

26,527

B.P im. Ł.

57097  
568323

12, 27



624.012.45

## Rozkład ciężarów na belki mostów żelbetowych.

Napisał

Maksymilian Thullie.

Z 6 rycinami w tekście.

Jeżeli ciężar jakiś *n. p.* wałka parowego działa na most żelbetowy i ustawimy go nad jedną belką żebrową, to zwykle przypuszcza się, że cały ten ciężar przenosi się na tę belkę, które to założenie jest zbyt niekorzystne. Inni obciążają cały most i przypuszczają, że ciężary rozkładają się na wszystkie belki równomiernie, co znowu jest zanadto korzystnem.

Rozkład ciężaru zależy głównie od tęgłości rozpór czyli poprzecznic. Chcąc uzyskać rozkład ciężaru na kilka belek, trzeba rozpory wykonać o wielkim momencie bezwładności *I*, a wtedy możemy zrobić według Gehlera<sup>1</sup> założenie przybliżone, że rozpory po obciążeniu jest prostą — względnie ugięcia jej na razie nie uwzględniamy.

Przypuśćmy, że na most działa ciężar *R* (rys. 1), między *A* i *B*. Odstęp siły *R* od *F* niech będzie *r*, a ciśnienia na poszczególne belki *A*, *B*, *C*, *D* i t. d., to otrzymamy:

- 1)  $R \cdot r = (5A + 4B + 3C + 2D + E)a$
- 2)  $R = A + B + C + D + E + F.$

Nazwijmy  $\Delta$  różnicę w ciśnieniu na dwie sąsiednie belki, a stosunek  $\frac{I_1}{I} = k$ , jeśli *I*<sub>1</sub> oznacza moment bezwładności belki skrajnej, a *I* belki środkowej, to

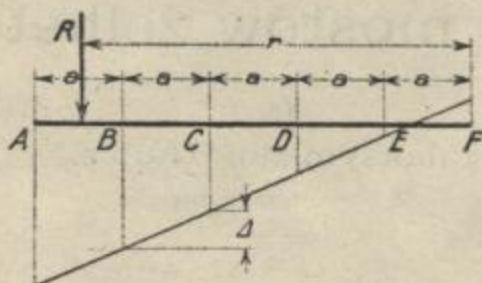
<sup>1</sup> Handb. f. Eisenbetonbau II Aufl. VI B. Brückenbau str. 163.

$$3) \quad \begin{aligned} A &= (C + 2\Delta)k, & B &= C + \Delta, & D &= C - \Delta, \\ E &= C - 2\Delta, & F &= (C - 3\Delta)k. \end{aligned}$$

Wstawmy te wartości w równ. 1) i 2), a otrzymamy

$$4) \quad C(2 + k) + 2k\Delta = \frac{Rr}{5a}; \quad 2C(2 + k) - \Delta(2 + k) = R.$$

Z powyższych równań możemy wyznaczyć  $C$  i  $\Delta$ , a gdy  $R$ ,  $r$  i  $k$  są znane, możemy znaleźć wszystkie ciśnienia, a potem momenty



Rys. 1.

i siły poprzeczne rozpory, podpartej na belkach skrajnych i środkowych. Z równ. 4) otrzymamy, zauważywszy, że  $b = 5a$ ,

$$5) \quad C = R \frac{r(k+2) + 2bk}{b(k+2)(5k+2)}; \quad \Delta = R \frac{2r-b}{b(5k+2)}$$

Jeżeli więc dla dwu położań siły  $R$  wyznaczymy  $C$  i  $\Delta$ , to dla tych dwu ilości określić możemy linie wpływowe proste.

W obliczeniu powyższem nie uwzględniliśmy jednak ugięcia rozpory. Spróbujmy teraz to uczynić; znajdziemy najpierw ugięcia rozpory, a stąd poprawki dla ciśnień na belki główne.

Jeżeli uwzględnimy ugięcie poprzeczny, przypuszczając na razie, że mamy jedną poprzecznicę w środku rozpiętości i obciążamy ją jednym ciężarem, to ponieważ ugięcie poprzeczny musi być równe ugięciu belki głównej,

$$y = \varphi \cdot C$$

gdzie  $\varphi$  jest ugięciem belki głównej dla siły  $= 1t$ . Dla poprzeczny nieskończenie sztywnej linia ugięć była prostą, teraz zaś będzie krzywą. Różnicom tych dwu linii ugięć odpowiadają przyrosty sił działających na belki:  $\Delta A$ ,  $\Delta B$ ,  $\Delta C$ ,  $\Delta E$ ,  $\Delta F$ , dla których w myśl powyższego możemy napisać:

$$\Delta A = \frac{\Delta_a}{\varphi} \cdot k, \quad \Delta B = \frac{\Delta_b}{\varphi}, \quad \Delta C = \frac{\Delta_c}{\varphi}, \quad \Delta D = \frac{\Delta_d}{\varphi}, \quad \Delta E = \frac{\Delta_e}{\varphi}, \quad \Delta F = \frac{\Delta_f}{\varphi} \cdot k.$$

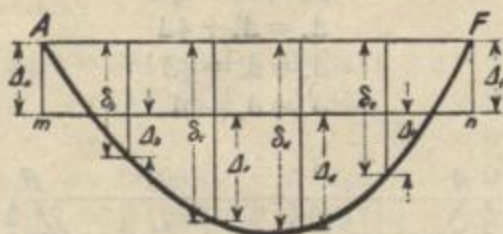
przyczem  $\Delta_a, \Delta_b, \Delta_c, \dots$  są różnicami ugięć.

Ponieważ obciążenie już jest zrównoważone siłami dla nie-skończenie sztywnej poprzecznicy, więc przyrosty sił muszą być między sobą w równowadze, czyli

$$\Delta A - \Delta B - \Delta C - \Delta D - \Delta E + \Delta F = 0$$

lub wyrażając to przez ugięcia

$$6) \quad \frac{1}{\varphi} (\Delta_a \cdot k - \Delta_b - \Delta_c - \Delta_d - \Delta_e + \Delta_f \cdot k) = 0.$$



Rys. 2.

Z linii ugięć dla sił  $A, B, C, \dots$  możemy jednak znaleźć (rys. 2)

$$\begin{aligned} \Delta_a &= \Delta_f \\ \Delta_b &= \delta_b - \Delta_a \\ \Delta_c &= \delta_c - \Delta_a \\ \Delta_d &= \delta_d - \Delta_a \\ \Delta_e &= \delta_e - \Delta_a \\ \Delta_f &= \Delta_a \end{aligned}$$

przyczem  $\delta$  są ugięcia, jak dla belki wolno podpartej w  $A$  i  $F$ . Podstawiając te wartości w równ. 6), znajdujemy

$$\Delta_a \cdot k - \delta_b + \Delta_a - \delta_c + \Delta_a - \delta_d + \Delta_a - \delta_e + \Delta_a + \Delta_a \cdot k = 0,$$

a stąd

$$7) \quad \Delta_a = \frac{\delta_b + \delta_c + \delta_d + \delta_e}{2(k+2)} = \frac{\Sigma \delta}{2(k+2)}$$

Przyrosty sił muszą jednak spełniać jeszcze warunek równowagi momentów, a więc ze względu na punkt środkowy poprzecznicy

$$\Delta A \cdot \frac{5}{2}a - \Delta B \cdot \frac{3}{2}a - \Delta C \cdot \frac{1}{2}a = \Delta F \cdot \frac{5}{2}a - \Delta E \cdot \frac{3}{2}a - \Delta D \cdot \frac{1}{2}a$$

a po uproszczeniu

$$5 \Delta A - 3 \Delta B - \Delta C = 5 \Delta F - 3 \Delta E - \Delta D$$

Ponieważ poprzednio znalezione różnice ugięć wymagają poprawek, oznaczmy je przez  $\Delta'_a, \Delta'_b, \Delta'_c \dots$  zaś szukane  $\Delta_a, \Delta_b, \Delta_c \dots$ ; w takim razie, używając zamiast przyrostów sił ich przyrosty ugięć

$$\frac{1}{\varphi} (5 \Delta'_a \cdot k - 3 \Delta'_b - \Delta'_c) = \frac{1}{\varphi} (5 \Delta'_f \cdot k - 3 \Delta'_e - \Delta'_d)$$

Z rysunku 3 widać, że

$$\Delta_a = \Delta'_a + \Delta$$

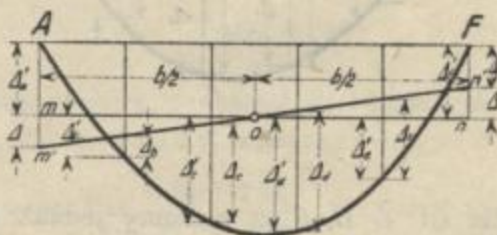
$$\Delta_b = \Delta'_b - \frac{3}{8} \Delta$$

$$\Delta_c = \Delta'_c - \frac{1}{8} \Delta$$

$$\Delta_d = \Delta'_d + \frac{1}{8} \Delta$$

$$\Delta_e = \Delta'_e = \frac{3}{8} \Delta$$

$$\Delta = \Delta'_a - \Delta$$



Rys. 3.

co podstawiając w poprzednie równanie, znajdziemy

$$\begin{aligned} 5k(\Delta'_a + \Delta) - 3(\Delta'_b - \frac{3}{8}\Delta) - (\Delta'_c - \frac{1}{8}\Delta) &= \\ = 5k(\Delta'_a - \Delta) - 3(\Delta'_c - \frac{3}{8}\Delta) - (\Delta'_d - \frac{1}{8}\Delta) \end{aligned}$$

a stąd

$$8) \quad \Delta = \frac{3(\Delta'_b - \Delta'_c) + (\Delta'_d - \Delta'_a)}{2(5k + 2)}$$

Dodając różnice ugięć poprzecznic do ugięć wedle linii prostej, otrzymujemy ostateczną linię ugięcia, z której dadzą się odczytać odpowiadające jej siły  $A', B', C' \dots$ , spełniające warunki równowagi. Mimo to nie jest to prawdziwa linia ugięcia, bo używaliśmy sił  $A, B, C \dots$ , a nie  $A', B', C' \dots$ . Trzeba by więc obliczenie jej powtórzyć dla sił  $A', B', C'$ , potem dla  $A'', B'', C''$  i t. d. W przybliżeniu jednak otrzymamy dostatecznie dokładne wyniki, jeżeli do linii ugięć wedle prostej dodamy tylko połowę różnic

ugięć przez nas znalezionych, o czym z porównania z dokładnie obliczonymi na podstawie najmniejszości pracy ukształcenia liniami ugięć można się przekonać.

Przedstawimy teraz tok obliczenia na cyfrowym przykładzie.

Przyjęto  $R = 1.00 \text{ t}$ ,  $r = 4.5 \text{ a} = 6.75 \text{ m}$ ,  $a = 1.5 \text{ m}$ ,  $k = 1.3$   
 $b = 5 \text{ a} = 7.5 \text{ m}$ .

Dla poprzeczniczy nieskończenie sztywnej otrzymamy

$$C = R \frac{r(k+2) + 2bk}{b(k+2)(5k+2)} = 1.00 \frac{6.75(1.3+2) + 2.7.5.1.3}{7.5(1.3+2)(5.1.3+2)} = 0.1986 \text{ t}$$

$$\Delta = R \frac{2r - 5a}{b(5k+2)} = \frac{2.6.75 - 7.50}{7.50(1.3.5+2)} = 0.0941 \text{ t}$$

Stąd otrzymamy

$$A = (C + 2\Delta)k = (0.1986 + 2.0.0941), 1.3 = 0.5030 \text{ t}$$

$$B = C + \Delta = 0.1986 + 0.0941 = 0.2927 \text{ „}$$

$$C = C = 0.1986 \text{ „}$$

$$D = C - \Delta = 0.1986 - 0.0941 = 0.1045 \text{ „}$$

$$E = C - 2\Delta = 0.1986 - 2.0.0941 = 0.0104 \text{ „}$$

$$F = (C - 3\Delta)k = (0.1986 - 3.0.0941), 1.3 = -0.1090 \text{ t}$$

Rysując wielobok sił  $R, A, B, C, D, E$  i  $F$  (rys. 4 a), możemy wykresić wielobok sznurowy, zarazem linię momentów (rys. 4 b), który powinien się zamykać. Teraz obliczamy powierzchnię momentów, a mianowicie:

$$I = 0.1387 \text{ t.m}^2.$$

$$II = 0.1387 \text{ „}$$

$$III = 0.2315 \text{ „}$$

$$IV = 0.4680 \text{ „}$$

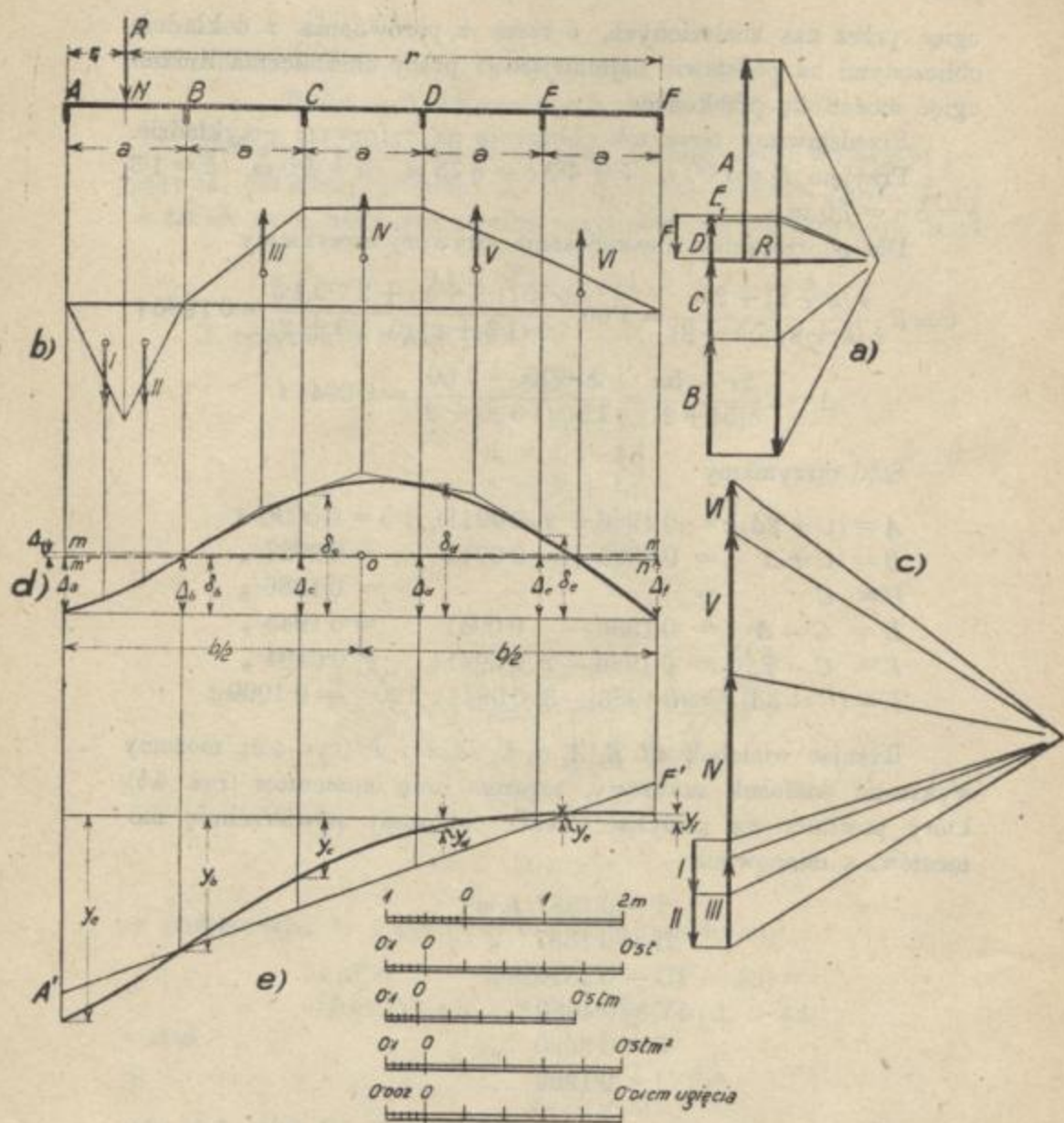
$$V = 0.3620 \text{ „}$$

$$VI = 0.1256 \text{ „}$$

Wartości te składamy znów w wielobok sił (rys. 4 c), używając biegunowej o wielkości

$$H = \frac{EI}{m \cdot n}$$

gdzie  $E$  współczynnik sprężystości betonu  $200,000 \text{ kg/cm}^2$ , zaś  $I$  moment bezwładności przekroju poprzeczniczy — w tym wypadku  $I = 1,067,000 \text{ cm}^4$ .  $n$  jest liczbą wyrażającą podziałkę długości  $1 : n$ ,



Rys. 4.

natomiast  $m$  przedstawia wiele razy ugięcia zostały powiększone w rysunku.

Następnie rysujemy wielobok sznurowy (rys. 4d), w który wkreślamy linię ugięcia poprzeczney, a stąd odczytamy ugięcia, jak dla belki w dwu punktach podpartej.

$$\begin{aligned}
 \delta_b &= -0.00286 \text{ cm} \\
 \delta_c &= -0.00614 \text{ " } \\
 \delta_d &= -0.00693 \text{ " } \\
 \delta_e &= -0.00425 \text{ " } \\
 \hline
 \Sigma \delta &= -0.02018 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Teraz znajdziemy celem wyznaczenia przyrostów sił wedle równ. 7)

$$\Delta'_a = \frac{\Sigma \delta}{2(k+2)} = \frac{-0.02018}{2(1.3+2)} = -0.00306 \text{ cm}$$

zaś po wrysowaniu prostej  $mn$  w tym odstępnie, odczytano

$$\begin{aligned}
 \Delta'_b &= +0.00020 \text{ cm} \\
 \Delta'_c &= -0.00308 \text{ " } \\
 \Delta'_d &= -0.00387 \text{ " } \\
 \Delta'_e &= -0.00119 \text{ " }
 \end{aligned}$$

Wedle równ. 8) obliczymy

$$\begin{aligned}
 \Delta &= \frac{3(\Delta'_b - \Delta'_c) + (\Delta'_c - \Delta'_d)}{2(5k+2)} = \\
 &= \frac{3(+0.00020 + 0.00119) + (-0.00308 + 0.00387)}{2(5 \cdot 1.3 + 2)} \\
 \Delta &= 0.000292 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

W rysunku odcięto to  $\Delta$  i łącząc otrzymany punkt  $m$  z punktem środkowym 0, otrzymano różnice ugięć  $\Delta_a, \Delta_b, \Delta_c \dots$

Jeżeli rozpiętość mostu  $l = 10.0 \text{ m}$ , moment bezwładności belki średniej  $I = 4,410,000 \text{ cm}^4$ , to ugięcie w środku rozpiętości dla siły  $= 1.0 \text{ t}$

$$\varphi = \frac{1 \cdot l^3}{48EI_0} = \frac{1.0 \cdot 1000^3}{48 \cdot 200000 \cdot 4410000} = 0.02364 \text{ cm}$$

Linie ugięć poprzecznic nieskończenie sztywnej możemy wykreślić, obliczając ugięcie jej dla dwu punktów n. p.

$$\begin{array}{llll}
 \text{w punkcie } B & \text{ugięcie wynosi} & 0.02364 \cdot 0.2927 & = 0.00692 \text{ cm} \\
 \text{"} & \text{"} & \text{"} & \text{"} \\
 \text{"} & \text{"} & 0.02364 \cdot 0.0104 & = 0.000246 \text{ " }
 \end{array}$$

Dodając więc teraz do rzędnych linii  $\overline{A'F'}$  połówki różnic ugięć  $\Delta_a, \Delta_b, \Delta_c \dots$ , otrzymamy ugięcia poprzecznic  $y_a, y_b, y_c \dots$  (rys. 4e), które wedle rysunku wynoszą:



$$y_a = 0.01040 \text{ cm}$$

$$y_b = 0.00694 \text{ „}$$

$$y_c = 0.00312 \text{ „}$$

$$y_d = 0.00069 \text{ „}$$

$$y_e = -0.00026 \text{ cm}$$

$$y_f = -0.00030 \text{ „}$$

Stąd obliczamy ostateczne ciśnienia

$$A_1 = \frac{y_a \cdot k}{\varphi} = \frac{0.01040}{0.02364} \cdot 1.3 = 0.5791 \text{ t}$$

$$B_1 = \frac{y_b}{\varphi} = \frac{0.00694}{0.02364} = 0.2932 \text{ „}$$

$$C_1 = \frac{y_c}{\varphi} = \frac{0.00312}{0.02364} = 0.1322 \text{ t}$$

$$D_1 = \frac{y_d}{\varphi} = \frac{0.00069}{0.02364} = 0.0294 \text{ „}$$

$$E_1 = \frac{y_e}{\varphi} = -\frac{0.00026}{0.02364} = -0.0110 \text{ „}$$

$$F_1 = \frac{y_f}{\varphi} = -\frac{0.00030}{0.02364} \cdot 1.3 = -0.0168 \text{ t}$$

Teraz obliczymy ugięcia rozpory analitycznie.

Najpierw obliczymy ugięcia belki podpartej w  $A$  i  $F$  jako wpływ każdej siły z osobna, a potem wszystkich równocześnie, to otrzymamy wzory, zestawione w tabliczce; dla dalszego użytku potrzebne są tylko wzory ustawione w rubryce „Wpływ sumaryczny”. Po znalezieniu tych ugięć  $\delta$ , postępowanie jest podobne, jak przy sposobie wykreślnym, co zresztą widać na niżej przytoczonym przykładzie.

Dla tych samych założeń co poprzednio, otrzymamy znów

$$A = 0.5030 \text{ t}, \quad B = 0.2927 \text{ t}, \quad C = 0.1986 \text{ t},$$

$$D = 0.1045 \text{ t}, \quad E = 0.0104 \text{ t}, \quad F = 0.1090 \text{ t}$$

Obliczymy teraz ugięcia w punktach  $B, C, D, E$ , jeżeli rozpora jest podpartą w  $A$  i  $F$ , a to przy pomocy wzorów zestawionych w tabliczce, przyczem niech będzie moment bezwładności poprzeczniczy  $I = 1067000 \text{ cm}^4$ , zaś  $E = 200,000 \text{ kg/cm}^2$ .

Wszystkie wartości wstawmy w  $t$  i  $m$ .

Tabl. I.

|                      |                                     | Ugięcie w punkcie                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                  |
|----------------------|-------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                      |                                     | B                                                                                                                                                                | C                                                                                                                                                              | D                                                                                                                                                              | E                                                                                                                                                                |
| Wpływ działania siły | R stoi od punktu ugięcia na         | $\frac{2 R r_1}{15 EI} (2 r r_1 + r^3 - 16 a^3)$                                                                                                                 | $\frac{1 R r_1}{10 EI} (2 r r_1 + r^3 - 9 a^3)$                                                                                                                | $\frac{1 R r_1}{15 EI} (2 r r_1 + r_2 - 4 a^3)$                                                                                                                | $\frac{1 R r_1}{30 EI} (2 r r_1 + r^3 - a^3)$                                                                                                                    |
|                      | B                                   | $\frac{1 R r}{30 EI} (2 r r_1 + r_1^3 - a^3)$                                                                                                                    | $\frac{1 R r}{15 EI} (2 r r_1 + r_1^3 - 4 a^3)$                                                                                                                | $\frac{1 R r}{10 EI} (2 r r_1 + r_1^3 - 9 a^3)$                                                                                                                | $\frac{2 R r}{15 EI} (2 r r_1 + r_1^3 - 16 a^3)$                                                                                                                 |
|                      | C                                   | $\frac{16 B a^3}{15 EI}$                                                                                                                                         | $\frac{3 B a^3}{2 EI}$                                                                                                                                         | $\frac{4 B a^3}{3 EI}$                                                                                                                                         | $\frac{23 B a^3}{30 EI}$                                                                                                                                         |
|                      | D                                   | $\frac{3 C a^3}{2 EI}$                                                                                                                                           | $\frac{12 C a^3}{5 EI}$                                                                                                                                        | $\frac{34 C a^3}{15 EI}$                                                                                                                                       | $\frac{4 C a^3}{3 EI}$                                                                                                                                           |
| Wpływ sumaryczny     | E                                   | $\frac{4 D a^3}{3 EI}$                                                                                                                                           | $\frac{34 D a^3}{15 EI}$                                                                                                                                       | $\frac{12 D a^3}{15 EI}$                                                                                                                                       | $\frac{3 D a^3}{2 EI}$                                                                                                                                           |
|                      |                                     | $\frac{23 E a^3}{30 EI}$                                                                                                                                         | $\frac{4 E a^3}{3 EI}$                                                                                                                                         | $\frac{3 E a^3}{2 EI}$                                                                                                                                         | $\frac{16 E a^3}{15 EI}$                                                                                                                                         |
|                      | gdz siła R stoi od punktu szukanego | $\frac{1}{EI} \left( \frac{2}{15} R r_1 (2 r r_1 + r^3 - 16 a^3) - a^3 \left( \frac{16}{15} B + \frac{3}{2} C + \frac{4}{3} D + \frac{23}{30} E \right) \right)$ | $\frac{1}{EI} \left( \frac{1}{10} R r_1 (2 r r_1 + r^3 - 9 a^3) - a^3 \left( \frac{3}{2} B + \frac{12}{5} C + \frac{34}{15} D + \frac{4}{3} E \right) \right)$ | $\frac{1}{EI} \left( \frac{1}{15} R r_1 (2 r r_1 + r^3 - 4 a^3) - a^3 \left( \frac{4}{3} A + \frac{34}{15} C + \frac{12}{5} D + \frac{3}{2} E \right) \right)$ | $\frac{1}{EI} \left( \frac{1}{30} R r_1 (2 r r_1 + r^3 - a^3) - a^3 \left( \frac{23}{30} D + \frac{4}{3} C + \frac{3}{2} D + \frac{16}{15} E \right) \right)$    |
|                      | prawo                               | $\frac{1}{EI} \left( \frac{1}{30} R r (2 r r_1 + r_1^3 - a^3) - a^3 \left( \frac{16}{15} B + \frac{3}{2} C + \frac{4}{3} D + \frac{23}{30} E \right) \right)$    | $\frac{1}{EI} \left( \frac{1}{15} R r (2 r r_1 + r_1^3 - 4 a^3) - a^3 \left( \frac{3}{2} B + \frac{12}{5} C + \frac{34}{15} D + \frac{4}{3} E \right) \right)$ | $\frac{1}{EI} \left( \frac{1}{10} R r (2 r r_1 + r_1^3 - 9 a^3) - a^3 \left( \frac{4}{3} A + \frac{34}{15} C + \frac{12}{5} D + \frac{3}{2} E \right) \right)$ | $\frac{1}{EI} \left( \frac{2}{15} R r (2 r r_1 + r_1^3 - 16 a^3) - a^3 \left( \frac{23}{30} B + \frac{4}{3} C + \frac{3}{2} D + \frac{16}{15} E \right) \right)$ |



$$\begin{aligned}\delta_s &= \frac{1}{EI} \left\{ \frac{2}{15} Rr_1 (2rr_1 + r^2 - 16a^2) - a^3 \left( \frac{1}{15} B + \frac{2}{3} C + \frac{4}{3} D + \frac{2}{3} E \right) \right\} = \\ &= \frac{1}{2000000 \cdot 0.01067} \left\{ \frac{2}{15} \cdot 1.00 \cdot 0.75 (2 \cdot 6.75 \cdot 0.75 + 6.75^2 - 16 \cdot 1.5^2) - \right. \\ &\quad \left. - 1.5^3 \left( \frac{1}{15} \cdot 0.2927 + \frac{2}{3} \cdot 0.1986 + \frac{4}{3} \cdot 0.1045 + \frac{2}{3} \cdot 0.0104 \right) \right\} = \\ &= -0.00269 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta_e &= \frac{1}{EI} \left\{ \frac{1}{15} Rr_1 (2rr_1 + r^2 - 9a^2) - a^3 \left( \frac{2}{3} B + \frac{12}{5} C + \frac{34}{5} D + \frac{4}{3} E \right) \right\} = \\ &= \frac{1}{2000000 \cdot 0.01067} \left\{ \frac{1}{15} \cdot 1.00 \cdot 0.75 \cdot (2 \cdot 6.75 \cdot 0.75 + 6.75^2 - 9 \cdot 1.5^2) - \right. \\ &\quad \left. - 1.5^3 \left( \frac{2}{3} \cdot 0.2927 + \frac{12}{5} \cdot 0.1986 + \frac{34}{5} \cdot 0.1045 + \frac{4}{3} \cdot 0.0104 \right) \right\} = \\ &= -0.00595 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta_a &= \frac{1}{EI} \left\{ \frac{1}{15} Rr_1 (2rr_1 + r^2 - 4a^2) - a^3 \left( \frac{4}{3} B + \frac{34}{5} C + \frac{12}{5} D + \frac{2}{3} E \right) \right\} + \\ &= \frac{1}{2000000 \cdot 0.01067} \left\{ \frac{1}{15} \cdot 1.00 \cdot 0.75 (2 \cdot 6.75 \cdot 0.75 + 6.75^2 - 4 \cdot 1.5^2) - \right. \\ &\quad \left. - 1.5^3 \left( \frac{4}{3} \cdot 0.2927 + \frac{34}{5} \cdot 0.1986 + \frac{12}{5} \cdot 0.1045 + \frac{2}{3} \cdot 0.0104 \right) \right\} = \\ &= -0.00655 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta_o &= \frac{1}{EI} \left\{ \frac{1}{30} Rr_1 (2rr_1 + r^2 - a^2) - a^3 \left( \frac{23}{30} B + \frac{4}{3} C + \frac{3}{2} D + \frac{1}{15} E \right) \right\} = \\ &= \frac{1}{2000000 \cdot 0.01067} \left\{ \frac{1}{30} \cdot 1.00 \cdot 0.75 (2 \cdot 6.75 \cdot 0.75 + 6.75^2 - 1.5^2) - \right. \\ &\quad \left. - 1.5^3 \left( \frac{23}{30} \cdot 0.2927 + \frac{4}{3} \cdot 0.1986 + \frac{3}{2} \cdot 0.1045 + \frac{1}{15} \cdot 0.0104 \right) \right\} = \\ &= -0.00419 \text{ cm}\end{aligned}$$

Mamy więc

$$\begin{aligned}\delta_s &= -0.00269 \text{ cm} \\ \delta_e &= -0.00595 \text{ " } \\ \delta_a &= -0.00655 \text{ " } \\ \delta_o &= -0.00419 \text{ " } \\ \hline \Sigma \delta &= -0.01938 \text{ cm}\end{aligned}$$

Obliczmy teraz z równ. 7), jak przy sposobie wykreślnym,

$$\Delta'_s = \frac{\Sigma \delta}{2(k+2)} = -\frac{0.01938}{2(1.3+2)} = -0.00294 \text{ cm}$$

Stąd zaś otrzymamy

$$\begin{aligned}
\Delta'_a &= 0 - \Delta'_a = 0 + 0.00294 = +0.00294 \text{ cm} \\
\Delta'_b &= \delta_b - \Delta'_a = -0.00269 + 0.00294 = +0.00025 \text{ „} \\
\Delta'_c &= \delta_c - \Delta'_a = -0.00595 + 0.00294 = -0.00301 \text{ „} \\
\Delta'_d &= \delta_d - \Delta'_a = -0.00655 + 0.00294 = -0.00361 \text{ „} \\
\Delta'_e &= \delta_e - \Delta'_a = -0.00419 + 0.00294 = -0.00125 \text{ „} \\
\Delta'_f &= 0 - \Delta'_a = -0 + 0.00294 = +0.00294 \text{ „}
\end{aligned}$$

Obrachujmy teraz na podstawie tych wartości odchylenie zamykającej wedle równ. 8)

$$\begin{aligned}
\Delta &= \frac{3(\Delta'_b - \Delta'_c) + (\Delta'_e - \Delta'_d)}{2(5k + 2)} = \\
&= \frac{3(0.00025 + 0.00125) + (-0.00301 + 0.00361)}{2(5 \cdot 1.3 + 2)} = 0.00030 \text{ cm}
\end{aligned}$$

Znak dodatni oznacza, iż odcinek  $\Delta$  leży w punkcie  $A$  po tej stronie zamykającej, co przy tworzeniu wartości dla  $\Delta_a, \Delta_b, \dots$  musimy uwzględnić.

Wobec tego otrzymamy

$$\begin{aligned}
\Delta_a &= \frac{1}{2}(\Delta'_a - \Delta) = \frac{1}{2}(0.00294 - 0.00030) = 0.001320 \text{ cm} \\
\Delta_b &= \frac{1}{2}(\Delta'_b - \frac{3}{8}\Delta) = \frac{1}{2}(0.00025 - \frac{3}{8} \cdot 0.00030) = 0.000035 \text{ „} \\
\Delta_c &= \frac{1}{2}(\Delta'_c - \frac{1}{8}\Delta) = \frac{1}{2}(-0.00301 - \frac{1}{8} \cdot 0.00030) = -0.001535 \text{ „} \\
\Delta_d &= \frac{1}{2}(\Delta'_d + \frac{1}{8}\Delta) = \frac{1}{2}(-0.00361 + \frac{1}{8} \cdot 0.00030) = -0.001775 \text{ „} \\
\Delta_e &= \frac{1}{2}(\Delta'_e + \frac{3}{8}\Delta) = \frac{1}{2}(-0.00125 + \frac{3}{8} \cdot 0.00030) = -0.000535 \text{ „} \\
\Delta_f &= \frac{1}{2}(\Delta'_f + \Delta) = \frac{1}{2}(0.00294 + 0.00030) = 0.001670 \text{ „}
\end{aligned}$$

Z różnic ugięć otrzymamy różnice ciśnień; już przy obliczeniu wykreślnem znaleźliśmy

$$\varphi = 0.02364 \text{ cm/t}$$

a więc przyrosty ciśnień na belki główne będą wynosić:

$$\begin{aligned}
\Delta A &= k \frac{\Delta_a}{\varphi} = 1.3 \frac{0.001320}{0.02364} = 0.0725 \text{ t} \\
\Delta B &= \frac{\Delta_b}{\varphi} = \frac{0.000035}{0.02364} = 0.0001 \text{ „} \\
\Delta C &= \frac{\Delta_c}{\varphi} = -\frac{0.001535}{0.02364} = -0.0649 \text{ „} \\
\Delta D &= \frac{\Delta_d}{\varphi} = -\frac{0.001775}{0.02364} = -0.0751 \text{ „}
\end{aligned}$$



Całkowite ciśnienia wobec tego będą wynosić:

$$A_1 = A + \Delta A = 0.5030 + 0.0725 = 0.5755 \text{ t}$$

$$B_1 = B + \Delta B = 0.2927 + 0.0001 = 0.2928 \text{ „}$$

$$C_1 = C + \Delta C = 0.1986 - 0.0649 = 0.1337 \text{ „}$$

$$D_1 = D + \Delta D = 0.1045 - 0.0751 = 0.0294 \text{ „}$$

$$E_1 = E + \Delta E = 0.0104 - 0.0226 = -0.0122 \text{ t}$$

$$F_1 = F + \Delta F = -0.1090 + 0.0919 = -0.0171 \text{ t}$$

W rys. 5 powtórzono obliczenie dla położenia siły  $R$   $r = 3a$  i otrzymano ciśnienia

$$A_1 = -0.0066 \text{ t}$$

$$B_1 = 0.2325 \text{ „}$$

$$C_1 = 0.3755 \text{ „}$$

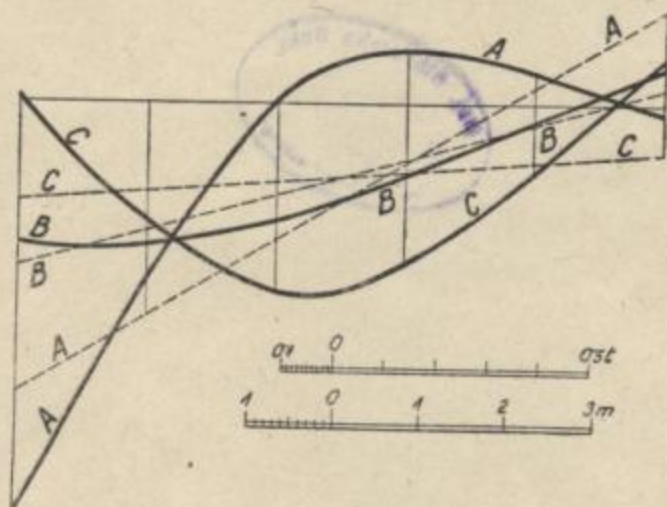
$$D_1 = 0.3225 \text{ „}$$

$$E_1 = 0.1437 \text{ „}$$

$$F_1 = -0.1100 \text{ „}$$

Na tej podstawie możemy wykreślić linie wpływowe.

Z powodu symetrii dają się wyniki dla  $r = 4.5a$  zastosować



Rys. 6.

dla  $r = 0.5a$ ; a wyniki dla  $r = 3a$  zastosować dla  $r = 2a$ . Otrzymamy więc dla każdej linii 4 punkty.

Z rys. 6 widzimy, że linie wpływowe wiele się różnią od prostych i w praktyce nie możemy przyjąć ich jako proste, lecz należy w sposób wykreślony wyżej podany je wyznaczyć.



Obliczenie powyższe nie jest jeszcze zupełnie dokładnem; dokładniej oblicza wpływ stężający poprzecznicy Kögler (Armierter Beton 1912, str. 107). Jednak i obliczenie Köglera nie jest zupełnie ścisłem ze względu na to, że przy większej ilości poprzecznic rozkład ciśnienia się zmienia, a jest ono tylko liczebnem i bardzo zawilem. Sądzę więc, że podane przeze mnie obliczenie wykreślne dla praktyki będzie wystarczającym, a o wiele prostszem.

