cel ćwiczenia

1. Wyznaczenie ugięcia płaskownika w funkcji:
 - a. siły,
 - b. grubości płaskownika przy stałej sile,
 - c. szerokości płaskownika przy stałej sile,
 - d. odległości między punktami podparcia przy stałej sile.
2. Wyznaczenie modułu sprężystości dla stali, aluminium i mosiądzu.

8.2. Wiadomości teoretyczne

Siła działająca na ciało może być przyczyną jego odkształcenia. Odkształceniem nazywa się każdą zmianę wzajemnego położenia poszczególnych punktów ciała. Rozróżnia się dwa podstawowe rodzaje odkształceń zależnie od tego, czy wywołane odkształcenie jest trwałe czy nie. Jeżeli odkształcenie spowodowane siłą zewnętrzną ustępuje po jej usunięciu, to nazywamy go sprężystym, natomiast gdy odkształcenie nie znika po usunięciu siły zewnętrznej, nazywamy go odkształceniem trwałym lub plastycznym.

Przyjmując, że na pręt (druć) o przekroju kołowym i długości pierwotnej l działa osiowa siła rozciągająca F , pręt wydłuży się wówczas o Δl przyjmując długość l_1 , wielkość $\Delta l = l_1 - l$ nazywana jest wydłużeniem bezwzględnym.

Wydłużeniem jednostkowym lub względnym ε (a ogólniej odkształceniem) pręta nazywa się stosunek przyrostu długości do jego długości początkowej i oznacza jako:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Ciśnienie lub w przypadku rozciągania pręta naprężenie określa się jako stosunek siły rozciągającej F do powierzchni przekroju poprzecznego pręta S :

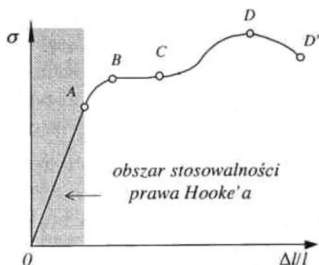
$$\sigma = \frac{F}{S}$$

Badania zależności naprężenia od odkształcenia wykazały, że dla niewielkich odkształceń naprężenia są wprost proporcjonalne do odkształceń. Jest to tzw. prawo Hooke'a.

Można je zapisać:

$$\sigma = E\varepsilon$$

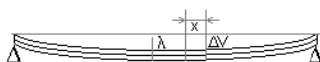
gdzie: E jest stałą dla danego materiału nazywaną modułem Younga lub współczynnikiem sprężystości wzdłużnej.



Wykr. 5. Zależność naprężenia σ od wydłużenia względnego $\Delta l/l$

W szerszym zakresie odkształceń, zależność naprężeń od odkształceń dla stali przedstawiono na powyższym rysunku, można tu wyróżnić kilka obszarów:

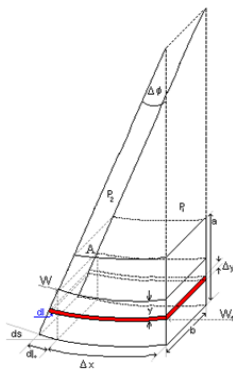
- OA – obszar proporcjonalnego wzrostu naprężeń do odkształceń, w którym spełnione jest prawo Hooke'a.
- AB – odkształcenia są jeszcze sprężyste, tzn. po usunięciu naprężenia odkształcenie wraca do zera, lecz nie zachodzi tu już proporcjonalność.
- BC – prawie równoległy do osi odciętych, jest to tzw. obszar plastyczności.
- Powyżej punktu C następuje znów wzrost naprężeń.
- W punkcie D naprężenie osiąga największą wartość, czyli granicę wytrzymałości. Tu materiał przestaje się wydłużać równomiernie tak, że w pewnym punkcie powstaje miejscowe przewężenie.
- Przy ciągłym odkształcaniu naprężenia spadają, krzywa zagina się i następuje zerwanie (punkt D').



Rys. 21. Ugięcie pręta

Pręt umocowany na końcach pod wpływem obciążenia ulega ugięciu. W górnej warstwie pręta następuje ściśnięcie, a w dolnej rozciąganie materiału pręta. Cienka warstwa środkowa nie ulega ani ścisnieniu ani rozciąganiu i tworzy warstwę "neutralną". Przy dostatecznie małym obciążeniu wydłużenia dolnej warstwy i ściśnięcia górnej podlegają prawu Hooke'a. Założmy, że pręt nieobciążony nie ulega ugięciu. Wielkość przemieszczenia się obciążonego pręta nazywa się strzałką ugięcia λ i zależy od wielkości obciążenia, rozmiarów i kształtu pręta oraz modułu sprężystości.

Strzałka ugięcia λ powstaje pod wpływem obciążenia zewnętrznego. Weźmy pod uwagę element ΔV pręta oddległy o x od jego środka. Przed obciążeniem powierzchnie przekroju pręta wycinające element ΔV są równoległe, po obciążeniu i ugięciu pręta tworzą kąt $\Delta\phi$. Przez punkt A należący do płaszczyzny przekroju P_2 i warstwy neutralnej wprowadzimy powierzchnię równoległą do powierzchni przekroju P_1 . Odległość między tymi płaszczyznami wynosi Δx .



Rys. 22. Rozpatrywany element pręta

W wyniku ugięcia warstwa W_1 odległa o y od warstwy neutralnej W ulega wydłużeniu o $\Delta\varphi y$. Weźmy pod uwagę element pręta o wymiarach

$$\Delta V' = \Delta x \Delta y b$$

odległy o y od warstwy neutralnej W .

Przekrój jego powierzchni prostopadłej do długości pręta wynosi $b\Delta y$.

Prawo Hooke'a można zapisać w postaci:

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l}$$

gdzie: F – siła działająca prostopadle do powierzchni S ,

$\frac{\Delta l}{l}$ – wydłużenie względne,

E – moduł Younga.

Siła powodująca odkształcenie pręta:

$$F = ES \frac{\Delta l}{l}$$

W tym przypadku powierzchnia elementu $\Delta V'$, na który działa siła odkształcająca ΔF :

$$\Delta S = b\Delta y$$

Wydłużenie względne:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{y\Delta\varphi}{\Delta x}$$

Siła odkształcająca:

$$\Delta F = Eby \frac{\Delta\varphi}{\Delta x} \Delta y$$

Moment siły odkształcającej względem warstwy W wynosi:

$$\Delta M = \Delta Fy = Eby^2 \frac{\Delta\varphi}{\Delta x} \Delta y$$

Elementarny moment skręcający:

$$dM = dFy = Eby^2 \frac{d\varphi}{dx} dy$$

Całkowity moment skręcający wywołany siłami sprężystymi wyraża całka:

$$M = Eb \frac{d\varphi}{dx} \int_{-a/2}^{a/2} y^2 dy$$

$$M = Eb \frac{d\varphi}{dx} \frac{1}{12} a^3$$

Siła F powodująca zginanie pręta zaczepiona jest w jego środku. Zgodnie z zasadami rozkładania sił działających na ciało sztywne można ją zastąpić dwiema siłami o wartości $F/2$ przyczepionymi do końców pręta działającymi zginająco ku górze, wówczas punkt końca strzałki ugięcia można traktować, jako minimalny.

Moment siły odpowiedzialny za odkształcenie pręta pochodzi od siły zewnętrznej.

Dla dowolnej odległości x od środka pręta otrzymujemy:

$$M = \frac{F}{2}x$$

Oba momenty są sobie równe można, więc zapisać:

$$\frac{F}{2}x = \frac{1}{12} Eba^3 \frac{d\varphi}{dx}$$

Łatwo zauważyć, że stosunek elementu strzałki ugięcia $d\lambda$ do odległości od środka x :

$$\frac{d\lambda}{x} = d\varphi$$

Po podstawieniu otrzymujemy:

$$\frac{F}{2}x^2 = \frac{1}{12}Eba^3 \frac{d\lambda}{dx}$$

Elementarna strzałka ugięcia:

$$d\lambda = \frac{6F}{Eba^3}x^2 dx$$

Całkowitą strzałkę ugięcia wyraża całka oznaczona w przedziale od 0 do $\frac{l}{2}$:

$$\lambda = \frac{6F}{Eba^3} \int_0^{\frac{l}{2}} x^2 dx$$

$$\lambda = \frac{Fl^3}{4Eba^3}$$

Moduł Younga E wyznaczony przez pomiar strzałki ugięcia wyrażony jest wzorem:

$$E = \frac{1}{4} \frac{Fl^3}{\lambda ba^3}$$

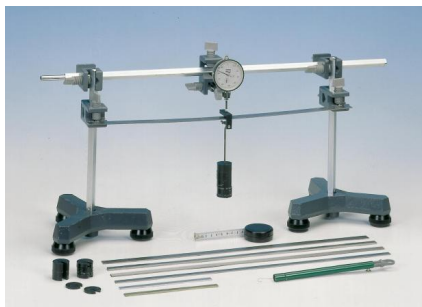
gdzie: F – siła odkształcająca,
 l – długość płaskownika,
 b – szerokość płaskownika,
 a – grubość płaskownika,
 λ – strzałka ugięcia.

8.3. Zestaw pomiarowy

W skład stanowiska pomiarowego wchodzi między innymi:

1. Wymienny płaskownik podparty w dwóch punktach.
2. Czujnik zegarowy.
3. Strzemiączko z zawieszoną na nim szalką.
4. Płaskowniki ze stali, aluminium i mosiądzu.
5. Taśma miernicza.
6. Odważniki.

Stanowisko pomiarowe należy zestawić w sposób przedstawiony poniżej:



Rys. 23. Zestaw do pomiaru modułu sprężystości

8.4. Wykonanie ćwiczenia

1. Zestawić układ według przedstawionego opisu.
2. Wykonać kilkakrotnie pomiary odstępów między środkami podpór l, szerokości b oraz grubości a w różnych miejscach pręta i obliczyć ich wartości średnie.
3. Obciążać płaskownik od 0 do 450 g obciążnikami, co 50 g i dokonać pomiaru strzałki ugięcia (uwzględniając masę szalki i strzemiączka).
4. Dokonać pomiaru strzałki ugięcia zmniejszając obciążenie płaskownika.
5. Sporządzić wykres $\lambda = f(m)$, m - masa szalki, strzemiączka i obciążników.
6. Powtórzyć pomiary dla różnych płaskowników.
7. Obliczyć moduł Younga dla różnych materiałów, korzystając ze wzoru:

$$E = \frac{1}{4} \frac{Fl^3}{\lambda ba^3}$$

gdzie $F = mg$, przyjmij $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

8. Zestawić wyniki pomiarów i obliczeń w tabeli:

Lp.	a [m]	b [m]	l [m]	λ [m]	m [kg]	F [N]	E [Pa]
1							
2							
3							
...							

8.5. Analiza niepewności pomiarów

1. Oszacować bezwzględną maksymalną niepewność wyznaczania modułu Younga metodą różniczki zupełnej [4,5].
2. Za niepewności bezpośrednie Δa , Δb , Δl , $\Delta \lambda$ przyjąć największe odchylenie od wartości średniej.
3. Zapisać wynik pomiaru uwzględniając bezwzględną maksymalną niepewność pomiaru modułu Younga.

Zagadnienia do kolokwium

1. Rodzaje odkształceń ciał stałych.
2. Odkształcenie bezwzględne i względne.
3. Prawo Hooke'a, moduł Younga.
4. Metoda wyznaczania modułu Younga z ugięcia.

Literatura

1. Holliday D., Resnick R., Walker J., *Podstawy fizyki. tom I, II*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2012.
2. Bobrowski Cz., *Fizyka-krótki kurs*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 2012.
3. Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, red. Śpiewła E., Lublin, *Mechanika, termodynamika i fizyka cząsteczkowa*, Wydawnictwa Uczelniane Politechniki Lubelskiej, 1995.
4. Szydłowski H., *Pracownia fizyczna*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999.
Dostępny w World Wide Web: <http://kickass.to/henryk-szydlowski-pracownia-fizyczna-pdf.pl.torrent>
5. Kubiacyk A., *Określanie niepewności pomiarów* (poradnik do Laboratorium Fizyki).
Dostępny w World Wide Web: <http://malys.if.pw.edu.pl/ONP-poradnik.pdf4>.