

Suboptymalne harmonogramowanie produkcji w modelu hybrydowym MTO-MTS

Wojciech Danilczuk, Arkadiusz Gola



Suboptymalne harmonogramowanie produkcji w modelu hybrydowym MTO-MTS

Rada Naukowa Wydawnictwa Politechniki Lubelskiej

Przewodnicząca:

Agnieszka Rzepka

Dyrektor CINT:

Katarzyna Weinper

Przedstawiciele Dyscyplin Naukowych Politechniki Lubelskiej:

Marzenna Dudzińska

Małgorzata Franus

Arkadiusz Gola

Beata Kowalska

Grzegorz Komarzyniec

Jarosław Latański

Tomasz Lipecki

Zbigniew Łagodowski

Lucjan Pawłowski

Natalia Przesmycka

Halina Rarot

Magdalena Rzemieniak

Arkadiusz Syta

Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej:

Magdalena Chołojczyk

Karolina Famulska-Ciesielska

Katarzyna Pełka-Smętek

MONOGRAFIE POLITECHNIKI LUBELSKIEJ

Suboptymalne harmonogramowanie produkcji w modelu hybrydowym MTO-MTS

Wojciech Danilczuk, Arkadiusz Gola



WYDAWNICTWO
POLITECHNIKI
LUBELSKIEJ

Lublin 2026

Recenzenci:

prof. dr hab. inż. **Wojciech Bożejko**, Politechnika Wrocławska

prof. dr hab. inż. **Józef Matuszek**, Uniwersytet Bielsko-Bialski

Autor:

dr inż. **Wojciech Danilczuk**, ORCID: 0000-0002-4628-7620

Politechnika Lubelska – ROR: <https://ror.org/024zjzd49>

dr hab. inż. **Arkadiusz Gola**, ORCID: 0000-0002-2935-5003

Politechnika Lubelska – ROR: <https://ror.org/024zjzd49>

Redaktor prowadzący: **Magdalena Chołojczyk**

Pierwsza korekta językowa: **Małgorzata Stepuch**

Skład i łamanie: **Łukasz Maj**

Projekt graficzny serii: **Łukasz Maj**

Ilustracja na okładce wykonana przy pomocy narzędzia AI.

Publikacja wydana za zgodą **Rektora Politechniki Lubelskiej**

ISBN: 978-83-7947-687-9 (wersja drukowana)

ISBN: 978-83-7947-688-6 (wersja elektroniczna)

DOI: 10.35784/9788379476886

Wydawca: Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej
www.wpl.pollub.pl
ul. Nadbystrzycka 36C, 20-618 Lublin
tel. (81) 538-46-59



WYDAWNICTWO
POLITECHNIKI
LUBELSKIEJ

Książka udostępniona jest na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa –na tych samych warunkach 4.0 Międzynarodowe (CC BY-SA 4.0)

Nakład: 50 egz.

Spis treści

Wykaz ważniejszych skrótów i akronimów	11
Wstęp	15
1. Klasyczne i hybrydowe strategie realizacji procesu produkcji	19
1.1. Klasyczne strategie produkcyjne w świetle badań literaturowych	19
1.1.1. Produkcja na zamówienie	20
1.1.2. Produkcja na magazyn	21
1.1.3. Porównanie systemów produkcji MTO i MTS	23
1.2. Produkcja w modelu hybrydowym	25
1.2.1. Ogólna charakterystyka pojęcia	26
1.2.2. Definicja produkcji hybrydowej według taksonomii Peetersa i van Ooijena	29
1.2.3. Sekwencyjne hybrydowe sterowanie produkcją	33
1.2.4. Równoległe hybrydowe sterowanie produkcją	34
1.2.5. Płynne hybrydowe sterowanie produkcją MTS/MTO	39
1.3. Podsumowanie	41
2. Istota i metody harmonogramowania produkcji	45
2.1. Pojęcie i graficzna reprezentacja harmonogramowania produkcji	46
2.2. Modelowanie matematyczne harmonogramów produkcji	47
2.3. Wybrane środowiska produkcyjne	49
2.4. Wybrane metody szeregowania zadań	52
2.5. Kryteria celu wykorzystywane przy projektowaniu harmonogramów	54
2.6. Założenia i ograniczenia w procesie harmonogramowania produkcji	59
2.7. Metody szeregowania zadań w rzeczywistych systemach produkcyjnych – reguły priorytetów	62
2.8. Podsumowanie	68
3. Algorytm szeregowania zadań dla produkcji hybrydowej MTO-MTS	69
3.1. Założenia dotyczące środowiska produkcyjnego	70
3.2. Definicja problemu badawczego – założenia dotyczące strategii produkcji hybrydowej w przedsiębiorstwie	71
3.3. Dane wejściowe do algorytmu	74

3.4.	Etap pierwszy – określenie zadań możliwych do wykonania	77
3.4.1.	Określenie macierzy przestojów	78
3.4.2.	Porównanie macierzy przestojów z czasami wykonywania poszczególnych zadań MTS	83
3.5.	Etap drugi – uzupełnianie harmonogramu nominalnego	93
3.5.1.	Określenie macierzy wag	93
3.5.2.	Wybór zadania o największej wadze i uzupełnienie harmonogramu nominalnego	101
3.6.	Kolejne iteracje algorytmu harmonogramowania produkcji hybrydowej	107
4.	Weryfikacja eksperymentalna proponowanego algorytmu	111
4.1.	Narzędzia wykorzystane w procesie weryfikacji	112
4.2.	Dane wykorzystane w procesie weryfikacji	116
4.3.	Eksperyment 1 – harmonogramowanie produkcji hybrydowej na podstawie danych rzeczywistych	117
4.3.1.	Wstępne przetworzenie danych wejściowych	117
4.3.2.	Opracowanie harmonogramu dla produkcji hybrydowej	123
4.3.3.	Analiza wskaźników jakości harmonogramów uzupełnionych po zakończeniu działania algorytmu	133
4.3.4.	Porównanie algorytmu szeregowania produkcji hybrydowej z regułami priorytetów	137
4.4.	Eksperyment 2 – harmonogramowanie produkcji hybrydowej na podstawie danych symulacyjnych	147
4.4.1.	Dane wejściowe w badaniach symulacyjnych	147
4.4.2.	Analiza wskaźników jakości harmonogramów uzupełnionych	148
4.4.2.1.	Harmonogramy uzupełnione – eksperyment z 6 zadaniami w harmonogramie nominalnym	149
4.4.2.2.	Harmonogramy uzupełnione – eksperyment z 9 zadaniami w harmonogramie nominalnym	153
4.4.2.3.	Harmonogramy uzupełnione – eksperyment z 12 zadaniami w harmonogramie nominalnym	157
4.4.2.4.	Harmonogramy uzupełnione – podsumowanie eksperymentów	161

4.4.3.	Analiza porównawcza harmonogramów uzupełnionych z harmonogramami opracowanymi na podstawie reguł priorytetów	161
4.4.3.1	Porównanie harmonogramów – eksperyment z 6 zadaniami w harmonogramie nominalnym	162
4.4.3.2.	Porównanie harmonogramów – eksperyment z 9 zadaniami w harmonogramie nominalnym	170
4.4.3.3.	Porównanie harmonogramów – eksperyment z 12 zadaniami w harmonogramie nominalnym	178
4.4.3.4.	Porównanie harmonogramów – podsumowanie eksperymentów	186
5.	Wnioski i uwagi końcowe	189
	Bibliografia	193
	Załączniki	204

Suboptymalne harmonogramowanie produkcji w modelu hybrydowym MTO-MTS

Streszczenie

Monografia podejmuje problematykę szeregowania zadań dla produkcji hybrydowej MTO-MTS (produkcja na zamówienie, ang. *Make to Order* – produkcja na magazyn, ang. *Make to Stock*). W pracy przedstawiono opracowany algorytm harmonogramowania produkcji hybrydowej uwzględniający ograniczenia i uwarunkowania organizacyjno-ekonomiczne przedsiębiorstw produkcyjnych oraz terminy realizacji zadań produkcyjnych wynikających z zamówień klientów. Omówiono klasyczne strategie realizacji produkcji MTO oraz MTS, a także scharakteryzowano produkcję hybrydową MTO-MTS wraz z jej odmianami. Ponadto przedstawiono zagadnienie harmonogramowania zadań w typowych środowiskach produkcyjnych, metody opracowywania harmonogramów, wskaźniki jakości harmonogramów oraz ograniczenia związane z tym procesem.

Mając za cel opracowanie metody szeregowania zadań dla produkcji hybrydowej z zachowaniem terminów wynikających z zamówień klientów oraz zwiększającej wykorzystanie zdolności produkcyjnych przedsiębiorstwa opracowano algorytm szeregowania zadań dedykowany dla produkcji hybrydowej MTO-MTS. Opracowany algorytm uwzględniał uwarunkowania ekonomiczno-organizacyjne w postaci dostępności materiałów, kosztów magazynowania, wartości środków ulegających zamrożeniu oraz prawdopodobieństwo sprzedaży lub wykorzystania danej części w procesie produkcyjnym. Danymi wejściowymi do opracowanego algorytmu są rzeczywiste dane pochodzące z systemu do zarządzania zasobami przedsiębiorstwa (ang. *Enterprise Resource Planning*, ERP) wybranego przedsiębiorstwa produkcyjnego.

W celu weryfikacji proponowanego rozwiązania przeprowadzono szereg eksperymentów, zarówno z wykorzystaniem danych pochodzących z przedsiębiorstwa produkcyjnego z branży automotive jak również danych symulacyjnych. Eksperyment polegał na przeprowadzeniu procedury harmonogramowania produkcji hybrydowej według opracowanego algorytmu oraz porównaniu otrzymanych rezultatów z klasycznymi regułami priorytetów.

Słowa kluczowe: szeregowanie zadań, produkcja hybrydowa MTO-MTS, systemy produkcyjne, algorytmy harmonogramowania

Method of suboptimal scheduling of discreet production implemented in the MTO-MTS hybrid model

Abstract

The monography discusses the problem of job scheduling for the MTO-MTS (make to order – make to stock) hybrid production. The manuscript presents the developed hybrid production scheduling algorithm, taking into account the organizational and economic constraints and conditions of production enterprises as well as the deadlines for the implementation of production tasks resulting from customer orders. Classic strategies of MTO and MTS production implementation were discussed and hybrid MTO-MTS production with its variants were characterized. In addition, the problem of scheduling tasks in typical production environments, methods of developing schedules, schedule quality indicators and constraints related to this process are presented.

The main goal of this thesis is developing a job scheduling method for hybrid production, meeting the deadlines resulting from customer orders and increasing the use of the company's production capacity. A job scheduling algorithm dedicated to MTO-MTS hybrid production was developed. The developed algorithm took into account economic and organizational conditions in the form of the availability of materials, storage costs, capital commitment and the probability of selling a given part. The input data for the developed algorithm is the actual data from the ERP system of the selected manufacturing company.

In order to verify the proposed solution, a number of experiments were carried out, using both data from a manufacturing company in the automotive industry and simulation data. The experiment consisted in carrying out the hybrid production scheduling procedure according to the developed algorithm and comparing the obtained results with the classical dispatching rules.

Key words: job scheduling, hybrid MTO–MTS production, manufacturing systems, scheduling algorithms

Wykaz ważniejszych skrótów i akronimów

Skróty związane ze strategiami produkcyjnymi

MTS	– produkcja na magazyn (ang. <i>Make to Stock</i>),
MTO	– produkcja na zamówienie (ang. <i>Make to Order</i>),
ATO	– montaż na zamówienie (ang. <i>Assembly to Order</i>),
CTO	– konfiguracja na zamówienie (ang. <i>Configure to Order</i>),
FTO	– wykończenie na zamówienie (ang. <i>Finish to Order</i>),
ETO	– projektowanie na zamówienie (ang. <i>Engineering to Order</i>),
MTO	– produkcja według prognozy (ang. <i>Make to Forecast</i>),
MTA	– produkcja na dostępność (ang. <i>Make to Availability</i>),
CODP	– punkt odprzęgania zamówienia klienta (ang. <i>Customer Order Decoupling Point</i>).

Skróty związane z regułami priorytetów (ang. *dispatching rules*)

FIFO	– pierwsze przybyło, pierwsze wyszło (ang. <i>First In, First Out</i>),
LIFO	– ostatnie przybyło, pierwsze wyszło (ang. <i>Last In, First Out</i>),
EDD	– najwcześniejszy termin zakończenia (ang. <i>Earliest Due Date</i>),
SPT	– najkrótszy czas wykonania (ang. <i>Shortest Processing Time</i>),
LPT	– najdłuższy czas wykonania (ang. <i>Longest Processing Time</i>),
STPT	– najkrótszy całkowity czas wykonania (ang. <i>Shortest Total Processing Time</i>),
LTPT	– najdłuższy całkowity czas wykonania (ang. <i>Longest Total Processing Time</i>),

MOPR	– najwięcej pozostałych do wykonania operacji (ang. <i>Most Operation Remaining</i>),
FOPR	– najmniej pozostałych do wykonania operacji (ang. <i>Fewest Operation Remaining</i>),
RAND	– losowy przydział zadań (ang. <i>random</i>).

Oznaczenia dotyczące szeregowania zadań produkcyjnych

M	– zbiór maszyn technologicznych (stanowisk roboczych),
J	– zbiór prac (zadań produkcyjnych),
o_{ij}	– liczba określająca kolejność wykonywania operacji j w zadaniu i (operacja j w ramach zadania i),
MO	– macierz zawierająca informacje dotyczące technologii,
t_{oij}	– czas wykonania operacji j w ramach zadania i ,
p_{tij}	– całkowity czas wykonania operacji j w ramach zadania i ,
PT	– macierz całkowitych czasów operacji technologicznych,
CT	– macierz czasów zakończenia poszczególnych operacji,
OS	– macierz przejść (wykonywania czynności) poszczególnych operacji na poszczególnych maszynach,
C_i	– termin wykonania zadania i ,
C_{max}	– termin zakończenia wszystkich zadań przewidzianych do realizacji w zadanym okresie planistycznym,
$\bar{C}$	– średni termin zakończenia zadania,
Fi	– czas przepływu zadania i (czas realizacja zadania w systemie produkcyjnym, w literaturze spotyka się też określenie cykl produkcyjny),
$\bar{I}$	– średni czas bezczynności maszyn,
$N(t)$	– liczba prac na różnych etapach prowadzenia produkcji $N(t)$,
LE	– współczynnik stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych systemu wytwórczego (ang. <i>Line Efficiency</i>).

Oznaczenia wykorzystywane w algorytmie szeregowania zadań hybrydowych

F_{mat}	– macierz dostępności materiałów,
F_{zk}	– macierz zamrożonego kapitału,
F_{km}	– macierz kosztów magazynowania,
IZ_{MTS}	– macierz ilości zadań MTS dodanych do harmonogramu,
w_1, w_2, w_3, w_4	– współczynniki wzmocnienia,
MP	– macierz przestojów,
DC	– macierz dostępności czasów,
ZG	– macierz zgodności kolejności zadań MTS z kolejnością przestojów na maszynach,
ZM	– zbiór zadań możliwych do wykonania,
WG	– macierz wag,
P_{mat}	– parametr dostępności materiałów,
P_{zk}	– parametr wartości zamrożonego kapitału,
P_{km}	– parametr wartości kosztów magazynowania,
P_{sz}	– parametr szansy sprzedaży,
p	– prognozowana liczba wyrobów przeznaczonych do sprzedaży (lub wykorzystania w procesie produkcyjnym) w następnym okresie planistycznym,
WZ_{MTS}	– wybrane zadanie MTS.

Oznaczenia wykorzystywane w rycinach

- ∇ – symbol trójkąt reprezentuje magazyny na schematach systemów wytwórczych,
- – symbol kółka reprezentuje na schematach systemów wytwórczych operacje, które modyfikują produkt.

Wstęp

Dla coraz większej liczby przedsiębiorstw produkcyjnych możliwość jednoznacznego określenia ich modelu produkcyjnego staje się trudna lub wręcz niemożliwa. Zarówno rynek konsumencki, jak i przemysłowy definiują nowe potrzeby, które wymagają zaspokojenia przez coraz nowsze rozwiązania i produkty. Oczekiwaniem rynku jest zaspokojenie tych potrzeb w możliwie krótkim czasie. Ponadto rozwój technologii wytwarzania sprawia, że przedsiębiorstwa produkcyjne nie muszą czuć się przywiązane na stałe do tych samych rozwiązań technologicznych. Cykl życia technologii wytwarzania w przedsiębiorstwach produkcyjnych staje się coraz krótszy, procesy wytwórcze ulegają znacznie częstszym zmianom niż jeszcze kilkadziesiąt lat temu.

Te wszystkie czynniki sprawiają, że dla współczesnych przedsiębiorstw produkcyjnych jednoznaczne określenie, czy ich model produkcyjny opiera się na produkcji na magazyn (MTS, ang. *Make to Stock*), czy też produkcji na zamówienie (MTO, ang. *Make to Order*), staje się coraz mniej oczywiste. W przedsiębiorstwach specjalizujących się w produkcji wieloseryjnych i powtarzalnych wyrobów, wytwarzanych w modelu MTS, pojawiają się sytuacje, w których klient zamawia dobraną do swoich indywidualnych potrzeb, niewielką serię wyrobów. Taka partia, jeśli wymaga zastosowania odmiennego procesu wytwórczego, będzie dla przedsiębiorstwa produkcją na zamówienie.

Z kolei w przedsiębiorstwach, w których klient zamawia np. pojedyncze urządzenia, wymagające indywidualnego projektowania i produkcji, pojawiają się takie sytuacje, w których firma, chcąc zabezpieczyć zdolności produkcyjne, z wyprzedzeniem produkuje i magazynuje typowe podzespoły występujące w oferowanych przez siebie urządzeniach. Mimo iż firma działa w modelu MTO, to w tym przypadku realizuje też produkcję według modelu MTS.

Literatura określa takie przypadki jako produkcję w modelu hybrydowym. Oznacza to połączenie obu modeli produkcyjnych (lub elementów tych modeli) w jeden. Jak to często bywa z określeniem „hybrydowy”, nie ma jednoznacznego stwierdzenia, jak duży powinien być udział jednej strategii produkcyjnej w drugiej, aby można było dany przypadek nazwać hybrydowym. Problem w definicji hybrydowego modelu produkcji polega na braku jednoznacznych wskazań w literaturze, jakie metody i rozwiązania, które dawały pożądane efekty w MTS lub na MTO, przyniosą wymierne korzyści dla przedsiębiorstw produkujących w modelu hybrydowym MTO-MTS.

Niezależnie od tego, czy przedsiębiorstwo realizuje strategię MTS, MTO czy jako hybrydę obu modeli – wciąż pozostaje do rozwiązania szereg problemów i trudności związanych z planowaniem i harmonogramowaniem produkcji. W przypadku produkcji MTS znane i opisane są metody np. balansowania linii produkcyjnych (ang. *line balancing problem*), ekonomicznej wielkości zamówienia (ang. *Economic Order Quantity*, EOQ) czy punktu ponownego zamawiania (ang. *reorder point*). W modelu MTO można wykorzystać np. teorie szeregowania zadań (ang. *scheduling theory*) lub strategię masowej kastomizacji (ang. *mass customization*). Dla przedsiębiorstw produkujących w modelu hybrydowym wskazanie jednoznacznych metod czy teorii planowania produkcji jest zadaniem nieoczywistym – wymaga bowiem realizacji celów w danym horyzoncie czasowym – zarówno tej części produkcji, która będzie przeznaczona na magazyn, jak i części produkowanej na zamówienie klientów (zwłaszcza, że cele te mogą być różne i sprzeczne ze sobą). Co więcej, złożoność problemu planowania i harmonogramowania produkcji sprawia, że podjęcie właściwych działań przez przedsiębiorstwa produkcyjne nie należy do łatwych decyzji.

W konsekwencji braku odpowiednich rozwiązań została podjęta decyzja o podjęciu prac nad opracowaniem metody suboptymalnego harmonogramowania produkcji realizowanej w modelu hybrydowym MTO-MTS. W ramach

wykonanych prac badawczych zostały scharakteryzowane różne modele produkcyjne. Następnie został zaproponowany ogólny algorytm harmonogramowania produkcji hybrydowej wraz z funkcjami doboru zadań produkcyjnych. Dalej zostały przedstawione wyniki symulacji procesów planowania produkcji wykorzystujące zaproponowany algorytm oraz porównano rezultaty osiągnięte z wykorzystaniem zaproponowanego algorytmu na tle znanych reguł szeregowania zadań. Na zakończenie przedstawiono wnioski z przeprowadzonych prac oraz zaproponowano dalsze prace nad przedmiotowym problemem.

1. Klasyczne i hybrydowe strategie realizacji procesu produkcji

W niniejszym rozdziale przedstawiono klasyczne strategie realizacji procesu produkcji oraz ich rozwinięcia w postaci modeli hybrydowych. W pierwszej kolejności omówiono podstawowe strategie produkcyjne funkcjonujące w literaturze przedmiotu, tj. produkcję na zamówienie oraz produkcję na magazyn, wraz z ich charakterystyką i najważniejszymi cechami. Następnie zaprezentowano koncepcję produkcji hybrydowej łączącej elementy obu podejść oraz dokonano przeglądu wybranych klasyfikacji i rozwiązań opisanych w literaturze.

1.1. Klasyczne strategie produkcyjne w świetle badań literaturowych

W literaturze przedmiotu najczęściej przedstawiany jest klasyczny podział strategii produkcyjnych na dwie podstawowe strategie, tj. produkcja na zamówienia oraz produkcja na magazyn. Aby możliwe było scharakteryzowanie strategii produkcji hybrydowej na wstępie omówiono niniejsze modele produkcji.

1.1.1. Produkcja na zamówienie

Głównym celem produkcji na zamówienie jest realizacja zlecenia produkcyjnego w określonym czasie. Produkcja jest inicjowana otrzymaniem zamówienia klienta na konkretny wyrób. Dopiero po jego otrzymaniu następuje zamówienie surowców niezbędnych do realizacji zlecenia (lub ich rezerwacja, jeśli znajdują się na stanie magazynowym) [75]. Planowanie produkcji, zakup materiałów czy harmonogramowanie zadań produkcyjnych w perspektywie krótkoterminowej odbywają się na podstawie otrzymanych zamówień. Ponieważ produkcję „uruchamiają” zamówienia, systemy te znane są również jako systemy ssące (ang. *pull systems*) [116]. Planowanie długoterminowe odbywa się na podstawie projekcji planów sprzedażowych. Strategia produkcji na zamówienie charakteryzuje się długimi terminami dostaw, niskimi kosztami magazynowania i dużą różnorodnością wyrobów gotowych. Do planowania zapotrzebowania materiałowego wykorzystywane są najczęściej systemy informatyczne klasy ERP, które mogą dodatkowo służyć jako źródło danych do analizy i podejmowania decyzji związanych ze sterowaniem produkcją [38], [41].

Taka strategia produkcyjna występuje w przypadku produkcji jednostkowej i małoseryjnej. Typowy wyrób gotowy ma charakter niestandardowy i niepowtarzalny. Produkt może być projektowany indywidualnie na potrzeby klienta, konfigurowalny z dostępnych wariantów lub montowany z gotowych półfabrykatów dopiero po otrzymaniu zamówienia. Zlecenie produkcyjne jest uruchamiane w momencie rozpoczęcia procesu projektowania lub w momencie uruchomienia montażu według specyfikacji klienta. Główną zaletą MTO jest możliwość realizacji zamówienia z dokładną specyfikacją produktu wymaganą przez klienta.

Branże, w których najczęściej spotyka się strategię produkcyjną MTO, to branże: maszynowa, budowlana, IT czy produkcja wyrobów ekskluzywnych [34], [75].

W literaturze można spotkać podział strategii MTO na kilka podkategorii i odmian [4], [48], [51], [87]–[89], [117]:

- Montaż na zamówienie (ang. *Assembly to Order, ATO*) – polega na wykorzystaniu gotowych (uprzednio wyprodukowanych lub zakupionych) półproduktów i zmontowaniu z nich finalnego wyrobu gotowego

zamówionego przez klienta, np. montaż komputera stacjonarnego PC z gotowych podzespołów.

- Konfiguracja na zamówienie (ang. *Configure to Order*, CTO) – jest szczególnym przypadkiem strategii ATO. Poszczególne półprodukty są podzielone na podzbiory, a klient wybiera elementy z tych podzbiorów. Na przykład komputer konfiguruje się, wybierając procesor z kilku opcji, monitor z kilku opcji itp. Różnica między systemem CTO a systemem ATO jest istotna na poziomie wywołania popytu [124].
- Wykończenie na zamówienie (ang. *Finish to Order*, FTO) – polega na wyprodukowaniu wyrobu nie w pełni skończonego (ang. *semi finished*), np. wcześniejsza ekstruzja profili aluminiowych, a następnie na wykończeniu (np. obróbka cieplna, malowanie) wyrobu gotowego według zamówienia klienta [50].
- Projektowanie na zamówienie (ang. *Engineering to Order*, ETO) – polega na zaprojektowaniu i wytworzeniu wyrobu gotowego według specyfikacji klienta. Klient, zamawiając wyrób gotowy, zamawia również proces projektowania tego wyrobu, tak aby spełniał on jego indywidualne potrzeby.

Zagadnienie strategii produkcji na zamówienie jest szeroko omawiane w literaturze przedmiotu, zarówno w kontekście organizacji procesów wytwórczych, jak i zarządzania zamówieniami klientów. Autorzy analizują m.in. strukturę procesów produkcyjnych, sposób planowania zasobów oraz wpływ strategii MTO na czas realizacji zamówień i poziom obsługi klienta. Obszerny przegląd wiedzy dotyczący tej strategii oraz powiązanych z nią zagadnień można znaleźć w pozycjach [127], [148].

1.1.2. Produkcja na magazyn

Produkcja na magazyn, w przeciwieństwie do produkcji na zamówienie, jest niezależna od bieżącego popytu i zamówień klientów. Celem produkcji na magazyn jest utrzymywanie określonego poziomu wyrobów gotowych w magazynie. Planowanie produkcji i zakup materiałów odbywają się na podstawie prognoz popytu, a zakupy i produkcja planowane są na określony interwał czasowy [75]. Systemy te określane są czasami mianem systemów

wypychających (ang. *push systems*), „wypychają” one bowiem produkowane wyroby „do przodu”, na magazyn [116]. Zlecenia produkcyjne są inicjowane, gdy zapas danego wyrobu spadnie poniżej określonej wartości lub prognoza popytu przewiduje, że należy zwiększyć ilość danego asortymentu na magazynie. W tym przypadku koszty magazynowania wytworzonych produktów są znaczne, a czas zalegania wyrobów na magazynie jest dłuższy niż w przypadku strategii MTO. Ponieważ produkty są zawsze dostępne w magazynie, klient może je otrzymać w bardzo krótkim terminie [34].

Strategię MTS wykorzystuje się typowo w produkcji wielkoseryjnej i masowej. Stopień skomplikowania wyrobu jest często niewielki, a wyroby są powtarzalne i występuje niska różnorodność oferowanego asortymentu. Systemy produkcyjne tego typu zazwyczaj składają się z bardzo wyspecjalizowanych urządzeń i procesów wytwórczych, a wprowadzenie nowego wyrobu wiąże się ze znacznymi zmianami technologicznymi na linii produkcyjnej, lub wręcz uruchomianiem nowej linii wytwórczej [93].

W zarządzaniu produkcją MTS wykorzystywane są takie zasady jak metoda balansowania linii produkcyjnych (ang. *line balancing problem*) [39], ekonomiczna wielkość zamówienia (ang. *Economic Order Quantity*, EOQ), zapas bezpieczny (ang. *safety stock*) czy punkt ponownego zamawiania (ang. *reorder point*) [104].

Branże, w których wykorzystywana jest strategia MTS, to m.in. FMCG, branża kosmetyczna, farmaceutyczna, chemia gospodarcza, sprzęty RTV i AGD [34], [75].

Jako odmianę produkcji MTS można podać produkcję na dostępność (ang. *Make to Availability*, MTA). Podejście MTA zakłada, że produkt jest dostępny „od ręki” i klient może nabyć go w dowolnym momencie. Model MTA daje klientowi gwarancję dostępności towarów w określonych magazynach. Jednocześnie zakłada on, że poziom zapasów w magazynie jest utrzymywany na niezbędnym minimalnym poziomie, umożliwiającym zapewnienie dostępności towarów. Jednocześnie system wytwórczy w strategii MTA zapewnia szybkie odtworzenie minimalnych stanów magazynowych [35], [37].

Strategia MTS jest szeroko opisana w literaturze przedmiotu, szczególnie w kontekście planowania zapasów, prognozowania popytu oraz zarządzania przepływem materiałów w systemach produkcyjnych. W licznych

opracowaniach analizowane są m.in. metody sterowania produkcją, polityki utrzymywania zapasów oraz narzędzia wspierające planowanie produkcji w przedsiębiorstwach wytwarzających w modelu MTS. Obszerny przegląd wiedzy na temat strategii produkcji na magazyn oraz metod sterowania tą produkcją można znaleźć w pozycji [11].

1.1.3. Porównanie systemów produkcji MTO i MTS

Zasadnicze różnice między strategiami MTO i MTS (rozumianymi w sposób klasyczny) stanowią moment inicjujący rozpoczęcie produkcji, charakterystyka produktu finalnego (standardowy, dedykowany) oraz poziom utrzymywanych zapasów. Zestawienie najważniejszych cech strategii MTO i MTS zostało przedstawione w tabeli 1.

Tabela 1. Porównanie strategii MTS i MTO

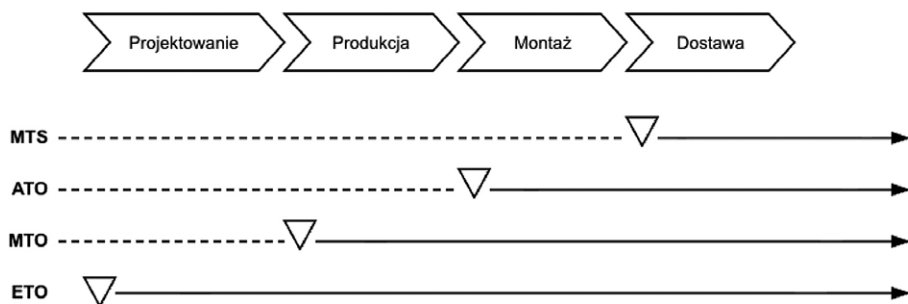
Cecha	MTS	MTO
Cel	Utrzymanie określonego poziomu zapasów na magazynie.	Realizacja zamówienia klienta w określonym czasie.
Realizacja zamówienia	Zamówienia klientów realizowane są z zapasów magazynowych. Zlecenia produkcyjne mają na celu utrzymanie zapasu magazynowego.	Produkcja realizowana po otrzymaniu zamówienia.
Faza projektowania i przygotowania produkcji	Poprzedza proces produkcji i dostawy towaru do klienta.	Jest elementem wchodzącym w skład zamówienia i realizacji produkcji.
Sposób planowania produkcji	Planowanie odbywa się na podstawie prognoz popytu oraz rotacji asortymentu na magazynie.	Planowanie krótkoterminowe odbywa się na podstawie otrzymanych zamówień, planowanie długoterminowe odbywa się na podstawie planów sprzedaży.
Rozpoczęcie produkcji	Produkcja jest inicjowana, gdy zapas danego asortymentu spadnie poniżej poziomu minimalnego (lub prognozowany jest spadek).	Produkcja jest inicjowana przyjęciem zamówienia od klienta.
Typowy produkt	Standardowy, powtarzalny.	Projektowany, montowany lub wykańczany według potrzeb klienta.

Cecha	MTS	MTO
Wielkość produkcji	Przeważnie masowa, wielkoseryjna, średnioseryjna.	Przeważnie jednostkowa lub małoseryjna.
Przykładowe branże i zastosowania	FMCG, meblarska, sprzęty RTV i AGD.	Maszynowa, budowlana, systemy informatyczne, produkty ekskluzywne.
Podkategorie/ odmiany modeli wytwarzania	<i>Make to Availability (MTA).</i>	<i>Assembly to Order (ATO), Finish to Order (FTO), Engineering to Order (ETO), Make to Forecast (MTF).</i>

Źródło: opracowanie własne na podstawie [34], [42], [43].

Ze względu na swoją charakterystykę strategia MTS umożliwia klientowi otrzymanie wyrobu gotowego w znacznie krótszym czasie niż w przypadku modelu MTO. Jednak to strategia MTO umożliwia klientowi szerszy wybór dostępnych produktów finalnych oraz możliwość zdefiniowania, jakie cechy powinien mieć wyrób gotowy. Moment, w którym klient ma wpływ na kształt wyrobu gotowego został nazwany w języku angielskim *Customer Order Decoupling Point (CODP)* (na język polski można to pojęcie przetłumaczyć jako „punkt odsprężania zamówienia klienta”). W strumieniu wartości produktu punkt CODP jest miejscem, w którym proces produkcyjny jest łączony z zamówieniem klienta (w niektórych pozycjach literatury, zwłaszcza o tematyce logistyki, można spotkać się z określeniem miejsca rozdziału materiałów, ang. *decoupling point position* [116]). Od tego miejsca aż do momentu powstania wyrobu gotowego w procesie produkcji uwzględnia się wszystkie wymagania klienta (od tego momentu produkt jest dostosowywany i produkowany zgodnie z zamówieniem klienta). Pojęcie CODP zostało po raz pierwszy wprowadzone do literatury w 1992 r. przez Hoekstrę, Romme’a i Argela [64].

Wydzielenie podkategorii wchodzących w skład strategii MTO i MTS zależy od przyjętej taksonomii. Na przykład Olhager [98], na podstawie przyjętego miejsca CODP w procesie produkcyjnym, rozróżnia strategię: ETO, MTO, ATO, MTS (rycina 1). Uzależnia on umieszczenie punktu CODP od fazy produkcji (projektowanie, produkcja, montaż, dostawa).



Rycina 1. Pozycjonowanie CODP (symbol trójkąta) dla różnych strategii produkcji [98]

Uwzględnienie punktu CODP w procesie produkcyjnym pozwala na analizę strategii produkcyjnych z perspektywy miejsca, w którym następuje powiązanie procesu wytwórczego z zamówieniem klienta. W zależności od lokalizacji tego punktu w strukturze procesu produkcyjnego możliwe jest wyróżnienie różnych strategii realizacji produkcji. W konsekwencji niektóre z nich mogą być interpretowane jako formy produkcji hybrydowej, a nie jedynie jako podkategorie w ramach klasycznych strategii MTO lub MTS [98].

1.2. Produkcja w modelu hybrydowym

W literaturze przedmiotu coraz częściej zwraca się uwagę na systemy produkcyjne, które nie wpisują się jednoznacznie w klasyczne strategie produkcji na zamówienie lub produkcji na magazyn. W praktyce przedsiębiorstwa produkcyjne często łączą elementy obu podejść, tworząc rozwiązania określane mianem produkcji w modelu hybrydowym. W niniejszym podrozdziale przedstawiono ogólną charakterystykę tego podejścia oraz wybrane sposoby jego klasyfikacji opisywane w literaturze.

Zdaniem autorów Trojanowska, Carol, Kim i inni [24], [74], [131] każdy proces produkcyjny można podzielić na produkcję bazową (realizowaną jako produkcja na magazyn) oraz produkcję finalną (zgodną z realnymi zamówieniami klienta). Sugerowałyby to, że każdy proces produkcyjny można nazwać modelem hybrydowym. Do podobnych wniosków doszli autorzy prac [60], [135]. Według ich obserwacji, w praktyce niemalże wszystkie systemy produkcyjne wykorzystują kombinację systemów MTS i MTO.

Część autorów w celu definicji produkcji w modelu hybrydowym odnosi się do konkretnych firm, które równolegle wykorzystują w swoim przedsiębiorstwie produkcyjnym oba modele. Przykładowo Zhanga [149] jako produkcję hybrydową opisuje przypadek firmy obuwniczej, w której zamówienia klientów na standardowe produkty realizowane są w modelu MTS, podczas gdy zamówienia dostosowywane pod konkretnego klienta są realizowane jako MTO. Przedsiębiorstwo wykorzystuje oba klasyczne modele produkcyjne i używa ich zamiennie w zależności od zamówienia klienta, przy czym wiodącym (w tym konkretnym przykładzie) modelem produkcyjnym jest MTS.

Nieco inaczej problem produkcji hybrydowej przedstawia Wu [143]. Prezentuje on przykład przedsiębiorstwa z branży odlewniczej, którego podstawowym modelem działania jest MTO. W okresach zmniejszonej liczby zamówień decyduje się na produkcję półfabrykatów na magazyn. W rachunku ekonomicznym przedsiębiorstwa bardziej opłacalne jest zamrażanie kapitału w postaci półproduktów w magazynie niż wygaszenie produkcji i ponowne jej wznowienie w okresie ponownego wzrostu zamówień od klientów.

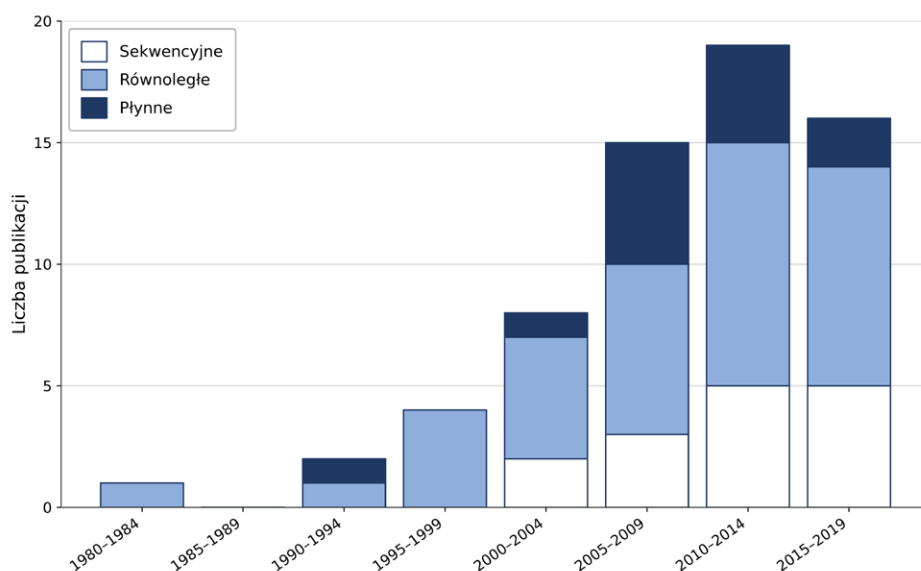
Przytoczone przykłady pokazują, że brak jest jednoznaczności w określeniu pojęcia „produkcja hybrydowa”, a autorzy publikacji używają różnych definicji w odniesieniu do tego pojęcia.

Jak zauważają w swojej publikacji Peeters i van Ooijen [102], model hybrydowy jest opisywany w literaturze znacznie rzadziej niż klasyczne modele MTO czy MTS. Próba realizacji kompleksowej analizy literaturowej w zakresie produkcji hybrydowej wykazała brak jednoznacznego sformułowania, którym posługują się autorzy publikujący swoje prace w tej dziedzinie. Najczęściej używane kluczowe zwroty to *Make to Stock*, *Make to Order* oraz *production control*. Zastosowanie wyłącznie tych słów kluczowych utrudnia wyszukiwanie tekstów, które poświęcone byłyby produkcji mieszanej MTO

i MTS [43]. W treści publikacji używane są pojęcia *hybrid model*, *mixed model MTS/MTO model*, przy czym często pojęcia te występują jako synonimy, a nie jako jednoznaczne definicje. Bazując na artykułach dostępnych w bazie Scopus [151] (stan na 31.07.2021), przeanalizowano liczbę publikacji występującą ze względu na użyte słowa kluczowe (tabela 1). Podobną analizę przeprowadzili Peeters i van Ooijen [102] (rycina 3), zestawiając liczbę publikacji dla różnych rodzajów produkcji hybrydowej.

Tabela 2. Liczba publikacji w bazie Scopus w kontekście używanych słów kluczowych

Użyte słowa kluczowe	Liczba publikacji
<i>Make to Order</i> oraz <i>Make to Stock</i>	1136
<i>Make to Order</i> , <i>Make to Stock</i> oraz <i>production control</i>	131
<i>Make to Order</i> , <i>Make to Stock</i> oraz <i>production planning</i>	58
<i>Make to Order</i> , <i>Make to Stock</i> oraz <i>scheduling</i>	40
<i>Make to Order</i> oraz <i>Make to Stock</i> oraz <i>production strategy</i>	12
hybrid MTO-MTS	4



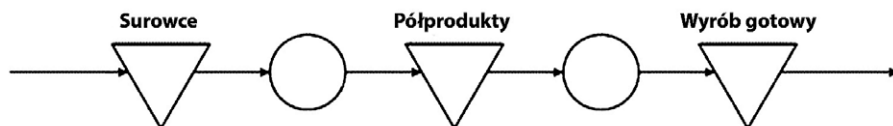
Rycina 3. Liczba publikacji na temat produkcji w modelu hybrydowym według Peetersa i van Ooijena [102]

1.2.2. Definicja produkcji hybrydowej według taksonomii Peetersa i van Ooijen

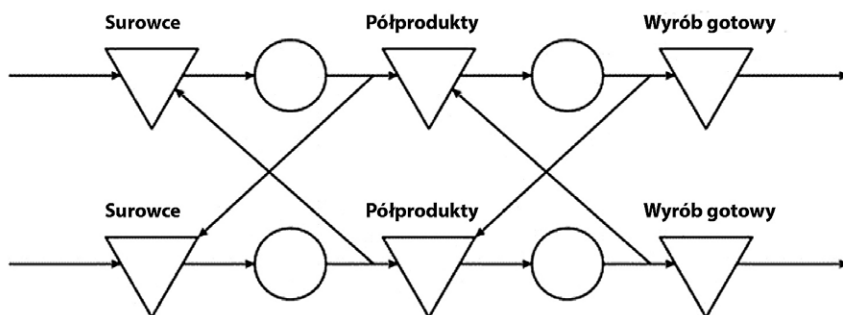
W celu uporządkowania pojęć związanych z produkcją hybrydową przybliżono taksonomię, jaką w swojej publikacji z 2020 r. wprowadzili Peeters i van Ooijen [102].

Proces produkcyjny składa się z następujących po sobie etapów. O produkcji hybrydowej mówi się, jeśli dany proces produkcyjny składa się z etapów produkcji, gdzie dla każdego etapu realizowana jest produkcja według określonego modelu MTS lub MTO (każdy etap produkcyjny ma swoją własną strategię produkcyjną).

Każdy etap produkcji to zestaw konkretnych operacji, które modyfikują produkt (oznaczone jako kółko). Między poszczególnymi operacjami oraz na wejściu i wyjściu z procesu wytwórczego funkcjonują magazyny (oznaczone jako trójkąty). Strzałki oznaczają kierunek przepływu. Systemy produkcyjne mogą mieć charakter liniowy (ang. *linear system*, rycina 4) lub charakter gniazdowy (ang. *job shop*, rycina 5).



Rycina 4. Przykładowy liniowy system produkcyjny z dwoma procesami [102]

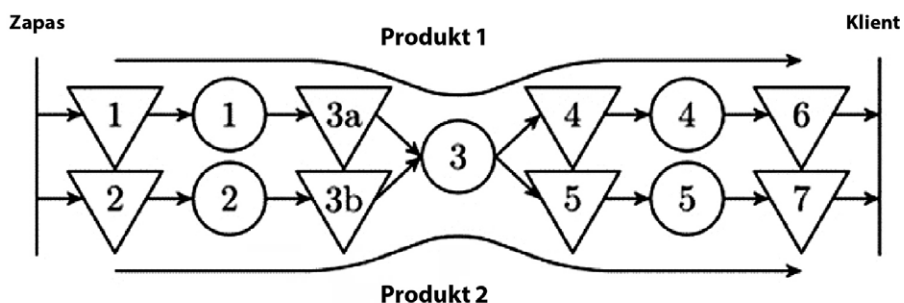


Rycina 5. Przykładowy system gniazdowy z czterema procesami wytwórczymi [102]

W swojej taksonomii Peeters i van Ooijen posługują się przytoczonym wcześniej pojęciem CODP. Punkt CODP jest miejscem w procesie produkcyjnym, w którym następuje przejście z produkcji MTS na MTO. Od tego miejsca wszystkie operacje wykonywane na produkcie wynikają ze zdefiniowanego zamówienia klienta. W zależności od umiejscowienia punktu CODP w rozważanym systemie wytwórczym Peeters i van Ooijen definiują dwa rodzaje systemów hybrydowych [102]:

- Sekwencyjne hybrydowe sterowanie produkcją MTS/MTO – sterowanie produkcji wykorzystywane do zarządzania wytwarzaniem produktu kolejno za pomocą etapów produkcji o strategii MTS i etapów produkcji o strategii MTO – jest to przypadek, w którym etapy produkcji MTS i MTO są stosowane w sekwencji;
- Równoległe hybrydowe sterowanie produkcją MTS/MTO – sterowanie produkcji używane do zarządzania zasobami produkcyjnymi, które jest odpowiedzialne za etap produkcji o strategii MTS i odpowiada za etap produkcji o strategii MTO co najmniej jednego produktu w tym samym czasie – w wariancie tym system wytwórczy odpowiada za produkcję kilku wyrobów gotowych, wybrany etap produkcji odpowiada za wytwarzanie wyrobów MTS i MTO; zarządzanie tym etapem produkcyjnym musi uwzględniać cele obu rodzajów produkcji.

Dla zilustrowania sekwencyjnych i równoległych systemów hybrydowych jako przykład można podać zakład produkcyjny wytwarzający dwa wyroby gotowe (rycina 6). Rozmieszczenie punktów rozprężania CODP wybranych produktów oznaczono trójkątami. Produkt 1 jest wytwarzany z wykorzystaniem gniazd produkcyjnych 1-3-4, a produkt 2 jest wytwarzany poprzez przejście przez gniazda produkcyjne 2-3-5. Ponadto punkt CODP produktu 1 można umieścić w pozycjach 1, 3a, 4 lub 6, a punkt CODP produktu 2 można umieścić w pozycjach 2, 3b, 5 lub 7.



Rycina 6. System wytórczy, w którym produkowane są dwa wyroby [102]

Przyjęty sposób sterowania produkcją zdeterminowany jest przez umieszczenie punktu CODP w procesie wytórczym. W tym przykładzie produkt 1 to MTO, jeśli CODP jest umieszczony na pozycji 1; MTS, jeśli punkt rozprzęgania jest umieszczony na pozycji 6; lub sekwencyjna hybryda, jeśli jest umieszczony na pozycji 3a lub 4.

Można przyjąć, że produkty 1 i 2 mają wspólny etap produkcji (3). W szczególności założmy, że CODP produktu 1 znajduje się w pozycjach 1 lub 3a, a CODP produktu 2 jest w pozycjach 5 lub 7 (lub CODP produktu 1 jest w pozycjach 4 lub 6, a CODP produktu 2 jest w pozycjach 2 lub 3b). W takich przypadkach etap produkcji 3 jest współdzielonym zasobem, który jest odpowiedzialny za etap produkcji MTS i MTO produktów równoległych, co wymaga równoległego hybrydowego sterowania produkcją.

Przykład sekwencyjnego hybrydowego sterowania produkcją został opisany w pozycji [65]. Sterowanie produkcją w restauracji McDonald's w okresie niskiego popytu (poza godzinami szczytu) odbywa się zgodnie ze strategią MTO. Podczas wzmożonego popytu (np. godziny kolacji) sterowanie produkcją odbywa się w modelu hybrydowym sekwencyjnym – półprodukty potraw są przygotowywane w modelu MTS, w momencie pojawienia się zamówienia klienta są one pobierane i przygotowywane zgodnie ze strategią MTO.

Równoległą hybrydę z kolei zaprezentował Blanchard w pozycji [14] na przykładzie firmy Dell. Firma przyjęła strategię dostarczania klientom spersonalizowanych produktów zgodnych z podejściem MTO, jak również produktów standardowych, dostępnych w magazynie (produkowanych w systemie MTS).

Takie podejście wymaga równoległej obsługi zamówień MTO oraz utrzymywania stanów magazynowych w modelu MTS w ramach jednego zakładu produkcyjnego.

Dla opisanych przykładów przyjęto założenie, że punkt CODP jest stały w czasie (nie zmienia się w trakcie trwania procesu wytwórczego). Należy jeszcze rozważyć przypadek, w którym punkt rozprzęgania jest zmienny w czasie. Punkt CODP może być, w ramach realizowanej przez przedsiębiorstwa strategii produkcyjnej, ponownie oceniany i aktualizowany w określonych momentach, które będą określane jako punkty przeglądu CODP. Po zmianie usytuowania punktu CODP należy ponownie zweryfikować, czy system wytwórczy należy zakwalifikować jako hybrydę sekwencyjną czy równoległą.

Innym wariantem jest włączenie umieszczenia punktu CODP do procesu sterowania produkcją (punkt CODP porusza się w sposób ciągły lub „pływa”) [16]. Przykładowo w branży motoryzacyjnej czas realizacji zamówienia przekracza tolerowany przez klienta czas oczekiwania na pojazd. W momencie pojawienia się zamówienia klienta system sterowania produkcją wyszukuje najlepszy produkt dla klienta (najbliższy jego zamówieniu), „odsprzęga” jego produkcję (punkt CODP) i dalej prowadzi proces produkcyjny zgodnie z wymogami klienta. Jeśli nie nadeszłoby zamówienie klienta (pasujące do rozważanego półproduktu), to wyrób ten byłby dalej przetwarzany zgodnie ze standardowym procesem produkcyjnym. Sterowanie produkcji w takim przypadku zostało określone jako płynne hybrydowe sterowanie produkcją MTS/MTO [102].

Wychodząc z powyższych rozważań, Peeters i Ooijen płynne hybrydowe sterowanie produkcją MTS/MTO zdefiniowali jako sterowanie produkcją stosowane do zarządzania etapami produkcji wyrobu, w którym CODP produktu może „pływać” lub poruszać się niejawnie między etapami produkcji [102].

Przykładem płynnego hybrydowego sterowania produkcją jest opisany w pozycji [89] proces produkcji samolotów. Ze względu na bardzo długi okres produkcji samolotu firma prognozuje, jakie otrzyma zamówienia (jaka powinna być docelowa konfiguracja gotowego samolotu). Rozpoczyna się produkcja w modelu MTS na podstawie przyjętej prognozy. W momencie otrzymania zamówienia produkt, który jest najbliższy zamówionemu wyrobowi, jest odsprzęgany i produkowany dalej w modelu MTO. Dla każdego produktu punkt CODP jest umieszczony w innym miejscu procesu produkcyjnego.

Podsumowując, z punktu widzenia umieszczenia punktu CODP w systemach MTO/MTS w procesie sterowania produkcją można wyróżnić 3 przypadki:

- zapotrzebowanie na produkt jest rozprężane między etapami produkcji,
- zapotrzebowanie na co najmniej jeden produkt jest rozprężane wcześniej i zapotrzebowanie na co najmniej jeden produkt jest rozdzielane po wspólnym zasobie produkcyjnym,
- moment, w którym popyt jest rozdzielany wynika z samej strategii sterowania produkcją.

1.2.3. Sekwencyjne hybrydowe sterowanie produkcją

Dotychczasowe kierunki badań nad sekwencyjnymi hybrydowymi metodami sterowania produkcją, jakie można znaleźć w literaturze, skupiają się w głównej mierze na strategii umieszczenia punktu CODP w ramach rozważanego procesu produkcyjnego oraz strategii zarządzania zapasami w etapach produkcji odbywających się w modelu produkcji na magazyn.

Pozycje [5], [33], [44] rozważają umieszczenie punktu CODP w konkretnych branżach (np. przemysł hutniczy, przemysł drzewny, produkcja żywności). Badania te mają charakter praktyczny, wykorzystują wiedzę dziedzinową w prezentowanych modelach, co zmniejsza uniwersalność tych prac. Prezentowane wyniki i metody mogą być trudno adaptowalne i osiągalne w branżach o innych ograniczeniach i innej charakterystyce.

Publikacje [56], [103], [145] mają charakter bardziej teoretyczny i skupiają się na kwestiach związanych z minimalizacją kosztów oraz zarządzaniem zapasami. Metodę doboru buforów i zmniejszenia poziomu stanów magazynowych opisuje w swojej pracy Renna [114].

Ciekawe podejście prezentuje Almehdawe [6], który bada uzupełnienie zapasów magazynowych poprzez zamawianie całych partii produktów (co ma na celu wykorzystanie ekonomicznej wielkości zamówienia i minimalizację kosztów dostawy). Wykazuje on, że oszczędności kosztów wynikające z przyjęcia polityki zamawiania partii są znaczne, podczas gdy czas odpowiedzi w przypadku większości zamówień klientów nie ulega zmianie.

Kwestie związane ze strategią przyjmowania i odrzucania zamówień rozważają w swojej publikacji Kalantari, Rabbani i Ebadian [69]. Opisują oni

rozbudowany, pięciostopniowy system wspomagania decyzji, który identyfikuje niepożądane zamówienia (zamówienia pożądane określane są z wykorzystaniem techniki podobieństwa do rozwiązania idealnego). Dla zamówień poświadanych system wspierania decyzji prognozuje datę dostawy i cenę. Podobne zagadnienie bada Yousefnejad [146]. Wykorzystuje on teorię gier do określenia cen i czasów realizacji zamówień. Kwestie związane z decyzją o przyjęciu lub odrzuceniu zamówienia są istotne z punktu widzenia hybrydowych systemów produkcyjnych.

1.2.4. Równoległe hybrydowe sterowanie produkcją

Głównym nurtem badań w grupie literatury dotyczącej produkcji hybrydowej równoległej jest podejmowanie decyzji, który z produktów wytwarzanych w rozważanym systemie wytwórczym należy produkować zgodnie z podejściem MTO, a który wyrób zgodnie z podejściem MTS. Strategia polega na przeprowadzeniu procesu decyzyjnego dla każdego wyrobu z osobna. Wariacją w tego typu rozważaniach jest przypisanie maszyn do produkcji MTS lub MTO, jeśli w systemie wytwórczym jest dostępnych wiele maszyn, które mogą wykonywać analogiczne zadania (np. kilka centrów CNC, z których każde może być przeznaczone do wyrobu MTS lub MTO).

Artykuł Williamsa [138] jest jednym z pierwszych zajmujących się tą tematyką. Rozważa on podział produktów na grupy MTO i MTS na podstawie popytu. Produkty cechujące się wysokim popytem klasyfikuje jako zlecenia MTS, natomiast wyroby, na które popyt jest niski klasyfikuje jako produkcję MTO. Dla wyrobów MTO podejmowana jest decyzja, czy dane zamówienie należy przyjąć, oraz rozważane są kwestie optymalizacji wielkości partii produkcyjnej. Nieco inaczej do problemu podszedł Rajagopalan [112]. Decyzje o podziale towarów na grupy MTO i MTS podejmuje on na podstawie takich czynników, jak czas przetwarzania czy czas przygotowawczo-zakończeniowy.

Z kolei Carr i inni [25] do podziału produktów na grupy MTO i MTS użyli analizy ABC. Produkty, które w ramach analizy znalazły się w grupie A, zostały zaklasyfikowane do produkcji MTS. Grupy B i C są produkowane w modelu MTO. Badacze używają modelu, dzięki któremu mogą przyjąć tę samą funkcję kosztów dla produktów MTS i MTO.

Sytuacją, w której zamówienia muszą zostać wykonane w ramach określonego okna czasowego, zajmują się w swojej publikacji Sox i inni [126]. Autorzy ci badają skutki produkcji przedmiotów o niskim popycie w modelu MTO, ale w momencie pojawienia się popytu na te wyroby nadawany jest im priorytet w produkcji. Ważnym aspektem tego artykułu jest model optymalizujący poziom alokacji zapasów. Pewną analogię można znaleźć w rozważaniach Gupty [57], z tym, że w tym badaniu priorytet miały zamówienia MTS (algorytm decyzyjny dynamicznie wybierał, które zadanie MTO można zaakceptować).

Jak można zauważyć, wielu autorów decyduje o tym, które produkty należy produkować na magazyn, a które na zamówienie, opiera na popycie danego produktu (niski popyt to produkcja MTO, wysoki to MTS). Inaczej do tej decyzji podchodzą Alptekinoglu oraz Youssef [7], [58]. Wykorzystują oni swój model grupowania produktów w klasy i nadawania priorytetów. Decyzje o przypisaniu towarów do grupy MTO i MTS podejmują oni na podstawie priorytetu dla danej pozycji.

Ciekawe rozważanie proponują Cattani i inni w pozycji [27]. Rozważają oni dwie różne sytuacje produkcyjne. Pierwszą z nich jest rozdzielenie produkcji między dwa zakłady produkcyjne. Jeden z nich zajmuje się jedynie produkcją MTO i dostarcza produkty dostosowane do potrzeb klientów w określonym czasie. Drugi zakład produkuje standardowe, powtarzalne wyroby w modelu MTS. Drugą rozważaną sytuacją produkcyjną jest przyjęcie strategii produkcji całego asortymentu w ramach jednego zakładu produkcyjnego. Zakład ten produkuje w modelu hybrydowym z wykorzystaniem podejścia „strategii pakowania” (ang. *spackling strategy*) – zakład produkuje wyroby MTO, natomiast wyroby produkowane jako MTS służą do „wygładzania” harmonogramów i równomiernego obciążania stanowisk. Autorzy opracowali model analityczny, który obejmuje koszty produkcji i zdolności produkcyjnej. Model ten identyfikuje warunki, w których każda ze strategii jest optymalna.

Innej grupy badań, jaką można znaleźć w obszarze hybryd równoległych, dotyczą artykuły rozważające sytuacje produkcyjne, w których decyzja o podziale produktów na grupy MTO i MTS została już podjęta. W swoim artykule Adan i Wal [1] badają wpływ strategii produkcji hybrydowej na czas realizacji produkcji. Po przebadaniu dwóch systemów autorzy dochodzą do wniosku, że umiarkowany poziom zapasów MTS pozwala istotnie skrócić czas realizacji zleceń.

Uproszczony system produkcyjny bada Nguyen [95]. Uproszczenie polega na pominięciu w analizie czasów przygotowawczo-zakończeniowych oraz czasów zapełniania (ang. *batching time*). Autor opracował procedurę, która zapewnia dobre oszacowanie miar wydajności, takich jak współczynniki wypełnienia i średnie poziomy zapasów.

Z kolei Köber i inni [77] analizują rzeczywisty zakład produkcyjny zajmujący się produkcją maszyn rolniczych. Autorzy prezentują holistyczne spojrzenie na zmienny i sezonowy popyt, zachowanie całego łańcucha dostaw oraz wpływ tych czynników na wydajność produkcji i cele operacyjne przedsiębiorstwa.

Sytuację, w której nie ma statycznego podziału między produkty produkowane w modelu na zamówienie i na magazyn prezentują Zhang i inni [149]. Badają oni sytuację, w której przypisanie wyrobu do grupy MTO lub MTS odbywa się na podstawie bieżącego obciążania produkcji. Opracowany przez nich model kolejkwania, w sytuacjach, gdy obciążenie produkcji jest duże, daje lepsze rezultaty niż strategia statycznego podziału produktów na MTO i MTS.

Od strony ekonomicznej do tematu podchodzi Paul Choi [101]. Bada on warunki do inwestowania w rozwój kanału MTS przy istniejącym kanale MTO. Bazując na opracowanym modelu, autor zauważa, że korzyści z rozwoju kanału MTS w przedsiębiorstwie, które dotychczas produkowało według strategii MTO wzrasta wraz ze wzrostem zmienności popytu, spadkiem wykorzystania mocy produkcyjnych i spadkiem kosztów zmiany mocy produkcyjnych. Autor dowodzi, że koszty magazynowania wyrobów produkowanych jako MTS nie mają wpływu na zysk firmy.

Podobnie jak miało to miejsce w przypadku hybryd sekwencyjnych, w literaturze dotyczącej hybryd równoległych można znaleźć sporo prac poświęconych kwestii przyjmowania lub odrzucania zamówień. Rozważania na ten temat można znaleźć u Rafieiego i Rabbaniego [110]. Autorzy badają politykę przyjmowania i odrzucania zamówień, ustalanie terminów realizacji, wielkości partii i wymagań dotyczących wydajności dla hybrydowych systemów produkcyjnych. Inna praca tych samych badaczy [111] kontynuuje tę linię badań. Autorzy rozważają sekwencjonowanie oraz szczegółowe planowanie produkcji w modelu hierarchicznego planowania produkcji dla systemów hybrydowych. Model HPP (ang. *Hierarchical Production Planning*) stanowi pomost między planami długoterminowymi a harmonogramami krótkoterminowymi.

W kwestii kontroli przepływu przez system produkcyjny autorzy (m.in. Federgruen, Carr, Soman) rozważają też problem kolejkovania zadań dostępnych do realizacji dla współdzielonych zasobów produkcyjnych. Jako przykład można podać tu badania Federgruena i innych [49]. Prezentują oni klasę strategii, dla których różne mierniki kosztów i wydajności mogą być oceniane i efektywnie optymalizowane metodami analitycznymi. Parametry, jakie analizują ci autorzy, to m.in.: poziomy zapasów i rozkłady czasu oczekiwania, średnie koszty konfiguracji – przebrojeń, przechowywania i koszty opóźnień. Badacze prezentują wpływ poszczególnych parametrów na wybór strategii. Z kolei Carr [26] prezentuje proces decyzyjny Markova jako narzędzie wspierające decyzje w przedsiębiorstwie posiadającym dwie grupy klientów (MTO i MTS), w którym występuje proces kolejkovania zadań produkcyjnych. W pracy [123] Soman i inni chcieli zweryfikować, czy dynamiczne zasady planowania oparte na czasie wyczerpania (ang. *run-out time*), które są odpowiednie dla produkcji MTS, sprawdzą się w przypadku hybryd równoległych. W swoim badaniu przyjęli oni prostą zasadę nadawania najwyższych priorytetów. Analizując badania nad kontrolą przepływu w systemach produkcji hybrydowej równoległej, można zauważyć, że nie ma jednoznacznej reguły planowania, która dawałaby znacznie lepsze rezultaty (rozumiane jako lepszy średni współczynnik wypełnienia, średni poziom zapasów czy średni czas przepływu) niż pozostałe metody.

Hadj Youssef i inni [59] badają i porównują wpływ zastosowania wybranych reguł priorytetu na ogólne koszty zapasów w warunkach ograniczeń (ograniczeniem dla systemu produkcyjnego jest czas oczekiwania klientów). Badają ten problem za pomocą modelu kolejkovania i biorą pod uwagę politykę FIFO oraz politykę priorytetów, która nadaje pierwszeństwo produktom małoseryjnym (produkty MTO) nad produktami wieloseryjnymi (produkty MTS).

W artykule [66] Iravani i inni prezentują opracowane optymalne zasady produkcji i przyjmowania zleceń, biorąc pod uwagę zaległości dla zamówień MTS i opcję outsourcingu niektórych zamówień MTO.

Interesującym zjawiskiem, jakie zaobserwował Peeters i van Ooijen, jest dość duża liczba publikacji dotyczących przemysłu półprzewodników. Ze względu na złożoność procesów produkcyjnych w tej branży oraz bardzo duże zapotrzebowanie na ten surowiec naukowcy badają:

- najskuteczniejsze strategie realizacji zamówień i wysyłki [29],
- przypisanie zadań produkcyjnych MTO/MTS dla konkretnej maszyny [115], [143],
- dynamiczne modele kontroli produkcji oraz kontroli wysyłki [45], [46].

Aspekty związane z planowaniem taktycznym w systemach hybrydowych równoległych opisują w swojej pracy Khakdaman i inni [73]. W swoich rozważaniach doszli do wniosku, że elastyczne dobieranie wielkości partii jest szczególnie korzystne w przypadku systemów o niskim obciążeniu, w których produkcja MTS jest ważna pod względem wykorzystania zdolności produkcyjnych.

Problem integracji zamówień MTS z istniejącym systemem produkcyjnym wytwarzającym na zamówienie opisują Beemsterboer i inni [13]. Jak zauważają ci autorzy, problemem jest brak możliwości wykorzystania metod sterowania produkcją typowych dla produkcji MTO w momencie włączenia do planów produkcyjnych produktów wytwarzanych na magazyn. Wykazują oni, że proste metody, takie jak stały limit terminów dla wyrobów MTO, przewyższają metodologię priorytetyzacji MTO lub MTS.

W przypadku literatury podejmującej temat systemów produkcyjnych hybrydowych równoległych charakterystyczne jest wykorzystywanie różnych miar wydajności. W ramach zrealizowanych dotychczas prac zbadano m.in. czasy realizacji zamówienia, szybkość napełniania wsadu, średni poziom zapasów, wahania popytu i przeznaczenie maszyn. Dostępne artykuły koncentrują się przede wszystkim na strategii produkcji i kontroli przepływu, decyzjach MTS lub MTO dla produktu oraz możliwości odrzucania niektórych zleceń MTO lub MTS (zob. np. [26], [66], [110]). Wśród artykułów można znaleźć też niektóre pozycje analizujące to zagadnienie pod kątem ekonomicznym, np. model maksymalizacji zysku przedsiębiorstwa (zob. np. [30]).

1.2.5. Płynne hybrydowe sterowanie produkcją MTS/MTO

Płynne hybrydowe systemy sterowania produkcją bywają w literaturze określone jako:

- produkcja według prognozy (ang. *Make to Forecast*, MTF),
- budowa według prognozy (ang. *Build to Forecast*, BTF),
- wirtualna budowa według zamówienia (ang. *Virtual Build to Order*, VBTO).

Historycznie pierwszą pracę poruszającą tematykę płynnej hybrydowej kontroli produkcji opublikowali Raturi i inni [113]. Wprowadza ona pojęcie budowania według prognozy. Autorzy przeprowadzają szereg studiów przypadku oraz charakteryzują na tej podstawie wyzwania, jakie niesie ze sobą budowanie prognoz. W artykule [132] Turner i inni opisują przemysł motoryzacyjny, który wytwarza produkty zgodnie z podejściem BTF. Przedstawiają oni model symulacyjny całego łańcucha.

Z kolei w pracy [16] Brabazon i inni opisali i rozwinęli koncepcje operacyjne, które leżą u podstaw strategii VBTO. Autorzy badali elastyczność rekonfiguracji systemu wytwórczego. Dwa lata później, ci sami autorzy w swoich dalszych badaniach [17] zbadali i scharakteryzowali podstawowe zachowanie systemów VBTO. W badaniach odnajdują oni zależności między zamówieniami klientów (realizowanymi przez poszczególne etapy procesu produkcyjnego – planowanie, produkcja i magazynowanie) a różnorodnością produkcji i całkowitym czasem wytworzenia. W kolejnych latach i badaniach [18] do systemu wytwórczego włączają oni również dystrybutorów – dealerów samochodowych, którzy stanowią funkcję dodatkowych magazynów. Wykorzystując proponowaną politykę VBTO, pokazują, że przy większej liczbie opcji dostosowywania następuje więcej transakcji między dealerami, więcej produktów jest modyfikowanych, a czasy realizacji i zapasy zmniejszają się, jeśli handel między dealerami jest dozwolony. Autorzy pracy [129] wprowadzają zmodyfikowaną wersję VBTO, zwaną ulepszonym VBTO (i-VBTO). Udoskonalenie pierwotnej strategii jest realizowane poprzez dołączenie informacji o zapasach i prognozach popytu do systemu sterowania produkcją.

W przypadku niektórych wyrobów nie jest możliwa modyfikacja produktu finalnego po wytworzeniu lub przejściu przez wybrany etap produkcyjny. Taką

sytuację rozważają Morikawa i inni [91] w postaci wieloetapowego systemu produkcji seryjnej. Na każdym etapie produkt może być dopasowany do zamówienia klienta lub wyprodukowany na magazyn. Badacze rozważają osiem polityk zarządzania MTS w rozważanym modelu produkcji.

Wpływ wykorzystania informacji w czasie rzeczywistym jest badany przez Calle i innych [23]. Wykorzystując metodologię projektowania eksperymentów (ang. *design of experiment*), dowodzą, że wykorzystanie informacji w czasie rzeczywistym ma większy wpływ na wydajność niż zmiana polityki kontroli zapasów.

Problem minimalizacji kosztu zapasów wyrobów gotowych i zamówień zaległych analizują Altendorfer i inni [8]. Rozważają oni system produkcyjny jako system MTO z zapasami bezpieczeństwa lub system MTS z zaawansowanymi informacjami o zapotrzebowaniu. Zarówno czysty system MTO (brak bazy), jak i MTS (brak zaawansowanych informacji) są szczególnymi przypadkami tego modelu.

Znaczący wkład w tematykę sterowania produkcją w systemach płynnych hybryd mają Akinc i Meredith. Wprowadzają oni również do literatury pojęcie MTF. W swojej pierwszej pracy z 2006 r. [89] badają strategię kontroli produkcji systemu w odniesieniu do zamówień gotowych bez nabywcy (sieroty) oraz poziomu odrzucenia (przyjęcia) zamówienia z wykorzystaniem procesu Markowa. Praca ta była oparta na przykładach z branży lotniczej. Rok później Meredith [90] kontynuuje rozważania dla różnych branż, badając szereg różnych polityk dopasowywania zadań produkcyjnych do zamówień. Wnioskuje on, że „proste” metody dopasowywania zadań produkcyjnych do zamówień klientów mogą generować trzykrotnie mniejszy zysk niż zastosowanie metod „wyrafinowanych”. W kolejnym artykule [3] wspomniani autorzy badali dylemat decyzyjny, jakim jest postępowanie z sierotami (wyrobami gotowymi, które nie mają nabywców). Wykorzystali algorytmy wspierania decyzji do określenia, czy należy dokonać modyfikacji lub usunąć sieroty w celu minimalizacji kosztów.

W przeciwieństwie do badań nad hybrydami sekwencyjnymi czy równoległymi, badania nad hybrydami płynnymi są w znacznym stopniu chaotyczne. Wyraźnie widać dwa główne nurty badawcze w tym obszarze – jeden wokół strategii VBTO, pierwotnie wykoncypowanej przez Brabazona

i MacCarthy'ego [16], oraz drugi skupiający się na strategii MTF autorstwa Akinca i Mereditha [89]. Pomimo podobieństwa tych strategii nie dokonano porównania obu metod. Nie odnaleziono również żadnego artykułu, który porównałby strategię hybryd płynących bezpośrednio z czystą strategią MTS lub MTO.

1.3. Podsumowanie

Na podstawie przeprowadzonej analizy literatury w zakresie hybrydowych systemów produkcyjnych wyciągnąć można następujące wnioski:

- Do momentu opublikowania prac Peetersa i van Ooijena [102] nie było w literaturze jednoznacznej definicji czy podziału na podtypy produkcji hybrydowej.
- Dostępna jest stosunkowo bogata literatura na temat sterowania produkcją hybrydową, a z perspektywy czasu wyraźnie widać, że liczba pozycji literaturowych poruszających to zagadnienie stale rośnie.
- Znaczna część badań poświęconych produkcji w modelu hybrydowym została zainspirowana rzeczywistymi systemami produkcyjnymi, z różnych branż i o różnym stopniu komplikacji wyrobu gotowego. Autorzy czerpali inspirację m.in. z branży motoryzacyjnej, lotniczej, spożywczej, produkcji stali, produkcji półprzewodników, produkcji tekstylnej.
- W literaturze można znaleźć publikacje omawiające sterowanie produkcją gniazdową (ang. *job shop*), liniami montażowymi (ang. *assembly line production*) czy produkcją ciągłą (ang. *continuous production*).
- Dla grupy hybryd sekwencyjnych badacze rozważają przede wszystkim problemy badawcze związane z:
 - umieszczeniem punktu odsprzęgania (CODP) dla każdego produktu,
 - polityką przyjmowania zamówień (oraz polityką wyceny zamówień),
 - decyzją o strategii zarządzania zapasami dla etapów produkcji MTS.
- W badaniach nad hybrydowymi sekwencyjnymi systemami produkcyjnymi naukowcy rzadziej rozważają problemy związane ze sterowaniem taką produkcją, wielkością buforów czy wielkością partii dla produkcji realizowanej w seriach produkcyjnych (ang. *batch production*).

- Dla grupy hybryd równoległych badacze rozważają przede wszystkim problemy badawcze odpowiadające na pytania:
 - Które zamówienia należy przyjąć, a które odrzucić (polityka przyjmowania zamówień)?
 - Jakie produkty powinny być wytwarzane w modelu MTO, a jakie w modelu MTS?
 - Które zamówienia (MTO lub MTS) powinny mieć priorytet w danym momencie?
 - Jaka powinna być strategia zarządzania zapasami dla produkcji MTS?
- W badaniach nad hybrydami równoległymi autorzy publikacji poddają analizie znacząco różniące się od siebie systemy wytwórcze. Również mierniki wydajności systemów i oceny zdolności produkcyjnych systemów równoległych, jakimi posługują się badacze, są bardzo zróżnicowane. Utrudnia to porównywanie wyników (np. przyjętej strategii przyjmowania zamówień), jakie uzyskano w ramach realizowanych prac badawczych. Brakuje w literaturze ogólnego, znormalizowanego systemu wytwórczego, który mógłby być systemem referencyjnym.
- Najważniejszymi problemami badawczymi, jakie rozważają autorzy dla hybrydowych pływających systemów produkcyjnych, są odpowiedzi na pytania:
 - Jaka powinna być strategia przeszukiwania systemu wytwórczego, aby dopasować półprodukty i produkcję w toku do otrzymywanych zamówień klientów?
 - Kiedy i jak należy wytwarzać produkty w oczekiwaniu na popyt?
 - Jaką przyjąć strategię postępowania z tzw. sierotami (półproduktów lub wyrobów gotowych, na które nie ma zamówień)?
- Wśród badaczy zajmujących się pływającymi hybrydami można wyróżnić dwa wiodące nurty – jeden koncentrujący się wokół strategii MTF, drugi wokół strategii VBTO. Pomimo podobieństw tych strategii w literaturze nie ma publikacji dokonującej porównania obu podejść.
- W systemach produkcyjnych opierających się o strategię płynnej hybrydy liczba produktów i etapów produkcji jest zazwyczaj duża. Omawiane w literaturze metody dopasowywania zamówień klientów do zadań produkcyjnych są zazwyczaj złożone i wykorzystują metody symulacyjne do podjęcia decyzji o dopasowaniu zamówienia do półproduktu.

- Większość pozycji literaturowych zakłada, że punkt rozprężania CODP jest punktem stałym lub rozważa metodę określenia tego punktu w systemie wytwórczym. Badacze sygnalizują problem okresowych przeglądów punktu CODP czy metody zmiany tego punktu w czasie. Niestety w literaturze brakuje prac, które w sposób szczegółowy omawiałyby kwestie przeglądów punktów CODP w systemie.

2. Istota i metody harmonogramowania produkcji

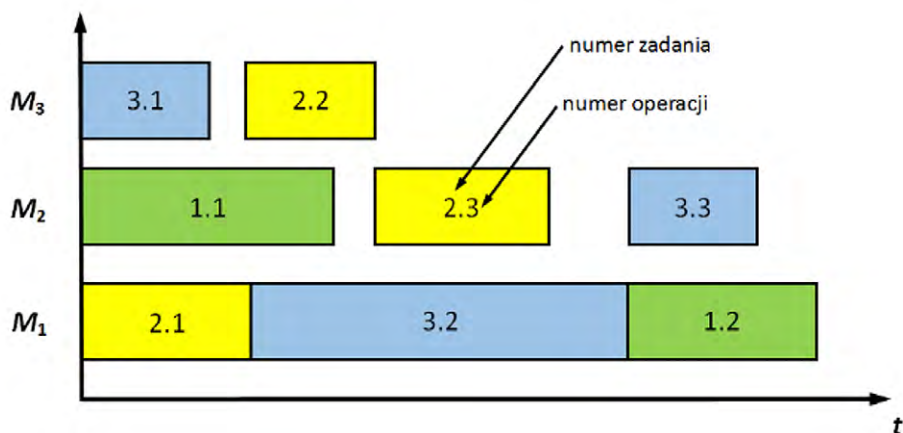
Harmonogramowanie (zwane również szeregowaniem zadań) to pojęcie określające kolejność wykonywania zadań i operacji z wykorzystaniem określonych zasobów systemu produkcyjnego, tak aby uzyskać możliwie najlepszą wartość przyjętej funkcji celu. Problem szeregowania zadań polega na rozmieszczeniu poszczególnych zadań (składających się z pojedynczych operacji) do wykonywania na konkretnych zasobach, takich jak maszyny, stanowiska robocze czy personel [76]. W zależności od przyjętych założeń celem harmonogramowania może być m.in. minimalizacja kosztów produkcji i czasu realizacji zadań, ograniczenie przestojów zasobów lub maksymalizacja wykorzystania dostępnych zdolności produkcyjnych.

Najczęściej jako kryterium celu przyjmuje się realizację produkcji w możliwie najkrótszym czasie oraz przy jak najmniejszym nakładzie poniesionych kosztów [87, 13]. Nie są to jednak jedyne funkcje celu, jakie mogą być realizowane w procesie harmonogramowania. Szersze omówienie kryteriów celu przedstawiono w dalszej części pracy.

2.1. Pojęcie i graficzna reprezentacja harmonogramowania produkcji

Pojęcie harmonogramowania produkcji zaczęło się rozwijać i formalizować pod koniec XIX w. Na początku zajmowano się problematyką opracowywania planów, monitorowania wykonywanych operacji oraz zarządzania zapasami. Zaczęto również opracowywać listy zadań, jakie mają zostać wykonane w ramach danego dnia [63], [137]. Za prekursora metodologii szeregowania zadań uznaje się Henry'ego Gantta. Warto nadmienić, że wkład w rozwój tej dziedziny miał też Polak Karol Adamiecki [107]. Wynikiem prac Gantta było opracowanie serii wykresów służących do obserwacji i analizy realizowanych procesów [15], [76]. Graficzna prezentacja procesu produkcyjnego w postaci wykresu słupkowego została nazwana na cześć autora Wykresem Gantta i jest do dziś narzędziem wykorzystywanym do planowania produkcji [122].

Wykres Gantta przedstawia na osi rzędnych maszyny (stanowiska produkcyjne), które są wykorzystywane do realizacji procesu produkcyjnego, oraz czas na osi odciętych. Każda operacja przypisana jest do maszyny realizującej tę operację. Operacja reprezentowana jest jako blok o długości odpowiadającej czasowi wykonania tej operacji. Przykład wykresu Gantta przedstawiono na rycinie 7.



Rycina 7. Przykładowy wykres Gantta [122]

Pomimo iż graficzna metoda wizualizacji procesu produkcyjnego ma już ponad 100 lat, wciąż jest z powodzeniem stosowana w przedsiębiorstwach produkcyjnych oraz w badaniach naukowych. Cechuje się ona dużą czytelnością nawet dla rozbudowanych harmonogramów produkcyjnych obejmujących wiele maszyn i długi horyzont czasowy.

2.2. Modelowanie matematyczne harmonogramów produkcji

Wykres Gantta (harmonogram produkcji) może być też przedstawiony za pomocą notacji macierzowej. Zapis w postaci macierzy jest powszechnie znany i stosowany w literaturze [10], [47], [67], [85], [97], [100], [105], [118]. Model matematyczny składa się z następujących zbiorów danych:

- zbiór M (z ang. *machines*) reprezentujący m maszyn (stanowiska robocze) realizujące proces produkcyjny:

$$M = \{M_1, M_2, \dots, M_m\},$$

- zbiór J (z ang. *jobs*) reprezentujący n zadań, jakie należy wykonać:

$$J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\},$$

gdzie: każde zadanie ze zbioru J składa się z m operacji o (ang. *Operations*). Zakończenie wszystkich operacji danego zadania oznacza zakończenie całego zadania.

$$J_1 = \{o_{11}, o_{12}, \dots, o_{1m}\},$$

- macierz MO (z ang. *Machine Order*) – macierz o wymiarach $m \times n$ zawierająca informacje dotyczące kolejności wykonywania poszczególnych operacji na poszczególnych maszynach. Elementami macierzy MO są pojedyncze operacje technologiczne:

$$MO = \begin{matrix} & \begin{matrix} M_1 & M_2 & \dots & M_m \end{matrix} \\ \begin{matrix} J_1 \\ J_2 \\ \dots \\ J_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} o_{11} & o_{12} & \dots & o_{1m} \\ o_{21} & o_{22} & \dots & o_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ o_{n1} & o_{n2} & \dots & o_{nm} \end{bmatrix} \end{matrix},$$

$$MO = [o_{ij}],$$

gdzie:

o_{ij} – liczba określająca kolejność wykonania operacji j zadania i przyjmująca wartości:

$$o_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{gdy operacja nie jest wykonywana} \\ & \text{na danej maszynie,} \\ \{1, \dots, m\}, & \text{gdy operacja jest wykonywana} \\ & \text{na danej maszynie,} \end{cases}$$

m – liczba maszyn realizujących procesy technologiczne.

- macierz PT (z ang. *Processing Time*) – macierz zawierająca informacje dotyczące całkowitych czasów trwania operacji technologicznych

$$PT = \begin{matrix} & M_1 & M_2 & \dots & M_m \\ \begin{matrix} J_1 \\ J_2 \\ \dots \\ J_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} pt_{11} & pt_{12} & \dots & pt_{1m} \\ pt_{21} & pt_{22} & \dots & pt_{2m} \\ \dots & \dots & pt_{ij} & \dots \\ pt_{n1} & pt_{n2} & \dots & pt_{nm} \end{bmatrix} \end{matrix},$$

$$PT = [pt_{ij}],$$

gdzie:

pt_{ij} – liczba określająca całkowity czas realizacji operacji j na zadaniu i ; przy czym:

$$\bigwedge_{o_{ij}=0} pt_{ij} = 0,$$

- macierz CT (ang. *Completion Times*) – macierz czasów realizacji zawierająca informacje o czasie zakończenia poszczególnych operacji na poszczególnych maszynach

$$CT = \begin{matrix} & M_1 & M_2 & \dots & M_m \\ \begin{matrix} J_1 \\ J_2 \\ \dots \\ J_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} ct_{11} & ct_{12} & \dots & ct_{1m} \\ ct_{21} & ct_{22} & \dots & ct_{2m} \\ \dots & \dots & ct_{ij} & \dots \\ ct_{n1} & ct_{n2} & \dots & ct_{nm} \end{bmatrix} \end{matrix},$$

$$CT = [ct_{ij}],$$

gdzie:

ct_{ij} – liczba określająca całkowity czas realizacji operacji j zadania i ;
przy czym:

$$\bigwedge_{o_{ij}=0} ct_{ij} = 0.$$

Zapis harmonogramów produkcji w postaci macierzowej ułatwia implementację algorytmów szeregowania zadań w komputerowych narzędziach do wspierania obliczeń inżynierskich. Jednocześnie umożliwia wygenerowanie wizualizacji w postaci wykresu Gantta, które są czytelne dla odbiorcy.

2.3. Wybrane środowiska produkcyjne

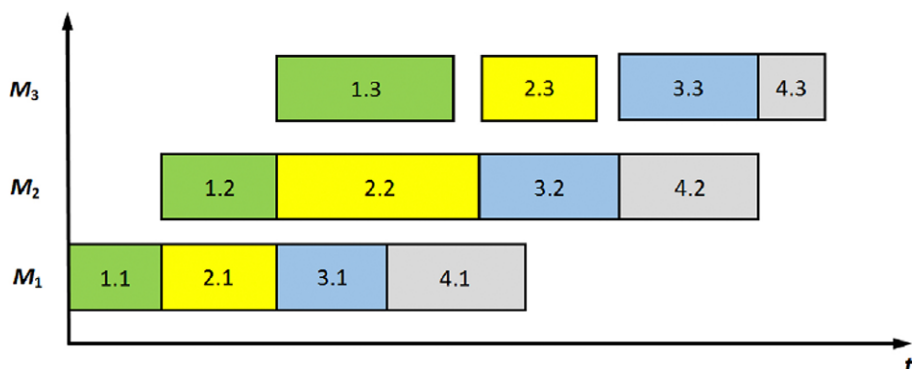
Rozmieszczenie operacji w ramach harmonogramu produkcji w znacznym stopniu zależy od charakteru środowiska produkcyjnego realizowanych procesów [122]. Proces szeregowania zadań może wyglądać różnie w zależności od rozpatrywanego środowiska produkcyjnego. W literaturze wyróżnia się następujące środowiska produkcyjne [10], [40], [86], [105], [119], [144], [150]:

- pojedyncza maszyna (ang. *single machine*),
- identyczne maszyny umieszczone równolegle (ang. *identical machines in parallel*),
- maszyny równolegle pracujące z różną prędkością (ang. *machines in parallel with different speed*),
- niepowiązane maszyny równolegle (ang. *unrelated machines in parallel*),
- systemy przepływowe (ang. *flow shops*),
- elastyczne systemy przepływowe (ang. *flexible flow shops*),
- systemy gniazdowe (ang. *job shops*),
- elastyczne systemy gniazdowe (ang. *flexible job shops*),
- systemy otwarte (ang. *open shops*).

Jako trzy podstawowe systemy produkcyjne, występujące najczęściej w rozważaniach teoretycznych, jak również w praktyce przemysłowej wyróżnia się [122]:

- systemy przepływowe (ang. *flow shops*),
- systemy gniazdowe (ang. *job shops*),
- systemy otwarte (ang. *open shops*).

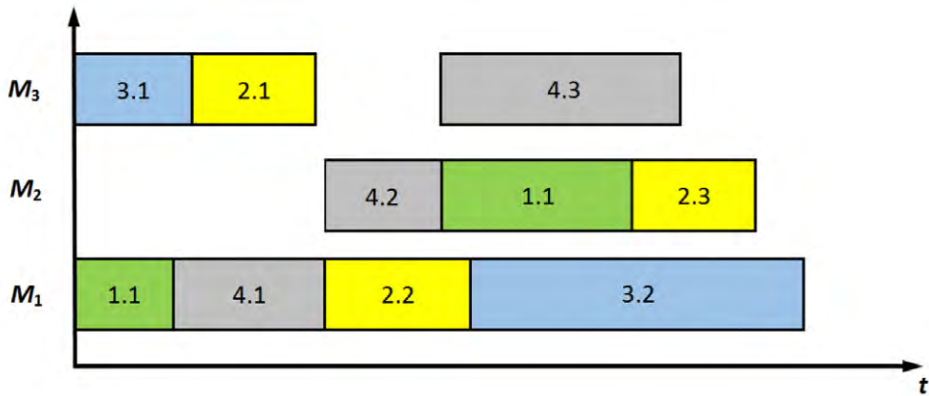
System przepływowy jest najprostszym z systemów produkcyjnych. Przykładem takiego systemu wytwórczego jest linia produkcyjna, natomiast harmonogram produkcji dla takiego systemu ma charakter kierunkowy. Wszystkie zadania przechodzą przez te same maszyny, z zachowaniem tej samej marszruty technologicznej. Po przejściu operacji technologicznej na pierwszej maszynie, zadanie jest przekazywane do następnej maszyny [105]. Przykład harmonogramu dla systemu przepływowego przedstawiono na rycinie 8. Środowiska *flow shops* są charakterystyczne dla produkcji na magazyn o wolumenie produkcji masowej i wieloseryjnej.



Rycina 8. Przykładowy harmonogram dla systemu przepływowego (ang. *flow shop*) [122]

W systemie gniazdowym każde zadanie ma indywidualną marszrutę technologiczną [105]. Przyporządkowanie zadań produkcyjnych wynika z ograniczeń technologicznych [86], [99], [140]. Każda operacja danego zadania produkcyjnego realizowana jest na danej maszynie tylko raz. Przez wybraną maszynę przechodzą operacje z jednego lub wielu zadań. Harmonogramowanie zadań w systemie *job-shop* nazywane jest dość często ogólnym problemem harmonogramowania (ang. *general job shop scheduling problem*, JSSP). Środowiska typu *job shop* spotykane są w przedsiębiorstwach produkujących na zamówienie

o produkcji jednostkowej lub małoseryjnej. Przykład harmonogramu dla środowiska gniazdowego znajduje się na rycinie 9.



Rycina 9. Przykładowy harmonogram dla systemu gniazdowego (ang. *job shop*) [122]

Zarówno w literaturze, jak i w praktyce przemysłowej, problem szeregowania zadań jest rozpatrywany w kontekście systemów gniazdowych. Zagadnienie *general job-shop* cieszy się dużą popularnością i jest tematem licznych publikacji naukowych [9], [82], [122], [130], [134].

System otwarty cechuje się brakiem uporządkowania operacji [12] – nie są określone relacje kolejnościowe pomiędzy poszczególnymi operacjami danego zdania. Operacje mogą być wykonywane w dowolnej kolejności, a każde zadanie może mieć inny zestaw operacji, o różnych czasach wykonania i wymagających przejścia przez różne maszyny. Przykładem systemów otwartych są między innymi czynności związane z modernizacjami części maszyn, bądź elementów komputerów [86]. Ze względu na cechy systemów otwartych liczba możliwych rozwiązań i przestrzeń obliczeń jest bardzo duża, możliwe jest wygenerowanie bardzo dużej liczby harmonogramów dla każdego scenariusza. Problem ten jest rzadziej analizowany w literaturze przedmiotu, zagadnienie to jest trudne do rozwiązania, zwłaszcza jeśli uwzględni się racjonalny czas uzyskania rozwiązania [80], [83], [94], [128].

2.4. Wybrane metody szeregowania zadań

W literaturze i praktyce znanych jest wiele metod szeregowania zadań. Metody te zależą przede wszystkim od zakładanego kryterium celu, jakie ma spełniać harmonogram. Idąc za [62], [86], [118], [122], metody te można podzielić na:

- Metody dokładne (w literaturze nazywane również optymalizacyjnymi), które gwarantują znalezienie rozwiązania optymalnego (z punktu widzenia przyjętego kryterium celu). Do grupy tej należą [86], [118]:
 - efektywne algorytmy dedykowane (ang. *exact algorithms*) – algorytmy te cechują się wielomianową złożonością obliczeniową. Jako przykład można tu podać algorytm Johnsona generujący rozwiązanie optymalne dla przypadku jedno- oraz dwumaszynowego [85], [108];
 - metodę podziałów i ograniczeń (ang. *Branch & Bound*, B&B) – podejście to polega na przeszukaniu drzewa przestrzeni stanów i określeniu rozwiązań kandydujących do rozwiązania optymalnego. Drzewo to reprezentuje wszystkie możliwe ścieżki, jakimi może pójść algorytm rozwiązując dany problem. Algorytm zaczyna w korzeniu drzewa i, przechodząc do któregoś liścia, konstruuje rozwiązanie. Przeglądanie całego drzewa byłoby bardzo kosztowne ze względu na jego wykładniczy rozmiar, dlatego metoda podziału i ograniczeń w każdym węźle oblicza granicę (ograniczenie), która pozwala określić go jako obiecujący bądź nie. W dalszej fazie algorytm przegląda tylko potomków węzłów obiecujących. Po raz pierwszy została zaproponowana w 1960 r. przez Landa i Doiga [81]. Metoda ta jest bardzo czasochłonna (czas działania algorytmu jest funkcją wykładniczą od rozmiaru rozwiązywanego problemu), jednak cechuje się dużą uniwersalnością (można ją stosować dla środowisk *job shop*, *flow shop* oraz *open shop*) [10], [12], [108], [118]. Metoda podziałów i ograniczeń stanowi punkt wyjścia dla wielu innych algorytmów;
 - programowanie dynamiczne (ang. *dynamic programming*) – metodologia polegająca na konwersji zadania optymalizacyjnego do wieloetapowego problemu decyzyjnego, gdzie decyzje wybierane są ze zbioru decyzji dopuszczalnych;

- programowanie całkowitoliczbowe (ang. *integer programming*) – metoda stosowana w sytuacji, gdy problemu optymalizacyjnego nie da się zapisać za pomocą programowania liniowego. Wykorzystywana głównie do rozwiązywania problemów teoretycznych, nie nadaje się do problemów o dużej złożoności [86];
- inne metody dokładne – rzadziej pojawiające się w literaturze metody, takie jak: programowanie binarne, metody subgradientowe.
- Metody przybliżone (w literaturze nazywane również aproksymacyjnymi lub heurystykami), które nie gwarantują znalezienia rozwiązania optymalnego, lecz cechuje je krótszy czas przeszukiwania rozwiązań i generowanie suboptymalnego harmonogramu. Do najczęściej spotykanych algorytmów z grupy metod przybliżonych należą [28], [76], [86], [118], [134], [141]:
 - reguły priorytetów (ang. *dispatching rules, priorities*) – operacjom nieumieszczonym w harmonogramie nadawane są priorytety, następnie operacja o najwyższym priorytecie jest umieszczana w harmonogramie. Jest to jedna z najczęściej stosowanych i bardzo popularnych metod (zarówno w rozważaniach teoretycznych, jak i w praktyce);
 - algorytmy przeszukiwania lokalnego (ang. *local search*), algorytmy przeszukiwania sąsiedztwa (ang. *neighborhood search techniques*) – metody te bazują na schemacie metody podziałów i ograniczeń, jednak wymagają mniej czasu na znalezienie rozwiązania. Przykładami tych algorytmów są: symulowane wyżarzanie, przeszukiwanie mrówkowe, przeszukiwanie progowe, poszukiwanie z zakazami, poszukiwanie adaptacyjne, poszukiwanie rojem cząstek [118], [147];
 - algorytmy ewolucyjne (ang. *evolutionary algorithms*) – metody te wzorują się na zjawiskach znanych z ewolucji gatunków, takich jak krzyżowanie fragmentów populacji, mutacja. Przykładami takich algorytmów są algorytmy genetyczne, programowanie ewolucyjne, strategie ewolucyjne, programowanie genetyczne [86], [106];
 - algorytmy immunologiczne (ang. *immune algorithms*) – algorytm w odpowiedzi na chwilowe wymaganie systemu („antygen”) odpowiada w sposób zgodny z zapisaną instrukcją („przeciwciało”), po czym następuje rozwiązanie problemu;

- systemy ekspertowe (ang. *expert systems*) – wykorzystują bazę wiedzy (zapis wiedzy eksperckiej w formie procedur, reguł i algorytmów postępowania), na podstawie której moduł wnioskowania znajduje rozwiązanie określonego problemu. Metody te cechują się ograniczoną dokładnością otrzymywanych rozwiązań [118];
- inne metody przybliżone – rzadziej pojawiające się w literaturze metody, takie jak: obciążona metoda podziałów i ograniczeń, metody bazujące na sztucznej inteligencji, metody wieloagentowe, metody ulosowane czy metody równoległe [118].

W źródłach literaturowych można znaleźć również wiele innych metod szeregowania zadań. Pomimo iż problem harmonogramowania jest badany od wielu lat, wciąż powstają nowe propozycje rozwiązania problemu szeregowania zadań.

2.5. Kryteria celu wykorzystywane przy projektowaniu harmonogramów

Jak zostało nadmienione w poprzednich rozdziałach, zarówno harmonogramy produkcji, jak również algorytmy szeregujące zadania mogą generować różne rozwiązania w zależności od przyjętych funkcji celu. Kryterium celu bywa również często określane w literaturze jako mierniki oceny lub mierniki jakości harmonogramów [70], [71], [84]. Kryteria celu bazują na różnych parametrach harmonogramów, takich jak [2], [71], [86], [142]:

- czas wykonania,
- wykorzystanie i obciążenie maszyn,
- koszty,
- terminy zakończenia zadań.

Dla różnych przedsiębiorstw produkcyjnych i systemów wytwórczych mogą być przyjęte różne kryteria celu. Dobór kryteriów powinien uwzględniać cele przedsiębiorstwa oraz przyjęty sposób planowania produkcji. W literaturze (np. [10], [12], [15], [85], [120], [140]) oraz w praktyce przemysłowej jako funkcję celu najczęściej przyjmuje się następujące mierniki:

- Termin zakończenia wszystkich zadań **C_{max}** (ang. *make-span, total production time, lead time*). Jest to czas, w jakim wszystkie zadania i operacje, jakie miały przejść przez system wytwórczy, zostały zakończone (wszystkie zadania zostały ukończone na wszystkich maszynach). Miernik ten jest najczęściej stosowany zarówno w badaniach teoretycznych, jak i w praktyce przemysłowej.
- Termin zakończenia zadania **C_i** (ang. *completion time*) oraz średni czas zakończenia zadania $\overline{C}$ (ang. *mean completion time*). Termin zakończenia C_i określa czas, w którym zadanie J_i przeszło przez cały system wytwórczy i jest zakończone. Średni czas zakończenia zadania określa się jako średnią arytmetyczną z czasów C_i zgodnie ze wzorem (1):

$$\overline{C} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i, \quad (1)$$

gdzie:

$\overline{C}$ – średni termin zakończenia zadania,
 n – liczba realizowanych zadań,
 C_i – czas zakończenia zadania i .

- Czas przepływu **F_i** (ang. *flow time*) oraz średni czas przepływu $\overline{F}$ (ang. *mean flow time*). Wskaźnik F_i określa czas, jaki zadanie J_i przebywa w systemie wytwórczym. Obliczany jest zgodnie ze wzorem (2):

$$F_i = C_i - r_i, \quad (2)$$

gdzie:

F_i – czas przepływu zadania i ,
 C_i – czas zakończenia zadania i ,
 r_i – czas rozpoczęcia zadania i .

Średni czas przepływu oblicza się jako średnią arytmetyczną z czasów przepływu zgodnie ze wzorem (3):

$$\overline{F} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_i, \quad (3)$$

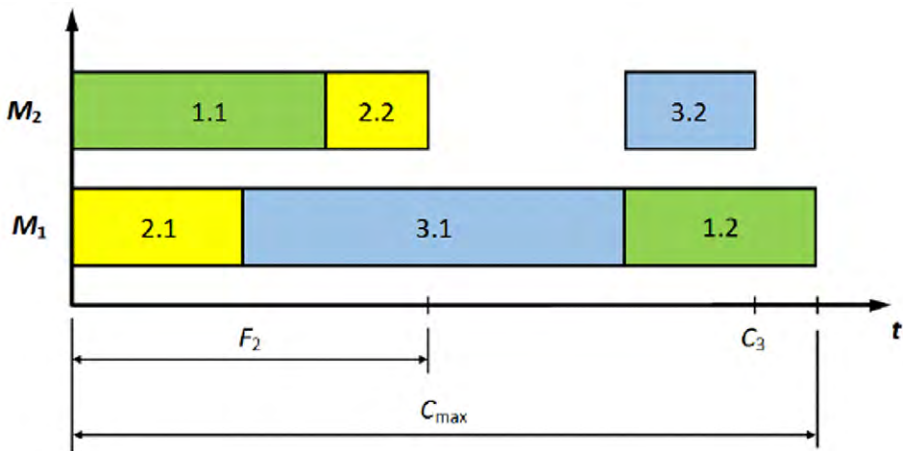
gdzie:

$\bar{F}$ – średni czas przepływu zadania,

n – liczba realizowanych zadań,

F_i – czas przepływu zadania i .

Zależności między czasem zakończenia C_{max} , czasem zakończenia zadania C_i oraz czasem przepływu F_i zaprezentowano na rycinie 10.



Rycina 10. Różnica między wskaźnikami F (zadanie 2), C (zadanie 3) oraz C_{max} (wszystkie zadania) [122]

- Czas bezczynności maszyny I_k (ang. *idle time*) oraz średni czas bezczynności maszyn $\bar{I}$ (ang. *mean idle time*). Wskaźnik bezczynności określa łączny czas, w którym maszyna M_k nie wykonuje żadnych operacji (maszyna jest nieobciążona pracą, występuje przestój na maszynie). Określa się go za pomocą wzoru (4):

$$I_k = C_{max} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m pt_{ij}, \quad (4)$$

gdzie:

I_k – czas bezczynności maszyny k ,

C_{max} – czas, w którym kończy się realizacja wszystkich zadań,

pt_{ij} – czas operacji j dla zadania i ,

n – liczba realizowanych zadań.

Średni czas bezczynności określa się jako średnią arytmetyczną czasu bezczynności poszczególnych maszyn w systemie wytwórczym zgodnie ze wzorem (5):

$$\bar{I} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m I_k, \quad (5)$$

gdzie:

$\bar{I}$ – średni czas bezczynności maszyn w systemie,

I_k – czas bezczynności maszyny k ,

m – liczba maszyn w systemie produkcyjnym.

- Liczba prac na różnych etapach realizacji produkcji $N(t)$. Wskaźnik ten pozwala określić (dla przyjętego momentu w czasie t), w jakich stanach znajdują się poszczególne zadania. Wyróżnia się następujące rodzaje wskaźnika $N(t)$:
 - $N_w(t)$ – liczba prac oczekujących na obróbkę,
 - $N_p(t)$ – liczba prac będących w obróbce,
 - $N_c(t)$ – liczba prac zakończonych,
 - $N_u(t)$ – liczba prac nieukończonych.

Pomiędzy poszczególnymi wskaźnikami, dla każdego t , zachodzą następujące zależności (6)–(9):

$$N_w(t) + N_p(t) + N_c(t) = n, \quad (6)$$

$$N_w(t) + N_p(t) = N_u(t), \quad (7)$$

$$N_u(0) = n, \quad (8)$$

$$N_w(C_{\max}) = 0. \quad (9)$$

Podobnie jak w przypadku poprzednich wskaźników, tak i tutaj można wyznaczyć wartości średnie. Przykładowo – średnią liczbę prac oczekujących bądź niegotowych można obliczyć z wykorzystaniem równania (10):

$$\overline{N_u} = \frac{1}{C_{\max}} \int_0^{C_{\max}} N_u(t) dt. \quad (10)$$

Poza opisanymi wskaźnikami i miernikami wyróżnia się także kryteria oparte o wymagane terminy zakończenia poszczególnych zadań oraz uwzględniające kryteria kosztowe. Wymagają one zdefiniowania dodatkowych parametrów, np. wag lub kosztów poszczególnych zadań, terminu przybycia danego zadania do systemu produkcyjnego. Zastosowanie tych wskaźników w przedsiębiorstwie wymaga analizy oraz zdefiniowania dodatkowych parametrów harmonogramów, stąd też w praktyce przemysłowej cechują się one mniejszą popularnością [122]. Typowe wskaźniki związane z terminowością to:

- maksymalna nieterminowość ($L_{\max}$),
- maksymalne opóźnienie ($T_{\max}$),
- maksymalne wyprzedzenie ($E_{\max}$).

Warto również wspomnieć o współczynniku stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych (w literaturze określanego również jako efektywność linii) **LE** (ang. *Line Efficiency*). Nie jest to co prawda funkcja celu harmonogramu (kryterium celu jest bowiem zmniejszanie średniego czasu bezczynności $\bar{t}$), lecz jest to miernik często wykorzystywany do oceny poziomu wykorzystania mocy produkcyjnych. Wskaźnik ten określa stosunek sumy czasów wykonywania wszystkich zadań na wszystkich maszynach oraz całkowitego czasu dostępnego na wszystkich maszynach. Stopień wykorzystania zdolności produkcyjnych systemu wytwórczego określany jest wzorem (11) [54]:

$$LE = \frac{\sum pt_{ij}}{C_{\max} \cdot m}, \quad (11)$$

gdzie:

- LE – stopień wykorzystania zdolności produkcyjnych,
- $C_{\max}$ – termin, w którym kończy się realizacja wszystkich zadań,
- pt_{ij} – czas operacji j zadania i ,
- m – liczba maszyn.

Ponieważ wskaźnik stopnia wykorzystania systemu produkcyjnego wyraża się jako wartość procentową w przedziale od 0% do 100%, może być on wykorzystywany do porównywania systemów wytwórczych o różnej liczbie gniazd i maszyn produkcyjnych.

2.6. Założenia i ograniczenia w procesie harmonogramowania produkcji

Problem harmonogramowania produkcji jest zagadnieniem o dużym stopniu złożoności obliczeniowej i należy do tzw. problemów NP-trudnych. Złożoność problemu szeregowania (a przez to również czas uzyskania wyniku) rośnie wraz z liczbą maszyn oraz operacji występujących w systemie produkcyjnym. Powoduje to bardzo dużą trudność w znalezieniu rozwiązania optymalnego. Mimo istnienia problemu w literaturze od bardzo wielu lat i bardzo dużej liczby publikacji nie udało się opracować uniwersalnego algorytmu szeregowania zadań produkcyjnych. Badania w zakresie rozwiązania problemów NP-trudnych prowadzili m.in. Chen i inni, Gonzalez i inni, Sotskov i inni [31], [53], [125]. Istnieją algorytmy generujące rozwiązanie optymalne w zadowalającym czasie, np. algorytm Johnsona [85], [109], jednak są to rozwiązania optymalne dla wąskiej, określonej grupy problemów (wskazany algorytm generuje wynik optymalny dla przypadków jedno- oraz dwumaszynowych). W przypadku pewnych kombinacji ilości zadań oraz maszyn możliwe jest znalezienie jedynie rozwiązania dopuszczalnego [62], [76], [96].

Rozważając dowolny problem z dziedziny szeregowania zadań, na wstępie przyjmuje się pewne założenia i/lub ograniczenia. W problemach harmonogramowania produkcji nierzadko mają one charakter uproszczeń i ograniczeń, często też nie są zgodne z praktyką przemysłową i realnymi warunkami panującymi w środowisku produkcyjnym. Na podstawie [52], [86], [105], [122] można przytoczyć następujące założenia, jakie przyjmuje się, badając dany przypadek szeregowania zadań produkcyjnych:

- operacje jednego zadania nie mogą być wykonywane równolegle – w rzeczywistych systemach produkcyjnych występują takie procesy produkcyjne oraz technologie, które umożliwiają równoległe wykonywanie kilku operacji (np. odfuszczanie z fosforanowaniem w procesach lakierniczych);
- na danej maszynie nie można wykonywać dwóch operacji równolegle – prawdziwość tego założenia zależy do konkretnej maszyny lub gniazda produkcyjnego. Tokarki konwencjonalne, stanowiska spawalnicze lub montażowe nie mogą obsłużyć dwóch operacji równolegle, ale już maszyny myjące albo piece hartownicze mogą obsługiwać procesy wsadowe (ang. *batch production*);

- każde zadanie przechodzi przez daną maszynę tylko raz – to założenie może nie być prawdziwe dla wybranych technologii. Za przykład niech posłużą procesy malowania dwóch warstw, w czasie których między malowaniem pierwszej a drugiej warstwy następuje schnięcie lub oczyszczanie powierzchni;
- zadania są niepodzielne – według tego założenia każda operacja zadania musi zostać wykonana do końca, nie ma możliwości przerywania operacji, wykonania innych zadań i następnie jej wznowienia. Założenie to co do zasady jest zgodne z praktyką, istnieją jednakże gniazda produkcyjne (np. stanowiska montażowe), gdzie można bez konsekwencji wynikających z procesu technologicznego przerwać daną operację i wznowić ją w dowolnym momencie;
- czasy wykonania operacji są niezależne od harmonogramu – oznacza to, że nieterminowe rozpoczęcie zadania nie ma wpływu na jego czas wykonania. Tak jak w poprzednich stwierdzeniach, istnieją operacje technologiczne, dla których to założenie jest błędne, np. procesy hutnicze – w ich przypadku opóźnienie wykonywania operacji obróbki plastycznej będzie mieć wpływ na temperaturę obrabianego detalu, a w konsekwencji na czas jego obróbki;
- dopuszczalne jest oczekiwanie zadania na zwolnienie maszyny – stwierdzenie to zakłada, że przed każdą maszyną znajdują się bufory wejściowe. Wariacją tego założenia jest oczekiwanie zadania na dalsze przetwarzania na buforze wyjściowym;
- technologia nie zakłada operacji alternatywnych – założenie to oznacza jednoznaczne przypisanie każdej operacji do konkretnej maszyny (a w konsekwencji jeden czas wykonania takiej operacji). W praktyce może jednak zdarzyć się sytuacja, w której np. proces skrawania będzie można wykonać na tokarce konwencjonalnej lub na tokarce CNC (czasy skrawania mogą być różne w zależności od wybranej obrabiarki);
- w systemie wytwórczym jest tylko jedna maszyna danego typu – to stwierdzenie ma charakter podobny do poprzedniego. Przyjęcie takiego założenia nie dopuszcza sytuacji, w której w systemie wytwórczym istnieją dwie maszyny mogące wykonać te same operacje w tym samym czasie (np. dwie identyczne tokarki);

- maszyny są zawsze dostępne – założenie to nie przewiduje żadnych awarii ani przestojów maszyn (planowanych bądź pojawiających się w sposób losowy);
- ograniczenia technologiczne są z góry znane i niezmiennie – założenie to jest zgodne z praktyką produkcyjną, bardzo rzadko procesy wytwórcze ulegają modyfikacjom w trakcie realizacji zadań;
- wszystkie parametry środowiska produkcyjnego oraz harmonogramu są stałe, nie występuje czynnik losowości – przyjmuje się, że liczba maszyn, zadań, operacji, czas realizacji zadań itp. są niezmiennie w czasie i nie występują wydarzenia losowe, takie jak awaria maszyn czy zmiana czasu realizacji zadania.

Jak już zostało nadmienione kilkakrotnie, w zależności od konkretnej technologii i procesu wytwórczego część z przyjętych założeń może być zgodna (w całości lub w części) z rzeczywistym procesem produkcyjnym lub stać w sprzeczności z realiami produkcyjnymi. Inaczej bowiem będzie wyglądał proces planowania produkcji w procesach obróbki plastycznej, gdzie mogą występować operacje wsadowe, a opóźnienie w realizacji zadań ma wpływ na temperaturę materiału (co może wpłynąć na czas wykonywania operacji). Inne założenia natomiast należy przyjąć w przypadku procesów montażowych, gdzie na danym stanowisku może być montowany w tym samym czasie tylko jeden wyrób, nie stanowi zaś problemu przerywanie operacji w trakcie czy buforowanie oczekujących zadań między stanowiskami montażowymi.

Indywidualny charakter produkcji dla danego przedsiębiorstwa czy branży produkcyjnej to kolejne utrudnienie mające wpływ na opracowanie algorytmów szeregowania zadań. Stąd też część autorów dzieli badania nad tym zagadnieniem na problemy teoretyczne i praktyczne [86]. W problemach praktycznych nierzadko ograniczenia wynikające ze specyfiki produkcji mają duży wpływ na przyjętą metodę planowania produkcji.

2.7. Metody szeregowania zadań w rzeczywistych systemach produkcyjnych – reguły priorytetów

Jak zostało wspomniane w poprzednich rozdziałach, zagadnienie szeregowania zadań cechuje się dużą złożonością obliczeniową oraz rozbudowaną listą ograniczeń i założeń upraszczających ten problem. Istnieje duża liczba metod harmonogramowania produkcji, jednakże spora część z nich ma charakter teoretyczny lub ich implementacja w rzeczywistym środowisku produkcyjnym wymaga znacznych nakładów finansowych, czas generowania rozwiązania jest nieakceptowalny lub wymaga zdefiniowania szeregu dodatkowych parametrów. Stąd też wśród praktyków oraz badaczy tego tematu pojawiła się potrzeba wyboru metod szeregowania zadań, które cechowałyby się porównywalnością, łatwością implementacji oraz akceptowalnym czasem generowania rozwiązania [122]. Analizując liczne pozycje literaturowe podejmujące tematykę szeregowania zadań dla problemów praktycznych (np. [2], [36], [70]–[72], [121], [122]) oraz bazując na osobistych doświadczeniach z branży przemysłowej, można stwierdzić, że najczęściej wykorzystywaną metodą harmonogramowania zadań produkcyjnych w rzeczywistych systemach wytwórczych jest metoda reguł priorytetów (ang. *dispatching rules*).

Przy opisie reguł priorytetów wykorzystuje się następujące pojęcia [76], [142]:

- kolejka – zbiór operacji czekających na wykonanie na wejściu do maszyny M (stanowiska produkcyjnego);
- wskaźnik priorytetu – numeryczna wartość przypisywana każdej operacji w kolejce;
- reguła priorytetu – funkcja przyporządkowująca każdej operacji w kolejce wskaźnik priorytetu. Reguła priorytetu wyznacza operację o największym bądź najmniejszym wskaźniku priorytetu i nadaje jej priorytet;
- priorytet – cecha, jaka została nadana przez regułę priorytetu jednej z operacji w kolejce, oznaczająca wybranie operacji do wykonania jako pierwszej na maszynie M .

Definicję reguły priorytetu można zapisać za pomocą następującego wzoru [87]:

$$P_{IJ}(t) = \min\{z_{ij}(t), \{(i, j) \in A(t)\}, \quad (12)$$

gdzie:

- $P_{IJ}(t)$ – priorytet J -tej operacji I -tego zadania w chwili t ,
- $z_{ij}(t)$ – wskaźnik priorytetu operacji j zadania i w chwili t ,
- $A(t)$ – zbiór operacji oczekujących na wykonanie w chwili t .

Podobnie jak sposobów i metod planowania produkcji jest dużo, tak samo występuje niemała liczba reguł priorytetów. W pracy [68] Kaban i inni przebadali wyniki działania 44 reguł priorytetów, w pracy [36] Conway 92 reguły, a w pracy [142] Wróblewski i inni aż 170. Część z rozważanych w tych pracach reguł priorytetów to kombinacja zastosowania dwóch lub więcej reguł w ramach jednej zasady nadawania priorytetu lub metody zawierające losowe przyporządkowywanie wybranych składników prioretyzujących. Jednakże literatura [2], [32], [36], [68], [133], [139] oraz praktyka przemysłowa wskazują, że najczęściej wykorzystywane reguły priorytetów to:

- **Priorytet dla operacji, która pierwsza przybyła do kolejki** (ang. *First In, First Out, FIFO*) – zgodnie z tą regułą priorytet otrzymuje operacja, która przybyła do kolejki jako pierwsza. Metoda ta jest uznawana za najprostsza, najbardziej naturalną oraz bywa wykorzystywana jako punkt odniesienia przy ocenie innych reguł szeregowania zadań. Ponadto sprawdza się w kombinacji z innymi – przykładowo, jeśli w danej metodzie szeregowania powstanie konflikt i dwie operacje w kolejce powinny otrzymać status priorytetu, wówczas dostaje go operacja zgodnie z FIFO [142]. W praktyce przemysłowej regułę FIFO realizują bufory w postaci rolotoków lub fizycznej kolejki.

Definicja reguły FIFO wyraża się wzorem (13):

$$P_{IJ}(t) = \min\{z_{ij}(t) = R_{ij}\}, \{(i, j) \in A(t)\}, \quad (13)$$

gdzie:

R_{ij} – termin przybycia operacji j zadania i do kolejki przed rozpatrywanym stanowiskiem.

- **Priorytet dla operacji, która przybyła do kolejki jako ostatnia** (ang. *Last In, First Out, LIFO*) – jest to przeciwieństwo reguły FIFO, jako pierwsza zostanie wykonana operacja, która jako ostatnia przybyła do

kolejki. Reguła LIFO generuje duży rozrzut w czasach trwania cykli produkcyjnych [36]. W praktyce przemysłowej regułę LIFO realizuje się poprzez bufor w postaci palet bądź skrzyń (tzw. *gitterbox*), gdzie obrabiane detale są układane warstwowo (w stos).

Definicja reguły LIFO wyraża się wzorem (14):

$$P_{LIFO}(t) = \min\{z_{ij}(t) = -R_{ij}\}, \{(i, j) \in A(t)\}, \quad (14)$$

gdzie:

R_{ij} – termin przybycia operacji j zadania i do kolejki przed rozpatrywanym stanowiskiem.

- **Priorytet dla najwcześniejszego wymaganego terminu zakończenia zadania** (ang. *Earliest Due Date*, EDD) – w tej metodzie wymagane jest, aby wszystkie zadania miały przypisany wymagany termin zakończenia (ang. *due date*). Priorytet jest nadawany operacji z zadania o najwcześniejszym wymaganym terminie zakończenia. Jest to najprostsza metoda planowania produkcji, w przypadku gdy zadania mają przypisane wymagane terminy ukończenia.

Definicja reguły EDD wyraża się wzorem (15):

$$P_{EDD}(t) = \min\{z_{ij}(t) = td_i\}, \{(i, j) \in A(t)\}, \quad (15)$$

gdzie:

td_i – wymagany termin zakończenia zadania i .

- W wyniku działania reguły EDD operacje przybywające do maszyny są porządkowane według niemalejących wymaganych terminów zakończenia zadania:

$$td_1 \leq td_2 \leq \dots \leq td_n. \quad (16)$$

- W przypadku gdy dwa lub więcej zadań miałyby ten sam wymagany termin zakończenia, wówczas priorytet mógłby zostać nadany poprzez wykorzystanie reguły FIFO dla zadań o tym samym wymaganym terminie zakończenia zadania.

- **Priorytet dla najkrótszego czasu operacji** (ang. *Shortest Processing Time*, SPT) – reguła ta bazuje na czasach wykonania (ang. *processing time*). Priorytet jest nadawany operacji o najkrótszym czasie wykonania. Operacje w kolejce są porządkowane według rosnących czasów operacji. Definicja reguły SPT wyraża się wzorem (17):

$$P_{IJ}(t) = \min\{z_{ij}(t) = to_{ij}\}, \{(i, j) \in A(t)\}, \quad (17)$$

gdzie:

to_{ij} – czas operacji j zadania i .

- **Priorytet dla najdłuższego czasu operacji** (ang. *Longest Processing Time*, LPT) – reguła ta jest przeciwieństwem reguły SPT. Według niej priorytet otrzymują operacje o najdłuższym czasie trwania. W praktyce przemysłowej reguła LPT bywa wykorzystywana w procesach wymagających dużego obciążenia maszyny (stanowiska), w początkowym okresie, i stopniowego zmniejszania obciążenia (np. rozgrzanie pieca, a następnie jedynie utrzymywanie temperatury lub stopniowe wychładzanie).

Definicja reguły LPT wyraża się wzorem (18):

$$P_{IJ}(t) = \min\{z_{ij}(t) = -to_{ij}\}, \{(i, j) \in A(t)\}, \quad (18)$$

gdzie:

to_{ij} – czas operacji j zadania i .

- **Priorytet dla najkrótszego czasu wykonania operacji** (ang. *Shortest Total Processing Time*, STPT) – reguła ta jest odmianą SPT uwzględniającą całkowity czas wykonania rozumiany jako suma czasu przygotowawczo-zakończeniowego oraz czasu wykonywania operacji. W praktyce przemysłowej reguła ta ma zastosowanie, jeśli proces technologiczny wymaga czynności przygotowawczo-zakończeniowych (np. przebrojenie stanowiska roboczego, oczyszczenie stanowiska po wykonaniu operacji itp.) i ich czas jest istotny w porównaniu z czasem operacji.

Definicja reguły STPT wyraża się wzorem (19):

$$P_{IJ}(t) = \min\{z_{ij}(t) = pt_{ij}\}, \{(i, j) \in A(t)\}, \quad (19)$$

gdzie:

$R_{ij} - pt_{ij} = (tpz_{ij} + to_{ij})$ – całkowity czas wykonania operacji j zadania (suma czasu przygotowawczo-zakończeniowego i czasu wykonania operacji).

- **Priorytet dla najdłuższego czasu wykonania operacji** (ang. *Longest Total Processing Time*, LTPT) – analogicznie do poprzednich przypadków reguła LTPT jest przeciwieństwem STPT. Bywa ona wykorzystywana w praktyce, jeśli ważne jest stopniowe zmniejszanie obciążania maszyny i jednocześnie uwzględnienie czasu przygotowawczo-zakończeniowego. Definicja reguły LTPS wyraża się wzorem (20):

$$P_{LT}(t) = \min\{z_{ij}(t) = -pt_{ij}\}, \{(i, j) \in A(t)\}, \quad (20)$$

gdzie:

$R_{ij} - pt_{ij} = (tpz_{ij} + to_{ij})$ – całkowity czas wykonania operacji j zadania (suma czasu przygotowawczo-zakończeniowego i czasu wykonania operacji).

- **Priorytet dla największej liczby pozostałych do wykonania operacji** (ang. *Most Operation Remaining*, MORP) – reguła ta wybiera z kolejki operację tego zadania, które posiada największą liczbę operacji pozostałych do wykonania. Jak wskazują w swoich badaniach Wróblewski i inni [142], rezultatem działania tej reguły jest minimalizacja średniej stanowisko chłonności operacji oczekujących w kolejkach. Definicja reguły MORP wyraża się wzorem (21):

$$P_{LT}(t) = \min\{z_{ij}(t) = -(g_i - j + 1)\}, \{(i, j) \in A(t)\}, \quad (21)$$

gdzie:

g_i – liczba operacji zadania i ,
 j – numer bieżącej operacji.

- **Priorytet dla najmniejszej liczby pozostałych do wykonania operacji** (ang. *Fewest Operation Remaining*, FOPR) – działanie tej reguły jest analogiczne do poprzedniej. Priorytet w kolejce otrzymuje operacja, której

zadania mają najmniejszą liczbę operacji wymaganych do zakończenia całego zadania (wybierane są operacje przynależące do zadań o największym stopniu zaawansowania). Zarówno MOPR oraz FOPR wykorzystują informację o liczbie operacji danego zadania.

Definicja reguły FOPR wyraża się wzorem (22):

$$P_{IJ}(t) = \min\{z_{ij}(t) = g_i - j + 1, \{(i, j) \in A(t)\}, \quad (22)$$

gdzie:

g_i – liczba operacji zadania i ,
 j – numer bieżącej operacji.

- **Priorytet dla operacji wybranej losowo** (ang. RAND – *random*) – priorytet nadawany jest operacjom w kolejce w sposób losowy. Wybór losowej operacji może odbywać się według różnych rozkładów zmiennych losowych. Podobnie jak reguła EDD, wybór losowej operacji bywa stosowany, gdy reguła priorytetów ma konflikt i dwie lub więcej operacji w kolejce powinno otrzymać priorytet – wówczas pierwszeństwo otrzymuje losowe z dwóch zadań. Reguła RAND bywa też stosowana w celach porównawczych z działaniem innych metod priorytetów [10], [142].

Definicja reguły RAND wyraża się wzorem (23):

$$P_{IJ}(t) = \min\{z_{ij}(t) = X_{ij}, \{(i, j) \in A(t)\}, \quad (23)$$

gdzie:

X_{ij} – wartość losowa przydzielona operacji i zadania j .

Wymienione wyżej reguły są najczęściej wprowadzane w rzeczywistych systemach wytwórczych, reprezentują też najważniejsze grupy reguł harmonogramowania [142]. Ich największymi zaletami są: łatwość implementacji, brak potrzeby wprowadzania dodatkowych danych do procesu harmonogramowania, powszechność i zrozumiałość działania oraz szybkość generowania odpowiedzi.

2.8. Podsumowanie

Na podstawie przeprowadzonej analizy literatury w zakresie istoty i metod harmonogramowania produkcji wyciągnąć można następujące wnioski:

- Pomimo długiej historii i bardzo dużej liczby publikacji poświęconych problemowi szeregowania zadań, tematyka ta jest nadal bardzo często podejmowana przez badaczy, a problem optymalnego harmonogramowania produkcji występuje powszechnie w przedsiębiorstwach produkcyjnych.
- Głównymi ograniczeniami we wdrażaniu metod szeregowania produkcji w rzeczywistych systemach wytwórczych są: koszt wdrożenia takiego rozwiązania, nieakceptowalny czas generowania wyników oraz potrzeba zdefiniowania szeregu parametrów niezbędnych do przeprowadzenia procesu szeregowania zadań. Nierzadko problemem jest również fakt, że założenia, jakie należy przyjąć w przypadku analizowanego problemu szeregowania zadań, są nieprawdziwe dla konkretnej technologii produkcji (np. założenia o niepodzielności operacji), co stawia w sprzeczności teorię z praktyką produkcyjną.
- Ze względu na złożoność obliczeniową problemu harmonogramowania zadań (problem NP-trudny) szereg proponowanych metod i algorytmów postępowania generuje rozwiązania suboptymalne (przybliżone). Problem NP-trudny oznacza klasę problemów obliczeniowych, dla których nie jest znany algorytm pozwalający na znalezienie rozwiązania optymalnego w czasie wielomianowym, a czas obliczeń rośnie bardzo szybko wraz ze wzrostem liczby rozpatrywanych zadań i zasobów. Nierzadko procedury generujące rozwiązania optymalne (dokładne) mają nieakceptowalnie długi czas obliczeń. Często są to również metody heurystyczne, przez co mogą generować niepowtarzalne wyniki, a sposób wygenerowania harmonogramu może być niezrozumiały.
- Pomimo znacznej liczby metod szeregowania zadań w praktyce przemysłowej oraz w badaniach literaturowych, bardzo dużą popularnością cieszą się reguły priorytetów. Pomimo iż reguł priorytetów jest bardzo wiele, w zdecydowanej większości przypadków praktycy i teoretycy korzystają z kilku najbardziej popularnych.

3. Algorytm szeregowania zadań dla produkcji hybrydowej MTO-MTS

Proponowany algorytm ma na celu szeregowanie zadań dla produkcji realizowanej w modelu hybrydowym. Jak zostało przedstawione w rozdziałach poświęconych analizie literatury, obecny stan badań bardzo rzadko podejmuje tematykę szeregowania zadań dla produkcji będącej połączeniem strategii MTO i MTS. Proponowany algorytm generuje harmonogramy suboptymalne. Celem algorytmu nie jest odnalezienie optymalnego algorytmu szeregowania zadań, uniwersalnego dla wszystkich wariantów produkcji hybrydowej, ale intencją autora jest opracowanie metody postępowania dla wybranego przypadku produkcji w modelu hybrydowym oraz przyjętych założeń. Algorytm stanowi sekwencję kroków i czynności, jakie powinno wykonać przedsiębiorstwo, które realizuje produkcję w modelu hybrydowym dla przyjętych założeń i przyjętego problemu badawczego. Opracowana metoda oraz uzyskane wyniki mogą stanowić punkt wyjścia do dalszych badań nad optymalizacją uzyskanego rezultatu szeregowania zadań, jak również nad opracowaniem kolejnych jego wariantów dla innych odmian produkcji hybrydowej.

3.1. Założenia dotyczące środowiska produkcyjnego

W celu opracowania algorytmu szeregowania zadań w środowisku produkcji hybrydowej przyjęto następujące założenia:

- System produkcyjny to system gniazdowy (ang. *job shop*). Szeregowanie zadań realizowane jest dla problemu *Job Shop Scheduling Problem* (JSSP). Produkcja ma charakter jednostkowy lub małoseryjny. W systemie wytwórczym nie występują maszyny równoległe.
- Zadania realizowane przez poszczególne maszyny (gniazda produkcyjne) są niepodzielne. Czasy zadań są deterministyczne. Kolejność wykonywania poszczególnych operacji jest z góry znana, nie występują operacje alternatywne.
- W danym momencie na jednej maszynie wykonywana jest jedna operacja danego zadania (pracy). Przebieg produkcji ma charakter szeregowy – operacja kolejna rozpoczyna się dopiero po zakończeniu operacji poprzedniej.
- Planowanie produkcji odbywa się dla przyjętego, stałego (w ramach działania algorytmu) horyzontu czasowego, zwanego dalej **horyzontem planowania**. Liczba maszyn oraz ich zdolności produkcyjne są stałe przez cały czas trwania horyzontu czasowego.
- Czasy transportu międzystanowiskowego, czasy przebrojeń oraz czasy przygotowawczo-zakończeniowe są pomijane.
- W środowisku produkcyjnym nie występują awarie ani przestoje.

Opracowując metodę harmonogramowania dla produkcji w modelu hybrydowym, przyjęto założenia podobne do rozważań przedstawionych w pracach Morikawy i innych oraz Adana i innych [1], [92]. Wyjściowym modelem produkcji jest MTO. Część półproduktów może być wyprodukowana na magazyn i wykorzystana w późniejszym okresie jako elementy składowe maszyn produkowanych w MTO. Tak produkowane (z wyprzedzeniem) podzespoły mogą być również wykorzystywane jako części zamienne w przypadku awarii maszyn już wyprodukowanych. Uruchomienie MTS ma na celu stworzenie bufora dla produkcji realizowanej na zamówienie. Produkcja na magazyn jest uruchamiana w momencie pojawienia się wolnych mocy produkcyjnych. Części produkowane w modelu MTS nie muszą wynikać z planów sprzedażowych MTO.

Motywacją uruchomienia produkcji MTS jest maksymalizacja wykorzystania posiadanych mocy produkcyjnych. Części produkowane w tym modelu wynikają z prognozy popytu, nie są powiązane z bieżącymi zamówieniami czy bieżącymi planami sprzedaży.

3.2. Definicja problemu badawczego – założenia dotyczące strategii produkcji hybrydowej w przedsiębiorstwie

Zgodnie z klasyfikacją Peetersa i van Ooijena [102] algorytm został opracowany dla produkcji hybrydowej typu równoległego. Produkcja hybrydowa dla opracowanego algorytmu definiowana jest w sposób następujący: priorytetem jest produkcja zamówień realizowanych w modelu MTO. Przygotowanie planu produkcyjnego (zaszeregowania zadań produkcyjnych) dla części produkcji MTO determinuje horyzont czasowy planowania. Plan produkcyjny dla części produkcji MTO może zostać przygotowany według „wiedzy eksperckiej” planistów produkcji, na podstawie rzeczywistych uwarunkowań produkcyjnych (czasy dostaw materiałów, dostępność kooperacji), z wykorzystaniem dowolnych metod planowania produkcji. W efekcie tych działań powstaje **harmonogram nominalny**. Po opracowaniu planu produkcji dla części MTO (zwanego dalej **harmonogramem nominalnym**) przedsiębiorstwo produkcyjne dysponuje wolnymi mocami przerobowymi. Te wolne moce przerobowe przedsiębiorstwo chce wykorzystać do produkcji części i półproduktów w MTS. Firma posiada pewien znany i określony zbiór części (np. części szybko zużywane do produkcji, podzespoły wspólne dla różnych wyrobów gotowych, części eksploatacyjne i szybko zużywające się), które chce produkować w modelu na magazyn. Produkcja części MTS odbywać się będzie przy wykorzystaniu tego samego parku maszyn (zasobów produkcyjnych) oraz w tym samym horyzoncie czasowym (dostępny w systemie produkcyjnym czas nie ulega wydłużeniu). Przedsiębiorstwo musi podjąć decyzję, które elementy ze zbioru części umieścić w harmonogramie nominalnym (tak aby ich wytworzenie było możliwe i nie wydłużyło horyzontu planowania). Ponieważ część produkcji realizowanej w modelu MTO ma pierwszeństwo nad częścią produkcji realizowanej w modelu MTS, terminy zadań zaplanowanych dla produkcji MTO są nienaruszalne.

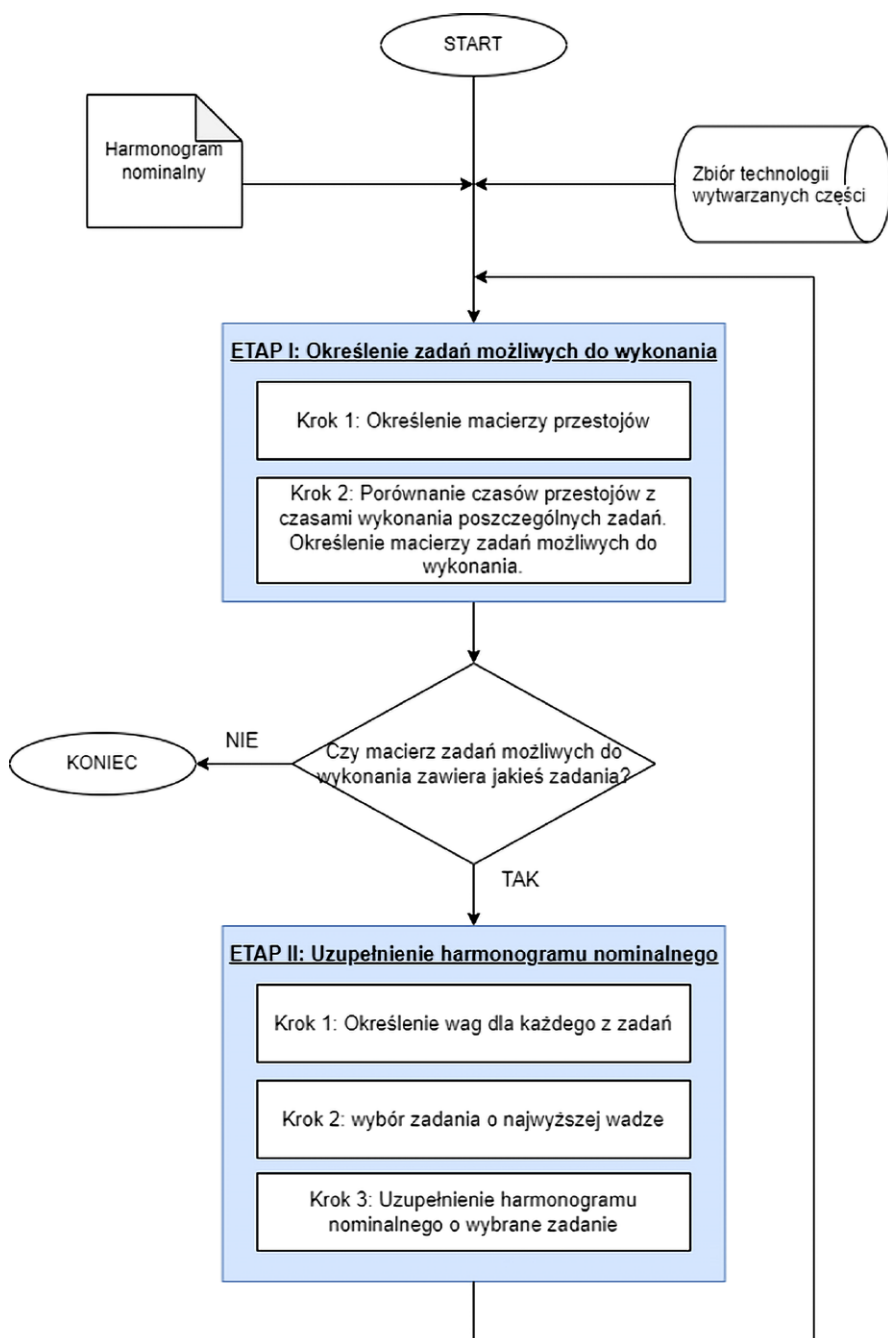
Po uzupełnieniu harmonogramu nominalnego o część produkcji MTS powstaje **harmonogram uzupełniony**.

Końcowym efektem działania algorytmu jest uszeregowanie zadań dla części produkcji MTO (wynikającej z bezpośrednich zamówień klientów) oraz części produkcji MTS (wynikających z wolnych mocy produkcyjnych oraz przyjętej strategii uzupełniania wolnych mocy produkcyjnych) w ramach jednego systemu wytwórczego (określonego zbioru maszyn) w przyjętym horyzoncie czasowym planowania.

Celem algorytmu (przy uwzględnieniu przyjętego harmonogramu nominalnego – znanego, określonego i wynikającego z części produkcji MTO oraz bazy części produkowanych w modelu MTS) jest określenie:

1. które zadania (półfabrykaty, elementy maszyn) z części produkcji MTS są w ogóle możliwe do wykonania w ramach przyjętego **harmonogramu nominalnego** (etap I działania algorytmu),
2. które z zadań możliwych do wykonania powinny być dodane do harmonogramu oraz umieszczanie wybranego zadania w harmonogramie nominalnym – utworzenie harmonogramu uzupełnionego (etap II działania algorytmu).

Ogólny schemat działania algorytmu przedstawia rycina 11.



Rycina 11. Ogólny schemat działania algorytmu szeregowania zadań produkcji hybrydowej, opracowanie własne

3.3. Dane wejściowe do algorytmu

Danymi wejściowymi do algorytmu szeregowania zadań są **harmonogram nominalny** oraz **zbiór zadań MTS**. Harmonogram nominalny to harmonogram przygotowany dla części produkcji realizowanej w MTS. Harmonogram ten zapisany w formie macierzowej składa się z następujących zbiorów danych:

- zbiór M (ang. *machines*) będący zbiorem m maszyn wchodzących w skład systemu produkcyjnego,
- zbiór J (ang. *jobs*), zawierający n zadań (prac) do wykonania,
- macierz OS (ang. *Operation Set*) zawierającą informację, czy dane zadanie J wymaga przejścia (wykonywania czynności) na poszczególnych maszynach ze zbioru M . Elementy macierzy przyjmują wartości 1 lub 0. Wartość 1 oznacza to, że dana operacja zadania J wymaga wykonania operacji na maszynie M . Wartość 0 oznacza to, że dana operacja zadania J nie wymaga wykonania operacji na maszynie M . Definicja macierzy OS wyraża się wzorem (24):

$$OS = \begin{matrix} & M_1 & M_2 & \dots & M_m \\ \begin{matrix} J_1 \\ J_2 \\ \dots \\ J_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} o_{11} & o_{12} & \dots & o_{1m} \\ o_{21} & o_{22} & \dots & o_{2m} \\ \dots & \dots & o_{ij} & \dots \\ o_{n1} & o_{n2} & \dots & o_{nm} \end{bmatrix} \end{matrix}, \quad (24)$$

$$OS = [o_{ij}],$$

gdzie:

o_{ij} – liczba określająca konieczność wykonania na danej maszynie operacji j zadania i przyjmująca wartości:

$$o_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{gdy operacja nie jest wykonywana} \\ & \text{na maszynie } m \\ 1, & \text{gdy operacja jest wykonywana} \\ & \text{na maszynie } m \end{cases}$$

- macierz MO (ang. *Machine Order*) zawierająca informacje dotyczące kolejności wykonywania czynności w ramach określonego zadania ze zbioru J na poszczególnych maszynach M ,

- macierz *PT* (ang. *Processing Times*) zawierająca informacje dotyczące czasów poszczególnych operacji technologicznych,
- macierz *CT* (ang. *Completion Times*) zawierająca informacje dotyczące czasów zakończenia poszczególnych operacji technologicznych.

Macierze *MO*, *PT*, *CT*, jak również zbiór *M* oraz *J*, zostały opisane i wyjaśnione w rozdziale 2.2. Modelowanie matematyczne harmonogramów produkcji.

Drugim zbiorem danych niezbędnych do zainicjowania działania algorytmu jest **zbiór zadań MTS**. Są to zadania opisujące produkcję wszystkich komponentów maszyn i podzespołów, jakie przedsiębiorstwo może i chce produkować w modelu na magazyn. Zbiór zadań MTS jest opisany przez dwie grupy parametrów. Pierwsza z nich zawiera informację o marszrutach technologicznych i czasach wykonania poszczególnych zadań ze zbioru zadań MTS, tj.:

- macierz *Operation Set* (*OS*) – o parametrach analogicznych jak macierz *OS* harmonogramu nominalnego,
- macierz *Machine Order* (*MO*) – o parametrach analogicznych jak macierz *MO* harmonogramu nominalnego,
- macierz *Processing Times* (*PT*) – o parametrach analogicznych jak macierz *PT* harmonogramu nominalnego.

Druga grupa parametrów służyć będzie do określenia, które z zadań powinny być umieszczone w harmonogramie nominalnym w wybranej iteracji działania algorytmu (procedura określenia macierzy wag). Parametry te przedstawione są w postaci:

- macierzy dostępności materiałów F_{mat} zawierającej informacje, na ile sztuk danego zadania *J* przedsiębiorstwo produkcyjne dysponuje zapasem materiałowym w magazynie:

$$F_{mat} = \begin{bmatrix} f_{mat\ 1} \\ f_{mat\ 2} \\ \dots \\ f_{mat\ n} \end{bmatrix},$$

$$F_{mat} = [f_{mat\ i}], \quad (25)$$

gdzie:

$f_{mat\ i}$ – liczba określająca, na ile sztuk zadania i firma dysponuje zapasem materiałowym, przyjmująca jako wartości liczby naturalne,

- macierzy **Zamrożonego Kapitału** F_{zk} zawierającej informacje, jaki jest koszt zamrożonego kapitału w przypadku wyprodukowania danego podzespołu (w ramach zadania J) i przeznaczenia go na magazyn:

$$F_{zk} = \begin{bmatrix} f_{zk\ 1} \\ f_{zk\ 2} \\ \dots \\ f_{zk\ n} \end{bmatrix},$$

$$F_{zk} = [f_{zk\ i}], \quad (26)$$

gdzie:

$f_{zk\ i}$ – liczba określająca wartość zamrożonego kapitału dla zadania J ,

- macierzy **Kosztów Magazynowania** F_{km} zawierającej informacje, jaki jest koszt magazynowania wyrobu realizowanego w ramach zadania J :

$$IZ_{MTS} = \begin{bmatrix} iz_{mts\ 1} \\ iz_{mts\ 2} \\ \dots \\ iz_{mts\ n} \end{bmatrix},$$

$$F_{km} = [f_{km\ i}], \quad (27)$$

gdzie:

$f_{km\ i}$ – liczba określająca wartość kosztu magazynowania dla zadania J ,

- macierzy Ilości Zadań MTS już dodanych do harmonogramu IZ_{MTS} , zawierającej informacje, ile sztuk części ze zbioru MTS zostało już dodanych do harmonogramu (zarówno w wyniku działania algorytmu szeregowania zadań produkcji hybrydowej, jak również części MTS, które były umieszczone w harmonogramie nominalnym przed zadziałaniem algorytmu):

$$IZ_{MTS} = \begin{bmatrix} iz_{mts\ 1} \\ iz_{mts\ 2} \\ \dots \\ iz_{mts\ n} \end{bmatrix},$$

$$IZ_{MTS} = [iz_{mts\ i}], \quad (28)$$

gdzie:

$iz_{mts\ i}$ – liczba określająca, ile sztuk części dla zadania J zostało już dodanych do harmonogramu.

- danych historycznych zawierających informacje o sprzedaży części ze **zbioru zadań MTS** w poprzednich okresach planistycznych. Informacje te są wykorzystywane w ramach algorytmu obliczania wag (patrz rozdział 5.5.1).
- współczynników wzmocnienia w_1, w_2, w_3, w_4 . Współczynniki te są definiowane indywidualnie przez przedsiębiorstwo i wynikają z istniejących uwarunkowań organizacyjno-ekonomicznych. Współczynniki te są wykorzystywane w ramach algorytmu obliczania wag (patrz rozdział 5.5.1).

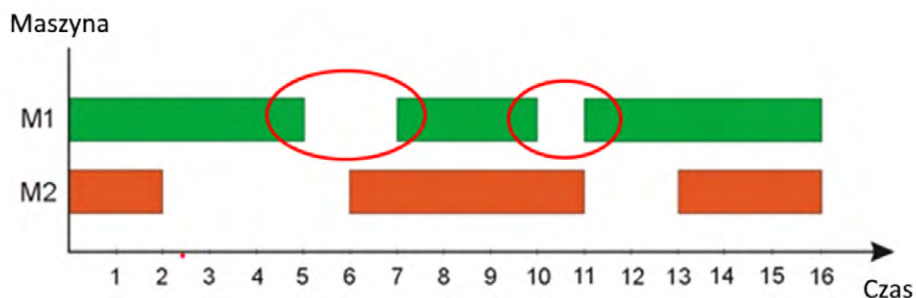
Harmonogram nominalny nie wykorzystuje całkowitego potencjału produkcyjnego przedsiębiorstwa (współczynnik *Line Efficiency* $LE < 100\%$) i można do niego dodać wybrane zadania ze zbioru zadań MTS.

3.4. Etap pierwszy – określenie zadań możliwych do wykonania

Pierwszym etapem algorytmu jest określenie (po zaczytaniu danych wejściowych), które z zadań ze **zbioru zadań MTS** są w ogóle możliwe do wykonania (określenie zbioru **zadań możliwych do wykonania**). Poprzez zadanie możliwe do wykonania należy rozumieć zadanie, które można umieścić (dodać) do już istniejącego **harmonogramu nominalnego**. Aby możliwe było wskazanie, które zadania są **możliwe do wykonania** należy zweryfikować dwa parametry:

3.4.1. Określenie macierzy przestojów

Pierwszym zadaniem jest określenie, czy w istniejącym **harmonogramie nominalnym** istnieją wolne moce przerobowe. Jako wolne moce przerobowe należy rozumieć czas przestoju maszyny M między zakończeniem jednej operacji a rozpoczęciem następnej. Na rycinie 12 przedstawiono istotę niniejszego zagadnienia. W tym konkretnym przypadku maszyna $M1$ ma wolne moce przerobowe między 5 a 7 godziną oraz między 10 a 11 godziną. Czas kiedy maszyna $M1$ nie pracuje (tzw. czas przestoju) stanowi z punktu widzenia przedsiębiorstwa stratę. Gdyby udało się wyeliminować wszystkie czasy przestojów, wówczas współczynnik efektywności LE danego systemu wytwórczego wyniósłby 100%. Dlatego też algorytm będzie dążył do eliminacji wszystkich czasów przestojów poprzez uzupełnienie ich zadaniami ze zbioru zadań MTS.



Rycina 12. Ilustracja zjawiska przestoju na maszynie produkcyjnej $M1$, opracowanie własne

Na tym etapie działania algorytm określa macierz przestojów MP , wykorzystując zależności (24)–(26). Jest to macierz, która dla każdej maszyny M określa wszystkie czasy przestojów, jakie ona ma – czas rozpoczęcia przestoju, czas trwania przestoju (czas przestoju) i czas zakończenia przestoju. W tym celu algorytm pobiera dane z harmonogramu nominalnego dotyczące czasów trwania operacji (macierz *Processing Times* PT), czasów zakończenia zadań (macierz *Completion Times* CT), macierz *Operation Set* OS oraz macierz *Machine Order* MO . Obliczany jest czas rozpoczęcia każdej operacji na danej maszynie. Następnie algorytm dla każdego zadania sprawdza jego relację z poprzednim zadaniem – czy przed rozpatrywaną operacją występuje operacja poprzedzająca

i jej czas zakończenia nie jest równy czasowi rozpoczęcia rozpatrywanej operacji. Jeśli taka operacja występuje przed rozpatrywanym zadaniem, na maszynie było wykonywane inne zadanie, oznacza to, że między tymi zadaniami występuje **czas przestoju**. Czas przestoju obliczany jest jako różnica między czasem rozpoczęcia rozpatrywanego zadania a czasem zakończenia zadania poprzedzającego. W konsekwencji **macierz przestojów** przyjmuje postać przedstawioną w postaci zależności (29) i (30).

$$MP = \begin{matrix} & m & T_s & T_t & T_k \\ \begin{matrix} M_{11} \\ M_{12} \\ \dots \\ M_{1p} \\ M_{21} \\ M_{22} \\ \dots \\ M_{2r} \\ \dots \\ M_{mq} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & ts_{11} & tt_{11} & tk_{11} \\ 1 & ts_{12} & tt_{12} & tk_{12} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & ts_{1p} & tt_{1p} & tk_{1p} \\ 2 & ts_{21} & tt_{21} & tk_{21} \\ 2 & ts_{22} & tt_{22} & tk_{22} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2 & ts_{2r} & tt_{2r} & tk_{2r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m & ts_{mq} & tt_{mq} & tk_{mq} \end{bmatrix} \end{matrix}, \quad (29)$$

$$MP = [m \ ts_{mq} \ tt_{mq} \ tk_{mq}], \quad (30)$$

gdzie:

- m – numer maszyny, na której dochodzi do przestoju,
- ts_{mq} – liczba określająca czas rozpoczęcia przestoju q na danej maszynie m (UWAGA: dla różnych maszyn liczba przestojów może być różna),
- tt_{mq} – liczba określająca czas trwania przestoju q na danej maszynie m (UWAGA: dla różnych maszyn liczba przestojów może być różna),
- tk_{mq} – liczba określająca czas zakończenia przestoju q na danej maszynie m (UWAGA: dla różnych maszyn liczba przestojów może być różna),

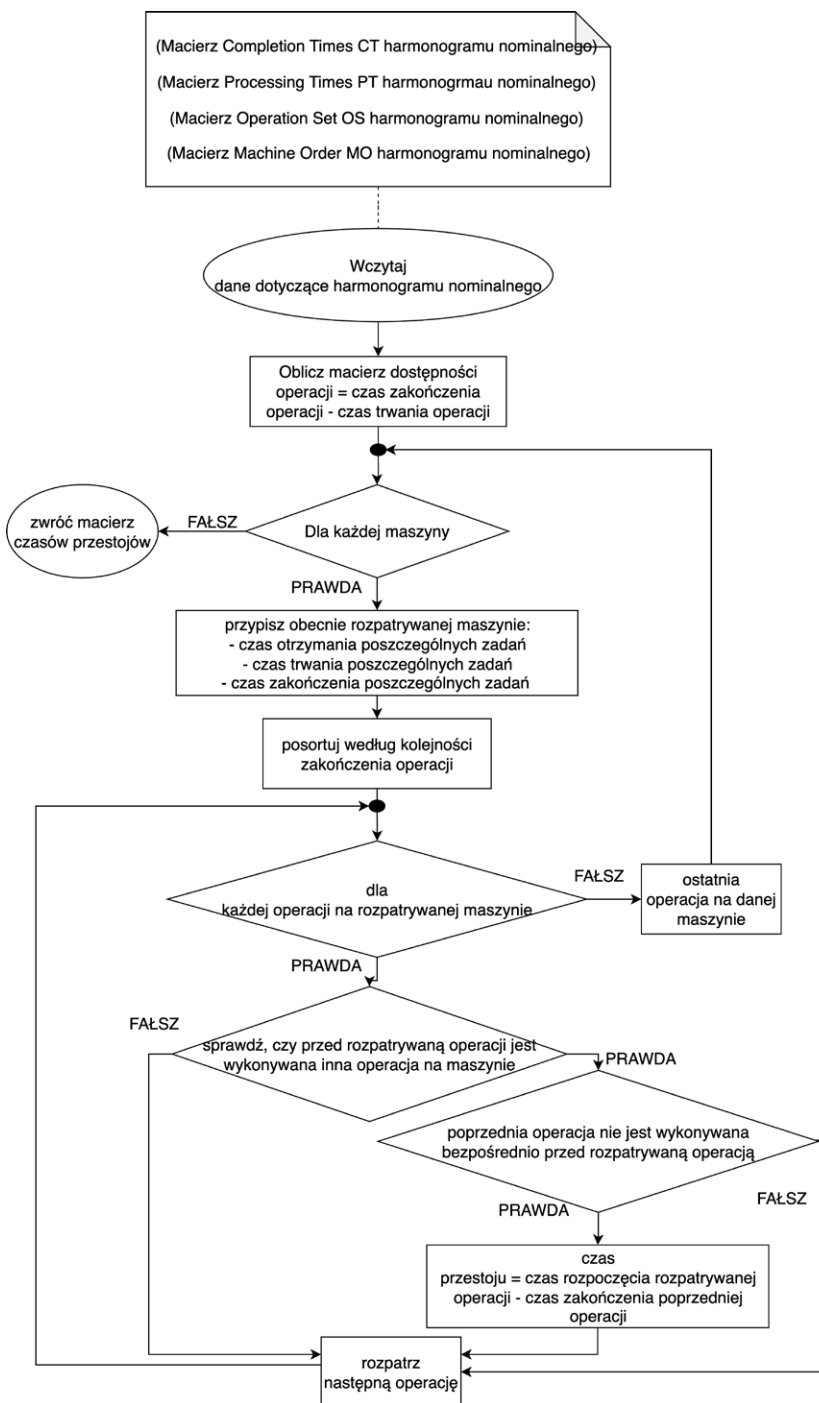
przy czym zachodzi zależność:

$$ts_{mq} + tt_{mq} = tk_{mq}. \quad (31)$$

Na rycinie 13 została zaprezentowana uproszczona procedura określania **macierzy przestojów** MP w postaci diagramu przepływu (ang. *flowchart*).

Poniżej zamieszczony został również pseudokod uproszczonej procedury (rycina 14). Kompletna procedura (jako kod z programu MATLAB [152]) znajduje się w załączniku 1. Wszystkie grafy i pseudokody zostały przygotowane z wykorzystaniem narzędzia code2flow [153]. W pełnej wersji procedury (nie prezentowanej w uproszczonym pseudokodzie ani w uproszczonym grafie) algorytm obsługuje takie kwestie, jak:

- Określenie, czy występują czasy przestojów, jeśli jakieś zadanie jest pierwsze na danej maszynie, ale nie zaczyna się w chwili czasu $t = 0$.
- Określenie, czy występują czasy przestojów, jeśli jakieś zadanie jest ostatnie na danej maszynie, ale nie kończy się w chwili czasu $t = tmax$.



Rycina 13. Uproszczona procedura określania macierzy przestojów, opracowanie własne

```

1.  // (Macierz Completion Times CT harmonogramu nominalnego)
2.  // (Macierz Processing Times PT harmonogramu nominalnego)
3.  // (Macierz Operation Set OS harmonogramu nominalnego)
4.  // (Macierz Machine Order MO harmonogramu nominalnego);
5.  Wczytaj dane dotyczące harmonogramu nominalnego;
6.
7.  Oblicz macierz dostępności operacji =
8.  czas zakończenia operacji - czas trwania operacji;
9.  While (dla każdej maszyny)
10. {
11.   przypisz obecnie rozpatrywanej maszynie:
12.   - czas otrzymania poszczególnych zadań
13.   - czas trwania poszczególnych zadań
14.   - czas zakończenia poszczególnych zadań;
15.   - czas postoju według kolejności zakończenia operacji;
16.   While (dla każdej operacji na rozpatrywanej maszynie)
17.   {
18.    if (sprawdź, czy przed rozpatrywaną operacją
19.     jest wykonywana inna operacja na maszynie)
20.
21.    {
22.     if (poprzednia operacja nie jest wykonywana
23.      bezpośrednio przed rozpatrywaną operacją)
24.      {
25.       czas przestoju = czas rozpoczęcia rozpatrywanej operacji -
26.       czas zakończenia poprzedniej operacji
27.      }
28.    }
29.    ; rozpatrz następną operację
30.   };
31.   ostatnia operacja na danej maszynie -
32.   rozpatrz następną maszynę
33. }; Return (zwróć macierz czasów przestojów)
34. ;

```

Rycina 14. Uproszczona procedura określania **macierzy przestojów** w postaci pseudokodu, opracowanie własne

Macierz przestojów dla zaprezentowanego harmonogramu nominalnego (rycina 12) przyjmuje postać przedstawioną na rycinie 15.

$$MP = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 10 & 1 & 11 \\ 2 & 4 & 6 \\ 11 & 2 & 13 \end{bmatrix}$$

Rycina 15. Macierz przestojów dla prezentowanego harmonogramu nominalnego, opracowanie własne

Po określeniu macierzy przestojów możliwe jest przejście do kolejnego etapu algorytmu.

3.4.2. Porównanie macierzy przestojów z czasami wykonywania poszczególnych zadań MTS

Macierz przestojów pozwala na określenie, na których maszynach i w których momentach czasu występują jakieś czasy przestojów (tj. „okienka czasowe”, które można uzupełnić zadaniami ze zbioru zadań MTS). W celu zilustrowania zasady działania algorytmu przyjęto (dla zaprezentowanego harmonogramu nominalnego z ryciny 12), że zbiór zadań MTS składa się z 5 elementów (części). Na rycinie 16 przedstawiono macierz *MO* i *PT* dla przykładowego **zbioru zadań MTS**.

$$MO = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$PT = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Rycina 16. Macierze *MO* i *PT* dla przykładowego zbioru zadań MTS, opracowanie własne

Po określeniu macierzy przestojów kolejnym krokiem działania algorytmu jest porównanie czasów przestojów z zadaniami MTS, tak aby określić, które z części i półproduktów, jakie przedsiębiorstwo produkuje w modelu MTS, można potencjalnie dodać do harmonogramu nominalnego. W tym celu konieczne jest:

- sprawdzenie (dla każdej kombinacji operacja-maszyna ze zbioru zadań MTS), czy czas wykonywania danej operacji na maszynie M jest mniejszy lub równy czasom przestojów występujących na maszynie M . Efektem tego sprawdzenia jest **macierz dostępności czasów** DC (jest to macierz logiczna). Macierz opisana jest wzorami (32) i (33).

$$DC = \begin{bmatrix} dc_1 \\ dc_2 \\ \dots \\ dc_n \end{bmatrix}, \quad (32)$$

$$DC = [dc_i], \quad (33)$$

gdzie:

dc_i – liczba określająca dla danego zadania i , czy czasy zadań do wykonania są mniejsze lub równe czasom przestojów. Liczba dc_i przyjmująca wartości:

0, gdy czasy zadań do wykonania są większe od czasów przestojów,
1, gdy czasy zadań do wykonania są mniejsze lub równe czasom przestojów,

- sprawdzenie marszruty technologicznej danego zadania MTS (sprawdzenie, czy kolejność wykonywania operacji danego zadania MTS jest zgodna z wielkością kolejnych czasów przestojów na maszynach). Efektem tego sprawdzenia jest **macierz zgodności kolejności** ZG (macierz określa, czy kolejność wykonywania zadań jest zgodna z kolejnością przestojów na poszczególnych maszynach i czasem tych przestojów; jest to macierz logiczna). Macierz opisana jest wzorami (34) i (35).

$$ZG = \begin{bmatrix} zg_1 \\ zg_2 \\ \dots \\ zg_n \end{bmatrix}, \quad (34)$$

$$ZG = [zg_i], \quad (35)$$

gdzie:

zg_i – liczba określająca dla danego zadania i , czy kolejność wykonywania zadań jest zgodna z kolejnością przestojów na poszczególnych maszynach i czasem tych przestojów. Liczba zg_i przyjmuje wartości:

- 0, gdy nie zachodzi zgodność,
- 1, gdy zachodzi zgodność.

Aby zilustrować opisaną powyżej procedurę, przyjmijmy, iż maszyna $M1$ ma pierwszy czas przestoju równy 2 godz., maszyna $M2$ ma pierwszy czas przestoju równy 4 godz.. Realizacja zadania $J1_MTS$ wymaga 2 jednostek czasu na maszynie $M1$ i 4 jednostek czasu na maszynie $M2$ (patrz rycina 17, przykładowa macierz DC zbioru zadań MTS). Spełnia to warunek pierwszy – czasy wykonywania operacji z zadania $J1_MTS$ są mniejsze lub równe czasom przestojów, jakie są dostępne na maszynach $M1$ i $M2$. Macierz dostępności czasów DC dla prezentowanego przykładu znajduje się na rycinie 17.

$$DC = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rycina 17. Macierz DC dla przykładowego zbioru zadań MTS , opracowanie własne

W analizowanym przykładzie nie jest natomiast spełniony drugi warunek. Zgodnie z macierzą *Machine Order* [patrz warunek (28)] dla zadania $J1_MTS$ pierwsza operacja tego zadania powinna być wykonana na maszynie $M2$, natomiast druga operacja na maszynie $M1$. Nie jest możliwe umieszczenie

zadania $J1_MTS$ w harmonogramie nominalnym – umieszczenie pierwszej operacji wypełni czas pierwszego przestoju na maszynie $M2$. Natomiast nie będzie możliwe umieszczenie drugiej operacji na maszynie $M1$, ponieważ czasy przestojów obu maszyn nachodzą na siebie (patrz rycina 18), a zadania są niepodzielne. Rycina 19 przedstawia macierz zgodności kolejności ZG dla prezentowanego przykładu.



Rycina 18. Określenie macierzy zgodności kolejności, opracowanie własne

$$ZG = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rycina 19. Macierz ZG dla przykładowego zbioru zadań MTS , opracowanie własne

Bazując na informacjach o dostępności czasów (macierz DC) i zgodności kolejności (macierz ZG), algorytm wyznacza **zbiór zadań możliwych do wykonania** ZM jako iloczyn tych zbiorów [patrz równania (36) do (37)].

$$ZM = \begin{bmatrix} zm_1 \\ zm_2 \\ \dots \\ zm_n \end{bmatrix}, \quad (36)$$

$$ZM = [zm_i], \quad (37)$$

gdzie:

- zm_i – liczba określająca dla danego zadania i czy zadanie jest możliwe do wykonania, gdzie liczba zm_i przyjmuje wartości:
- 0, gdy zadanie nie jest możliwe do wykonania,
 - 1, gdy zadanie jest możliwe do wykonania.

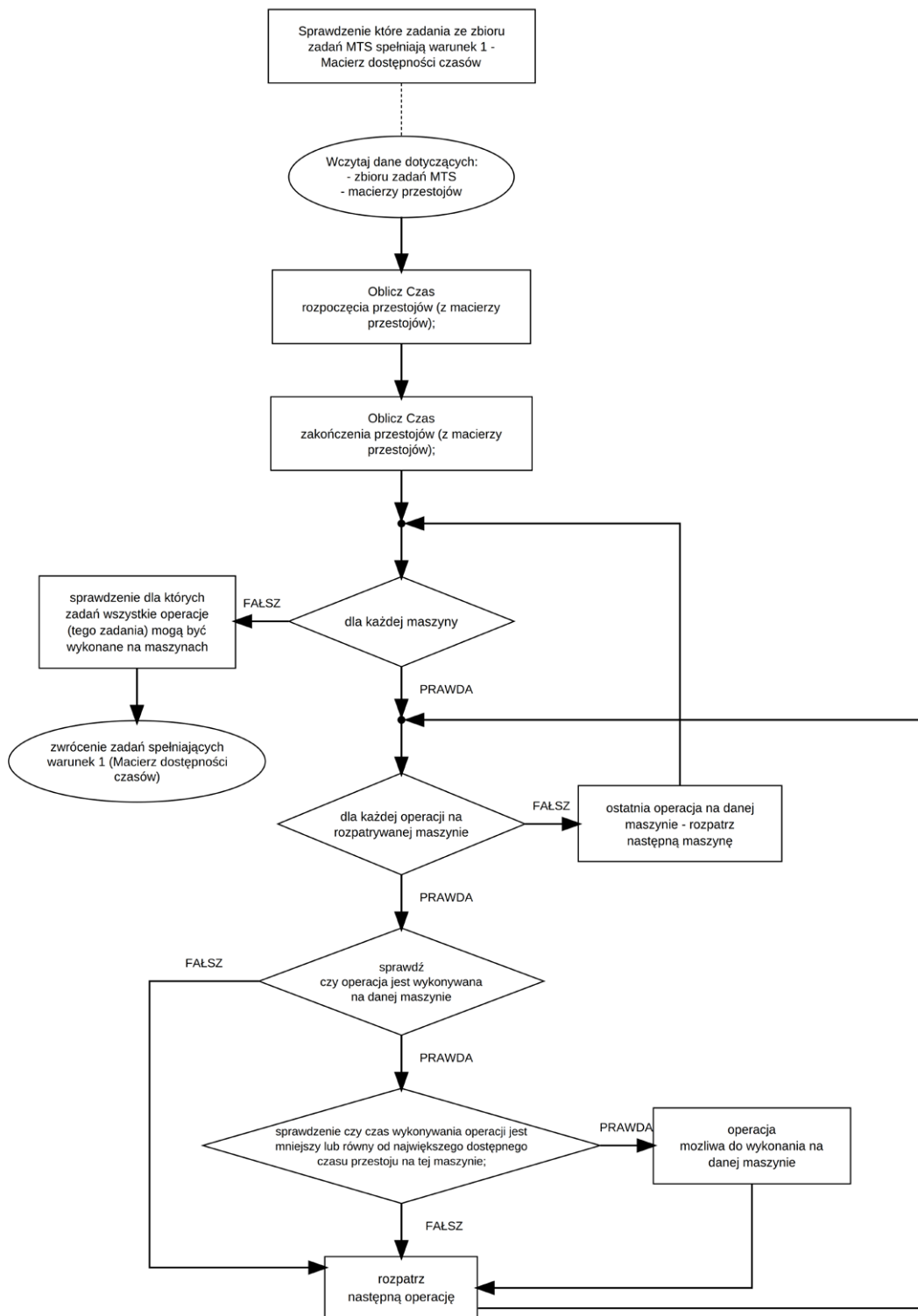
$$ZM = DC \wedge ZM. \quad (38)$$

Dla analizowanego przykładu **macierz zadań możliwych do wykonania** ZM zaprezentowano na rycinie 20.

$$ZM = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rycina 20. Macierz ZM dla przykładowego zbioru zadań MTS, opracowanie własne

Graf (rycina 21) oraz pseudokod (rycina 22) przedstawiają część algorytmu odpowiedzialną za sprawdzenie pierwszego warunku (czy czas operacji analizowanego zadania jest mniejszy lub równy czasowi przestoju na rozpatrywanej maszynie).



Rycina 21. Uproszczona procedura określania macierzy dostępności czasów DC, opracowanie własne

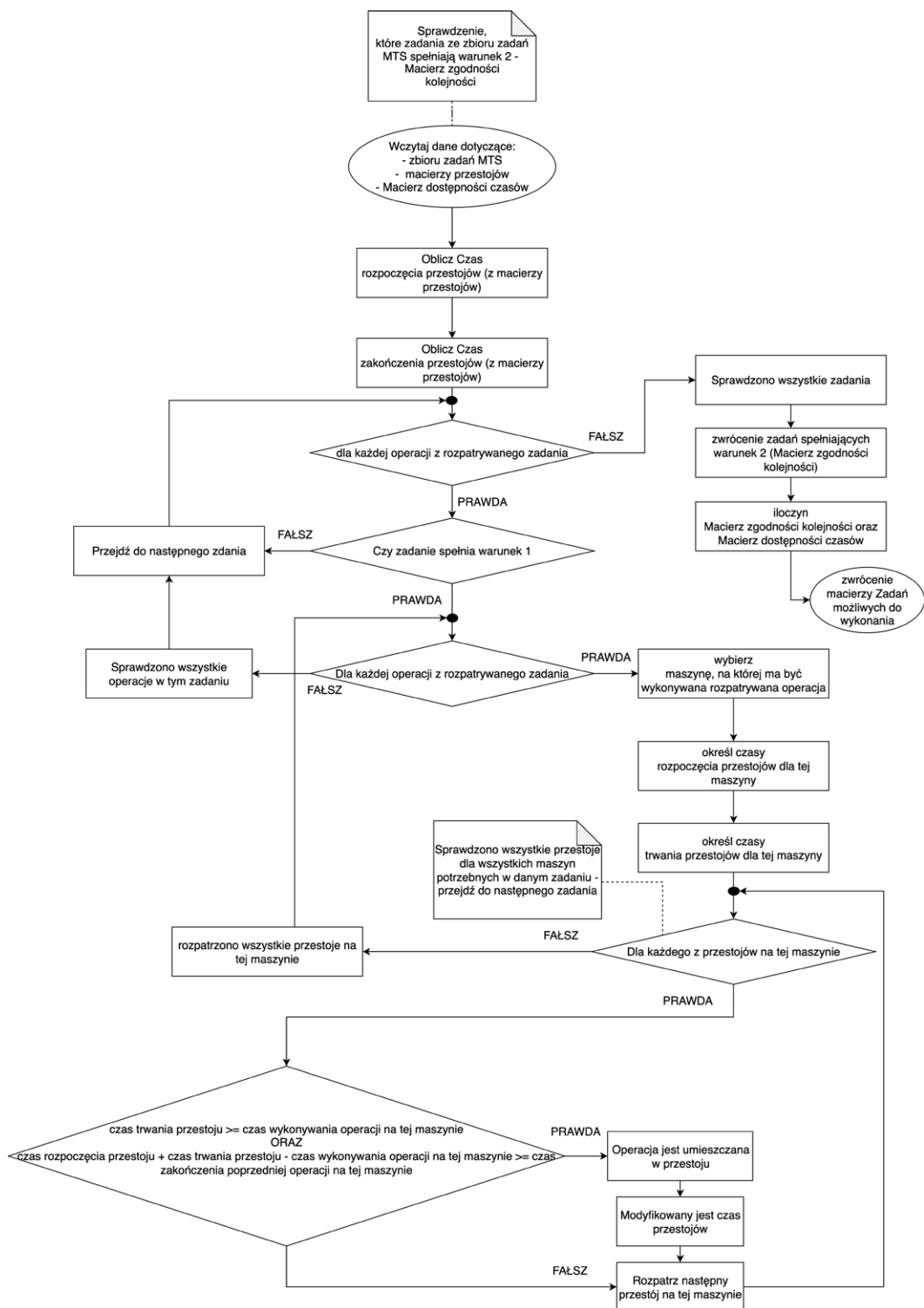
```

1.  // Sprawdzenie, które zadania ze zbioru zadań MTS spełniają warunek
    1 – Macierz dostępności czasów
2.  Wczytaj dane dotyczące:
3.  - zbioru zadań MTS
4.  - macierzy przestojów;
5.
6.  Oblicz Czas rozpoczęcia przestojów (z macierzy przestojów);
7.  Oblicz Czas zakończenia przestojów (z macierzy przestojów);
8.  while (dla każdej maszyny)
9.  {
10.
11.
12.     While (dla każdej operacji na rozpatrywanej maszynie)
13.     {
14.        If (sprawdź, czy operacja jest wykonywana na danej maszynie)
15.
16.        {
17.           If (sprawdzenie, czy czas wykonywania operacji jest
18.              mniejszy lub równy największemu
19.              dostępnemu czasowi przestoju na tej maszynie)
20.              {
21.                 operacja możliwa do wykonania na danej maszynie;
22.              }
23.
24.        }
25.        ;rozpatrz następną operację
26.        };
27.        ostatnia operacja na danej maszynie –
28.        rozpatrz następną maszynę
29.    }
30.    ; sprawdzenie, dla których zadań wszystkie operacje
31.    (tego zadania) mogą być wykonane na maszynach
32.    ; Return [zwrócenie zadań spełniających warunek 1
33.    (Macierz dostępności czasów )]

```

Rycina 22. Uproszczona procedura określania macierzy dostępności czasów w postaci pseudokodu, opracowanie własne

Graf (rycina 23) oraz pseudokod (rycina 24) przedstawiają część algorytmu odpowiedzialną za sprawdzenie drugiego warunku (czy kolejność wykonywania zadań jest zgodna z kolejnością przestojów na poszczególnych maszynach i czasem tych przestojów).



Rycina 23. Uproszczona procedura określania macierzy zgodności kolejności oraz macierzy zadań możliwych do wykonania, opracowanie własne

```

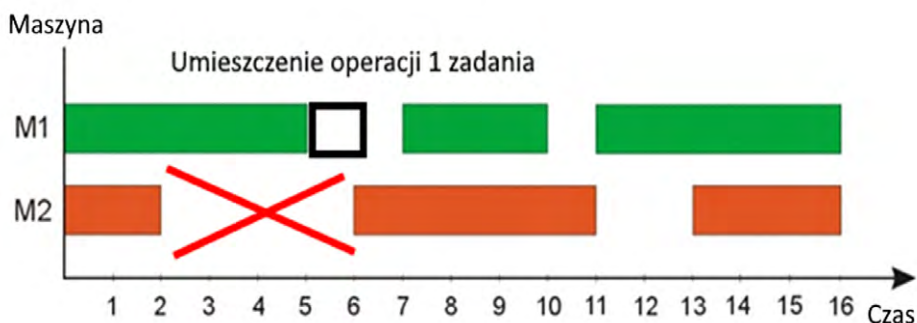
1. // Sprawdzenie, które zadania ze zbioru zadań MTS spełniają warunek
   2 - Macierz zgodności kolejności
2. Wczytaj dane dotyczące:
3. -zbioru zadań MTS
4. - macierzy przestojów
5. -Macierz dostępności czasów ;
6. Oblicz Czas rozpoczęcia przestojów (z macierzy przestojów);
7. Oblicz Czas zakończenia przestojów (z macierzy przestojów);
8. while (dla każdej operacji z rozpatrywanego zadania)
9. {
10.     If (czy zadanie spełnia warunek 1)
11.     {
12.         While (dla każdej operacji z rozpatrywanego zadania)
13.         {
14.             wybierz maszynę, na której ma by wykonywana rozpatrywana operacja;
15.             określ czasy rozpoczęcia przestojów dla tej maszyny;
16.             określ czasy trwania przestojów dla tej maszyny;
17.             {
18.                 // gdy sprawdzono wszystkie przestoje dla wszystkich maszyn zadania
19.                 While (dla każdego z przestojów na tej maszynie)
20.                 {
21.                     If (czas trwania przestoju >= czas wykonywania operacji na tej
                        maszynie
22.                     ORAZ
23.                     czas rozpoczęcia przestoju + czas trwania przestoju -
24.                     czas wykonywania operacji na tej maszynie >=
25.                     czas zakończenia poprzedniej operacji na tej maszynie
26.                     )
27.                     {operacja jest umieszczana w dziurze;
28.                     modyfikowany jest czas przestojów;}
29.                     rozpatrz następny przestój na tej maszynie;
30.                     }
31.                 rozpatrzono wszystkie przestoje na tej maszynie
32.             }
33.         };
34.         sprawdzono wszystkie operacje w tym zadaniu;
35.     };
36.     przejdź do następnego zadania;
37. }
38. ; sprawdzono wszystkie zadania
39. ; zwrócenie zadań spełniających warunek 2
40. (Macierz zgodności kolejności)

```

41. ; iloczyn Macierz zgodności kolejności oraz Macierz dostępności czasów
42. ; **Return** (zwrócenie macierzy Zadań możliwych do wykonania)

Rycina 24. Uproszczona procedura określania macierzy zgodności kolejności oraz macierzy zadań możliwych do wykonania postaci pseudokodu, opracowanie własne

Pseudokod opisujący część algorytmu sprawdzającą spełnienie warunku drugiego został uproszczony względem pełnej procedury działającej w programie MATLAB. Pełna procedura zawiera obsługę pierwszej operacji z pierwszego zadania. W takim przypadku dostępne są wszystkie przestoje z harmonogramu nominalnego. Pierwszej operacji danego zadania determinuje natomiast umieszczenie, które przestoje są już niedostępne (rycina 25). Dla przykładu, umieszczenie pierwszej operacji dla maszyny *M1* między 5 a 6 godziną uniemożliwi umieszczenie operacji na maszynie *M2* między 2 a 6 godziną. Drugą operację będzie można umieścić tylko między 11 a 13 godziną na maszynie *M2*.



Rycina 25. Umieszczenie operacji danego zadania determinuje, które przestoje są już niedostępne, opracowanie własne

Pełny kod procedury (umożliwiający sprawdzenie obu warunków) znajduje się w załączniku 2.

3.5. Etap drugi – uzupełnianie harmonogramu nominalnego

Po określeniu zbioru zadań, jakie są w ogóle możliwe do umieszczenia w harmonogramie nominalnym, algorytm (w drugim etapie) pozwala podjąć decyzję o tym, jakie zadanie umieścić (dodać) do harmonogramu nominalnego. W tym celu ze zbioru zadań możliwych do wykonania należy wybrać jedno, które w bieżącej iteracji ma zostać dodane do harmonogramu. Następnie zadanie to jest umieszczane w harmonogramie nominalnym (powstaje harmonogram uzupełniony).

3.5.1. Określenie macierzy wag

Pierwszym krokiem etapu drugiego jest zdefiniowanie wag (określenie **macierz wag WG**) do każdego z zadań ze zbioru zadań możliwych do wykonania ZM. Przypisane wagi jako wartości skalarne określają, które zadanie należy w pierwszej kolejności dodać do harmonogramu nominalnego. Zadanie możliwe do wykonania, które otrzyma najwyższą wagę, zostanie umieszczone (dodane) w harmonogramie nominalnym. Jeśli kilka zadań z macierzy ZM otrzyma jednakową, najwyższą wagę, do harmonogramu zostanie dodane losowo wybrane jedno z nich.

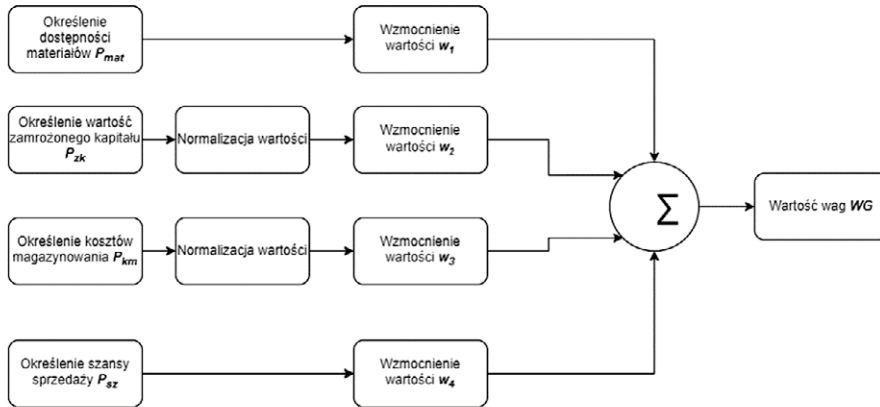
W ramach prac nad algorytmem opracowany został mechanizm obliczenia wag uwzględniający cele przedsiębiorstw wytwórczych o charakterze organizacyjno-ekonomicznym (rycina 26), tj.:

1. koszt magazynowania,
2. prawdopodobieństwo sprzedaży,
3. wartość zamrożonego kapitału,
4. dostępność materiałów.

W celu obliczenia wag dla poszczególnych zadań należy wykonać następujące czynności:

- Określić dostępność materiałów do wyprodukowania danego elementu ze zbioru ZM (**parametr dostępności materiałów P_{mat}**). Do tego celu wykorzystywane są formuły (39) i (40) – jest to krok o charakterze binarnym. Jeśli przedsiębiorstwo dysponuje materiałami niezbędnymi do wytworzenia danej części, wówczas algorytm przypisuje parametrowi P_{mat}

wartość 1. W przeciwnym wypadku (przedsiębiorstwo nie ma na stanie w swoim magazynie materiałów potrzebnych do wyprodukowania danej części i musi je zakupić) waga dla tego zadania jest przypisywana jako 0.



Rycina 26. Procedura obliczania macierzy wag, opracowanie własne

$$P_{mat} = F_{mat} - IZ_{MTS} \quad (39)$$

$$P_{mat} = [p_{mat} i], \quad (40)$$

gdzie:

p_{mat} – wartość parametru określająca, czy przedsiębiorstwo dysponuje materiałem niezbędnym do wyprodukowania zadania i , przyjmująca wartości:

$$p_{mat} = \begin{cases} 0, & \text{gdy } f_{mat,i} - iz_{mts,i} \leq 0 \\ 1, & \text{gdy } f_{mat,i} - iz_{mts,i} > 0 \end{cases},$$

- Określić wartość zamrożonego kapitału (**parametr wartości zamrożonego kapitału** P_{zk}). Do tego celu wykorzystywane są formuły (41) i (42) – w kroku tym określone jest, jaki kapitał ulegnie zamrożeniu, jeśli dodamy to zadanie do harmonogramu.

$$P_{zk} = F_{zk} \cdot ZM, \quad (41)$$

$$P_{zk} = [p_{zk} i] \quad (42)$$

gdzie:

p_{zk} – wartość parametru określająca wielkość środków ulegających zamrożeniu w przypadku wyprodukowania zadania i .

- Określenie kosztów magazynowania (**parametr wartości kosztów magazynowania** P_{km}). Do tego celu wykorzystywane są formuły (43) i (44) – w kroku tym określane jest, jaki będzie koszt magazynowania, jeśli wyprodukujemy daną część.

$$P_{km} = F_{km} \cdot ZM, \quad (43)$$

$$P_{km} = [p_{km} i], \quad (44)$$

gdzie:

p_{km} – wartość parametru określająca wartość kosztów magazynowania dla zadania i

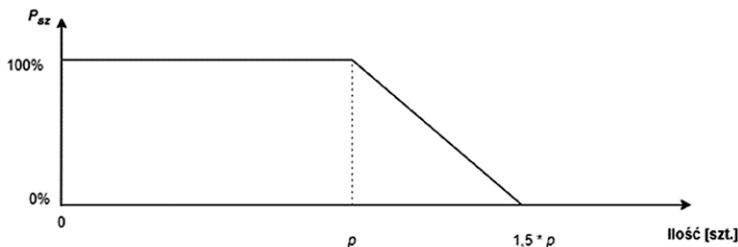
- Określenie wartości prawdopodobieństwa sprzedaży danego elementu (**parametr szansy sprzedaży** P_{sz}) – w tym kroku określa się, jak duże jest prawdopodobieństwo, że po wyprodukowaniu danej części zostanie ona sprzedana w ciągu następnego okresu planistycznego. Sposób wyznaczenia parametru szansy sprzedaży zostanie szczegółowo opisany w dalszej części rozdziału.

Do określania dostępności materiałów (parametr P_{mat}) oraz obliczenia wartości parametrów P_{zk} i P_{km} potrzebna jest informacja o liczbie sztuk (liczbie zadań), jakie już zostały dodane do harmonogramu nominalnego (macierz IZ_{MTS}). Przykładowo, jeśli koszt zamrożonego kapitału (reprezentujący koszty robocizny, koszty amortyzacji maszyn etc.) dla danego zadania MTS (np. $J1_MTS$) wynosi 500 zł, to każda kolejna sztuka zadania $J1_MTS$ zaplanowana do produkcji będzie zwiększać wartość zamrożonego kapitału o 500 zł. Podobnie, jeśli dla zadania $J1_MTS$ zapas surowców na magazynie pozwalał na wyprodukowanie 5 sztuk tej części, to w momencie gdy do harmonogramu nominalnego zostały już dodane 3 zadania $J1_MTS$, w magazynie zostaje zapas

surowców umożliwiające wyprodukowanie już tylko 2 sztuk. W momencie gdy zadanie $J1_MTS$ zostałoby po raz szósty określone jako zadanie możliwe do wykonania, wówczas algorytm obliczania wag przypisałby temu zadaniu Parametr P_{mat} równy zero, ponieważ w magazynie nie byłoby surowców umożliwiających wyprodukowanie po raz szósty wyrobu odpowiadającego zadaniu $J1_MTS$ (surowce te należałoby zakupić).

W celu wyznaczenia parametru szansy sprzedaży P_{sz} należy wyznaczyć prognozę P sprzedaży danej części w następnym okresie planistycznym [równanie (45) i (46)].

Aby oszacować, na ile sztuk danej części ze zbioru zadań MTS będzie popyt w następnym okresie planistycznym, wykorzystano model prognostyczny uwzględniający trend i sezonowość (w literaturze model ten bywa również określany jako metoda współczynników sezonowości). Model ten jest szeroko opisany w licznych pozycjach literatury (np. [55], [61], [78], [79], [136]). Danymi wejściowymi do modelu prognozy są dane historyczne dotyczące sprzedaży dla każdej części ze zbioru zadań MTS. Algorytm, dla każdego zadania ze zbioru zadań MTS, oblicza wartość p określającą prognozowaną liczbę sztuk danej części do sprzedaży w następnym okresie planistycznym. Po określeniu prognozowanej liczby sztuk, jakie zostaną sprzedane w następnym okresie planistycznym, algorytm określał funkcję szansy sprzedaży zgodnie z ryciną 27. Dla każdej części, jaka znalazła się w zbiorze zadań możliwych do wykonania (np. zadanie $J1_MTS$), algorytm przypisuje wartość funkcji szansy sprzedaży 100%, jeśli do harmonogramu nominalnego została wcześniej dodana mniejsza liczba sztuk tej części, niż wynikało z prognozy. Jeśli zaś dla rozpatrywanego zadania dana sztuka części przekraczała wartość wynikającą z prognozy, wówczas algorytm wylicza wartość funkcji szansy sprzedaży zgodnie z równaniem prostej, dla której liczba sztuk równa półtorej wartości wynikającej z prognozy oznaczało wartość funkcji sprzedaży równą zero.



Rycina 27. Ilustracja wyznaczania funkcji szansy sprzedaży zadania ze zbioru zadań MTS w następnym okresie planistycznym, opracowanie własne

$$P = [p_i], \quad (45)$$

gdzie:

p – wartość prognozowanej liczby sztuk do sprzedaży w następnym okresie planistycznym dla zadania i ,

$$P_{sz} = [p_{sz}i], \quad (46)$$

gdzie:

p_{sz} – wartość parametru określającego szansę sprzedaży dla zadania i , przyjmująca wartości:

$$p_{sz} = \begin{cases} 100\%, & \text{gdy } iz_{mts,i} + 1 \leq p_i, \\ a \cdot iz_{mts,i} + b, & \text{gdy } iz_{mts,i} + 1 > p_i, \\ \text{przy czym } a \text{ oraz } b \text{ są współczynnikami równania prostej} \\ \text{przechodzącej przez punkty } [p_i, 100\%] \text{ oraz } [1,5 \cdot p_i, 0\%], \\ 0\%, & \text{gdy } iz_{mts,i} + 1 > 1,5 \cdot p_i \end{cases}$$

Po obliczeniu wartości parametrów P_{zk} i P_{km} realizowana jest procedura normalizacji. Koszt magazynowania i wartość zamrożonego kapitału wyrażone są w złotych, natomiast parametr szansy sprzedaży oraz dostępności materiałów określone są jako wartości z przedziału $<0,1>$. Oznacza to, że operujemy różnymi jednostkami miary. Ponadto obliczone wartości mogą mieć różne rzędy wielkości (np. wartość zamrożonego kapitału wynosi 1000 zł, koszt magazynowania 20 zł, a wartość szansy sprzedaży 75%). W ramach procedury normalizacji wartości parametrów P_{zk} i P_{km} zostały sprowadzane do przedziału $<0,1>$, gdzie wartość 1 otrzymywało zadanie o najniższym koszcie

magazynowania oraz najmniejszej wartości zamrożonego kapitału. Procedura normalizacji odbywa się według wzorów (47)–(50).

$$P_{zk\ norm} = \frac{1}{P_{zk} / \min(P_{zk})}, \quad (47)$$

$$P_{zk\ norm} = [p_{zk\ norm\ i}], \quad (48)$$

gdzie:

$p_{zk\ norm\ i}$ – wartość znormalizowana parametru określającego wielkość zamrożonego kapitału niezbędnego do wyprodukowania części i

$$P_{km\ norm} = \frac{1}{P_{km} / \min(P_{km})}, \quad (49)$$

$$P_{km\ norm} = [p_{km\ norm\ i}], \quad (50)$$

gdzie:

$p_{km\ norm\ i}$ – wartość znormalizowana parametru określającego wartość kosztów magazynowania dla zadania i .

Po przeprowadzeniu normalizacji wartości kolejnym etapem jest wzmocnienie otrzymanych wartości poprzez ich przemnożenie przez współczynniki wzmocnienia w_1, w_2, w_3, w_4 . Współczynniki wzmocnienia przypisywane są indywidualnie przez przedsiębiorstwo i wynikają z istniejących uwarunkowań organizacyjno-ekonomicznych przedsiębiorstwa. Każdy parametr składający się na ostateczną wagę WG zadania i może mieć inną wartość wzmocnienia. Określenie wartości wzmacniających do poszczególnych parametrów składających się na ostateczną wagę zadania związane jest ze strategią produkcyjną danego przedsiębiorstwa. Przykładowo, jeśli w przedsiębiorstwie kluczowym kryterium jest minimalizacja wartości zamrożonego kapitału, wówczas funkcja zamrożonego kapitału będzie miała przypisaną największą wagę (pozostałe funkcje mogą mieć nawet wagę równą zero). W innym przypadku, jeśli przedsiębiorstwo dysponuje dużymi zapasami surowców, może przypisać największą wagę parametrowi dostępności materiałów, nawet jeśli wiąże się to z większą wartością środków ulegających zamrożeniu. Ogólny wzór na określenie ostatecznej wagi dla każdego zadania ze **zbioru zadań MTS** przyjmuje więc postać formuł (51) i (52).

$$WG = w_1 \cdot P_{mat} + w_2 \cdot P_{zk} + w_3 \cdot P_{km} + w_4 \cdot P_{sz}, \quad (51)$$

$$WG = [wg \ i], \quad (52)$$

gdzie:

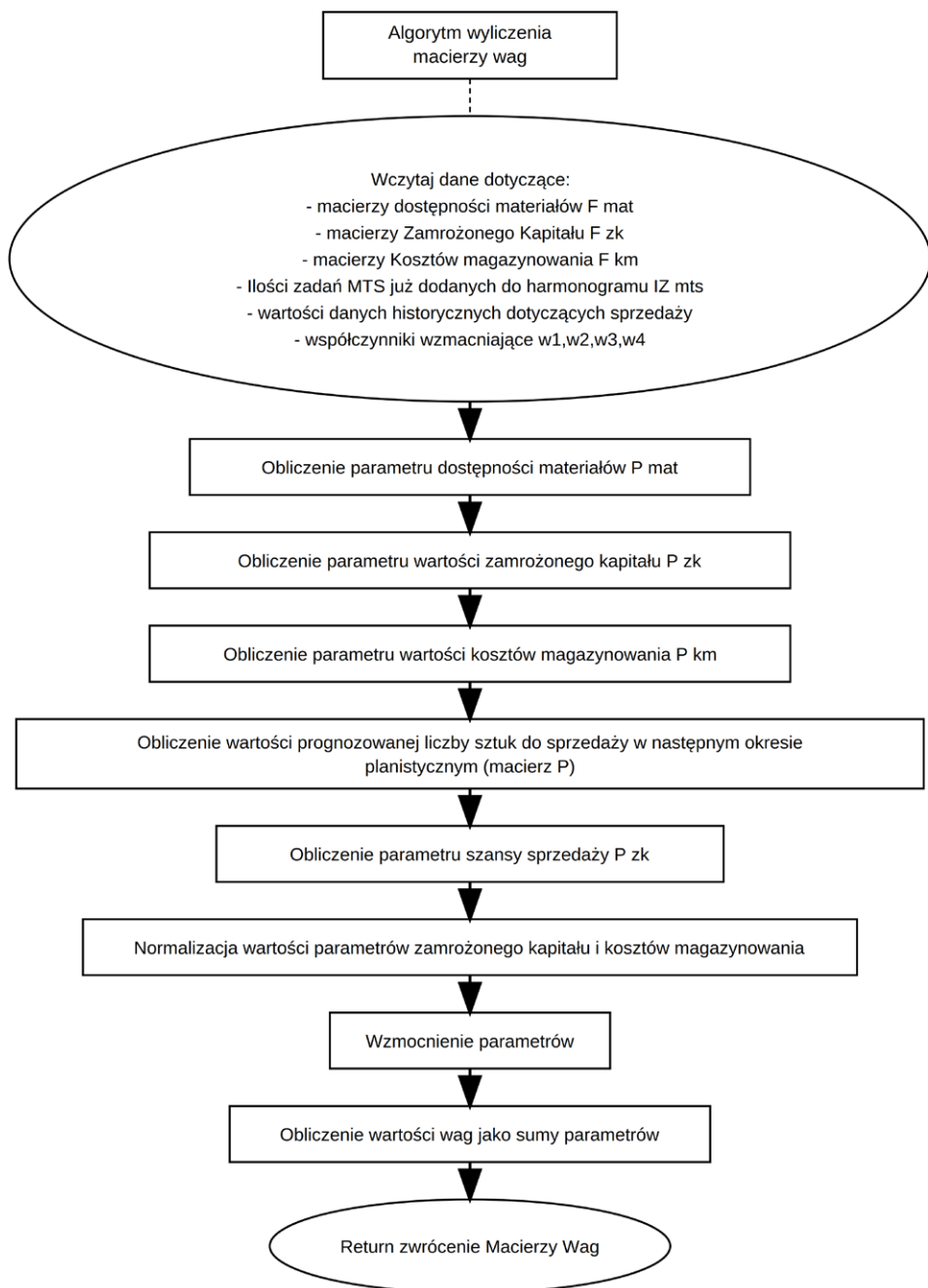
wg – wartość wagi dla zadania i .

Graf (rycina 29) oraz pseudokod (rycina 30) przedstawiają działanie algorytmu wyliczającego wagi dla każdego zadania ze zbioru zadań możliwych do wykonania. Pełny kod funkcji MATLAB znajduje się w załączniku 3.

Dla omawianego w poprzednich rozdziałach przykładu (rycina 12) **macierz wag** zaprezentowano na rycinie 28.

$$WG = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \\ 3 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Rycina 28. Macierze MO i PT dla przykładowego zbioru zadań MTS, opracowanie własne



Rycina 29. Algorytm wyliczania macierzy wag, opracowanie własne

```

1.  // Algorytm wyliczenia macierzy wag
2.  Wczytaj dane dotyczące:
3.  - Macierzy dostępności materiałów F mat
4.  - Macierzy Zamrożonego Kapitału F zk
5.  - Macierzy Kosztów magazynowania F km
6.  - Ilości zadań MTS już dodanych do harmonogramu IZ mts
7.  - danych historycznych dotyczących sprzedaży
8.  - współczynników wzmacniających w1,w2,w3,w4;
9.
10. Obliczenie parametru dostępności materiałów P mat;
11.
12. Obliczenie parametru wartości zamrożonego kapitału P zk;
13.
14. Obliczenie parametru wartości kosztów magazynowania P km;
15. Obliczenie wartości prognozowanej liczby sztuk do sprzedaży w następnym okresie planistycznym (macierz P);
16.
17. Obliczenie parametru szansy sprzedaży P sz;
18.
19. Normalizacja wartości parametrów zamrożonego kapitału i kosztów magazynowania;
20.
21. Wzmocnienie parametrów;
22.
23. Obliczenie wartości wag jako sumy parametrów;
24. Return zwrócenie Macierzy Wag

```

Rycina 30. Algorytm wyliczania macierzy wag w postaci pseudokodu, opracowanie własne

3.5.2. Wybór zadania o największej wadze i uzupełnienie harmonogramu nominalnego

Po obliczeniu macierzy wag możliwe jest podjęcie decyzji o tym, które zadanie należy dodać do harmonogramu nominalnego. Zadanie, któremu algorytm przypisał na poprzednim etapie najwyższą wagę, zostaje umieszczone w harmonogramie nominalnym, tworząc tym samym harmonogram uzupełniony.

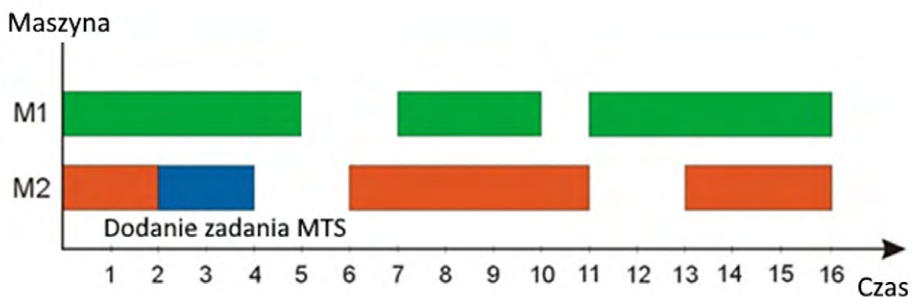
W celu wyboru zadania o największej wadze i uzupełnienia harmonogramu nominalnego niezbędne jest przetworzenie przez procedurę następujących danych:

- parametry harmonogramu nominalnego, takie jak macierz czasów operacji PT , macierz kolejności maszyn MO , macierz czasów kompletacji CT ,
- macierz wag WG (w celu określenia, które zadanie uzyskało największą wagę),
- parametry zbioru zadań MTS, takie jak macierz czasów operacji PT , macierz kolejności maszyn MO ,
- macierz przestojów MP .

Pierwszym krokiem jest wybór zadania o największej wadze (zwanego dalej **wybraniem zadaniem** MTS WZ_{MTS}). Wybierany jest element macierzy wag o największej wartości (53). W przypadku gdy w macierzy wag występują dwa lub więcej zadań o takiej samej (najwyższej) wadze, wówczas wybierane jest losowo jedno z nich.

$$WZ_{MTS} = \max(WG). \quad (53)$$

Procedura dodawania zadania do harmonogramu będzie polegała na umieszczeniu WZ_{MTS} w pierwszym możliwym miejscu harmonogramu. Jeśli wybrane zadanie wymaga 2 godz. obróbki tylko na maszynie $M2$, a maszyna $M2$ posiada przestoje między 2 a 6 godziną oraz między 11 a 13 godziną, wówczas algorytm umieści to zadanie między 2 a 4 godziną (rycina 31).



Rycina 31. Harmonogram nominalny uzupełniony o zadanie ze zbioru zadań MTS, opracowanie własne

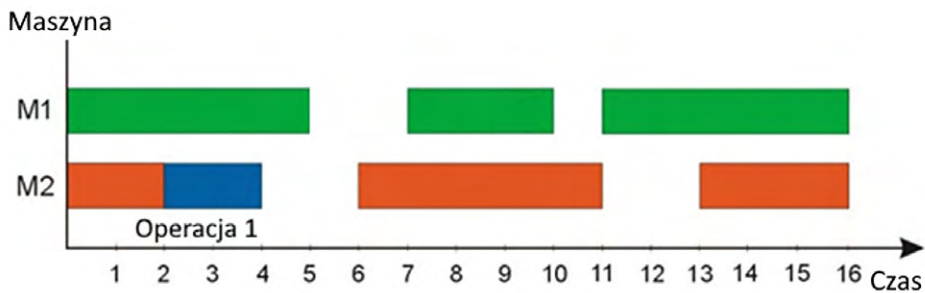
W tym celu dla pierwszej operacji j wybranego zadania MTS sprawdzany jest warunek (49). Jeśli dla danego przestoju q spełniony jest warunek (54),

wówczas operacja j umieszczana jest w tym przestoju (rycina 32). Jeśli warunek ten nie jest spełniony, algorytm sprawdza go dla następnego przestoju q .

$$tt_{mq} \geq pt_{ij} \quad (54)$$

gdzie:

- tt_{mq} – liczba określająca czas trwania przestoju q na maszynie m ,
- pt_{ij} – liczba określająca całkowity czas realizacji operacji j zadania i , przy czym zadanie pt_{ij} .



Rycina 32. Umieszczenie pierwszej operacji wybranego zadania MTS w harmonogramie nominalnym, opracowanie własne

Po umieszczeniu pierwszej operacji w harmonogramie nominalnym algorytm lokuje drugą i kolejną operację wybranego zadania MTS w harmonogramie. W tym celu dla każdej kolejnej operacji sprawdzane jest, który następny przestój jest wystarczająco długi, aby umieścić w nim operację [warunek (49)]. Dodatkowo przestój ten musi spełniać warunek (55):

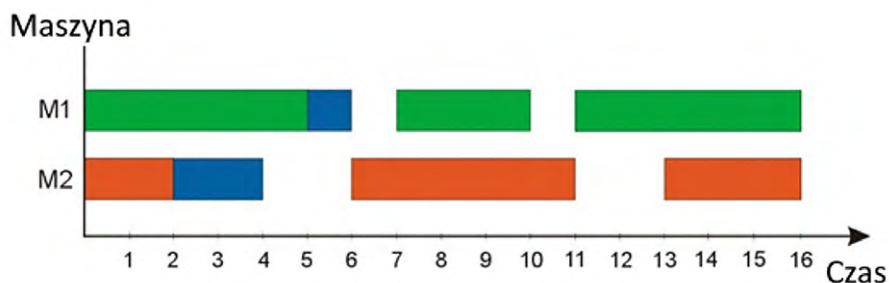
$$tm_{mq} + tt_{mq} - pt_{ij} \geq ct_{i-1k} \quad (55)$$

gdzie:

- tm_{mq} – liczba określająca czas rozpoczęcia przestoju q na maszynie m ,
- tt_{mq} – liczba określająca czas trwania przestoju q na maszynie m ,
- pt_{ij} – liczba określająca całkowity czas realizacji operacji j zadania i ,
- ct_{i-1k} – liczba określająca czas zakończenia operacji k zadania $i-1$, przy czym operacja k oznacza maszynę, na której realizowane jest zadanie $i-1$ i wynika z macierzy MO .

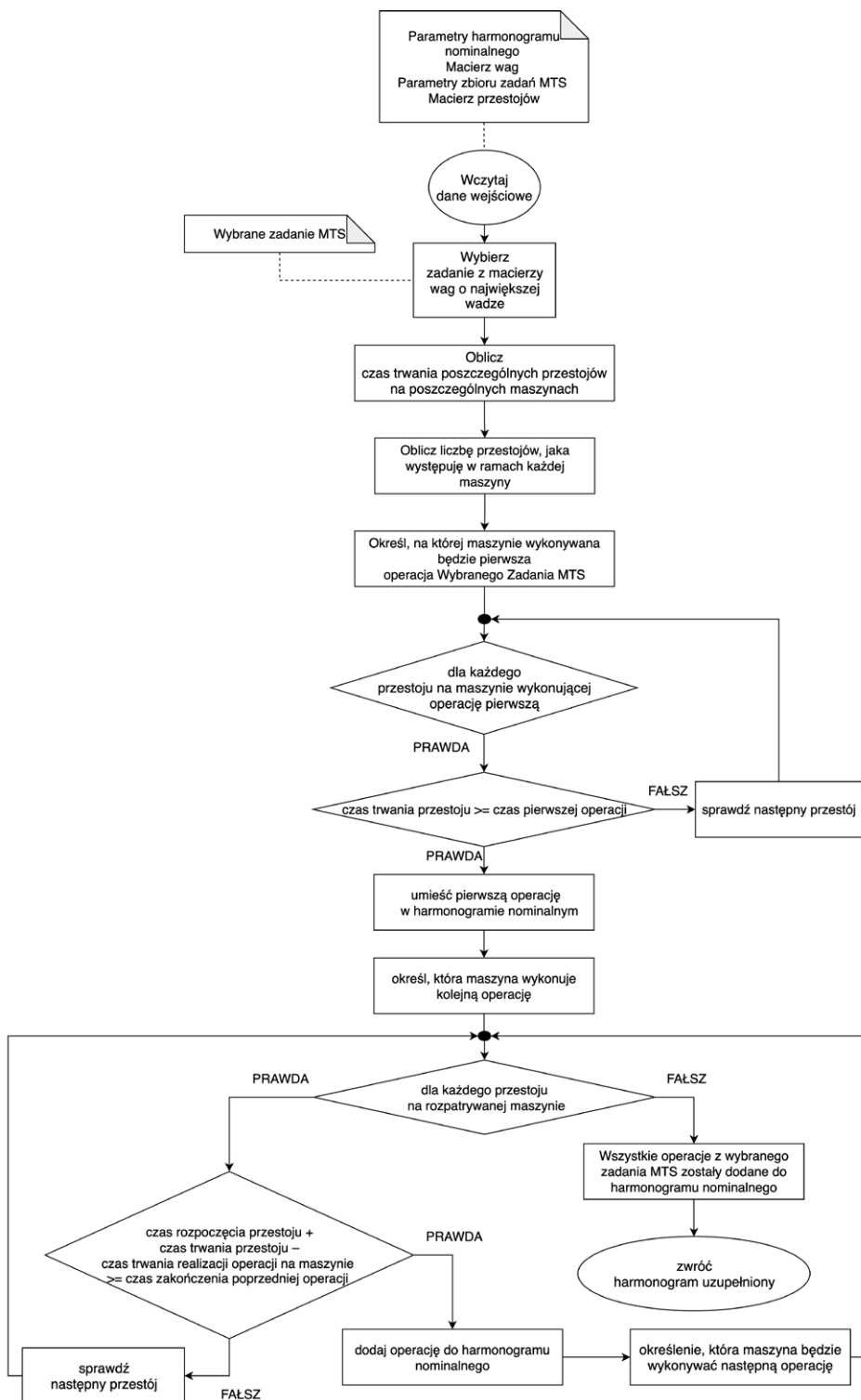
Spełnienie tego warunku determinuje, czy kolejne operacje mogą być wykonywane, tylko jeśli operacja bezpośrednio je poprzedzająca została w pełni zakończona.

Po umieszczeniu wszystkich operacji z wybranego zadania MTS w harmonogramie nominalnym procedura generuje nowy harmonogram uzupełniony. W harmonogramie uzupełnionym będą znajdować się wszystkie zadania z harmonogramu nominalnego oraz jedno zadanie ze zbioru zadań MTS, które było możliwe do wykonania oraz dostało największą wagę spośród pozostałych (rycina 33).



Rycina 33. Harmonogram uzupełniony, opracowanie własne

Graf (rycina 34) oraz pseudokod (rycina 35) przedstawiają algorytm wyznaczania zadania o największej wadze oraz dodania wybranego zadania MTS do harmonogramu nominalnego. Pełny kod funkcji MATLAB znajduje się w załączniku 4.



Rycina 34. Uproszczona procedura określania zadania o największej wadze oraz dodania wybranego zadania MTS do harmonogramu nominalnego, opracowanie własne

```

1.  // Parametry harmonogramu nominalnego
2.  // Macierz wag
3.  // Parametry zbioru zadań MTS
4.  // Macierz przestojów;
5.  Wczytaj dane wejściowe;
6.  //Wybrane zadanie MTS
7.  Wybierz zadanie z macierzy wag o największej wadze;
8.  Oblicz czas trwania poszczególnych przestojów na poszczególnych
    maszynach;
9.  Oblicz liczbę przestojów, jaka występuje w ramach każdej maszyny;
10. Określ, na której maszynie wykonywana będzie pierwsza operacja
    Wybranego Zadania MTS;
11.
12. While (dla każdego przestaju na maszynie wykonującej operację pierwszą)
13. {
14.     If (czas trwania przestaju >= czas pierwszej operacji)
15.     {
16.         umieść pierwszą operację w harmonogramie nominalnym;
17.         Określ, która maszyna wykonuje kolejną operację;
18.         While (dla każdego przestaju na rozpatrywanej maszynie)
19.         {
20.             If (czas rozpoczęcia przestaju + czas trwania przestaju
21.                 - czas trwania realizacji operacji na maszynie >=
22.                 czas zakończenia poprzedniej operacji)
23.             {
24.                 dodaj operację do harmonogramu nominalnego;
25.                 Określenie, która maszyna będzie wykonywać następną operację;
26.             }
27.             Else sprawdź następny przestój;
28.         {
29.         }
30.     }
31.     Wszystkie operacje z wybranego zadania MTS
32.     zostały dodane do harmonogramu nominalnego;
33.     Return (zwróć harmonogram uzupełniony);
34. }
35. Else sprawdź następny przestój;
36. {
37. }
38. }
39. ;

```

Rycina 35. Uproszczona procedura określania zadania o największej wadze oraz dodania wybranego zadania MTS do harmonogramu nominalnego w postaci pseudokodu, opracowanie własne

3.6. Kolejne iteracje algorytmu harmonogramowania produkcji hybrydowej

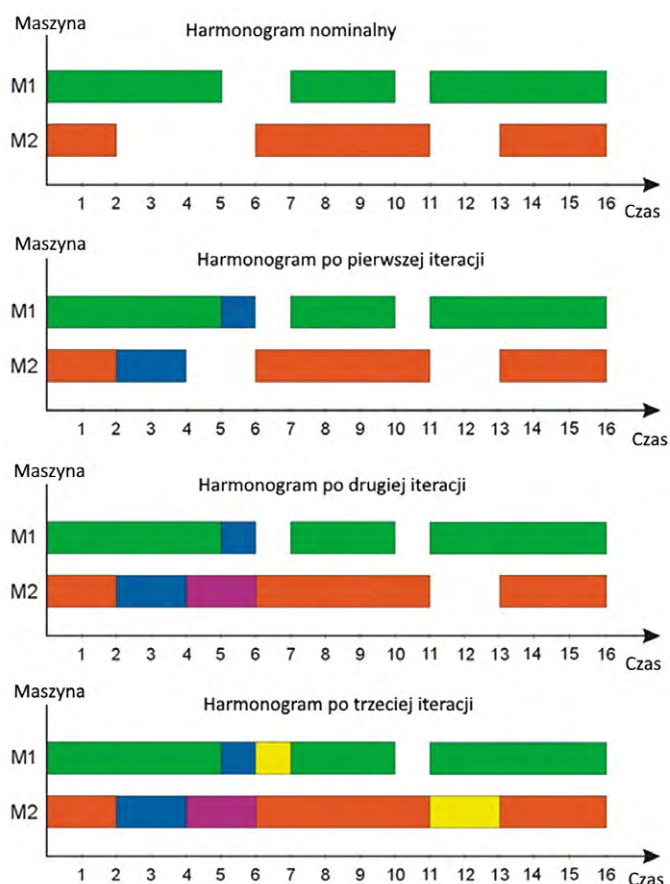
Po przejściu jednej pętli algorytmu szeregowania zadań dla produkcji hybrydowej generowany jest harmonogram uzupełniony będący harmonogramem nominalnym z dodanym jednym zadaniem ze zbioru zadań MTS. Nie oznacza to jednak, że wszystkie przestoje zostały zagospodarowane, a do harmonogramu nie można dodać kolejnych zadań. W związku z tym, po przejściu jednej iteracji algorytmu, harmonogram nominalny zostaje nadpisany przez harmonogram uzupełniony (harmonogram uzupełniony staje się „nowym” harmonogramem nominalnym). Obliczana jest nowa macierz przestojów – „nowy” harmonogram nominalny będzie miał mniej przestojów od poprzedniego, ponieważ część z przestojów została już zajęta przez zadanie ze zbioru MTS. Po wyznaczeniu macierzy przestojów obliczana jest macierz zadań możliwych do wykonania. Jeśli macierz ta jest niepusta (istnieją zadania, którymi może zostać uzupełniony harmonogram nominalny), wówczas obliczana jest macierz wag, wybierane jest zadanie o największej wadze oraz zadanie to jest dodawane do harmonogramu nominalnego. Należy zwrócić uwagę, że w „nowym” harmonogramie nominalnym, poza macierzą przestojów, również macierz wag będzie wyglądać inaczej. W procedurze obliczania wag jako argument funkcji traktowana jest liczba sztuk (liczba zadań), jakie już zostały dodane do harmonogramu nominalnego w poprzednich iteracjach algorytmu. Przykładowo, jeśli w poprzedniej iteracji do harmonogramu zostało dodane zadanie *J1_MTS*, a dostępność materiałów do wyprodukowania elementu *J1_MTS* wynosiła 1, to w kolejnej iteracji algorytm wagi dla części składowej odpowiedzialnej za funkcję dostępności materiałów przypisze temu zadaniu wagę równą zero.

Algorytm będzie wykonywał kolejne iteracje do momentu, w którym obliczona macierz zadań możliwych do wykonania będzie pusta. Oznacza to, że nie jest on w stanie umieścić żadnych dodatkowych zadań ze zbioru zadań MTS w harmonogramie. Nie jest to jednoznaczne z wypełnieniem wszystkich czasów przestojów. Może zdarzyć się, że w harmonogramie pozostaną wolne moce przerobowe, jednak czas przestojów jest zbyt krótki, aby możliwe było uzupełnienie ich kolejnymi zadaniami lub też kolejność występowania

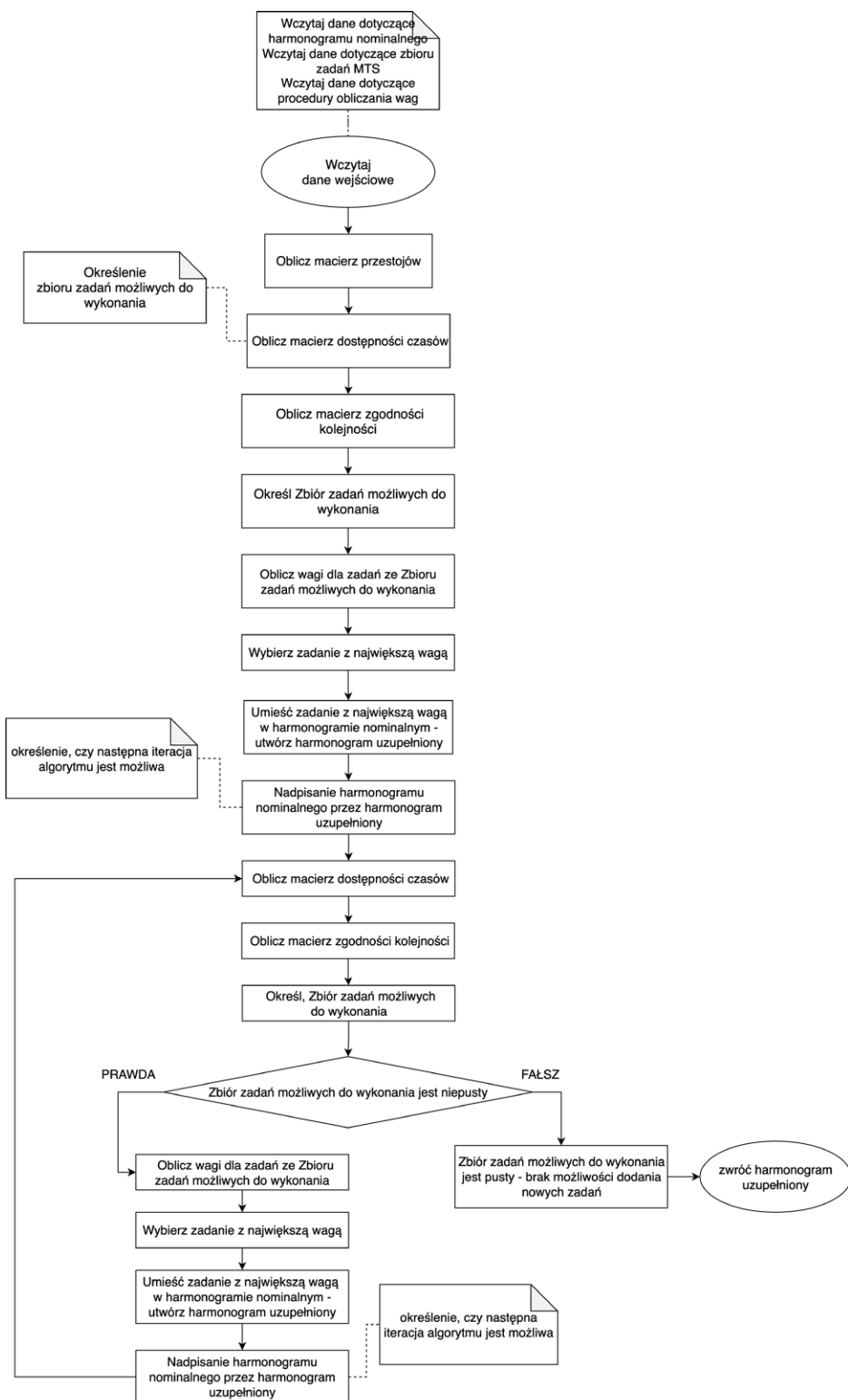
przestojów na poszczególnych maszynach nie jest zgodna z marszrutą technologiczną któregośkolwiek zadania ze zbioru zadań MTS.

Po osiągnięciu tego stanu (macierz zadań możliwych do wykonania jest pusta) algorytm kończy działanie, zwracany jest harmonogram uzupełniony będący pierwotnym harmonogramem nominalnym uzupełnionym o liczbę zadań ze zbioru zadań MTS równą liczbie iteracji algorytmu. Na rycinie 36 przedstawiono harmonogram nominalny po przejściu kolejnych iteracji algorytmu.

Graf (rycina 37) oraz pseudokod (rycina 38) przedstawiają pełny algorytm szeregowania zadań dla produkcji hybrydowej, z zaznaczeniem danych, jakie są przekazywane między poszczególnymi procedurami składowymi algorytmu. Pełny kod algorytmu w programie MATLAB znajduje się w załączniku 5.



Rycina 36. Harmonogram nominalny po przejściu kolejnych iteracji algorytmu, opracowanie własne



Rycina 37. Pełen algorytm szeregowania zadań dla produkcji hybrydowej, opracowanie własne

```

1.  // Wczytaj dane dotyczące harmonogramu nominalnego
2.  // (Wczytaj dane dotyczące zbioru zadań MT
3.  //Wczytaj dane dotyczące procedury obliczania wag
4.  Wczytaj dane wejściowe;
5.  Oblicz macierz przestojów;
6.  //Określenie zbioru zadań możliwych do wykonania
7.  Oblicz macierz dostępności czasów;
8.  Oblicz macierz zgodności kolejności;
9.  Określ Zbiór zadań możliwych do wykonania;
10. Oblicz wagi dla zadań ze Zbioru zadań możliwych do wykonania;
11. Wybierz zadanie z największą wagą;
12. Umieść zadanie z największą wagą w harmonogramie nominalnym – utwórz
    harmonogram uzupełniony;
13. // określenie, czy następna iteracja algorytmu jest możliwa
14. Napisanie harmonogramu nominalnego przez harmonogram uzupełniony;
15.
16. Oblicz macierz dostępności czasów;
17. Oblicz macierz zgodności kolejności;
18. Określ Zbiór zadań możliwych do wykonania;
19.
20. While (Zbiór zadań możliwych do wykonania jest niepusty)
21. {
22.     Oblicz wagi dla zadań ze Zbioru zadań możliwych do wykonania;
23.     Wybierz zadanie z największą wagą;
24.     Umieść zadanie z największą wagą w harmonogramie nominalnym – utwórz
        harmonogram uzupełniony;
25. // określenie, czy następna iteracja algorytmu jest możliwa
26. Nadpisanie harmonogramu nominalnego przez harmonogram uzupełniony;
27.
28. Oblicz macierz dostępności czasów;
29. Oblicz macierz zgodności kolejności;
30. Określ Zbiór zadań możliwych do wykonania;
31. }
32. Zbiór zadań możliwych do wykonania jest pusty –
33. brak możliwości dodania nowych zadań;
34. Return (zwróć harmonogram uzupełniony);

```

Rycina 38. Pełen algorytm szeregowania zadań dla produkcji hybrydowej w postaci pseudokodu, opracowanie własne

4. Weryfikacja eksperymentalna proponowanego algorytmu

Kluczowym etapem prezentowanych prac była weryfikacja opracowanej metody szeregowania zadań dla produkcji realizowanej w modelu hybrydowym MTO-MTS według przyjętych założeń dotyczących systemu wytwórczego i modelu produkcji. Przedstawione w niniejszym rozdziale eksperymenty miały na celu zbadanie możliwości wykorzystania proponowanego algorytmu do szeregowania zadań w produkcji hybrydowej i ocenę skuteczności proponowanej metody harmonogramowania.

Pierwszy eksperyment został przeprowadzony na danych rzeczywistych pochodzących z przedsiębiorstwa produkcyjnego z branży maszynowej. Na podstawie danych historycznych został określony zbiór zadań MTS oraz wybrano harmonogram produkcyjny, który został potraktowany jako harmonogram nominalny. Dla zadań ze zbioru zadań MTS określono parametry niezbędne do określenia macierzy wag. Celem eksperymentu było utworzenie harmonogramu uzupełnionego zgodnie z opracowanym algorytmem oraz porównanie wskaźników jakości harmonogramów C_{max} , $\bar{F}$, $\bar{I}$, LE pomiędzy harmonogramem nominalnym a uzupełnionym. Dodatkowo porównano wyniki (mierniki jakości harmonogramów), jakie osiągnął opracowany algorytm z rezultatami generowanymi przez klasyczne reguły priorytetów LPT, SPT, EDD, FIFO, RAND oraz metodę podziałów i ograniczeń (B&B) dla przyjętych

zadań w ramach harmonogramu uzupełnionego. Porównanie harmonogramu uzupełnionego, wygenerowanego przez opracowany algorytm, z uszeregowaniami według klasycznych reguł priorytetów ma za zadanie stwierdzić, czy wykorzystanie którejs z reguł priorytetów pozwala uzyskać uszeregowanie o lepszych wskaźnikach jakości (krótszym C_{max} , $\bar{F}$, $\bar{I}$ i większym wskaźniku LE). Uszeregowanie według reguły *B&B* stanowiło punkt odniesienia, jako harmonogram optymalny, względem innych metod szeregowania. W badaniach porównano, jaka jest różnica w poszczególnych wskaźnikach jakości między harmonogramem optymalnym a pozostałymi harmonogramami.

Ze względu na ograniczoną liczbę danych, jakimi dysponowało przedsiębiorstwo, drugi eksperyment został przeprowadzony na danych wygenerowanych losowo. W sposób losowy wygenerowano harmonogramy nominalne. Jako zbiór zadań MTS wraz z parametrami potrzebnymi do określenia macierzy wag został użyty ten sam zbiór danych co w eksperymencie pierwszym. W ramach drugiego eksperymentu, analogicznie jak w eksperymencie pierwszym, zostały utworzone harmonogramy uzupełnione, porównano mierniki jakości harmonogramów między harmonogramami nominalnymi a uzupełnionymi oraz między harmonogramami uzupełnionymi a harmonogramami wygenerowanymi według klasycznej reguły priorytetów oraz metody podziału i ograniczeń.

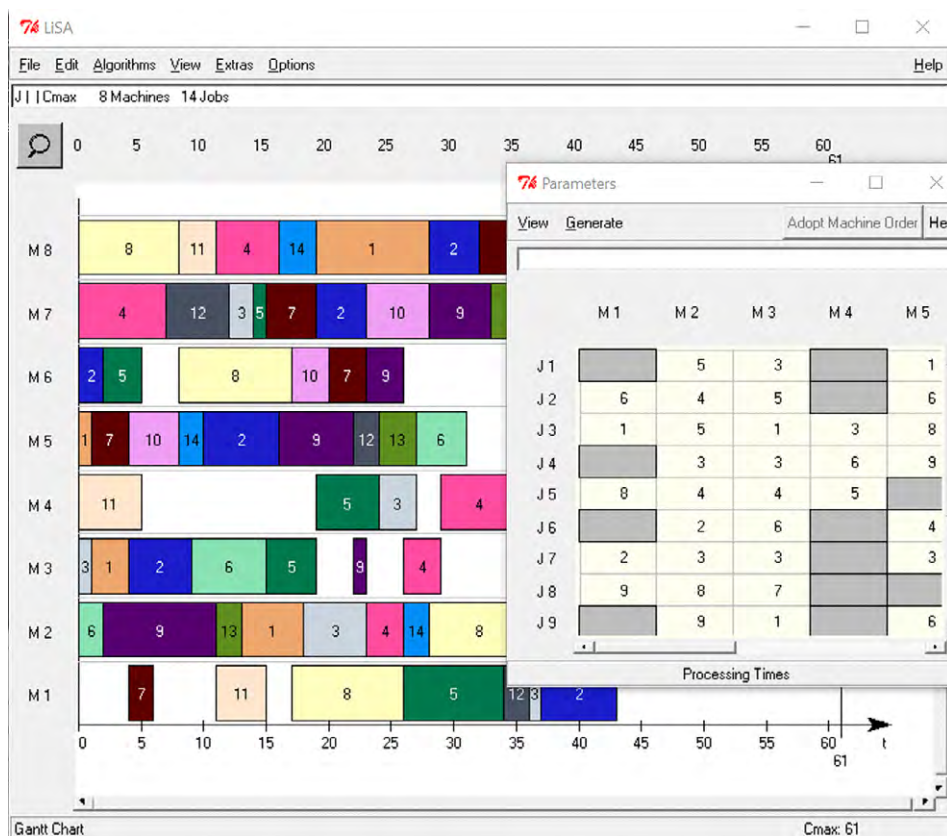
4.1. Narzędzia wykorzystane w procesie weryfikacji

Do realizacji eksperymentów został wykorzystany komputer klasy PC wyposażony w procesor Intel Core i5 1035G1, 16GB pamięci RAM, system operacyjny Windows 10 Pro (wersja 64-bitowa). Oprogramowanie, jakie zostało wykorzystane w celu przeprowadzenia eksperymentu, to LiSA Software [154] oraz MATLAB [152].

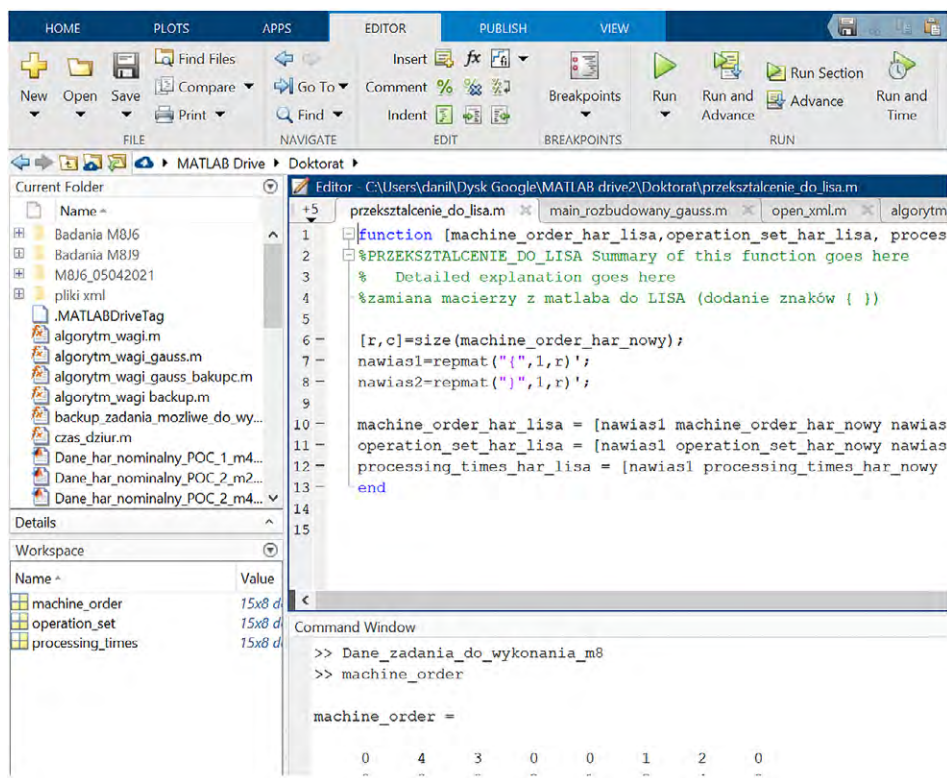
Oprogramowanie LiSA (akronim od Library of Scheduling Algorithms) jest oprogramowaniem typu *open source* opracowanym przez Uniwersytet w Magdeburgu, Instytut Algebry i Geometrii (de. Institut für Algebra und Geometrie) [155]. Program LiSA umożliwia definiowanie i rozwiązywanie szerokiej gamy problemów szeregowania zadań. Program jest dostosowany do potrzeb szeregowania zadań dla środowisk produkcyjnych typu *flow shop*, *job shop*

oraz *open shop*. W ramach dostępnych parametrów możliwe jest ustawianie różnych dodatkowych ograniczeń oraz określanie kryterium celu. W programie dostępna jest bardzo duża liczba algorytmów szeregowania zadań (zarówno metod dokładnych, jak i przybliżonych). Danymi wejściowymi dla aplikacji są parametry problemu szeregowania zadań (środowisko produkcyjne, ograniczenia oraz kryterium celu) oraz określenie macierzy *Processing Times* oraz *Machine Orders*. Efektem przeprowadzenia procesu harmonogramowania jest macierz *Completion Times*. Czasy wykonywania operacji na poszczególnych maszynach są deterministyczne i mogą być wprowadzane ręcznie do programu lub generowane w sposób losowy. Generowane przez program harmonogramy są wizualizowane w postaci Wykresów Gantta (rycina 39). Wszystkie dane wejściowe i wyjściowe są przechowywane w plikach xml, co umożliwia łatwy podgląd danych oraz ich edycję lub wygenerowanie poza programem [10]. Program LiSA posłużył do wygenerowania danych losowych w ramach drugiego eksperymentu, wizualizacji wybranych harmonogramów oraz opracowania harmonogramów uzupełnionych według klasycznych reguł priorytetów oraz metody podziałów i ograniczeń.

Oprogramowanie MATLAB (akronim od Matrix Laboratory, rycina 40) to interaktywne narzędzie do przeprowadzania obliczeń numerycznych, symulacji, wizualizacji danych oraz środowisko programistyczne obsługujące własny język programowania (pliki o rozszerzeniu *.m). Program MATLAB umożliwia (poza przeprowadzaniem obliczeń macierzowych) pisanie własnych skryptów, funkcji, programów oraz algorytmów wykorzystujących takie struktury programistyczne, jak pętlę *for*, *while loop*, instrukcje warunkowe *if* czy programowanie obiektowe. Pakiet MATLAB składa się z szeregu bibliotek (tzw. *Toolbox-ów*), rozszerzających jego działanie i zawierających dedykowane funkcje i rozwiązania dla konkretnych dziedzin czy problemów (np. *Signal Processing Toolbox* zawierający narzędzia dostosowane do problemów przetwarzania sygnałów) [152].



Rycina 39. Przykład harmonogramu wygenerowanego przez program LiSA, opracowanie własne



Rycina 40. Interface programu MATLAB, opracowanie własne

W ramach przeprowadzanych eksperymentów nie były wykorzystywane żadne biblioteki ani gotowe algorytmy oferowane przez środowisko MATLAB. Do opracowania algorytmu użyte zostały jedynie podstawowe funkcje dostępne w programie oraz podstawowe struktury programistyczne.

4.2. Dane wykorzystane w procesie weryfikacji

Dane wykorzystane w procesie weryfikacji opracowanej metody harmonogramowania produkcji hybrydowej pochodzą z przedsiębiorstwa produkcyjnego wytwarzającego dedykowane maszyny i urządzenia, będące częścią linii produkcyjnych w branży automotive. Firma realizuje produkcję według modelu MTO. Ze względu na ustalenia dotyczące zachowania poufności i tajemnicy przedsiębiorstwa w pracy nie zostały użyte żadne nazwy handlowe, nazwy półproduktów, wyrobów, maszyn technologicznych ani inne dane stanowiące informację niejawną przedsiębiorstwa.

Proces wytwórczy realizowany jest przez szereg stanowisk produkcyjnych. Stanowiskami produkcyjnymi są zarówno pojedyncze maszyny (ploter laserowy, giętarka, centrum obróbcze CNC, piła bezkońcowa), jak i stanowiska robocze (stanowiska ślusarsko-spawalnice, trawialnia, stanowisko elektromontażu, stanowisko montażu mechanicznego). Pozyskane dane historyczne dotyczyły:

- harmonogramu produkcyjnego, który został wykorzystany jako harmonogram nominalny,
- technologii oraz normatywnych czasów produkcji części i półproduktów, które z perspektywy przedsiębiorstwa mogą stanowić zbiór zadań MTS,
- informacji o historycznych zapasach magazynowych materiałów niezbędnych do wyprodukowania zadań ze zbioru MTS,
- informacji o kosztach magazynowania oraz wartości zamrożonego kapitału zadań ze zbioru MTS,
- dane historyczne dotyczące sprzedaży dla każdej części ze zbioru zadań MTS,
- dane historyczne dotyczące wolumenu sprzedaży poszczególnych pozycji asortymentowych ze zbioru MTS, na podstawie których określono prognozowaną liczbę wyrobów do sprzedaży w następnym okresie planistycznym.

Poza danymi historycznymi przedsiębiorstwo określiło wartość współczynników wzmacniających w_1 , w_2 , w_3 , w_4 , wykorzystywaną przez procedurę obliczania wag. Dane zostały pozyskane z bazy danych systemu ERP przedsiębiorstwa i zostały zapisane w postaci macierzowej obsługiwanej przez opracowany algorytm oraz możliwej do odczytu przez program MATLAB.

4.3. Eksperyment 1 – harmonogramowanie produkcji hybrydowej na podstawie danych rzeczywistych

W ramach pierwszego eksperymentu przeprowadzono harmonogramowanie produkcji hybrydowej z wykorzystaniem rzeczywistych danych produkcyjnych. Pierwszym etapem prac było przygotowanie danych wstępnych i dostosowanie ich do obsługiwanego przez algorytm formy macierzowej.

4.3.1. Wstępne przetworzenie danych wejściowych

Przedsiębiorstwo realizuje proces wytwarzania z wykorzystaniem 8 stanowisk produkcyjnych. W pierwszej kolejności wylosowano z danych historycznych harmonogram produkcyjny, który spełniał funkcję harmonogramu nominalnego dla algorytmu szeregowania zadań produkcji hybrydowej. Wylosowany harmonogram obejmował 6 zadań zaplanowanych do realizacji (stanowiących konkretne zamówienia od klientów). Horyzont planowania harmonogramu wynosił 40 godz. Wylosowany harmonogram został zapisany w postaci m-plików jako macierze *PT*, *MO* oraz *CT* (rycina 41). Harmonogram w postaci Wykresu Gantta zaprezentowana na rycinie 42 (wizualizacja w programie LiSA).

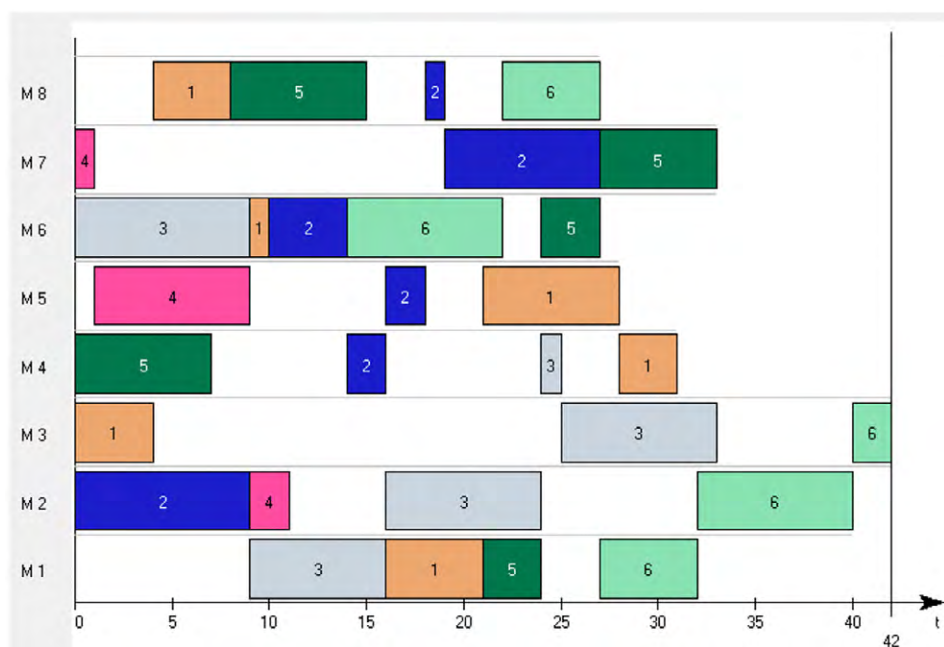
```
1. processing_times_harmonogram_nominalny = [
2.
3.     5     0     4     3     7     1     0     4
4.     0     9     0     2     2     4     8     1
5.     7     8     8     1     0     9     0     0
6.     0     2     0     0     8     0     1     0
7.     3     0     0     7     0     3     6     7
8.     5     8     2     0     0     8     0     5
9.
10.    ];
11. machine_order_harmonogram_nominalny = [
12.     4     0     1     6     5     3     0     2
13.     0     1     0     3     4     2     6     5
14.     2     3     5     4     0     1     0     0
15.     0     3     0     0     2     0     1     0
16.     3     0     0     1     0     4     5     2
17.     3     4     5     0     0     1     0     2
```

```

18. ];
19. completion_times_harmonogram_nominalny = [
20.
21.     21     0     4    31    28    10     0     8
22.     0     9     0    16    18    14    27    19
23.    16    24    33    25     0     9     0     0
24.     0    11     0     0     9     0     1     0
25.    24     0     0     7     0    27    33    15
26.    32    40    42     0     0    22     0    27
27. ];

```

Rycina 41. Harmonogram nominalny w postaci macierzowej, zapis jako m-plik, opracowanie własne



Rycina 42. Harmonogram nominalny, opracowanie własne

W harmonogramie nominalnym istniał znaczny potencjał niewykorzystanych mocy produkcyjnych (rezerwy produkcyjne). Współczynnik stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych całego systemu wytwórczego (LE) wynosił 44%, przy czym wahał się on od 30% dla maszyny $M4$ do 64% dla maszyny $M2$. Czas zakończenia wszystkich zadań w harmonogramie wynosił

42 godz. Dla większości maszyn czas zakończenia pracy wahał się między 27 a 33 godz. Jedynie maszyny *M2* i *M3* miały czas zakończenia wszystkich zadań odpowiednio 40 i 42 godz.

Na maszynie *M1* istniał znaczny zapas wolnych mocy produkcyjnych między $t = 0$ a $t = 9$ oraz między $t = 31$ a $t = 42$. Istnienie tak dużych przestojów daje możliwość ulokowania w nich dodatkowych zadań ze zbioru MTS. Maszyna *M2* ma największy wskaźnik stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych wynoszący 64%. Mimo to na maszynie występują dwa przestoje o łącznym czasie 13 godz. Maszyna *M3* jest stanowiskiem o prawie najniższym współczynniku stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych (zaledwie 33%), a jednocześnie praca na tej maszynie kończy się jako ostatnia. Wynika to z realizacji zadania *J6* jako ostatniego na maszynach *M1*, *M2*, *M3* oraz *M8*.

Maszyny *M4* oraz *M5* cechują się dużym „rozdrobnieniem” realizowanych zadań. Mają po 4 przestoje każda, przy czym czas trwania tych przestojów zawiera się w skrajnych przypadkach między 1 a 18 godzinami. Wynika to przede wszystkim z realizacji stosunkowo krótkich operacji z zadań *J2* i *J3*.

Stanowisko robocze *M6* cechuje się dużym obciążeniem. Praca na tym stanowisku trwa do 27 godziny, po czym pozostaje ono bezczynne aż do zakończenia realizacji wszystkich zadań w harmonogramie. Maszyna *M7* jest obciążona przez pierwszą godzinę, po czym pozostaje bezczynna aż do 19 godziny. Po wykonaniu prac nad operacjami z zadań *J2* i *J5* kończy ona pracę w 33 godzinie i dalej pozostaje bezczynna.

Maszyna *M8* podobnie jak maszyny *M4* i *M5* cechuje się niskim stopniem wykorzystania zdolności produkcyjnych (40%) i aż czterema przestojami o łącznym czasie trwania 25 godz.

W wylosowanym harmonogramie istniał duży zapas niewykorzystanych mocy produkcyjnych wynoszący łącznie 188 godz. W harmonogramie występowały zarówno maszyny o niewielkiej liczbie przestojów, ale o długim czasie trwania (np. maszyny *M3*, *M7*), jak również o większej liczbie przestojów, ale z krótszymi czasami trwania przerw (np. maszyny *M4* i *M5*). Część maszyn wykonywała przypisane operacje w jednym ciągu, bez pojawiania się przerw (np. maszyna *M1*, *M6*).

Następnym krokiem po zacytaniu harmonogramu nominalnego było określanie zbioru części i półproduktów, które w rozpatrywanym przedsiębiorstwie mogą być produkowane w modelu na magazyn (określenie zbioru

zadań MTS). Zadania MTS cechowały się relatywnie krótkimi czasami produkcji (czas wykonywania pojedynczej operacji nie większy niż 5 godz.). Zbiór zadań MTS ograniczono do 15 części (z tej grupy) o największym wolumenie sprzedaży. Zbiór zadań MTS został zapisany w postaci macierzy *OS*, *PT* oraz *MO* w m-pliku (rycina 43).

```

1.  processing_times_zbiór_zadań_MTS =[
2.      0      1      3      0      0      5      5      0
3.      0      0      0      4      4      2      3      0
4.      4      5      0      0      0      4      1      0
5.      0      2      0      0      3      0      4      0
6.      5      2      0      1      2      2      0      3
7.      0      2      0      0      2      0      0      3
8.      0      1      0      0      5      0      2      0
9.      0      0      0      0      3      0      0      5
10.     4      0      5      0      0      5      3      0
11.     2      0      0      0      2      0      5      0
12.     4      0      0      5      0      0      0      3
13.     0      0      1      0      0      4      5      4
14.     3      5      1      0      0      0      2      0
15.     3      1      2      0      0      4      0      1
16.     0      0      0      0      4      3      5      0 ];
17.  operation_set_zbiór_zadań_MTS =[
18.      0      1      1      0      0      1      1      0
19.      0      0      0      1      1      1      1      0
20.      1      1      0      0      0      1      1      0
21.      0      1      0      0      1      0      1      0
22.      1      1      0      1      1      1      0      1
23.      0      1      0      0      1      0      0      1
24.      0      1      0      0      1      0      1      0
25.      0      0      0      0      1      0      0      1
26.      1      0      1      0      0      1      1      0
27.      1      0      0      0      1      0      1      0
28.      1      0      0      1      0      0      0      1
29.      0      0      1      0      0      1      1      1
30.      1      1      1      0      0      0      1      0
31.      1      1      1      0      0      1      0      1
32.      0      0      0      0      1      1      1      0 ];
33.  machine_order_zbiór_zadań_MTS =[
34.      0      4      3      0      0      1      2      0
35.      0      0      0      2      1      3      4      0

```

36.	2	4	0	0	0	1	3	0
37.	0	1	0	0	2	0	3	0
38.	6	1	0	2	4	5	0	3
39.	0	3	0	0	1	0	0	2
40.	0	2	0	0	1	0	3	0
41.	0	0	0	0	2	0	0	1
42.	3	0	4	0	0	1	2	0
43.	3	0	0	0	2	0	1	0
44.	3	0	0	1	0	0	0	2
45.	0	0	2	0	0	3	4	1
46.	2	3	4	0	0	0	1	0
47.	5	1	4	0	0	2	0	3
48.	0	0	0	0	1	2	3	0];

Rycina 43. Zbiór zadań MTS w postaci macierzowej, zapis jako m-plik, opracowanie własne

Kolejnym etapem pozyskiwania i przygotowywania danych wejściowych było określenie parametrów wykorzystywanych przez algorytm nadawania wag.

Ponieważ harmonogram, który został wylosowany jako harmonogram nominalny, pochodził z określonego momentu, z bazy danych modułu systemu ERP zaczytano stan magazynu na początku przyjętego do analizy okresu planistycznego. Na tej podstawie dla każdego zadania ze zbioru zadań MTS określono dostępność materiałów niezbędnych do wyprodukowania danej liczby elementów (macierz F_{mat} algorytmu określającego wagi poszczególnych zadań MTS, odpowiadającego liczbie poszczególnych części, jakie można wyprodukować z bieżącego zapasu magazynowego).

Następnie dla każdej części ze zbioru zadań MTS przypisano (bazując na danych z systemu ERP przedsiębiorstwa) wartość zamrożonego kapitału oraz koszt magazynowania (macierze F_{zk} oraz F_{km}).

Na podstawie danych historycznych z systemu ERP algorytm przygotował prognozę sprzedaży w następnym okresie planistycznym dla zadań ze zbioru zadań MTS. Prognoza została przygotowana według modelu uwzględniającego trend i sezonowość. Wartość prognozowanej liczby wyrobów do sprzedaży w następnym okresie planistycznym została zapisana jako macierz p .

Dla analizowanego harmonogramu nominalnego żadne zadanie ze zbioru zadań MTS nie znajdowało się w harmonogramie nominalnym. Macierz IZ_{MTS} była macierzą zerową.

Otrzymane parametry niezbędne do określenia wag zostały zapisane w postaci m-pliku (rycina 44).

```
1.  dostępność_materiałów=[
2.  6; 7; 2; 1 ; 10; 5; 6; 4; 3; 9; 3; 7; 3; 7; 4 ];
3.
4.  zamrożony_kapitał=[
5.  30.11; 59.94; 90.95; 29.69; 100.13; 70.05; 9.43; 19.84;
6.  70.87; 80.03; 40.44; 79.57; 38.13; 91.54 ;110.04 ];
7.
8.  koszty_magazynowania=[
9.  7.13; 1.94; 11.05; 9.12; 3.99; 13.17; 8.74;
10. 10.10; 2.12; 1.38; 7.00; 5.14; 4.78; 11.22 ];
11.
12. prognoza_sprzedaży=[
13. 3; 1; 1; 5; 5; 3; 3; 2; 2; 5; 2; 4; 2; 4; 8; ];
```

Rycina 44. Parametry niezbędne do określenia wag, opracowanie własne

Ostatnią czynnością, jaką należało wykonać, było przypisanie współczynników wzmacniających dla każdego z parametrów składowych algorytmu wyznaczania wag. Bazując na swoich uwarunkowaniach i ograniczeniach organizacyjno-ekonomicznych, przedsiębiorstwo określiło następujące współczynniki wzmacniające:

- Dla parametru dostępności materiałów zostało przyjęte wzmocnienie $w_1 = 1$ – przedsiębiorstwo dysponowało znacznym zapasem surowców, które mogły zostać wykorzystane do produkcji.
- Dla wartości zamrożonego kapitału przyjęto wzmocnienie $w_2 = 0,75$ – przedsiębiorstwo znajdowało się w dobrej kondycji finansowej i zamrożony kapitał nie stanowił dla firmy problemu.
- Dla kosztu magazynowania zostało przyjęte wzmocnienie $w_3 = 3$ – ze względu na ograniczoną przestrzeń na magazynie przedsiębiorstwo poszukiwało się wynajętymi przestrzeniami magazynowymi i w konsekwencji dążyło do możliwie niskich kosztów magazynowania.
- Dla wartości parametru szansy sprzedaży przyjęto wzmocnienie $w_4 = 1$ – przedsiębiorstwu zależało na możliwie szybkim wykorzystaniu części produkowanych na magazyn.

W efekcie elementy macierzy wag były obliczane według wzoru (56)

$$WG = 1 \cdot P_{mat} + 0,75 \cdot P_{zk} + 3 \cdot P_{km} + 2 \cdot P_{sz}. \quad (56)$$

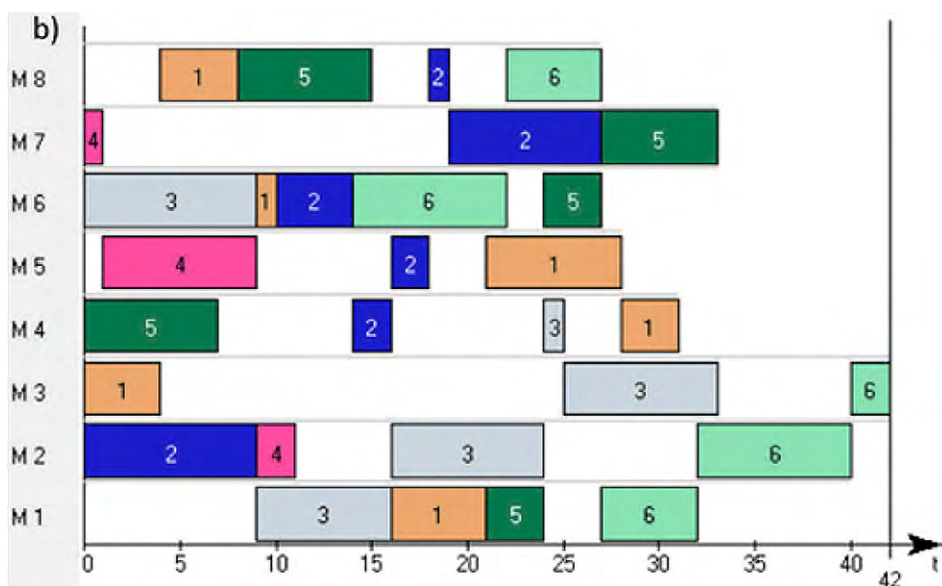
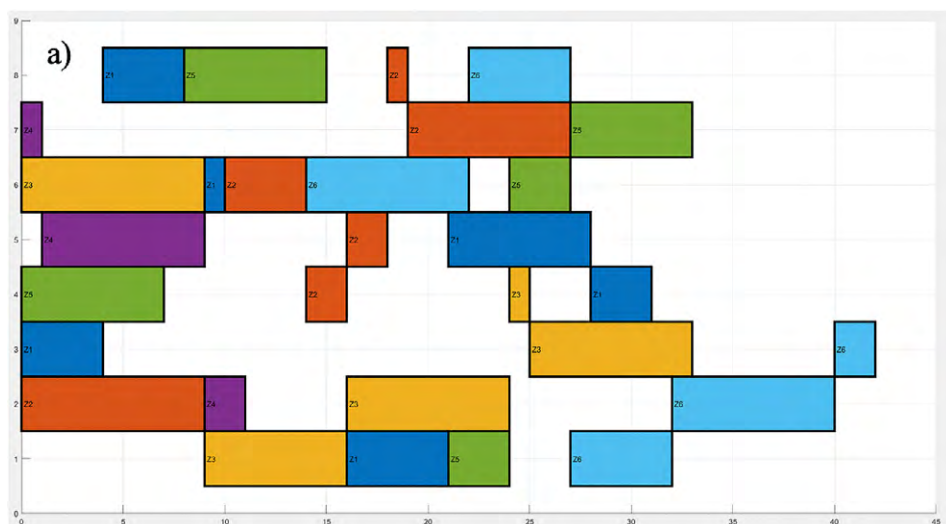
Mając tak przygotowane dane i zapisane w postaci plików obsługiwanych przez środowisko MATLAB, przystąpiono do zasadniczej części eksperymentu – określenia harmonogramu uzupełnionego poprzez umieszczenie wybranych zadań ze zbioru zadań MTS w harmonogramie nominalnym (harmonogramie dla produkcji hybrydowej).

4.3.2. Opracowanie harmonogramu dla produkcji hybrydowej

Przygotowane i przetworzone dane zostały zaczytane do środowiska MATLAB. Przed rozpoczęciem wykonywania właściwego algorytmu szeregowania produkcji hybrydowej policzono mierniki jakości harmonogramu nominalnego C_{max} , $\bar{I}$, $\bar{F}$ oraz współczynnik LE (patrz tabela 3). Ponadto wczytany harmonogram zwizualizowano w postaci Wykresu Gantta w środowisku MATLAB i LiSA (rycina 45, porównanie wizualizacji LiSA i MATLAB).

Tabela 3. Mierniki jakości harmonogramu nominalnego

Miernik jakości harmonogramu	Wartość
C_{max}	42
LE	44%
$\bar{F}$	27,16
$\bar{I}$	23,5



Rycina 45. Wizualizacja harmonogramu nominalnego a) MATLAB, b) LiSA, opracowanie własne

Po zaczytaniu danych harmonogramu nominalnego pierwszym etapem algorytmu jest określenie zadań możliwych do wykonania. Są to zadania, które potencjalnie można umieścić w harmonogramie nominalnym (w harmonogramie nominalnym jest wystarczająco dużo czasu, aby umieścić dane

zadanie). Pierwszym krokiem algorytmu jest wyznaczenie macierzy przestojów dla wszystkich maszyn. Rycina 46 zawiera zapis macierzy przestojów *MP* w formie m-pliku.

```

1.  MP=[
2.  1  0  9  9
3.  1  24 27 3
4.  1  32 42 10
5.  2  11 16 5
6.  2  24 32 8
7.  2  40 42 2
8.  3  4  25 21
9.  3  33 40 7
10. 4  7  14 7
11. 4  16 24 8
12. 4  25 28 3
13. 4  31 42 11
14. 5  0  1  1
15. 5  9  16 7
16. 5  18 21 3
17. 5  28 42 14
18. 6  22 24 2
19. 6  27 42 15
20. 7  1  19 18
21. 7  33 42 9
22. 8  0  4  4
23. 8  15 18 3
24. 8  19 22 3
25. 8  27 42 15
26. ];

```

Rycina 46. Zapis macierzy przestojów *MP* w formie m-pliku, opracowanie własne

W kolejnym kroku porównano macierz przestojów z czasami poszczególnych zadań MTS. W pierwszej kolejności algorytm rozpatruje poszczególne operacje z każdego zadania ze zbioru zadań MTS i sprawdza, czy każdą z operacji można umieścić w harmonogramie nominalnym (określenie macierzy *DC*). Jeśli wszystkie operacje wchodzące w skład rozpatrywanego zadania MTS mają czasy mniejsze lub równe wybranym czasom przestoju na maszynach, wówczas całe zadanie jest zapisywane w macierzy dostępności czasów z wartością 1.

Jeśli chociaż jedna z operacji zadania ma czas wykonywania większy od największego dostępnego czasu przestoju na wymaganej maszynie, wówczas całe zadanie otrzymuje wartość 0 w macierzy dostępności czasów. Rycina 47 zawiera zapis macierzy dostępności czasów *DC* w formie m-pliku.

```
1.  DC={
2.    ,J1_MTS' 1
3.    ,J2_MTS' 1
4.    ,J3_MTS' 1
5.    ,J4_MTS' 1
6.    ,J5_MTS' 1
7.    ,J6_MTS' 1
8.    ,J7_MTS' 1
9.    ,J8_MTS' 1
10.   ,J9_MTS' 1
11.   ,J10_MTS' 1
12.   ,J11_MTS' 1
13.   ,J12_MTS' 1
14.   ,J13_MTS' 1
15.   ,J14_MTS' 1
16.   ,J15_MTS' 1
17.  };
```

Rycina 47. Macierz dostępności czasów DC w formie m-pliku, opracowanie własne

Dalej wyznaczana jest macierz zgodności kolejności *ZG*. Określa ona, dla każdego zdania ze zbioru zadań MTS, czy kolejność występowania poszczególnych czasów przestojów na poszczególnych maszynach jest zgodna z marszrutą technologiczną zadania. Rycina 48 zawiera zapis macierzy zgodności czasów *ZG* w formie m-pliku.

```
1.  ZG={
2.    ,J1_MTS' 0
3.    ,J2_MTS' 1
4.    ,J3_MTS' 0
5.    ,J4_MTS' 1
6.    ,J5_MTS' 1
7.    ,J6_MTS' 1
8.    ,J7_MTS' 1
9.    ,J8_MTS' 1
```

```

10. ,J9_MTS' 0
11. ,J10_MTS' 1
12. ,J11_MTS' 1
13. ,J12_MTS' 1
14. ,J13_MTS' 1
15. ,J14_MTS' 1
16. ,J15_MTS' 1
17. };

```

Rycina 48. Macierz zgodności czasów ZG w formie m-pliku, opracowanie własne

Wykonując iloczyn logiczny macierzy dostępności czasów *DC* i macierzy zgodności kolejności *ZG*, otrzymujemy macierz zadań możliwych do wykonania *ZM*. Jest to zbiór zadań, które po uwzględnieniu czasów wykonywania poszczególnych operacji tych zadań, dostępnych czasów przestojów oraz marszrut technologicznych zadań ze zbioru zadań *MTS* można umieścić w harmonogramie nominalnym. Rycina 49 zawiera zapis macierzy zadań możliwych do wykonania *ZM* w formie m-pliku.

```

1.  ZM={
2.  ,J1_MTS' 0
3.  ,J2_MTS' 1
4.  ,J3_MTS' 0
5.  ,J4_MTS' 1
6.  ,J5_MTS' 1
7.  ,J6_MTS' 1
8.  ,J7_MTS' 1
9.  ,J8_MTS' 1
10. ,J9_MTS' 0
11. ,J10_MTS' 1
12. ,J11_MTS' 1
13. ,J12_MTS' 1
14. ,J13_MTS' 1
15. ,J14_MTS' 1
16. ,J15_MTS' 1
17. };

```

Rycina 49. Macierz zadań możliwych do wykonania *ZM* w formie m-pliku, opracowanie własne

Mając wiedzę o tym, które zadania ze zbioru zadań MTS są możliwe do umieszczenia w harmonogramie nominalnym, algorytm w ramach drugiego etapu określa wagi poszczególnych zadań, a następnie zadanie o największej wadze umieszcza w harmonogramie nominalnym. W celu obliczenia macierzy wag algorytm wykonuje czynności opisane w rozdziale 5.5.1. Tabela 4 zawiera zestawienie poszczególnych parametrów wagujących przed normalizacją, a tabela 5 zawiera zestawienie poszczególnych parametrów wagujących po normalizacji.

Tabela 4. Zestawienie poszczególnych parametrów wagujących przed normalizacją

Zadanie	P_{mat}	P_{zk}	P_{km}	P_{sz}
J1_MTS	0	0	0	0
J2_MTS	1	60	2	1
J3_MTS	0	0	0	0
J4_MTS	1	30	5	1
J5_MTS	1	100	9	1
J6_MTS	1	70	4	1
J7_MTS	1	9	13	1
J8_MTS	1	20	9	1
J9_MTS	0	0	0	0
J10_MTS	1	80	2	1
J11_MTS	1	40	1	1
J12_MTS	1	80	7	1
J13_MTS	1	40	5	1
J14_MTS	1	90	4	1
J15_MTS	1	110	11	1

Tabela 5. Zestawienie poszczególnych parametrów wagujących po normalizacji

Zadanie	P_{mat}	P_{zk}	P_{km}	P_{sz}
J1_MTS	0	0	0	0
J2_MTS	1	0,15	0,50	1
J3_MTS	0	0	0	0
J4_MTS	1	0,30	0,20	1
J5_MTS	1	0,09	0,11	1
J6_MTS	1	0,13	0,25	1

Zadanie	P_{mat}	P_{zk}	P_{km}	P_{sz}
J7_MTS	1	1	0,08	1
J8_MTS	1	0,45	0,11	1
J9_MTS	0	0	0	0
J10_MTS	1	0,11	0,50	1
J11_MTS	1	0,23	1	1
J12_MTS	1	0,11	0,14	1
J13_MTS	1	0,23	0,20	1
J14_MTS	1	0,10	0,25	1
J15_MTS	1	0,08	0,09	1

Po obliczeniu wartości znormalizowanych poszczególne parametry zostały przemnożone przez wartości wzmocnień zgodnie z formułą (51) (tabela 6).

Tabela 6. Zestawienie poszczególnych parametrów wagujących po wzmocnieniu

Zadanie	P_{mat}	P_{zk}	P_{km}	P_{sz}
J1_MTS	0	0	0	0
J2_MTS	1	0,11	1,5	2
J3_MTS	0	0	0	0
J4_MTS	1	0,23	0,6	2
J5_MTS	1	0,07	0,33	2
J6_MTS	1	0,1	0,75	2
J7_MTS	1	0,75	0,24	2
J8_MTS	1	0,34	0,33	2
J9_MTS	0	0	0	0
J10_MTS	1	0,08	1,5	2
J11_MTS	1	0,17	3	2
J12_MTS	1	0,08	0,42	2
J13_MTS	1	0,17	0,6	2
J14_MTS	1	0,08	0,75	2
J15_MTS	1	0,06	0,27	2

Po wzmocnieniu poszczególnych parametrów wagujących nastąpiło ich zsumowanie dla każdego zadania ze zbioru zadań MTS. Rycina 50 zawiera zapis macierzy wag WG w formie m-pliku.

```

1.  WG={
2.  ,J1_MTS' 0
3.  ,J2_MTS' 4.61
4.  ,J3_MTS' 0
5.  ,J4_MTS' 3.83
6.  ,J5_MTS' 3.40
7.  ,J6_MTS' 3.85
8.  ,J7_MTS' 3.98
9.  ,J8_MTS' 3.67
10. ,J9_MTS' 0
11. ,J10_MTS' 4.58
12. ,J11_MTS' 6.17
13. ,J12_MTS' 3.51
14. ,J13_MTS' 3.77
15. ,J14_MTS' 3.83
16. ,J15_MTS' 3.33 };

```

Rycina 50. Macierz wag WG w formie m-pliku, opracowanie własne

Dalej algorytm wybiera zadanie o najwyższej wadze jako zadanie, które należy umieścić w harmonogramie nominalnym (zadanie WZ_{MTS}). Dla analizowanego harmonogramu zadanie $J11_MTS$ ze zbioru zadań MTS miało najwyższą wagę i zostało dodane do harmonogramu nominalnego.

Ostatnim krokiem etapu drugiego algorytmu szeregowania zadań dla produkcji hybrydowej jest umieszczenie zadania WZ_{MTS} w harmonogramie nominalnym. W tym celu algorytm umieszcza operację wybranego zadania, w kolejności zgodnej z marszrutą technologiczną tego zadania (macierz MO zadań MTS). Każda kolejna operacja (począwszy od pierwszej operacji dla tego zadania) jest umieszczana w harmonogramie nominalnym w pierwszym dostępnym czasie przestoju zgodnie z opisem z rozdziału 5.5.2. W ten sposób do macierzy CT , PT oraz MO harmonogramu nominalnego dodawany jest kolejny rekord, w wyniku czego powstaje harmonogram uzupełniony. Algorytm zapisuje w pamięci podręcznej, które zadanie zostało dodane do harmonogramu nominalnego, i uzupełnia macierz liczby zadań MTS już dodanych do harmonogramu IZ_{MTS} . Rycina 51 zawiera zapis macierzy CT , PT oraz MO harmonogramu uzupełnionego w formie m-pliku.

```

1. CT_harmonogram_uzupełniony =[
2.     21    0    4    31    28    10    0    8
3.     0     9    0    16    18    14    27    19
4.     16    24    33    25     0     9     0     0
5.     0    11     0     0     9     0     1     0
6.     24     0     0     7     0    27    33    15
7.     32    40    42     0     0    22     0    27
8.     36     0     0    12     0     0     0    18];
9. PT_harmonogram_uzupełniony =[
10.     5     0     4     3     7     1     0     4
11.     0     9     0     2     2     4     8     1
12.     7     8     8     1     0     9     0     0
13.     0     2     0     0     8     0     1     0
14.     3     0     0     7     0     3     6     7
15.     5     8     2     0     0     8     0     5
16.     4     0     0     5     0     0     0     3];
17. MO_harmonogram_uzupełniony =[
18.     4     0     1     6     5     3     0     2
19.     0     1     0     3     4     2     6     5
20.     2     3     5     4     0     1     0     0
21.     0     3     0     0     2     0     1     0
22.     3     0     0     1     0     4     5     2
23.     3     4     5     0     0     1     0     2
24.     3     0     0     1     0     0     0     2];

```

Rycina 51. Zapis macierzy *CT*, *PT* oraz *MO* harmonogramu uzupełnionego w formie m-pliku, opracowanie własne

Na rycinie 52 zaprezentowano harmonogram nominalny oraz harmonogram uzupełniony w postaci Wykresu Gantt'a, po przejściu pierwszej iteracji algorytmu szeregowania zadań dla produkcji hybrydowej.



Rycina 52. Harmonogram nominalny (a) oraz harmonogram uzupełniony (b) po przejściu pierwszej pętli algorytmu, opracowanie własne

Po wykonaniu pierwszej iteracji algorytmu poprawie uległy mierniki jakości LE oraz $\bar{I}$ (tabela 7). Nieznacznemu pogorszeniu uległ średni czas przepływu $\bar{F}$. Nie uległ wydłużeniu całkowity czas realizacji harmonogramu C_{max} .

Tabela 7. Mierniki jakości harmonogramu po pierwszej iteracji algorytmu

Miernik jakości harmonogramu	Wartość dla harmonogramu nominalnego	Wartość dla harmonogramu uzupełnionego
C_{max}	42	42
LE	44%	47%
$\bar{F}$	27,16	27,43
$\bar{I}$	23,50	22

4.3.3. Analiza wskaźników jakości harmonogramów uzupełnionych po zakończeniu działania algorytmu

Po wykonaniu pierwszej iteracji algorytmu wykonywane są kolejne iteracje. Harmonogram uzupełniony nadpisuje harmonogram nominalny i w drugiej iteracji (oraz w każdej kolejnej) procedura szeregowania zadań dla produkcji hybrydowej jest powtarzana.

Ponieważ do harmonogramu zostało dodane nowe zadanie, zmienił się dostępny do uzupełnienia czas na poszczególnych maszynach (macierz MP). W związku z tym algorytm ponownie przelicza macierze MP , DC , ZG oraz określa nowy zbiór zadań możliwych do wykonania ZM . Jeśli w macierzy zadań możliwych do wykonania znajduje się choć jedno zadanie, które jest możliwe do umieszczenia w harmonogramie, wówczas przeliczana jest macierz wag WG , wybierane jest zadanie o najwyższej wadze i umieszczane jest w harmonogramie. Procedura powtarzana jest do momentu, w którym macierz ZM nie jest macierzą zerową. Jeśli w danej iteracji macierz ZM okaże się macierzą zerową (nie ma możliwości dodania większej liczby zadań do harmonogramu), wówczas algorytm przerywa działanie i zwraca harmonogram uzupełniony (zawierający zadania z harmonogramu nominalnego oraz wszystkie zadania ze zbioru zadań MTS dodane przez wszystkie poprzednie iteracje).

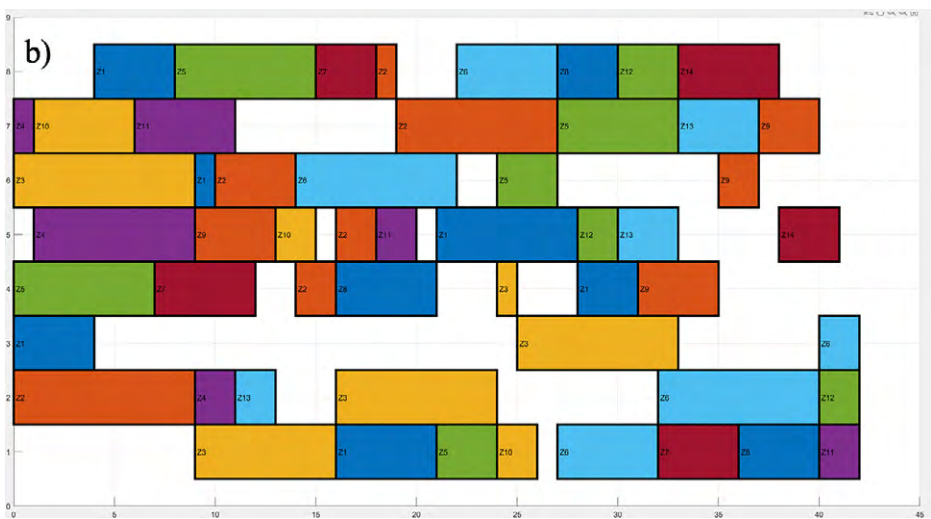
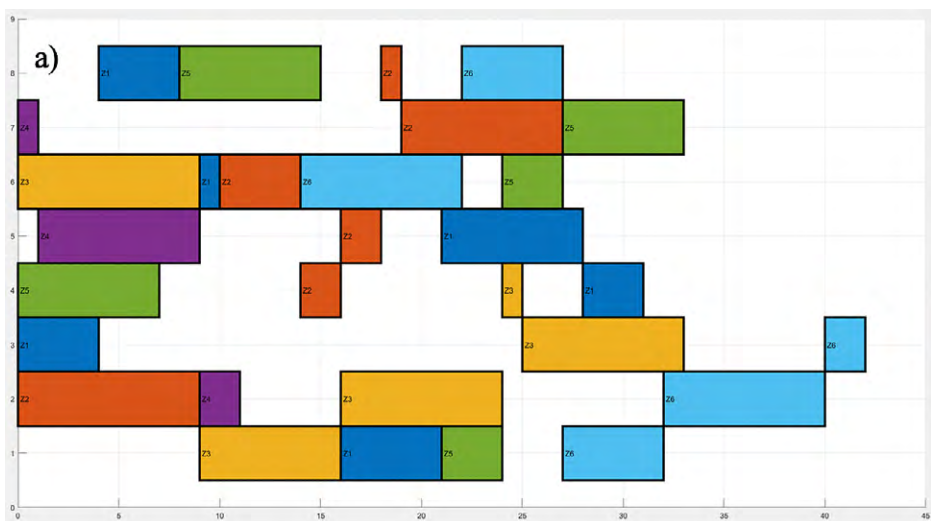
Warto również zwrócić uwagę, że w każdej kolejnej iteracji algorytmu mogą być dostępne inne zadania możliwe do wykonania – z kolejnymi iteracjami, a w harmonogramie dostępnych jest coraz mniej czasów przestojów i coraz mniejszy fragment ze zbioru zadań MTS może zostać umieszczony w harmonogramie.

Ponadto w każdej kolejnej iteracji macierze wag WG mogą przyjmować różne wartości. Przykładowo, jeśli jedno zadanie ze zbioru zadań MTS zostało już umieszczone w harmonogramie nominalnym i w ramach kolejnej pętli również jest możliwe do umieszczenia, to może ono nie uzyskać najwyższej wagi spośród zadań możliwych do wykonania (np. wskutek zmniejszenia wartości parametru szansy sprzedaży P_{sz}).

W przypadku analizowanego harmonogramu nominalnego algorytm wykonał 8 iteracji (dodał 8 zadań ze zbioru zadań MTS do harmonogramu nominalnego). W ramach kolejnych iteracji do harmonogramu nominalnego zostały dodane zadania odpowiednio: $J11_MTS$, $J11_MTS$, $J2_MTS$, $J10_MTS$, $J10_MTS$, $J6_MTS$, $J4_MTS$. W tabeli 8 porównano mierniki jakości oraz współczynnik efektywności LE harmonogramu nominalnego oraz harmonogramu uzupełnionego po zakończeniu działania algorytmu. Na rycinach 53 i 54 przedstawiono harmonogram nominalny oraz harmonogram uzupełniony dla badanego harmonogramu (w formie Wykresu Gantta oraz w postaci macierzowej zapisanej jako m-plik).

Tabela 8. Porównanie mierników jakości harmonogramu nominalnego i harmonogramu uzupełnionego po zakończeniu działania algorytmu

Miernik jakości harmonogramu	Wartość dla harmonogramu nominalnego	Wartość dla harmonogramu uzupełnionego	Delta
C_{max}	42	42	0
LE	44%	67%	23%
$\bar{F}$	27,16	25,43	1,73
$\bar{I}$	23,50	13,63	9,87



Rycina 53. Harmonogram nominalny (a) oraz harmonogram uzupełniony (b) po zakończeniu działania algorytmu – Wykres Gantta, opracowanie własne

```

1. CT_harmonogram_uzupełniony =[
2.     21     0     4    31    28    10     0     8
3.     0     9     0    16    18    14    27    19
4.    16    24    33    25     0     9     0     0
5.     0    11     0     0     9     0     1     0
6.    24     0     0     7     0    27    33    15
7.    32    40    42     0     0    22     0    27
8.    36     0     0    12     0     0     0    18
9.    40     0     0    21     0     0     0    30
10.     0     0     0    35    13    37    40     0
11.    26     0     0     0    15     0     6     0
12.    42     0     0     0    20     0    11     0
13.     0    42     0     0    30     0     0    33
14.     0    13     0     0    33     0    37     0
15.     0     0     0     0    41     0     0    38 ];
16.
17. PT_harmonogram_uzupełniony =[
18.     5     0     4     3     7     1     0     4
19.     0     9     0     2     2     4     8     1
20.     7     8     8     1     0     9     0     0
21.     0     2     0     0     8     0     1     0
22.     3     0     0     7     0     3     6     7
23.     5     8     2     0     0     8     0     5
24.     4     0     0     5     0     0     0     3
25.     4     0     0     5     0     0     0     3
26.     0     0     0     4     4     2     3     0
27.     2     0     0     0     2     0     5     0
28.     2     0     0     0     2     0     5     0
29.     0     2     0     0     2     0     0     3
30.     0     2     0     0     3     0     4     0
31.     0     0     0     0     3     0     0     5];
32. MO_harmonogram_uzupełniony =[
33.     4     0     1     6     5     3     0     2
34.     0     1     0     3     4     2     6     5
35.     2     3     5     4     0     1     0     0
36.     0     3     0     0     2     0     1     0
37.     3     0     0     1     0     4     5     2
38.     3     4     5     0     0     1     0     2
39.     3     0     0     1     0     0     0     2
40.     3     0     0     1     0     0     0     2
41.     0     0     0     2     1     3     4     0
42.     3     0     0     0     2     0     1     0

```

43.	3	0	0	0	2	0	1	0
44.	0	3	0	0	1	0	0	2
45.	0	1	0	0	2	0	3	0
46.	0	0	0	0	2	0	0	1
47.	];							

Rycina 54. Harmonogram uzupełniony po zakończeniu działania algorytmu – macierz *CT*, *PT* i *MO*, opracowanie własne

Opracowany algorytm w znacznym stopniu poprawił wykorzystanie zdolności produkcyjnych przedsiębiorstwa. Współczynnik stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych *LE* wzrósł o 23%. Średni czas przepływu uległ skróceniu o około 6%, natomiast średni czas bezczynności maszyn zmalał o 42%. Całkowity czas zakończenia wszystkich zadań umieszczonych w harmonogramie nie uległ zmianie.

4.3.4. Porównanie algorytmu szeregowania produkcji hybrydowej z regułami priorytetów

Po przeprowadzeniu harmonogramowania zadań dla produkcji hybrydowej porównano wyniki, jakie osiągnął proponowany algorytm z klasycznymi regułami priorytetów. W tym celu wszystkie zadania z harmonogramu uzupełnionego zostały zapisane jako macierze *PT* oraz *MO* w plikach xml, w strukturze obsługiwanej przez program LiSA (rycina 55). W pliku xml nie zapisano macierzy *CT* harmonogramu nominalnego – plik nie zawierał informacji, w jaki sposób należy ułożyć harmonogram, a jedynie, jakie zadania mają zostać umieszczone w harmonogramie.

Następnie pliki te zostały użyte w programie LiSA, który, traktując je jako dane wejściowe, miał ułożyć harmonogram według następujących reguł priorytetów: LPT, SPT, EDD, FIFO, RAND.

```

1  <?xml version="1.0" encoding="ISO-8859-1"?>
2  <!DOCTYPE instance PUBLIC "" "LiSA.dtd">
3  <instance xmlns:LiSA="http://lisa.math.uni-magdeburg.de">
4    <problem>
5      <alpha env="J"/>
6      <beta/>
7      <gamma objective="Cmax"/>
8    </problem>
9    <values m="8" n="14">
10     <processing_times model="lisa_native">{
11       { 5 0 4 3 7 1 0 4 }
12       { 0 9 0 2 2 4 8 1 }
13       { 7 8 8 1 0 9 0 0 }
14       { 0 2 0 0 8 0 1 0 }
15       { 3 0 0 7 0 3 6 7 }
16       { 5 8 2 0 0 8 0 5 }
17       { 4 0 0 5 0 0 0 3 }
18       { 4 0 0 5 0 0 0 3 }
19       { 0 0 0 4 4 2 3 0 }
20       { 2 0 0 0 2 0 5 0 }
21       { 2 0 0 0 2 0 5 0 }
22       { 0 2 0 0 2 0 0 3 }
23       { 0 2 0 0 3 0 4 0 }
24       { 0 0 0 0 3 0 0 5 }
25     }
26   }
27 </processing_times>
28   <operation_set model="lisa_native">{
29     { 1 0 1 1 1 1 0 1 }
30     { 0 1 0 1 1 1 1 1 }
31     { 1 1 1 1 0 1 0 0 }
32     { 0 1 0 0 1 0 1 0 }
33     { 1 0 0 1 0 1 1 1 }
34     { 1 1 1 0 0 1 0 1 }
35     { 1 0 0 1 0 0 0 1 }
36     { 1 0 0 1 0 0 0 1 }
37     { 1 0 0 1 0 0 0 1 }
38     { 0 0 0 1 1 1 1 0 }
39     { 1 0 0 0 1 0 1 0 }
40     { 1 0 0 0 1 0 1 0 }
41     { 0 1 0 0 1 0 0 1 }
42     { 0 1 0 0 1 0 1 0 }
43     { 0 0 0 0 1 0 0 1 }
44   }
45 </operation_set>
46   <machine_order model="lisa_native">{
47     { 4 0 1 6 5 3 0 2 }
48     { 0 1 0 3 4 2 6 5 }
49     { 2 3 5 4 0 1 0 0 }
50     { 0 3 0 0 2 0 1 0 }
51     { 3 0 0 1 0 4 5 2 }
52     { 3 4 5 0 0 1 0 2 }
53     { 3 0 0 1 0 0 0 2 }
54     { 3 0 0 1 0 0 0 2 }
55     { 0 0 0 2 1 3 4 0 }
56     { 3 0 0 0 2 0 1 0 }
57     { 3 0 0 0 2 0 1 0 }
58     { 0 3 0 0 1 0 0 2 }
59     { 0 1 0 0 2 0 3 0 }
60     { 0 0 0 0 2 0 0 1 }
61   }
62 </machine_order>
63 </values>
64 </instance>
65

```

Rycina 55. Dane wejściowe do programu LiSA, opracowanie własne

Dodatkowo, na podstawie wgranych danych wejściowych program LiSA układał harmonogram według algorytmu dokładnego metodą podziałów i ograniczeń według oryginalnego algorytmu opracowanego przez Bruckera i innych dla problemów gniazdowych [21], [22] (ang. *Branch & Bound Algorithm*, B&B). Program LiSA wykorzystuje technikę wstawiania (ang. *insertion techniques*) opracowaną przez Bräsela i innych [19], [20].

Jako parametry obliczeń skonfigurowano w programie LiSA środowisko maszynowe *Job Shop* oraz kryterium celu minimalizacji terminu zakończenia wszystkich zadań C_{max} .

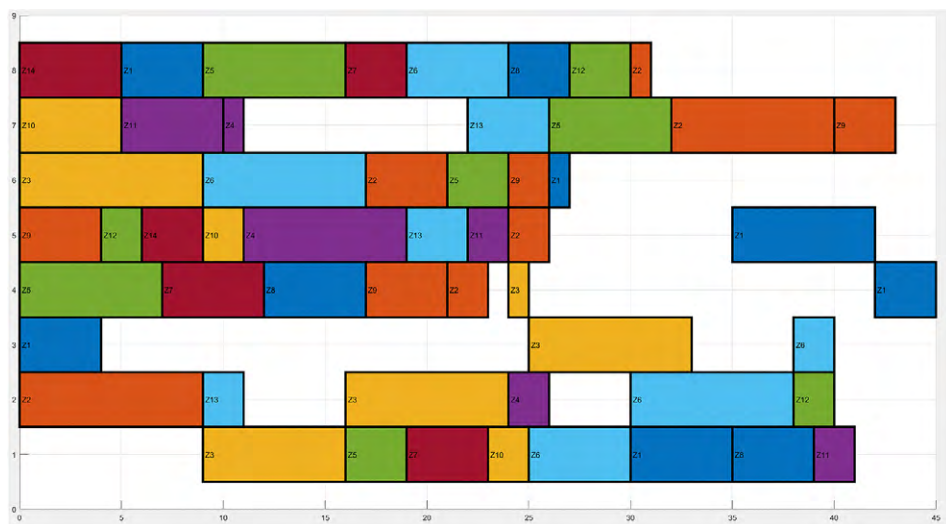
Tak uzyskane harmonogramy porównano z harmonogramem uzupełnionym, jaki został wygenerowany przez proponowany algorytm. W pierwszej kolejności sprawdzano, czy harmonogramy otrzymane z wykorzystaniem reguł priorytetów mają czas całkowity C_{max} nie większy od czasu C_{max} uzyskanego przez harmonogram uzupełniony. Następnie porównywano parametry jakościowe otrzymanych harmonogramów.

Tabela 9 zawiera zestawienie otrzymanych wyników mierników jakości harmonogramów.

Tabela 9. Zestawienie otrzymanych wyników mierników jakości harmonogramów

Miernik jakości harmonogramu	Harmonogram uzupełniony	LTP	SPT	EDD	FIFO	RAND	BB
C_{max}	42	45	50	43	49	50	40
LE	67%	63%	57%	66%	58%	57%	71%
$\bar{F}$	25,43	29	23,21	28,21	27,86	27,29	25,50
$\bar{I}$	13,63	16,63	21,63	14,63	20,63	21,63	11,63

Jako pierwszy został ułożony harmonogram zgodnie z regułą priorytetów LPT (ryciny 56 i 57). Harmonogram ten uzyskał czas całkowity $C_{max} = 45$, co jest wartością większą od czasu C_{max} uzyskanego przez harmonogram uzupełniony o 3 godz. Również pozostałe parametry jakości harmonogramu są gorsze od parametrów uzyskanych przez harmonogram uzupełniony wygenerowany przez algorytm szeregowania zadań dla produkcji hybrydowej. Harmonogram ułożony według reguły LPT ma najdłuższy średni czas przepływu spośród wszystkich harmonogramów.



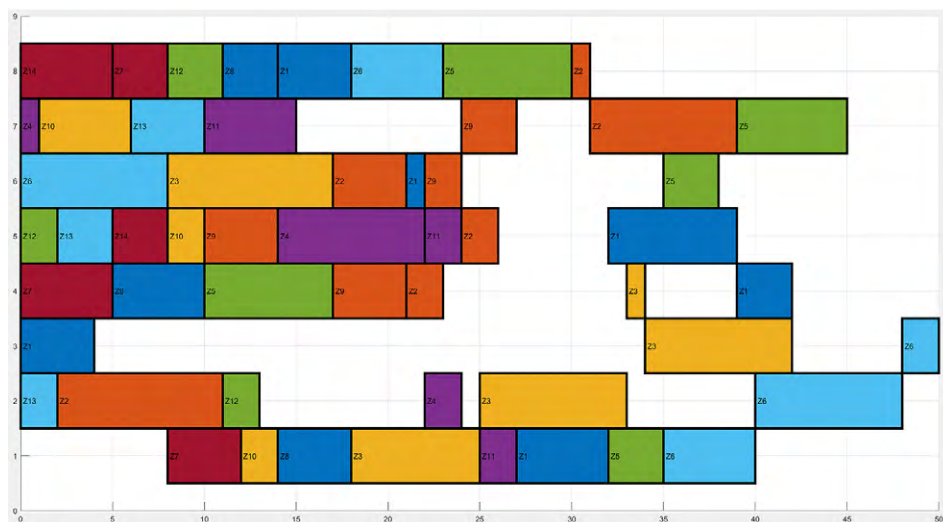
Rycina 56. Harmonogram ułożony według reguły LPT, opracowanie własne

```
1. completion_times_harmonogram_lpt = [
2.     35     0     4    45    42    27     0     9
3.     0     9     0    23    26    21    40    31
4.    16    24    33    25     0     9     0     0
5.     0    26     0     0    19     0    11     0
6.    19     0     0     7     0    24    32    16
7.    30    38    40     0     0    17     0    24
8.    23     0     0    12     0     0     0    19
9.    39     0     0    17     0     0     0    27
10.     0     0     0    21     4    26    43     0
11.    25     0     0     0    11     0     5     0
12.    41     0     0     0    24     0    10     0
13.     0    40     0     0     6     0     0    30
14.     0    11     0     0    22     0    26     0
15.     0     0     0     0     9     0     0     5];
```

Rycina 57. Macierz CT harmonogramu ułożonego według reguły LPT, opracowanie własne

Drugi harmonogram został ułożony zgodnie z regułą priorytetów SPT (ryciny 58 i 59). Harmonogram ten uzyskał czas całkowity $C_{max} = 50$, co jest wartością większą od czasu C_{max} uzyskanego przez harmonogram uzupełniony o 8 godz. Stopień wykorzystania zdolności produkcyjnych systemu wytwórczego i średni czas bezczynności mają wartości najgorsze spośród pozostałych

harmonogramów. Natomiast średni czas przepływu jest najkrótszy spośród wszystkich harmonogramów.



Rycina 58. Harmonogram ułożony według reguły SPT, opracowanie własne

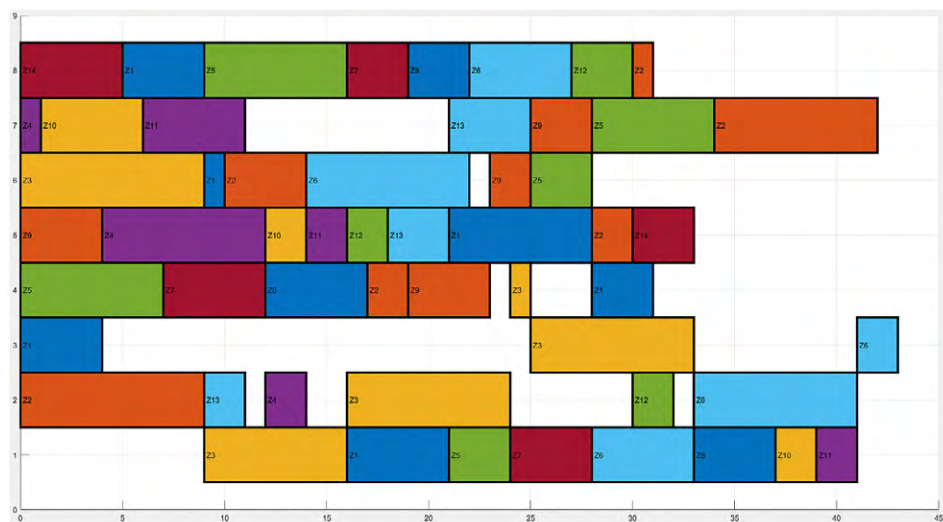
```

1.  completion_times_harmonogram_spt = [
2.
3.      32      0      4      42      39      22      0      18
4.      0      11      0      23      26      21      39      31
5.      25      33      42      34      0      17      0      0
6.      0      24      0      0      22      0      1      0
7.      35      0      0      17      0      38      45      30
8.      40      48      50      0      0      8      0      23
9.      12      0      0      5      0      0      0      8
10.     18      0      0      10      0      0      0      14
11.     0      0      0      21      14      24      27      0
12.     14      0      0      0      10      0      6      0
13.     27      0      0      0      24      0      15      0
14.     0      13      0      0      2      0      0      11
15.     0      2      0      0      5      0      10      0
16.     0      0      0      0      8      0      0      5
17. ];

```

Rycina 59. Macierz CT harmonogramu ułożonego według reguły SPT, opracowanie własne

Kolejny harmonogram został ułożony zgodnie z regułą priorytetów EDD (ryciny 60 i 61). Harmonogram ten uzyskał wyniki najbardziej zbliżone do harmonogramu uzupełnionego. Czas C_{max} jest gorszy jedynie o godzinę, stopień wykorzystania zdolności produkcyjnych systemu wytwórczego jest gorszy o 1 punkt procentowy, a średni czas bezczynności jest dłuższy o jedną godz. Parametr $\bar{F}$ jest gorszy o 2,78 godz.



Rycina 60. Harmonogram ułożony według reguły EDD, opracowanie własne

```
1.  completion_times_harmonogram_edd = [
2.      21      0      4      31      28      10      0      9
3.      0      9      0      19      30      14      42      31
4.      16      24      33      25      0      9      0      0
5.      0      14      0      0      12      0      1      0
6.      24      0      0      7      0      28      34      16
7.      33      41      43      0      0      22      0      27
8.      28      0      0      12      0      0      0      19
9.      37      0      0      17      0      0      0      22
10.     0      0      0      23      4      25      28      0
11.     39      0      0      0      14      0      6      0
12.     41      0      0      0      16      0      11      0
13.     0      32      0      0      18      0      0      30
14.     0      11      0      0      21      0      25      0
15.     0      0      0      0      33      0      0      5 ];
```

Rycina 61. Macierz CT harmonogramu ułożonego według reguły EDD, opracowanie własne

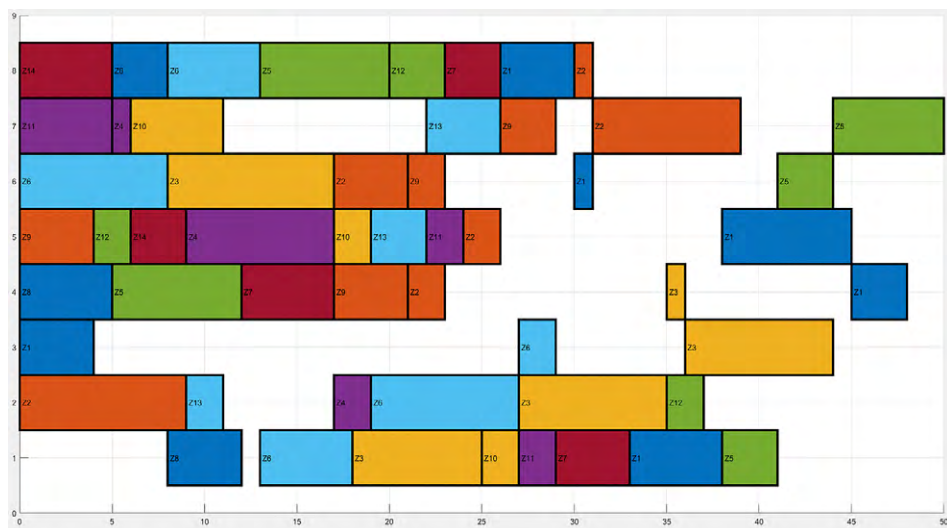
The grid is 9 rows high and 45 columns wide. The cells are colored and labeled as follows:

- Row 0: (0,0) red (214), (1,0) blue (21), (2,0) green (212), (3,0) green (25), (4,0) green, (5,0) green, (6,0) red (27), (7,0) blue (26), (8,0) blue (28), (9,0) red (22).
- Row 1: (0,1) orange (24), (1,1) orange (210), (2,1) purple (211), (3,1) white, (4,1) white, (5,1) white, (6,1) white, (7,1) orange (29), (8,1) blue (213), (9,1) green (23), (10,1) orange (22).
- Row 2: (0,2) yellow (23), (1,2) yellow, (2,2) yellow, (3,2) blue (28), (4,2) blue, (5,2) orange (21), (6,2) orange (22), (7,2) orange (29), (8,2) white, (9,2) green (25), (10,2) blue (21).
- Row 3: (0,3) orange (23), (1,3) green (212), (2,3) purple (24), (3,3) purple, (4,3) red (214), (5,3) yellow (210), (6,3) purple (211), (7,3) blue (213), (8,3) blue (21), (9,3) orange (22).
- Row 4: (0,4) green (25), (1,4) green, (2,4) green, (3,4) red (27), (4,4) blue (23), (5,4) orange (29), (6,4) orange (22), (7,4) yellow (23), (8,4) white, (9,4) blue (21).
- Row 5: (0,5) blue (21), (1,5) blue, (2,5) yellow (23), (3,5) yellow, (4,5) yellow, (5,5) yellow, (6,5) yellow, (7,5) yellow, (8,5) yellow, (9,5) yellow, (10,5) yellow, (11,5) yellow, (12,5) yellow, (13,5) yellow, (14,5) yellow, (15,5) yellow, (16,5) yellow, (17,5) yellow, (18,5) yellow, (19,5) yellow, (20,5) yellow, (21,5) yellow, (22,5) yellow, (23,5) yellow, (24,5) yellow, (25,5) yellow, (26,5) yellow, (27,5) yellow, (28,5) yellow, (29,5) yellow, (30,5) yellow, (31,5) yellow, (32,5) yellow, (33,5) yellow, (34,5) yellow, (35,5) yellow, (36,5) yellow, (37,5) yellow, (38,5) yellow, (39,5) yellow, (40,5) yellow, (41,5) yellow, (42,5) yellow, (43,5) yellow, (44,5) yellow, (45,5) yellow.
- Row 6: (0,6) orange (22), (1,6) orange, (2,6) orange, (3,6) orange, (4,6) orange, (5,6) orange, (6,6) orange, (7,6) orange, (8,6) orange, (9,6) orange, (10,6) orange, (11,6) orange, (12,6) orange, (13,6) orange, (14,6) orange, (15,6) orange, (16,6) orange, (17,6) orange, (18,6) orange, (19,6) orange, (20,6) orange, (21,6) orange, (22,6) orange, (23,6) orange, (24,6) orange, (25,6) orange, (26,6) orange, (27,6) orange, (28,6) orange, (29,6) orange, (30,6) orange, (31,6) orange, (32,6) orange, (33,6) orange, (34,6) orange, (35,6) orange, (36,6) orange, (37,6) orange, (38,6) orange, (39,6) orange, (40,6) orange, (41,6) orange, (42,6) orange, (43,6) orange, (44,6) orange, (45,6) orange.
- Row 7: (0,7) blue (21), (1,7) blue, (2,7) yellow (23), (3,7) yellow, (4,7) yellow, (5,7) yellow, (6,7) yellow, (7,7) yellow, (8,7) yellow, (9,7) yellow, (10,7) yellow, (11,7) yellow, (12,7) yellow, (13,7) yellow, (14,7) yellow, (15,7) yellow, (16,7) yellow, (17,7) yellow, (18,7) yellow, (19,7) yellow, (20,7) yellow, (21,7) yellow, (22,7) yellow, (23,7) yellow, (24,7) yellow, (25,7) yellow, (26,7) yellow, (27,7) yellow, (28,7) yellow, (29,7) yellow, (30,7) yellow, (31,7) yellow, (32,7) yellow, (33,7) yellow, (34,7) yellow, (35,7) yellow, (36,7) yellow, (37,7) yellow, (38,7) yellow, (39,7) yellow, (40,7) yellow, (41,7) yellow, (42,7) yellow, (43,7) yellow, (44,7) yellow, (45,7) yellow.
- Row 8: (0,8) orange (22), (1,8) orange, (2,8) orange, (3,8) orange, (4,8) orange, (5,8) orange, (6,8) orange, (7,8) orange, (8,8) orange, (9,8) orange, (10,8) orange, (11,8) orange, (12,8) orange, (13,8) orange, (14,8) orange, (15,8) orange, (16,8) orange, (17,8) orange, (18,8) orange, (19,8) orange, (20,8) orange, (21,8) orange, (22,8) orange, (23,8) orange, (24,8) orange, (25,8) orange, (26,8) orange, (27,8) orange, (28,8) orange, (29,8) orange, (30,8) orange, (31,8) orange, (32,8) orange, (33,8) orange, (34,8) orange, (35,8) orange, (36,8) orange, (37,8) orange, (38,8) orange, (39,8) orange, (40,8) orange, (41,8) orange, (42,8) orange, (43,8) orange, (44,8) orange, (45,8) orange.
- Row 9: (0,9) orange (22), (1,9) orange, (2,9) orange, (3,9) orange, (4,9) orange, (5,9) orange, (6,9) orange, (7,9) orange, (8,9) orange, (9,9) orange, (10,9) orange, (11,9) orange, (12,9) orange, (13,9) orange, (14,9) orange, (15,9) orange, (16,9) orange, (17,9) orange, (18,9) orange, (19,9) orange, (20,9) orange, (21,9) orange, (22,9) orange, (23,9) orange, (24,9) orange, (25,9) orange, (26,9) orange, (27,9) orange, (28,9) orange, (29,9) orange, (30,9) orange, (31,9) orange, (32,9) orange, (33,9) orange, (34,9) orange, (35,9) orange, (36,9) orange, (37,9) orange, (38,9) orange, (39,9) orange, (40,9) orange, (41,9) orange, (42,9) orange, (43,9) orange, (44,9) orange, (45,9) orange).

```
1. completion_times_harmonogram_fifo = [
2.     23     0     4    34    31    18     0     9
3.     0     9     0    24    33    22    45    34
4.    16    24    33    25     0     9     0     0
5.     0    16     0     0    14     0     1     0
6.    26     0     0     7     0    29    37    19
7.    39    47    49     0     0    17     0    27
8.    34     0     0    12     0     0     0    22
9.    43     0     0    17     0     0     0    30
10.     0     0     0    21     4    24    27     0
11.    28     0     0     0    19     0     6     0
12.    30     0     0     0    21     0    11     0
13.     0    14     0     0     6     0     0    12
14.     0    11     0     0    24     0    31     0
15.     0     0     0     0    17     0     0     5 ];
```

143

Ostatnim harmonogramem ułożonym zgodnie z klasycznymi regułami priorytetów był harmonogram uszeregowany losowo (reguła priorytetów RAND) (ryciny 64 i 65). Podobnie jak harmonogram wygenerowany na podstawie reguły SPT, stopień wykorzystania zdolności produkcyjnych systemu wytwórczego i średni czas bezczynności mają wartości najgorsze spośród pozostałych harmonogramów, a czas C_{max} jest dłuższy o 8 godz. w stosunku do harmonogramu uzupełnionego.



Rycina 64. Harmonogram ułożony według reguły RAND, opracowanie własne

1.	completion_times_harmonogram_rand = [							
2.								
3.	38	0	4	48	45	31	0	30
4.	0	9	0	23	26	21	39	31
5.	25	35	44	36	0	17	0	0
6.	0	19	0	0	17	0	6	0
7.	41	0	0	12	0	44	50	20
8.	18	27	29	0	0	8	0	13
9.	33	0	0	17	0	0	0	26
10.	12	0	0	5	0	0	0	8
11.	0	0	0	21	4	23	29	0
12.	27	0	0	0	19	0	11	0
13.	29	0	0	0	24	0	5	0
14.	0	37	0	0	6	0	0	23
15.	0	11	0	0	22	0	26	0

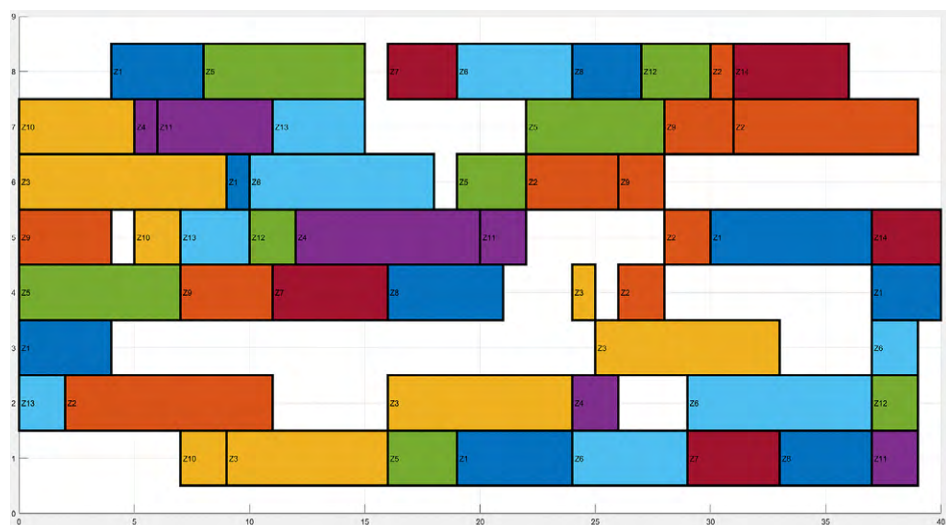
```

16.      0      0      0      0      9      0      0      5
17.  ];

```

Rycina 65. Macierz CT harmonogramu ułożonego według reguły RAND, opracowanie własne

Harmonogram wygenerowany na podstawie reguły podziału i ograniczeń jest harmonogramem optymalnym i uzyskał najlepsze mierniki jakości spośród wszystkich harmonogramów. Czas zakończenia wszystkich zadań wynosi 40 godz. i jest o 2 godz. krótszy w stosunku do harmonogramu uzupełnionego. Współczynnik stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych *LE* jest większy o 4 punkty procentowe, natomiast średni czas bezczynności jest krótszy o 2 godz. Harmonogram uszeregowany według metody B&B ma nieznacznie gorszy średni czas przepływu niż harmonogram uzupełniony.



Rycina 66. Harmonogram ułożony według metody B&B, opracowanie własne

```

1.  completion_times_harmonogram_bb = [
2.
3.      24      0      4      40      37      10      0      8
4.      0      11      0      28      30      26      39      31
5.      16      24      33      25      0      9      0      0
6.      0      26      0      0      20      0      6      0
7.      19      0      0      7      0      22      28      15
8.      29      37      39      0      0      18      0      24

```

9.	33	0	0	16	0	0	0	19
10.	37	0	0	21	0	0	0	27
11.	0	0	0	11	4	28	31	0
12.	9	0	0	0	7	0	5	0
13.	39	0	0	0	22	0	11	0
14.	0	39	0	0	12	0	0	30
15.	0	2	0	0	10	0	15	0
16.	0	0	0	0	40	0	0	36
17.	];							

Rycina 67. Macierz CT harmonogramu ułożonego według metody B&B, opracowanie własne

Wskaźniki jakości harmonogramu uzupełnionego, wygenerowanego przez opracowany algorytm szeregowania zadań dla produkcji hybrydowej, dają zatem wyniki nie gorsze niż klasyczne reguły priorytetów (tabela 10).

Tabela 10. Porównanie wskaźników jakości harmonogramów

Harmonogram według reguły	Wskaźniki jakości			
	C_{max}	LE	$\bar{F}$	$\bar{I}$
Harmonogram nominalny	42	44%	27,16	23,50
Harmonogram uzupełniony	42	67%	25,43	13,63
LPT	45	63%	29	16,63
SPT	50	57%	23,21	21,63
EDD	43	66%	28,21	14,63
FIFO	49	58%	27,86	20,63
RAND	50	57%	27,29	21,63
B&B	40	71%	25,50	11,63

Żadna z zastosowanych klasycznych reguł priorytetów nie uzyskała czasu zakończenia C_{max} mniejszego lub równego czasowi całkowitemu uzyskanemu przez harmonogram uzupełniony. Również współczynnik stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych LE oraz współczynnik średniego czasu bezczynności $\bar{I}$ uzyskane przez harmonogram uzupełniony są lepsze od rezultatów otrzymanych przez klasyczne reguły priorytetów. Jedynie harmonogram uszeregowany według zasady SPT uzyskał lepszy wskaźnik średniego czasu przepływu $\bar{F}$.

Harmonogram optymalny wygenerowany z wykorzystaniem metody podziału i ograniczeń uzyskał lepsze wskaźniki jakości niż harmonogram nominalny. Harmonogram ten miał czas całkowity krótszy o 4,7%, wyższy współczynnik stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych o 4 punkty procentowe oraz o 14,7% krótszy średni czas bezczynności. Harmonogram uzupełniony miał nieznacznie lepszy (0,27%) wskaźnik średniego czasu przepływu.

4.4. Eksperyment 2 – harmonogramowanie produkcji hybrydowej na podstawie danych symulacyjnych

W ramach drugiego eksperymentu przeprowadzono harmonogramowanie produkcji hybrydowej z wykorzystaniem danych wygenerowanych w sposób losowy. Celem takiego podejścia było sprawdzenie skalowalności zaproponowanego rozwiązania (sprawdzenie, jakie zostaną osiągnięte wskaźniki jakości harmonogramów uzupełnionych dla większej liczby zadań w harmonogramie nominalnym) oraz powtarzalności otrzymanych rezultatów.

Metodologia prowadzenia eksperymentu była analogiczna jak dla eksperymentu pierwszego. W pierwszej kolejności w sposób losowy wygenerowano harmonogramy nominalne, następnie przeprowadzono proces harmonogramowania produkcji hybrydowej według zaproponowanego algorytmu i porównano otrzymane wskaźniki jakości harmonogramów między harmonogramami nominalnymi oraz uzupełnionymi. W dalszej części eksperymentu użyto zadań z harmonogramów uzupełnionych jako dane wejściowe i ułożono z nich harmonogramy według klasycznych reguł priorytetów oraz według metody dokładnej podziałów i ograniczeń, porównano otrzymane wyniki.

4.4.1. Dane wejściowe w badaniach symulacyjnych

Za wzorzec do wygenerowania danych losowych posłużono się danymi z analizowanego przedsiębiorstwa. Jako system wytwórczy przyjęto system wytwórczy składający się z 8 maszyn, natomiast jako harmonogramy nominalne przyjęto harmonogramy z 6, 9 i 12 zadaniami. Zbiór zadań MTS oraz parametry wykorzystywane przez algorytm wag użyto identycznie jak w eksperymencie 1.

Dane wejściowe do harmonogramów nominalnych (macierze PT i MO) zostały wygenerowane w programie LiSA. Macierz PT miała zadania z czasem wykonania wylosowanym z zakresu od 1 do 9 godz. Każda maszyna miała prawdopodobieństwo na poziomie 66% szans na przypisanie operacji z konkretnego zadania. Harmonogramy nominalne zostały wygenerowane w programie LiSA jako harmonogramy uszeregowane losowo (według reguły priorytetów RAND), dla systemu gniazdowego (ang. *job shop*) z funkcją celu w postaci minimalizacji czasu całkowitego C_{max} (rycina 68). Wygenerowano po 10 harmonogramów nominalnych zawierających odpowiednio 6, 9 i 12 zadań.

Rycina 68. Generowanie harmonogramów losowych w programie LiSA, opracowanie własne

Tak przygotowane dane zostały użyte jako dane wejściowe, na podstawie których opracowany algorytm szeregowania zadań dla produkcji hybrydowej generował harmonogramy uzupełnione.

4.4.2. Analiza wskaźników jakości harmonogramów uzupełnionych

Pierwszym etapem eksperymentu było wygenerowanie harmonogramów uzupełnionych. Dla harmonogramów nominalnych składających się z 6, 9 i 12 zadań produkcyjnych przeprowadzono procedurę szeregowania zadań produkcji hybrydowej w sposób analogiczny do opisanego w eksperymencie pierwszym.

4.4.2.1. Harmonogramy uzupełnione – eksperyment z 6 zadaniami w harmonogramie nominalnym

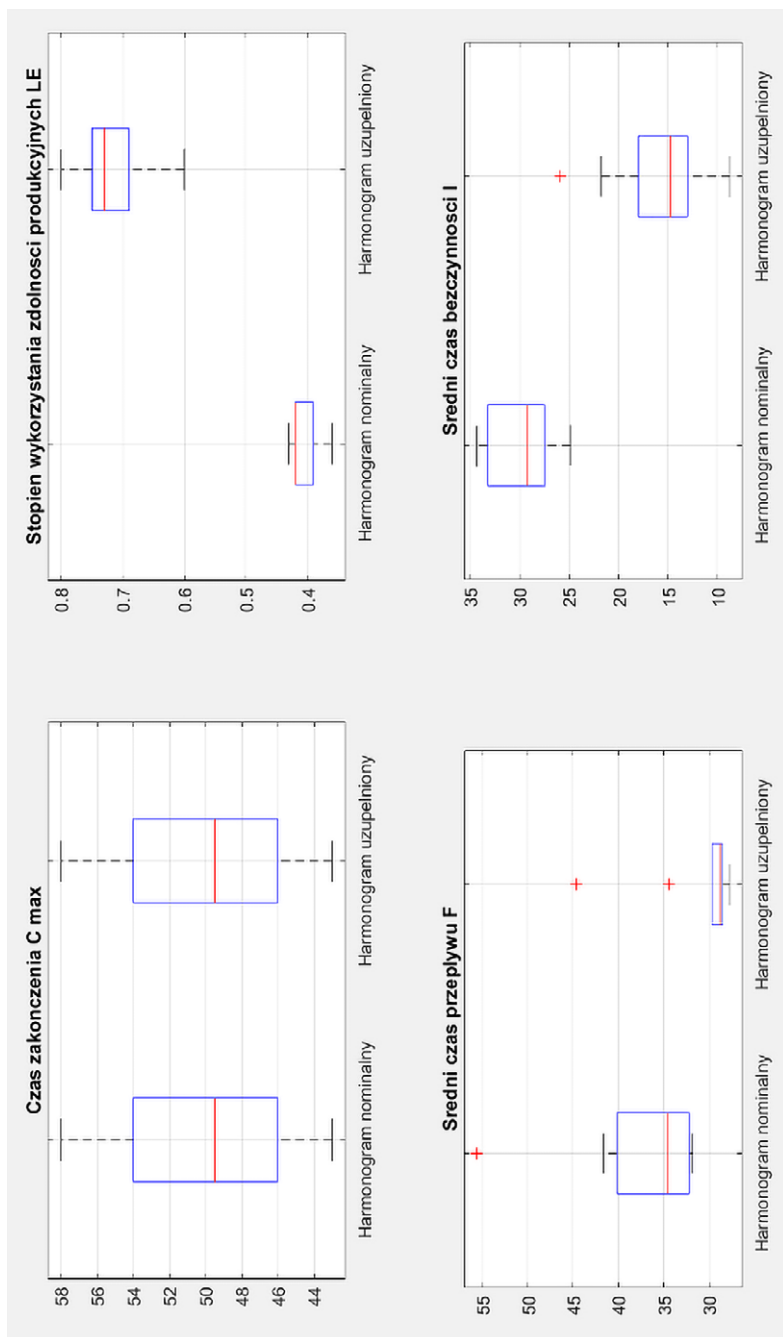
Jako pierwszy został rozważony eksperyment z 6 zadaniami produkcyjnymi w harmonogramie nominalnym. W tabeli 11 zestawiono wskaźniki jakości harmonogramów nominalnych i uzupełnionych dla tego przypadku. Na rycinie 69 znajduje się porównanie otrzymanych wskaźników jakości w formie wykresów *box-plot*. Rycina 70 prezentuje wybrany przypadek tego eksperymentu.

Dla badań przeprowadzonych w przypadku 6 zadań produkcyjnych średni czas zakończenia wszystkich zadań harmonogramu nominalnego wynosił 50,4 godz. W stosunku do harmonogramu nominalnego użytego w pierwszym eksperymencie (gdzie również znajdowało się 6 zadań) czas C_{max} był dłuższy o 8,4 godz. Średni stopień wykorzystania zdolności produkcyjnych systemu wytwórczego (dla harmonogramów nominalnych wygenerowanych losowo) był niższy o 4 punkty procentowe w stosunku do stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych harmonogramu nominalnego z eksperymentu pierwszego. W harmonogramach nominalnych wygenerowanych i uszeregowanych losowo istniały większe czasy przestojów, przez co algorytm dodał średnio do każdego harmonogramu 12,7 nowego zadania ze zbioru zadań MTS.

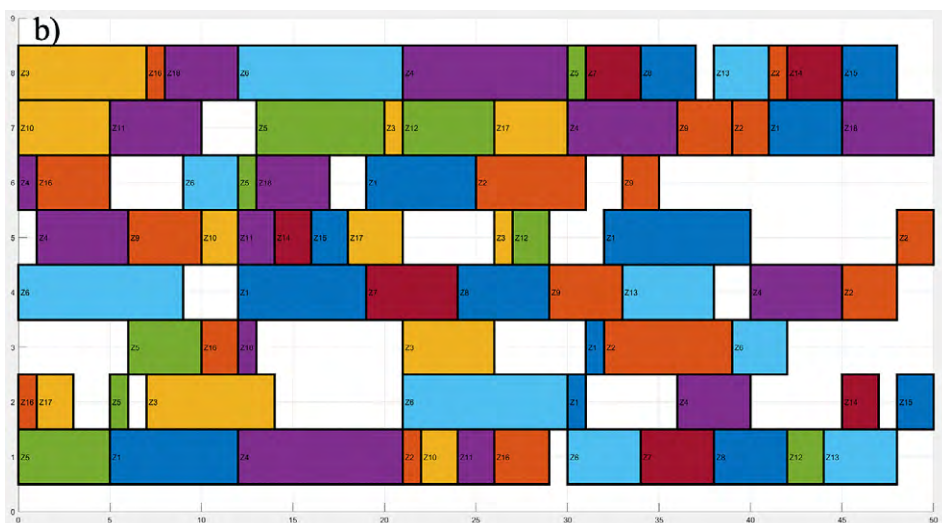
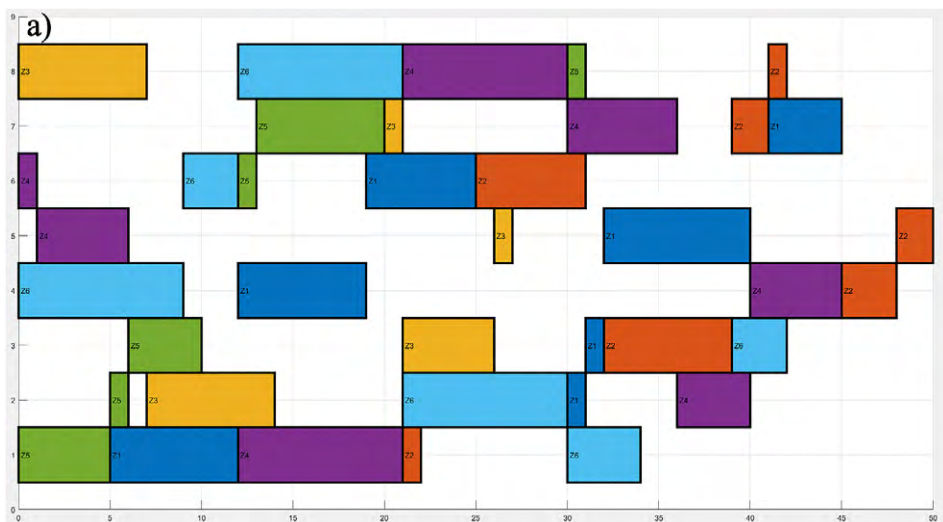
Dla przeprowadzonego eksperymentu harmonogramy uzupełnione otrzymały średnio o 32 punkty procentowe większy wskaźnik stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych, średni czas przepływu został skrócony średnio o 6,29 godz. Średni czas bezczynności został natomiast skrócony średnio o 14,30 godz. w stosunku do harmonogramów nominalnych. Czas zakończenia wszystkich zadań jest taki sam dla harmonogramów nominalnych oraz uzupełnionych.

Tabela 11. Porównanie wskaźników jakości harmonogramów nominalnych i uzupełnionych dla 6 zadań produkcyjnych w harmonogramie nominalnym

Nr sym.	Harmonogram nominalny				Harmonogram uzupełniony				Różnica				
	C_{max}	LE	$\bar{F}$	$\bar{I}$	C_{max}	LE	$\bar{F}$	$\bar{I}$	Liczba zadań dodanych do harm.	ΔC_{max}	ΔLE	$\Delta \bar{F}$	$\Delta \bar{I}$
1	50	43%	35,67	28,50	50	74%	29,67	13,00	12	0	31%	6,00	15,50
2	52	40%	34,17	30,88	52	65%	27,71	18,00	11	0	25%	6,46	12,88
3	46	42%	35,00	26,63	46	80%	28,90	9,38	14	0	38%	6,10	17,25
4	49	39%	32,17	30,00	49	72%	29,47	13,63	13	0	33%	2,70	16,37
5	43	42%	31,83	24,88	43	80%	28,61	8,75	12	0	38%	3,22	16,13
6	54	36%	32,17	34,38	54	60%	27,94	21,75	11	0	24%	4,23	12,63
7	58	42%	40,17	33,88	58	74%	34,45	15,25	16	0	32%	5,72	18,63
8	57	42%	41,67	33,25	57	75%	28,52	14,25	17	0	33%	13,15	19,00
9	46	37%	55,67	27,50	46	69%	44,63	25,88	11	0	32%	11,04	1,62
10	49	42%	32,83	28,25	49	69%	28,56	15,25	10	0	27%	4,27	13,00
Średnia	50,40	40%	37,13	29,81	50,40	72%	30,85	15,51	12,70	0	31%	6,29	14,30
Max	58	43%	55,67	34,38	58	80%	44,63	25,88	17,00	0	38%	13,15	19,00
3 Kwartyl	53,50	42%	39,04	32,66	53,50	75%	29,62	17,31	13,75	0	33%	6,37	17,03
Mediana	49,50	42%	34,58	29,25	49,50	73%	28,76	14,75	12,00	0	32%	5,86	15,82
1 Kwartyl	46,75	39%	32,33	27,69	46,75	69%	28,53	13,16	11,00	0	28%	4,24	12,91
Min	43	36%	31,83	24,88	43	60%	27,71	8,75	10,00	0	24%	2,70	1,62



Rycina 69. Porównanie otrzymanych wskaźników jakości dla 6 zadań produkcyjnych w harmonogramie nominalnym – wykres *box-plot*, opracowanie własne



Rycina 70. Przykładowy harmonogram nominalny (a) i uzupełniony (b) dla przypadku z 6 zadaniami w harmonogramie nominalnym, opracowanie własne

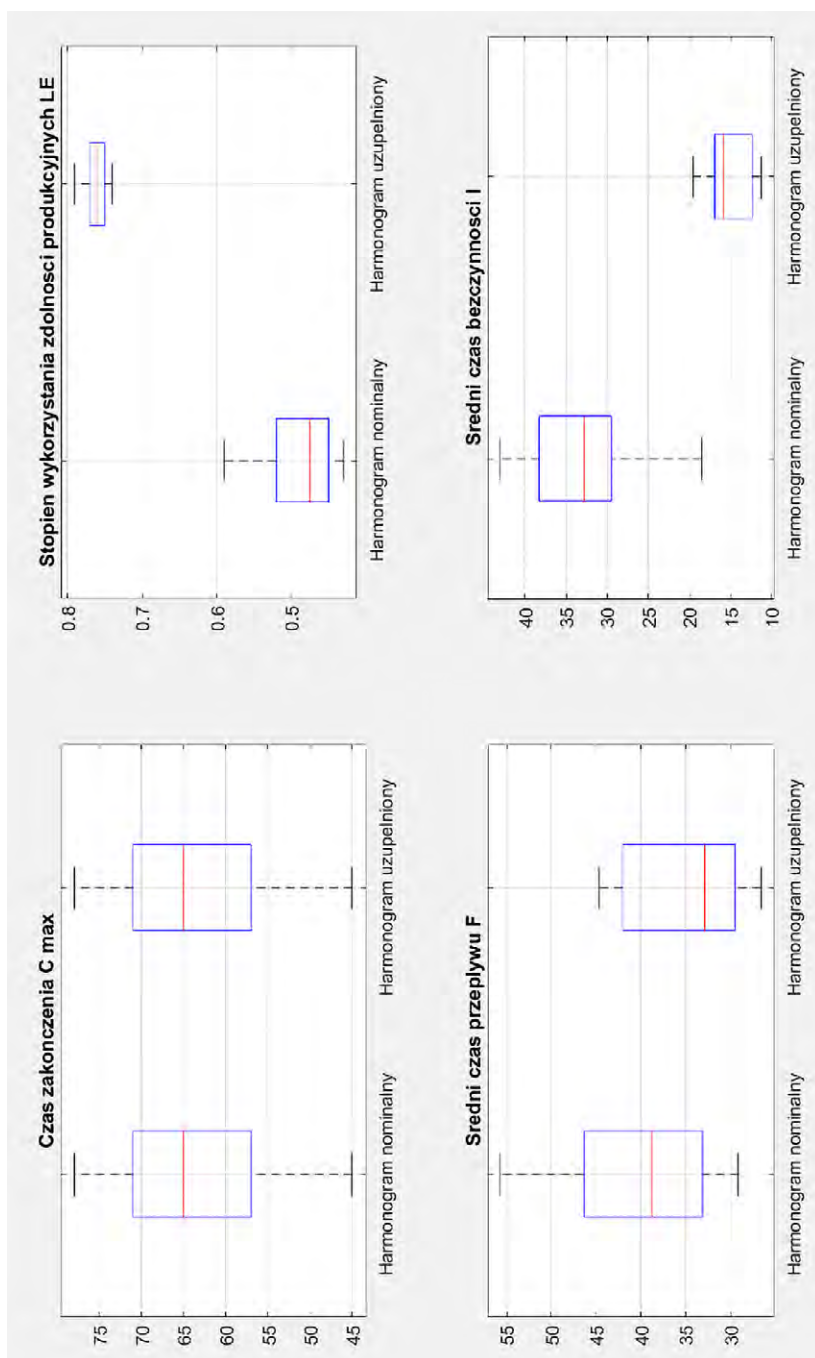
4.4.2.2. Harmonogramy uzupełnione – eksperyment z 9 zadaniami w harmonogramie nominalnym

Jako drugi został rozważony eksperyment z 9 zadaniami produkcyjnymi w harmonogramie nominalnym. W tabeli 12 zestawiono wskaźniki jakości harmonogramów nominalnych i uzupełnionych dla tego przypadku. Na rycinie 71 przedstawiono porównanie otrzymanych wskaźników jakości w formie wykresów *box-plot*. Rycina 72 prezentuje wybrany przypadek tego eksperymentu.

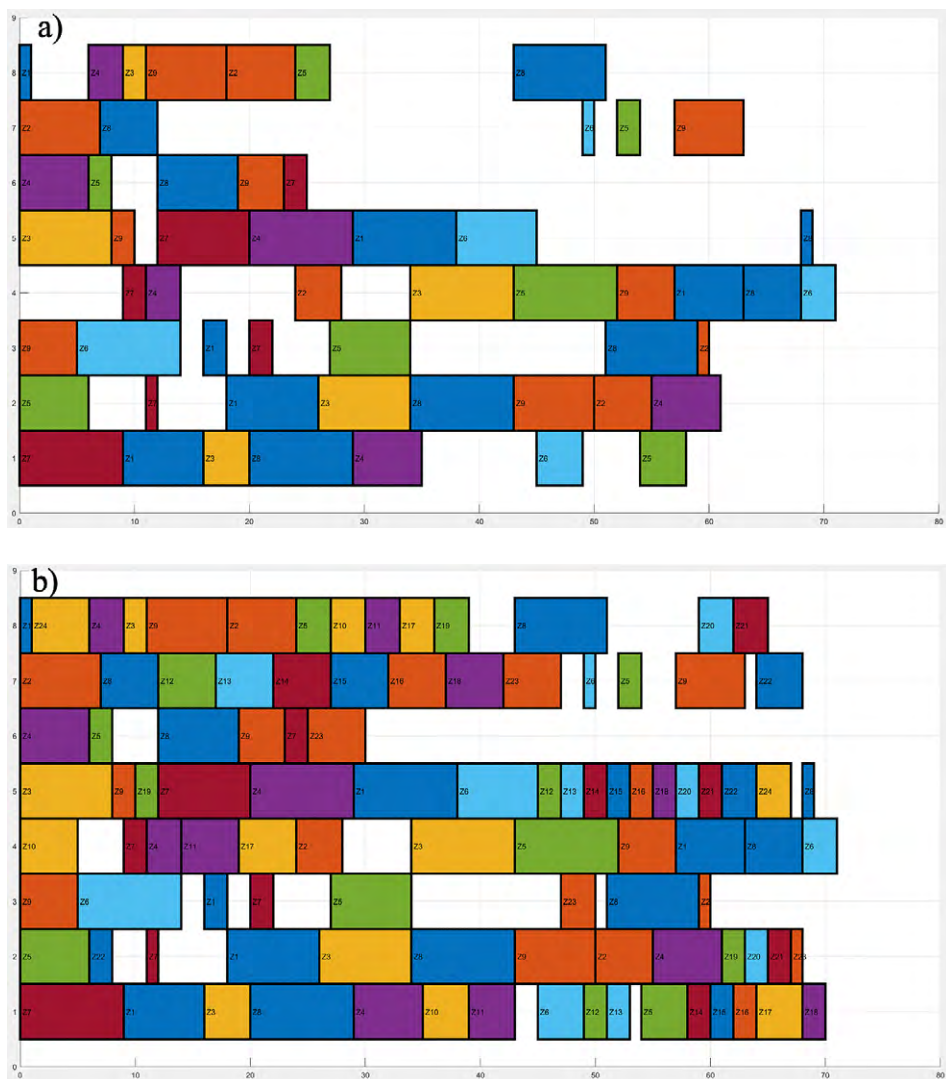
Dla badań przeprowadzonych w przypadku 9 zadań produkcyjnych średni czas zakończenia całego harmonogramu nominalnego wynosił 63,3 godz. Harmonogram nominalny został uzupełniony o średnio 14,3 zadań ze zbioru zadań MTS. Stopień wykorzystania zdolności produkcyjnych *LE* systemu wytwórczego uległ zwiększeniu średnio z 49% do 76%. Poprawie uległy również wskaźniki średniego czasu przepływu (zmniejszenie średnio o 5,44 godz.) oraz średni czas bezczynności (zmniejszenie średnio o 17,55 godz.).

Tabela 12. Porównanie wskaźników jakości harmonogramów nominalnych i uzupełnionych dla 9 zadań produkcyjnych w harmonogramie nominalnym

Nr sym.	Harmonogram nominalny				Harmonogram uzupełniony				Różnica				
	C_{max}	LE	$\bar{F}$	$\bar{I}$	C_{max}	LE	$\bar{F}$	$\bar{I}$	Liczba zadań dodanych do harm.	ΔC_{max}	ΔLE	$\Delta \bar{F}$	$\Delta \bar{I}$
1	71	51%	55,67	34,88	71	76%	44,63	17,13	15	0	25%	11,04	17,75
2	76	44%	53,00	42,38	76	74%	42,04	19,50	18	0	30%	10,96	22,88
3	70	46%	41,78	37,63	70	76%	36,07	16,88	18	0	30%	5,70	20,75
4	58	47%	35,78	30,63	58	74%	29,59	15,13	13	0	27%	6,19	15,50
5	63	53%	43,33	29,50	63	75%	40,74	15,75	10	0	22%	2,60	13,75
6	48	52%	29,11	23,00	48	77%	29,53	11,25	8	0	24%	-0,42	11,75
7	78	45%	46,33	43,00	78	79%	43,69	16,50	20	0	34%	2,64	26,50
8	57	48%	31,89	29,50	57	78%	26,58	12,38	15	0	30%	5,31	17,13
9	67	43%	33,11	38,25	67	76%	27,00	16,00	19	0	33%	6,11	22,25
10	45	59%	33,78	18,50	45	75%	29,56	11,25	7	0	16%	4,22	7,25
Średnia	63,3	49%	40,38	32,73	63,3	76%	34,94	15,18	14,30	0	27%	5,44	17,55
Max	78	59%	55,67	43,00	78	79%	44,63	19,50	20,00	0	34%	11,04	26,50
3 Kwartył	70,75	52%	45,58	38,09	70,75	76%	41,71	16,78	18,00	0	30%	6,17	21,88
Mediana	65	48%	38,78	32,75	65	76%	32,83	15,88	15,00	0	29%	5,51	17,44
1 Kwartył	57,25	45%	33,28	29,50	57,25	75%	29,54	13,06	10,75	0	24%	3,04	14,19
Min	45	43%	29,11	18,50	45	74%	26,58	11,25	7,00	0	16%	-0,42	7,25



Rycina 71. Porównanie otrzymanych wskaźników jakości dla 9 zadań produkcyjnych w harmonogramie nominalnym – wykres *box-plot*, opracowanie własne



Rycina 72. Przykładowy harmonogram nominalny (a) i uzupełniony (b) dla przypadku z 9 zadaniami w harmonogramie nominalnym, opracowanie własne

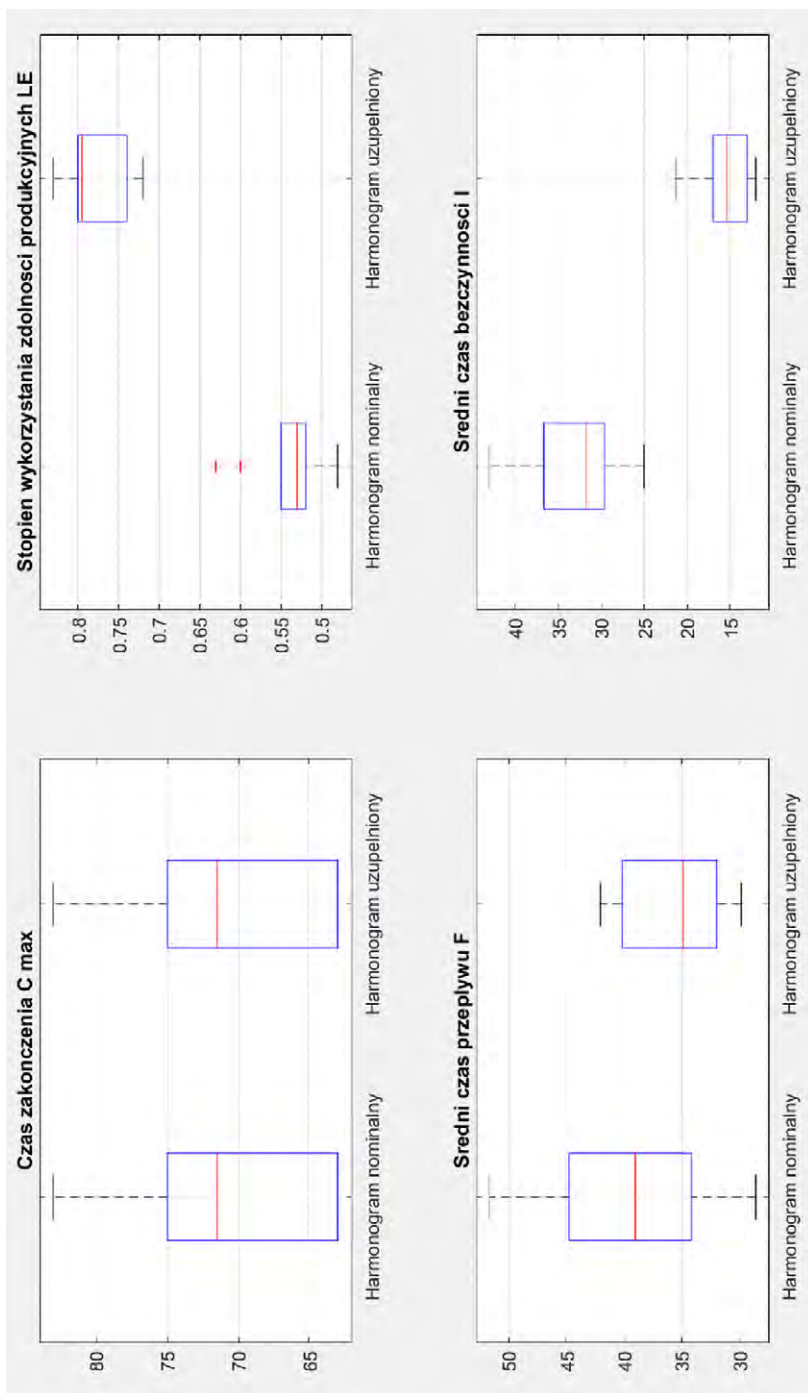
4.4.2.3. Harmonogramy uzupełnione – eksperyment z 12 zadaniami w harmonogramie nominalnym

Jako ostatni został rozważony eksperyment z 12 zadaniami produkcyjnymi w harmonogramie nominalnym. W tabeli 13 zestawiono wskaźniki jakości harmonogramów nominalnych i uzupełnionych dla tego przypadku. Na rycinie 73 znajduje się porównanie otrzymanych wskaźników jakości w formie wykresów *box-plot*. Rycina 74 prezentuje wybrany przypadek tego eksperymentu.

Dla badań przeprowadzonych w przypadku 12 zadań produkcyjnych średni czas zakończenia wszystkich zadań harmonogramu nominalnego wynosił 70,9 godz. Do harmonogramu nominalnego zostało dodanych średnio 14,7 zadań ze zbioru zadań MTS. Harmonogram uzupełniony cechował się stopniem wykorzystania zdolności produkcyjnych średnio o 24% większym, średnim czasem przepływu średnio o 3,9 godz. mniejszym oraz średnim czasem bezczynności średnio 17,11 godz. mniejszym niż w przypadku harmonogramu nominalnego.

Tabela 13. Porównanie wskaźników jakości harmonogramów nominalnych i uzupełnionych dla 12 zadań produkcyjnych w harmonogramie nominalnym

Nr sym.	Harmonogram nominalny				Harmonogram uzupełniony					Różnica			
	C_{max}	LE	$\bar{F}$	$\bar{I}$	C_{max}	LE	$\bar{F}$	$\bar{I}$	Liczba zadań dodanych do harm.	ΔC_{max}	ΔLE	$\Delta \bar{F}$	$\Delta \bar{I}$
1	63	52%	34,17	30,50	63	74%	31,96	16,13	12	0	23%	2,21	14,38
2	83	48%	40,50	43,00	83	78%	33,91	18,38	21	0	30%	6,59	24,63
3	78	53%	44,75	36,63	78	79%	42,07	16,25	17	0	26%	2,68	20,38
4	67	52%	33,58	32,00	67	80%	29,86	13,38	17	0	28%	3,72	18,63
5	74	55%	51,67	33,13	74	80%	39,97	14,75	17	0	25%	11,70	18,38
6	63	60%	37,33	25,00	63	80%	35,77	12,75	10	0	19%	1,56	12,25
7	73	51%	39,33	36,88	73	72%	40,16	21,38	13	0	20%	-0,83	15,50
8	75	63%	48,92	28,00	75	83%	40,83	13,00	12	0	20%	8,08	15,00
9	63	53%	28,58	29,63	63	73%	30,96	17,00	11	0	20%	-2,37	12,63
10	70	55%	38,67	31,38	70	83%	33,03	12,00	17	0	28%	5,63	19,38
Średnia	70,9	54%	39,75	32,61	70,9	78%	35,85	15,50	14,70	0	24%	3,90	17,12
Max	83	63%	51,67	43,00	83	83%	42,07	21,38	21,00	0	30%	11,70	24,63
3 Kwartyl	74,75	55%	43,69	35,75	74,75	80%	40,11	16,81	17,00	0	28%	6,35	19,19
Mediana	71,5	53%	39,00	31,69	71,5	79%	34,84	15,44	15,00	0	24%	3,20	16,94
1 Kwartyl	64	52%	34,96	29,84	64	75%	32,23	13,09	12,00	0	20%	1,72	14,54
Min	63	48%	28,58	25,00	63	72%	29,86	12,00	10,00	0	19%	-2,37	12,25



Rycina 73. Porównanie otrzymanych wskaźników jakości dla 12 zadań produkcyjnych w harmonogramie nominalnym – wykres *box-plot*, opracowanie własne



Rycina 74. Przykładowy harmonogram nominalny (a) i uzupełniony (b) dla przypadku z 12 zadaniami w harmonogramie nominalnym, opracowanie własne

4.4.2.4. Harmonogramy uzupełnione – podsumowanie eksperymentów

Dla wszystkich zbadanych przypadków wskaźniki jakości harmonogramów uległy poprawie (tj. zwiększeniu uległ współczynnik stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych LE , zmniejszeniu uległy średni czas przepływu $\bar{F}$ oraz średni czas bezczynności $\bar{I}$). Wszystkie harmonogramy nominalne miały czas zakończenia taki sam jak harmonogramy uzupełnione. Po przeprowadzeniu procedury harmonogramowania produkcji hybrydowej współczynnik stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych wzrastał w większości przypadków o ok. 20 do 30 punktów procentowych (w najgorszym przypadku stopień wykorzystania zdolności produkcyjnych wzrósł o 16 punktów procentowych, a w najlepszym o 38 punktów procentowych). Średni czas przepływu dla większości przypadków ulegał zmniejszeniu o ok. 3 do 6 godz. Ten wskaźnik jakości cechował się największym rozrzutem (w skrajnych przypadkach przyjmował on wartości -2,37 i 13,15). Jest to też jedyny parametr jakościowy, który w pojedynczych przypadkach (3 spośród 30 przeprowadzonych przypadków eksperymentów) ulegał pogorszeniu – następowało wydłużenie średniego czasu przepływu w harmonogramie uzupełnionym w porównaniu z harmonogramem nominalnym. Średni czas bezczynności ulegał skróceniu zwykle o ok. 14 do 17 godz. Dla jednego z przeprowadzonych eksperymentów parametr ten uległ zwiększeniu jedynie o 1,62 godz., co jest znacznie mniejszą wartością niż w pozostałych wynikach badań. Dla 6 przypadków eksperymentu wskaźnik $\bar{I}$ uległ zmniejszeniu o ponad 20 godz. (maksymalne skrócenie średniego czasu przepływu wynosiło 26,50).

4.4.3. Analiza porównawcza harmonogramów uzupełnionych z harmonogramami opracowanymi na podstawie reguł priorytetów

Analogicznie jak w eksperymencie pierwszym, po przeprowadzeniu procedury szeregowania zadań dla produkcji hybrydowej i opracowaniu harmonogramów uzupełnionych przeprowadzono drugą część eksperymentu polegającą na porównaniu otrzymanych wyników z rezultatami, jakie generowały reguły priorytetów (LPT, SPT, EDD, FIFO, RAND) oraz metoda dokładna B&B. W tym celu zapisano otrzymane harmonogramy uzupełnione w postaci macierzy PT

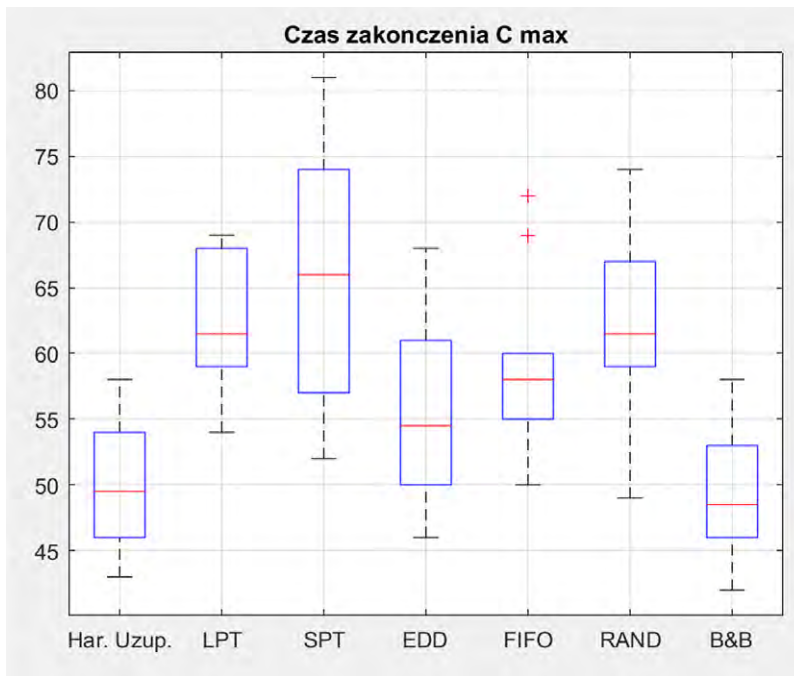
i MO (w formacie plików xml, w strukturze obsługiwanej przez program LiSA) i przeprowadzono procedurę szeregowania zadań w programie LiSA.

4.4.3.1 Porównanie harmonogramów – eksperyment z 6 zadaniami w harmonogramie nominalnym

Jako pierwsze zostało przeprowadzone porównanie otrzymanych wskaźników jakości dla eksperymentu z 6 zadaniami produkcyjnymi w harmonogramie nominalnym. Tabela 14 i rycina 75 zawierają porównanie czasu C_{max} dla tego eksperymentu.

Tabela 14. Porównanie czasu C_{max} dla eksperymentu z 6 zadaniami w harmonogramie nominalnym

Nr sym.	Uszeregowanie według reguły						
	Har. uzup.	LTP	SPT	EDD	FIFO	RAND	B&B
1	50	68	71	54	57	63	48
2	52	62	57	53	59	66	50
3	46	69	53	58	54	60	46
4	49	60	64	55	60	60	47
5	43	61	52	46	50	49	42
6	54	59	63	68	55	59	53
7	58	62	76	61	69	74	58
8	57	69	81	61	72	67	53
9	46	54	74	50	60	73	45
10	49	54	68	49	56	52	49
Średnia	50,4	61,8	65,9	55,5	59,2	62,3	49,1
Max	58	69	81	68	72	74	58
3 Kwartyl	53,5	66,5	73,25	60,25	60	66,75	52,25
Mediana	49,5	61,5	66	54,5	58	61,5	48,5
1 Kwartyl	46,75	59,25	58,5	50,75	55,25	59,25	46,25
Min	43	54	52	46	50	49	42



Rycina 75. Czas C_{max} dla eksperymentu z 6 zadaniami w harmonogramie nominalnym – wykresy *box-plot*, opracowanie własne

Z przedstawionych analiz wynika, że żadna z klasycznych reguł priorytetów nie wygenerowała uszeregowania dającego nie gorszy czas zakończenia wszystkich zadań niż opracowany algorytm. Jedynie dla przypadku nr 10 reguła EDD wygenerowała harmonogram z czasem C_{max} takim samym jak harmonogram uzupełniony. Reguła EDD generowała harmonogramy o czasie zakończenia najbliższym czasem otrzymanym przez harmonogramy uzupełnione (średnia różnica czasu C_{max} między harmonogramami EDD a uzupełnionymi wyniosła 5,4 godz.), jednak dla pojedynczych przypadków eksperymentu różnice te bywają znaczne (np. harmonogram 3 i 6). Nieco gorsze rezultaty generowała reguła FIFO (średnia różnica czasu C_{max} między harmonogramami FIFO a uzupełnionymi wyniosła 8,9 godz.). Dla pojedynczych przypadków różnice między harmonogramem uzupełnionym a harmonogramem FIFO były jednakże znaczne (np. harmonogram 7 i 9).

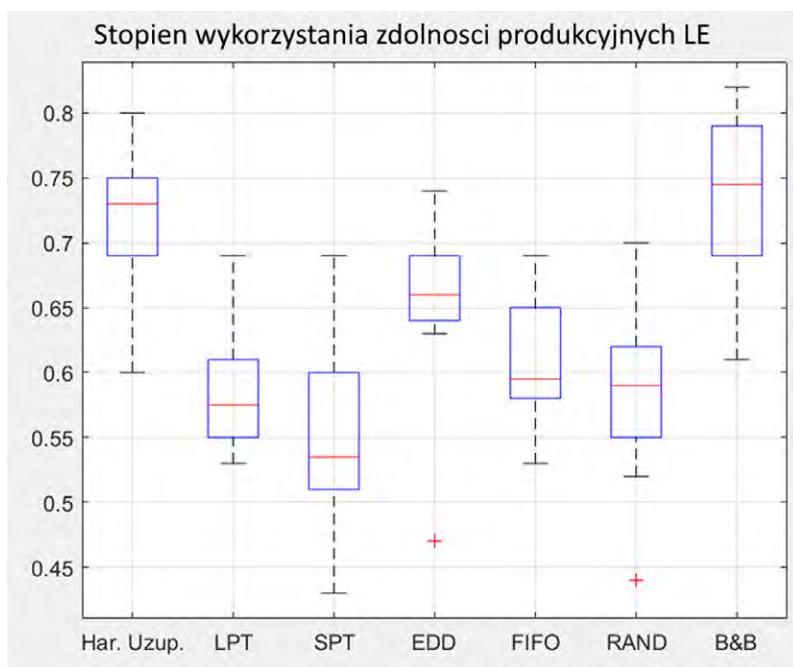
Harmonogramy ułożone według zasad SPT, LPT oraz RAND miały największe różnice wskaźnika jakości C_{max} w stosunku do harmonogramów uzupełnionych. Największe różnice występowały między harmonogramami SPT (średnio 15,5 godz.).

Metoda dokładna B&B generowała uszeregowanie o czasie C_{max} średnio krótszym o 1,3 godz. W przypadku harmonogramów 3 i 7 czas zakończenia był taki sam jak dla harmonogramu uzupełnionego, w pozostałych przypadkach metoda B&B generowała lepsze rezultaty.

Tabela 15 i rycina 76 zawierają porównanie stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych LE dla eksperymentu z 6 zadaniami w harmonogramie nominalnym.

Tabela 15. Porównanie stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych LE dla eksperymentu z 6 zadaniami w harmonogramie nominalnym

Nr sym.	Uszeregowanie według reguły						
	Har. uzup.	LTP	SPT	EDD	FIFO	RAND	B&B
1	74,0%	54,4%	52,1%	68,5%	64,9%	58,7%	77,1%
2	65,0%	54,8%	59,6%	64,2%	57,6%	51,5%	68,0%
3	79,6%	53,1%	69,1%	63,1%	67,8%	61,0%	79,6%
4	72,2%	59,0%	55,3%	64,3%	59,0%	59,0%	75,3%
5	79,7%	56,1%	65,9%	74,5%	68,5%	69,9%	81,5%
6	59,7%	54,7%	51,2%	47,4%	58,6%	54,7%	60,8%
7	73,7%	69,0%	56,3%	70,1%	62,0%	57,8%	73,7%
8	75,0%	60,5%	51,5%	68,4%	58,0%	62,3%	78,8%
9	69,3%	59,0%	43,1%	63,8%	53,1%	43,7%	70,8%
10	68,9%	62,5%	49,6%	68,9%	60,3%	64,9%	68,9%
Średnia	71,7%	58,3%	55,4%	65,3%	61,0%	58,3%	73,5%
Max	79,7%	69,0%	69,1%	74,5%	68,5%	69,9%	81,5%
3 Kwartyl	74,8%	60,1%	58,8%	68,8%	64,2%	62,0%	78,4%
Mediana	73,0%	57,6%	53,7%	66,4%	59,6%	58,8%	74,5%
1 Kwartyl	69,0%	54,7%	51,3%	63,9%	58,1%	55,4%	69,4%
Min	59,7%	53,1%	43,1%	47,4%	53,1%	43,7%	60,8%



Rycina 76. Stopień wykorzystania zdolności produkcyjnych *LE* dla eksperymentu z 6 zadaniami w harmonogramie nominalnym – wykresy *box-plot*, opracowanie własne

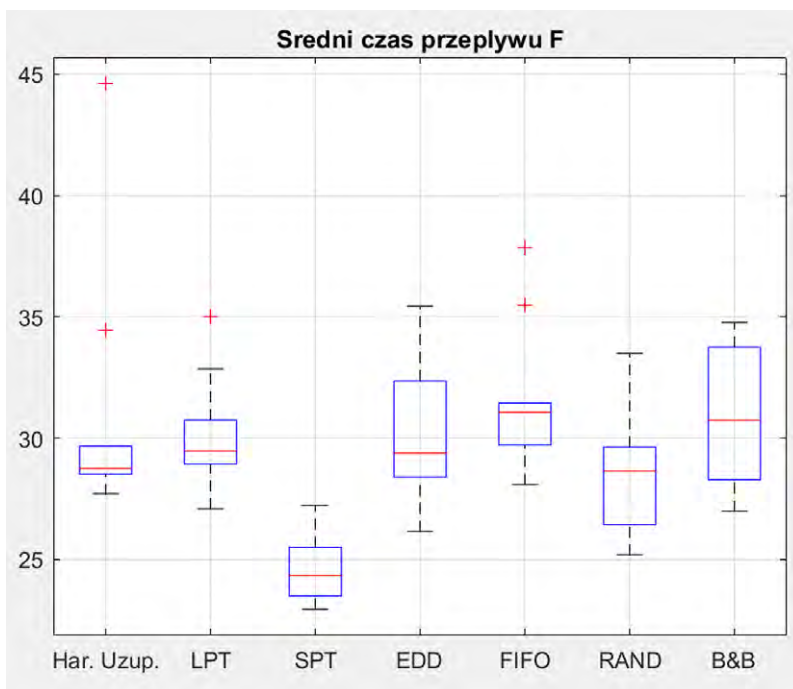
Wyniki eksperymentu dla wskaźnika stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych są zbliżone do wyników, jakie poszczególne harmonogramy uzyskały dla parametru C_{max} . Spośród reguł priorytetów stopień wykorzystania najbliższy harmonogramom uzupełnionym uzyskały harmonogramy EDD (średnio o 6,4 punktów procentowych gorszy) oraz harmonogramy FIFO (średnio o 9,3 punktów procentowych gorszy). Zdarzają się pojedyncze przypadki eksperymentu, w których te różnice są znacznie większe (np. harmonogram 3 dla reguły EDD lub harmonogram 8 dla reguły FIFO). Najniższą wartość wskaźnika *LE* mają harmonogramy SPT oraz LPT (odpowiednio gorszą o 16,3 i 13,4 punktów procentowych).

Metoda dokładna B&B wygenerowała harmonogramy o stopniu wykorzystania zdolności produkcyjnych wyższym średnio o 1,8 punktu procentowego w stosunku do harmonogramów uzupełnionych. Dla harmonogramów 3, 7, 10 harmonogram uzupełniony miał taki sam stopień wykorzystania jak harmonogram B&B.

Tabela 16 i rycina 77 zawierają porównanie średniego czasu przepływu $\bar{F}$ dla eksperymentu z 6 zadaniami w harmonogramie nominalnym.

Tabela 16. Porównanie średniego czasu przepływu $\bar{F}$ dla eksperymentu z 6 zadaniami w harmonogramie nominalnym

Nr sym.	Uszeregowanie według reguły						
	Har. uzup.	LTP	SPT	EDD	FIFO	RAND	B&B
1	29,67	29,00	26,28	29,56	31,11	28,39	28,61
2	27,71	27,78	25,50	29,22	29,72	26,44	31,22
3	28,90	29,95	23,20	28,40	31,45	28,90	33,75
4	29,47	30,75	23,50	32,55	31,05	29,35	27,90
5	28,61	27,10	25,20	26,15	29,30	25,20	28,30
6	27,94	28,95	24,35	27,45	30,35	25,65	30,30
7	34,45	35,00	24,32	35,45	35,50	33,50	34,77
8	28,52	32,86	22,95	32,36	37,86	32,45	34,45
9	44,63	29,00	24,14	28,59	28,09	26,64	27,00
10	28,56	30,50	27,23	30,64	31,27	29,64	31,18
Średnia	30,85	30,09	24,67	30,04	31,57	28,62	30,75
Max	44,63	35,00	27,23	35,45	37,86	33,50	34,77
3 Kwartyl	29,62	30,69	25,43	31,93	31,41	29,56	33,12
Mediana	28,76	29,48	24,33	29,39	31,08	28,64	30,74
1 Kwartyl	28,53	28,96	23,66	28,45	29,88	26,49	28,38
Min	27,71	27,10	22,95	26,15	28,09	25,20	27,00



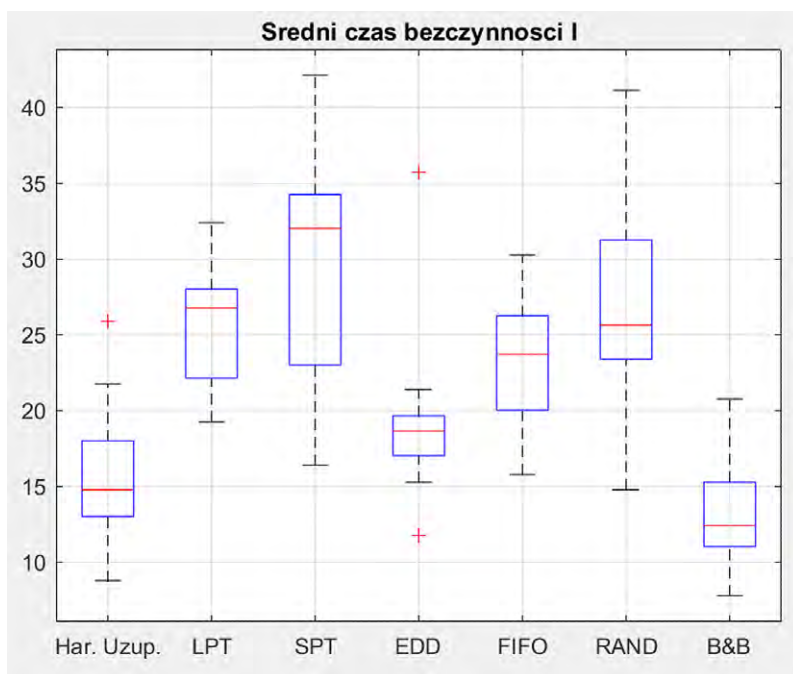
Rycina 77. Średni czas przepływu $\bar{F}$ dla eksperymentu z 6 zadaniami w harmonogramie nominalnym – wykresy *box-plot*, opracowanie własne

Rezultaty eksperymentu dla parametru $\bar{F}$ są znacząco różne od poprzednich. Średni czas przepływu jest zbliżony dla harmonogramów uzupełnionych, harmonogramów ułożonych według klasycznych reguł priorytetów i metody dokładnej B&B. Wyjątkiem są tutaj harmonogramy ułożone według reguły SPT, które wygenerowały uszeregowania o najkrótszym czasie przepływu, średnio krótszym o 6,18 godz. w stosunku do harmonogramów uzupełnionych. Harmonogramy uszeregowane według zasady RAND również miały krótszy czas przepływu (średnio o 2,23 godz.) – jednak dla pojedynczych przypadków eksperymentu różnice wyników między harmonogramami uzupełnionymi były duże (np. harmonogramy 8 i 9).

Tabela 17 i rycina 78 zawierają porównanie średniego czasu bezczynności $\bar{I}$ dla eksperymentu z 6 zadaniami w harmonogramie nominalnym.

Tabela 17. Porównanie średniego czasu bezczynności $\bar{T}$ dla eksperymentu z 6 zadaniami w harmonogramie nominalnym

Nr sym.	Uszeregowanie według reguły						
	Har. uzup.	LTP	SPT	EDD	FIFO	RAND	B&B
1	13,00	31,00	34,00	17,00	20,00	26,00	11,00
2	18,00	28,00	23,00	19,00	25,00	32,00	16,00
3	9,38	32,38	16,38	21,38	17,38	23,38	9,38
4	13,63	24,63	28,63	19,63	24,63	24,63	11,63
5	8,75	26,75	17,75	11,75	15,75	14,75	7,75
6	21,75	26,75	30,75	35,75	22,75	26,75	20,75
7	15,25	19,25	33,25	18,25	26,25	31,25	15,25
8	14,25	27,25	39,25	19,25	30,25	25,25	11,25
9	25,88	22,13	42,13	18,13	28,13	41,13	13,13
10	15,25	20,25	34,25	15,25	22,25	18,25	15,25
Średnia	15,51	25,84	29,94	19,54	23,24	26,34	13,14
Max	25,88	32,38	42,13	35,75	30,25	41,13	20,75
3 Kwartyl	17,31	27,81	34,19	19,53	25,94	30,13	15,25
Mediana	14,75	26,75	32,00	18,63	23,69	25,63	12,38
1 Kwartyl	13,16	22,75	24,41	17,28	20,56	23,69	11,06
Min	8,75	19,25	16,38	11,75	15,75	14,75	7,75



Rycina 78. Średni czas bezczynności $\bar{I}$ dla eksperymentu z 6 zadaniami w harmonogramie nominalnym – wykresy *box-plot*, opracowanie własne

W przypadku średniego czasu bezczynności wyniki najbardziej zbliżone do harmonogramów uzupełnionych wygenerowała reguła EDD. Średnio czas bezczynności był dłuższy od czasu bezczynności harmonogramów uzupełnionych o 4,03 godz. Podobnie jak w przypadku parametrów C_{max} oraz $\bar{F}$ dla pojedynczych przypadków eksperymentu różnice są znacznie większe (np. harmonogram 3 i 6). Dla harmonogramu 9 reguła EDD uzyskała parametr $\bar{I}$ krótszy o 7,75 godz. w stosunku do harmonogramu uzupełnionego. Pozostałe reguły priorytetów wygenerowały uszeregowania o znacznie dłuższym czasie bezczynności (w stosunku do harmonogramów uzupełnionych).

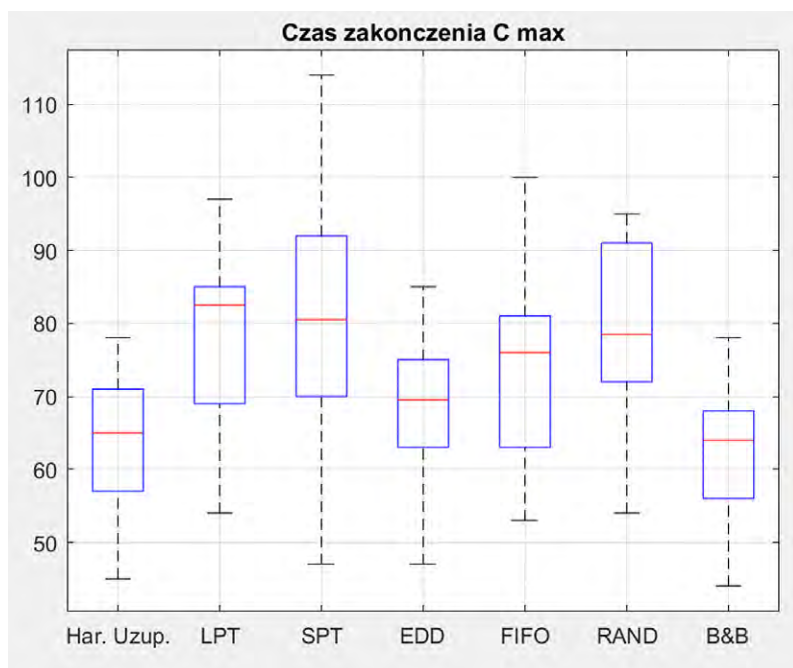
Metoda dokładna B&B miała średni czas bezczynności krótszy średnio o 2,37 godz. w stosunku do harmonogramów nominalnych. Podobnie jak dla parametru LE harmonogramy 3, 7, 10 miały taką samą wartość parametru $\bar{I}$ dla harmonogramów uzupełnionych oraz harmonogramów B&B.

4.4.3.2. Porównanie harmonogramów – eksperyment z 9 zadaniami w harmonogramie nominalnym

Jako drugie zostało przeprowadzone porównanie otrzymanych wskaźników jakości dla eksperymentu z 9 zadaniami produkcyjnymi w harmonogramie nominalnym. Tabela 18 i rycina 79 zawierają porównanie czasu C_{max} dla tego eksperymentu.

Tabela 18. Porównanie czasu C_{max} dla eksperymentu z 9 zadaniami w harmonogramie nominalnym

Nr sym.	Uszeregowanie według reguły						
	Har. uzup.	LTP	SPT	EDD	FIFO	RAND	B&B
1	71	84	92	74	77	91	68
2	76	84	103	75	88	94	74
3	70	85	84	73	81	82	68
4	58	87	70	65	63	77	56
5	63	77	76	66	73	72	61
6	48	60	47	49	53	54	45
7	78	97	114	85	100	95	78
8	57	69	77	63	77	80	56
9	67	81	86	77	75	74	67
10	45	54	47	47	57	62	44
Średnia	63,3	77,8	79,6	67,4	74,4	78,1	61,7
Max	78	97	114	85	100	95	78
3 Kwartyl	70,75	84,75	90,5	74,75	80	88,75	68
Mediana	65	82,5	80,5	69,5	76	78,5	64
1 Kwartyl	57,25	71	71,5	63,5	65,5	72,5	56
Min	43	54	52	46	50	49	42



Rycina 79. Czas C_{max} dla eksperymentu z 9 zadaniami w harmonogramie nominalnym – wykresy *box-plot*, opracowanie własne

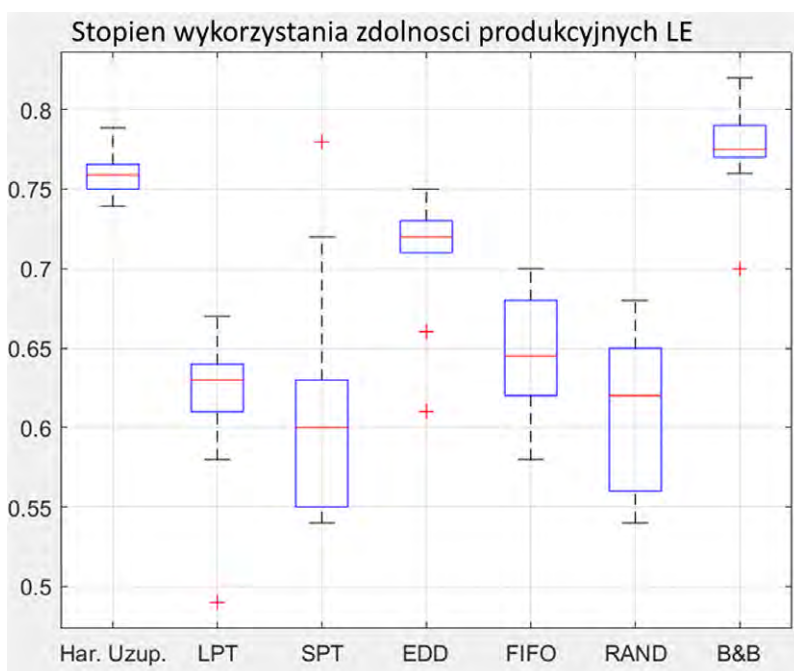
Dla parametru jakości harmonogramów C_{max} klasyczne reguły priorytetów wygenerowały harmonogramy o dłuższym czasie zakończenia wszystkich zadań. Wyjątkiem jest tutaj reguła EDD w harmonogramie 2, której czas C_{max} był o 1 godz. krótszy w stosunku do harmonogramu uzupełnionego. Średni czas zakończenia wszystkich zadań w harmonogramie uzupełnionych wynosił 63,3 godz., podczas gdy reguły priorytetów LPT, SPT, FIFO, RAND generowały uszeregowania o czasach w zakresie średnio od 74,4 do 79,6 godz. Jedynie reguła EDD generowała rezultaty zbliżone do harmonogramów uzupełnionych – średnia wartość C_{max} 67,4 w stosunku do 63,3 dla harmonogramów uzupełnionych.

Metoda B&B uszeregowwała zadania w średnim czasie zakończenia 61,7 godz. Dla harmonogramów 7 i 9 wartość C_{max} była taka sama jak dla harmonogramu uzupełnionego.

Tabela 19 i rycina 80 zawierają porównanie stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych *LE* dla eksperymentu z 9 zadaniami w harmonogramie nominalnym.

Tabela 19. Porównanie stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych *LE* dla eksperymentu z 9 zadaniami w harmonogramie nominalnym

Nr sym.	Uszeregowanie według reguły						
	Har. uzupeł.	LTP	SPT	EDD	FIFO	RAND	B&B
1	75,9%	64,1%	58,6%	72,8%	70,0%	59,2%	79,2%
2	74,3%	67,3%	54,9%	75,3%	64,2%	60,1%	76,4%
3	75,9%	62,5%	63,2%	72,8%	65,6%	64,8%	78,1%
4	73,9%	49,3%	61,3%	66,0%	68,1%	55,7%	76,6%
5	75,0%	61,4%	62,2%	71,6%	64,7%	65,6%	77,5%
6	76,6%	61,3%	78,2%	75,0%	69,3%	68,1%	81,7%
7	78,9%	63,4%	53,9%	72,4%	61,5%	64,7%	78,9%
8	78,3%	64,7%	58,0%	70,8%	58,0%	55,8%	79,7%
9	76,1%	58,0%	54,7%	61,0%	62,7%	63,5%	70,1%
10	75,0%	62,5%	71,8%	71,8%	59,2%	54,4%	76,7%
Średnia	76,0%	61,4%	61,7%	70,9%	64,3%	61,2%	77,5%
Max	78,9%	67,3%	78,2%	75,3%	70,0%	68,1%	81,7%
3 Kwartyl	76,5%	64,0%	63,0%	72,8%	67,4%	64,8%	79,1%
Mediana	75,9%	62,5%	59,9%	72,1%	64,5%	61,8%	77,8%
1 Kwartyl	75,0%	61,3%	55,6%	71,0%	61,8%	56,6%	76,6%
Min	73,9%	49,3%	53,9%	61,0%	58,0%	54,4%	70,1%



Rycina 80. Stopniem wykorzystania zdolności produkcyjnych *LE* dla eksperymentu z 9 zadaniami w harmonogramie nominalnym – wykresy box-plot, opracowanie własne

W przypadku harmonogramów z 9 zadaniami w harmonogramie nominalnym harmonogramy uzupełnione cechowały się średnim stopniem wykorzystania zdolności produkcyjnych na poziomie 76%. Wskaźnik stopnia wykorzystania dla harmonogramów LPT, SPT, FIFO, RAND zawierał się w przedziale średnio 61,2–64,3%. W przypadku reguły SPT wygenerowane harmonogramy cechowały się bardzo dużym rozrzutem wartości *LE*, którego skrajne wartości wynosiły 53,9% i 78,2%. Reguła EDD generowała uszeregowania o najmniejszej różnicy stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych w stosunku do harmonogramów nominalnych. Stopień wykorzystania dla harmonogramów EDD wynosił średnio 70,9%. Spośród harmonogramów EDD harmonogramy 4 i 9 cechują się wartościami odstającymi od reszty (odpowiednio 66% i 61%).

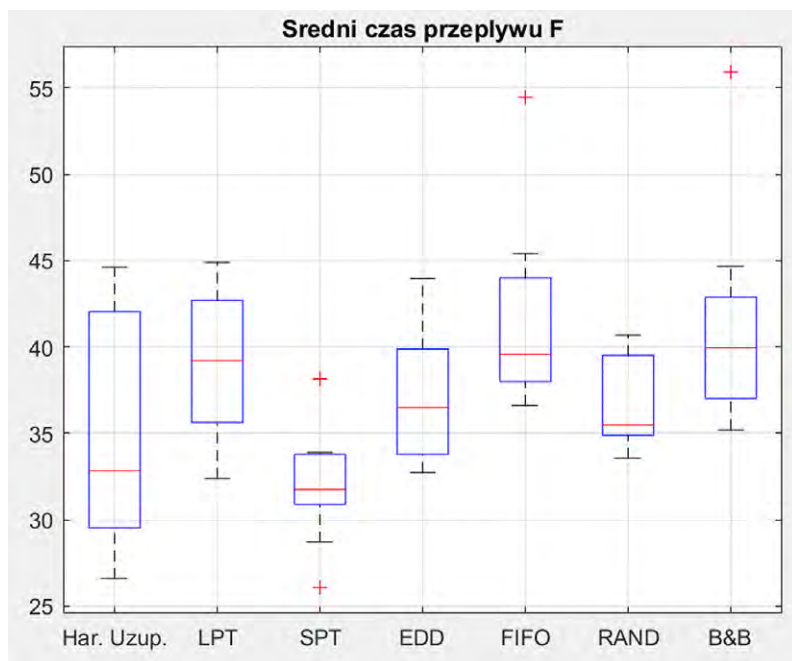
Szeregowanie według metody podziałów i ograniczeń uzyskało średnią wartość *LE* równą 77,5%, co jest o 1,5 punktu procentowego lepszym rezultatem w stosunku do harmonogramów uzupełnionych. Harmonogram 9 osiągnął

(dla harmonogramu B&B) stopień wykorzystania zdolności produkcyjnych o 6 punktów procentowych gorszy niż harmonogram uzupełniony.

Tabela 20 i rycina 81 zawierają porównanie średniego czasu przepływu $\bar{F}$ dla eksperymentu z 9 zadaniami w harmonogramie nominalnym.

Tabela 20. Porównanie średniego czasu przepływu $\bar{F}$ dla eksperymentu z 9 zadaniami w harmonogramie nominalnym

Nr sym.	Uszeregowanie według reguły						
	Har. uzup.	LTP	SPT	EDD	FIFO	RAND	B&B
1	44,63	42,71	33,79	43,96	44,00	35,13	40,46
2	42,04	43,37	28,70	39,89	45,41	39,52	44,67
3	36,07	41,70	26,07	32,74	43,37	35,59	40,70
4	29,59	36,15	30,89	34,00	38,41	33,56	35,19
5	40,74	38,04	38,15	39,63	39,78	40,44	42,89
6	29,53	35,63	32,74	37,07	36,63	34,00	36,33
7	43,69	44,90	31,07	43,52	54,48	40,69	55,93
8	26,58	32,38	32,38	33,72	38,00	35,76	38,07
9	27,00	40,38	31,10	33,79	39,38	35,38	39,45
10	29,56	35,00	33,90	35,93	37,48	34,90	37,03
Średnia	34,94	39,03	31,88	37,43	41,69	36,50	41,07
Max	44,63	44,90	38,15	43,96	54,48	40,69	55,93
3 Kwartyl	41,71	42,46	33,53	39,82	43,84	38,58	42,34
Mediana	32,83	39,21	31,74	36,50	39,58	35,49	39,95
1 Kwartyl	29,54	35,76	30,93	33,84	38,10	34,95	37,29
Min	26,58	32,38	26,07	32,74	36,63	33,56	35,19



Rycina 81. Średni czas przepływu $\bar{F}$ dla eksperymentu z 9 zadaniami w harmonogramie nominalnym – wykresy *box-plot*, opracowanie własne

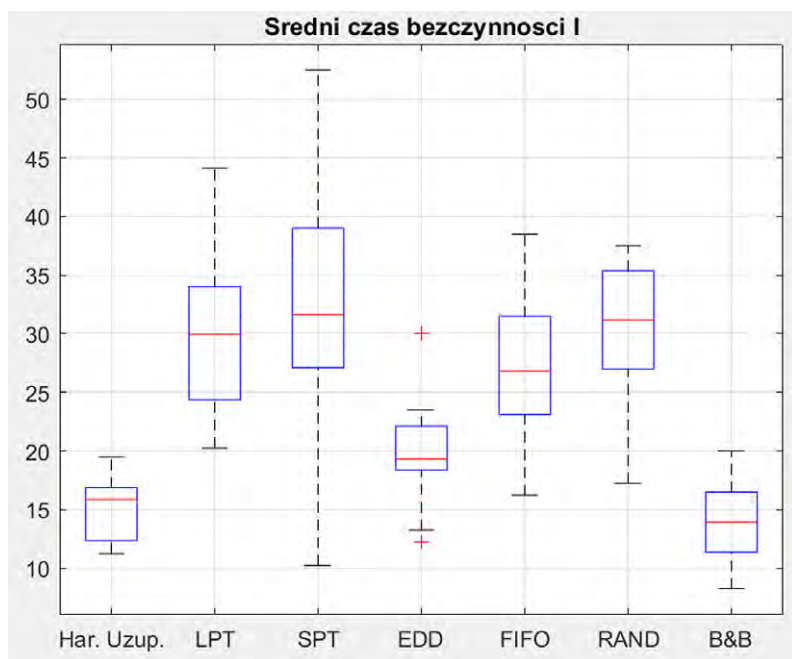
Średni czas przepływu harmonogramów uzupełnionych wynosił 34,94 godz., jednak wartości mieściły się w przedziale od 26,58 do 34,94 godz. Reguła priorytetów SPT wygenerowała harmonogramy o czasie przepływu średnio o 3,06 godz. krótszym niż harmonogramy uzupełnione. Wśród harmonogramów SPT można zaobserwować dwa przypadki eksperymentu (harmonogram 3 oraz 5) znacznie odstające od innych harmonogramów SPT. Średni czas przepływu dla pozostałych reguł priorytetów wynosił średnio między 37, 43 a 41, 69 godz. Harmonogramy uszeregowane według klasycznych reguł priorytetów cechowały się mniejszymi rozrzutami wartości $\bar{F}$ niż harmonogramy nominalne.

Dla eksperymentu z 9 zadaniami w harmonogramie nominalnym metoda B&B generowała harmonogramy o najwyższej medianie wartości wskaźnika jakości $\bar{F}$ wynoszącej 39,95, przy średniej wartości 41,07. Dla harmonogramu 7 wartość średniego czasu przepływu wynosiła 55,93 godz., co jest wartością najwyższą spośród wszystkich harmonogramów.

Tabela 21 i rycina 82 zawierają porównanie średniego czasu bezczynności $\bar{I}$ dla eksperymentu z 9 zadaniami w harmonogramie nominalnym.

Tabela 21. Porównanie średniego czasu bezczynności $\bar{I}$ dla eksperymentu z 9 zadaniami w harmonogramie nominalnym

Nr sym.	Uszeregowanie według reguły						
	Har. uzup.	LTP	SPT	EDD	FIFO	RAND	B&B
1	17,13	30,13	38,13	20,13	23,13	37,13	14,13
2	19,50	27,50	46,50	18,50	31,50	37,50	17,50
3	16,88	31,88	30,88	19,88	27,88	28,88	14,88
4	15,13	44,13	27,13	22,13	20,13	34,13	13,13
5	15,75	29,75	28,75	18,75	25,75	24,75	13,75
6	11,25	23,25	10,25	12,25	16,25	17,25	8,25
7	16,50	35,50	52,50	23,50	38,50	33,50	16,50
8	12,38	24,38	32,38	18,38	32,38	35,38	11,38
9	16,00	34,00	39,00	30,00	28,00	27,00	20,00
10	11,25	20,25	13,25	13,25	23,25	28,25	10,25
Średnia	15,18	30,08	31,88	19,68	26,68	30,38	13,98
Max	19,50	44,13	52,50	30,00	38,50	37,50	20,00
3 Kwartyl	16,78	33,47	38,78	21,63	30,63	35,06	16,09
Mediana	15,88	29,94	31,63	19,31	26,81	31,19	13,94
1 Kwartyl	13,06	25,16	27,53	18,41	23,16	27,31	11,81
Min	11,25	20,25	10,25	12,25	16,25	17,25	8,25



Rycina 82. Średni czas beczynności $\bar{I}$ dla eksperymentu z 9 zadaniami w harmonogramie nominalnym – wykresy *box-plot*, opracowanie własne

Średni czas beczynności dla harmonogramów uzupełnionych był niższy niż dla harmonogramów wygenerowanych na podstawie klasycznych reguł priorytetów i średnio osiągnął wartość 15,18 godz. Jedynie harmonogram SPT nr 6 miał wartość $\bar{I}$ mniejszą o 1 godz. w stosunku do harmonogramu uzupełnionego. Harmonogramy SPT cechowały się jednakże bardzo dużym rozrzutem wartości parametru $\bar{I}$. Dla harmonogramów SPT najmniejszą wartość średniego czasu beczynności miał harmonogram 6 ($\bar{I} = 10,25$ godz.), a największą harmonogram 7 ($\bar{I} = 52,50$ godz.), przy średniej wartości $\bar{I} = 31,88$ godz.). Harmonogramy uszeregowane według zasad LPT, FIFO i RAND przeciętnie miały wartość średniego czasu przestoju odpowiednio 30,08 godz., 26,68 godz., 30,38 godz. Spośród reguł priorytetów metoda EDD generowała harmonogramy o średnim czasie beczynności najbliższym do harmonogramów uzupełnionych (średnia wartość $\bar{I}$ dla harmonogramów EDD wynosiła 13,98 godz.).

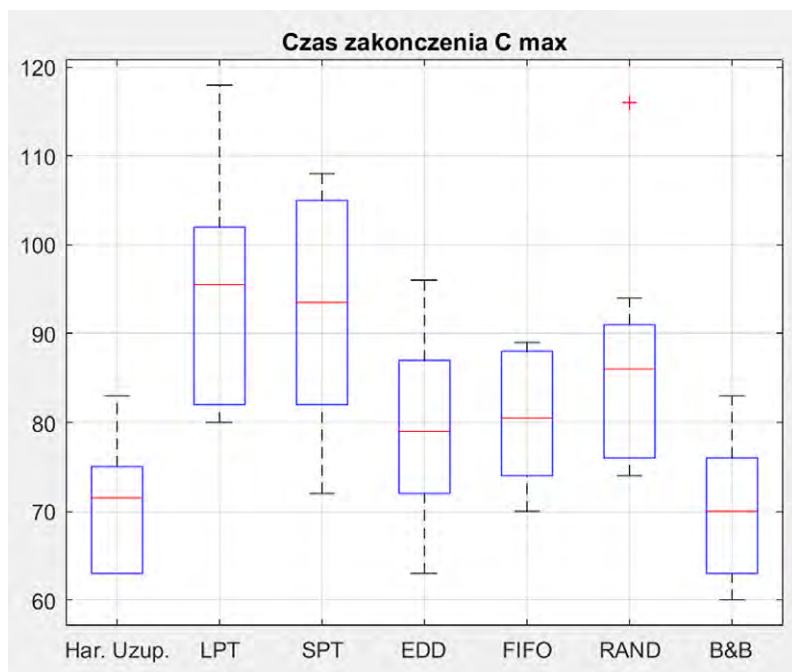
Harmonogramowanie według metody B&B pozwoliło uzyskać krótszy czas średniego czasu przestoju niż dla harmonogramów uzupełnionych (średnio o 1,2 godz.). W eksperymencie nr 7 wartość wskaźnika $\bar{I}$ była taka sama dla harmonogramu B&B oraz harmonogramu uzupełnionego.

4.4.3.3. Porównanie harmonogramów – eksperyment z 12 zadaniami w harmonogramie nominalnym

Jako trzecie zostało przeprowadzone porównanie otrzymanych wskaźników jakości dla eksperymentu z 12 zadaniami produkcyjnymi w harmonogramie nominalnym. Tabela 22 i rycina 83 zawierają porównanie czasu C_{max} dla tego eksperymentu.

Tabela 22. Porównanie czasu C_{max} dla eksperymentu z 12 zadaniami w harmonogramie nominalnym

Nr sym.	Uszeregowanie według reguły						
	Har. uzupeł.	LTP	SPT	EDD	FIFO	RAND	B&B
1	63	82	82	79	70	74	61
2	83	118	108	96	87	88	83
3	78	97	99	80	89	116	78
4	67	80	77	72	74	76	65
5	74	102	89	88	83	86	71
6	63	97	88	72	73	84	60
7	73	87	98	79	89	86	76
8	75	115	106	87	88	94	73
9	63	81	72	63	74	76	63
10	70	94	105	75	78	91	69
Średnia	70,9	95,3	92,4	79,1	80,5	87,1	69,9
Max	83	118	108	96	89	116	83
3 Kwartyl	74,75	100,75	103,5	85,25	87,75	90,25	75,25
Mediana	71,5	95,5	93,5	79	80,5	86	70
1 Kwartyl	64	83,25	83,5	72,75	74	78	63,5
Min	63	80	72	63	70	74	60



Rycina 83. Czas C_{max} dla eksperymentu z 12 zadaniami w harmonogramie nominalnym – wykresy box-plot, opracowanie własne

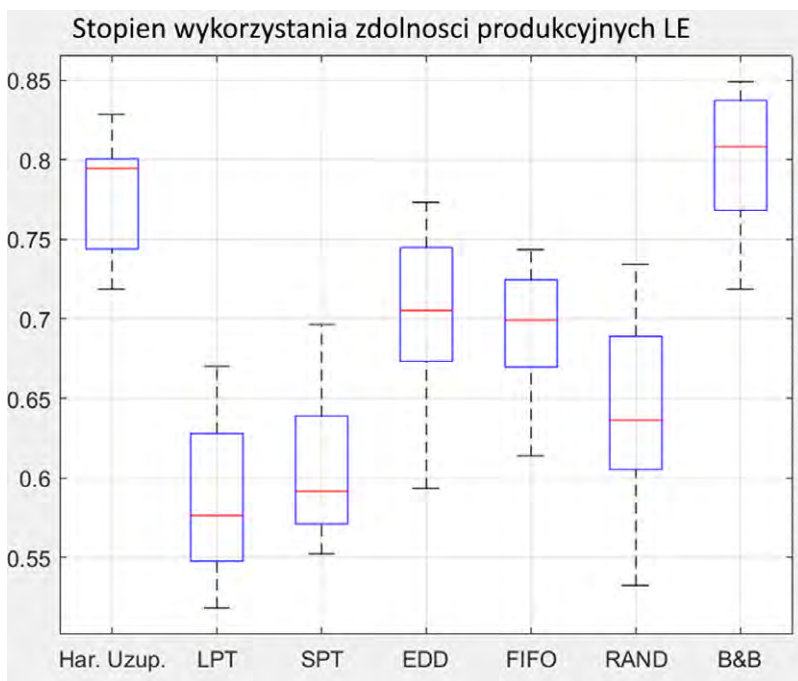
Podobnie jak w poprzednich eksperymentach, również w przypadku parametru C_{max} dla eksperymentu z 12 zadaniami w harmonogramie nominalnym harmonogramy EDD oraz FIFO generują uszeregowania o całkowitym czasie zakończenia najbliższym do harmonogramów uzupełnionych. Średni czas C_{max} dla harmonogramów uzupełnionych wynosił 70,9 godz., podczas gdy dla harmonogramów EDD i FIFO odpowiednio 79,1 godz. oraz 80,5 godz. Harmonogram EDD nr 9 wygenerował ten sam czas zakończenia co harmonogram nominalny. Harmonogramy LPT i SPT cechowały się najdłuższymi czasami całkowitymi (średnia odpowiednio 95,3 i 92,4 godz.). Uszeregowanie według reguły LPT w skrajnym przypadku uzyskało wynik $C_{max} = 118$ godz. (w eksperymencie 2 harmonogram uzupełniony miał $C_{max} = 83$ godz.).

Metoda B&B generowała harmonogramy o średnim całkowitym czasie zakończenia 69,9 godz. (o jedną godzinę krótszy od średniej dla harmonogramów uzupełnionych). Harmonogramy 2, 3, 9 miały identyczny czas zakończenia dla harmonogramów uzupełnionych oraz B&B.

Tabela 23 i rycina 84 zawierają porównanie stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych *LE* dla eksperymentu z 12 zadaniami w harmonogramie nominalnym.

Tabela 23. Porównanie stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych *LE* dla eksperymentu z 12 zadaniami w harmonogramie nominalnym

Nr sym.	Uszeregowanie według reguły						
	Har. uzup.	LTP	SPT	EDD	FIFO	RAND	B&B
1	74%	57%	57%	59%	67%	63%	77%
2	78%	55%	60%	67%	74%	73%	78%
3	79%	64%	62%	77%	69%	53%	79%
4	80%	67%	70%	74%	72%	71%	83%
5	80%	58%	67%	67%	71%	69%	83%
6	80%	52%	57%	70%	69%	60%	84%
7	72%	63%	56%	69%	61%	64%	72%
8	83%	54%	58%	71%	70%	66%	85%
9	73%	57%	64%	73%	62%	61%	73%
10	83%	62%	55%	77%	74%	64%	84%
Średnia	78,2%	58,8%	60,6%	70,6%	69,2%	64,3%	79,7%
Max	82,9%	67,0%	69,6%	77,3%	74,4%	73,4%	84,9%
3 Kwartyl	80,1%	62,5%	63,5%	74,1%	72,2%	68,2%	83,7%
Mediana	79,5%	57,6%	59,2%	70,5%	69,9%	63,6%	80,8%
1 Kwartyl	75,3%	55,3%	57,1%	67,8%	67,4%	61,2%	77,1%
Min	71,9%	51,8%	55,2%	59,3%	61,4%	53,2%	71,9%



Rycina 84. Stopień wykorzystania zdolności produkcyjnych LE dla eksperymentu z 12 zadaniami w harmonogramie nominalnym – wykresy *box-plot*, opracowanie własne

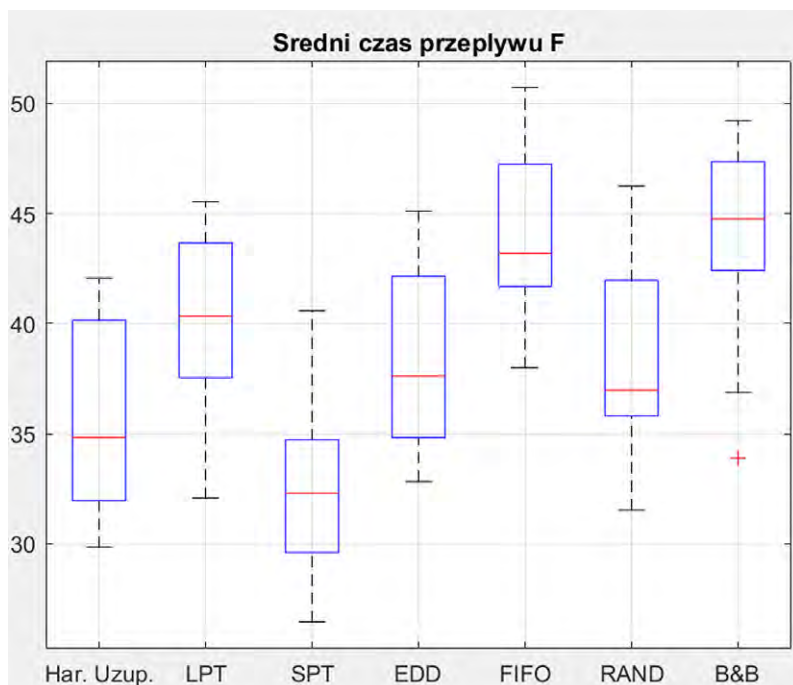
Podobnie jak dla wskaźnika jakości C_{max} , stopień wykorzystania zdolności produkcyjnych systemu dla harmonogramów EDD i FIFO był najbliższy temu, jaki uzyskały harmonogramy uzupełnione (stopień wykorzystania był niższy od harmonogramów uzupełnionych odpowiednio o 7,6 i 9 punktów procentowych). Harmonogramy LPT i SPT cechowały się najniższymi wartościami stopnia wykorzystania, wskaźnik LE mieścił się w przedziale między 51,8% a 69,6%.

Metoda podziałów i ograniczeń generowała uszeregowania o stopniu wykorzystania zdolności produkcyjnych większym (od harmonogramów uzupełnionych) średnio o 1,5 punktu procentowego. Harmonogramy 2, 3, 7, 9 miały identyczną wartość LE dla harmonogramów B&B oraz harmonogramów uzupełnionych.

Tabela 24 i rycina 85 zawierają porównanie średniego czasu przepływu $\bar{F}$ dla eksperymentu z 12 zadaniami w harmonogramie nominalnym.

Tabela 24. Porównanie średniego czasu przepływu $\bar{F}$ dla eksperymentu z 12 zadaniami w harmonogramie nominalnym

Nr sym.	Uszeregowanie według reguły						
	Har. uzup.	LTP	SPT	EDD	FIFO	RAND	B&B
1	31,96	34,33	26,46	32,83	38,00	31,54	36,88
2	33,91	43,67	27,85	38,36	49,42	41,97	33,91
3	42,07	42,42	30,70	45,09	47,24	39,67	49,21
4	29,86	38,30	29,61	37,97	42,70	32,03	45,21
5	39,97	32,09	33,73	34,82	42,09	36,82	45,18
6	35,77	40,03	35,85	37,27	41,61	36,15	42,42
7	40,16	45,52	34,73	42,15	46,67	42,03	47,64
8	40,83	44,52	40,58	45,12	50,73	46,24	47,36
9	30,96	40,64	34,36	36,94	43,67	37,15	44,36
10	33,03	37,55	30,88	33,27	41,70	35,82	43,94
Średnia	35,85	39,91	32,47	38,38	44,38	37,94	43,61
Max	42,07	45,52	40,58	45,12	50,73	46,24	49,21
3 Kwartyl	40,11	43,36	34,64	41,20	47,10	41,39	46,83
Mediana	34,84	40,33	32,30	37,62	43,18	36,98	44,77
1 Kwartyl	32,23	37,73	29,88	35,35	41,80	35,90	42,80
Min	29,86	32,09	26,46	32,83	38,00	31,54	33,91



Rycina 85. Średni czas przepływu $\bar{F}$ dla eksperymentu z 12 zadaniami w harmonogramie nominalnym – wykresy *box-plot*, opracowanie własne

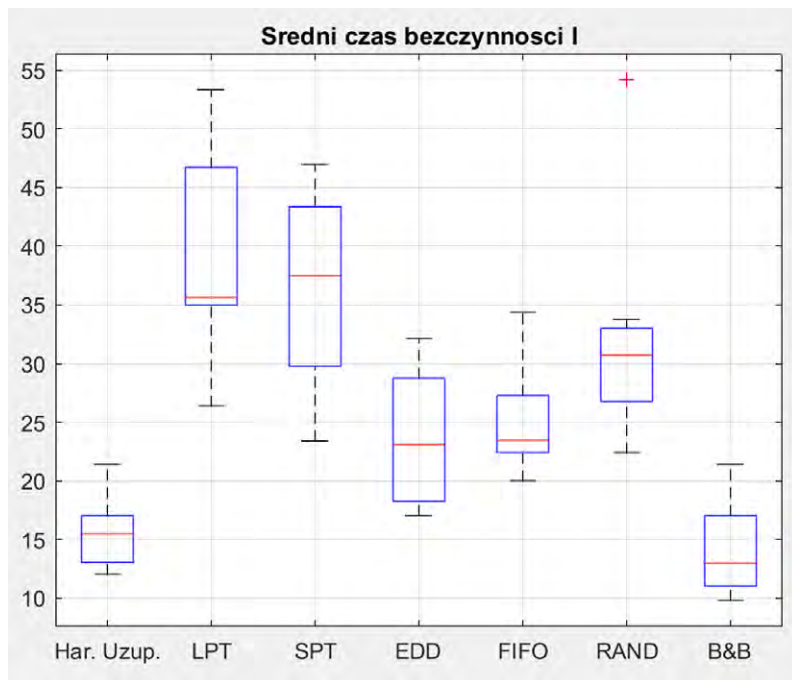
Podobnie jak w przypadku poprzednich eksperymentów, dla przypadku z 12 zadaniami w harmonogramie nominalnym reguła SPT generowała uszeregowania o najkrótszym średnim czasie przepływu. Harmonogramy uzupełnione miały parametr $\bar{F}$ średnio o 3,38 godz. dłuższy w stosunku do harmonogramów SPT. Dla pozostałych klasycznych reguł priorytetów średni czas przepływu zawierał się w przedziale średnio między 37,94 (reguła RAND) a 44,38 (reguła FIFO).

Harmonogramy uszeregowane według metody B&B miały najdłuższy czas średniego przepływu – był on średnio o 7,76 godz. dłuższy od średniego czasu przepływu dla harmonogramów uzupełnionych.

Tabela 25 i rycina 86 zawierają porównanie średniego czasu bezczynności $\bar{I}$ dla eksperymentu z 12 zadaniami w harmonogramie nominalnym.

Tabela 25. Porównanie średniego czasu bezczynności $\bar{T}$ dla eksperymentu z 12 zadaniami w harmonogramie nominalnym

Nr sym.	Uszeregowanie według reguły						
	Har. uzup.	LTP	SPT	EDD	FIFO	RAND	B&B
1	16,13	35,13	35,13	32,13	23,13	27,13	14,13
2	18,38	53,38	43,38	31,38	22,38	23,38	18,38
3	16,25	35,25	37,25	18,25	27,25	54,25	16,25
4	13,38	26,38	23,38	18,38	20,38	22,38	11,38
5	14,75	42,75	29,75	28,75	23,75	26,75	11,75
6	12,75	46,75	37,75	21,75	22,75	33,75	9,75
7	21,38	32,38	43,38	24,38	34,38	31,38	21,38
8	13,00	53,00	44,00	25,00	26,00	32,00	11,00
9	17,00	35,00	26,00	17,00	28,00	30,00	17,00
10	12,00	36,00	47,00	17,00	20,00	33,00	11,00
Średnia	15,50	39,60	36,70	23,40	24,80	31,40	14,20
Max	21,38	53,38	47,00	32,13	34,38	54,25	21,38
3 Kwartyl	16,81	45,75	43,38	27,81	26,94	32,75	16,81
Mediana	15,44	35,63	37,50	23,06	23,44	30,69	12,94
1 Kwartyl	13,09	35,03	31,09	18,28	22,47	26,84	11,09
Min	12,00	26,38	23,38	17,00	20,00	22,38	9,75



Rycina 86. Średni czas bezczynności $\bar{I}$ dla eksperymentu z 12 zadaniami w harmonogramie nominalnym – wykresy *box-plot*, opracowanie własne

Średni czas bezczynności dla harmonogramów uzupełnionych wynosił średnio 15,5 godz. Harmonogramy EDD i FIFO generowały uszeregowania o zbliżonej wartości wskaźnika $\bar{I}$, wynoszącej odpowiednio średnio 23,4 godz. dla harmonogramów EDD i 24,8 godz. dla FIFO. Harmonogramy LPT oraz SPT również generowały uszeregowania o zbliżonej wartości wskaźnika $\bar{I}$, jednakże średnia wartość tego wskaźnika była znacząco wyższa od średniej dla harmonogramów uzupełnionych.

Harmonogramy uszeregowane według reguły B&B miały średni czas bezczynności krótszy niż w przypadku harmonogramów uzupełnionych, średnio o 1,3 godz. Dla harmonogramów 2, 3, 7 wartość ta była identyczna dla obu metod.

4.4.3.4. Porównanie harmonogramów – podsumowanie eksperymentów

Dla zdecydowanej większości eksperymentów całkowity czas zakończenia C_{max} uszeregowień wygenerowanych przez klasyczne reguły priorytetów był dłuższy niż czas zakończenia wszystkich zadań w harmonogramie, jaki generował harmonogram uzupełniony. Tylko jeden harmonogram ułożony według reguły EDD miał czas zakończenia identyczny jak harmonogram uzupełniony. W jednym przypadku harmonogram EDD uzyskał wskaźnik jakości C_{max} o jedną godzinę krótszy niż harmonogram uzupełniony. Żadna inna klasyczna reguła priorytetów nie wygenerowała uszeregowania o całkowitym czasie zakończenia mniejszym lub równym czasowi zakończenia harmonogramu uzupełnionego. Uszeregowania o wskaźnikach jakości najbardziej zbliżonych do harmonogramów uzupełnionych generowała reguła EDD, w drugiej kolejności reguła FIFO. Szeregowanie zadań według metody dokładnej (podziałów i ograniczeń) w większości przypadków generowało uszeregowania o krótszym całkowitym czasie zakończenia. Jednak dla 7 z 30 przypadków eksperymentu całkowity czas zakończenia harmonogramu był identyczny dla harmonogramów uzupełnionych oraz harmonogramów B&B.

Wskaźnik stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych LE charakteryzował się podobnymi cechami jak wskaźnik jakości C_{max} . Spośród klasycznych reguł priorytetów jedynie reguła EDD wygenerowała dwa harmonogramy o stopniu wykorzystania zdolności produkcyjnych identycznym jak harmonogram uzupełniony oraz jeden harmonogram o stopniu wykorzystania większym niż harmonogram uzupełniony. Pozostałe klasyczne reguły priorytetów nie wygenerowały uszeregowania o wskaźniku LE mniejszym lub równym czasowi zakończenia harmonogramu uzupełnionego. Metoda dokładna B&B wygenerowała uszeregowania o stopniu wykorzystania zdolności produkcyjnych większym od harmonogramów uzupełnionych. W 7 z 30 przypadków eksperymentu uzyskany wskaźnik jakości LE był identyczny dla harmonogramów uzupełnionych oraz harmonogramów B&B.

Uszeregowania o najniższej wartości średniego czasu przepływu $\bar{F}$ generowała reguła priorytetów SPT. W zależności od konkretnych przypadków eksperymentu harmonogram uzupełniony cechował się parametrem $\bar{F}$ o podobnych lub niższych wartościach jak pozostałe reguły priorytetów. Dla 5 z 30

przypadków eksperymentu harmonogram uzupełniony uzyskał krótszy średni czas przepływu niż harmonogram SPT. Harmonogramy uszeregowane według metody B&B oraz reguły FIFO cechowały się najdłuższymi średnimi czasami przepływów.

Parametr średniego czasu bezczynności $\bar{I}$ uzyskiwany przez klasyczne reguły priorytetów był wyższy od wskaźnika $\bar{I}$ harmonogramów uzupełnionych. Podobnie jak dla całkowitego czasu zakończenia oraz wskaźnika stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych, jedynie reguła EDD generowała uszeregowania o wartościach zbliżonych do harmonogramów uzupełnionych. Jeden harmonogram EDD uzyskał średni czas bezczynności o takiej samej wartości jak harmonogram uzupełniony, natomiast dwa harmonogramy EDD miały ten czas krótszy. Metoda dokładna B&B generowała uszeregowania o wskaźniku jakości $\bar{I}$ niższym niż harmonogramy uzupełnione, jednak dla 8 z 30 przypadków eksperymentów wartość ta była taka sama dla harmonogramów uzupełnionych oraz harmonogramów B&B.

W przypadku wskaźników jakości C_{max} , LE oraz $\bar{I}$ harmonogram uzupełniony generował uszeregowania o lepszych parametrach (krótszy całkowity czas zakończenia oraz średni czas bezczynności, wyższy stopień wykorzystania zdolności produkcyjnych) niż uszeregowania według reguł LPT, SPT, FIFO, RAND. Reguła EDD generowała harmonogramy o parametrach jakościowych najbardziej zbliżonych do harmonogramów uzupełnionych, zdarzały się pojedyncze przypadki eksperymentów, w których parametry uzyskiwane przez harmonogram EDD były identyczne lub lepsze od wskaźników jakości harmonogramów uzupełnionych. Metoda dokładna podziałów i ograniczeń generowała harmonogramy o parametrach jakościowych lepszych niż harmonogramy uzupełnione, jednak w sporej liczbie przypadków eksperymentu wartości poszczególnych parametrów jakościowych były identyczne dla harmonogramów EDD oraz harmonogramów uzupełnionych.

W przypadku wskaźnika jakości średniego czasu przepływu $\bar{F}$ najniższą wartość generowały harmonogramy uszeregowane według reguły SPT. Harmonogramy uzupełnione generowały uszeregowania o wskaźniku jakości $\bar{F}$ niższym lub zbliżonym do harmonogramów ułożonych według reguł LPT, EDD, FIFO, RAND. Harmonogramy B&B cechowały się najwyższymi wartościami średniego czasu przepływu.

5. Wnioski i uwagi końcowe

W wyniku przeprowadzonych prac udało się opracować metodę i algorytm szeregowania zadań przeznaczone do produkcji hybrydowej MTO-MTS. Opracowana metoda pozwala uzyskać zwiększenie stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych posiadanego systemu wytwórczego, a opracowany algorytm szeregowania zadań przeznaczony do produkcji hybrydowej MTO-MTS cechuje się wskaźnikami jakości C_{max} , $\bar{F}$, $\bar{I}$, LE nie gorszymi niż w przypadku klasycznych reguł priorytetów (LPT, SPT, EDD, FIFO, RAND) oraz zapewnia dotrzymanie terminów wynikających z zamówień klientów. Opracowany algorytm został zweryfikowany w ramach przeprowadzonych eksperymentów, zarówno na danych rzeczywistych pochodzących z firmy produkcyjnej z branży automotive, jak również z wykorzystaniem danych symulacyjnych.

Opracowany algorytm szeregowania zadań dla produkcji MTO-MTS, będący autorskim wkładem pracy, umożliwia przeprowadzenie procedury harmonogramowania produkcji hybrydowej z uwzględnieniem ograniczeń i uwarunkowań ekonomiczno-organizacyjnych występujących w rzeczywistych przedsiębiorstwach produkcyjnych. Uszeregowania generowane przez opracowany algorytm cechują się wyższym stopniem wykorzystania zdolności produkcyjnych w stosunku do harmonogramów nominalnych, przy jednoczesnym zachowaniu terminu zakończenia wszystkich zadań umieszczonych

w harmonogramie nominalnym. W porównaniu z klasycznymi regułami priorytetów opracowany algorytm generuje uszeregowania o nie gorszych parametrach jakościowych niż klasyczne reguły priorytetów.

Opracowana metoda stanowi nowe podejście do zagadnienia szeregowania produkcji hybrydowej MTO-MTS w odniesieniu do dotychczas prezentowanych w literaturze rozwiązań. Opracowany algorytm cechuje się dużym stopniem uniwersalności i może stanowić punkt wyjścia do dalszych badań nad problemem szeregowania zadań dla produkcji hybrydowej.

Wynikiem zrealizowanych prac badawczych jest metoda szeregowania zadań dla produkcji hybrydowej MTO-MTS. Poszczególne procedury wchodzące w skład algorytmu zostały opracowane w taki sposób, aby możliwa była ich późniejsza realizacja za pomocą typowych języków programowania wysokiego poziomu, a w konsekwencji – zbudowania narzędzia w postaci programu komputerowego, realizującego proces szeregowania zadań dla produkcji hybrydowej.

Opracowany algorytm bazuje na założeniach zdefiniowanych na podstawie realnych warunków panujących w przedsiębiorstwach przemysłowych zajmujących się produkcją i uwzględniających faktyczne uwarunkowania i ograniczenia ekonomiczno-organizacyjne w nich występujące. Istotnym elementem jest również uwzględnienie aspektów sezonowości produkcji typowych dla przedsiębiorstw sektora MŚP.

Wdrożenie opracowanego algorytmu może nie tylko umożliwić proces planowania produkcji hybrydowej, ale ma również pozytywny wpływ na zwiększenie wykorzystania zdolności produkcyjnych przedsiębiorstwa, pozwala także na zwiększenie podaży produktów przy zachowaniu terminów wynikających z zamówień klientów. Ponadto opracowany algorytm nie wymaga przeprowadzania czasochłonnej procedury optymalizacji harmonogramów.

Przeprowadzone prace badawcze wskazują na kolejne kierunki dalszych badań w obszarze problematyki szeregowania zadań dla produkcji MTO-MTS. Wśród nich należy wymienić:

1. Niemal wszystkie badania i publikacje poświęcone produkcji hybrydowej wykazują, że zastosowanie hybrydowego podejścia do produkcji daje lepsze „rezultaty” niż czyste podejście MTO lub MTS (różni badacze przyjmują różnorakie kryteria oceny „rezultatów” zastosowanych polityk hybrydowych, np. zysk operacyjny, czas wytworzenia, wydajność linii).

Jednakże zastosowanie modelu produkcji hybrydowej wymaga większej złożoności systemu produkcyjnego i systemu zarządzania produkcją (co może generować większe koszty niż klasyczne metody MTO czy MTS). Ciekawą perspektywą (zdaniem autorów) wydaje się być wykorzystanie Internetu rzeczy (ang. *Internet of Things*, IoT), koncepcji cyfrowych bliźniaków (ang. *digital twin*) lub innych metod z rodziny Przemysłu 4.0 (ang. *Industry 4.0*). Takie podejście (wykorzystanie elementów Przemysłu 4.0 do sterowania hybrydowymi systemami produkcyjnymi) nie zostało jeszcze w literaturze zbadane.

2. Pewne problemy badawcze pojawiają się zarówno w badaniach nad systemami hybrydowymi sekwencyjnymi, jak i równoległymi. Chodzi o decyzję dotyczącą wielkości zapasów dla produktów/etapów produkcji MTS oraz politykę i problemy decyzyjne dotyczące przyjmowania bądź odrzucania zamówień. Zdaniem autorów brakuje badań, w których podjęto problematykę porównania obu problemów badawczych w różnych systemach hybrydowych i zbadano, czy np. jest jakiś związek lub powtarzalne prawidłowości dla polityki przyjmowania/odrzućania zamówień niezależnie od podtypu produkcji hybrydowej.
3. Warte dalszej analizy wydają się być perspektywy badawcze dotyczące systemów, które na podstawie danych zbieranych w czasie rzeczywistym (np. informacje o awariach maszyn, zakłócenia w łańcuchach dostaw lub wahania popytu) same, w sposób autonomiczny, dostosowywałyby punkt CODP do zmian parametrów systemów wytwórczych. Zdaniem autorów brakuje również publikacji traktujących o odporności systemów hybrydowych na znaczące zaburzenia w łańcuchach dostaw o charakterze globalnym zjawiska. Wydarzenia, takie jak pandemia COVID-19 czy klęski żywiołowe, pokazują, jak ważny jest to aspekt nie tylko teoretyczny, ale i praktyczny.
4. W badaniach poświęconych strategii produkcji hybrydowej MTO-MTS oraz różnych jej aspektów (szeregowanie zadań, umieszczenie punktów CODP, polityce sterowania zapasami, polityce przyjmowania zamówień itp.) naukowcy odnoszą się do różnych środowisk produkcyjnych (często inspirowanych konkretnymi branżami). Zdaniem autorów, pomocne byłoby wprowadzenie do badań nad tym obszarem jednego środowiska

produkcyjnego, które stanowiłoby swego rodzaju „środowisko referencyjne”. Dzięki temu możliwe byłoby porównywanie wyników badań otrzymywanych przez różnych autorów.

5. Opracowany algorytm ma charakter rozwojowy. Warte są rozważenia modyfikacje algorytmu uwzględniające czasy przestojów pośrednich przepływu komponentów między stanowiskami pracy, koszty magazynowania, powiązanie aspektów kosztowych z kwestiami skalowania i seryjności produkcji. Kolejnym istotnym zagadnieniem jest uwzględnienie metod grupowania zadań i operacji o pewnych podobieństwach technologicznych celem minimalizacji czasów przygotowawczo-zakończeniowych. Niewątpliwie opracowany algorytm nie wyczerpuje w całości problematyki szeregowania zadań w hybrydowych środowiskach produkcyjnych, ale stanowi punkt wyjścia do kolejnych badań i prac rozwojowych w tym obszarze.

Bibliografia

- [1] Adan, I. J. B. F., van der Wal, J., „Combining make to order and make to stock”, *OR Spektrum*, vol. 20, no. 2, s. 73–81, 1998, doi: 10.1007/BF0153854.
- [2] Agha, M. E., *Simulation of production scheduling in manufacturing systems*. Dublin City University, Dublin 1993.
- [3] Akinc, U., Meredith, J., „Modeling the manager’s match-or-wait dilemma in a make-to-forecast production situation”, *Omega*, vol. 37, no. 2, s. 300–311, 2009, doi: 10.1016/J.OMEGA.2007.01.005.
- [4] Akinc, U., Meredith, J. R., „Make-to-forecast: Customization with fast delivery”, *Int. J. Oper. Prod. Manag.*, vol. 35, no. 5, s. 728–750, 2015, doi: 10.1108/IJOPM-12-2012-0567.
- [5] Akkerman, R., van der Meer, D., Van Donk, D. P., „Make to stock and mix to order: Choosing intermediate products in the food-processing industry”, *Int. J. Prod. Res.*, vol. 48, no. 12, s. 3475–3492, 2010, doi: 10.1080/00207540902810569.
- [6] Almehdawe, E., Jewkes, E., „Performance analysis and optimization of hybrid manufacturing systems under a batch ordering policy”, *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 144, no. 1, s. 200–208, 2013, doi: 10.1016/J.IJPE.2013.02.005.
- [7] Alptekinoglu, A., Corbett, C. J., „Leadtime-variety tradeoff in product differentiation”, *Manuf. Serv. Oper. Manag.*, vol. 12, no. 4, s. 569–582, 2010, doi: 10.1287/MSOM.1090.0286.
- [8] Altendorfer, K., Minner, S., „A comparison of make-to-stock and make-to-order in multi-product manufacturing systems with variable due dates”, *IIE Trans. (Institute Ind. Eng.)*, vol. 46, no. 3, s. 197–212, 2014, doi: 10.1080/0740817X.2013.803638.
- [9] Amaro, D., Rosenkranz, M., Fitzpatrick, N., Hirano, K., Fiorentini, M., „A case study of variational quantum algorithms for a job shop scheduling problem”, *EPJ Quantum Technol.*, vol. 9, no. 1, s. 3–7, 2022, doi: 10.1140/EPJQT/S40507-022-00123-4.
- [10] Andresen, M., Bräsel, H., Engelhardt, F., Werner, F., *LiSA – A Library of Scheduling Algorithms handbook for version 3.0*. Magdeburg: Fakultät für Mathematik Otto-von-Guericke, Universität Magdeburg, Magdeburg 2010.
- [11] Babiloni, E., Cardós, M., Albarracín, J. M., Palmer, M. E., „Demand categorisation, forecasting, and inventory control for intermittent demand items”, *South African J. Ind. Eng.*, vol. 21, no. 2, s. 115–130, 2010.
- [12] Bai, D., Tang, L., „Open shop scheduling problem to minimize makespan with release dates”, *Appl. Math. Model.*, vol. 37, no. 4, s. 2008–2015, 2013, doi: 10.1016/J.APM.2012.04.037.
- [13] Beemsterboer, B., Land, M., Teunter, R., Bokhorst, J., „Integrating make-to-order and make-to-stock in job shop control”, *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 185, s. 1–10, 2017, doi: 10.1016/J.IJPE.2016.12.015.
- [14] Blanchard, D., „Dell reinvents its supply chain” *Industry Week*, 16.12.2010. <https://www.industryweek.com/supply-chain/article/21958862/dell-reinvents-its-supply-chain> (data dostęp: 12.10.2021).

- [15] Błażewicz, J., Domschke, W., Pesch, E., „The job shop scheduling problem: Conventional and new solution techniques”, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 93, no. 1, s. 1–33, 1996, doi: 10.1016/0377-2217(95)00362-2.
- [16] Brabazon, P. G., MacCarthy, B., „Virtual-build-to-order as a mass customization order fulfilment model”, *Concurr. Eng. Res. Appl.*, vol. 12, no. 2, s. 155–165, 2004, doi: 10.1177/1063293X04044379.
- [17] Brabazon, P. G., MacCarthy, B., „Fundamental behaviour of virtual-build-to-order systems”, *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 104, no. 2, s. 514–524, 2006, doi: 10.1016/J.IJPE.2006.02.007.
- [18] Brabazon, P. G., MacCarthy, B., Woodcock, A., Hawkins, R. W., „Mass customization in the automotive industry: Comparing interdealer trading and reconfiguration flexibilities in order fulfillment”, *Prod. Oper. Manag.*, vol. 19, no. 5, s. 489–502, 2010, doi: 10.1111/J.1937-5956.2010.01132.X.
- [19] Bräsel, H., Tautenhahn, T., Werner, F., „Constructive heuristic algorithms for the open shop problem”, *Comput.*, vol. 51, no. 2, s. 95–110, 1993, doi: 10.1007/BF02243845.
- [20] Bräsel, H., *Lateinische Rechtecke und Maschinenbelegung*. Magdeburg: Technische Universität Magdeburg, Magdeburg, 1990.
- [21] Brucker, P., *Scheduling algorithms*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin 2007. doi: 10.1007/978-3-540-69516-5.
- [22] Brucker, P., Hurink, J., Jurisch, B., Wöstmann, B., „A branch & bound algorithm for the open-shop problem”, *Discret. Appl. Math.*, vol. 76, s. 43–59, 1997.
- [23] Calle, M., González-R, P. L., Leon, J. M., Pierreval, H., Canca, D., „Integrated management of inventory and production systems based on floating decoupling point and real-time information: A simulation based analysis”, *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 181, s. 48–57, 2016, doi: 10.1016/J.IJPE.2016.08.001.
- [24] Ptak, C. A., Schragenheim, E., *ERP tools, techniques, and applications for integrating the supply chain, second edition*, Taylor and Francis, London, 2004.
- [25] Carr, S., Gullu, R., Jackson, P., Muckstadt, J., „An exact analysis of a production-inventory strategy for industrial suppliers”, *Queueing Sys.*, vol. 15, 1994. <https://ecommons.cornell.edu/handle/1813/8935> (data dostępu: 7.11.2021).
- [26] Carr, S., Duenyas, I., „Optimal admission control and sequencing in a make-to-stock/make-to-order production system”, *Oper. Res.*, vol. 48, no. 5, s. 709–720, 2000, doi: 10.1287/OPRE.48.5.709.12401.
- [27] Cattani, K. D., Dahan, E., Schmidt, G. M., „Lowest cost may not lower total cost: Using ‘spackling’ to smooth mass-customized production”, *Prod. Oper. Manag.*, vol. 19, no. 5, s. 531–545, 2010, doi: 10.1111/J.1937-5956.2009.01113.X.
- [28] Cechowicz, R., „Sposób szeregowania zadań dla jednej maszyny o ograniczonych zasobach”, *Pomiary Autom. Kontrola*, R. 57, nr 9, s. 1093–1096, 2011.
- [29] Chang, S. H., Pai, P. F., Yuan, K. J., Wang, B. C., Li, R. K., „Heuristic PAC model for hybrid MTO and MTS production environment”, *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 85, no. 3, s. 347–358, 2003, doi: 10.1016/S0925-5273(03)00121-X.

- [30] Chen, X., Tai, A. H., Yang, Y., „Optimal production and pricing policies in a combined make-to-order/make-to-stock system”, *Int. J. Prod. Res.*, vol. 52, no. 23, s. 7027–7045, 2014, doi: 10.1080/00207543.2014.932930.
- [31] Chen, Y., Lu, L., Yuan, J., „Preemptive scheduling on identical machines with delivery coordination to minimize the maximum delivery completion time”, *Theor. Comput. Sci.*, vol. 583, s. 67–77, 2015, doi: 10.1016/J.TCS.2015.03.046.
- [32] Chiang, T. C., Fu, L. C., „Using dispatching rules for job shop scheduling with due date-based objectives”, *Int. J. Prod. Res.*, vol. 45, no. 14, s. 3245–3262, 2007, doi: 10.1080/00207540600786715.
- [33] Cid Yáñez, F., Frayret, J. M., Léger, F., Rousseau, A., „Agent-based simulation and analysis of demand-driven production strategies in the timber industry”, *Int. J. Prod. Res.*, vol. 47, no. 22, s. 6295–6319, 2009, doi: 10.1080/00207540802158283.
- [34] Ciechańska, O., „Model wytwarzania na dostępność jako nowe podejście do planowania produkcji”, [w:] *Innowacje w zarządzaniu i inżynierii produkcji*, R. Knosala (red.), Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją, Opole, 2018, s. 410–419.
- [35] Ciechańska, O., Szwed, C., „Characteristics and study of make-to-stock and make-to-availability production strategy using simulation modelling”, *Manag. Prod. Eng. Rev.*, R. 11, no. 4, s. 68–80, 2020, doi: 10.24425/mper.2020.136121.
- [36] Conway, R. W., *An experimental investigation of priority assignment in a job shop*. Rand Corporation, Santa Monica, California, 1964. https://www.rand.org/pubs/research_memoranda/RM3789.html (data dostępu: 7.01.2022).
- [37] Cox, J. F., Schleier, J. G., „Theory of constraints handbook”, McGraw-Hill, New York, s. 1175, 2010. https://books.google.com/books/about/Theory_of_Constraints_Handbook.html?hl=pl&id=18biX-wLjE8C (data dostępu: 9.11.2021).
- [38] Danilczuk, W., „Analiza danych produkcyjnych na podstawie transakcji w systemie ERP z wykorzystaniem technologii Business Intelligence”, *Autobusy Tech. Eksploat. Syst. Transp.*, R. 20, nr 7–8, 2019, doi: 10.24136/ATEST.2019.192.
- [39] Danilczuk, W., „The use of simulation environment for solving the assembly line balancing problem”, *Appl. Comput. Sci.*, R. 14, nr 1, s. 42–52, 2018, doi: 10.23743/acs-2018-04.
- [40] Danilczuk, W., Cechowicz, R., Gola, A., „Analiza konfiguracji linii produkcyjnych na podstawie modeli symulacyjnych”, [w:] *Informatyczne systemy zarządzania: (wybrane zastosowania). T. 5*, K. Bzdrya (red.), Politechnika Koszalińska, Koszalin, s. 25–42, 2014.
- [41] Danilczuk, W., Gola, A., „Computer-aided material demand planning using ERP systems and business intelligence technology”, *Appl. Comput. Sci.*, vol. 16, no. 3, s. 42–55, 2020, doi: 10.23743/acs-2020-20.
- [42] Danilczuk, W., Gola, A., „Koncepcja metody harmonogramowania zadań dla produkcji w modelu hybrydowym”, [w:] *Inżynieria zarządzania. Cyfryzacja produkcji: Aktualności Badawcze 3*, R. Knosala (red.), Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2021, s. 649–658. <https://www.pwe.com.pl/ksiazki/metody-ilościowe/inzynieria-zarzadzania-cyfryzacja-produkcji-aktualnosci-badawcze-3,p1685105351> (data dostępu: 9.11.2021)

- [43] Danilczuk, W., Gola, A., Grznar, P., „Job scheduling algorithm for a hybrid MTO–MTS production process”, *IFAC-PapersOnLine*, vol. 55, no. 5, s. 451–456, 2022, <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2405896322002361> (data dostępu: 9.11.2021).
- [44] Denton, B., Gupta, D., Jawahir, K., „Managing increasing product variety at integrated steel mills”, *Interfaces (Providence)*, vol. 33, no. 2, s. 41–53, 2003, doi: 10.1287/INTE.33.2.41.16373.
- [45] Eivazy, H., Rabbani, M., „An efficient dispatching method in the hybrid make-to-stock/make-to-order semiconductor manufacturing systems”, *Proc. 2009 Int. Conf. Comput. Ind. Eng. CIE 2009*, s. 1763–1768, 2009, doi: 10.1109/ICCIE.2009.5223916.
- [46] Eivazy, H., Rabbani, M., Ebadian, M., „A developed production control and scheduling model in the semiconductor manufacturing systems with hybrid make-to-stock/make-to-order products”, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 45, no. 9–10, s. 968–986, 2009, doi: 10.1007/S00170-009-2028-5.
- [47] Escamilla, J., Rodriguez-Molins, M., Salido, M. A., Sierra, M. R., Mencia, C., Barber, F., „Robust solutions to job-shop scheduling problems with operators”, *Proc. Int. Conf. Tools with Artif. Intell. ICTAI 2012*, vol. 1, s. 299–306, 2012, doi: 10.1109/ICTAI.2012.48.
- [48] Jacobs, F. R., Berry, W. L., Whybark, D. C., Vollmann, T. V., „Manufacturing planning and control for supply chain management”, McGraw-Hill/Irwin, New York, NY, 2011.
- [49] Federgruen, A., Katalan, Z., „Impact of adding a make-to-order item to a make-to-stock production system”, *Manage. Sci.*, vol. 45, no. 7, s. 980–994, 1999, doi: 10.1287/MNSC.45.7.980.
- [50] Fernandes, N. O., Silva, C., Carmo-Silva, S., „Order release in the hybrid MTO–FTO production”, *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 170, s. 513–520, 2015, doi: 10.1016/J.IJPE.2015.03.025.
- [51] Fogarty, D. W., Blackstone, J. H., Hoffmann, T. R., „Production & inventory management”, South-Western Publishing, Nashville, Tennessee, 1991, s. 870.
- [52] French, S., *Sequencing and scheduling: An introduction to the mathematics of the job-shop*, vol. 13, no. 2. John Wiley & Sons, Ltd, Oxford, 1983, doi: 10.1002/NET.3230130218.
- [53] Gonzalez, T., Sahni, S., „Flowshop and jobshop schedules: complexity and approximation”, *Oper. Res.*, vol. 26, no. 1, s. 36–52, 1978, doi: 10.1287/OPRE.26.1.36.
- [54] Groover, M. P., *Automation, production systems, and computer-integrated manufacturing*, 5th ed., Pearson Higher Education, London, 2019. <https://www.pearson.com/us/higher-education/program/Groover-Automation-Production-Systems-and-Computer-Integrated-Manufacturing-5th-Edition/PGM1226544.html> (data dostępu: 29.01.2022).
- [55] Grzybowska, K., *Gospodarka zapasami i magazynem. Część 1. Zapasy*. Difin, Warszawa, 2009. <https://ksiegarnia.difin.pl/gospodarka-zapasami-i-magazynem-czesc-1-zapasy> (data dostępu: 16.03.2022).

- [56] Gupta, D., Benjaafar, S., „Make-to-order, make-to-stock, or delay product differentiation? A common framework for modeling and analysis”, *IIE Trans.*, vol. 36, no. 6, s. 529–546, 2004, doi: 10.1080/07408170490438519.
- [57] Gupta, D., Wang, L., „Capacity management for contract manufacturing”, *Oper. Res.*, vol. 55, no. 2, s. 367–377, 2007, doi: 10.1287/OPRE.1060.0359.
- [58] Hadj Youssef, K., van Delft, C., Dallery, Y., „Priority optimization and make-to-stock/make-to-order decision in multiproduct manufacturing systems”, *Int. Trans. Oper. Res.*, vol. 25, no. 4, s. 1199–1219, 2018, doi: 10.1111/itor.12464.
- [59] Hadj Youssef, K., van Delft, C., Dallery, Y., „Analysis and optimization of a combined make-to-stock and make-to-order multiproduct manufacturing system”, *J. Appl. Math. Decis. Sci.*, vol. 2009, s. 1–27, 2009, doi: 10.1155/2009/716059.
- [60] Lee, H. L., Billington, C., „The evolution of supply-chain-management models and practice at Hewlett-Packard”, *Interf.* vol. 25, s. 42–63, 1995. https://www.jstor.org/stable/25062052?seq=1#metadata_info_tab_contents (data dostępu: 10.10.2021).
- [61] Heizer, J., Render, B., Munson, C., *Operations management: Sustainability and supply chain management, Global Edition, 13th Edition*. Pearson, London, 2020. <https://www.pearson.com/uk/educators/higher-education-educators/program/Heizer-Operations-Management-Sustainability-and-Supply-Chain-Management-Global-Edition-13th-Edition/PGM2694348.html?tab=resources> (data dostępu: 16.03.2022).
- [62] Herka, W., Sewastianow, P., „Szeregowanie zadań na jednej maszynie (aspekt wąskiego gardła) w warunkach niepewności rozmyto-interwałowej”, *III Semin. Metody Mat. Ekon. i Inform. w Finans. i Ubezpiec.*, Częstochowa, 2003.
- [63] Herrmann, J. W., „A history of production scheduling”, *Int. Ser. Oper. Res. Manag. Sci.*, vol. 89, s. 1–22, 2006, doi: 10.1007/0-387-33117-4_1.
- [64] Hoekstra, S., Romme, J., Argelo, S., *Integral logistic structures: Developing customer-oriented goods flow*, McGraw-Hill, 1992. https://www.mendeley.com/catalogue/ebd951f8-f324-3a6f-b827-91b0c80c0693/?utm_source=desktop&utm_medium=1.19.8&utm_campaign=open_catalog&userDocumentId=%7B20de58f4-3021-361a-a3b2-301adb538937%7D (data dostępu: 10.10.2021).
- [65] Hopp, W. J., Spearman, M. L., „To pull or not to pull: What is the question?”, *Manuf. Serv. Oper. Manag.*, vol. 6, no. 2, s. 133–148, 2004, doi: 10.1287/MSOM.1030.0028.
- [66] Iravani, S. M. R., Liu, T., Simchi-Levi, D., „Optimal production and admission policies in make-to-stock/make-to-order manufacturing systems”, *Prod. Oper. Manag.*, vol. 21, no. 2, s. 224–235, 2012, doi: 10.1111/J.1937-5956.2011.01260.X.
- [67] Jensen, M. T., „Robust and Flexible Scheduling with Evolutionary Computation”, *BRICS Dissertation Series*. University of Aarhus, Aarhus 2001.
- [68] Kaban, A. K., Othman, Z., Rohmah, D. S., „Comparison of dispatching rules in job-shop scheduling problem using simulation: A case study”, *Int. J. Simul. Model.*, vol. 11, no. 3, s. 129–140, 2012, doi: 10.2507/IJSIMM11(3)2.201.

- [69] Kalantari, M., Rabbani, M., Ebadian, M., „A decision support system for order acceptance/rejection in hybrid MTS/MTO production systems”, *Appl. Math. Model.*, vol. 35, no. 3, s. 1363–1377, 2011, doi: 10.1016/J.APM.2010.09.015.
- [70] Kalinowski, K., *Harmonogramowanie dyskretnych procesów produkcyjnych*. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2013.
- [71] Kalinowski, K., Grabowik, C., „Wskaźniki oceny harmonogramów w procesie reharmonogramowania produkcji”, [w:] *Komputerowo Zintegrowane Zarządzanie – t. 1*, R. Knosala (red.), Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją, Opole, s. 585–590, 2006.
- [72] Kalinowski, K., Knosala, R., „Harmonogramowanie produkcji w warunkach zakłóceń, wspomagane systemem eksperckim”, *Zarz. Przeds.*, vol. 1, s. 12–23, 2003.
- [73] Khakdaman, M., Wong, K. Y., Zohoori, B., Tiwari, M. K., Merkert, R., „Tactical production planning in a hybrid Make-to-Stock-Make-to-Order environment under supply, process and demand uncertainties: A robust optimisation model”, *Int. J. Prod. Res.*, vol. 53, no. 5, s. 1358–1386, 2015, doi: 10.1080/00207543.2014.935828.
- [74] Kim, E., Min, D., „A two-stage hybrid manufacturing model with controllable make-to-order production rates”, *J. Manuf. Syst.*, vol. 60, s. 676–691, 2021, doi: 10.1016/J.JMSY.2021.07.014.
- [75] Knosala, R., *Inżynieria produkcji: Kompendium wiedzy*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa, 2017. <https://www.pwe.com.pl/ksiazki/metody-ilościowe/inzynieria-produkcji-kompendium-wiedzy,p1490667433> (data dostępu: 8.01.2022).
- [76] Knosala, R., *Zastosowania metod sztucznej inteligencji w inżynierii produkcji*. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2002.
- [77] Köber, J., Heinecke, G., „Hybrid production strategy between make-to-order and make-to-stock: A case study at a manufacturer of agricultural machinery with volatile and seasonal demand”, *Procedia CIRP*, vol. 3, no. 1, s. 453–458, 2012, doi: 10.1016/J.PROCIR.2012.07.078.
- [78] Krzyżaniak, S., *Biblioteka Logistyka: Podstawy zarządzania zapasami w przykładach*. Instytut Logistyki i Magazynowania, Poznań, 2008. <https://w.bibliotece.pl/622720/Podstawy+zarzadzania+zapasami+w+przykladach> (data dostępu: 16.03.2022).
- [79] Krzyżaniak, S., Cyplik, P., *Zapasy i magazynowanie tom I. Zapasy*. Instytut Logistyki i Magazynowania, Poznań, 2008. <https://eki.pl/index.php?br1=120000&br2=120300&detailed=BBL059> (data dostępu: 16.03.2022).
- [80] Kubiak, W., *A book of open shop scheduling*, vol. 325. Springer International Publishing, Cham, 2022. doi: 10.1007/978-3-030-91025-9.
- [81] Land, A. H., Doig, A. G., „An automatic method of solving discrete programming problems”, *Econometr.*, vol. 28, no. 3, s. 497, 1960, doi: 10.2307/1910129.

- [82] Liu, L. L., Hu, R. S., Hu, X. P., Zhao, G. P., Wang, S., „A hybrid PSO-GA algorithm for job shop scheduling in machine tool production”, *Int. J. Prod. Res.*, vol. 53, no. 19, s. 5755–5781, 2015, doi: 10.1080/00207543.2014.994714.
- [83] Louis, S. J., Xu, Z., „Genetic algorithms for open shop scheduling and re-scheduling”, *Proc. 11th ISCA Int. Conf. Comput. Appl.*, vol. 28, s. 99–102, 1996.
- [84] Klimek, M., Łebkowski P., „Miary odporności harmonogramu”, [w:] *Komputerowo Zintegrowane Zarządzanie*, t. 1, R. Knosala (red.), Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją, Opole, 2008, s. 569–577.
- [85] Sysło, M. M., Deo, N., Kowalik, J. S., *Algorytmy optymalizacji dyskretnej z programami w języku Pascal*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1995. <https://www.ibuk.pl/fiszka/1527/algorytmy-optymalizacji-dyskretnej-z-programami-w-jezyku-pascal.html> (data dostępu: 7.01.2022).
- [86] Pawlak, M., *Algorytmy ewolucyjne jako narzędzie harmonogramowania produkcji*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1999. <https://www.bu.umk.pl/dublety/?1836,algorytmy-ewolucyjne-jako-narzedzie-harmonogramowania-produkcji-marek-pawlak.-warszawa-wydawnictwo-naukowe-pwn-1999.-13-2017-157> (data dostępu: 7.01.2022).
- [87] Marucheck, A. S., McClelland, M. K., „Strategic issues in make-to-order manufacturing”, *Prod. Invent. Manag. Washingt.*, 1986. <https://dl.acm.org/doi/10.5555/14766.14775> (data dostępu: 3.10.2021).
- [88] Mather, H., *Competitive manufacturing*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J, 1988. https://books.google.com/books/about/Competitive_Manufacturing.html?hl=pl&id=eNhTAAAAMAAJ (data dostępu: 3.10.2021).
- [89] Meredith, J., Akinc, U., „Characterizing and structuring a new make-to-forecast production strategy”, 2006, doi: 10.1016/j.jom.2006.04.006.
- [90] Meredith, J., Akinc, U., „Characterizing and structuring a new make-to-forecast production strategy”, *J. Oper. Manag.*, vol. 25, no. 3, s. 623–642, 2007, doi: 10.1016/J.JOM.2006.04.006.
- [91] Morikawa, K., Takahashi, K., Hirotani, D., „Make-to-stock policies for a multistage serial system under a make-to-order production environment”, *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 147, PART A, s. 30–37, 2014, doi: 10.1016/J.IJPE.2013.02.016.
- [92] Morikawa, K., Takahashi, K., Hirotani, D., „Make-to-stock policies for a multistage serial system under a make-to-order production environment”, *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 147, no. PART A, s. 30–37, 2014, doi: 10.1016/J.IJPE.2013.02.016.
- [93] Muda, M. S., Amin, W., „A review on the classification of the make-to-order manufacturing companies”, *Proc. Int. Conf. Hum. Soc. Scien.*, s. 43–48, 2009.
- [94] Naderi, B., Zandieh, M., „Modeling and scheduling no-wait open shop problems”, *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 158, s. 256–266, 2014, doi: 10.1016/J.IJPE.2014.06.011.
- [95] Nguyen, V., „A multiclass hybrid production center in heavy traffic”, *Oper. Res.*, vol. 46, no. 3 SUPPL. 1, s. S13–S25, 1998, doi: 10.1287/OPRE.46.3.S13.

- [96] Niewiarowska, A., *Trudność aproksymacji problemów NP-trudnych*. Uniwersytet Warszawski, Warszawa, 2006.
- [97] Nowicki, E., *Metoda tabu w problemach szeregowania zadań produkcyjnych*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1999. <https://books.google.pl/books?id=A6rAHAAACAAJ> (data dostępu: 3.10.2021).
- [98] Olhager, J., „Strategic positioning of the order penetration point”, *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 85, no. 3, s. 319–329, 2003, doi: 10.1016/S0925-5273(03)00119-1.
- [99] Pająk, E., *Zarządzanie produkcją: Produkt, technologia, organizacja*. Księgarnia PWN, Warszawa, 2020.
- [100] Paprocka, I., Kempa, W., „Modelowanie i symulacja systemu produkcyjnego w celu pozyskania stabilnego harmonogramu. Cz. I”, *Przeg. Mech.*, vol. nr 2, 2013.
- [101] Paul Choi, H. C., „Benefits of additional make-to-stock channel with price control characteristic to make-to-order channel”, *Int. J. Supply Chain Manag.*, vol. 3, no. 2, s. 77–84, 2014.
- [102] Peeters, K., van Ooijen, H., „Hybrid make-to-stock and make-to-order systems: A taxonomic review”, *Int. J. Prod. Res.*, vol. 58, no. 15, s. 4659–4688, 2020. doi: 10.1080/00207543.2020.1778204.
- [103] Perona, M., Saccani, N., Zaroni, S., „Combining make-to-order and make-to-stock inventory policies: An empirical application to a manufacturing SME”, *Prod. Plan. Control*, vol. 20, no. 7, s. 559–575, 2009, doi: 10.1080/09537280903034271.
- [104] Pholpipattanaphong, C., Ramingwong, S., „Improving operational efficiency of pharmaceutical inventory”, *Proc. 11th Ann. Int. Conf. Ind. Eng. Oper. Manag.*, s. 1473–1481, 2021.
- [105] Pinedo, M. L., *Scheduling: Theory, algorithms, and systems, 4th edition*. Springer, New York, 2012, doi: 10.1007/978-1-4614-2361-4.
- [106] Planinic, L., Backovic, H., Durasevic, M., Jakobovic, D., „A comparative study of dispatching rule representations in evolutionary algorithms for the dynamic unrelated machines environment”, *IEEE Access*, vol. 10, s. 22886–22901, 2022, doi: 10.1109/ACCESS.2022.3151346.
- [107] Popielarski, W., *Algorytmy stadne w optymalizacji problemu przepływowego szeregowania zadań*. Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie, Kraków 2013.
- [108] Proth, J. M., „Scheduling: New trends in industrial environment”, *Annu. Rev. Control*, vol. 1, no. 31, s. 157–166, 2007, doi: 10.1016/J.ARCONTROL.2007.03.005.
- [109] Radeleccki, S., Tibor, T., Göndri-Nagy, J., „A multiple (extended) application of the Johnson algorithm for the two-machine manufacturing cell scheduling based on group technology”, *Prod. Syst. Inf. Eng.*, vol. 1, s. 55–69, 2003.
- [110] Rafiei, H., Rabbani, M., „Capacity coordination in hybrid make-to-stock/make-to-order production environments”, *Int. J. Prod. Res.*, vol. 50, no. 3, s. 773–789, 2012, doi: 10.1080/00207543.2010.543174.

- [111] Rafiei, H., Rabbani, M., Alimardani, M., „Novel bi-level hierarchical production planning in hybrid MTS/MTO production contexts”, *Int. J. Prod. Res.*, vol. 51, no. 5, s. 1331–1346, 2013, doi: 10.1080/00207543.2012.661089.
- [112] Rajagopalan, S., „Make to order or make to stock: Model and application”, *Manage. Sci.*, vol. 48, no. 2, s. 241–256, 2002, doi: 10.1287/MNSC.48.2.241.255.
- [113] Raturi, A. S., Meredith, J. R., McCutcheon, D. M., Camm, J. D., „Coping with the build-to-forecast environment”, *J. Oper. Manag.*, vol. 9, no. 2, s. 230–249, 1990, doi: 10.1016/0272-6963(90)90097-W.
- [114] Renna, P., „Production control policies for a multistage serial system under MTO-MTS production environment”, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 83, no. 1–4, s. 449–459, 2016, doi: 10.1007/S00170-015-7587-Z.
- [115] Rezaie, K., Eivazy, H., Nazari-Shirkouhi, S., „A novel release policy for hybrid make-to-stock/make-to-order semiconductor manufacturing systems”, *Proc. Int. Conf. Dev. eSystems Eng. DeSE 2009*, s. 443–447, 2009, doi: 10.1109/DESE.2009.11.
- [116] Schroeder, R. G., Goldstein, S. M., *Operations management in the supply chain: decisions and cases*. McGraw-Hill Education, New York, 2021.
- [117] Silver, E.A., Pyke, D.F., Peterson, R., *Inventory Management and Production Planning and Scheduling (Third Edition)*. John Wiley & Sons, New York, 1998.
- [118] Smutnicki, C., *Algorytmy szeregowania zadań*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2012.
- [119] Sobaszek, Ł., Gola, A., „Survival analysis method as a tool for predicting machine failures”, *Actual Probl. Econ.*, vol. 177(3), no. 421–428, 2016. https://www.researchgate.net/publication/299485149_Survival_analysis_method_as_a_tool_for_predicting_machine_failures (data dostępu: 7.01.2022).
- [120] Sobaszek, Ł., Gola, A., Kozłowski, E., „Application of survival function in robust scheduling of production jobs”, *Proc. 2017 Fed. Conf. Comput. Sci. Inf. Syst. FedCSIS 2017*, s. 575–578, 2017, doi: 10.15439/2017F276.
- [121] Sobaszek, Ł., Gola, A., Kozłowski, E., „Job-shop scheduling with machine breakdown prediction under completion time constraint”, *Proc. 2018 Fed. Conf. Comput. Sci. Inf. Syst. FedCSIS 2018*, s. 437–440, 2018, doi: 10.15439/2018F83.
- [122] Sobaszek, Ł., Świć, A., Gola, A., *Projektowanie harmonogramów odpornych w środowisku Job-Shop z wykorzystaniem narzędzi predykcji*. Politechnika Lubelska, Lublin, 2021.
- [123] Soman, C. A., van Donk, D. P., Gaalman, G., „Comparison of dynamic scheduling policies for hybrid make-to-order and make-to-stock production systems with stochastic demand”, *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 104, no. 2, s. 441–453, 2006, doi: 10.1016/J.IJPE.2004.08.002.
- [124] Song, J.-S., Zipkin, P., „Supply chain operations: Assemble-to-order systems”, *Handbooks OR MS*, vol. 11, s. 561–596, 2003.
- [125] Sotskov, Y. N., Shakhlevich, N. V., „NP-hardness of shop-scheduling problems with three jobs”, *Discret. Appl. Math.*, vol. 59, no. 3, s. 237–266, 1995, doi: 10.1016/0166-218X(95)80004-N.

- [126] Sox, C. R., Thomas, L. J., McClain, J. O., „Coordinating production and inventory to improve service”, *Manage. Sci.*, vol. 43, no. 9, s. 1189–1197, 1997, doi: 10.1287/MNSC.43.9.1189.
- [127] Stevenson, M., Hendry, L. C., Kingsman, B. G., „A review of production planning and control: The applicability of key concepts to the make-to-order industry”, *Int. J. Prod. Res.*, vol. 43, no. 5, s. 869–898, 2005, doi: 10.1080/0020754042000298520.
- [128] Strusevich, V. A., „Complexity and approximation of open shop scheduling to minimize the makespan: A review of models and approaches”, *Comput. Oper. Res.*, vol. 144, 2022, doi: 10.1016/J.COR.2022.105732.
- [129] Suarez, M. C., Gonzalez-R., P. L., „Improved virtual build to order”, *Proc. 2012 IEEE Int. Conf. Emerg. Technol. Fact. Autom. ETFA*, 2012, doi: 10.1109/ETFA.2012.6489738.
- [130] Thomalla, C. S., „Job shop scheduling with alternative process plans”, *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 74, no. 1–3, s. 125–134, 2001, doi: 10.1016/S0925-5273(01)00119-0.
- [131] Trojanowska, J., Pająk, E., *Planowanie i sterowanie produkcją wieloasortymentową*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 2012.
- [132] Turner, K., Williams, G., „Modelling complexity in the automotive industry supply chain”, *J. Manuf. Technol. Manag.*, vol. 16, no. 4, s. 447–458, 2005, doi: 10.1108/17410380510594525.
- [133] Vepsäläinen, A. P. J., *State dependent priority rules for scheduling*. Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, 1984.
- [134] Vilcot, G., Billaut, J. C., „A tabu search and a genetic algorithm for solving a bicriteria general job shop scheduling problem”, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 190, no. 2, s. 398–411, 2008, doi: 10.1016/J.EJOR.2007.06.039.
- [135] Hopp, W. J., Spearman, M. L., *Factory physics: Foundations of manufacturing management*, 2nd ed. McGraw-Hill, Boston, 2001.
- [136] Waters, D., *Zarządzanie operacyjne Towary i Usługi*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2001.
- [137] Weaver, P., „A brief history of scheduling – back to the future”, *myPrimavera Conf. Hyatt*, Canberra, 2006, https://mosaicprojects.com.au/PDF_Papers/P182_The_origins_of_bar_charting.pdf (data dostępu: 7.01.2022).
- [138] Williams, T. M., „Special products and uncertainty in production/inventory systems”, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 15, no. 1, s. 46–54, 1984, doi: 10.1016/0377-2217(84)90047-X.
- [139] Wiśniewski, T., Rymaszewski, S., Korytkowski, P., „Analiza możliwości wykorzystania dynamicznie przydzielanych priorytetów w poligrafii”, *Postępy Nauk. i Tech.*, nr 13, s. 14–24, 2012.
- [140] Wojakowski, P., *Metoda projektowania przepływu produkcji w warunkach zmiennego zapotrzebowania*. Politechnika Krakowska, Kraków, 2012.

- [141] Wosik, I., Kempa, W. M., Kalinowski, K., Skołud, B., „Estimation of reliability characteristics in a production scheduling model with time-changing parameters–second part, numerical example”, [w:] *Management Control of Manufacturing Processes*. Lubelskie Towarzystwo Naukowe, Lublin, s. 19–30, 2011.
- [142] Wróblewski, K. J., Krawczyński, R., Kosieradzka, A., Kasprzyk, S., *Reguły priorytetu w sterowaniu przepływem produkcji*. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1984.
- [143] Wu, M. C., Jiang, J. H., Chang, W. J., „Scheduling a hybrid MTO/MTS semiconductor fab with machine-dedication features”, *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 112, no. 1, s. 416–426, 2008, doi: 10.1016/J.IJPE.2007.04.008.
- [144] Xiong, H., Shi, S., Ren, D., Hu, J., „A survey of job shop scheduling problem: The types and models”, *Comput. Oper. Res.*, vol. 142, s. 105731, 2022, doi: 10.1016/J.COR.2022.105731.
- [145] Yimer, A. D., Demirli, K., „A genetic approach to two-phase optimization of dynamic supply chain scheduling”, *Comput. Ind. Eng.*, vol. 58, no. 3, s. 411–422, 2010, doi: 10.1016/J.CIE.2009.01.010.
- [146] Yousefnejad, H., Esmaili, M., „Tactical production planning in a hybrid MTS/MTO system using Stackelberg game”, *Oper. Res. 2018 203*, vol. 20, no. 3, s. 1791–1809, 2018, doi: 10.1007/S12351-018-0385-2.
- [147] Zeng, C., Liu, Z., Tang, J., Fan, Z. P., Yan, C., Long, S., „Bid construction scheme based on local search to solve serial–parallel cooperative batch scheduling problems”, *Eng. Opt.* vol. 54, no. 11, s. 1957–1973, 2022, doi: 10.1080/0305215X.2021.2019249.
- [148] Zennaro, I., Finco, S., Battini, D., Persona, A., „Big size highly customised product manufacturing systems: A literature review and future research agenda”, vol. 57, no. 15–16, s. 5362–5385, 2019, doi: 10.1080/00207543.2019.1582819.
- [149] Zhang, Z. G., Kim, I., Springer, M., Cai, G., Yu, Y., „Dynamic pooling of make-to-stock and make-to-order operations”, *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 144, no. 1, s. 44–56, 2013, doi: 10.1016/J.IJPE.2013.01.012.
- [150] Ziaee, M., Mortazavi, J., Amra, M., „Flexible job shop scheduling problem considering machine and order acceptance, transportation costs, and setup times”, *Soft Comput.*, vol. 26, no. 7, s. 3527–3543, 2022, doi.org/10.1007/s00500-021-06481-y.
- [151] Scopus – Document search. <https://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic&zone=header&origin=#basic> us.com/search/form.uri?display=basic&zone=header&origin=#basic (data dostępu: 27.04.2022).
- [152] Matlab. <https://www.mathworks.com> (data dostępu: 13.01.2022).
- [153] code2flow. <https://code2flow.com> (data dostępu: 13.01.2022).
- [154] Fakultät für Mathematik: A Library of Scheduling Algorithms. <https://www.math.ovgu.de/Lisa.html> (data dostępu: 13.01.2022).
- [155] GitHub – fengelhardt/LiSA: Library of scheduling algorithms. <https://github.com/fengelhardt/LiSA> (data dostępu: 13.01.2022).

Załączniki

Załącznik 1 – algorytm określania macierzy przestojów (kod z programu MATLAB)

```
1. function [Hole_start,Hole_stop] = macierz_przestojow(processing_
    times_har_nominalny,operation_set_har_nominalny,machine_order_har_
    nominalny,completion_times_har_nominalny)
2. %MACIERZ_PRZESTOJOW Summary of this function goes here
3. % Detailed explanation goes here
4.
5. %%
6. completion_times_har_nominalny=completion_times_har_nominalny.*op-
    eration_set_har_nominalny;
7. relese_time_har_nominalny=completion_times_har_nominalny-process-
    ing_times_har_nominalny;
8. lead_time=max(max(completion_times_har_nominalny));
9.
10. [Job_number, Machine_number]=size(processing_times_har_nominalny);
11. Job=[1:1:Job_number]';
12. Machine=[1:1:Machine_number];
13. %%
14. %okreslenie czy wystepuję przestoj
15. dziury_start=[];
16. dziury_stop=[];
17. rob=0;
18.
19. for m=1:Machine_number
20.     %analiza pierwszej operacji i pierwszego przestoju
21.     rozpartwyana_maszyzna = [relese_time_har_nominalny(:,m) procese
        sing_times_har_nominalny(:,m) completion_times_har_nominalny(:,m)];
22.     operacje_posortowane=sortrows(rozpartwyana_maszyzna,3);
23.     [row,col]=size(operacje_posortowane);
24.     for r=1:row
25.         if (r==1) && (operacje_posortowane(r,1)~=0)
26.             dziury_start(row+1,m)=0;
27.             dziury_stop(row+1,m)=operacje_posortowane(r,1);
28.             rob=1;
29.             if operacje_posortowane(r,3)==operacje_posortowa-
                ne(r+1,1)
30.                 %brak przestoju
```

```

31.         dziury_start(r,m)=0;
32.         dziury_stop(r,m)=0;
33.     else
34.         %przestoj
35.         dziury_start(r,m)=operacje_posortowane(r,3);
36.         dziury_stop(r,m)=operacje_posortowane(r+1,1);
37.     end
38. else
39.     %obsługa ostatniego zadania na maszynie
40.     if r==row
41.         if operacje_posortowane(r,3)==lead_time %zadanie
kończy się wraz z końcem całego harmonogramu
42.             dziury_start(r,m)=0;
43.             dziury_stop(r,m)=0;
44.         else
45.             dziury_start(r,m)=operacje_posortowane(r,3);
46.             dziury_stop(r,m)=lead_time;
47.         end
48.     else
49.         %sprawdzenie czy kolejna operacja zaczyna się w tym
samym czasie co
50.         %kończy poprzednia. Jesli nie to oznacza przestoj
51.         if operacje_posortowane(r,3)==operacje_posortowa-
ne(r+1,1)
52.             %brak przestoju
53.             dziury_start(r,m)=0;
54.             dziury_stop(r,m)=0;
55.         else
56.             %przestoj
57.             dziury_start(r,m)=operacje_posortowane(r,3);
58.             dziury_stop(r,m)=operacje_posortowane(r+1,1);
59.         end
60.     end
61. end
62.
63. end
64. end
65.
66.
67. if rob==1
68.     dziury_start=dziury_start([row+1 1:row],:);
69.     dziury_stop=dziury_stop([row+1 1:row],:);

```

```

70. end
71.
72. Hole_start = dziury_start;
73. Hole_stop = dziury_stop;
74. end

```

Załącznik 2 – algorytm określania zadań możliwych do wykonania (kod z programu MATLAB)

```

1. function [zadania_wybrane] = zadania_mozliwe_do_wykonania(process-
   ing_times,operation_set,machine_order,Hole_start,Hole_stop)
2. %ZADANIA_MOZLIWE_DO_WYKONANIA Summary of this function goes here
3. % Detailed explanation goes here
4.
5. %%
6. T_hole_start=Hole_start';
7. T_hole_end=Hole_stop';
8. T_hole_duration= T_hole_end-T_hole_start;
9. T_hole_max=max(T_hole_duration,[],2);
10. number_of_hole=size(T_hole_duration,2);
11.
12. [Job_number, Machine_number]=size(processing_times);
13. Job=[1:1:Job_number]';
14. Machine=[1:1:Machine_number];
15.
16. %%
17. czy_jest_czas=[];
18. for j=1:Job_number
19.     for m=1:Machine_number
20.         if operation_set(j,m)==1 %jest wykonywana operacja dla za-
           dania j na tej maszynie
21.
22.             if processing_times(j,m)<=T_hole_max(m) %czas zadania
               mieści się w czasie przestoju
23.                 czy_jest_czas(j,m)=1;
24.             else
25.                 czy_jest_czas(j,m)=0;
26.             end
27.         else
28.
29.             czy_jest_czas(j,m)=1;

```

```

30.         end
31.
32.     end
33.
34. end
35.
36. % warunek_1 - sprawdzenie warunkow na macierz dostepnosci czasow DC
37. warunek_1=(sum(czy_jest_czas, 2)==Machine_number);
38.
39. %% warunek 2 i 3 - sprawdzenie warunkow na macierz zgodnosci ko-
    lejnosci ZG
40.
41. for sprawdzane_zadanie=1:Job_number
42.
43.     if warunek_1(sprawdzane_zadanie)==1
44.         %petla gdy mamy do czynienia z operacja pierwszą
45.         rozpatrywana_maszyzna=find(machine_order(sprawdzane_zada-
nie,:)==1);
46.         start_luki_rozpatrywana_maszyzna=T_hole_start(rozpatrywana_ma-
szyzna,:);
47.         duration_luki_rozpatrywana_maszyzna=T_hole_duration(rozpatry-
wana_maszyzna,:);
48.         %określenie ktróry z kolei przestój (na rozpatrywanej maszynie)
    jest wystarczająco duża żeby zmieścić
49.         %rozpatrywaną operację (w ramach konkretnego zadania)
50.         for i=1:number_of_hole
51.             if duration_luki_rozpatrywana_maszyzna(i)>=processing_ti-
mes(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_maszyzna)
52.
53.                 %po umieszczeniu tej operacji w przestoju wyliczamy czas
54.                 %startu i zakonczenia operacji
55.                 rob_start=start_luki_rozpatrywana_maszyzna(i);
56.                 rob_end=start_luki_rozpatrywana_maszyzna(i)+processing_
times(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_maszyzna);
57.                 warunek_2(sprawdzane_zadanie)=1;
58.                 macierz_start(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_maszy-
na)=rob_start;
59.                 macierz_end(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_maszy-
na)=rob_end;
60.             break
61.         else
62.             warunek_2(sprawdzane_zadanie)=0;

```

```

63.         macierz_start(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_ma-
        szyna)=999998;
64.         macierz_end(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_ma-
        szyna)=999998;
65.         end
66.
67.     end
68.
69.     %petla gdy mamy do czynienie z operacja druga i kolejną
70.     %wykonuje się tylko gdy zadanie ma co najmniej 2 operację
71.     if sum(operation_set(sprawdzane_zadanie,:))>=2
72.         for j=2:sum(operation_set(sprawdzane_zadanie,:))
73.             rozpatrywana_maszyzna=find(machine_order(sprawdzane_zada-
        nie,:)==j);
74.             start_luki_rozpatrywana_maszyzna=T_hole_start(rozpatrywana_
        maszyna,:);
75.             duration_luki_rozpatrywana_maszyzna=T_hole_duration(rozpa-
        trywana_maszyzna,:);
76.             for i=1:number_of_hole
77.                 if (start_luki_rozpatrywana_maszyzna(i)+duration_
        luki_rozpatrywana_maszyzna(i)-processing_times(sprawdzane_zada-
        nie,rozpatrywana_maszyzna)>=rob_end) & (duration_luki_rozpatrywana_ma-
        szyna(i)>=processing_times(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_maszyzna))
78.
79.                     if start_luki_rozpatrywana_maszyzna(i)>=rob_end
80.                         rob_start=start_luki_rozpatrywana_maszyzna(i);
81.                         rob_end=start_luki_rozpatrywana_maszyzna(i)+pro-
        cessing_times(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_maszyzna);
82.                         warunek_3(sprawdzane_zadanie)=1;
83.                         macierz_start(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_
        maszyna)=rob_start;
84.                         macierz_end(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_ma-
        szyna)=rob_end;
85.                     else
86.                         rob_start=rob_end;
87.                         rob_end=rob_start+processing_times(sprawdzane_
        zadanie,rozpatrywana_maszyzna);
88.                         warunek_3(sprawdzane_zadanie)=1;
89.                         macierz_start(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_
        maszyna)=rob_start;
90.                         macierz_end(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_ma-
        szyna)=rob_end;

```

```

91.             end
92.             break
93.         else
94.             warunek_3(sprawdzane_zadanie)=0;
95.             macierz_start(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_ma-
szyna)=999998;
96.             macierz_end(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_ma-
szyna)=999998;
97.         end
98.     end
99.     %jeśli operacja nie miesci sie w zadnym przestoju za-
trzymaj sprawdzenie
100.    if warunek_3(sprawdzane_zadanie)==0
101.        break
102.    end
103. end
104.
105. end
106.
107. else
108.     warunek_2(sprawdzane_zadanie)=999997;
109.     warunek_3(sprawdzane_zadanie)=999996;
110. end
111.
112. end
113.
114. for sprawdzane_zadanie_prim=1:Job_number
115.     if sum(operation_set(sprawdzane_zadanie_prim,:))==1
116.         warunek_3(sprawdzane_zadanie_prim)=1;
117.     end
118.
119. end
120. warunek_kolejnosc_dziur=(warunek_2==warunek_3);
121. Zadania_mozliwe_do_wykonania=Job'.*warunek_kolejnosc_dziur;
122.
123. zadania_wybrane = Zadania_mozliwe_do_wykonania;
124.
125. end

```

Załącznik 3 – algorytm określania macierz wag (kod z programu MATLAB)

```
1. function [weight] = macierz_wag(processing_times, zadania_wybrane_
   zbiorcze, zadania_wybrane)
2. %MACIERZ_WAG Summary of this function goes here
3. % Detailed explanation goes here
4.
5. [weight] = macierz_wag(processing_times, zadania_wybrane_zbiorcze,
   zadania_wybrane, Fmat, Fzk, Fkm, w1, w2, w3, w4, p);
6.
7. [r, K]=size(processing_times);
8.
9. %%dostepnosc materialow Pmat
10. for i=1:r
11.     il_wystapien(i)=sum(zadania_wybrane_zbiorcze==i);
12. end
13.
14. f_material_podst=Fmat-il_wystapien';
15. f_material1=f_material_podst.*(zadania_wybrane~=0)';
16. for i=1:r
17.     if f_material1(i)~=0
18.         f_material1(i)=1;
19.     else f_material1(i)=0;
20.     end
21. end
22. %% wartosc zamrozonego kapitalu Pzk
23. f_koszt1=Fzk.*(zadania_wybrane~=0)';
24. f_koszt2=f_koszt1/min(f_koszt1(f_koszt1 > 0));
25.
26. for i=1:r
27.     if f_koszt2(i)~=0
28.         f_koszt_zam(i)=(1./f_koszt2(i));
29.     else f_koszt_zam(i)=0;
30.     end
31. end
32. f_koszt_zam=f_koszt_zam';
33.
34. %% koszty magazynowania Pkm
35.
36. f_koszt_mag_mag1=Fkm.*(zadania_wybrane~=0)';
```

```

37. f_koszt_mag_mag2=f_koszt_mag_mag1/min(f_koszt_mag_mag1(f_koszt_mag_
    mag1 > 0));
38.
39. for i=1:r
40.     if f_koszt_mag_mag2(i)~=0
41.         f_koszt_mag(i)=(1./f_koszt_mag_mag2(i));
42.     else f_koszt_mag(i)=0;
43.     end
44. end
45. f_koszt_mag=f_koszt_mag'
46.
47. %% okrelsenie szanszy sprzedazy Psz
48. prognoza=p;
49.
50. % obliczenie parametru szansy sprzedazy zgodnie z funkcja szansy
    sprzedazy
51. for i=1:r
52.     if prognoza(i)>il_wystapien(i)
53.         szansa(i)=1;
54.     else
55.         if ((-2/prognoza(i))*(il_wystapien(i)+1)+3)<0
56.             szansa(i)=0;
57.         else
58.             szansa(i)=(-2/prognoza(i))*(il_wystapien(i)+1)+3;
59.         end
60.     end
61. end
62. szansa_sprz=szansa'.*(zadania_wybrane~=0)';
63.
64. %% wzmocnienie wartosci i obliczenie wagi zadania
65. for i=1:r
66.     weight1(i)=w4*szansa_sprz(i)+w3*f_koszt_mag(i)+w2*f_koszt_
        zam(i)+w1*f_material1(i);
67. end
68.     weight= weight1';
69. end

```

Załącznik 4 – algorytm uzupełniania harmonogramu nominalnego (kod z programu MATLAB)

```
1. function [processing_times_har_nowy, operation_set_har_nowy, machine_order_har_nowy, completion_times_har_nowy,nr_zadania] = uzupełnianie_harmonogramu(zadania_wybrane,Hole_start,Hole_stop,processing_times,operation_set,machine_order,weight,processing_times_har_nominalny,operation_set_har_nominalny,machine_order_har_nominalny,completion_times_har_nominalny)
2.
3. %UZUPELNIANIE_HARMONOGRAMU Summary of this function goes here
4. % Detailed explanation goes here
5.
6. %% wybór zadania z największą wagą
7. zadania_do_uzupelnienie_logic=not(zadania_wybrane==0)';
8. zadania_do_uzupelnienie_wagi=zadania_do_uzupelnienie_logic.*weight;
9. nr_zadania=find(max(zadania_do_uzupelnienie_wagi)==zadania_do_uzupelnienie_wagi);
10. sprawdzane_zadanie=nr_zadania(1);
11. nr_zadania=nr_zadania(1);
12.
13. % określenie przestojów
14. T_hole_start=Hole_start';
15. T_hole_end=Hole_stop';
16. T_hole_duration= T_hole_end-T_hole_start;
17. T_hole_max=max(T_hole_duration,[],2);
18. number_of_hole=size(T_hole_duration,2);
19. macierz_start=zeros(size(processing_times));
20. macierz_end=zeros(size(processing_times));
21. %%
22. %określenie który z kolei przestój (na rozpatrywanej maszynie) jest wystarczająco duży żeby zmieścić
23. %rozpatrywaną operację (w ramach konkretnego zadania)
24. %pętla dla pierwszej operacji
25. rozpatrywana_maszyzna=find(machine_order(sprawdzane_zadanie,:)==1);
26. start_luki_rozpatrywana_maszyzna=T_hole_start(rozpatrywana_maszyzna,:);
27. duration_luki_rozpatrywana_maszyzna=T_hole_duration(rozpatrywana_maszyzna,:);
28. for i=1:number_of_hole
```

```

29.         if duration_luki_rozpatrywana_maszyna(i)>=processing_times(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_maszyna)
30.             %po umieszczeniu tej operacji w pierwszej dziurze wyliczamy czas
31.             %startu i zakonczenia operacji
32.             rob_start=start_luki_rozpatrywana_maszyna(i);
33.             rob_end=start_luki_rozpatrywana_maszyna(i)+processing_times(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_maszyna);
34.             macierz_start(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_maszyna)=rob_start;
35.             macierz_end(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_maszyna)=rob_end;
36.             break
37.             end
38.
39.         end
40.         %pętla dla drugiej i kolejnej operacji
41.         if sum(operation_set(sprawdzane_zadanie,:))>=2
42.             for j=2:sum(operation_set(sprawdzane_zadanie,:))
43.                 rozpatrywana_maszyna=find(machine_order(sprawdzane_zadanie,:)==j);
44.                 start_luki_rozpatrywana_maszyna=T_hole_start(rozpatrywana_maszyna,:);
45.                 duration_luki_rozpatrywana_maszyna=T_hole_duration(rozpatrywana_maszyna,:);
46.                 for i=1:number_of_hole
47.                     if (start_luki_rozpatrywana_maszyna(i)+duration_luki_rozpatrywana_maszyna(i)-processing_times(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_maszyna))>=rob_end & (duration_luki_rozpatrywana_maszyna(i)>=processing_times(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_maszyna))
48.                         if start_luki_rozpatrywana_maszyna(i)>=rob_end
49.                             rob_start=start_luki_rozpatrywana_maszyna(i);
50.                             rob_end=start_luki_rozpatrywana_maszyna(i)+processing_times(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_maszyna);
51.                             macierz_start(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_maszyna)=rob_start;
52.                             macierz_end(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_maszyna)=rob_end;
53.                         else
54.                             rob_start=rob_end;
55.                             rob_end=rob_start+processing_times(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_maszyna);

```

```

56.             macierz_start(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_
maszyna)=rob_start;
57.             macierz_end(sprawdzane_zadanie,rozpatrywana_ma-
szyna)=rob_end
58.                 end
59.                 break
60.                 end
61.             end
62.         end
63.     end
64.
65.     %% harmonogram uzupełniony
66.     processing_times_har_nowy=[processing_times_har_nominalny;
processing_times(sprawdzane_zadanie,:)];
67.     operation_set_har_nowy=[operation_set_har_nominalny;
operation_set(sprawdzane_zadanie,:)];
68.     machine_order_har_nowy=[machine_order_har_nominalny;
machine_order(sprawdzane_zadanie,:)];
69.     completion_times_har_nowy=[completion_times_har_nominalny;
macierz_end(sprawdzane_zadanie,:)].*operation_set_har_nowy;
70.
71.     end

```

Załącznik 5 – pełny algorytmu szeregowania zadań dla produkcji hybrydowej (kod z programu MATLAB)

```

1.     %% DANE WEJŚCIOWE
2.     % otwórz plik z harmonogramem nominalnym, plik xml w strukturze LISA
3.     [processing_times_har_nominalny,operation_set_har_nominalny,machine_
order_har_nominalny,completion_times_har_nominalny]=open_xml(plik_
harmonogram_nominalny)
4.     % otwórz zbiór zadań MTS
5.     [processing_times_zadan_mts,operation_set_zadan_mts,machine_order_
zadan_mts]=open_zbior_zadan_mts(Dane_zbior_zadan_mts)
6.
7.     %parametry algorytmu wag
8.     [Fmat, Fzk, Fkm, w1, w2, w3, w4, p]=open_parametry_wag(parametry_al-
gorytm_wag);
9.     % Ilości zadań MTS już dodanych do harmonogramu IzMTS
10.    zadania_MTS_dodane_do_harmonogramu(1)=0;
11.

```

```

12. %% pierwsza iteracja algorytmu
13. %% ts tt
14. [Hole_start,Hole_stop] = macierz_przestojow(processing_times_har_
    nominalny,operation_set_har_nominalny,machine_order_har_nominalny,-
    completion_times_har_nominalny)
15. % okreslenia zadań możliwych do wykonania
16. % ZM
17. [zbior_zadan_mozliwych_do_wykonania] = zadania_mozliwe_do_wykona-
    nia(processing_times_zadan_mts,operation_set_zadan_mts,machine_or-
    der_zadan_mts,Hole_start,Hole_stop)
18.
19. % obliczenie wag MW dla obecnej iteracji
20. [weight] = macierz_wag(processing_times_zadan_mts, zadania_MTS_do-
    dane_do_harmonogramu, zbior_zadan_mozliwych_do_wykonania, Fmat, Fzk,
    Fkm, w1, w2, w3, w4, p);
21.
22. % uzupełnienie harmonogramu zadaniami o największej wadze
23. [processing_times_har_nowy, operation_set_har_nowy, machine_or-
    der_har_nowy, completion_times_har_nowy,wybrane_zadanie_mts]
    = uzupełnianie_harmonogramu(zbior_zadan_mozliwych_do_wykona-
    nia,Hole_start,Hole_stop,processing_times_zadan_mts,operation_set_
    zadan_mts,machine_order_zadan_mts,weight,processing_times_har_nomi-
    nalny,operation_set_har_nominalny,machine_order_har_nominalny,com-
    pletion_times_har_nominalny);
24. zadania_MTS_dodane_do_harmonogramu(2)=wybrane_zadanie_mts;
25.
26. licznik=2;
27.
28. %% kolejne iteracje algorytmu
29. while sum(zbior_zadan_mozliwych_do_wykonania)~=0
30. [Hole_start,Hole_stop] = macierz_przestojow(processing_times_har_
    nowy,operation_set_har_nowy,machine_order_har_nowy,completion_times_
    har_nowy);
31. [zbior_zadan_mozliwych_do_wykonania] = zadania_mozliwe_do_wykona-
    nia(processing_times_zadan_mts,operation_set_zadan_mts,machine_or-
    der_zadan_mts,Hole_start,Hole_stop);
32. %%
33. if sum(zbior_zadan_mozliwych_do_wykonania)~=0
34. [weight] = macierz_wag(processing_times_zadan_mts, zadania_MTS_do-
    dane_do_harmonogramu, zbior_zadan_mozliwych_do_wykonania,Fmat, Fzk,
    Fkm, w1, w2, w3, w4, p);

```

```

35. [processing_times_har_nowy, operation_set_har_nowy, machine_or-
    der_har_nowy, completion_times_har_nowy,wybrane_zadanie_mts]
    = uzupełnianie_harmonogramu(zbior_zadan_mozliwych_do_wykona-
    nia,Hole_start,Hole_stop,processing_times_zadan_mts,operation_
    set_zadan_mts,machine_order_zadan_mts,weight,processing_times_har_
    nowy,operation_set_har_nowy,machine_order_har_nowy,completion_times_
    har_nowy);
36.
37. licznik=licznik+1;
38. zadania_MTS_dodane_do_harmonogramu(licznik)=wybrane_zadanie_mts;
39. else
40.     disp(,KONIEC DZIALANIA ALGORYTMU')
41.
42.     break
43. end
44. end

```