POLITECHNIKA LUBELSKA

Мирон Чернець

ТРИБОКОНТАКТНІ ЗАДАЧІ ДЛЯ ЦИЛІНДРИЧНИХ З’ЄДНАНЬ З ТЕХНОЛОГІЧНОЮ НЕКРУГЛІСТЮ

MONOGRAFIE

Lublin 2013

ТРИБОКОНТАКТНІ ЗАДАЧІ ДЛЯ ЦИЛІНДРИЧНИХ З’ЄДНАНЬ З ТЕХНОЛОГІЧНОЮ НЕКРУГЛІСТЮ

ZAGADNIENIA KONTAKTU TRIBOLOGICZNEGO W UKŁADACH CYLINDRYCZNYCH Z NIEKOŁOWOŚCIĄ TECHNOLOGICZNĄ

Miron Czerniec

ZAGADNIENIA KONTAKTU TRIBOLOGICZNEGO W UKŁADACH CYLINDRYCZNYCH Z NIEKOŁOWOŚCIĄ TECHNOLOGICZNĄ

Politechnika Lubelska
Lublin 2013

Мирон Чернець

ТРИБОКОНТАКТНІ ЗАДАЧІ ДЛЯ ЦИЛІНДРИЧНИХ З’ЄДНАНЬ З ТЕХНОЛОГІЧНОЮ НЕКРУГЛІСТЮ

Люблінська політехніка
Люблін 2013

Рецензенти:
Чл.-кор. НАН України, професор, д.т.н. Андрейків О.Є.
Професор, д.т.н. Сорокатий Р.В.

Рекомендовано до друку вченою радою Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка (протокол № 6 від 23 травня 2013 р.).

У монографії розглянуто методи розв'язку контактних та трибоконтактних задач для циліндричних з'єднань тіл близьких радіусів (підшипники ковзання, циліндричні напрямні) з малим технологічним збуренням їх контурів. Проведено оцінку параметрів контакту (контактних тисків і їх розподілу) у з'єднаннях, де реалізується симетричний однообластевий чи одно-дво-однообластевий контакт їх деталей. Також досліджено контактну взаємодію при косому (несиметричному) розташуванні співдотичних тіл. Встановлено закономірності впливу різних видів огранення для низки з'єднань на параметри контакту.

Розглянуто розроблені розрахункові моделі дослідження кінетики зношування при терті ковзання вказаних триботехнічних систем: узагальнену лінійну та узагальнену кумуляційну. Встановлено основні закономірності впливу огранення деталей на зношування і ресурс підшипників ковзання та напрямних. Досліджено вплив зношування на трансформацію параметрів контакту. Подано експрес-метод розрахункової оцінки параметрів трибоконтактної взаємодії у цих трибосистемах.

Чернець М.В. Трибоконтактні задачі для циліндричних з'єднань з технологічною некруглістю. – Люблін: Вид. Люблінської політехніки, 2013. – 273 с.

Publikacja wydana za zgodą Rektora Politechniki Lubelskiej

ISBN: 978-83-63569-67-9

Wydawca: Politechnika Lubelska
ul. Nadbystrzycka 38D, 20-618 Lublin
Realizacja: Biblioteka Politechniki Lubelskiej
Ośrodek ds. Wydawnictw i Biblioteki Cyfrowej
ul. Nadbystrzycka 36A, 20-618 Lublin
tel. (81) 538-46-59, email: wydawca@pollub.pl
www.biblioteka.pollub.pl
Druk: TOP Agencja Reklamowa Agnieszka Łuczak
www.agencjatop.pl

Elektroniczna wersja książki dostępna w Bibliotece Cyfrowej PL www.bc.pollub.pl
Nakład: 60 egz.

ВСТУП

Із практики відомо, що у проблемі підвищення надійності нерухомих і довговічності рухомих з’єднань машин вирішальним є забезпечення міцності їх несучих елементів та відповідної зносостійкості. Для нерухомих з’єднань (шарнірних, болтових, штифтових) із радіальним зазором контактна міцність спрощено оцінюється згідно із теорією Герца, що не завжди є коректним. Тому більш коректно оцінка поверхневої (контактної) міцності деталей машин, а, зокрема циліндричних з’єднань тіл близьких радіусів з коловими контурами, проводиться відомими методами контактної теорії пружності. Отримані розв’язки таких задач за умов незмінності контакту задовольняють інженерну практику. У загальному для циліндричних з’єднань з круговим перерізом елементів методи оцінки характеристик контактної міцності, які базуються на методах теорії пружності, розроблено В.М. Александровим, Л.А. Галіним, І.Г. Горячевою, Д.В. Гриліцьким, О.Н. Каландія, Г.А. Морарь, В.В. Панасюком, М.Й. Теплим, М.П. Шереметьєвим, І.Я. Штаєрманом та ін.

Основною умовою у зазначених контактних задачах теорії пружності є припущення ідеально колові перерізи співдотичних тіл циліндричних з’єднань. Однак у процесі виготовлення деталей циліндричних з’єднань, поширених в машинобудуванні, виникають неминучі технологічні збурення форми від колової, обумовлені відповідними стандартами. Хоча допустимі величини некруглості (овальності, тригранності, чотиригранності) є значно меншими від радіусів тіл у з’єднанні, однак слід очікувати їх впливу на параметри контакту з огляду на те, що вони мають величину радіальних зазорів. Ідеалізація контурів співдотичних деталей у таких з’єднаннях призводить до достатньо значних похибок в оцінці контактних напружень. Аналіз напружено-деформованого стану тіл у досліджуваних з’єднаннях показує, що пружні деформаці є більшими від їх некруглості у 10 – 50 разів. Тому умови контактної взаємодії циліндричних тіл з малою технологічною некруглістю контурів не можуть бути ідентичними до взаємодії тіл з круговими контурами. У такого типу задачах параметри контакту залежатимуть від взаєморозташування тіл, а, відповідно, цей чинник виявлятиме вплив на їх міцність, а для рухомих з’єднань – і на їх довговічність.

Тобто необхідність врахування технологічної некруглості циліндричних тіл висуває потребу побудови розв’язку нового типу контактних задач зі зміною границь контакту, зумовленою технологічною (вихідною) некруглістю та зношуванням під час експлуатації. Тому актуальним і практично необхідним з точки зору лінійної механіки деформівних тіл є кількісна і якісна оцінка впливу вихідної технологічної некруглості різного виду на параметри статичного контакту (нерухомі циліндричні з’єднання), виходячи з їх взаєморозташування. Такого типу контактна задача досліджена частково у роботах О.Є. Андрейківа, В.В. Панасюка, А.О. Сяського, М.В. Чернеця зі співавторами.

Ще більш складною є ця проблема для рухомих циліндричних з’єднань (підшипників ковзання, напрямних, шарнірів, тощо), зокрема при врахуванні вихідної некруглості їх деталей. Внаслідок зношування вказаних трибоспряжень виникає завдання розв’язку трибоконтактної задачі зі змінними границями контакту і перерозподілом вихідних контактних напружень (тисків). З 70-х років минулого століття вищезазначеного типу методи застосовуються і до дослідження напружень, деформацій з урахуванням впливу на них зношування у триботехнічних системах тертя ковзання – головним чином у підшипниках ковзання. У випадку з’єднань з коловими контурами контактні задачі зі зношуванням досліджувались О.Є. Андрейківим, В.М. Александровим, Л.А. Галіним, І.Г. Горячевою, М.Н. Добичіним, А.Г. Кузьменко, А.Г. Любіним, М.Й. Теплим, М.В. Чернецем та іншими. Реально у рухомих з'єднаннях величина питомих сил тертя, які є похідними контактних тисків, залежатиме від взаєморозташування елементів з'єднання з технологічною некруглістю та їх зношування – експлуатаційна некруглість. У зв'язку з цим розробка нових методів оцінки контактної міцності та з їх використанням обчислення триботехнічних параметрів циліндричних з'єднань з ограненням є актуальною і необхідною як у науковому, так і прикладному аспектах.

Такого типу двоступенева важлива для інженерної практики задача базується як на відповідних методах дослідження контактної взаємодії, так і на методах дослідження кінетики зношування на основі адекватних моделей. Розробці положень теорії тертя та зношування і встановленню закономірностей його кінетики, розвитку методів аналітичного дослідження зношування елементів вузлів тертя машин – визначенню їх ресурсу чи зношування, розв'язку зносоконтактних задач і іншим дослідженням присвячена велика кількість публікацій. Однак з огляду на складність фізико-хімічних та механічних процесів, що відбуваються при терті і зношуванні, не вироблено єдиних поглядів на ці процеси, що зумовлює необхідність подальших досліджень, зокрема у моделюванні трибоконтактної взаємодії.

РОЗДІЛ 1

ОСНОВНЕ РІВНЯННЯ ПЛОСКОЇ ЛІНІЙНОЇ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

До основних задач теорії пружності належать контактні задачі для циліндричних тіл, що перебувають у внутрішньому контакті (підшипники ковзання, система поршень – циліндр, шарнірні і гвинтові з'єднання, гальма та інше).

1.1. Деформівний стан

Плоска задача теорії пружності містить задачу плоскої деформації та узагальненого напруженого стану. Ці задачі описуються однаковими рівняннями з різною їх інтерпретацією.

Стан плоскої деформації виступає у довгому стержні постійного перерізу, торцеві поверхні якого навантажені рівномірно розподіленими зусиллями. Стан узагальненої плоскої деформації реалізується у тонкій пластині під впливом сил, що діють у її серединній площині (рис. 1.1) [44].

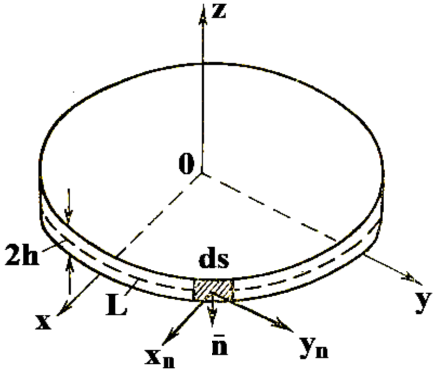


Рис.1.1. Плоский напружений стан

В обох випадках для оцінки стану напружень і деформацій деформівного тіла слід встановити за рівняннями лінійної теорії пружності три складові тензора напружень $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$ та три складові тензора деформацій $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy})$.

1.2. Рівняння теорії пружності

Основна система рівнянь плоскої теорії пружності складається з:

а) двох диференціальних рівнянь рівноваги:

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} + \rho X = 0 \; ;$$
$$\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_y}{\partial y} + \rho Y = 0 \; , \qquad (1.1)$$

де X, Y – компоненти об’ємних сил;

б) геометричних рівнянь, які пов’язують компоненти u, v вектора зміщень з компонентами ε_x, ε_y, γ_{xy} тензора деформацій:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \; \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \; \gamma_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \; ; \qquad (1.2)$$

в) рівняння неперервності деформацій, які пов’язують компоненти ε_x, ε_y, γ_{xy} стану деформацій:

$$\frac{\partial^2\varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_y}{\partial x^2} = 2\frac{\partial^2\gamma_{xy}}{\partial x\partial y} \; ; \qquad (1.3)$$

– фізичні рівняння (закон Гука), які пов’язують компоненти $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ напруженого стану з компонентами $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ деформованого стану:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E_*}\left(\sigma_x - \nu_* \sigma_y\right), \quad \varepsilon_y = \frac{1}{E_*}\left(\sigma_y - \nu_* \sigma_x\right), \tag{1.4}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{2\left(1+\nu_*\right)}{E_*}\tau_{xy} \ ,$$

де коефіцієнти E, ν_* будуть:

для плоскої деформації

$$E_* = E\big/\left(1-\nu^2\right), \ \nu_* = \nu\big/\left(1-\nu\right);$$

для узагальненого плоского стану напружень

$$E_* = E\,, \ \nu_* = \nu\,;$$

E – модуль Юнга, G – модуль зсуву, ν — коефіцієнт Пуассона.

1.3. Функція напружень Ері

Розв’язок плоскої задачі у напруженнях знаходиться за допомогою функції напружень Ері $U\left(x,y\right)$:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}, \ \sigma_y = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \ \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}\,. \tag{1.5}$$

Вирази (1.5) задовільняють рівняння рівноваги (1.1), а рівняння (1.3) в напруженнях набуде вигляду:

$$\Delta\Delta U = \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} = 0\,, \tag{1.6}$$

де $\Delta = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}$ – оператор Лапласа.

Рівняння (1.6) називається бігармонійним, а функція U, яка його задовільняє – бігармонійною. Тому задача зводиться до пошуку функції напружень U шляхом інтегрування рівняння (1.6).

1.4. Вигляд бігармонійної функції

У працях Лява і Гурса показано, що бігармонійну функцію U можна подати двома аналітичними функціями $\varphi(z)$ і $\chi(z)$одного комплексного аргументу $z = x + iy$ $\left(i = \sqrt{-1}\right)$. Тоді отримано, що [163]:

$$U = \mathrm{Re}\left\{\bar{z}\phi(z) + \chi(z)\right\}, \tag{1.7}$$

де Re – означає дійсну частину виразу у дужках; $\bar{z} = x - iy$, $\varphi(z) = p(x,y) + iq(x,y)$, $\chi'(z) = \psi(z)$, $\psi(z) = p_*(x,y) + iq_*(x,y)$, $p, q;$ p_*, q_* – вибрані відповідним чином спряжені гармонійні функції [41]. Функції $\varphi(z)$ і $\chi'(z)$ називають комплексними потенціалами.

1.5. Фомули Колосова – Мусхелішвілі для зміщень і напружень

У [41] подано, що для плоскої задачі теорії пружності компоненти $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ тензора напружень та u, v вектора зміщень у прямокутній системі координат xOy виражаються через дві аналітичні функції $\Phi(z)$ та $\Psi(z)$ комплексної змінної z = x + iy наступним чином:

$$\begin{gathered}\sigma_x + \sigma_y = 2\left[\Phi(z) + \overline{\Phi(z)}\right] = 4\,\mathrm{Re}\,\Phi(z),\\ \sigma_x - \sigma_y + 2i\tau_{xy} = 2\left[\bar{z}\Phi'(z) + \Psi(z)\right],\\ 2G(u + iv) = \kappa\varphi(z) - z\overline{\Phi(z)} - \overline{\psi(z)},\end{gathered} \tag{1.8}$$

де $\Phi(z)=\varphi'(z)$, $\overline{\varphi(z)}=p(x,y)-iq(x,y)$, $\Psi(z)=\psi'(z)$, $\psi(z)=\chi'(z)$, $\overline{\psi(z)}=p_*(x,y)-iq_*(x,y)$; $\Phi'(z)=\varphi''(z)$; $\kappa=3-4\nu$, $\kappa=(3-\nu)/(1+\nu)$ – відповідно постійні Колосова – Мусхелішвілі для стану плоскої деформації та узагальненого плоского стану напружень.

Отже, розв'язок плоскої задачі теорії пружності зводиться до знаходження аналітичних функцій $\varphi(z)$ та $\psi(z)$ або $\Phi(z)$ та $\Psi(z)$ у області S, яку займає пружне тіло, якщо відомо їх значення на контурі тіла. Якщо ці функції встановлено, то компоненти тензора напружень та вектора зміщень визначаються згідно з (1.8).

Для встановлення функцій $\varphi(z)$ і $\psi(z)$ маємо такі граничні умови:

а) на контурі L (рис. 1.2) розглядуваної області S задано зовнішні напруження (зусилля) X_n та Y_n — перша основна задача теорії пружності:

$$\varphi(t_L)+t_L\overline{\varphi'(t_L)}+\overline{\psi(t_L)}=f_1(t_L)+if_2(t_L)=i\int_0^{\Sigma}(X_n+iY_n)dS,\quad t_L\in L,\tag{1.9}$$

де t_L - комплексна координата точки контура L; $f_1(t_L)$ і $f_2(t_L)$ — відомі функції , що визначаються через напруження X_n, Y_n; n — нормаль до контуру L;

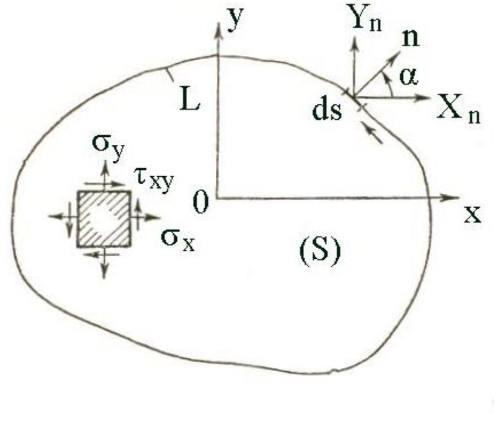


Рис. 1.2. Схема для встановлення граничних умов

б) на контурі L області S подано зміщення – друга основна задача теорії пружності:

$$\kappa\varphi\left(t_L\right) - t_L\overline{\varphi'\left(t_L\right)} - \overline{\psi\left(t_L\right)} = 2G\left[u\left(t_L\right) + iv\left(t_L\right)\right],\ t_L \in L, \tag{1.10}$$

де $u\left(t_L\right), v\left(t_L\right)$ - відомі на L функції.

При використанні полярних координат $rO\alpha$ (рис. 1.3) компоненти $\sigma_r, \sigma_\alpha, \tau_{r\alpha}$ тензора напружень та u,v вектора зміщень комплексні потенціали $\Phi(z)$ і $\Psi(z)$ визначаються так:

$$\begin{aligned}
&\sigma_r + \sigma_\alpha = 2\left[\Phi(z) + \overline{\Phi(z)}\right] = 4\operatorname{Re}\Phi(z),\\
&\sigma_\alpha - \sigma_r + 2i\tau_{r\alpha} = 2\left[\bar{z}\Phi^{'}(z) + \Psi(z)\right]e^{2i\alpha},\\
&2G\left(v_r + iv_\alpha\right) = \left[\kappa\varphi\left(z\right) - z\overline{\varphi^{'}\left(z\right)} - \overline{\varphi\left(z\right)}\right]e^{-i\alpha},
\end{aligned} \tag{1.11}$$

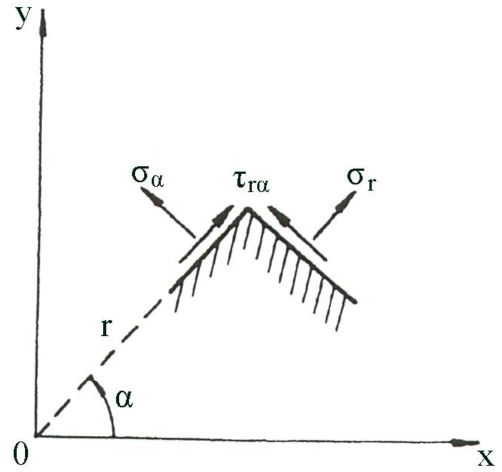


Рис. 1.3. Компоненти плоского напруженого стану

Гранична умова для визначення комплексних потенціалів $\Phi(z)$ і $\Psi(z)$ з врахуванням (1.11) матиме вигляд:

$$\Phi(t_L) + \overline{\Phi(t_L)} - e^{2i\alpha}\left[t_L\Phi'(t_L) + \Psi(t_L)\right] = N - iT, \tag{1.12}$$

де α – кут між зовнішньою нормаллю до контуру і віссю Ox (рис. 1.2); N, T – відомі складові (нормальна і дотична) зовнішнього навантаження (напруження).

РОЗДІЛ 2

ВНУТРІШНІЙ КОНТАКТ ЦИЛІНДРІВ БЛИЗЬКИХ РАДІУСІВ З МАЛИМ ОГРАНЕННЯМ КОНТУРІВ

Розв’язок розглядуваного типу задачі теорії пружності в літературі проводиться у припущенні, що контури співдотичних тіл перед їх деформуванням є коловими. Однак реальні елементи таких з’єднань завжди мають збурення контурів від кола, яке виникає у результаті технологічного процесу. Очевидно, ці відхилення повинні виявляти вплив на величину контактних тисків і їх розподіл. Це випливає з того, що допустимі значення некруглості (огранення) контурів співмірні чи дещо більші від величини пружних деформацій співдотичних тіл і тому є чинником, що змінює класичну схему контакту. Кількісна оцінка впливу огранення на характеристики контакту має важливе практичне значення, оскільки дає можливість точніше оцінити контактну міцність таких циліндричних з’єднань.

Ефективні методи рішення плоских задач для циліндричних тіл з коловими контурами при їх внутрішньому контакті розробляли В.М. Александров [2], Д.В. Гриліцький [14], А.І. Каландія [19], М.В. Коровчинський [23], В.В. Панасюк [43, 44], М.Й. Теплий [58], І.Я. Штаєрман [94], Г.А. Морар і Г.Я. Попов [40].

У розв’язку контактних задач застосовується метод М.І. Мусхелішвілі [41, 42], який ґрунтується на теорії функцій комплексної змінної. За пропонованими ним функціями комплексних потенціалів можна визначити складові тензора напружень, зміщень точок зони контакту, а також знайти їх взаємозв'язок, тобто подати складові вектора зміщень через шукані контактні тиски. Як гранична умова застосовується рівність кривин деформованих контурів в області контакту. Згідно з цією умовою [43], подаючи зміщення через складові контактних напружень (як показано в [42]), виводиться рівняння на контатні тиски. Відповідно до такого підходу отримано розв'язок низки задач цього типу.

Уперше задачу контакту циліндрів з близькими радіусами з однакових матеріалів розв'язав методом скінчених різниць І.Я. Штаєрман [94], а його модифікацію, що краще відповідає дійсній поведінці цієї системи, подав А.К. Рейш [48]. У наступній роботі [43], присвяченій контакту жорсткого диска з отвором у пружній пластині, у розв'язанні рівняння контактних тисків використано метод колокації. Цим методом розв'язано багато задач цього типу [44, 58]. Наближені таких розв'язків контактних задач без урахування сил тертя і з їх врахуванням отримано для різних видів функції контактних тисків.

Хоча вказані методи уможливлюють оцінити величину контактних тисків і їх розподіл у зоні контакту, однак вони не дають змоги врахувати впливу на них збурень форми контурів. Тому необхідною є оцінка впливу некруглості на характеристики контакту циліндричних з'єднань.

2.1. Формулювання задачі

В отворі пружної ізотропної пластини 1 розміщується пружний диск 2 (рис. 2.1). Контури L_1 отвору та L_2 диска мають мале відхилення від кіл L_1 і L_2 близьких радіусів R_1 і R_2. Приймається, що поверхні співдотичних елементів є гладкими. Радіальний зазор $\varepsilon = R_1 - R_2 > 0.$

Відхилення контурів елементів від колових $\delta_k(\alpha) << R_k$ (рис. 2.1) визначається у такий спосіб:

$$\delta_k(\alpha) = (-1)^k \left[R^{(k)}(\alpha) \ - R_k \right]; \quad k = 1; 2, \tag{2.1}$$

де: α – полярна координата точки контуру, $R^{(k)}(\alpha)$ – радіус-вектор контура отвору $(k = 1)$ чи диску ($k = 2$), R_k – радіуси ідеальних контурів – номінальних кіл.

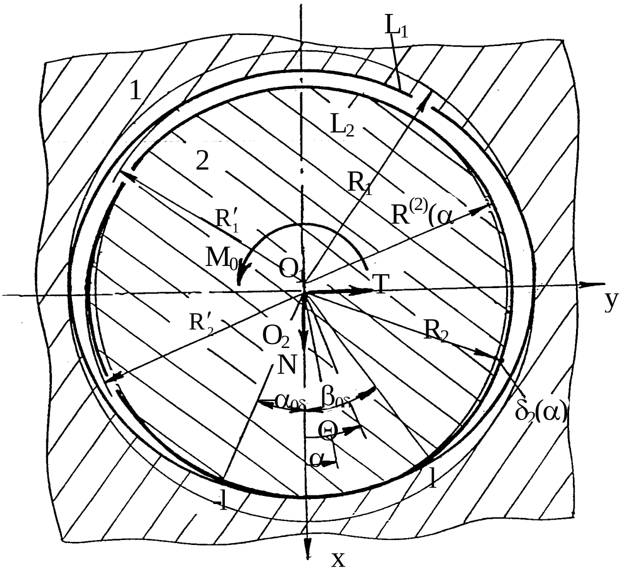


Рис. 2.1. Схема контактної взаємодії циліндричних тіл з контурами з малою технологічною некруглістю

У випадку зношування тіл при трибоконтактній взаємодії $R^{(k)}(\alpha, t) = R^{(k)}(\alpha) \pm h_k(\alpha, t)$. Відповідно для $k = 1$ приймається знак „+”, а для $k = 2$ — „-”. Контактна взаємодія елементів спричинена дією на диск сил N і T та пари сил з моментом M_0 (рис. 2.1). В області контакту елементів під впливом зовнішнього навантаження виникають нормальні $\sigma_r(\alpha, \delta)$ та дотичні $\tau_{r\alpha}(\alpha, \delta)$ напруження.

Приймаємо систему прямокутних координат як на рис. 2.1. При статичній рівновазі тіл розв'язок задачі полягає у встановленні розподілу контактних тисків $p(\alpha,\delta)=-\sigma_r(\alpha,\delta)$, що виникають в області контакту, а також її величини, обмеженої кутами $\alpha_{0\delta}$ і $\beta_{0\delta}$. Граничні умови на контурах отвору і диска мають такий вигляд:

$$\tau_{r\alpha}^{(1)}(\alpha,\delta)=\tau_{r\alpha}^{(2)}(\alpha,\delta)=0,\ \sigma_r^{(1)}(\alpha,\delta)=\sigma_r^{(2)}(\alpha,\delta)=0$$

$$(\beta_{0\delta}\le\alpha\le 2\pi-\alpha_{o\delta})\ ;$$

$$\tau_{r\alpha}^{(1)}(\alpha,\delta)=\tau_{r\alpha}^{(2)}(\alpha,\delta)=fp(\alpha,\delta), \tag{2.2}$$

$$\sigma_r^{(1)}(\alpha,\delta)=\sigma_r^{(2)}(\alpha,\delta)=-p(\alpha,\delta)$$

$$(-\alpha_{0\delta}\le\alpha\le\beta_{0\delta})\ .$$

Покладається, що в області контакту $-\alpha_{0\delta}\le\alpha\le\beta_{0\delta}$ здійснюється неперервний співдотик контурів L_1 і L_2 елементів з'єднання.

2.2. Основне рівняння задачі

Для виведення рівняння для визначення величини контактних тисків $p(\alpha,\delta)$ використовується умова рівності в області співдотику кривин деформованих контурів з некруглістю, тобто

$$K_{1*}(\alpha,\delta)=K_{2*}(\alpha,\delta),\quad -\alpha_{0\delta}\le\alpha\le\beta_{0\delta}. \tag{2.3}$$

Параметричні рівняння контурів L_1 отвору та L_2 диска після деформування подаються у такому виді:

$$x_{k*}(\alpha,\delta)=x_k(\alpha)+u_k(\alpha)+f_{kx}(\alpha,h),$$
$$y_{k*}(\alpha,\delta)=y_k(\alpha)+v_k(\alpha)+f_{ky}(\alpha,h), \tag{2.4}$$

де $x_k(\alpha)$, $y_k(\alpha)$ — параметричні рівняння опорних кіл до деформації, відповідно, при $k=1$ описаного навколо отвору, а при $k=2$ вписаного в диск; $u_k(\alpha), v_k(\alpha)$ — проекції на осі Ox і Oy векторів зміщень точок контурів співдотичних тіл у результаті їх деформації; $f_{kx}(\alpha), f_{ky}(\alpha)$ чи $f_{kx}(\alpha,h), f_{ky}(\alpha,h)$ – малі величини, що характеризують відмінність між дійсними контурами отвору та диску і зазначеними опорними колами у першому випадку без зношування, а у другому — за наявності зношування.

Після підстановки параметричних рівнянь (2.4) у відому формулу кривини плоскої кривої та нехтуючи малими величинами вищих порядків $(u_k')^2$, $(u_k'')^2$, $(v_k')^2$, $(v_k'')^2$, $(f_{kx}')^2$, $(f_{kx}'')^2$, $(f_{ky}')^2$, $(f_{ky}'')^2$ отримано формули для визначення кривин контурів L_1 отвору та L_2 диска з малою некруглістю

$$K_{k*}(\alpha,\delta)=K_{k0}(\alpha)+K_k(\alpha,\delta), \tag{2.5}$$

де

$$K_{k0}(\alpha)=\frac{1}{\left(x_k'^2+y_k'^2\right)^{3/2}}\times$$

$$\times\left[x_k'y_k''-x_k''y_k'+x_k'v_k''+y_k''u_k'-x_k''v_k'-\right. \tag{2.6}$$

$$\left.-y_k'u_k''-3\frac{x_k'y_k''-x_k''y_k'}{x_k'^2+y_k'^2}\left(x_k'u_k'+y_k'v_k'\right)\right],$$

$$K_k(\alpha)=\frac{1}{\left(x_k'^2+y_k'^2\right)^{3/2}}\times$$

$$\times\left[x_k'f_{ky}''-x_k''f_{ky}'-y_k''f_{kx}'-y_k'f_{ky}''-\right. \tag{2.7}$$

$$\left.-3\frac{x_k'y_k''-x_k''y_k'}{x_k'^2+y_k'^2}\left(x_k'f_{kx}'+y_k'f_{ky}'\right)\right],$$

$$x_k'=\frac{dx_k}{d\alpha},\; x_k''=\frac{d^2x_k}{d\alpha^2},\; y_k'=\frac{dy_k}{d\alpha},\; y_k''=\frac{d^2y_k}{d\alpha^2},$$

$$u_k'=\frac{du_k}{d\alpha},\; u_k''=\frac{d^2u_k}{d\alpha^2},\; v_k'=\frac{dv_k}{d\alpha},\; v_k''=\frac{d^2v_k}{d\alpha^2},$$

$$f_k'=\frac{df_k}{d\alpha},\; f_k''=\frac{d^2f_k}{d\alpha^2}\;.$$

Для тіл з коловими контурами з метою отримання основного рівняння задачі похідні $u_k'(\alpha), v_k'(\alpha)$, $u_k''(\alpha), v_k''(\alpha)$ компонент векторів зміщень $u_k(\alpha), v_k(\alpha)$ точок контурів отворів слід подати через шукані контактні напруження $\sigma_r(\alpha)$. Потім за формулою (2.6) з урахуванням умови (2.3) у вигляді

$$K_{10}(\alpha) = K_{20}(\alpha) \tag{2.8}$$

отримано основне рівняння для визначення контактних тисків $p(\alpha, \delta)$.

Оскільки в досліджуваній задачі покладається відмінність контурів отвору і диска від колових, то необхідно довести, що проекції $u_k(\alpha), v_k(\alpha)$ векторів зміщень точок цих контурів на осі Ох і Оу відрізняються на величини вищих порядків $f_{kx}{}^2(\alpha, h)$ і $f_{ky}{}^2(\alpha, h)$ малості від проекцій векторів зміщень точок опорних кіл.

Для цього подамо вектори r_1 і r_2 зміщень точок контурів L_1 і L_2 у вигляді суми

$$r_k = r^{(k)} + r_k{}^{(k)}, \tag{2.9}$$

де $r^{(k)}$ — вектори зміщень точок опорних кіл; $r_k{}^{(k)}$ — вектори зміщень точок реальних контурів відносно відповідних точок опорних кіл.

Подамо вектори зміщень r_k через їх проекції на осі Ох і Оу

$$u_k(\alpha) = u^{(k)}(\alpha) + u_k^{(k)}(\alpha), \quad v_k(\alpha) = v^{(k)}(\alpha) + v_k^{(k)}(\alpha). \tag{2.10}$$

Беручи до уваги, що у рамках лінійної теорії пружності деформації і переміщення точок тіла при його навантаженні є малими у порівнянні з його розмірами та враховуючи (2.10), можливо цілком обґрунтовано вважати, що вектори зміщень точок контурів отвору і диска з малою некруглістю відрізнятимуться від векторів зміщень точок їх опорних кіл на величини вищого порядку малості порівняно зі збуренням $\delta_k(\alpha)$. Унаслідок цього з метою спрощення розв'язку цієї контактної задачі теорії пружності розглядаються замість векторів зміщень точок контурів елементів вектори зміщень точок їх опорних кіл. Це означає, що зв'язок між зміщеннями і напруженнями буде таким, як було запропонувано Н. Мусхелішвілі [41]. Отже, подаючи у (2.6) похідні складових $u_k(\alpha), v_k(\alpha)$ векторів зміщень точок контурів L_1 і L_2 через шукані контактні напруження та використовуючи граничну умову (2.3), можливо отримати рівняння для їх обчислення.

Згідно з [41] для випадку плоскої задачі теорії пружності для області з коловою границею (тут опорне коло) похідні $u'_k = u'_k(\alpha)$ з $v'_k = v'_k(\alpha)$ компонент вектора зміщень точок контуру подаються через функції напружень $\Phi_k(z)$ і $\Psi_k(z)$ комплексної змінної так:

$$2G_k(u'_k + iv'_k) = iz\left[\kappa_k\Phi_k(z) + \Phi_k\left(z^{-1}\right) - \bar{z}\left(\bar{z} - \bar{z}^{-1}\right)\Psi_k(z)\right], \qquad (2.11)$$

де $z = re^{i\alpha}$, $r >> R_k$, $i = \sqrt{-1}$.

Скеровуючи z у рівнянні (2.11) до контуру опорного кола отвору $L^{(1)}$ $\left(|z| \geq R_1\right)$ чи диска $L^{(2)}$ $\left(|z| \leq R_2\right)$, отримано

$$2G_1(u'_1 + iv'_1) = it_0\left[\kappa_1\Phi_1^-(t_0) + \Phi_1^+(t_0)\right], \qquad (2.12)$$

$$2G_2\left(u_2' + iv_2'\right) = it_0\left[\kappa_2\Phi_2^-\left(t_0\right) + \Phi_2^+\left(t_0\right)\right], \qquad (2.13)$$

де $t_0 = R_k e^{i\alpha}$ — точка на контурі базового кола радіуса R_k; $\Phi_k^+\left(t_0\right)$, $\Phi_k^-\left(t_0\right)$ — граничні значення функції напружень $\Phi_k\left(z\right)$ при $\left|z\right| \to R_k \pm 0$.

Функції $\Phi_1\left(z\right)$ і $\Phi_2\left(z\right)$ визначаються за формулами [44]

$$\Phi_1\left(z\right) = -\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{L_1}\frac{\sigma_r^{(1)} + i\tau_{r\alpha}^{(1)}}{t_1 - z}dt_1 + \frac{\kappa_1\left(N_1 + iT_1\right)}{2\pi\left(1+\kappa_1\right)z}, \qquad (2.14)$$

де $t_1 = R_1 e^{i\theta}, z = re^{i\alpha}$ $(r \geq R_1), N_1 + iT_1$ — головний вектор зовнішніх зусиль, прикладених до контуру отвору;

$$\begin{gathered}\Phi_2\left(z\right) = -\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{L_2}\frac{\sigma_r^{(2)} + i\tau_{r\alpha}^{(2)}}{t_2 - z}dt_2 + \frac{z\left(N - iT\right)}{\pi\left(1+\kappa_2\right)R_2^{\,2}} - \\ -\frac{N + iT}{2\pi\left(1+\kappa_2\right)z} - \frac{iM_0}{2\pi R_2^{\,2}} - \frac{1}{4\pi i}\int\limits_{L_2}\frac{\sigma_r^{(2)}}{t_2}dt_2,\end{gathered} \qquad (2.15)$$

де $t_2 = R_2 e^{i\theta}, z = re^{i\alpha}\left(r \geq R_2\right)$,

$$N_1 = -R_k\int\limits_{-\alpha_0}^{\beta_0}\left(\sigma_r^{(k)}(\alpha)\cos\alpha - \tau_{r\alpha}^{(k)}(\alpha)\sin\alpha\right)d\alpha = N, \qquad (2.16)$$

$$T_1 = -R_k \int_{-\alpha_0}^{\beta_0} \left(\sigma_r^{(k)}(\alpha)\sin\alpha - \tau_{r\alpha}^{(k)}(\alpha)\cos\alpha\right) d\alpha = T \,.$$

У виразах (2.16) значенню $k=1$ відповідають сили N_1 та T_1, а значенню $k = 2$ — сили N та T.

Граничні значення функції напружень $\Phi_k\left(t_0\right)$ визначаються з виразів [45]

$$\Phi_1^{\pm}\left(t_0\right) = \pm\frac{1}{2}\left[\sigma_r^{(1)}\left(\alpha\right) + i\tau_{r\alpha}^{(1)}\left(\alpha\right)\right] - \\ -\frac{1}{2\pi i}\int_{-\alpha_0}^{\beta_0}\frac{\sigma_r^{(1)}\left(\theta\right) + i\tau_{r\alpha}^{(1)}\left(\theta\right)}{t_1 - t_0}dt_1 + \frac{\kappa_1\left(N_1 + iT_1\right)}{2\pi\left(1+\kappa_1\right)t_0} \;; \tag{2.17}$$

$$\Phi_2^{\pm}\left(t_0\right) = \pm\frac{1}{2}\left[\sigma_r^{(2)}\left(\alpha\right) + i\tau_{r\alpha}^{(2)}\left(\alpha\right)\right] + \\ +\frac{1}{2\pi i}\int_{-\alpha_0}^{\beta_0}\frac{\sigma_r^{(2)}\left(\theta\right) + i\tau_{r\alpha}^{(2)}\left(\theta\right)}{t_2 - t_0}dt_2 + \frac{\left(N - iT\right)t_0}{\pi\left(1+\kappa_2\right)R_2^{\,2}} - \\ -\frac{N + iT}{2\pi\left(1+\kappa_2\right)t_0} - \frac{iM_0}{2\pi R_2^{\,2}} - \frac{1}{4\pi i}\int_{-\alpha_0}^{\beta_0}\frac{\sigma_r^{(2)}\left(\theta\right)}{t_2}dt_2 \;, \tag{2.18}$$

де $N_1 + iT_1 = -\int_{L_1}\left[\sigma_r^{(1)}\left(\theta\right) + i\tau_{r\alpha}^{(1)}\left(\theta\right)\right] t_1 d\theta$.

Підставляючи (2.17) у (2.12), отримано

$$2G\left(u_1' + iv_1'\right) = it_0 \left\{ \frac{\kappa_1 - 1}{2}\left[\sigma_r^{(1)}\left(\alpha\right) + i\tau_{r\alpha}^{(1)}\left(\alpha\right)\right] - \right.$$

$$\left. - \frac{\kappa_1 + 1}{2} \int\limits_{-\alpha_0}^{\beta_0} \frac{\sigma_r^{(1)}\left(\theta\right) + i\tau_{r\alpha}^{(1)}\left(\theta\right)}{t_1 - t_0} dt_1 + \frac{\kappa_1\left(N_1 + iT_1\right)}{2\pi t_0} \right\} . \tag{2.19}$$

Враховуючи, що

$$\frac{dt_1}{t_1 - t_0} = \frac{1}{2}\left(i - \operatorname{ctg}\frac{\alpha - \theta}{2}\right)d\theta. \tag{2.20}$$

Після розділення дійсної і уявної частини отримано вирази похідних u_1', v_1' складових u_1 і v_1 вектора зміщень точок контуру отвору, у результаті диференціювання яких отримано вирази для u_1'', v_1''.

Підставляючи (2.17) у (2.12), отримано

$$2G_2\left(u_2' + iv_2'\right) = it_0 \left\{ \frac{\kappa_2 - 1}{2}\left(\sigma_r^{(2)} + i\tau_{r\alpha}^{(2)}\right) + \right.$$

$$+ \frac{\kappa_2 + 1}{2\pi i} \int\limits_{-\alpha_0}^{\beta_0} \frac{\sigma_r^{(2)}\left(\theta\right) + i\tau_{r\alpha}^{(2)}\left(\theta\right)}{t_2 - t_0} dt_2 + \tag{2.21}$$

$$\left. + \frac{\left(N - iT\right)t_0}{\pi R_2^2} - \frac{N + iT}{2\pi t_0} - \frac{\left(\kappa_2 + 1\right)iM_0}{2\pi R_2^2} - \frac{\kappa_2 + 1}{4\pi i} \int\limits_{-\alpha_0}^{\beta_0} \frac{\sigma_r^{(2)}\left(\theta\right)}{t_2} dt_2 \right\}.$$

Аналогічно до вищенаведеного з (2.19) отримано вирази похідних u_2', v_2' та u_2'', v_2'' складових u_2, v_2 вектора зміщень точок контуру диска.

Отже,

$$u_1'(\alpha)=\frac{-R_1}{4G_1}\Big[(\kappa_1-1)\Big(\sigma_r^{(1)}\sin\alpha+\tau_{r\alpha}^{(1)}\cos\alpha\Big)-$$

$$-\frac{\kappa_1+1}{2\pi}\int\limits_{-\alpha_0}^{\beta_0}\Big(\sigma_r^{(1)}\cos\alpha-\tau_{r\alpha}^{(1)}\sin\alpha\Big)\times \tag{2.22}$$

$$\times\operatorname{ctg}\frac{\alpha-\theta}{2}d\theta-\frac{\kappa_1+1}{2\pi}\left(\sin\alpha\int\limits_{-\alpha_0}^{\beta_0}\sigma_r^{(1)}d\alpha+\cos\alpha\int\limits_{-\alpha_0}^{\beta_0}\tau_{r\alpha}^{(1)}d\alpha\right)+\frac{\kappa_1 T_1}{\pi R_1}\Bigg],$$

$$v_1'(\alpha)=\frac{R_1}{4G_1}\Big[(\kappa_1-1)\Big(\sigma_r^{(1)}\cos\alpha+\tau_{r\alpha}^{(1)}\sin\alpha\Big)+$$

$$+\frac{\kappa_1+1}{2\pi}\int\limits_{-\alpha_0}^{\beta_0}\Big(\sigma_r^{(1)}\sin\alpha+\tau_{r\alpha}^{(1)}\cos\alpha\Big)\times\operatorname{ctg}\frac{\alpha-\theta}{2}d\theta- \tag{2.23}$$

$$-\frac{\kappa_1+1}{2\pi}\left(\cos\alpha\int\limits_{-\alpha_0}^{\beta_0}\sigma_r^{(1)}d\alpha-\sin\alpha\int\limits_{-\alpha_0}^{\beta_0}\tau_{r\alpha}^{(1)}d\alpha\right)+\frac{\kappa_1 N_1}{\pi R_1}\Bigg],$$

$$u_1''(\alpha)=\frac{-R_1}{4G_1}\Big\{\Big[(\kappa_1-1)\Big[\Big(\sigma_r^{(1)}+\tau_{r\alpha}'^{(1)}\Big)\cos\alpha+\Big(\sigma_r'^{(1)}-\tau_{r\alpha}^{(1)}\Big)\sin\alpha\Big]-$$

$$-\frac{\kappa_1+1}{2\pi}\left(\cos\alpha\int\limits_{-\alpha_0}^{\beta_0}\sigma_r^{(1)}d\alpha-\sin\alpha\int\limits_{-\alpha_0}^{\beta_0}\tau_{r\alpha}^{(1)}d\alpha\right)+ \tag{2.24}$$

$$+\frac{\kappa_1+1}{2\pi}\int\limits_{-\alpha_0}^{\beta_0}\left[\left(\sigma_r^{(1)}+\tau_{r\alpha}'^{(1)}\right)\sin\alpha-\left(\sigma_r'^{(1)}-\tau_{r\alpha}^{(1)}\right)\cos\alpha\right]\operatorname{ctg}\frac{\alpha-\theta}{2}d\theta\Bigg\},$$

$$v_1''(\alpha)=\frac{R_1}{4G_1}\Bigg\{\Big[-(\kappa_1-1)\Big[\left(\sigma_r^{(1)}+\tau_{r\alpha}'^{(1)}\right)\sin\alpha-\left(\sigma_r'^{(1)}-\tau_{r\alpha}^{(1)}\right)\cos\,\alpha\Big]+$$

(2.25)

$$+\frac{\kappa_1+1}{2\pi}\left(\sin\alpha\int\limits_{-\alpha_0}^{\beta_0}\sigma_r^{(1)}d\alpha-\cos\alpha\int\limits_{-\alpha_0}^{\beta_0}\tau_{r\alpha}^{1}d\alpha\right)+$$

$$+\frac{\kappa_1+1}{2\pi}\int\limits_{-\alpha_0}^{\beta_0}\left[\left(\sigma_r^{(1)}+\tau_{r\alpha}'^{(1)}\right)\cos\alpha-\left(\sigma_r'^{(1)}-\tau_{r\alpha}^{(1)}\right)\sin\alpha\right]\operatorname{ctg}\frac{\alpha-\theta}{2}d\theta\Bigg\}\ ,$$

$$u_2'(\alpha)=\frac{R_2}{4G_2}\Big\{-(\kappa_2-1)\left(\sigma_r^{(2)}\sin\alpha+\tau_{r\alpha}^{(2)}\cos\alpha\right)-$$

$$-\frac{\kappa_2+1}{2\pi}\int\limits_{-\alpha_0}^{\beta_0}\left(\sigma_r^{(2)}\cos\alpha-\tau_{r\alpha}^{(2)}\sin\alpha\right)\operatorname{ctg}\frac{\alpha-\vartheta}{2}d\theta-\frac{\kappa_2-1}{2\pi}\cos\alpha\int\limits_{-\alpha_0}^{\beta_0}\tau_{r\alpha}^{(2)}d\alpha-$$

$$-\frac{\kappa_2+1}{\pi R_2}\left[M_0R_2^{-1}\cos\alpha+2N\sin2\alpha-T\left(2\cos2\alpha+1\right)\right]\Big\},\tag{2.26}$$

$$
\begin{aligned}
v_2'(\alpha) = \frac{R_2}{4G_2}\Big\{&(\kappa_2 - 1)\left(\sigma_r^{(2)}\cos\alpha + \tau_{r\alpha}^{(2)}\sin\alpha\right) - \\
&- \frac{\kappa_2 + 1}{2\pi}\int_{-\alpha_0}^{\beta_0}\left(\sigma_r^{(2)}\sin\alpha - \tau_{r\alpha}^{(2)}\cos\alpha\right)\operatorname{ctg}\frac{\alpha - \theta}{2}d\theta - \\
&- \frac{\kappa_2 - 1}{2\pi}\sin\alpha\int_{-\alpha_0}^{\beta_0}\tau_{r\alpha}^{(2)}d\alpha - \\
&- \frac{\kappa_2 + 1}{\pi R_2}\left[M_0 R_2^{-1}\sin\alpha - 2T\sin 2\alpha - N\left(2\cos 2\alpha - 1\right)\right]\Big\},
\end{aligned} \tag{2.27}
$$

$$
\begin{aligned}
u_2''(\alpha) = \frac{R_2}{4G_2}\Big\{&-(\kappa_2 - 1)\left[\left(\sigma_r^{(2)} + \tau_{r\alpha}^{(2)}{}'\right)\cos\alpha + \left(\sigma_r^{(2)}{}' - \tau_{r\alpha}^{(2)}\right)\sin\alpha\ \right] + \\
&+ \frac{\kappa_2 + 1}{2\pi}\int_{-\alpha_0}^{\beta_0}\left[\left(\sigma_r^{(2)} + \tau_{r\alpha}^{(2)}{}'\right)\sin\alpha - \left(\sigma_r^{(2)}{}' - \tau_{r\alpha}^{(2)}\right)\cos\alpha\right]\operatorname{ctg}\frac{\alpha - \theta}{2}d\theta + \\
&+ \frac{\kappa_2 + 1}{2\pi}\sin\alpha\int_{-\alpha_0}^{\beta_0}\tau_{r\alpha}^{(1)}d\alpha + \frac{\kappa_2 + 1}{\pi R_2}\left[M_0 R_2^{-1}\sin\alpha - 4\left(N\cos 2\alpha + T\sin 2\alpha\right)\right]\Big\},
\end{aligned} \tag{2.28}
$$

$$
\begin{aligned}
v_2''(\alpha) = \frac{R_2}{4G_2}\Big\{&-(\kappa_2 - 1)\left[\left(\sigma_r^{(2)} + \tau_{r\alpha}^{(2)}{}'\right)\sin\alpha - \left(\sigma_r^{(2)}{}' - \tau_{r\alpha}^{(2)}\right)\cos\alpha\ \right] - \\
&- \frac{\kappa_2 + 1}{2\pi}\int_{-\alpha_0}^{\beta_0}\left[\left(\sigma_r^{(2)} + \tau_{r\alpha}^{(2)}{}'\right)\cos\ \alpha - \left(\sigma_r^{(2)}{}' - \tau_{r\alpha}^{(2)}\right)\sin\alpha\right]\times \\
&\times\operatorname{ctg}\frac{\alpha - \theta}{2}d\theta - \frac{\kappa_2 + 1}{2\pi}\sin\alpha\times
\end{aligned}
$$

$$\times\int\limits_{-\alpha_0}^{\beta_0}\tau_{r\alpha}^{(1)}d\alpha-\frac{\kappa_2+1}{\pi R_2}\left[M_0R_2^{-1}\sin\alpha+4\left(N\cos 2\alpha+T\sin 2\alpha\right)\right]\Bigg\}. \qquad (2.29)$$

Враховуючи, що $x_k\left(\alpha\right)=R_k\cos\alpha,\ y_k\left(\alpha\right)=R_k\sin\alpha$, буде

$$x_k'\left(\alpha\right)=-R_k\sin\alpha, \qquad x_k''\left(\alpha\right)=-R_k\cos\alpha,$$
$$(2.30)$$
$$y_k'\left(\alpha\right)=R_k\cos\alpha, \qquad y_k''\left(\alpha\right)=-R_k\sin\alpha.$$

Після підстановки виразів (2.22) - (2.30) у (2.5) отримано формули для кривин контурів деформованих отвору та диска

$$K_{1*}\left(\alpha\right)=\frac{1}{R_1}+\frac{1-\kappa_1}{4G_1R_1}\left[\sigma_r^{(1)}\left(\alpha,\delta\right)-\tau_{r\alpha}^{(1)}{}'\left(\alpha,\delta\right)\right]-$$

$$-\frac{1+\kappa_1}{8\pi G_1R_1}\int\limits_{-\alpha_{0\delta}}^{\beta_{0\delta}}\operatorname{ctg}\frac{\alpha-\theta}{2}\left[\sigma_r^{(1)}{}'\left(\theta,\delta\right)-\tau_{r\alpha}^{(1)}\left(\theta,\delta\right)\right]d\theta+$$

$$+\frac{1+\kappa_1}{8\pi G_1R_1}\int\limits_{-\alpha_{0\delta}}^{\beta_{0\delta}}\sigma_r^{(1)}\left(\alpha,\delta\right)d\alpha-\frac{\kappa_1}{2\pi G_1R_1^{\ 2}}\left(N_1\cos\alpha+T_1\sin\alpha\right)+$$
$$(2.31)$$
$$+R_1^{-2}\left[\sin\alpha\left(2f_{1x}'-f_{1y}''\right)\ -\cos\alpha\left(2f_{1y}'+f_{1x}''\right)\right]$$

$$K_{2*}(\alpha)=\frac{1}{R_2}+\frac{1-\kappa_2}{4G_2R_2}\left[\sigma_r^{(2)}(\alpha,\delta)-\tau_{r\alpha}^{(2)}{}'(\alpha,\delta)\right]+$$

$$+\frac{1+\kappa_2}{8\pi G_2R_2}\int\limits_{-\alpha_{0\delta}}^{\beta_{0\delta}}\operatorname{ctg}\frac{\alpha-\theta}{2}\left[\sigma_r^{(2)}{}'(\theta,\delta)+\tau_{r\alpha}^{(2)}(\theta,\delta)\right]d\theta+$$

$$+\frac{\kappa_2}{2\pi G_2R_2^2}\left(N\cos\alpha+T\sin\alpha\right)+ \tag{2.32}$$

$$+R_2^{-2}\left[\sin\alpha\left(2f'_{2x}-f''_{2y}\right)-\cos\alpha\left(2f'_{2y}+f''_{2x}\right)\right].$$

Внаслідок того, що радіуси опорних кіл $R_1\approx R_2$ та має місце повний контакт контурів тіл, у зоні їх співдотику забезпечується безперервність контактних напружень $\sigma_r(\alpha,\delta)$ при переході від точок, розташованих на опорному колі радіуса R_1, до відповідних точок кола радіуса R_2. З урахуванням цього та враховуючи, що в області контакту відсутні зосереджені сили, можна прийняти таке спрощення задачі:

$$\sigma_r^{(1)}(\alpha,\delta)=\sigma_r^{(2)}(\alpha,\delta)=-p(\alpha,\delta). \tag{2.33}$$

Покладаючи зв'язок нормальних $\sigma_r(\alpha,\delta)$ та дотичних $\tau_{r\alpha}(\alpha,\delta)$ контактних напружень у вигляді закону Амонтона – Кулона, тобто $\tau_{r\alpha}(\alpha,\delta)=f\sigma_r(\alpha,\delta)$, з урахуванням виразів (2.31) і (2.32) на кривини $K_{1*}(\alpha)$ і $K_{2*}(\alpha)$ та умови (2.3) отримано таке основне рівняння задачі [6]:

$$\begin{aligned}
&k_1 \int\limits_{-\alpha_{0\delta}}^{\beta_{0\delta}} \mathrm{ctg}\frac{\alpha-\theta}{2}\left[p'(\theta,\delta)+fp(\theta,\delta)\right]d\theta = k_2\left[p(\alpha,\delta)-fp'(\alpha,\delta)\right]+\\
&+k_3\int\limits_{-\alpha_{0\delta}}^{\beta_{0\delta}} p(\alpha,\delta)d\alpha + k_4\left(N\cos\alpha+T\sin\alpha\right)+\frac{R_1-R_2}{R_1R_2}-\\
&-\sin\alpha\left\{2\left[\frac{f'_{1x}(\alpha,h)}{R_1^2}-\frac{f'_{2x}(\alpha,h)}{R_2^2}\right]-\left[\frac{f''_{1y}(\alpha,h)}{R_1^2}-\frac{f''_{2y}(\alpha,h)}{R_2^2}\right]\right\}+\\
&+\cos\alpha\left\{2\left[\frac{f'_{1y}(\alpha,h)}{R_1^2}-\frac{f'_{2y}(\alpha,h)}{R_2^2}\right]+\left[\frac{f''_{1x}(\alpha,h)}{R_1^2}-\frac{f''_{2x}(\alpha,h)}{R_2^2}\right]\right\},
\end{aligned} \tag{2.34}$$

де

$$N=-\int\limits_{-\alpha_{0\delta}}^{\beta_{0\delta}}\left(\sigma_r^{(2)}(\alpha,\delta)\cos\alpha-\tau_{r\alpha}^{(2)}(\alpha,\delta)\sin\alpha\right)d\alpha\,;$$

$$T=-\int\limits_{-\alpha_{0\delta}}^{\beta_{0\delta}}\left(\sigma_r^{(2)}(\alpha,\delta)\sin\alpha+\tau_{r\alpha}^{(2)}(\alpha,\delta)\cos\alpha\right)d\alpha\,;$$

$$k_1=\frac{1}{8\pi}\left(\frac{1+\kappa_1}{G_1R_1}+\frac{1+\kappa_2}{G_2R_2}\right),\qquad k_3=\frac{1+\kappa_1}{8\pi G_1R_1}\quad,$$

$$k_2=\frac{1}{4}\left(\frac{1-\kappa_1}{G_1R_1}-\frac{1-\kappa_2}{G_2R_2}\right)\,,\qquad k_4=\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\kappa_1}{G_1R_1}+\frac{1}{G_2R_2}\right);$$

$$\begin{aligned}
&f_{kx}(\alpha,h)=x_k^*(\alpha,\delta)-x_k(\alpha)\pm h_{kx}(\alpha,t),\\
&f_{ky}(\alpha,h)=y_k^*(\alpha,\delta)-y_k(\alpha)\pm h_{ky}(\alpha,t),
\end{aligned} \tag{2.35}$$

де $x_k^*(\alpha,\delta), y_k^*(\alpha,\delta)$ — параметричні рівняння контурів з малою некруглістю перед деформацією; $h_{kx}(\alpha,t), h_{ky}(\alpha,t)$ — компоненти функції лінійного зношування по осях Ox і Oy.

Подане інтегродиференційне рівняння (2.34) для часткових випадків ефективно наближено розв'язується методом колокації. Він полягає у тому, що вибирається певного виду функція контактного тиску в основному рівнянні і тоді його розв'язок шукається певним чином у вибраних точках колокації.

2.3. Однообластевий контакт циліндрів з ограненням

Відхилення контурів циліндричних елементів від колового перерізу можливо описати у різний спосіб. Найпростіше описати контур з некруглістю рівнянням еліпса у параметричній формі. Однак слід зазначити, що відомо теж відхилення у вигляді огранення – овальності, тригранності, чотиригранності і т.п.

2.3.1. Схеми з'єднань з еліптичністю контурів

Залежно від положення елементів з еліптичністю контурів (рис. 2.2) можливими є три схеми симетричних з'єднань з однообластевим контактом:

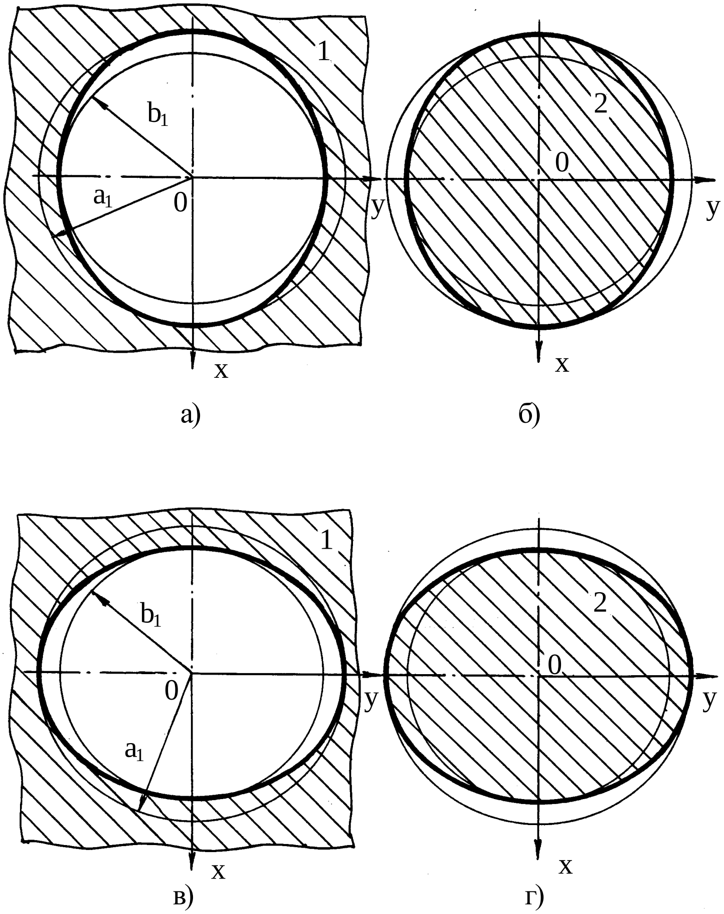
а) схема 1 – рис. 2.2в (отвір 1) – рис. 2.2г (диск 2);

б) схема 2 – рис. 2.2а (отвір 1) – рис. 2.2б (диск 2);

в) схема 3 – рис. 2.2в (отвір 1) – рис. 2.2б (диск 2)

та одне з'єднання з двообластевим контактом

г) схема 4 – рис. 2.2а (отвір 1) – рис. 2.2г (диск 2).



а) б)

в) г)

Рис. 2.2. Некруглість контурів у вигляді еліптичності

2.3.1.1. Рівняння для визначення контактних тисків

Оскільки контури співдотичних тіл є гладкими, то сили тертя в області їх контакту не виникатимуть $(f = 0)$. Розглянемо випадок, коли матеріали тіл є однаковими ($G_1 = G_2$, $\kappa_1 = \kappa_2$). Під впливом радіальної сили N, прикладеної у центрі диска, тіла контактують по області $2R_2\alpha_{0\delta}$.

Схема 1 (рис. 2.3). Елементи з еліптичністю мають розміри: $a_1 = R_1$, $b_1 = R_1'$, $a_2 = R_2'$, $b_2 = R_2$. Можна прийняти, що $R_1 \approx R_2 = R$, однак у з'єднанні є наявним радіальний зазор $\varepsilon = R_1 - R_2 > 0$.

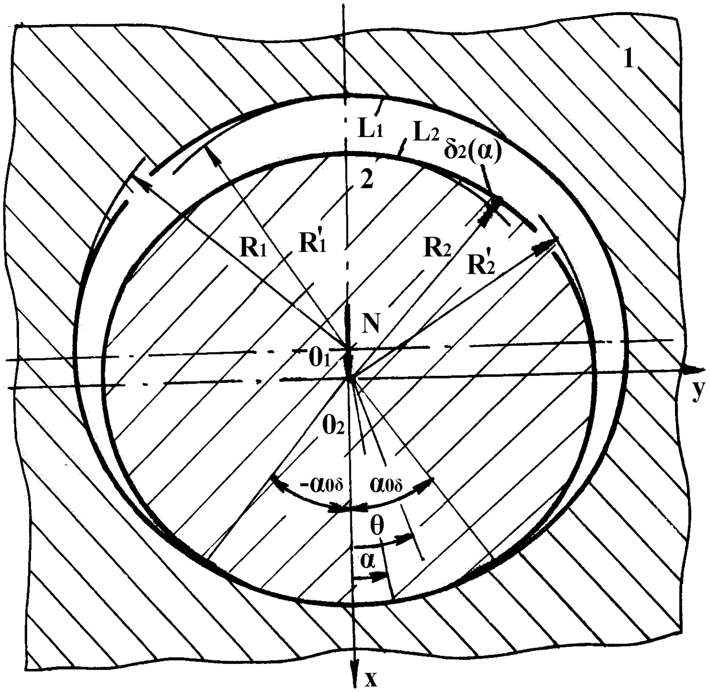


Рис. 2.3. Циліндричне з'єднання тіл з еліптичністю контурів, розташованих горизонтально

Параметричні рівняння контурів тіл мають вигляд

$$x_1^*(\alpha,\delta) = b_1\cos\alpha, \qquad y_1^*(\alpha,\delta) = a_1\sin\alpha;$$

$$x_2^*(\alpha,\delta) = b_2\cos\alpha, \qquad y_2^*(\alpha,\delta) = a_2\sin\alpha. \qquad (2.36)$$

Рівняння опорних кіл

$$x_1(\alpha) = a_1 \cos\alpha, \qquad y_1(\alpha) = a_1 \sin\alpha;$$
$$x_2(\alpha) = b_2 \cos\alpha, \qquad y_2(\alpha) = b_2 \sin\alpha. \tag{2.37}$$

На основі (2.35) з врахуванням (2.36), (2.37) отримано, що

$$f_{1x}(\alpha) = b_1 \cos\alpha - a_1 \cos\alpha = -(a_1 - b_1)\cos\alpha,$$
$$f_{1y}(\alpha) = a_1 \sin\alpha - a_1 \sin\alpha = 0,$$
$$f_{2x}(\alpha) = b_2 \cos\alpha - b_2 \cos\alpha = 0,$$
$$f_{1y}(\alpha) = a_2 \sin\alpha - b_2 \sin\alpha = (a_2 - b_2)\sin\alpha. \tag{2.38}$$

Беручи до уваги подані вище припущення та вирази (2.38) рівняння (2.34) набере такого вигляду:

$$\frac{1}{\pi}\int_{-\alpha_{0\delta}}^{\alpha_{0\delta}} \operatorname{ctg}\frac{\alpha-\theta}{2} p'(\theta,\delta)\,d\theta = \frac{2}{\pi}\cos\alpha \int_{-\alpha_{0\delta}}^{\alpha_{0\delta}} p(\alpha,\delta)\cos\alpha\,d\alpha +$$
$$+\frac{1}{2\pi}\int_{-\alpha_{0\delta}}^{\alpha_{0\delta}} p(\alpha,\delta)\,d\alpha + \frac{4\varepsilon G}{(1+\kappa)R}\left[1-\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}\cos^2\alpha - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon}\sin^2\alpha\right]. \tag{2.39}$$

де $\varepsilon_1 = \left[(a_1 - b_1) - 2(a_2 - b_2)\right]$, $\varepsilon_2 = 2(a_1 - b_1) - (a_2 - b_2)$; $a_1 - b_1 = \delta_1$ і $a_2 - b_2 = \delta_2$ – максимальне відхилення контурів отвору і диска від колового перерізу.

Розв’язок задачі буде можливим за виконання певних умов щодо величин δ_1, δ_2, ε. У розглядуваному випадку повинно бути

$$\delta_1 \le \varepsilon, \qquad \delta_2 \le \delta_1. \tag{2.40}$$

<u>Схема 2</u>. Вихідні умови є такими ж як і попередньо. Рівняння контурів тіл

$$\begin{aligned} x_1^*(\alpha,\delta) &= a_1 \cos\alpha, \qquad y_1^*(\alpha,\delta) = b_1 \sin\alpha; \\ x_2^*(\alpha,\delta) &= a_2 \cos\alpha, \qquad y_2^*(\alpha,\delta) = b_2 \sin\alpha. \end{aligned} \tag{2.41}$$

З урахуванням (2.37), (2.41) із узагальненого рівняння (2.34) отримується рівняння для цієї схеми задачі у вигляді (2.39), де

$$\varepsilon_1 = \delta_2 - 2\delta_1, \qquad \varepsilon_2 = 2\delta_2 - \delta_1, \tag{2.42}$$

Умови коректності розв’язку будуть

$$\delta_2 \le \varepsilon, \delta_1 \le \delta_2. \tag{2.43}$$

<u>Схема 3</u> . Параметричні рівняння контурів

$$\begin{aligned} x_1^*(\alpha,\delta) &= b_1 \cos\alpha, \qquad y_1^*(\alpha,\delta) = a_1 \sin\alpha; \\ x_2^*(\alpha,\delta) &= a_2 \cos\alpha, \qquad y_2^*(\alpha,\delta) = b_2 \sin\alpha. \end{aligned} \tag{2.44}$$

Рівняння опорних кіл мають вигляд (2.37). У рівнянні для визначення контактних тисків (2.39)

$$\varepsilon_1 = -\left(\delta_1 + \delta_2\right), \quad \varepsilon_2 = 2\left(\delta_1 + \delta_2\right), \tag{2.45}$$

а обмежуюча умова буде такою:

$$\left|\varepsilon_1\right| \le \varepsilon. \tag{2.46}$$

2.3.2. Схеми з’єднань тіл з огранениям контурів

Покладається, що: огранення є симетричним, величина відхилення контурів від опорного кола — однакова, відхилення контурів елементів від колових $\delta_k\left(\alpha\right) << R_k$.

2.3.2.1. Описання контурів тіл з огранениям

Параметричні рівняння контурів тіл з огранениям описуються у такий спосіб:

$$x_k^{(\omega)}(\alpha,\delta) = r_k^{(\omega)}(\alpha,\delta)\cos\alpha, \quad y_k^{(\omega)}(\alpha,\delta) = r_k^{(\omega)}(\alpha,\delta)\sin\alpha, \tag{2.47}$$

де $r_k^{(\omega)}(\alpha,\delta)$ — радіус-вектор контура тіла; ω — показник виду огранення.

У випадку контурів з овальністю (рис. 2.2) радіус – вектор має вигляд

$$r_{kl}^{(2)}(\alpha,\delta) = a_k - b_k \begin{Bmatrix} \sin^2\alpha \\ \cos^2\alpha \end{Bmatrix} = \frac{1}{2}(\delta_k^{+} \pm \delta_k \cos 2\alpha), \tag{2.48}$$

де $\delta_k^{+} = a_k - b_k$, $\delta_k = a_k - b_k$; a_k, b_k - відповідно максимальний і мінімальний розміри тіла з огранениям; у випадку 1=1 у (2.48) буде сума складових, а при 1=2 – їх різниця; 1=1 при $x_k = a_k$ (рис. 2.2 а, б); l=2 при $a_k = b_k$ (рис. 2.2 в, г).

Подібним чином описуються радіуси – вектори контурів з тригранністю (рис. 2.3):

$$r_{kl}^{(3)}(\alpha,\delta)=a_k-b_k\begin{Bmatrix}\sin^2 {}^{3}\!/_{2}\,\alpha\\ \cos^2 {}^{3}\!/_{2}\,\alpha\end{Bmatrix}=\frac{1}{2}(\delta_k^{+}\pm\delta_k\cos 3\alpha), \qquad (2.49)$$

та чотиригранністю (rys. 2.4):

$$r_{kl}^{(4)}(\alpha,\delta)=a_k-b_k\begin{Bmatrix}\sin^2 2\alpha\\ \cos^2 2\alpha\end{Bmatrix}=\frac{1}{2}(\delta_k^{+}\pm\delta_k\cos 4\alpha)\,, \qquad (2.50)$$

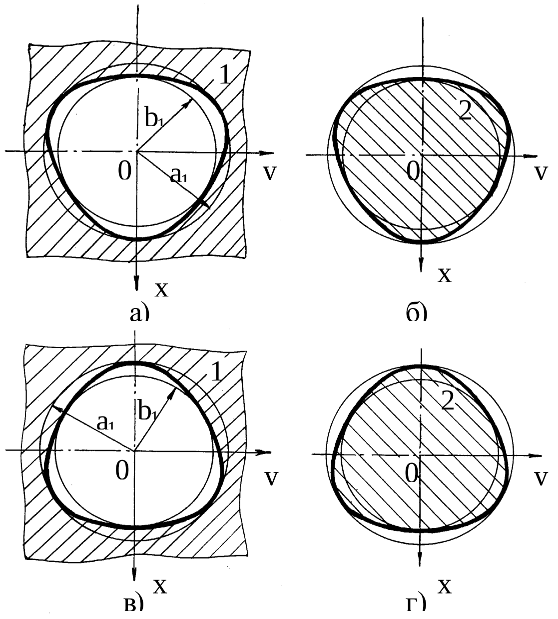
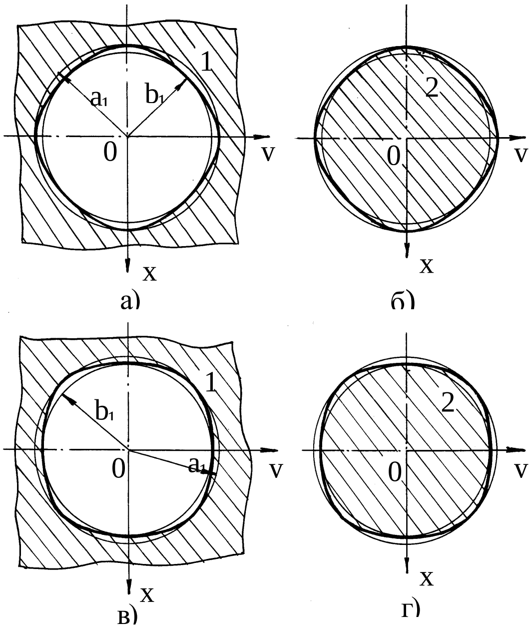


Рис. 2.4. Тіла з тригранністю контурів



а) б) в) г)

Рис. 2.5. Тіла з чотиригранністю контурів

Узагальнено з аналізу виразів (2.47) — (2.49) співвідношення для радіуса-вектора контуру тіла з огранениям має вигляд

$$r_{kl}^{(\omega)}(\alpha,\delta)=\frac{1}{2}\left[\delta_k^{+}-(-1)^{l}\delta_k\cos\omega\alpha\right], \qquad (2.51)$$

де $\omega = 2, 3, 4, \ldots$.

Відповідно узагальнені параметричні рівняння тіл з огранениям мають вигляд

$$x_{kl}^{(\omega)}(\alpha,\delta)=r_{kl}^{(\omega)}(\alpha,\delta)\cos\alpha\,,\ y_{kl}^{(\omega)}(\alpha,\delta)=r_{kl}^{(\omega)}(\alpha,\delta)\sin\alpha\,. \qquad (2.52)$$

Величини $f_{kx}^{(\omega)}(\alpha)$ та $f_{ky}^{(\omega)}(\alpha)$, що описують відхилення контурів тіл є такими:

$$f_{kx}^{(\omega)}(\alpha)=x_{kl}^{(\omega)}(\alpha,\delta)-x_k(\alpha)\,,\ f_{ky}^{(\omega)}(\alpha)=y_{kl}^{(\omega)}(\alpha,\delta)-y_k(\alpha)\,. \qquad (2.53)$$

Рівняння опорних кіл будуть

$$x_k(\alpha)=A_k\cos\alpha\,,\ y_k(\alpha)=A_k\sin\alpha\,, \qquad (2.54)$$

де $A_1=a_1$ при $k=1$, $A_2=a_2$ при $k=2$.

Враховуючи вирази $f_{kx}^{(\omega)}(\alpha)$, $f_{ky}^{(\omega)}(\alpha)$ для різних видів огранення, отримано, що

$$f_{kx}^{(\omega)}(\alpha)=\frac{\delta_k}{2}(-1)^k\left\{\cos\alpha\left[1\pm(-1)^l\cos\omega\alpha\right]\right\},$$
$$f_{ky}^{(\omega)}(\alpha)=\frac{\delta_k}{2}(-1)^k\left\{s\,in\,\alpha\left[1\pm(-1)^l\cos\omega\alpha\right]\right\}, \qquad (2.55)$$

при $k=1$ приймається „+”, а при $k=2$ - знак „-”.

Тоді в основному рівнянні задачі (2.34) на контактні тиски вплив некруглості контурів тіл враховується виразом

$$\Lambda=\sum\Lambda_k=-\sin\alpha\left\{2\left[\frac{f_{1x}'(\alpha,h)}{R_1^2}-\frac{f_{2x}'(\alpha,h)}{R_2^2}\right]-\left[\frac{f_{1y}''(\alpha,h)}{R_1^2}-\frac{f_{2y}''(\alpha,h)}{R_1^2}\right]\right\}+$$

$$+\cos\alpha\left\{2\left[\frac{f'_{1y}(\alpha,h)}{R_1^2}-\frac{f'_{2y}(\alpha,h)}{R_2^2}\right]+\left[\frac{f''_{1x}(\alpha,h)}{R_1^2}-\frac{f''_{2x}(\alpha,h)}{R_2^2}\right]\right\} \qquad (2.56)$$

Узагальнений вираз для Λ, покладаючи $R_1 \approx R_2 = R$, матиме вигляд

$$\Lambda_k = -\frac{\delta_k}{2R^2}\left[1-(-1)^r(\omega^2-1)\cos\omega\alpha\right], \qquad (2.57)$$

де k = 1; 2; l = 1; 2; r = k+l; ω = 2, 3, 4, 5,... .

2.3.2.2. Схеми з'єднань

Можливі схеми з'єднань тіл з огранениям, де реалізується однообластевий контакт, подано у табл. 2.1, 2.2 та на рисунках.

Таблиця 2.1.З'єднання тіл з однаковим огранениям

Схема з'єднань	Рисунки контурів	Обмежувальні умови	Характеристики форми контурів
1	2	3	4
Елементи з овальністю (двогранністю)			
1	2.2в, 2.2г	$\delta_1 \le \varepsilon, \delta_2 \le \delta_1$	$D_1=A_1$, $D_2=A_2$
2	2.2а, 2.2б	$\delta_2 \le \varepsilon, \delta_1 < \delta_2$	$D_1=A_2$, $D_2=A_1$
3	2.2в, 2.2б	$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=D_2=A_1$

Елементи з триграністю			
4	2.3в, 2.3г	$\delta_1 \le \varepsilon, \delta_2 \le \delta_1$	$D_1=B_1$, $D_2=B_2$
5	2.3а, 2.3б	$\delta_2 \le \varepsilon, \delta_1 \le \delta_2$	$D_1=B_2$, $D_2=B_1$
6	2.3в, 2.3б	$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=D_2=B_1$
Елементи з чотириграністю			
7	2.4в, 2.4г	$\delta_1 \le \varepsilon, \delta_2 \le \delta_1$	$D_1=F_1$, $D_2=F_2$
8	2.4а, 2.4б	$\delta_2 \le \varepsilon, \delta_1 \le \delta_2$	$D_1=F_2$, $D_2=F_2$
9	2.4в, 2.4б	$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=D_2=F_1$

Схема №2

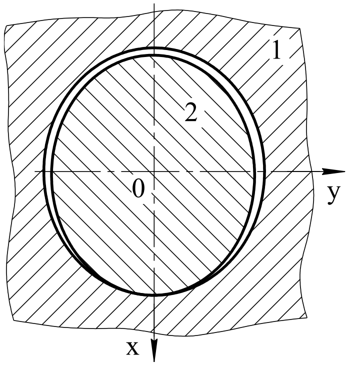
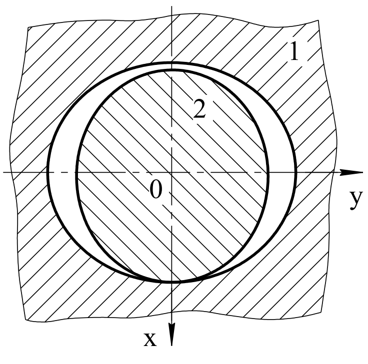
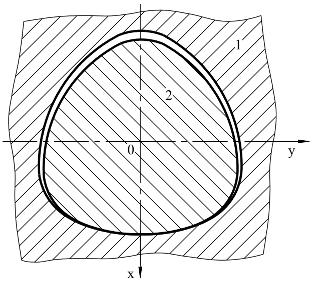


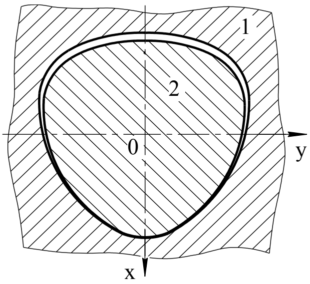
Схема №3



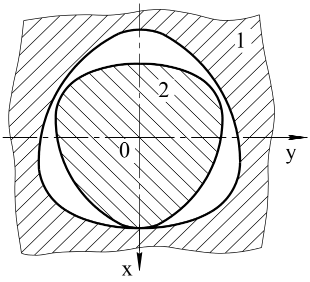
№4



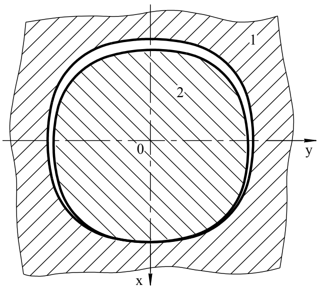
№5



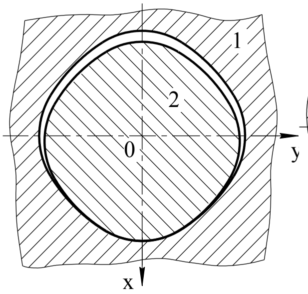
№6



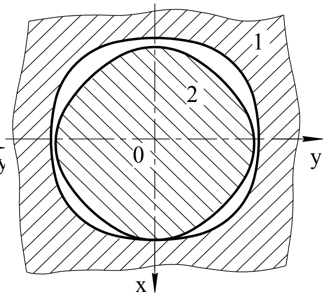
№7



№8



№9



Таблиця 2.2. Комбіновані з’єднання

<table>
<tr><th colspan="4">Комбіновані з’єднання
а) отвір з овальністю, диск з тригранністю
і чотиригранністю</th></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>10</td><td>2.2в, 2,3г</td><td>$\delta_1 + 0.5\delta_2 \le \varepsilon$
$\delta_2 \le \delta_1$</td><td>$D_1=A_1$, $D_2=B_2$</td></tr>
<tr><td>11</td><td>2.2в, 2.3б</td><td>$\delta_1 + 0.5\delta_2 \le \varepsilon$
$\delta_2 \le \varepsilon$ при $\delta_1 = 0$</td><td>$D_1=A_1$, $D_2=B_1$</td></tr>
<tr><td>12</td><td>2.2в, 2.4г</td><td>$0.5\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$
$\delta_2 \le \delta_1$</td><td>$D_1=A_1$, $D_2=F_2$</td></tr>
<tr><td>13</td><td>2.2в, 2.4б</td><td>$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$</td><td>$D_1=A_1$, $D_2=F_1$</td></tr>
</table>

14	2.2а, 2.3б	$0.75\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$ $\delta_1 \le \delta_2$	$D_1=A_2$, $D_2=B_1$
15	2.2а, 2.4б	$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$ $\delta_1 \le \delta_2$	$D_1=A_2$, $D_2=F_1$
б) отвір з тригранністю, диск з овальністю і чотиригранністю			
16	2.3в, 2.2г	$0.5\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$ $\delta_2 \le \delta_1$	$D_1=B_1$, $D_2=A_2$
17	2.3в, 2.2б	$0.5\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$ $\delta_2 \le \varepsilon$ при $\delta_1 = 0$	$D_1=B_1$, $D_2=A_1$
18	2.3в, 2.4г	$0.85\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$ $\delta_2 \le \delta_1$	$D_1=B_1$, $D_2=F_2$
19	2.3в, 2.4б	$0.5\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$ $\delta_1 \le \varepsilon$	$D_1=B_1$, $D_2=F_1$
20	2.3а, 2.2б	$0.5\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$ $\delta_1 \le \delta_2$	$D_1=B_2$, $D_2=A_1$
21	2.3а, 2.4б	$0.5\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$ $\delta_1 \le \delta_2$	$D_1=B_2$, $D_2=F_1$

Схема №11

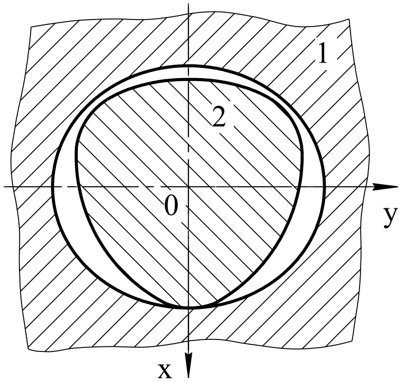


Схема №13

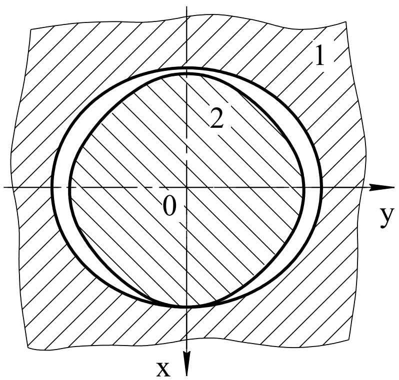


Схема №17

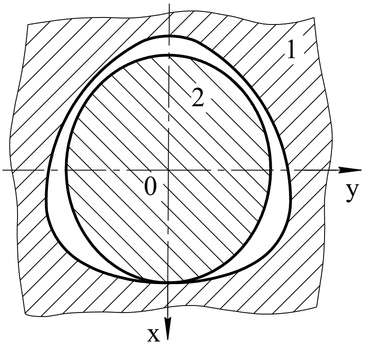


Схема №19

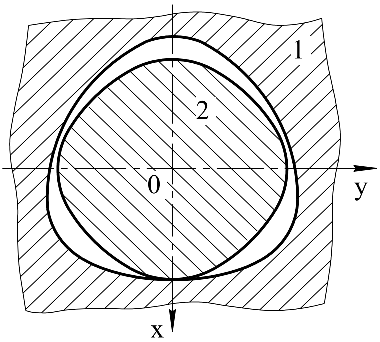


Схема №20

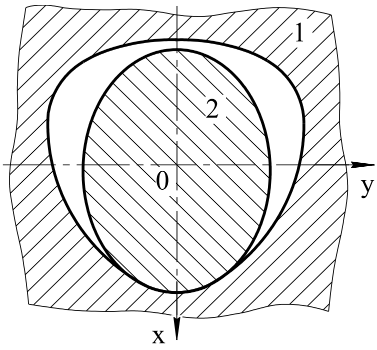
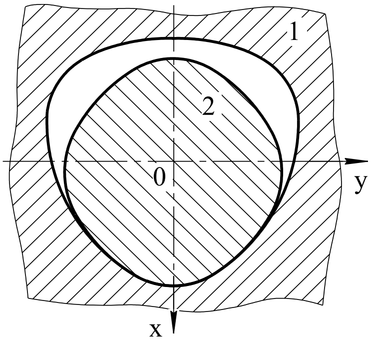


Схема №21



Таблиця 2.2. (продовження)

г) отвір з чотиригранністю, диск з овальністю і тригранністю			
1	2	3	4
22	2.4в, 2.2г	$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$ $\delta_2 \le \delta_1$	$D_1=F_1$, $D_2=A_2$
23	2.4в, 2.3г	$\delta_1 + 0.5\delta_2 \le \varepsilon$ $\delta_2 \le \delta_1$	$D_1=F_1$, $D_2=B_1$
24	2.4в, 2.2б	$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=F_1$, $D_2=A_1$
25	2.4в, 2.3б	$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=F_1$, $D_2=B_1$
26	2.4а, 2.2б	$\delta_2 \le \varepsilon, \delta_1 \le \delta_2$	$D_1=F_2$, $D_2=A_1$
27	2.4а, 2.3б	$0.75\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$ $\delta_1 \le \delta_2$	$D_1=F_2$, $D_2=B_1$

Примітки:

1) $A_1 = A_1(\alpha) = 1 - 3\cos 2\alpha, A_2 = A_2(\alpha) = 1 + 3\cos 2\alpha,$

$B_1 = B_1(\alpha) = 1 - 8\cos 3\alpha,\ B_2 = B_2(\alpha) = 1 + 8\cos 3\alpha,$

$F_1 = F_1(\alpha) = 1 - 15\cos 4\alpha, F_2 = F_2(\alpha) = 1 + 15\cos 4\alpha;$

2) $A_1 = A_1(\xi) = \left(1+\xi^2\right)^{-2}\left(-2 + 20\xi^2 - 2\xi^4\right),$

$A_2 = A_2(\xi) = \left(1+\xi^2\right)^{-2}\left(4 - 16\xi^2 + 4\xi^4\right),$

$B_1 = B_1(\xi) = \left(1+\xi^2\right)^{-3}\left(-7 + 123\xi^2 - 117\xi^4 + 9\xi^6\right),$

$B_2 = B_2(\xi) = \left(1+\xi^2\right)^{-3}\left(9 - 117\xi^2 + 123\xi^4 - 7\xi^6\right),$

$F_1 = F_1(\xi) = \left(1+\xi^2\right)^{-4}\left(-14 + 244\xi^2 - 684\xi^4 + 244\xi^6 - 14\xi^8\right),$

$F_1 = F_1(\xi) = \left(1+\xi^2\right)^{-4}\left(16 - 236\xi^2 + 696\xi^4 - 236\xi^6 + 16\xi^8\right).$

Схема №24

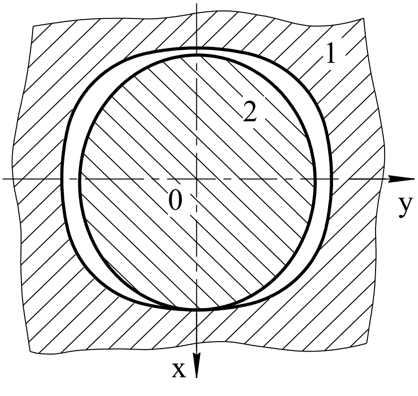


Схема №25

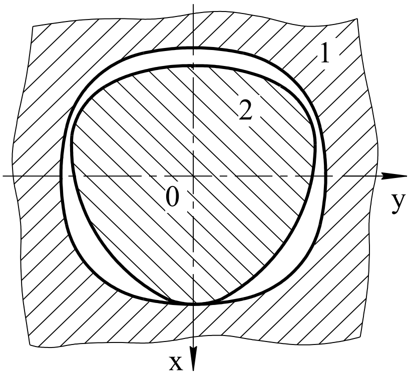


Схема №26

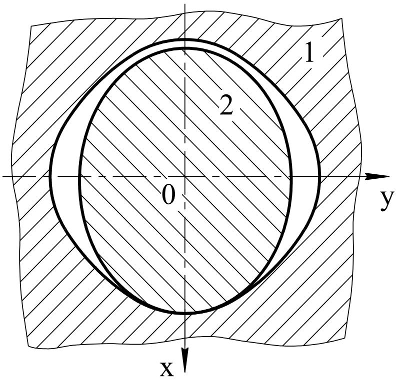
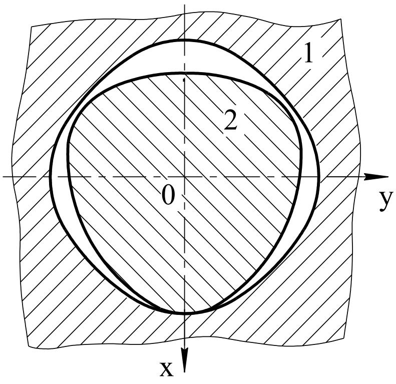


Схема №27



2.3.2.3. Рівняння для визначення контактних тисків

Розглянемо схему 1 з'єднання елементів з овальністю (табл. 2.1). Приймаємо, що їх матеріали є однаковими. Характеристики $f_{kx}^{(\omega)}(\alpha)$, $f_{ky}^{(\omega)}(\alpha)$ встановлюються згідно з (2.55). Відповідно при k = 1; 2, ω = 2, l = 2

$$f_{1x}^{(2)} = -\frac{\delta_1}{2}\cos\alpha\left(1+\cos 2\alpha\right),\ f_{1y}^{(2)} = \frac{\delta_1}{2}\sin\alpha\left(1+\cos 2\alpha\right); \qquad (2.58)$$

$$f_{2x}^{(2)} = \frac{\delta_2}{2}\cos\alpha\left(1+\cos 2\alpha\right),\ f_{2y}^{(2)} = \frac{\delta_2}{2}\sin\alpha\left(1+\cos 2\alpha\right). \qquad (2.59)$$

З урахуванням (2.57) рівняння (2.34) для визначення контактних тисків матиме вигляд:

$$\frac{1}{\pi}\int_{-\alpha_{0\delta}}^{\alpha_{0\delta}}\operatorname{ctg}\frac{\alpha-\theta}{2}p'(\theta,\delta)d\theta=\frac{2}{\pi}\cos\alpha\int_{-\alpha_{0\delta}}^{\alpha_{0\delta}}p(\alpha,\delta)\cos\alpha d\alpha+$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int_{-\alpha_{0\delta}}^{\alpha_{0\delta}}p(\alpha,\delta)d\alpha+ \qquad (2.60)$$

$$+\frac{4\varepsilon G}{(1+\kappa)R}\left[1-\frac{\delta_1}{2\varepsilon}(1-3\cos2\alpha)-\frac{\delta_2}{2\varepsilon}(1+3\cos2\alpha)\right].$$

Для з’єднань елементів з довільним ограненням узагальнене рівняння буде таким:

$$\frac{1}{\pi}\int_{-\alpha_{0\delta}}^{\alpha_{0\delta}}\operatorname{ctg}\frac{\alpha-\theta}{2}p'(\theta,\delta)d\theta=\frac{2}{\pi}\cos\alpha\int_{-\alpha_{0\delta}}^{\alpha_{0\delta}}p(\alpha,\delta)\cos\alpha d\alpha+$$

$$(2.61)$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int_{-\alpha_{0\delta}}^{\alpha_{0\delta}}p(\alpha,\delta)d\alpha+\frac{4\varepsilon G}{(1+\kappa)R}\left[1-\frac{\delta_1}{2\varepsilon}D_1^{(\omega)}(\alpha)-\frac{\delta_2}{2\varepsilon}D_2^{(\omega)}(\alpha)\right],$$

де $D_1(\alpha), D_2(\alpha)$ — характеристики форми контурів (табл. 2.1).

З метою наближеного розв’язку рівняння (2.61) використовується метод колокації. У випадку кількох точок колокації проводиться заміна змінних $\operatorname{tg}(\alpha/2)=\xi$ та $\operatorname{tg}(\theta/2)=x$. Тоді

$$\cos\alpha=\frac{1-\xi^2}{1+\xi^2},\ \cos2\alpha=\frac{1-6\xi^2+\xi^4}{1+\xi^2}. \qquad (2.62)$$

Відповідно функція контактних тисків з двома точками колокації матиме вигляд:

$$p\left(2\mathrm{arc\,tg}\left(\xi,\delta\right)\right)\approx\left(C_0+C_2\xi^2\right)\sqrt{d_0{}^2-\xi^2}, \qquad (2.63)$$

де $\xi=\mathrm{tg}\left(0.5\alpha\right)$, $d_0=\mathrm{tg}\left(0.5\alpha_{0\delta}\right)$, $0\le\alpha\le\alpha_{0\delta}$, C_0 òà C_2 — невідомі коефіцієнти колокації.

З урахуванням (2.62) і (2.63) рівняння (2.61) прийме вигляд:

$$\frac{1}{\pi}\int_{-d_0}^{d_0}\frac{p'\left(2\mathrm{ar\,ctg}\,x,\delta\right)}{x-\xi}dx=-\frac{2}{\pi}\frac{1-\xi^2}{1+\xi^2}\int_{-d_0}^{d_0}\frac{\left(1-\xi^2\right)p\left(\mathrm{ar\,c\quad tg}\,\xi,\delta\right)}{1+\xi^2}d\xi-$$

$$-\frac{1}{2\pi}\int_{-d_0}^{d_0}\frac{p\left(\mathrm{ar\,ctg}\,\xi,\delta\right)}{1+\xi^2}d\xi+\frac{1}{\pi}\int_{-d_0}^{d_0}\frac{\xi p'\left(2\mathrm{arc\quad tg}\,\xi,\delta\right)}{1+\xi^2}d\xi- \qquad (2.64)$$

$$-\frac{2\varepsilon G}{\left(1+\kappa\right)R}\left[1-D_1\left(\xi\right)\frac{\delta_1}{2\varepsilon}-D_2\left(\xi\right)\frac{\delta_2}{2\varepsilon}\right],$$

де штрих означає похідну функції тисків; характеристики форми контурів $D_1\left(\xi\right),D_2\left(\xi\right)$ подано у таблиці 2.1.

При недотриманні обмежувальних умов (табл. 2.1) між величинами δ_1,δ_2 і ε буде мати місце співдотик елементів з’єднання у двох точках. Практично це є можливим в усіх вищеподаних з’єднаннях.

2.4. Задача для двообластевого контакту

У циліндричних з’єднаннях із симетричним однообластевим співдотиком елементів з ограненням їх контурів у випадку зміни взаєморозташування тіл може реалізуватися двообластевий контакт.

2.4.1. Рівняння контактних тисків

У з'єднанні циліндричних тіл з некруглістю контурів (рис. 2.6) їх початковий співдотик відбувається у двох точках P_1 і P_2, розташованих під кутом 2λ. Коли до диска 2 у т. O_2 прикладено зосереджену силу N, то у двох окремих областях контакту $W_1(\alpha_{0\delta}^{(1)} \leq \alpha \leq \beta_{0\delta}^{(1)})$ та $W_2(-\alpha_{0\delta}^{(2)} \leq \alpha \leq -\beta_{0\delta}^{(2)})$ виникатимуть радіальні контактні напруження $\sigma_r(\gamma, \delta)$. Відповідно результуючими цих напружень будуть сили реакції N' = N_1 = N_2 = 0,5Ncos^{-1}, прикладені у т. P_1 і P_2. Отже, величина і розподіл контактних тисків $p(\gamma,\delta) = -\sigma_r(\gamma,\delta)$ у кожній з областей контакту залежатимуть від величини сили N'. У такій задачі завдання полягає у визначенні контактних тисків $p(\gamma,\delta)$, кута контакту 2γ та початкового кута співдотику 2λ. Граничні умови на контурах отвору і диска мають вигляд:

$$\begin{aligned}
&\sigma_r^{(1)}(\alpha,\delta) = 0\,, \quad \beta_{0\delta}^{(1)} \leq \alpha \leq 2\pi + \alpha_{0\delta}^{(1)}\,, \\
&\sigma_r^{(2)}(\alpha,\delta) = 0\,, \quad -\beta_{0\delta}^{(2)} \leq \alpha \leq -\left(2\pi + \alpha_{0\delta}^{(2)}\right)\,, \qquad (2.65) \\
&\sigma_r^{(j)}(\alpha,\delta) = -p^{(j)}(\alpha,\delta)\,, \quad \alpha_{0\delta}^{(1)} \leq \alpha \leq \beta_{0\delta}^{(1)}\,, \quad -\alpha_{0\delta}^{(2)} \leq \alpha \leq -\beta_{0\delta}^{(2)}.
\end{aligned}$$

де j = 1 для W_1 = 1, j = 2 для W_2 = 2.

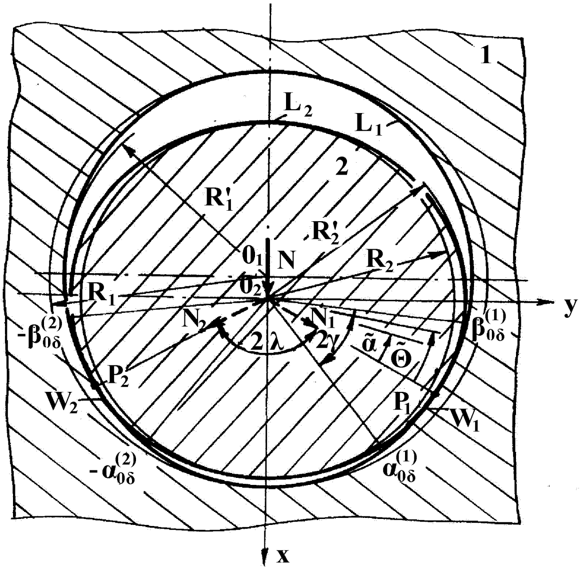


Рис. 2.6. Розрахункова схема циліндричного з’єднання з двообластевим контактом

У звязку із симетричністю навантаження N контактні тиски в у обох областях W_1 і W_2 будуть однаковими.

Основне рівняння контактних тисків для цієї симетричної задачі матиме вигляд [81]:

$$\frac{1}{\pi}\int_{\gamma_1}^{\gamma_2}\mathrm{ctg}\frac{\tilde{\alpha}-\tilde{\Theta}}{2}\,p'\left(\tilde{\Theta},\delta\right)d\tilde{\Theta}=\frac{2}{\pi}\cos\tilde{\alpha}\int_{\gamma_1}^{\gamma_2}p\left(\tilde{\alpha},\delta\right)\cos\tilde{\alpha}\,d\tilde{\alpha}+$$

(2.66)

$$+\frac{1}{2\pi}\int_{\gamma_1}^{\gamma_2}p\left(\tilde{\alpha},\delta\right)d\tilde{\alpha}+\frac{4\varepsilon G}{R\left(1+\kappa\right)}\left[1-\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}D_1\left(\alpha\right)-\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon}D_2\left(\alpha\right)\right],$$

де $\tilde{\alpha}=\lambda+\alpha,\tilde{\theta}=\lambda+\theta,\ \gamma_1\le\tilde{\alpha}\le\gamma_2,\ 0\le\alpha\langle\pi/2,$

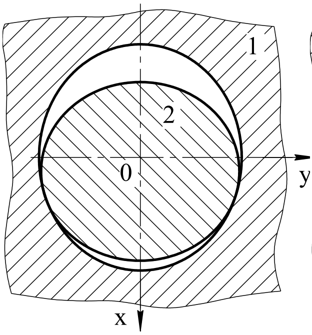
$\gamma_1=\lambda-0.5\left(\beta_{0\delta}^{(1)}-\alpha_{0\delta}^{(1)}\right),\ \gamma_2=\lambda+0.5\left(\beta_{0\delta}^{(1)}-\alpha_{0\delta}^{(1)}\right).$

2.4.2. Схеми з’єднань

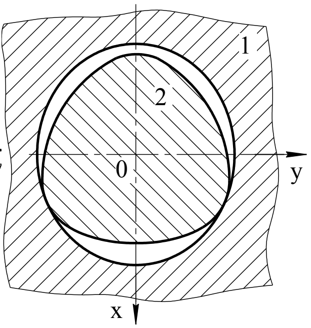
Таблиця 2.2. Схеми комбінованих з’єднань тіл з огранениям

Схема з’єднання	Рисунки контурів	Обмежувальні умови	Характеристики форми контурів
Комбіновані з’єднання з двообластевим контактом			
28	2.2а, 2.2г	$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1= D_2=A_2$
29	2.2а, 2.3г	$\delta_1 + 0.75\delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=A_2, D_2=B_2$
30	2.2а, 2.4г	$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=A_2, D_2=F_2$
31	2.3а, 2.2г	$0.75\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=B_2, D_2=A_2$
32	2.3а, 2.3г	$0.75\delta_1 + 0.75\delta_2 \le \varepsilon$	$D_1= D_2=B_2$
33	2.3а, 2.4г	$0.75\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=B_2, D_2=F_2$
34	2.4а, 2.2г	$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=F_2, D_2=A_2$
35	2.4а, 2.3г	$\delta_1 + 0.75\delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=F_2, D_2=B_2$
36	2.4а, 2.4г	$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1= D_2=F_2$

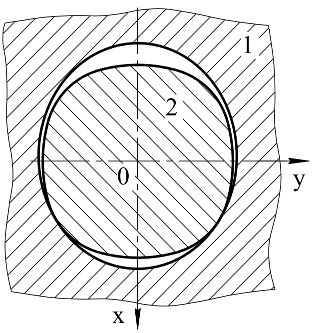
№28



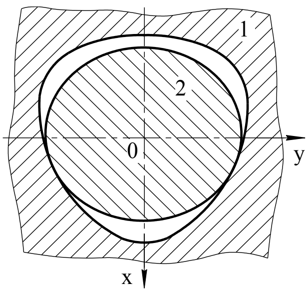
№29



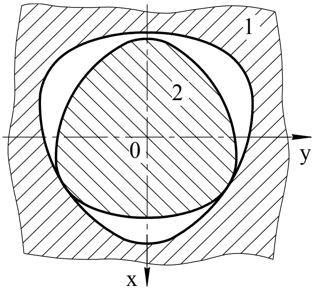
№30



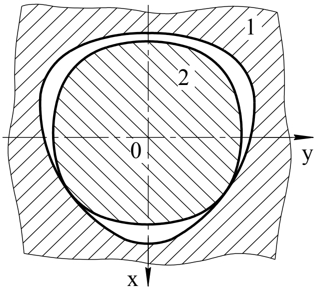
№31



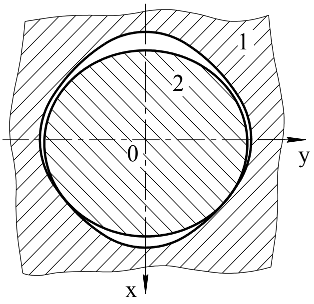
№32



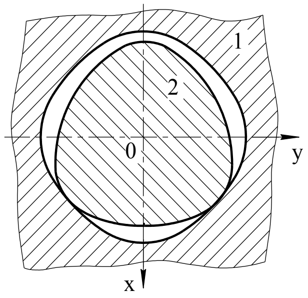
№33



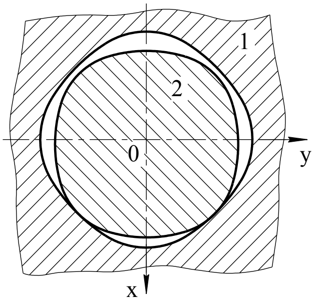
№34



№35



№36



2.5. Задача для одно- дво- однообластевого косого квазістатичного контакту

2.5.1. Рівняння контактних тисків

Схеми циліндричних з’єднань малою овальністю контурів, де може реалізуватись косий контакт їх елементів подано нижче на рис. 2.7, 2.8. Відповідно при симетричному контакті тіл буде однообластевий симетричний співдотик.

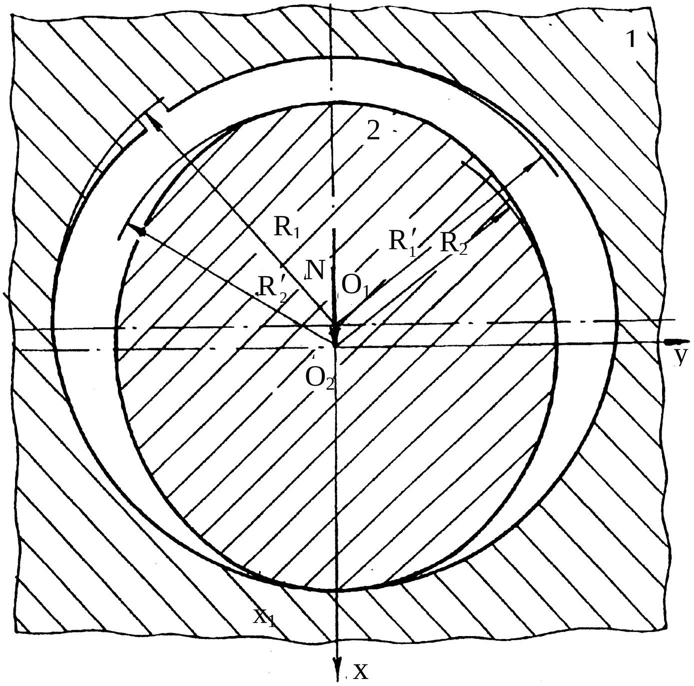


Рис. 2.7. Схема однобластевого контакту з антисиметричним розташуванням тіл

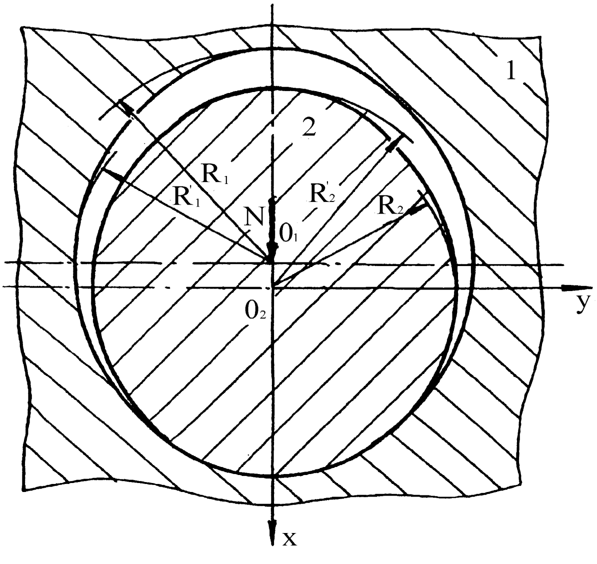


Рис. 2.8. Схема однобластевого контакту з симетричним розташуванням тіл

Розглянемо квазістатичну контактну взаємодію тіл у першому з поданих з'єднань (рис.2.9).

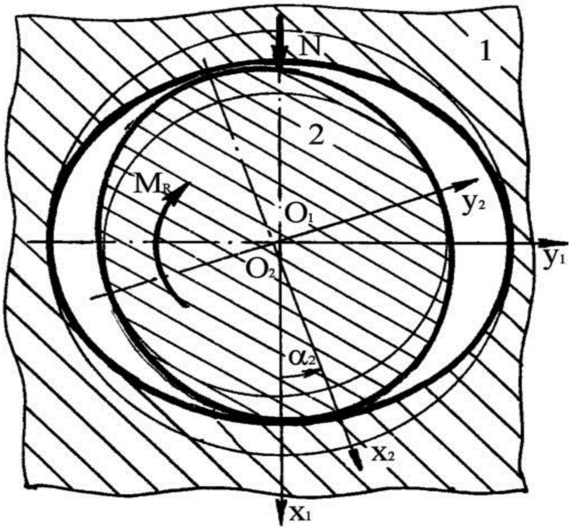


Рис. 2.9. Схема однообластевого контакту тіл при їх косому розташуванні

Покладається, що у випадку однообластевого косого контакту (завжди для схеми з рис. 2.7 і частково з рис. 2.8) максимальні контактні тиски $p(0,\delta)$ виникають по лінії дії сили N, а область контакту буде дещо несиметричною відносно осі осі O_1x_1. Покладається, що у випадку двообластевого контакту (симетричного – рис. 2.6 та косого) буде така ж картина контактної взаємодії. З метою збереження статичної рівноваги вала при куті повороту $0 \le \alpha_2 \le 2\pi$ до нього прикладається зрівноважуючий момент M_R певної величини.

Загальний вигляд рівняння контактних тисків розглянутої контактної задачі подано раніше. При цьому приймається, що матеріали тіл мають однакові пружні властивості. Тому для цього часткового випадку задачі з косим розташуванням елементів (рис. 2.9) за умов реалізації однообластевого контакту рівняння матиме такий вигляд:

а) тіла з овальністю контурів

$$\frac{1}{\pi}\int\limits_{-\alpha_{0\delta}}^{\alpha_{0\delta}} \operatorname{ctg}\frac{\alpha - \theta}{2}p'\left(\theta,\delta\right)d\theta = \frac{2}{\pi}\cos\alpha\int\limits_{-\alpha_{0\delta}}^{\alpha_{0\delta}}\left(\alpha,\delta\right)\cos\alpha d\alpha +$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\alpha_{0\delta}}^{\alpha_{0\delta}} p\left(\alpha,\delta\right)d\alpha + \frac{4\varepsilon G}{\left(1+\kappa\right)R}\left[1 - \frac{\delta_1}{2\varepsilon}D_1\left(\alpha_1\right) - \frac{\delta_2}{2\varepsilon}D_2\left(\alpha_2\right)\right], \qquad (2.67)$$

де $\alpha_{1,}\ \alpha_2$ — відповідно кути косого розташування отвору і вала відносно осі O$_1$x$_1$; $\alpha_1 = 0$ — овальний отвір з горизонтальним розташуванням (рис. 2.7), $\alpha_1 \rangle 0$ — отвір розташовано косо; $\alpha_1 = 90^0$ — отвір розташовано вертикально (рис. 2.6); $\alpha_2 = 0$ - овальний диск (шип вала), розташований вертикально (рис. 2.7), $0 \le \alpha_2 \langle 90^0$ — розташований косо, $\alpha_2 = 90^0$ — розташований горизонтально (рис. 2.6);

б) тіла з еліптичністю контурів

У рівнянні (2.67) слід прийняти $D_1(\alpha_1) = \cos^2\alpha_1,\quad D_2(\alpha_2) = \sin^2\alpha_2$.

Введення у рівняння (2.67) у вирази для характеристик некруглості кутів $\alpha_{1,}\ \alpha_2$, що вказують розташування отвору і вала відносно нерухомої системи координат x$_1$O$_1$y$_1$ дає змогу врахувати кривини контурів співдотичних тіл у їх різних точках. Це є необхідним, оскільки вихідною умовою для встановлення рівняння контактних тисків є умова рівності кривин деформованих контурів тіл в області їх контакту.

Для випадків двообластевого контакту рівняння для контактних тисків має вигляд:

$$\frac{1}{\pi}\int_{\gamma_1}^{\gamma_2}\operatorname{ctg}\frac{\tilde{\alpha}-\tilde{\theta}}{2}p'\left(\tilde{\theta},\delta\right)d\tilde{\theta}=\frac{1}{2\pi}\int_{\gamma_1}^{\gamma_2}p\left(\tilde{\alpha},\delta\right)d\tilde{\alpha}+$$

$$+\frac{2}{\pi}\cos\tilde{\alpha}\int_{\gamma_1}^{\gamma_2}p\left(\tilde{\alpha},\delta\right)\cos\tilde{\alpha}d\tilde{\alpha}+ \tag{2.68}$$

$$+\frac{4\varepsilon G}{R_2\left(1+\kappa\right)}\left[1-\frac{\delta_1}{2\varepsilon}D_1^{(\omega)}(\alpha_1)-\frac{\delta_2}{2\varepsilon}D_2^{(\omega)}(\alpha_2)\right].$$

РОЗДІЛ 3

ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОДІЇ ТІЛ З ОГРАНЕННЯМ У ЦИЛІНДРИЧНОМУ З’ЄДНАННІ ПРИ ОДНООБЛАСТЕВОМУ КОНТАКТІ

3.1. Наближений розв’язок задачі

Для визначення контактних напружень $p(\alpha,\delta)$ і області їх розподілу використовується метод колокації. З достатньою для інженерних застосувань точністю рішення можна отримати, прийнявши одну точку колокації $\alpha = 0.5\alpha_{0\delta}$. Тоді рівняння контактних тисків матиме вигляд [81]:

$$p(\alpha,\delta) \approx E_\delta \varepsilon_\delta \sqrt{\mathrm{tg}^2 \frac{\alpha_{0\delta}}{2} - \mathrm{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}, \tag{3.1}$$

де

$$E_\delta = \frac{e_4}{R} \begin{bmatrix} \cos^{-2} \frac{\alpha_{0\delta}}{4} - e_1 \sqrt{\mathrm{tg}^2 \frac{\alpha_{0\delta}}{2} - \mathrm{tg}^2 \frac{\alpha_{0\delta}}{4}} - \\ -2\sin^2 \frac{\alpha_{0\delta}}{4} \left(e_2 \cos^{-1} \frac{\alpha_{0\delta}}{2} + 2e_3 \cos \frac{\alpha_{0\delta}}{2} \right) \end{bmatrix}^{-1}, \tag{3.2}$$

$$\varepsilon_\delta = \varepsilon \left[1 - \frac{\delta_1}{2\varepsilon} D_1(\alpha) - \frac{\delta_2}{2\varepsilon} D_2(\alpha) \right] = \varepsilon \Sigma_\delta, \tag{3.3}$$

$$e_1 = \frac{2}{Z}\left[(1-\kappa_1)(1+\nu_1)E_2 - (1-\kappa_2)(1+\nu_2)E_1\right],$$

$$e_2 = \frac{2}{Z}(1+\kappa_1)(1+\nu_1)E_2,$$

$$e_3 = \frac{4}{Z}\left[\kappa_1(1+\nu_1)E_2 - (1+\nu_2)E_1\right],\ e_4 = \frac{4}{Z}E_1E_2,$$

$$Z = (1+\kappa_1)(1+\nu_1)E_2 + (1+\kappa_2)(1+\nu_2)E_1,$$

У загальному випадку пружні постійні $E_1 \neq E_2$, $\nu_1 \neq \nu_2$. Якщо ж $E_1 = E_2$, $\nu_1 = \nu_2$, то

$$e_1 = 0,\quad e_2 = \frac{2}{Z}(1+\kappa)(1+\nu)E,$$

$$e_3 = \frac{4}{Z}(1+\kappa)(1+\nu)E,\quad e_4 = \frac{4E^2}{Z},\quad Z = 2(1+\kappa)(1+\nu)E.$$

У розглядуваній задачі, як правило, визначаються максимальні контактні тиски, які виникають у перерізі $\alpha = 0$

$$p(0,\delta) \approx E_\delta \varepsilon_\delta \operatorname{tg}\frac{\alpha_{0\delta}}{2}. \qquad (3.5)$$

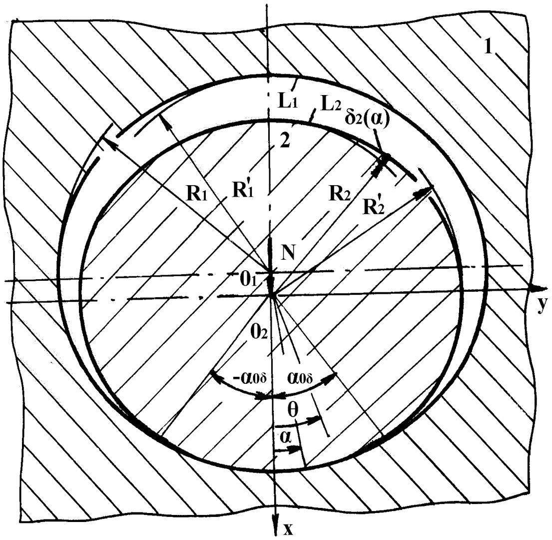
Для визначення невідомого півкута контакту $\alpha_{0\delta}$ використовується умова рівноваги сил, прикладених до диска 2

$$N = R\int_{-\alpha_{0\delta}}^{\alpha_{0\delta}} p(\alpha,\delta)\cos\alpha d\alpha = 4\pi R E_\delta \varepsilon \Sigma_\delta \sin^2\frac{\alpha_{0\delta}}{4}. \qquad (3.6)$$

3.1.1. Аналіз впливу овальності тіл на параметри контакту

Для з'єднань з овальністю контурів характеристики їх форми у (3.3) будуть відповідно:

- з'єднання 1 : $D_1 = 1 - 3\cos 2\alpha, D_2 = 1 + 3\cos 2\alpha$;



- з'єднання 2 : $D_1 = 1 + 3\cos 2\alpha, D_2 = 1 - 3\cos 2\alpha$;

- з'єднання 3: $D_1 = 1 - 3\cos 2\alpha, D_2 = 1 - 3\cos 2\alpha$.

Схема №2

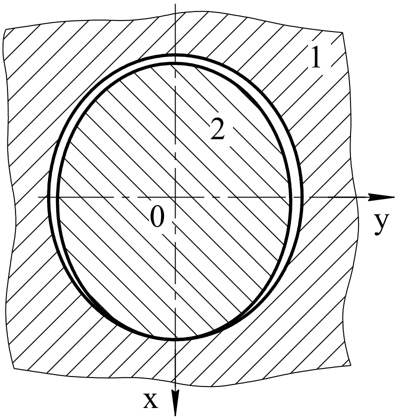
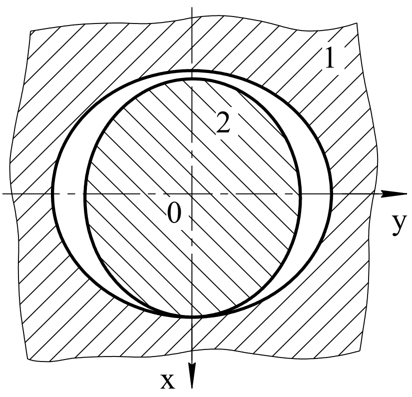


Схема №3



3.1.1.1 Контактні тиски

Числовий розв’язок для стану плоскої деформації $\left(\kappa = 3 - 4\nu, \nu = 0.3\right)$ проведено при таких вихідних даних: $\varepsilon = \left(0,05;\ 0,1;\ 0,2;\ 0,3;\ 0,4\right)$ мм; δ_1 і $\delta_2 = \left(0,05;\ 0,1;\ 0,2;\ 0,3;\ 0,4\right)$ мм; $N = 0,1;\ 1;\ 5$ МН; $R = 0,1$ м; $G = 8,1 \cdot 10^4$ МПа.

Його результати наведено на рис. 3.1 – 3.3 у вигляді номограм відносної зміни $\tilde{p} = p\left(0,\delta\right)/p\left(0\right)$ максимальних контактних тисків у з’єднанні з овальністю тіл до таких же тисків у з’єднанні з коловими тілами. Графіки $\tilde{p}$ – δ_2 для вибраних величин радіального зазору ε зображено потовщеними лініями, а тонкими лініями – обмежувальні криві.

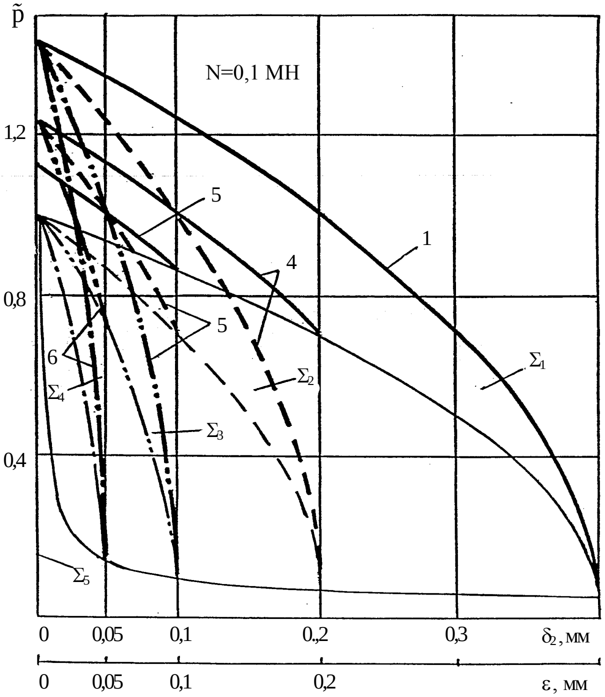


Рис. 3.1. Номограма впливу овальності тіл і радіального зазору на $\tilde{p}$ (схема 1): зона Σ_1 при $\varepsilon = 0,4$ мм (1); Σ_2 - $\varepsilon = 0,2$ мм (4); Σ_3 - $\varepsilon = 0,1$ мм (5); Σ_4 - $\varepsilon = 0,05$ мм (6); Σ_5 - $\varepsilon = 0$

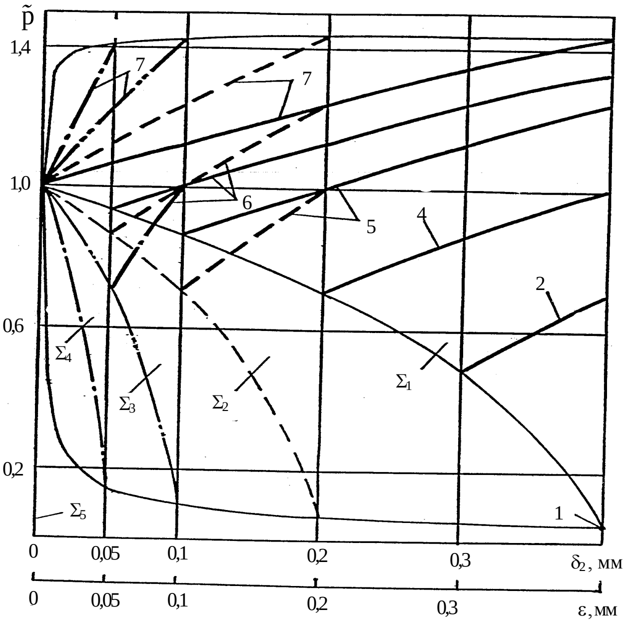


Рис. 3.2. Номограма впливу овальності тіл і радіального зазору на $\tilde{p}$ (схема 2):

1 – ε = 0.4 мм, 2 – ε = 0.3 мм, 4 – ε = 0.2 мм, 5 – ε = 0.1 мм, 6 – ε = 0.05 мм, 7 – ε = 0

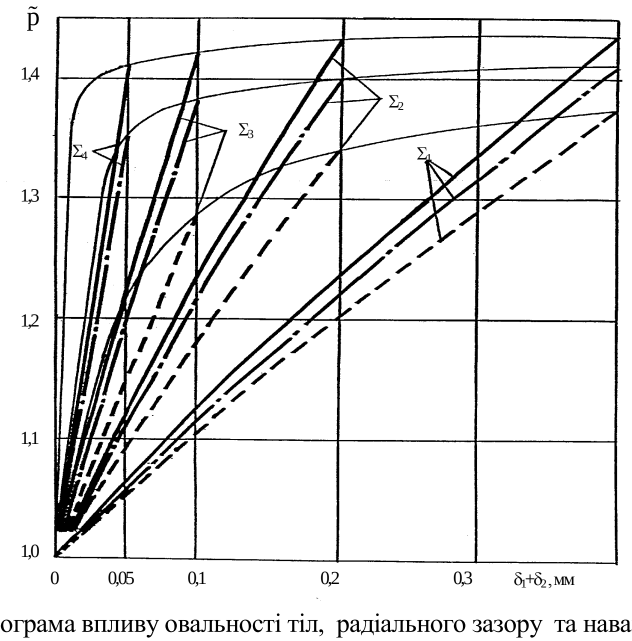


Рис. 3.3. Номограма впливу овальності тіл, радіального зазору та навантаження на $\tilde{p}$ (сх. 3): суцільні лінії –N=0.1 МН, штрихпунктирні –N= 1 МН, штрихові –N= 5 МН

Результати обчислень показують значний вплив овальності на рівень максимальних контактних тисків p(0,δ) у розглянутих з'єднаннях. Залежно від взаєморозташування елементів з овальністю можливе як зростання тисків, так і їх зниження у порівнянні зі з'єднаннями колових тіл.

3.1.1.2. Розподіл контактних тисків

Область контакту $2\alpha_{0\delta}$ визначено за рівнянням (3.6) при заданому навантаженні N. Результати обчислень подано на рис. 3.4 – 3.6 у вигляді номограм зміни відносного півкута $\tilde{\alpha} = \alpha_{0\delta} / \alpha_0$ від овальності контурів та радіального зазору. Якщо $R_1 = R_2 = R$ і $\varepsilon = 0$, то згідно із [43] α^*_0 =1.483 рад.

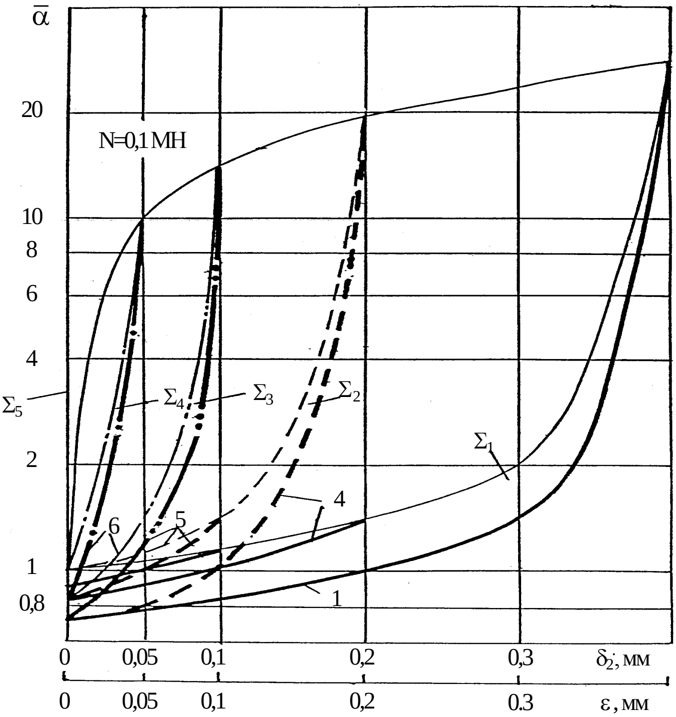


Рис. 3.4. Номограма впливу овальності тіл і радіального зазору на зміну області контакту (схема 1)

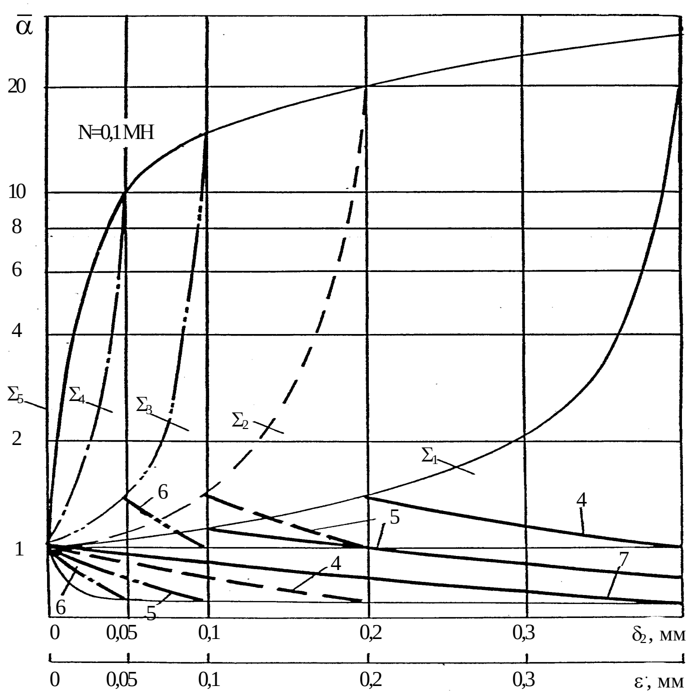


Рис. 3.5. Номограма впливу овальності тіл і радіального зазору на зміну області контакту (схема 2)

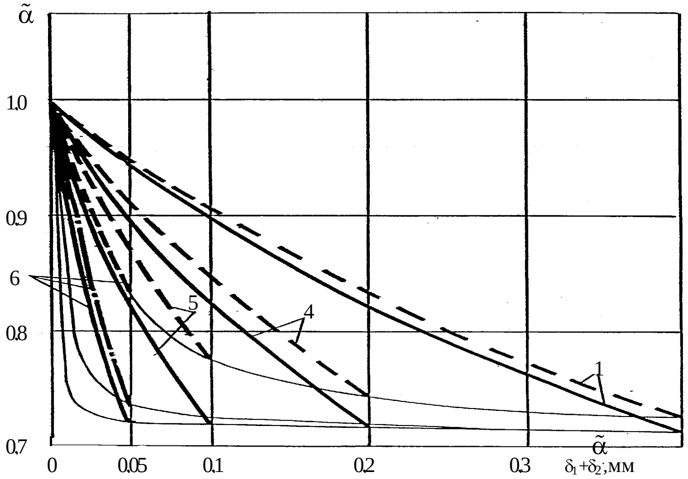
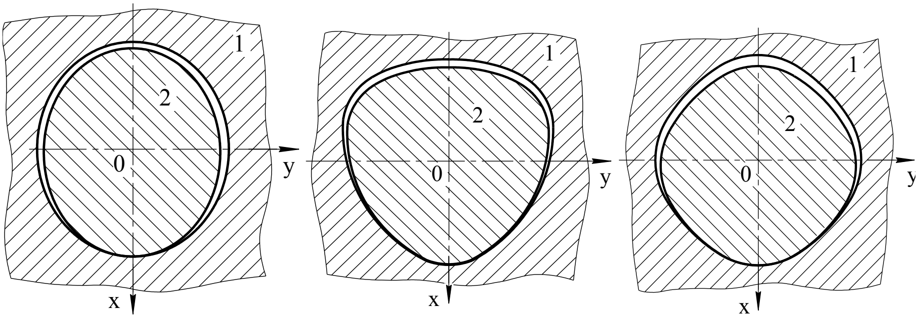


Рис. 3.6. Номограма впливу овальності тіл і радіального зазору на зміну області контакту (схема 3)

Результати досліджень свідчать про те, що овальність контурів циліндричних тіл суттєво може по-різному впливати на величину області контакту.

3.1.2. Аналіз впливу огранення тіл на параметри контакту

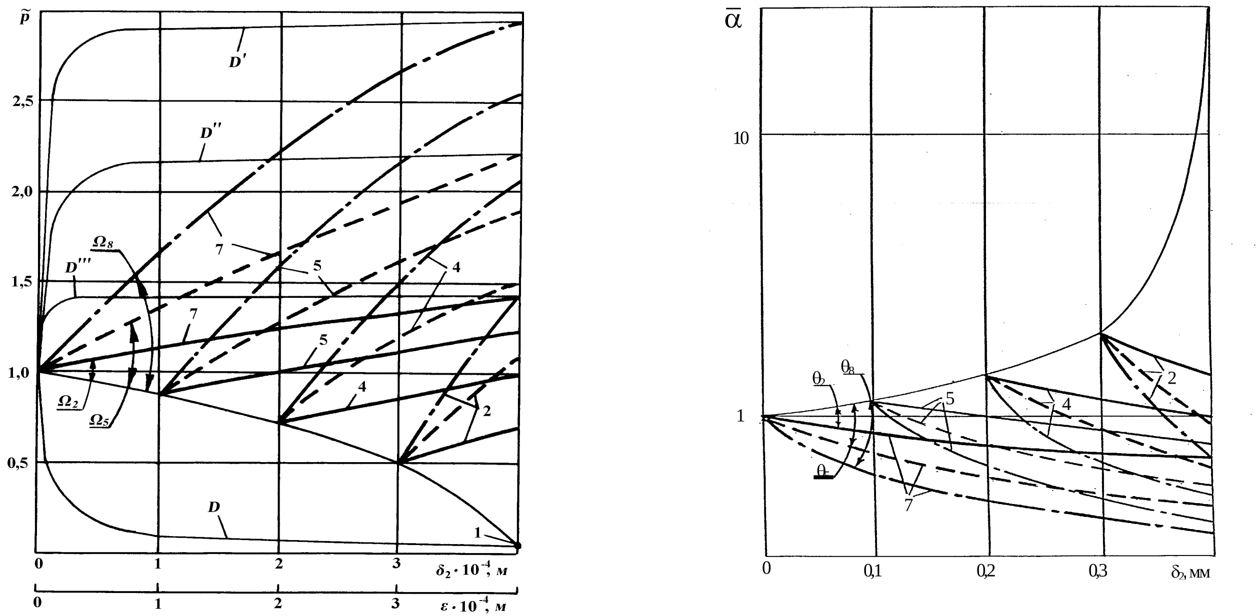
З’єднання циліндричних тіл з однаковим ограненням контурів подано на рис. 3.7а,б,в (схеми 2, 5, 8 із симетричним розташуванням тіл – табл. 2.1) та на рис. 3.9а,б,в (схеми 3, 6, 9 з антисиметричним розташуванням тіл).



а) б) в)

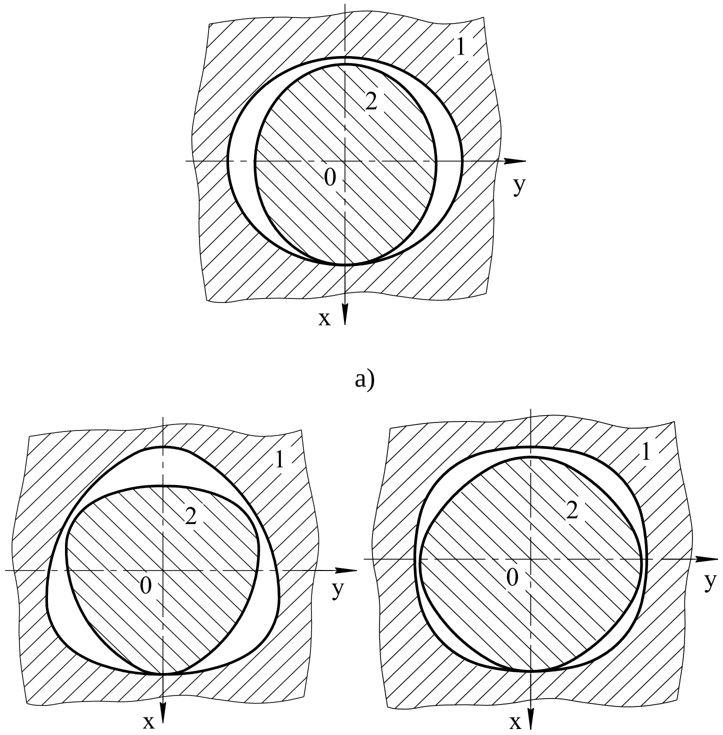
Рис. 3.7. Циліндричні з’єднання з симетричним положенням тіл з ограненням контурів

Результати обчислень подано на рис. 3.8. Відповідно на рисунках вказано для кожного з’єднання області відносної зміни максимальних контактних тисків (Ω) та півкутів контакту (θ). Індекси при Ω і θ відповідають номерам схем, а суцільними потовщеними лініями зображено графіки для схеми 2, штриховими – для схеми 5 штрихпунктирними – для схеми 8. Обмежувальні криві D, D', D'', D''' на рис. 3.8а вказують на вплив радіального зазору.



а) б)

Рис. 3.8. Номограми зміни параметрів контакту: 1 – δ_1 = 0.4 мм, 3 – δ_1 = 0.3 мм, 4 – δ_1 = 0.2 мм, 5 – δ_1 = 0.1 мм, 7 – δ_1 = 0

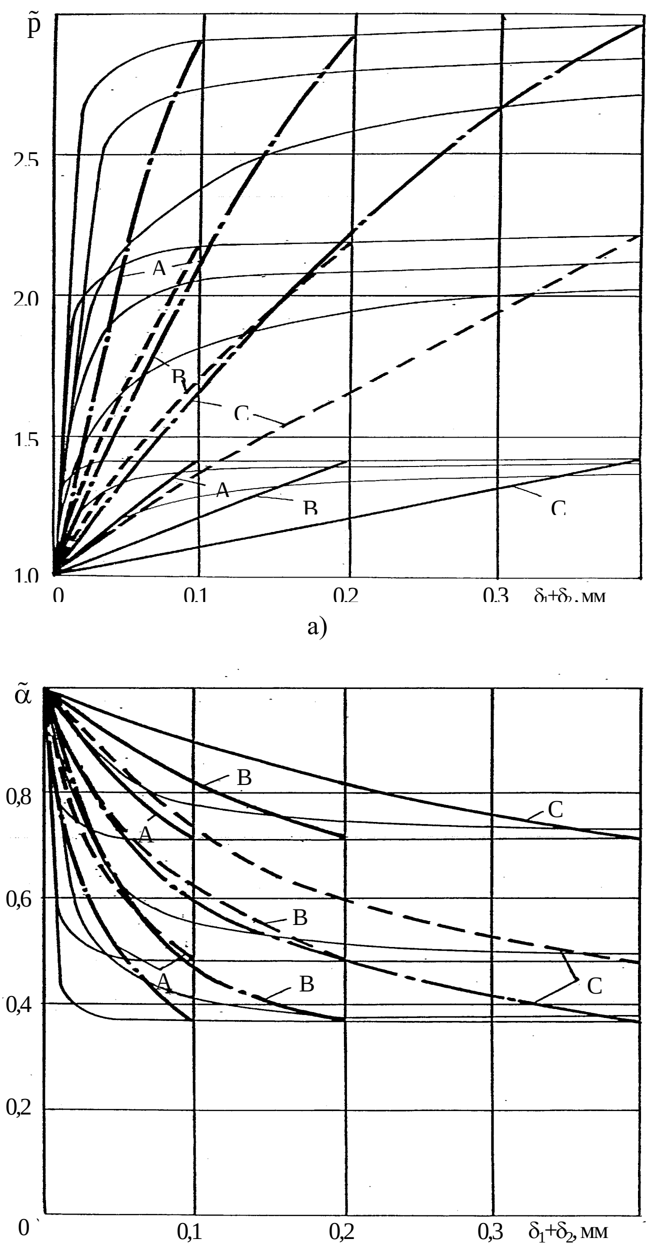


а)

б) в)

Рис. 3.9. Циліндричні з’єднання з антисиметричним положенням тіл з ограненням контурів

Результати обчислень подано на рис. 3.10. Відповідно на рисунках вказано для кожного з’єднання області відносної зміни максимальних контактних тисків та півкутів контакту. Суцільними потовщеними лініями зображено графіки для схеми 3, штриховими – для схеми 6 штрихпунктирними – для схеми 9. Обмежувальні криві (тонкі лінії) на рисунках вказують на вплив навантаження N. Зокрема на рис. 3.10а верхня крива відповідає N = 0,1 МН, середня ─ N = 1 МН, нижня ─ N = 5 МН. На рис. 3.10б залежність є оберненою.



а)

б)

Рис. 3.10. Номограми зміни параметрів контакту

A – ε = 0.1 мм, B – ε = 0.2 мм,   C – ε = 0.4 мм

Зміна параметрів контакту у з’єднаннях із складнішим ограненням є більшою, ніж у з’єднанні з овальністю контурів. Аналіз номограм показує, що зростання величин δ_1 і δ_2 чи $\delta_1 + \delta_2$ призводить до збільшення максимальних контактних тисків та, відповідно, зменшення зони контакту.

РОЗДІЛ 4

ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОДІЇ ТІЛ З ОГРАНЕННЯМ У ЦИЛІНДРИЧНОМУ З'ЄДНАННІ ПРИ МІШАНОМУ ДВООБЛАСТЕВОМУ КОНТАКТІ

У попередньому розділі подано результати досліджень впливу на контактні тиски та їх розклад різного виду огранення елементів циліндричних з'єднань при однообластевому симетричному (антисиметричному) контакті. Нижче розглядається цього виду контактна задача для випадків мішаного (одно - дво - однообластевого) чи двообластевого співдотику тіл з огранenням [75, 83, 87, 88, 90, 107, 109, 110].

4.1. Двообластевий симетричний контакт

Завдання дослідження полягає у визначенні контактних тисків $p(\tilde{\alpha},\delta)$, області контакту – кута 2γ та кута співдотику тіл 2λ. Функція контактного тиску приймається у вигляді (3.1) з однією точкою колокації

$$p\left(\tilde{\alpha},\delta\right)\approx E_{\delta}\varepsilon_{\delta}\sqrt{\mathrm{tg}^{2}\frac{\gamma}{2}-\mathrm{tg}^{2}\frac{\tilde{\alpha}-\lambda}{2}}, \tag{4.1}$$

де $E_{\delta}=e_{4}\cos^{2}(\gamma/4)/R_{2}$, $\varepsilon_{\delta}=\varepsilon\left[1-\frac{\delta_{1}}{2\varepsilon}D_{1}\left(\alpha\right)-\frac{\delta_{1}}{2\varepsilon}D_{2}\left(\alpha\right)\right]=\varepsilon\Sigma_{\delta}$,

Півкут контакту γ знаходиться з виразу:

$$N_{1}=N_{2}=4\pi R_{2}E_{\delta}\varepsilon\Sigma_{\delta}\sin^{2}\frac{\gamma}{4}. \tag{4.2}$$

4.1.1. З'єднання тіл з овальністю

Найпростішим з'єднанням тіл з овальністю контурів, де буде двообластевий симетричний контакт, є з'єднання, показане на рис. 4.1.

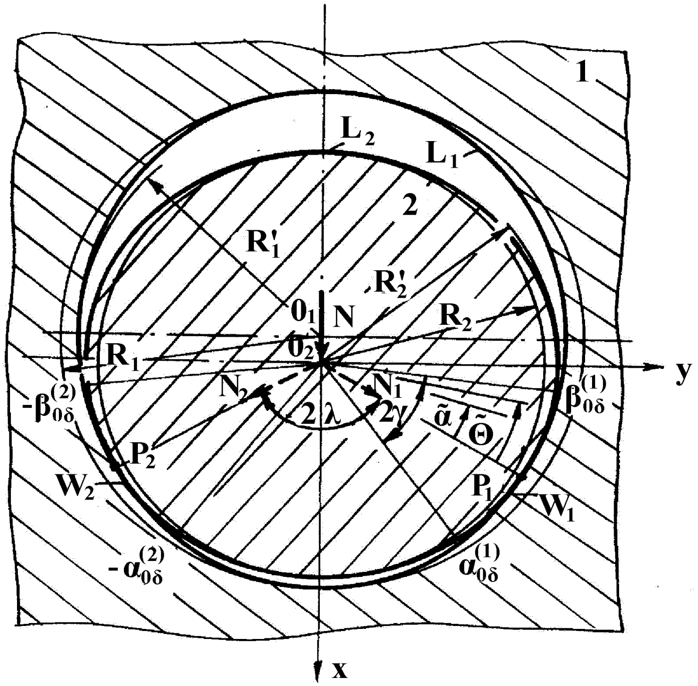


Рис. 4.1. Циліндричне з'єднання з овальністю контурів тіл

4.1.1.1. Методика визначення кута співдотику тіл з овальністю

При двообластевому співдотику тіл з ограненням дослідження контактної взаємодії буде можливим лише у випадку, коли відомо кут 2λ співдотику контурів (рис. 4.1). Метод визначення кута 2λ базується [75, 85, 87, 107] на умові рівності кутових коефіцієнтів дотичних до контурів у точці їх дотику.

Параметричні рівняння отвору з овальністю у прямокутній системі координат $x_1O_1y_1$

$$x_1 = \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\cos t\,,\ y_1 = \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\sin t\,, \qquad (4.3)$$

де $\bar{a}_1 = 0.5\left(a_1 + b_1\right)$, $\bar{b}_1 = 0.5\left(\grave{a}_1 - b_1\right)$; $\grave{a}_1 = R_1$, $b_1 = R_1' = R_1 - \delta_1$; $2t$ — кут співдотику цих контурів у цій системі координат.

Параметричні рівняння диска з овальністю у прямокутній системі координат $x_1O_1y_1$

$$x_2 = \left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2 \cos 2\lambda\right)\cos\lambda + \Delta\,,\ y_2 = \left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2 \cos 2\lambda\right)\sin\lambda\,, \qquad (4.4)$$

де $\bar{a}_2 = 0.5\left(a_2 + b_2\right)$, $\bar{b}_2 = 0.5\left(\grave{a}_2 - b_2\right)$; $a_2 = R_2' = R_2 + \delta_2$, $b_2 = R_2$; $\Delta = O_1O_2$ (рис. 4.1).

У точці (точках) співдотику $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$, тобто з урахуванням (4.3), (4.4):

$$\left(\bar{\grave{a}}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\cos t = \left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2 \cos 2\lambda\right)\cos\lambda + \Delta\,,$$

$$\left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\sin t = \left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2 \cos 2\lambda\right)\sin\lambda\,. \qquad (4.5)$$

Кутові коефіцієнти дотичної у цій точці:

- до овалу (отвір)

$$K_1 = \frac{y_1'(t)}{x_1'(t)} = \frac{-2\bar{b}_1 \sin 2t \sin t + \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\cos t}{-2\bar{b}_1 \sin 2t \cos t - \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\sin t};$$

- до овалу (диск)

$$K_2 = \frac{y_2'(\lambda)}{x_2'(\lambda)} = \frac{2\bar{b}_2 \sin 2\lambda \sin \lambda + \left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2 \cos 2\lambda\right)\cos \lambda}{2\bar{b}_2 \sin 2\lambda \cos \lambda - \left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2 \cos 2\lambda\right)\sin \lambda}.$$

Оскільки K_1 у точці співдотику повинно бути рівним K_2, то умова співдотику матиме вигляд:

$$\frac{-2\bar{b}_1 \sin 2t \sin t + \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\cos t}{-2\bar{b}_1 \sin 2t \cos t - \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\sin t} =$$

$$= \frac{2\bar{b}_2 \sin 2\lambda \sin \lambda + \left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2 \cos 2\lambda\right)\cos \lambda}{2\bar{b}_2 \sin 2\lambda \cos \lambda - \left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2 \cos 2\lambda\right)\sin \lambda}. \qquad (4.6)$$

Друге рівняння (4.5) та рівняння (4.6) утворюють систему для визначення t і λ:

$$\begin{cases} \left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2 \cos 2\lambda\right)\sin\lambda = \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\sin t \\ \dfrac{-2\bar{b}_1 \sin 2t \sin t + \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\cos t}{-2\bar{b}_1 \sin 2t \cos t - \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\sin t} = \\ = \dfrac{2\bar{b}_2 \sin 2\lambda \sin\lambda + \left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2 \cos 2\lambda\right)\cos\lambda}{2\bar{b}_2 \sin 2\lambda \cos\lambda - \left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2 \cos 2\lambda\right)\sin\lambda} \end{cases} \tag{4.7}$$

З першого рівняння (4.7)

$$\bar{a}_2 \sin\lambda - \bar{b}_2 \left(\cos^2\lambda - \sin^2\lambda\right)\sin\lambda = \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\sin t .$$

Звідси отримано наступне рівняння третього ступеня відносно λ:

$$\sin^3\lambda + \frac{\bar{a}_2 - \bar{b}_2}{2\bar{b}_2}\sin\lambda - \frac{1}{2\bar{b}_2}\left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\sin t = 0 . \tag{4.8}$$

Його розв’язок подається формулою Кардано

$$\sin\lambda = S(t) = X(t) - \frac{\bar{a}_2 - \bar{b}_2}{6\bar{b}_2 X(t)} , \tag{4.9}$$

де

$$X(t) = \sqrt[3]{\frac{1}{4\bar{b}_2}\left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\sin t + \frac{1}{4\bar{b}_2}\sqrt{\left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)^2 \sin^2 t + \frac{2}{\bar{b}_2}\left(\frac{\bar{a}_2 - \bar{b}_2}{3}\right)^3}} .$$

З першого рівняння системи (4.7) визначено $\bar{a}_2 - \bar{b}_2 \cos 2\lambda$. Далі його підставлено у друге рівняння цієї системи. В отриманий вираз підставлено $\sin\lambda$ з (4.9). У результаті отримано такий вираз:

$$\frac{-2\bar{b}_1 \sin 2t \sin t + \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\cos t}{-2\bar{b}_1 \sin 2t \cos t - \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\sin t} =$$

$$= \frac{4\bar{b}_2 S^3 \sqrt{1-S^2} + \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\sqrt{1-S^2}}{4\bar{b}_2 S^2 \left[\left(1-S^2\right)\right] - \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\sin t}.$$

Після перетворень отримано рівняння для визначення параметру t, який встановлює точку співдотику контурів у системі координат $x_1O_1y_1$:

$$\begin{aligned} & f(t) = \sqrt{1-S^2}\left[4\bar{b}_2 S^3 + \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\sin t\right]\times \\ & \times\left[2\bar{b}_1 \sin 2t \cos t + \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\sin t\right] - \\ & -S\left[4\bar{b}_2 S\left(1-S^2\right) - \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\sin t\right]\times \\ & \times\left[2\bar{b}_1 \sin 2t \sin t - \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\cos t\right] = 0. \end{aligned} \tag{4.10}$$

Розв’язок цього рівняння для знаходження $S = S(t)$ проводиться наближено. Кут λ обчислюється за формулою (4.9)

$$\lambda = \arcsin S(t).$$

Координати точки дотику у системі $x_1O_1y_1$

$$x_1 = \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\cos t, \quad y_1 = \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\sin t .$$

Зміщення Δ т. O_2 до співдотику з отвором встановлюється за формулою:

$$\Delta = \left[\left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 2t\right)\cos t - \left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2 \cos 2\lambda\right)\cos\lambda\right].$$

4.1.1.2. Аналіз впливу овальності на параметри контакту

Прийнято вихідні дані для обчислень: N = 0.01; 0.1; 1.0 МН; R = 25, 50, 100 мм, ε = 0.11; 0.21; 0.41; 0.51 мм; δ_1 і δ_2 = 0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4 мм; $E_1 = E_2 = 2.1\cdot10^5$ МПа; $\nu_1 = \nu_2 =$ 0,3. Характеристики овальності елементів з’єднання $D_1^{(2)} = D_2^{(2)} = 1 + 3\cos 2\alpha$.

Результати розв’язку подано на рис. 4.2, 4.3 dla N = 0,1 МН, $R = 50$ мм, $\varepsilon = 0{,}41$ мм.

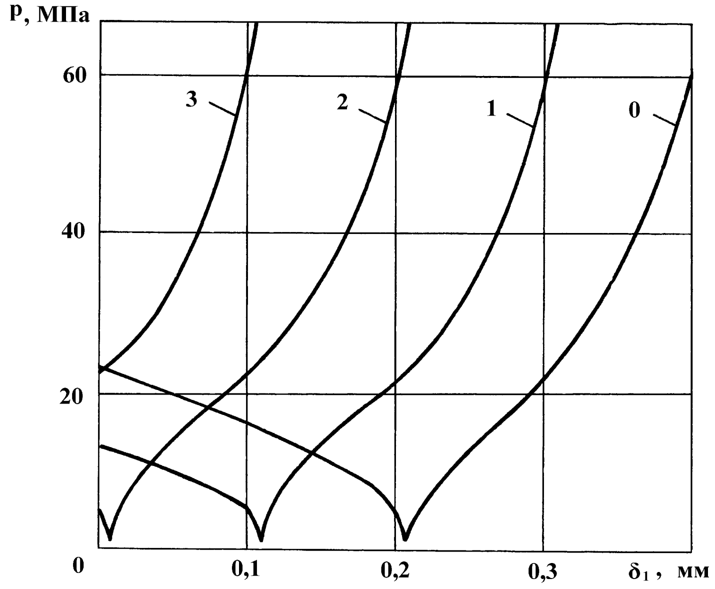


Рис. 4.2. Вплив овальності на максимальні контактні тиски :

$1-\delta_2=0$; $3-\delta_2=0{,}1$ мм; $4-\delta_2=0{,}2$ мм; $5-\delta_2=0{,}3$ мм; $6-\delta_2=0{,}4$ мм

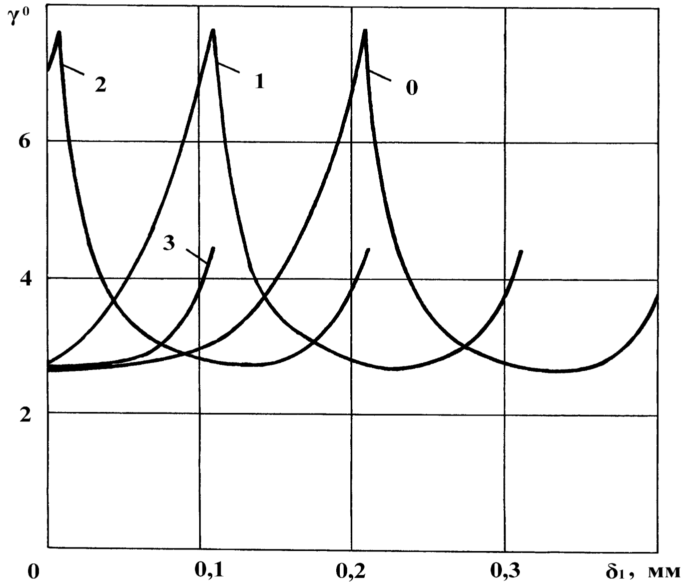


Рис. 4.3. Вплив овальності на область контакту

Аналіз отриманих результатів показує, що овальність виявляє значний вплив на параметри контакту. Проведені обчислення свідчать, що двообластевий співдотик буде при певних значеннях овальності δ_1 і δ_2 (графіки 4, 5). Графіки 1, 2, 3 характеризують змішаний контакт, де їх ліві вітки відповідають однообластевому співдотикові, а праві – двообластевому. Встановлено, що при змішаному контакті при певних величинах овальності δ_1 і δ_2 мінімальні тиски $p(0,\delta)$ будуть значно меншими $p(0)$. Слід відзначити, що у випадку двообластевого контакту при $\delta_2 = \mathrm{const}$ і збільшенні δ_1 також буде зростати кут співдотику 2λ та, відповідно, сила реакції $N_1 = 0{,}5N/\cos\lambda$.

Характер зміни півкутів контакту γ при реалізації одно- дво-однообластевого контакту є ще більш складним, ніж характер зміни тисків. При однообластевому контакті із зростанням δ_1 область контакту збільшується, а тиски зменшуються. Вправо від точки перегину буде реалізуватися двообластевий контакт, де тиски зростатимуть, а кути контакту спочатку зменшуватимуться, а потім у зв'язку зі зростанням сили реакції знову будуть зростати.

4.1.2. З'єднання тіл з різного виду огранениям

Розглянемо дві групи з'єднань з різного типу огранениям. Перша група це з'єднання, де диск має овальність, а отвір – тригранність (рис. 4.4) або чотиригранність. У другій групі диск має тригранність (рис 4.5) або чотиригранність, а отвір – овальність.

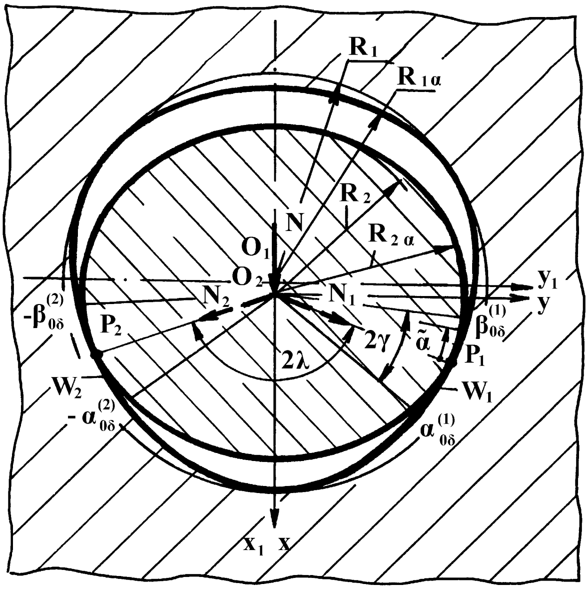


Рис. 4.4. З’єднання з овальністю диска і тригранністю отвору

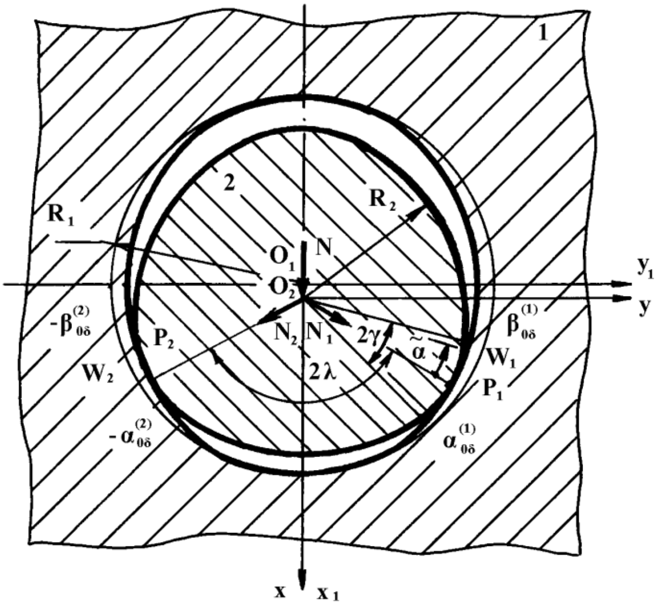


Рис. 4.5. З’єднання з тригранністю диска і овальністю отвору

4.1.2.1. Визначення початкового кута співдотику тіл з огранениям

а) диск з овальністю, отвір з огранениям

1) *диск з овальністю, отвір з тригранністю (рис.* 4.4*)*

Параметричні рівняння контурів:

$$x_1 = \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 3t\right)\cos t\,,\ y_1 = \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 3t\right)\sin t\,,$$

$$x_2 = \left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2 \cos 2\lambda\right)\cos\lambda + \Delta\,,\ y_2 = \left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2 \cos 2\lambda\right)\sin\lambda\,.$$

2) *диск з овальністю, отвір з чотиригранністю*

Параметричні рівняння контурів:

$$x_1 = \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 4t\right)\cos t\,,\ y_1 = \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos 4t\right)\sin t$$

$$x_2 = \left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2 \cos 2\lambda\right)\cos\lambda + \Delta\,,\ y_2 = \left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2 \cos 2\lambda\right)\sin\lambda\,.$$

Процедура визначення вигляду функції f(t) є ідентичною поданій вище. Для різних видів огранення вона буде такою:

$$f\left(t\right) = \sqrt{1 - S^2}\left[4\bar{b}_2 S^3 + \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos\omega t\right)\sin t\right]\times$$

$$\times\left[\omega\bar{b}_1 \sin\omega t\cos t + \left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \cos\omega t\right)\sin t\right] -$$

$$-S\left[4\bar{b}_2 S\left(1-S^2\right)-\left(\bar{a}_1+\bar{b}_1\cos\omega t\right)\sin t\right]\times$$

$$\times\left[\omega\bar{b}_1\sin\omega t\sin t-\left(\bar{a}_1+\bar{b}_1\cos\omega t\right)\cos t\right]=0$$

де $\omega=2, 3, 4, \ldots$ — показник виду огранення (овальність, тригранність і т.д.).

б) отвір з овальністю, диск з огранненням

1) *диск з тригранністю, отвір з овальністю (рис.* 4.5*)*

Параметричні рівняння контурів:

$$x_1=\left(\bar{a}_1-\bar{b}_1\cos 2t\right)\cos t,\ y_1=\left(\bar{a}_1-\bar{b}_1\cos 2t\right)\sin t,$$

$$x_2=\left(\bar{a}_2-\bar{b}_2\cos 3\lambda\right)\cos\lambda+\Delta,\ y_2=\left(\bar{a}_2-\bar{b}_2\cos 3\lambda\right)\sin\lambda.$$

Рівняння третього степеня для обчислення кута t має вигляд:

$$\sin^3 t+\frac{\bar{a}_1+\bar{b}_1}{2\bar{b}_1}\sin t+\frac{1}{2\bar{b}_1}\left(\bar{a}_2-\bar{b}_2\cos 3\lambda\right)\sin\lambda=0.$$

2) *диск з чотиригранністю, отвір з овальністю*

Параметричні рівняння контурів:

$$x_1=\left(\bar{a}_1-\bar{b}_1\cos 2t\right)\cos t, y_1=\left(\bar{a}_1-\bar{b}_1\cos 2t\right)\sin t,$$

$$x_2=\left(\bar{a}_2-\bar{b}_2\cos 4\lambda\right)\cos\lambda+\Delta, y_2=\left(\bar{a}_2-\bar{b}_2\cos 4\lambda\right)\sin\lambda.$$

Рівняння третього степеня для обчислення кута t

$$\sin^3 t + \frac{\bar{a}_1 + \bar{b}_1}{2\bar{b}_1}\sin t + \frac{1}{2\bar{b}_1}\left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2 \cos 4\lambda\right)\sin\lambda = 0 .$$

Оскільки визначник

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{16\bar{b}_1^2}\left[\left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2 \cos\omega\lambda\right)^2 \sin^2\lambda - \frac{2}{\bar{b}_1}\left(\frac{\bar{a}_1 + \bar{b}_1}{2}\right)^3\right]$$

цих рівнянь є меншим від нуля, то формула Кардано у вигляді (4.9) для визначення кута t не може бути використана. Вищеподане рівняння має три дійсні і різні корені

$$\sin t_1 = S_1\left(\lambda\right) = 2\sqrt{\frac{\bar{a}_1 + \bar{b}_1}{6\bar{b}_1}}\cos\left[\frac{1}{3}\arccos\left(-\frac{3\sqrt{3\bar{b}_1}\left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2\cos\omega\lambda\right)\sin\lambda}{\sqrt{2\left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1\right)^3}}\right)\right],$$

$$\sin t_2 = S_2\left(\lambda\right) =$$

$$= 2\sqrt{\frac{\bar{a}_1 + \bar{b}_1}{6\bar{b}_1}}\cos\left[\frac{1}{3}\arccos\left(-\frac{3\sqrt{3\bar{b}_1}\left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2\cos\omega\lambda\right)\sin\lambda}{\sqrt{2\left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1\right)^3}}\right) + \frac{2}{3}\pi\right], \tag{4.11}$$

$$\sin t_3 = S_3\left(\lambda\right) = 2\sqrt{\frac{\bar{a}_1 + \bar{b}_1}{6\bar{b}_1}}\cos\left[\frac{1}{3}\arccos\left(-\frac{3\sqrt{3\bar{b}_1}\left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2\cos\omega\lambda\right)\sin\lambda}{\sqrt{2\left(\bar{a}_1 + \bar{b}_1\right)^3}}\right) - \frac{2}{3}\pi\right]$$

Послідовність визначення вигляду функції $f\left(\lambda\right)$ подано вище. Для поданих схем з’єднань ця функція має вигляд:

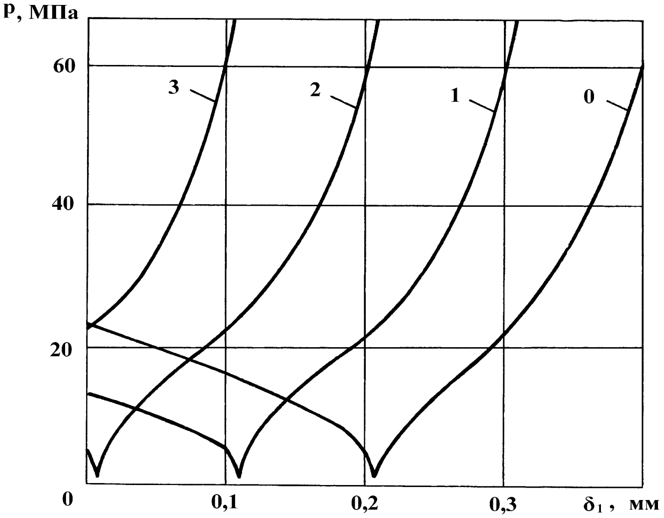
$$
\begin{aligned}
& f(\lambda) = -\sqrt{1-S^2}\left[4\bar{b}_1 S^3 - \left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2 \cos\omega\lambda\right)\sin\lambda\right]\times \\
& \times\left[\omega\bar{b}_2 \sin\omega\lambda\cos\lambda - \left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2\cos\omega\lambda\right)\sin\lambda\right] - \\
& -S\left[4\bar{b}_1 S\left(1-S^2\right) - \left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2\cos\omega\lambda\right)\sin\lambda\right]\times \\
& \times\left[\omega\bar{b}_2 \sin\omega\lambda\sin\lambda + \left(\bar{a}_2 - \bar{b}_2\cos\omega\lambda\right)\cos\lambda\right] = 0
\end{aligned}
\quad . \qquad (4.12)
$$

У результаті наближеного розв’язку рівняння (4.12) проводиться визначення кута λ з відповідним коренем.

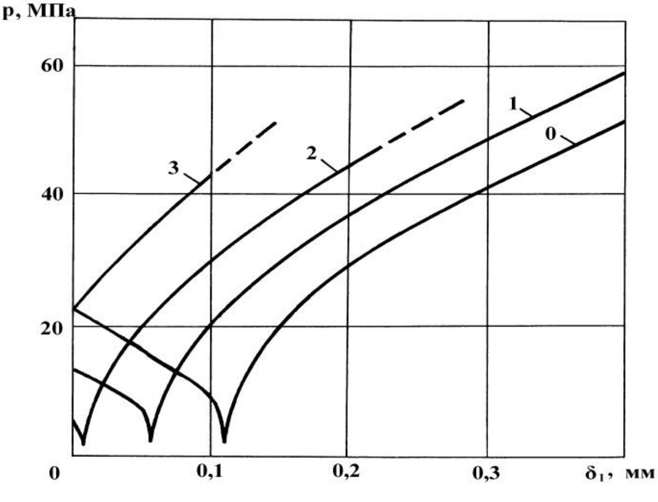
4.1.2.2. Аналіз впливу огранення на параметри контакту

Згідно з [92], характеристики огранення контурів $D_1^{(\omega)}(\alpha), D_2^{(\omega)}(\alpha)$ у розглядуваних з’єднаннях будуть:

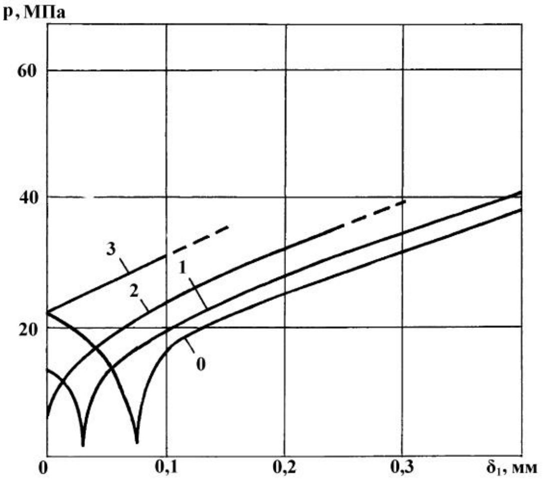
- отвір з тригранністю – диск з овальністю $D_1^{(3)} = 1 + 8\cos 3\alpha$, $D_2^{(2)} = 1 + 3\cos 2\alpha$ (рис. 4.4),
- отвір з чотиригранністю – диск з овальністю $D_1^{(4)} = 1 + 15\cos 4\alpha$, $D_2^{(2)} = 1 + 3\cos 2\alpha$,
- отвір з овальністю — диск з тригранністю $D_1^{(2)} = 1 + 3\cos 2\alpha$, $D_2^{(3)} = 1 + 8\cos 3\alpha$ (рис. 4.5),
- отвір з овальністю — диск з чотиригранністю $D_1^{(2)} = 1 + 2\cos 3\alpha$, $D_2^{(4)} = 1 + 15\cos 4\alpha$.


р, МПа
60
40
20
0
3
2
1
0
0,1
0,2
0,3
δ₁ , мм

а)

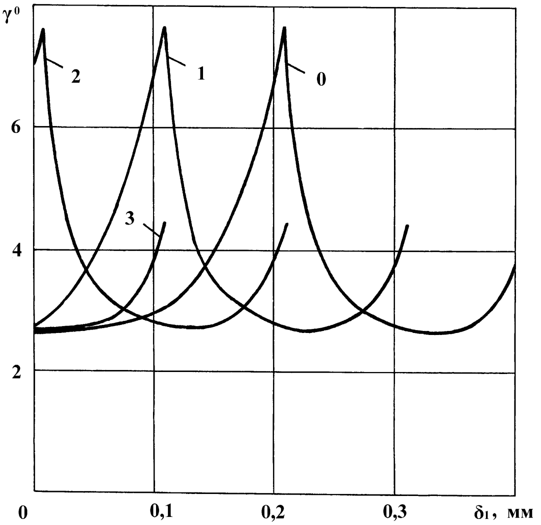

р, МПа
60
40
20
0
3
2
1
0
0,1
0,2
0,3
δ₁ , мм

б)

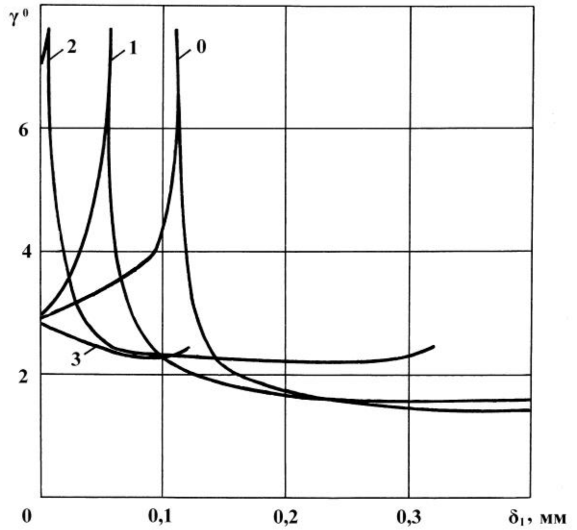


в)

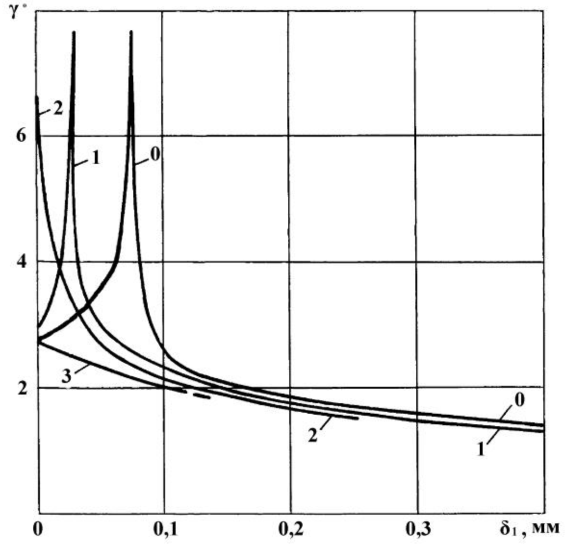
Рис. 4.6. Вплив огранення елементів з'єднань на величину максимальних контактних тисків: а) схема 4.1; б) схема 4.4; в) схема 4.5



а)



б)



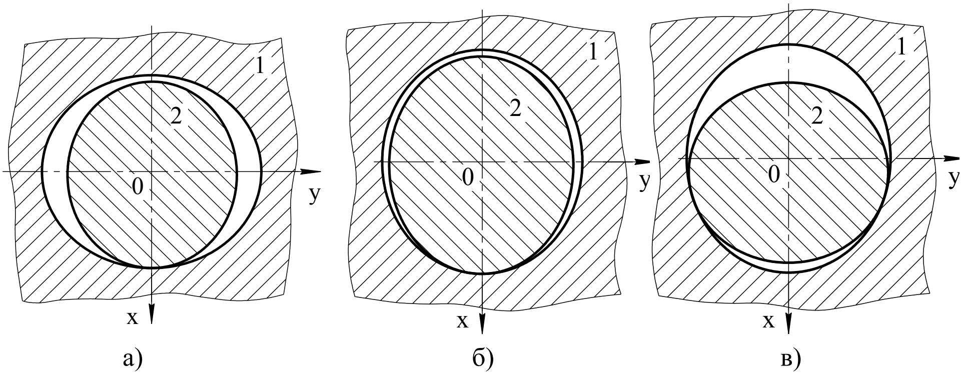
в)

Рис. 4.7. Вплив огранення тіл на півкути контакту

Аналіз наведених результатів досліджень свідчить, що огранення контурів тіл значно впливає на рівень максимальних контактних тисків та їх розподіл. У точках переходу від однообластевого до двообластевого контакту контактні тиски мають мінімальну величину. У з’єднаннях з різного виду огранення спостерігається зменшення величини контактних тисків у зоні двообластевого контакту при складнішому огранені. Також вид огранення помітно впливає на область контакту тіл у зоні двообластевого співдотику.

4.2.2.3. Контактна міцність з’єднань тіл з однаковим огранення їх контурів

Нижче наведено результати оцінки контактних тисків у з’єднаннях з однаковим огранення контурів, при якому виникає однообластевий (рис. 4.8а,б; 4.9а,б; 4.10а,б) чи двообластевий (рис. 4.8в, 4.9в, 4.10в) симетричний контакт.



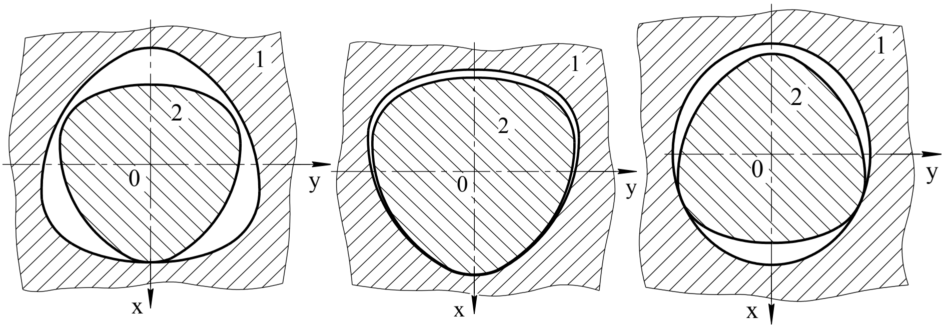
а) б) в)

Рис. 4.8. З’єднання тіл з овальністю:

а) однообластевий антисиметричний контакт тіл: $\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$,

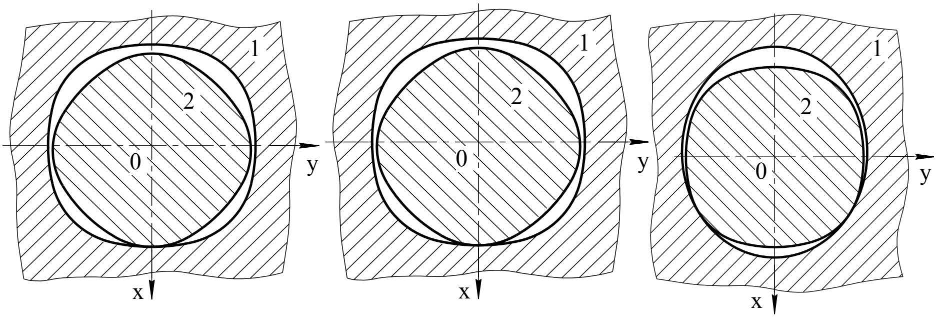
б) однообластевий симетричний вертикальний контакт тіл: $\delta_2 \le \varepsilon$, $\delta_1 \le \delta_2$,

в) двообластевий антисиметричний контакт тіл: $\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$



а) б) в)

Рис. 4.9. З’єднання тіл з тригранністю:
а) однообластевий антисиметричний контакт тіл: $\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$,
б) однообластевий симетричний вертикальний контакт тіл: $\delta_2 \le \varepsilon$, $\delta_1 \le \delta_2$,
в) двообластевий антисиметричний контакт тіл: $\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$



а) б) в)

Рис. 4.10. З’єднання тіл з чотиригранністю:
а) однообластевий антисиметричний контакт тіл: $\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$,
б) однообластевий симетричний вертикальний контакт тіл: $\delta_2 \le \varepsilon$, $\delta_1 \le \delta_2$,
в) двообластевий антисиметричний контакт тіл: $\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$

Числовий розв’язок задачі проведено при таких вихідних даних: $N = 10^5$ Н; $R =$ 25 мм; $\varepsilon = 0{,}41$ мм; $\delta_1 = 0$; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4 мм, $\delta_2 = 0$; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4 мм; $E_1 = E_2 = 2{,}1 \cdot 10^5$ МПа; $\nu_1 = \nu_2 =$ 0,3; $R_1 = R_2 + \varepsilon$; $R = R_2$. Обчислено максимальні контактні тиски.

Результати розв’язку задачі наведено на рис. 4.11 – 4.13 у вигляді залежностей зміни відносних тисків $\tilde{p} = p(0,\delta) / p(0,0)$ чи $\tilde{p} = p(\lambda,\delta) / p(0,0)$, де $p(0,0)$ – максимальні контактні тиски при

$\delta_1 = \delta_2 = 0$. На рисунках прийнято таку нумерацію кривих: $0 - \delta_1 = 0$; $1 - \delta_1 = 0{,}1$ мм; $2 - \delta_1 = 0{,}2$ мм; $3 - \delta_1 = 0{,}3$ мм; $4 - \delta_1 = 0{,}4$ мм.

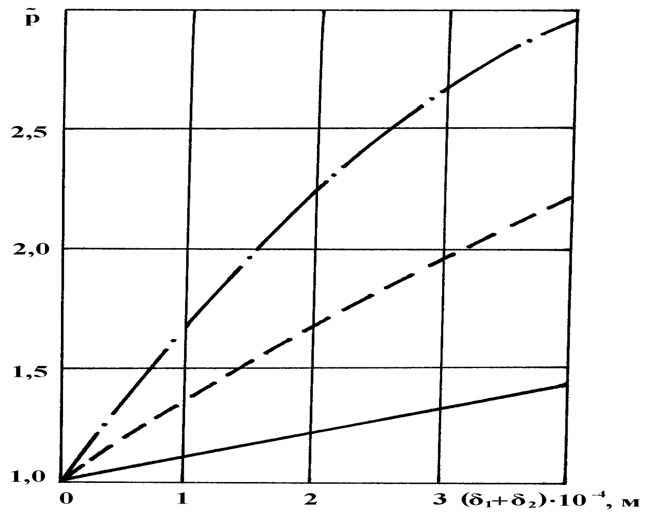


Рис. 4.11. Відносна зміна контактних тисків для схем (а) рисунків: суцільна лінія – схема на рис. 4.8а, штрихова – схема на рис. 4.9а, штрих-пунктирна – схема на рис. 4.10а

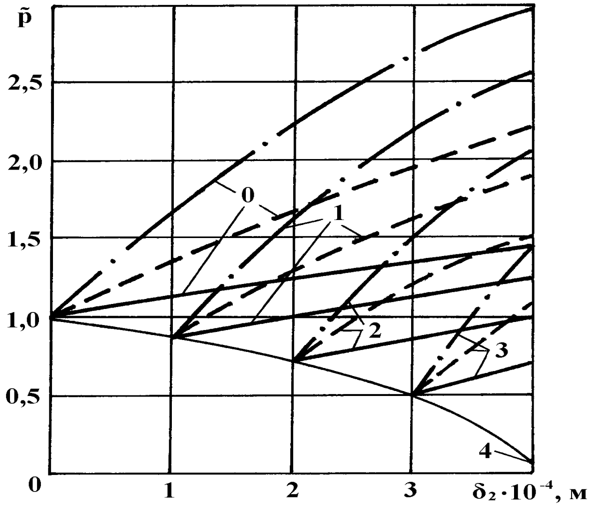


Рис. 4.12. Відносна зміна контактних тисків для схем (б) рисунків: суцільна лінія – схема на рис. 4.8б, штрихова – схема на рис. 4.9б, штрих-пунктирна – схема на рис. 4.10б

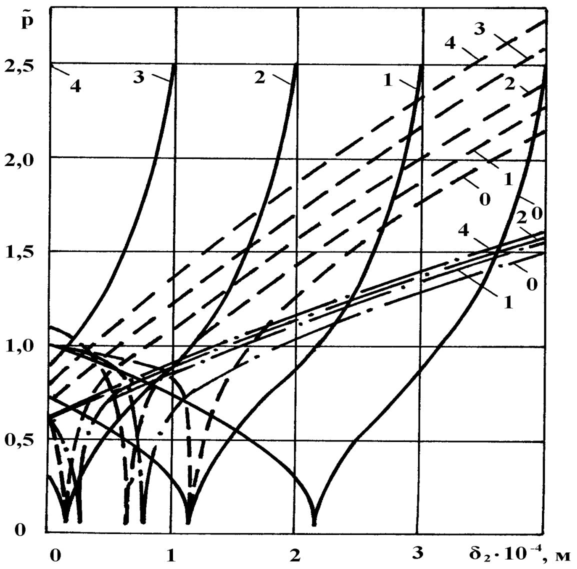


Рис. 4.13. Відносна зміна контактних тисків для схем (в) рисунків: суцільна лінія – схема на рис. 4.8в, штрихова – схема на рис. 4.9в, штрих-пунктирна – схема на рис.4.10в

Аналіз поданих закономірностей свідчить про значний вплив огранення на відносну зміну максимальних контактних тисків в усіх досліджуваних з'єднаннях. У випадку однообластевого контакту спостерігається різний вплив огранення на $\tilde{p}$: зростання при збільшенні $\delta_1 + \delta_2$ – схеми (а) рисунків; зростання при $\delta_1 = \text{const}$, $\delta_2 = \text{var}$ і зменшення при $\delta_1 = \text{var}$, $\delta_2 = \text{var}$ — схеми (б) рисунків.

Для з'єднань зі змішаним контактом (рис. в) при однообластевому контакті (ліві вітки кривих) спостерігається зниження $\tilde{p}$ і їх зростання при двообластевому контакті (праві вітки кривих). При реалізації двообластевого контакту також суттєво різним буде характер зміни $\tilde{p}$ у з'єднанні з овальними, тригранними і чотиригранними контурами, що, відповідно, показано на рис. 4.13.

4.2. Мішаний контакт при косому розташуванні тіл з ограненням

4.2.1. Контактні тиски у з'єднанні тіл з овальністю

У попередньому розділі подано дві схеми з'єднань тіл з овальністю (рис. 2.6, 2.7), у яких при обертанні диску виникає асиметричний (косий) контакт. При цьому у з'єднанні, поданому на рис. 2.7 (схема 3), буде лише однообластевий контакт. Натомість у з'єднанні, поданому на рис. 2.6 (схема 28), залежно від розташування диска в отворі можливою є реалізація асиметричного (косого) однообластевого чи двообластевого контакту.

Числовий розв'язок задачі проведено за вихідних даних, поданих у п. 4.1.2.2. Результати обчислень при R_2 = 25 мм подано на рис. 4.14 (однобластевий контакт) та на рис. 4.15 (мішаний контакт).

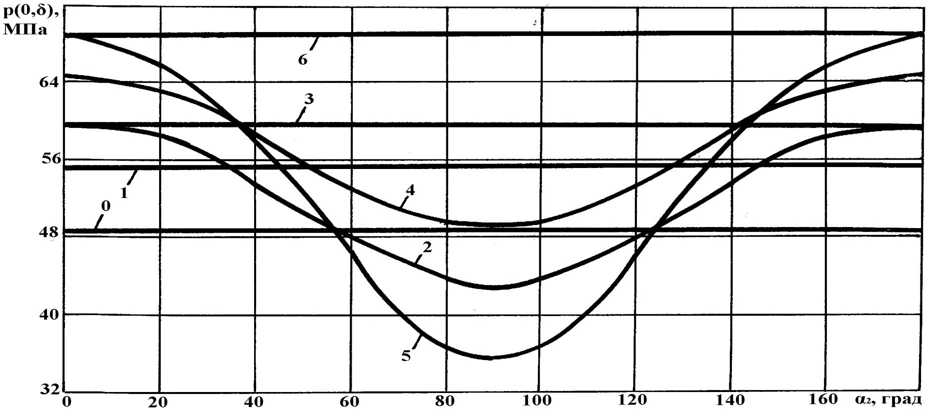


Рис. 4.14. Залежність максимальних контактних тисків від кута повороту диска (схема 3): 0 – $\delta_1 = \delta_2 = 0$; 1 - δ_1 = 0,1 мм, δ_2 = 0; 2 – $\delta_1 = \delta_2$ = 0,1 мм; 3 – δ_1 = 0,2 мм, δ_2 = 0; 4 – δ_1 = 0,2 мм, δ_2 = 0,1 мм; 5 – $\delta_1 = \delta_2$ = 0,2 мм; 6 – δ_1 = 0,4 мм, δ_2 = 0

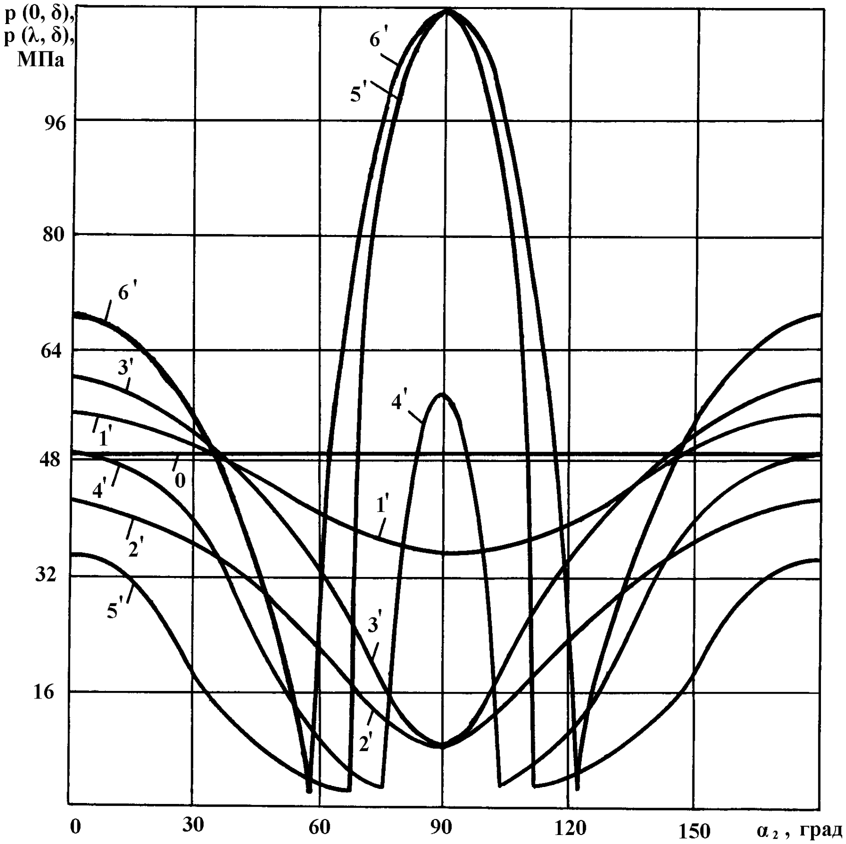


Рис. 4.15. Залежність максимальних контактних тисків від кута повороту диска (схема 28): 0 – $\delta_2 = \delta_1 = 0$; 1' – $\delta_2 = 0{,}1$ мм, $\delta_1 = 0$; 2' – $\delta_2 = \delta_1 = 0{,}1$ мм; 3' – $\delta_2 = 0{,}2$ мм, $\delta_1 = 0$; 4' – $\delta_2 = 0{,}2$ мм, $\delta_1 = 0{,}1$ мм; 5' – $\delta_2 = \delta_1 = 0{,}2$ мм; 6' – $\delta_2 = 0{,}4$ мм, $\delta_1 = 0$

При повертанні диска з овальністю спостерігається зменшення тисків при $0 \leq \alpha_2 \leq 90^0$. У подальшому при $90^0 < \alpha_2 \leq 180^0$ їх величини зростають. Отже, упродовж одного оберту максимальні контактні тиски $p(0, \delta)$ двічі досягають максимальних і мінімальних значень. У загальному зростання овальності отвору спричиняє збільшення контактних тисків.

Для схеми з’єднання, поданої на рис. 2.6, із мішаним контактом перехід від зони однообластевого до зони двообластевого співдотику визначається кутом α_{2*} з умови

$$\Sigma_{\delta} = 1 - \frac{\delta_1}{2\varepsilon} D_1(\alpha) - \frac{\delta_2}{2\varepsilon} D_2(\alpha) = 0,$$

де $\alpha_{1,}$ α_2 — в кути розташування отвору і вала відносно осі O_1x_1; $\alpha_1 = 0$ — отвір з овальністю розташовано горизонтально (рис. 2.7); $\alpha_1 = 90^0$ — отвір з овальністю розташовано вертикально (рис. 2.6); $\alpha_2 = 0$ — овальний диск (шип вала) розташовано вертикально (рис. 2.7), $0 \le \alpha_2 \langle 90^0$ — розташований косо, $\alpha_2 = 90^0$ — розташований горизонтально (рис. 2.6).

У цьому випадку контактної взаємодії тіл при повороті диска зміна кута α_2 призводить зміни не тільки максимальних контактних тисків $p(0,\delta)$ чи $p(\lambda,\delta)$, а й виду співдотику. Лише при δ_2 = δ_1 = 0 (контури колового перерізу) тиски $p(0,0)$ (лінія 0) не змінюються при зміні кута α_2. При певних значеннях величин некруглості δ_2 і δ_1 (криві 1', 2', 3') тіл буде мати місце лише однообластевий контакт, а при інших їх значеннях (криві 4' – 6') буде одно- дво- однообластевий контакт. У цьому випадку при $\alpha_2 \le \alpha_{2*}$ ще буде однообластевий контакт і тиски матимуть мінімальну величину $p(0,\delta)_{\min} = 0,6N/R = 2,4$ МПа. Далі при $\alpha_2 \rangle \alpha_{2*}$ розпочинається зона однообластевого контакту. Овальність диска при його повертанні в отворі спричиняє циклічну зміну максимальних контактних тисків, як подано на рис. 4.14, 4.15. Їх амплітуда у мішаному контакті (графіки 4', 5', 6') є дуже значною.

4.2.2. Контактні тиски у з'єднанні тіл з огранениям

Досліджуються такі з'єднання тіл з різним огранениям контурів (табл. 2.1, 2.2):

- схема 17 (рис. 2.2б, 2.3в): диск з овальністю ($D_2^{(2)} = 1 + 3\cos 2\alpha$) — отвір з тригранністю ($D_1^{(3)} = 1 - 8\cos 3\alpha$);

- схема 24 (рис. 2.2б, 2.4в): диск з овальністю ($D_2^{(2)} = 1 + 3\cos 2\alpha$) — отвір з чотиригранністю ($D_1^{(4)} = 1 - 15\cos 4\alpha$);

- схема 20 (рис. 2.2б, 2.3а): диск з овальністю ($D_2^{(2)} = 1 + 3\cos 2\alpha$) — отвір з тригранністю ($D_1^{(3)} = 1 + 8\cos 3\alpha$);

- схема 26 (rys. 2.2б, 2.4а): диск з овальністю ($D_2^{(2)} = 1 + 3\cos 2\alpha$) — отвір з чотиригранністю ($D_1^{(4)} = 1 + 15\cos 4\alpha$).

У з'єднаннях 17 та 24 буде однообластевий контакт, а у з'єднаннях 20 та 26 – мішаний (одно – дво – однообластевий). Результати обчислень відповідно подано на рис. 4.16 — 4.19.

У досліджених з'єднаннях зі зростанням складності огранення отвору спостерігається збільшення контактних тисків $p(0,\delta)$. Закономірності їх зміни є подібними як у з'єднанні 3 тіл з овальністю (рис. 4.14).

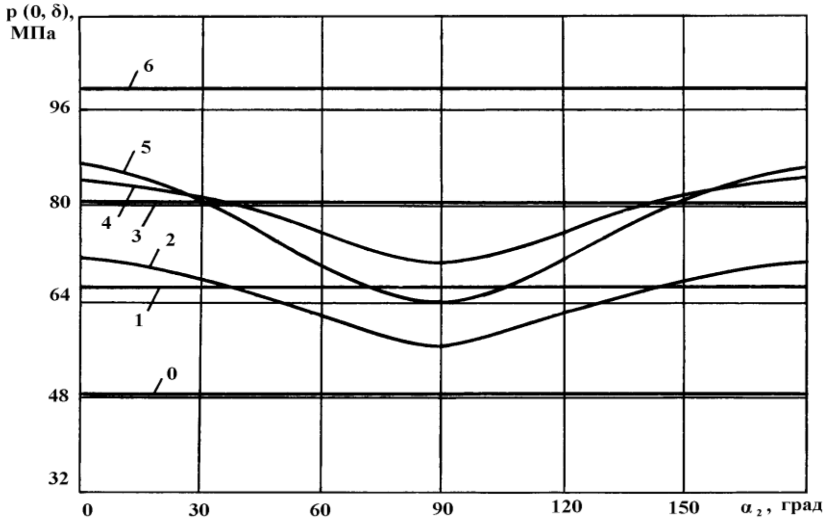


Рис. 4.16. Залежність максимальних контактних тисків від кута повороту диска: (схема 17)

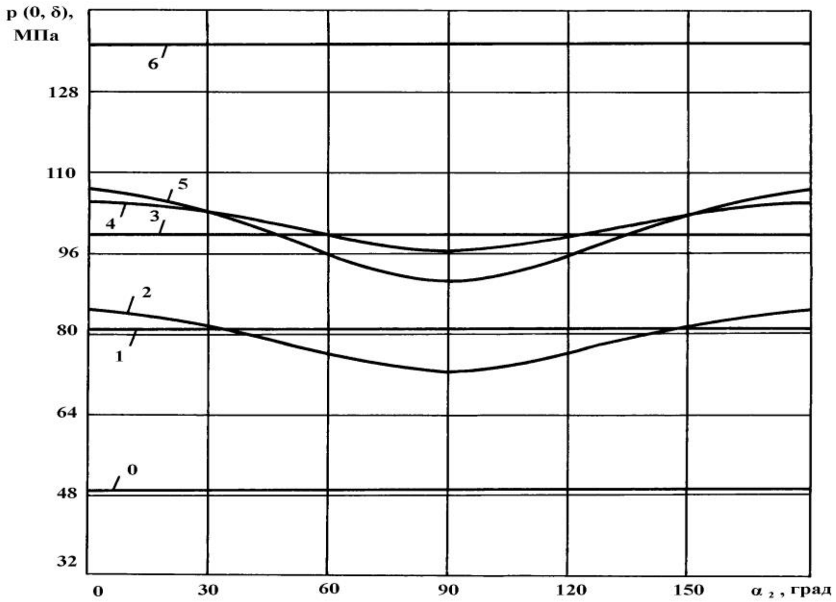


Рис. 4.17. Залежність максимальних контактних тисків від кута повороту диска: (схема 24)

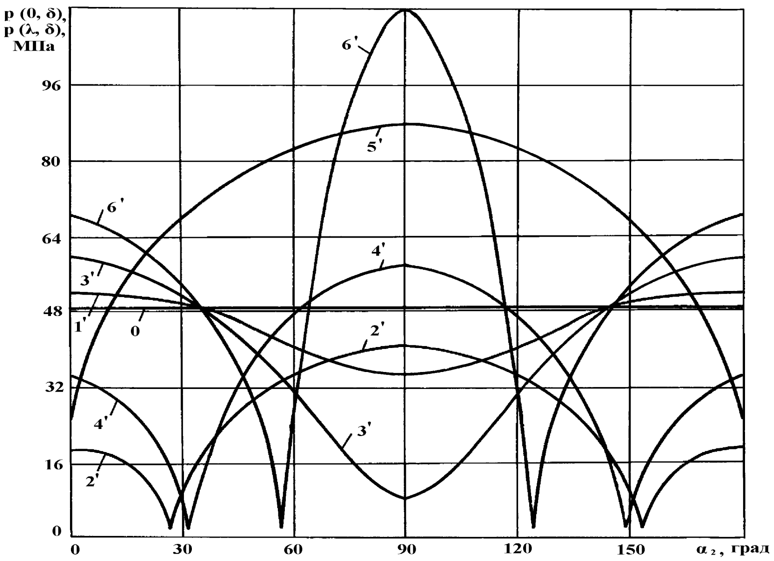


Рис. 4.18. Залежність максимальних контактних тисків від кута повороту диска: (схема 20)

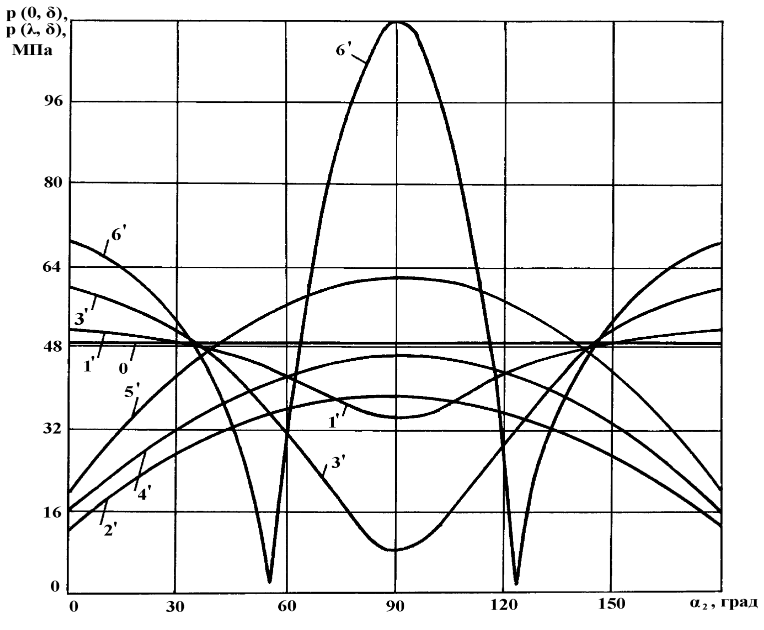


Рис. 4.19. Залежність максимальних контактних тисків від кута повороту диска: (схема 26)

Результати, подані на рис. 4.15 (схема 2), на рис. 4.18 (схема 20) та на рис. 4.19 (схема 26) частково є подібними. Однак зростання складності огранення контурів тіл по-різному впливає як на величину контактних тисків, так і на вид контакту. Нижче подано графіки зміни максимальних контактних тисків у вказаних з’єднаннях для прийнятих величин огранення тіл.

У випадку колового отвору та диска з овальністю, тригранністю, чотиригранністю вид огранення практично не впливає на рівень контактних тисків (рис. 4.20).

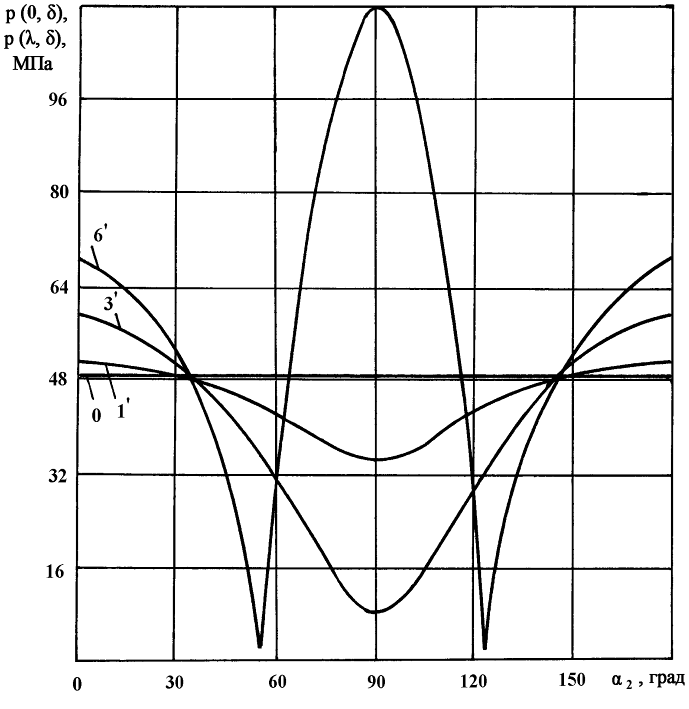


Рис. 4.20. Зміна контактних тисків у з’єднаннях диска з овальністю з коловим отвором: 0 – $\delta_2 = \delta_1 = 0$; $1'$ – $\delta_2 = 0{,}1$ мм, $\delta_1 = 0$; 3' – $\delta_2 = 0{,}2$ мм, $\delta_1 = 0$; 6' – $\delta_2 = 0{,}4$ мм, $\delta_1 = 0$

У випадку, коли $\delta_2 = \delta_1 = 0{,}1$ мм, реалізується: однообластевий контакт (тіла з овальністю – суцільна лінія), одно- дво- однообластевий контакт (диск з овальністю, отвір з тригранністю – штрихпунктирна лінія), двообластевий контакт (диск з овальністю, отвір з чотиригранністю – штрихова лінія) — рис. 4.21.

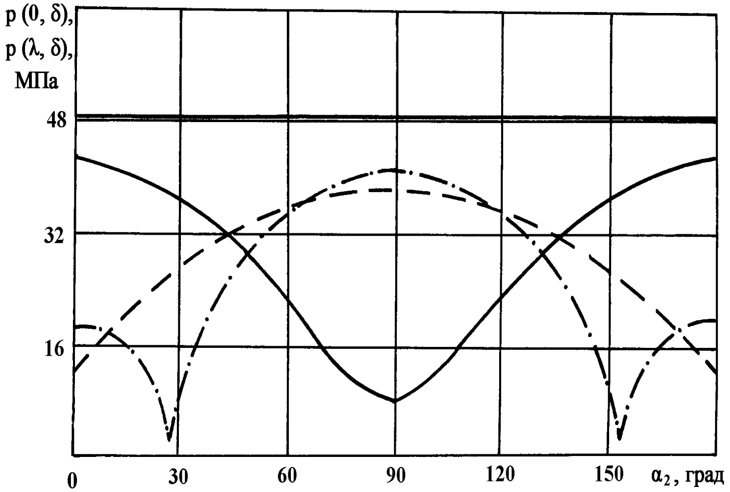


Рис. 4.21. Зміна контактних тисків у з’єднаннях тіл з ограненням

Коли $\delta_2 = 0{,}2$ мм і $\delta_1 = 0{,}1$ мм одно- дво- однообластевий контакт реалізується у двох з’єднаннях – диск і отвір з овальністю та диск з овальністю і отвір з тригранністю. Двообластевий контакт буде у з’єднанні диск з овальністю і отвір з чотиригранністю (рис. 4.22).

Коли $\delta_2 = 0{,}2$ мм і $\delta_1 = 0{,}2$ мм одно- дво- однообластевий контакт реалізується у одному з’єднанні – диск і отвір з овальністю, а у двох інших з’єднаннях буде двообластевий контакт (рис. 4.23).

Отже, слід обов’язково враховувати вплив відхилень контурів циліндричних тіл від колового перерізу як у статичних, так і в квазістатичних з’єднаннях.

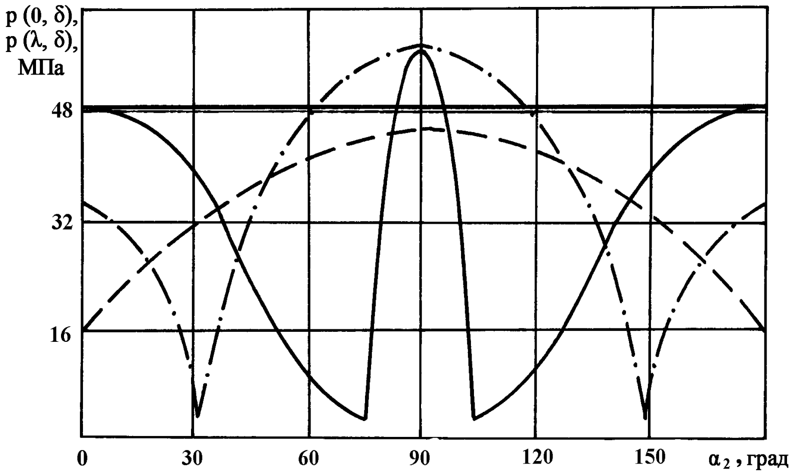


Рис. 4.22. Зміна контактних тисків у з'єднаннях тіл з огранення́м

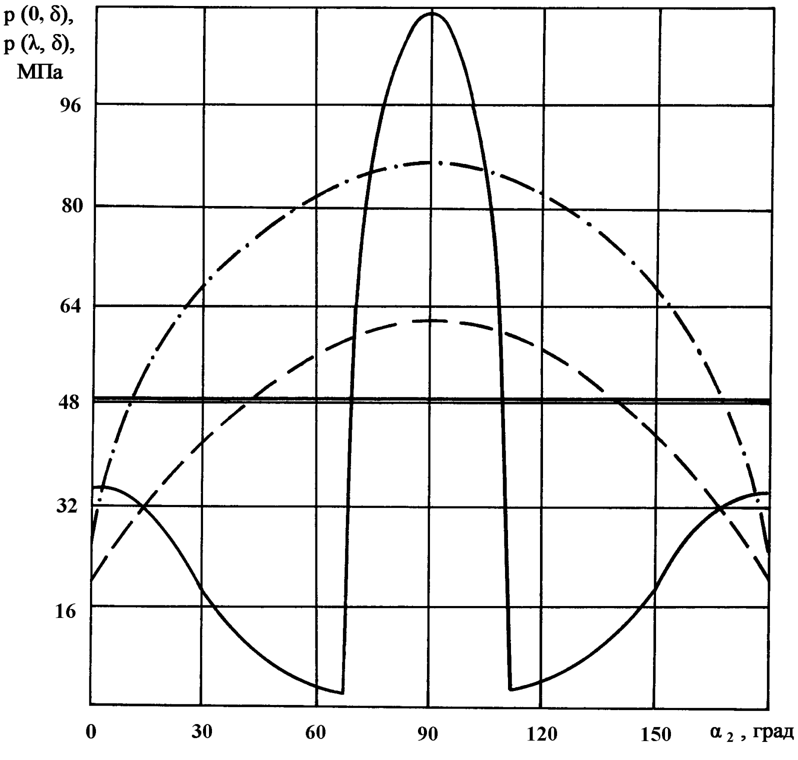


Рис. 4.23. Зміна контактних тисків у з'єднаннях тіл з огранення́м

4.3. Вплив жорсткості тіл з овальністю на параметри контакту

Для з’єднання диск з овальністю (рис. 2.5) в коловому отворі характеристики некруглості $D_1^{(1)}=1, D_2^{(2)}(\alpha)=1+3\cos 2\alpha.$. Контактні тиски $p(\tilde{\alpha},\delta)$ розраховуються за рівнянням (2.66). З метою його наближеного розв’язку використовується метод колокації з функцією контактного тиску у вигляді

$$p(\tilde{\alpha},\delta)\approx(C_0+C_2\mathrm{tg}^2\frac{\tilde{\alpha}-\lambda}{2})\sqrt{\mathrm{tg}^2\frac{\gamma}{2}-\mathrm{tg}^2\frac{\tilde{\alpha}-\lambda}{2}}, \qquad (4.13)$$

де C_0, C_2 – невідомі коефіцієнти колокації.

Вводячи у (4.13) заміну змінних $\mathrm{tg}[(\tilde{\alpha}-\lambda)/2]=y$, $\mathrm{tg}[(\tilde{\Theta}-\lambda)/2]=x$ по перетвореннях рівняння для контактних тисків $p(\tilde{\alpha},\delta)$ зводиться до вигляду (4.14):

$$\frac{1}{\pi}\int_{-a_0}^{a_0}\frac{p'(2\mathrm{arctg}x,\delta)}{x-y}dx+\frac{2}{\pi}\frac{1-y^2}{1+y^2}\int_{-a_0}^{a_0}\frac{(1-y^2)p(2\mathrm{arctg}y,\delta)}{(1+y^2)^2}dy+$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int_{-a_0}^{a_0}\frac{p(2\mathrm{arctg}y,\delta)}{1+y^2}dy-\frac{1}{\pi}\int_{-a_0}^{a_0}\frac{yp'(2\mathrm{arctg}y,\delta)}{1+y^2}dy= \qquad (4.14)$$

$$=\frac{2\varepsilon G}{R(1+\kappa)}[1-\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}D_1(\xi)-\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon}D_2(\xi)],$$

де $a_0=\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}, \xi=\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}, 0\le\alpha\le\pi/2$, ε_1=0,5δ_1, ε_2=0,5δ_2;

$$D_1^{(1)}(\xi)=1,\ D_2^{(2)}(\xi)=\left(4-16\xi^2+4\xi^4\right)\left(1+\xi^2\right)^{-2},$$

$$p(\operatorname{arctg} y,\delta)\approx(C_0+C_2y^2)\sqrt{a_0^2-y^2}. \qquad (4.15)$$

Підставляючи у (4.14) функцію (4.15), після обчислення інтегралів отримано таку систему двох алгебраїчних рівнянь для визначення коефіцієнтів колокації C_o, C_2:

$$C_0A_{01}(y_1)+C_2A_{21}(y_1)=-\frac{\varepsilon G}{R(1+\kappa)}[1-\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}D_1(\xi_1)-\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon}D_2(\xi_1)],\quad i=1;2\ ,$$

$$C_0A_{02}(y_2)+C_2A_{22}(y_2)=-\frac{\varepsilon G}{R(1+\kappa)}[1-\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}D_1(\xi_2)-\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon}D_2(\xi_2)], \qquad (4.16)$$

$$A_{0i}(y_i)=-\frac{1}{4}(1+y_i^2)+\frac{(\tilde{b}-1)(1-y_i^2)}{\tilde{b}(1+y_i^2)}+\frac{\tilde{b}-1}{4},\quad \tilde{b}=\sqrt{a_0^2+1},$$

$$A_{2i}(y_i)=0{,}125(a_0^2-6y_i^2)(1+y^2)+0{,}125(\tilde{b}-1)^2+ \qquad (4.17)$$

$$+\frac{[4a_0^2-(a_0^2+6)\tilde{b}+6](1-y_i^2)}{2\tilde{b}(1+y_i^2)}.$$

де $y_1=0,\ y_2=0{,}65\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2};\quad \xi_1=0,\ \xi_2=\theta+0{,}65\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}$ – вузли колокації.

Півкут контакту γ визначається з виразу:

$$N = 2\pi R(C_0\tilde{A}_0 + C_2\tilde{A}_2), \tag{4.18}$$

де $\tilde{A}_0 = 1 - \tilde{b}^{-1}, \tilde{A}_2 = 0,5\tilde{b}^{-1}[a_0^2(4-\tilde{b}) + 6(1-\tilde{b})]$.

У випадку різних пружних властивостей матеріалів тіл у з’єднанні, тобто коли $G_1 \neq G_2$ та $\nu_1 \neq \nu_2$, вирази для $A_{0i}(y_i)$ і $A_{2i}(y_i)$ будуть:

$$A_{0i}(y_i) = \pi R\{-s_1(1+y_i^2) + s_2\pi^{-1}\sqrt{a_0^2 - y_i^2} + s_3(\tilde{b}-1) + \tag{4.19}$$

$$+s_4\frac{(\tilde{b}-1)(1-y_i^2)}{\tilde{b}(1+y_i^2)}\},$$

$$A_{2i}(y_i) = \pi R\{s_1(a_0^2 - 6y_i^2)(1+y^2) + s_2\pi^{-1}y_i^2\sqrt{a_0^2 - y_i^2} +$$

$$+0.5s_3(\tilde{b}-1)^2 + \frac{[4a_0^2 - (a_0^2+6)\tilde{b} + 6](1-y_i^2)}{2\tilde{b}(1+y_i^2)},$$

де $s_1 = \pi Rk_1$, $s_2 = Rk_2$, $s_3 = 2\pi Rk_3$, $s_4 = 2\pi Rk_4$; k_1, k_2, k_3, k_4 згідно з (2.34); у цьому випадку у системі рівнянь (4.16) не належить враховувати G/(1+к).

Числовий розв’язок задачі проведено при таких даних: N = 0.01; 0.1; 1.0 МН; R = 25 мм, ε = 0.11; 0.21; 0.41; 0.51 мм; $\delta_1 = 0$; $\delta_2 = 0$; 0,05; 0,1; 0,2; 0,4 мм; $G_2 = 8\cdot10^4$ МПа; $\nu_2 = 0,3$; $G_2/G_1 = 0$; 0.5; 1; 2; 5; ∞; $\nu_1 = \nu_2$. Коли $G_2/G_1 = 0$, то $G_1 = 8\cdot10^4$ МПа; = 0,3; $G_2 = \infty$; $\nu_2 = 0$; коли $G_2/G_1 = 0$, то $G_2 = 8\cdot10^4$ MPa; $\nu_2 = 0,3$; $G_1 = \infty$; $\nu_1 = 0$.

Результати оцінки впливу жорсткості на параметри контакту подано у вигляді номограм $p(0,\delta_2) \sim \delta_2$ та $p(\lambda,\delta_2) \sim \delta_2$; $\gamma \sim \delta_2$ (рис. 4.24 – 4.27). На рисунках ліві вітки графіків відносяться до однообластевого контакту, а праві – до двообластевого.

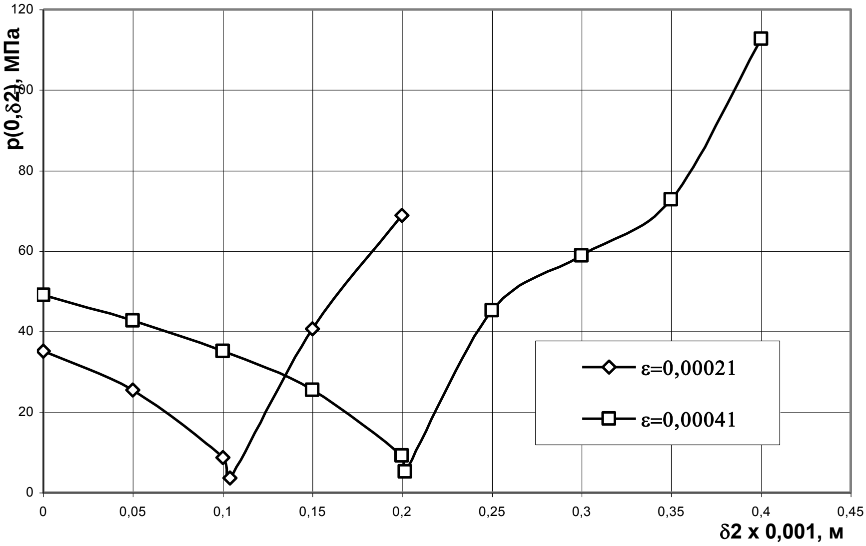


Рис. 4.24. Вплив овальності на максимальні контактні тиски: N = 0.1 МН, $G_2/G_1 = 1$, R =0.025 м; ε (м)

Зменшення жорсткості диска призводить до зниження контактних тисків та збільшення кутів контакту. У випадку, коли одне з тіл є абсолютно жорстким, то тиски суттєво зростатимуть.

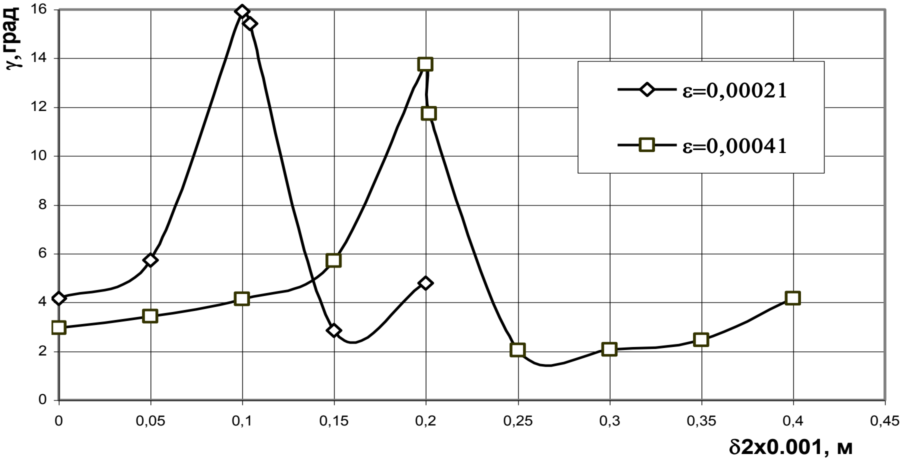


Рис. 4.25. Вплив овальності на півкут контакту

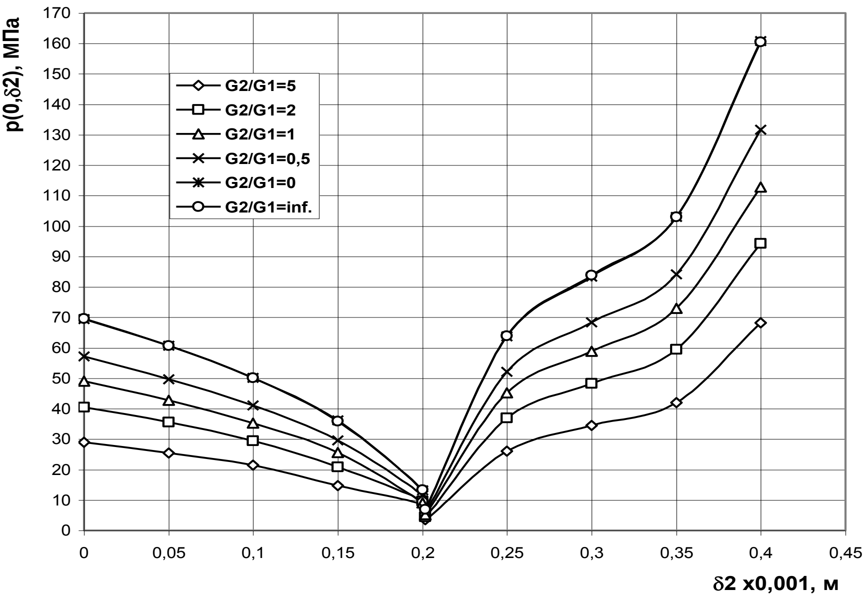


Рис. 4.26. Вплив жорсткості тіл на максимальні контактні тиски: ε = 0.41 мм

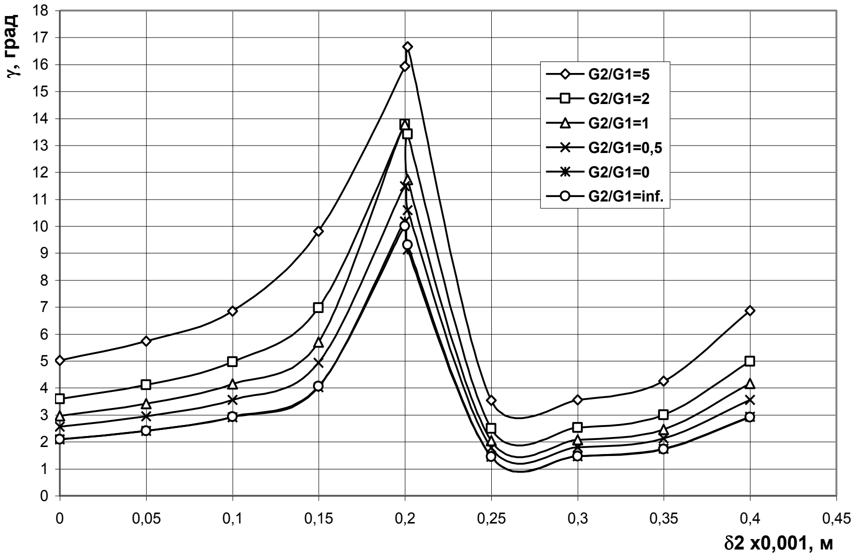


Рис. 4.27. Вплив жорсткості тіл на півкути контакту

Вплив навантаження N на максимальні тиски подано на рис. 4.28.

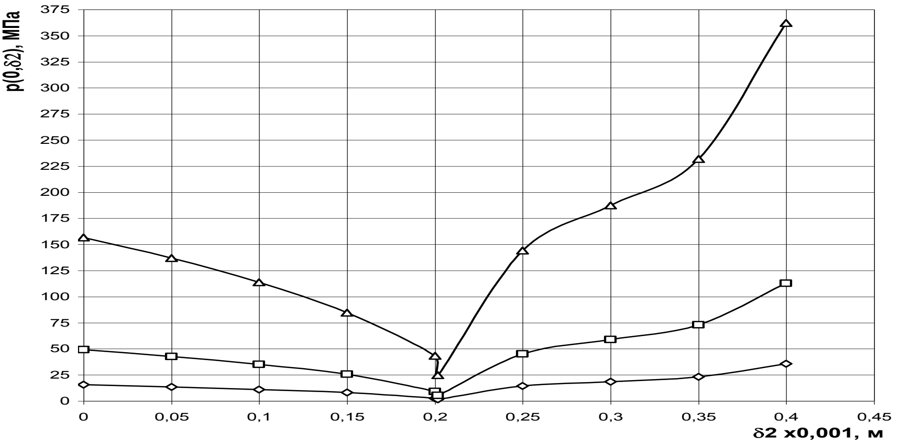


Рис. 4.28. Вплив навантаження N на максимальні контактні тиски при ε = 0.41 mm: верхній графік — N = 1 MH, середній — N = 0.1 MH, нижній — N = 0.01 MH

Зміна початкового кута співдотику Θ ≡ λ від величини радіального зазору ε та овальності δ_2 показана на рис. 4.29.

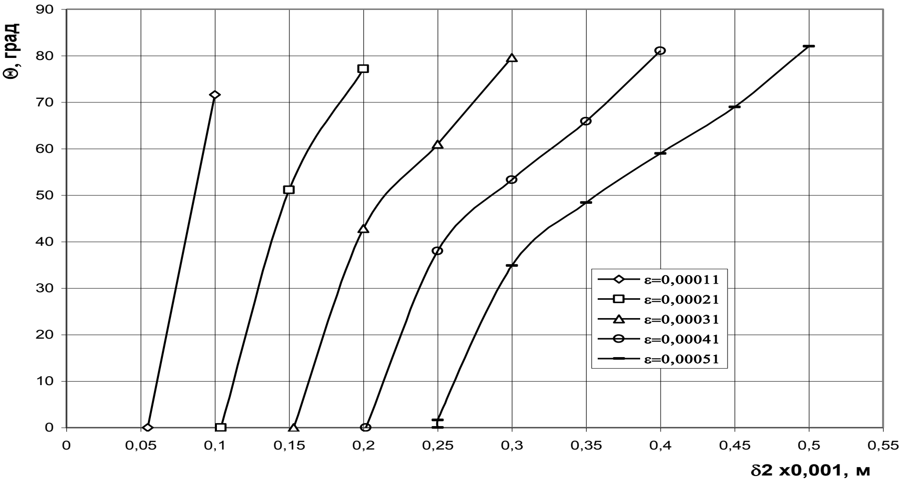


Рис. 4.29. Вплив жорсткості тіл на кут співдотику тіл: N=0.1 MH, G_2/G_1 =1, R=25 мм

На рис. 4.30, 4.31 подано відносну зміну максимальних контактних тисків та півкута контакту у з’єднанні диска з овальністю у порівнянні із з’єднанням тіл колового перерізу при їх різній жорсткості.

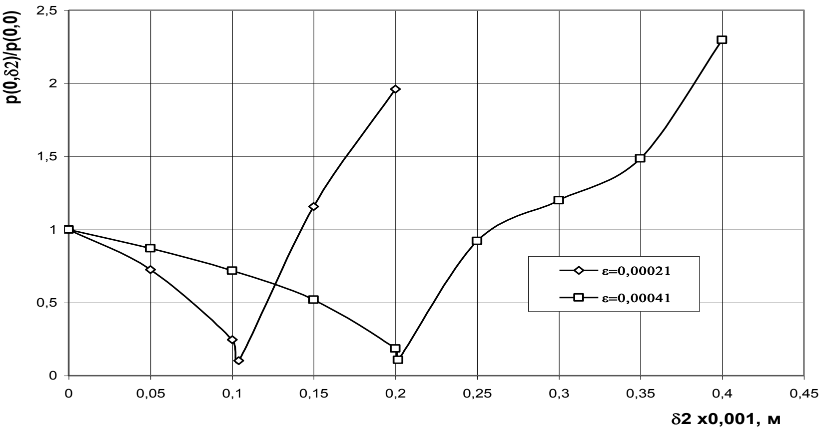


Рис. 4.30. Вплив овальності на зміну контактних тисків

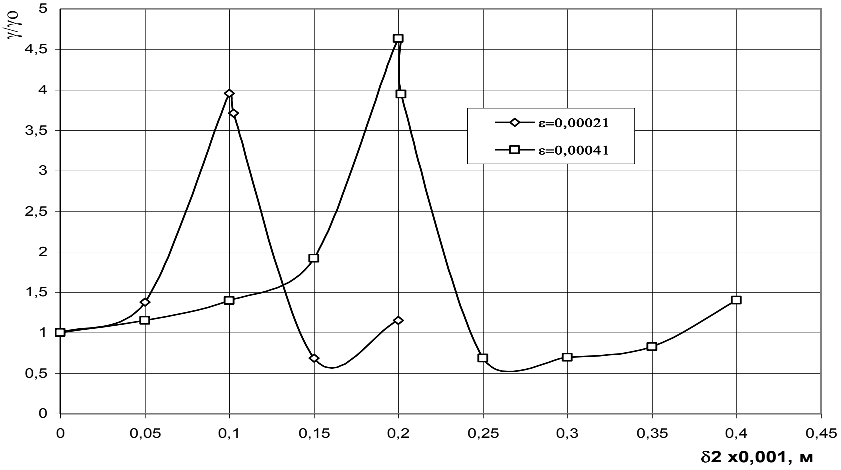


Рис. 4.31. Вплив овальності на зміну півкутів контакту

Встановлено, що відносна зміна максимальних контактних тисків та півкутів контакту має однаковий кількісний і якісний характер, як подано на рис. 4.30, 4.31, незалежно від відношення жорсткостей тіл при усіх величинах радіального зазору.

РОЗДІЛ 5

МОДЕЛЮВАННЯ ЗНОШУВАННЯ ПРИ ТЕРТІ КОВЗАННЯ

З інженерної практики відомо, що причиною втрати роботоздатності машин і механізмів у 90 – 95 % є зношування їх рухомих з'єднань. Тому встановленню закономірностей кінетики зношування, розвитку методів його аналітичного дослідження у вузлах тертя машин – визначенню їх ресурсу чи зношування, розв'язку відповідних зносоконтактних задач присвячена значна кількість публікацій. Однак, з огляду на складність фізико-хімічних та механічних процесів, що відбуваються при зношуванні, це зумовлює необхідність подальших досліджень, зокрема у галузі моделювання трибоконтактної взаємодії.

З 1940 року, коли Хольмом вперше подано залежність для оцінки зношування при терті ковзання, до сьогоднішнього дня запропоновано чимало теоретичних та емпіричних залежностей для опису кінетики різних видів зношування. Зокрема Г. Менг та К. Людема [118] провели аналіз понад 300 залежностей для опису тертя і зношування, опублікованих протягом 1957─1992 років у журналі "Wear" та матеріалах конференцій "Wear of materials". З них понад 180 стосуються різних видів зношування. Однак і надалі відсутні достатньо ефективні узагальнені методи оцінки зношування і довговічності трибосистем ковзання. Тому дослідження у цьому напрямі продовжуються.

5.1. Основні поняття і трибологічні характеристики

Трибологія – це наука, що займається описом процесів тертя, зношування та мащення у рухомому контакті твердих деформівних тіл.

5.1.1. Тертя і зношування

5.1.1.1. Тертя і його види

Між двома поверхнями, що стикаються, виникає сила тертя спокою, яка має молекулярно-механічну природу.

Якщо переміщувати два співдотичні тіла, то виникатиме опір цьому переміщенню, який називається силою тертя руху (кінетичне тертя). Воно зумовлене взаємним притяганням молекул поверхневих шарів тіл та механічним зачепленням мікронерівностей на їх поверхнях. Відомо також, що в зоні стику нерухомих тіл виникає сила тертя спокою (статичного тертя).

Тертя класифікується за такими ознаками [6, 27]:

1) за видом взаємного руху тіл: тертя ковзання, кочення, вертіння;

2) за наявністю (відсутністю) різноманітних мастильних речовин у зоні стику поверхонь: сухе тертя (мастильні матеріали відсутні), напівсухе (незначна кількість мастила), граничне (шар оливи має товщину декількох молекул), напіврідинне або змішане (сухе + граничне), рідинне (поверхні не стикаються, і тертя відбувається між шарами оливи);

3) при наявності сторонніх частинок (пісок, пил, зміцнені продукти зношування) у зоні стику виникає сухе абразивне тертя, масляно-абразивне, гідроабразивне, газоабразивне;

4) за місцем локалізації процесу тертя: зовнішнє, що виникає у зоні стику зовнішніх поверхонь, внутрішнє тертя, що виникає між шарами оливи, рідини, рідкого металу чи в металі під час деформації

Кількісно процес тертя ковзання характеризується силою тертя F та коефіцієнтом тертя ковзання f. Вони є взаємопов'язаними законом Амонтона-Кулона

$$F = fN, \tag{5.1}$$

де N – нормальна реакція (навантаження).

У процесі лабораторних досліджень величину f встановлюють для різних металів пар тертя і зовнішніх умов.

У випадку тертя кочення характеристикою процесу є коефіцієнт тертя кочення k. Також тут використовується коефіцієнт опору коченню

$$f_k = k / R, \tag{5.2}$$

де R – радіус тіла кочення.

5.1.1.2. Зношування і його види

Процес руйнування поверхневих шарів елементів триботехнічної системи, що виникає при терті, називається зношуванням. Він характеризується поступовою зміною початкових розмірів і форми зношуваних елементів, спричиненою втратою маси співдотичних поверхонь. Зношування є процесом кумуляції (накопичення) пошкоджень поверхневого шару матеріалу.

Зношування як процес поверхневого руйнування матеріалу зазвичай зумовлене механічною взаємодією спряжених поверхонь при їх взаємному переміщенні. Основні причини зношування це:

- пружні чи пластичні деформації мікронерівностей і їх зминання;
- утворення на поверхні тертя плівок оксидів різного хімічного складу, які мають підвищену крихкість, що призводить до їх

відшарування, відлому, викришування, тобто до утворення хімічно чистої поверхні, на якій знову швидко з'являються плівки оксидів спочатку незначної товщини, що з часом досягають критичної величини і проходить їх повторне руйнування і т. д.;

- шаржування (закріплення) часток одного матеріалу трибопари в поверхню іншого, що призводить до погіршення якості шаржованої поверхні, а на спряженій з нею поверхні при ковзанні виникають подряпини, які з часом накопичуються і стають причиною її руйнування внаслідок передеформування матеріалу (пружного, пружно-пластичного, пластичного);
- утворення адгезійних з'єднань з різною величиною когезії, яке призводить до руйнування матеріалів трибоспряження по лінії їх адгезійного зчеплення чи вириву основного матеріалу поза цією зоною;
- наявність у зоні тертя абразивних частинок, в т.ч. і зміцнених продуктів зношування, з міцністю, що перевищує міцність матеріалів трибопари; ці частинки можуть закріплюватись в одній з поверхонь, вільно переміщуватись у зазорі чи бути абразивною масою, з якою одна чи обидві поверхні контактуватимуть;
- наявність абразивних частинок у навколишньому середовищі – мастильному матеріалі або рідині, що протікає через трибосистему, чи потрапляє у неї, газовому чи повітряному оточенні.

Для кількісної оцінки зношування використовуються абсолютні та відносні характеристики. До абсолютних належать: лінійне зношування h (мкм, мм); масове зношування M (мг, г); об'ємне зношування V (мкм^3, мм^3).

Їх можна порівнювати лише при однаковому часі зношування t чи шляху тертя L. Якщо вони є неоднаковими, то використовуються відносні характеристики зношування (зносостійкості): швидкість зношування γ та інтенсивність зношування I.

Лінійні характеристики зношування визначаються так:

$$\gamma_h = \frac{h}{t}, \quad I_h = \frac{h}{L}. \tag{5.3}$$

Через масове та об’ємне зношування їх обчислюють за формулами

$$\gamma_M = \frac{M}{t}, \quad I_M = \frac{M}{L}, \tag{5.4}$$

$$\gamma_V = \frac{V}{t}, \quad I_V = \frac{V}{L}. \tag{5.5}$$

Для усталеного процесу зношування зв’язок характеристик зношування є таким:

$$h = \frac{M}{\rho A_T}, \quad h = \frac{V}{A_T}; \tag{5.6}$$

$$M = h\rho A_T, \quad M = \rho V; \tag{5.7}$$

$$V = hA_T, \quad V = \frac{M}{\rho}. \tag{5.8}$$

де ρ – густина зношуваного матеріалу; $A_т$ – поле зношування.

Між швидкістю та інтенсивністю лінійного зношування існує простий взаємозв'язок

$$I_h = \frac{\gamma_h}{v}, \quad \gamma_h = I_h v. \tag{5.9}$$

де $v = L/t$ – швидкість ковзання.

При визначенні інтенсивності зношування I_h матеріалів елементів триботехнічних систем слід врахувати кінематичні умови їх трибоконтактної взаємодії. Це пов'язано з тим, що шлях тертя для різних точок поверхонь, які зношуються, може бути однаковим або різним. Для врахування цієї обставини вводиться коефіцієнт взаємного перекриття K_t елементів трибосистеми. Тоді формула для I_h з урахуванням попередніх співвідношень (5.3), (5.7) набуде вигляду:

$$I_h = K_t \frac{M}{LA\rho}, \tag{5.10}$$

де $K_t = A/A_T$, $0 \langle K_t \leq 1$, A – номінальне поле контакту.

Залежно від зовнішніх умов (виду і величини навантаження, швидкості, температури, навколишнього середовища та інших чинників) можуть реалізуватися різні види та механізми зношування. Основні з них це:

1. Адгезійне, при якому шляхом руйнування адгезійних зв'язків пошкоджуються поверхневі шари матеріалів пари тертя. Механізм зношування – багатоциклова фрикційна втома.

2. Окисне, при якому після певного числа взаємодій проходить руйнування оксидних плівок, які формуються на поверхні. Механізм зношування – фрикційна втома різної інтенсивності.

3. Втомне, при якому поверхневі шари матеріалів елементів трибосистеми руйнуються під впливом змінних сил тертя (тертя ковзання) чи контактних напружень циклічної дії (тертя кочення). Механізм зношування – багатоциклова фрикційна втома.

4. Абразивне, при якому локальне руйнування матеріалу відбувається шляхом його мікрорізання абразивними частинками з числом циклів навантажень від одного до кількох сотень. Механізм сухого абразивного зношування – це малоциклова фрикційна втома, спричинена мікрорізанням та пластичним передеформуванням (борознуванням) матеріалу.

Абразивне зношування може бути сухим, при наявності мастильних матеріалів та струменем рідини чи газу, у якому містяться абразивні частинки (гідро- та газоабразивне зношування). У випадку гідро- чи газоабразивного зношування домінуючим механізмом руйнування матеріалу є фрикційна (середньо- та багатоциклова) втома, що спричинена, в основному, пружним деформування матеріалу абразивними частинками і частково подряпуванням поверхні, тобто мікрорізанням малої інтенсивності.

5. Корозійно-механічне, яке виникає при наявності агресивних середовищ у триботехнічній системі.

6. Ерозійне, яке полягає у локальному руйнуванні поверхневого шару матеріалу в результаті механічної та корозійної дії струменю твердих частинок чи рідини зі значною кінетичною енергією.

7. Кавітаційне, при якому виникає локальне руйнування матеріалу під впливом рідини, у якій утворюються газові пухирці, які при зростанні тиску розпадаються, спричиняючи дуже сильні удари частинок рідини при зіткненні з поверхнею.

Аналіз літературних джерел, що стосуються дослідження кінетики різних видів зношування, підтверджує кумулятивний характер цього виду процесів поверхневого руйнування, притаманний процесу втоми. Тому цілком обґрунтовано різні види зношування слід вважати процесами поверхневої втоми з різною швидкістю руйнування локальних об’ємів матеріалу поверхневого шару. Всі подані види зношування матеріалів зумовлені тертям, тому їх можна назвати процесами фрикційної (спричиненої тертям) втоми із різним числом руйнівних циклів напружень (дотичних чи нормальних), як на це вказувалось вище.

Таблиця 5.1. Характеристика основних видів зношування

Характер зношування	Вид зношування	Механізми	Вид руху	Вид тертя	Примітки
1	2	3	4	5	6
Механохімічне	Окисне Окисно-абразивне	Механічне руйнування вторинних структур I і II типу на поверхнях тертя після певного числа взаємодій, в т.ч. фрагментами вторинних структур як абразивних частинок та абразивними частинками	Ковзання Кочення	Сухе Граничне Змішане	Як правило інтенсивність зношування є малою
	Водневе	Механічне руйнування наводненого приповерхневого шару в результаті утворення численних мікротріщин, які, підростаючи, призводять до його зношування			
Механічне	Абразивне	Мікрорізання	Ковзан-ня	Сухе	Інтенсивність зношування є значною

	Втомне	Фрикційна (поверхнева) багатоциклова втома	Ковзання	Сухе Змішане Граничне Оливно-абразивне Гідроабразивне	Інтенсивність зношування є різною для різних видів
		Фрикційна малоциклова втома (передеформування матеріалу)	Ковзання	Сухе абразивне	Інтенсивність зношування є достатньо високою
	Піттінг (контакна втома) – лущення-викришування	Втомне руйнування під дією циклічних навантажень	Кочення Кочення з проковзуванням	Сухе Змішане Рідинне	Руйнування до пошкодження поверхні
	Деформаційне	Пластичне деформування поверхневих шарів	Ковзання Кочення	Сухе Змішане Граничне	Макропошкодження поверхні
Фізико-механічне	Адгезійне	Зчеплення, мікрозварювання з механічним руйнуванням адгезійних з’єднань	Ковзання	Сухе	Різна інтенсивність зношування залежно від місця руйнування з’єднань
	Теплове	Те ж саме із збільшеною інтенсивністю	Ковзання	Сухе	Пошкодження поверхні
Фізико-механохімічне	Фретінг (адгезійно-окисне)	Адгезійне зчеплення, окислювання та мікрорізання продуктами зношування	Ковзний осцилюючий з малою амплітудою	Сухе Змішане Граничне	Пошкодження поверхні

Процес зношування, як процес механо-фізико-хімічного руйнування матеріалів, може бути стабільним чи нестабільним, нормальним чи аварійним. Стабільним буде процес, при якому швидкість γ чи інтенсивність I_h зношування мають постійне значення.

Механічне зношування виникає у результаті циклічної взаємодії мікровиступів поверхонь (багатоциклова фрикційна втома) або внаслідок мікрорізання чи пластичних деформацій абразивними частинками (малоциклова фрикційна втома).

Фізичне руйнування виникає внаслідок адгезії співдотичних поверхонь елементів трибосистеми. Тут виникають процеси когезії, мікрорізання та дифузії. Під їх впливом поверхневий шар матеріалів трибопари зазнає руйнування і при цьому виникають частинки зношування.

Хімічне руйнування співдотичних поверхонь проявляється внаслідок окисного зношування. Воно може бути основним чи супутнім процесом.

5.2. Трибологічні (триботехнічні) системи

Трибологія (від грецького "tribos" – тертя), як наука, займається дослідженням і описом процесів контактної взаємодії деформівних тіл, що взаємно переміщуються. Областю трибологічних досліджень є процеси тертя, зношування та мащення.

Трибологічною системою називають систему, в якій відбуваються процеси контактної взаємодії деформівних тіл при терті. Трибологічні системи можуть бути механічними та немеханічними (наприклад, біологічними).

Найпростіша трибомеханічна (триботехнічна) система (рис. 5.1) містить такі складові: 1; 2 – контактуючі деталі (елементи), 3 – мастильний матеріал, 4 – зовнішнє середовище, 5 – захист системи.

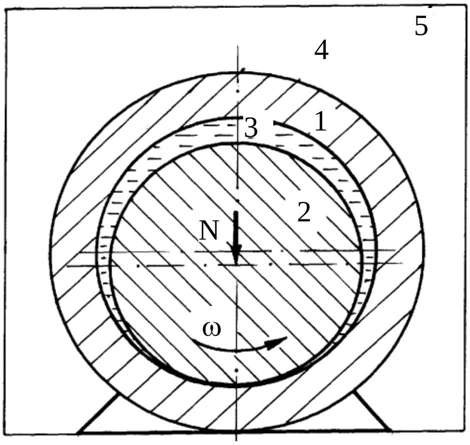


Рис. 5.1. Триботехнічна система ковзання

Триботехнічна система характеризується такими компонентами: технічною функцією TF, структурою S, сукупністю параметрів, які описують вхід X, вихід Y, збурення W та втрати Z (рис. 5.2).

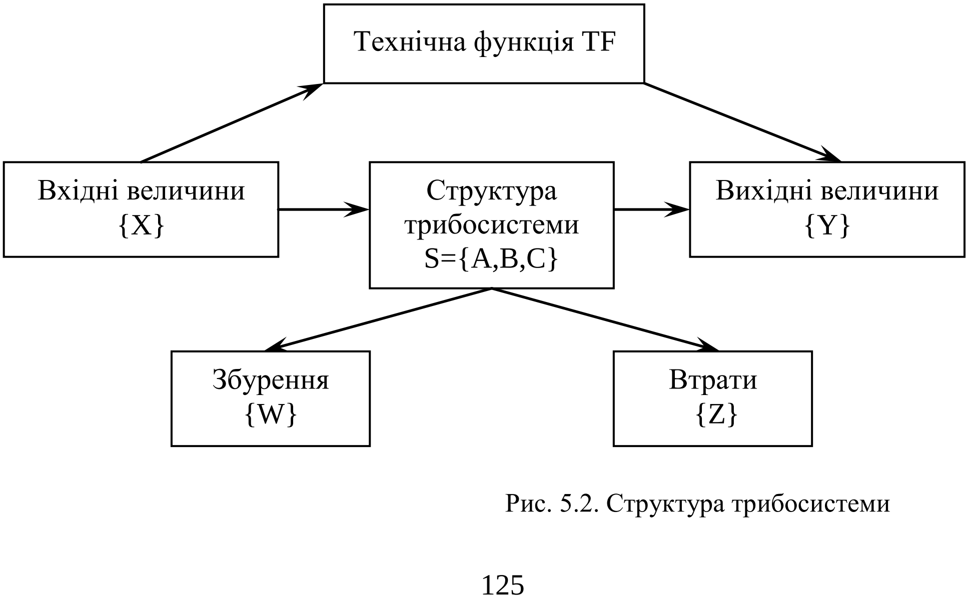


Рис. 5.2. Структура трибосистеми

Структура S системи охоплює: сукупність елементів, їх властивості, пов’язання (залежності) між елементами.

Вхід X системи описується такими параметрами: характером взаємного руху елементів; навантаженням чи його похідними – тиском, силою тертя, питомою силою тертя; швидкістю ковзання (проковзування); шляхом тертя; тривалістю роботи (довговічністю); умовами експлуатації; зовнішнім середовищем, іншими чинниками.

Вихід Y системи описується експлуатаційними величинами, які для кожної системи можуть бути як загальними, так і специфічними.

Збурення W у системі виникають внаслідок тепловиділення при терті; коливань, що зумовлені кінетичним тертям, рухом та зношуванням; забрудненням чи присутністю у зоні тертя частинок зношування.

Втрати Z у системі пов’язані із двома чинниками: із втратами енергії внаслідок тертя (характеризованої коефіцієнтом тертя ковзання, енергією тертя чи іншими параметрами) та втратою маси, що спричиняє зміну розмірів внаслідок зношування елементів (характеризованого різними абсолютними і відносними параметрами трибопроцесу).

Процеси контактно-фрикційної взаємодії відбуваються при таких функціях трибосистеми:

а) передаванні та зміні руху;

б) передаванні силового потоку (потужності);

в) генеруванні та репродукуванні (відтворенні) інформації;

г) обробці, перетворенні (формуванні) матеріалів та їх транспортуванні.

У таблиці 5.2 наведено приклади поширених трибосистем.

Таблиця 5.2. Трибологічні (трибомеханічні, триботехнічні) системи

Вхід X	Вихід Y	Основна технічна функція системи TF	Приклади систем чи процесів
Рух + робота	Рух	Передавання, перенесення чи зміна руху	підшипники, напрямні, зачеплення тертям, колесо-шлях, колесо-рейка, напрямні шпонкові та шліцеві з’єднання, гальма
	Робота (потужність)	Передавання силового потоку	різні види механічних передач (зубчасті, фрикційні, пасові, кулачкові, гвинтові)
	Інформація	Генерування	годинники, кулачкові механізми
		Репродукування	зчитуючі та друкуючі пристрої
Рух + матеріали	Матеріали	Транспортування	трубопроводи, пневмо- та гідросистеми
		Формування, переробка (подрібнення)	обробка різанням та пластичним деформуванням, переробка сировини різного виду

5.3. Методологія дослідження кінетики зношування при терті ковзання

Для розрахункової оцінки зношування і довговічності трибосистем ковзання та кочення з проковзуванням достатньо широке застосування знаходить розроблена [6, 72, 81] зазначена методологія для різних видів тертя (сухого, змішаного, граничного, сухого абразивного, абразивно – оливного, гідроабразивного). Її компонентами є:

а. Механічна модель процесу руйнування матеріалів при терті ковзання, якою обгрунтовано прийнято фрикційно-втомну модель.

б. Математична модель, у якій враховано основні закономірності мікро- і макромеханіки фрикційно-втомного руйнування.

в. Методика експериментального визначення прийнятого базового параметру математичної моделі.

г. Розрахунковий метод визначення початкових контактних тисків у циліндричних трибосистемах з урахуванням малого огранення їх елементів та їх зміни у результаті.

5.3.1. Механічна модель

Згідно з прийнятою концепцією фрикційної втоми, руйнування деформованих приповерхневих об’ємів матеріалів трибопари відбувається внаслідок повторних навантажень, які спричинені: особливостями трибоконтакту; неідеальністю взаємодії поверхонь; анізотропією фізичних властивостей приповерхневих шарів і їх зміною у процесі трибоконтактної взаємодії поверхонь; характером кінематичної взаємодії елементів трибосистеми. Внаслідок впливу цих чинників виникають дефекти типу тріщин, які після завершення докритичного росту, зливаються, утворюючи окремий фрагмент матеріалу – частку зношування.

При сприятливих умовах тертя та наявності мастильних матеріалів у зоні трибоконтакту кількість циклів навантаження, необхідних для відділення частки зношування, — значна, тобто цей процес є процесом фрикційно-втомного руйнування і реалізується при багатоцикловій фрикційній втомі ($> 10^4$ циклів). При важких режимах роботи в умовах сухого, сухого абразивного тертя кількість циклів навантажень є невеликою ($1 \ldots 10^2$), тобто реалізується малоциклова фрикційна втома.

Отже, представлення процесу зношування, незалежно від його виду, втомним процесом з різною швидкістю зношування матеріалу, дало підставу розглядати його кінетику з єдиної методологічної основи.

В основі цієї концепції фрикційно-втомного руйнування (зношування) при терті ковзання покладено гіпотезу, що швидкість (інтенсивність) фрикційного руйнування деформованого поверхневого шару залежить від рівня питомих сил тертя, які виникають у зоні трибоконтакту. Для різних умов тертя та матеріалів трибосистеми значення γ чи I_h є різними, але для однакових умов і того ж спряження повинні бути однаковими.

5.3.2. Узагальнена математична модель

Основоположна гіпотеза моделі є такою: швидкість *γ чи інтенсивність I_h лінійного зношування матеріалів трибосистеми залежить від величини питомих сил тертя τ, що виникають в області контакту.*

Описання кінетики зношування матеріалів у трибопарі проводиться на основі системи диференціальних рівнянь зношування:

$$\frac{dh_1}{dt} = v\Phi_1^{-1}(\tau)\,, \quad \frac{dh_2}{dt} = v\Phi_2^{-1}(\tau)\,, \qquad (5.11)$$

де h_1, h_2 — лінійні зношування елементів трибопари; $h_1 = h_2 = 0$ при L=0; τ — питома сила тертя ковзання – параметр навантаження трибоконтакту; $\Phi(\tau)$ – базовий параметр моделі (характеристична функція зносостійкості матеріалів).

Питома сила тертя τ у інженерних застосуваннях визначається за формулою Амонтона – Кулона:

$$\tau = \tau(\alpha,t,h) = f\,p(\alpha,t,h), \qquad (5.12)$$

де α — кутова координата точки поверхні, яка зазнає зношування; f – коефіцієнт тертя ковзання; p – контактні тиски, які обчислюються відомими методами.

5.3.3. Базовий параметр моделі

При експериментальних трибологічних дослідженнях проводиться визначення лінійного зношування h_i зразків матеріалів. Відповідно тоді значення функції $\Phi(\tau_i)$ обчислюється так:

$$\Phi_i\,(\tau_i) = L_i/\,h_i\,, \qquad (5.13)$$

де i = 1,2,3, … – дослідний ступінь (величина) питомої сили тертя τ_i; L_i – шлях тертя при прийнятому значенні τ_i; h_i – визначається мікрометруванням чи зважуванням, а у випадку рівномірного зношування всієї поверхні обчислюється за формулою (5.6).

При наявності низки дослідно встановлених значень базового параметру (функції $\Phi(\tau_i)$) їх апроксимація здійснюється на основі такого виразу:

$$\Phi_k(\tau) = B_k\,\frac{(\tau_{0k})^{m_k}}{(\tau-\tau_{0k})^{m_k}}\,, \qquad (5.14)$$

де B, m, τ_0 – характеристики зносостійкості матеріалів, обчислювані методом найменших квадратів; τ – поточне значення питомої сили тертя.

5.3.4. Функція довговічності трибосистеми

Після інтегрування та розділення змінних у системі (5.11) з врахуванням вищеподаних залежностей отримано загальний вигляд функції довговічності

$$t = \frac{B_k \tau_{)k}^{m_k}}{v} \int_0^{k_{k*}} [fp(\alpha, \delta, h) - \tau_{0k}]^{-m_k} dh_k \ . \qquad (5.15)$$

Вигляд функції трибоконтактних тисків $p(\alpha, \delta, h)$, які змінюються у процесі зношування, є a priori невідомою. Її пошук — досить складне завдання і вимагає ґрунтовного аналізу відомих з практики даних про результи процесу зношування залежно від умов роботи триботехнічних систем.

5.4. Закони (рівняння) зношування при терті ковзання

На даний час у трибології використовуються різні за структурою закони зношування, які покладені в основу розрахункових моделей зношування.

У працях Александрова В.М [2, 3], О.Є. Андрейківа [4—8], А.В. Блюмена [9], Л.А. Галіна [12, 13, 14, 15], І.Г. Горячевої [15, 16], М.А. Галахова [10, 11], М.М. Добичіна [17], Ю.Н. Дроздова [18], Є.В. Коваленко [3, 20—22], М.В. Коровчинського [24], І.В. Крагельського [26, 27], А.Г. Кузьменко [28—36], А.Г. Любіна [38, 39], І.А. Солдатенкова [50], М.Й. Теплого [58—60], П.П. Усова [61—63], М.В. Чернеця [4—8, 65—74, 77—79, 81, 84, 85, 89, 98, 101—103, 105—109, 111, 114] та інших запропоновано моделі розрахунку контактних параметрів та довговічності трибосистем зі змінними, внаслідок зношування, границями. В основному це підшипники ковзання різної конструкції, а також трибосистема штамп – основа.

У законах (рівняннях) зношування встановлюється функціональний зв'язок між характеристикою зношування (h, I_h, γ) та параметром навантаження трибоконтакту (p або τ).

Найстарішим із законів зношування є адгезійна модель (закон) Хольма-Арчарда у вигляді

$$V = \frac{k'NL}{3H} = CNL, \qquad (5.16)$$

де N – нормальне навантаження; V – об'ємне зношування; H – твердість матеріалу; $k' = 10^{-2} \ldots 10^{-7}$– коефіцієнт зношування, який є відношенням числа мікроконтактів, що зношуються, до їх загальної кількості, $C = k'/3H$ — показник зношування матеріалу.

Його можна записати по-іншому так:

$$I_h = Cp, \qquad (5.17)$$

Враховуючи, що $I_h = \gamma / v$, тоді

$$\gamma = Cvp. \qquad (5.18)$$

Якщо розділити рівняння (5.18) на час зношування t, то лінійне зношування обчислюється за залежністю

$$h = CLp. \qquad (5.19)$$

Цей закон (рівняння) зношування є спрощеним і крім нього протягом останнього понад півстоліття в багатьох працях [1-3, 15, 16, 21, 22, 24, 26, 28, 59, 60, 61, 62 та ін.] запропоновано декілька інших видів законів, а саме:

$\gamma = Cp$, [15, 22, 24, 28, 40, 50], (5.20)

$\gamma = Cp^{m}$, [16, 28, 59, 85], (5.21)

$\gamma = Cvp^{m}$, [9, 26, 60, 61, 62], (5.22)

$\gamma = Cv\tau$, [2], (5.23)

$\gamma = Cv\tau^{m}$, [3, 21, 22], (5.24)

де C, m – характеристики зносостійкості матеріалів у трибопарі.

Усі ці рівняння (закони) зношування є частковими випадками узагальненого закону зношування, поданого в роботі [24], який має вид

$$\gamma = Cv^{n}p^{m}, \qquad (5.25)$$

де $n = 1$ при незначних швидкостях ковзання, $1 \leq m \leq 3$.

Результати експериментальних досліджень свідчать, що при реалізації механізму зношування матеріалів спостерігається нелінійна залежність між γ та тиском p (залежності (5.21), (5.22)). Питома сила тертя є більш обгрунтованою характеристикою навантаження трибоконтакту, ніж контактний тиск [6].

Наведені рівняння (закони) зношування описують різного виду криві зношування (криві Лоренца [115]), зображені нижче на рис. 5.2.

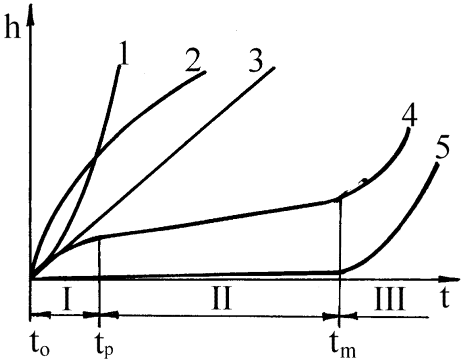


Рис.5.2. Загальний вид кривих зношування

Процес зношування елементів триботехнічної системи може проходити стабільно чи нестабільно. Стабільним (усталеним) процесом зношування є процес, при якому спостерігається однакове лінійне зношування h (інтенсивність I_h , швидкість γ лінійного зношування). Якщо цього не забезпечується, то процес зношування — неусталений (неустабілізований). Вказані процеси зношування та області їх виникнення подано графічно кривими зношування.

Криві 1, 2 характеризують неусталений перебіг зношування: 1 – відповідає умовам, де домінуючу роль відіграє пластичне передеформування мікронерівностей поверхонь тертя; 2 – характерна для сталей, що зміцнюються в процесі тертя.

Пряма 3 є характерною для трибосистем, що працюють при сухому абразивному терті ковзання.

Крива 4 описує зношування при наявності мастильного матеріалу.

Крива 5 відображає перебіг зношування трибосистем кочення із мащенням (підшипники кочення, зубчасті передачі) в умовах циклічних нормальних напружень.

Слід зазначити, що крива 4 зображає найбільш загальну модель зношування, як процесу фрикційної втоми. Вона характеризується трьома зонами, де зношування є неусталеним (I та III) і усталеним (II). В зоні I проходить процес припрацювання, у результаті якого відбувається зменшення зношування (швидкості зношування) до певного значення, яке в подальшому не змінюється чи мало змінюється протягом усього періоду усталеного зношування (зона II). В зоні III внаслідок накопичення геометричних змін елементів триботехнічної системи, зміни умов тертя, зміни властивостей матеріалів приповерхневих шарів та з інших причин зношування (швидкість зношування) зростає і розпочинається період аварійного зношування.

Як було показано для трибосистем різного виду характерним є процес усталеного нормального механо-хімічного зношування, який може проходити з різною швидкістю. Нормальним вважається той, при якому виступає мінімізація зношування, яка досягається шляхом раціонального (оптимального) вибору зовнішніх умов трибопроцесу. Тобто з усіх перебігів зношування (описаних кривими типу 4 на рис. 5.2) завжди слід намагатись забезпечувати той, при якому зношування буде найнижчим.

Прискорене (підвищене) зношування, як слідує з попереднього, теж може виступати як усталене зношування протягом періоду II експлуатації трибосистеми. Якщо воно з різних причин інтенсивно починає зростати, то наступає період III, який буде періодом патологічного зношування, що неминуче призведе або до аварійного пошкодження або ж зробить неможливою її подальшу експлуатацію.

РОЗДІЛ 6

РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ТРИБОКОНТАКТУ ТА ДОВГОВІЧНОСТІ ПІДШИПНИКА КОВЗАННЯ З ОГРАНЕННЯМ ЕЛЕМЕНТІВ

Розробка математичних моделей дослідження процесу зношування типового виду циліндричних трибосистем ковзання, зокрема підшипників ковзання, циліндричних напрямних, шарнірних з’єднань та ін., які уможливлюють з достатньою для інженерних потреб достовірністю і з врахуванням особливостей трибоконтакту провести попередню оцінку їх довговічності чи зношування, була й залишається актуальною. Незважаючи на наявність розв’язків такого типу трибоконтактних задач [1─3, 9, 10, 12, 13, 24, 26, 46, 51─54, 61, 62, 93, 98, 99, 102, 115, 117, 126, 139, 141, 153 та ін.], продовжуються пошуки більш досконалих моделей.

6.1. Лінійна модель кінетики зношування підшипника ковзання

6.1.1. Постановка трибоконтактної задачі, її загальне рівняння

Розглянемо плоску трибоконтактну задачу теорії пружності для підшипника ковзання (рис. 6.1). Його елементи (вал і втулка) матимуть початкову малу технологічну некруглість у вигляді овальності $\delta_k << R_k$, яка виявляє вплив на рівень початкових контактних тисків та величину його розподілу. Силова взаємодія деталей підшипника відбувається під впливом навантаження N, що прикладено в т. O_2. Вал 2 обертається з постійною кутовою швидкістю ω_2, що призводить до виникнення сил тертя, які зумовлюють зношування обох співдотичних елементів підшипника – вала 2 по контуру, втулки 1 — в області контакту $2\alpha_{0\delta}$. Матеріали мають різні пружні властивості та неоднакову зносостійкість, а, окрім того, внаслідок наявного характеру трибоконтактної взаємодії елементи мають різні площі зношування.

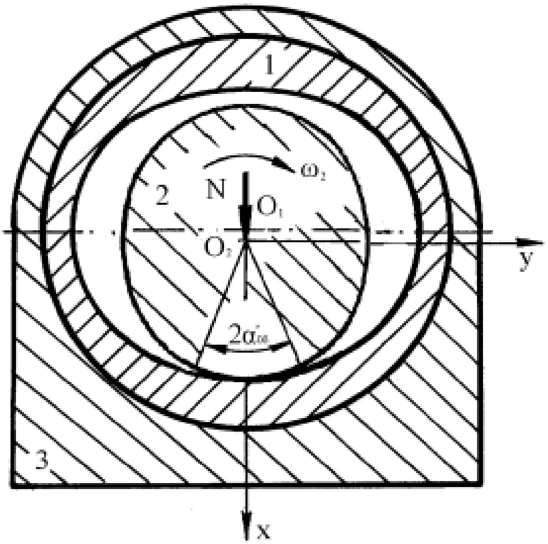


Рис. 6.1. Розрахункова схема підшипника з овальністю елементів

У підшипнику є радіальний зазор $\varepsilon = R_1 - R_2 \rangle 0$. Відповідно $R_1 = a_1$ — велика піввісь овального отвору у втулці, $R_1^{'} = b_1$ – його мала піввісь, $R_2 = b_2$ — мала піввісь овального перерізу валу, $R_2^{'} = a_2$ – його велика піввісь. Овальність оцінюється параметрами $\delta_1 = a_1 - b_1, \delta_2 = a_2 - b_2$.

Задача дослідження полягає у визначенні:

а) максимальних вихідних контактних тисків $p_0(\alpha_2, \delta)$ при вибраних кутах α_2 повороту вала;

б) кута початкового контакту $2\alpha_{0\delta} = 2\alpha_{0\delta}(\alpha_2)$ для кутів α_2;

в) трибоконтактних тисків $p_0(\alpha_2, \delta, h)$ при повороті вала на вибраний кут α_2 в кожному з n_2 його обертів;

г) області трибоконтакту $2\alpha_{0\delta h} = 2\alpha_{0\delta h}(\alpha_2, h_2)$;

д) лінійних зношувань кожного з елементів підшипника на кожному окремому кутовому переміщенні вала та після визначеної кількості обертів n_2

е) довговічності t підшипника до досягнення допустимого зношування вибраного елемента.

6.1.2. Метод розв’язку задачі

З метою подання загального розв’язку такої задачі приймаємо, що вал має коловий переріз, а втулка може мати коловий, овальний (рис. 6.2), тригранний, чотиригранний переріз [37].

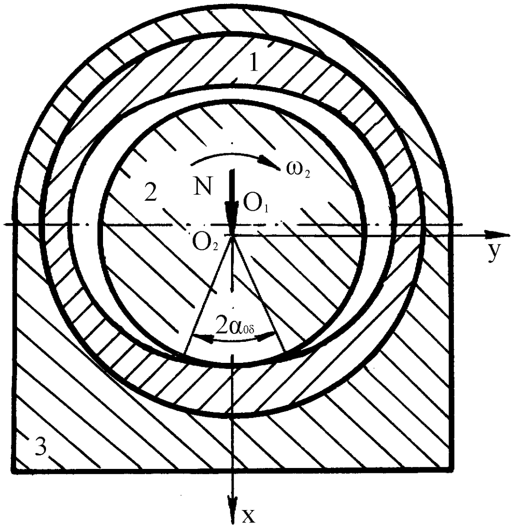


Рис. 6.2. Розрахункова схема підшипника з овальністю втулки

Під впливом зношування обох елементів початкові контактні тиски p(α,δ) та кут контакту $2\alpha_{0\delta}$ будуть змінюватися. Отже, у загальному трибоконтактні тиски знаходяться так:

$$p(\alpha, \delta, h) = p(\alpha, \delta) \pm p(\alpha, h), \qquad (6.1)$$

де p(α,h) – зміна початкових тисків, спричинених зношуванням.

Рівняння для розрахунку початкових контактних тисків у випадку некруглості елементів підшипника в загальному вигляді було подано раніше. Для даних часткових випадків задачі з’єднання вала і втулки з ограненням воно матиме вигляд:

$$k_1 \int_{-\alpha_{0\delta}}^{\alpha_{0\delta}} \mathrm{ctg}\frac{\alpha-\theta}{2} p'(\theta,\delta)d\theta = k_2 p(\alpha,\delta) + k_3 \int_{-\alpha_{0\delta}}^{\alpha_{0\delta}} p(\alpha,\delta)d\alpha +$$

$$+k_4 \cos\alpha \int_{-\alpha_{0\delta}}^{\alpha_{0\delta}} p(\alpha,\delta)\cos\alpha d\alpha + \frac{\varepsilon}{R^2}\left[1 - \frac{\delta_1}{2\varepsilon}D_1(\alpha) - \frac{\delta_2}{2\varepsilon}D_2(\alpha)\right]. \qquad (6.2)$$

Відповідно характеристики огранення контуру отвору та вала будуть:

а) колового 1 – колового 2

$D_1 = 1$, $D_2 = 1$;

б) овального 1 – колового 2

$D_1(\alpha) = 1\text{-}3\cos2\alpha$, $D_2 = 1$;

в) тригранного 1 – колового 2

$D_1(\alpha) = 1\text{-}8\cos3\alpha$, $D_2 = 1$;

г) чотиригранного 1 – колового 2

$D_1(\alpha) = 1\text{-}15\cos4\alpha$, $D_2 = 1$;

д) овального 1 – овального 2

$D_1(\alpha) = D2(\alpha) = 1\text{-}3\cos2\alpha$;

е) тригранного 1 – овального 2

$D_1(\alpha) = 1\text{-}8\cos3\alpha$, $D_2(\alpha) = 1\text{-}3\cos2\alpha$;

є) чотиригранного 1 – овального 2

$D_1(\alpha) = 1\text{-}15\cos4\alpha$, $D_2(\alpha) = 1\text{-}3\cos2\alpha$.

З метою розв’язку цього рівняння застосовується метод колокації, а функція контактних тисків для однієї точки колокації $\alpha = 0{,}5\ \alpha_{0\delta}$ подається рівнянням

$$p(\alpha,\delta) \approx E_\delta \varepsilon_\delta \sqrt{\mathrm{tg}^2 \frac{\alpha_{0\delta}}{2} - \mathrm{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}\,, \tag{6.3}$$

де $E_\delta = \frac{e_4}{R}\cos^2\frac{\alpha_{0\delta}}{4}$ (для $\alpha_{0\delta} \le 10^0$), (6.4)

$$E_\delta = \frac{e_4}{R}\left[\begin{array}{c} \cos^2\frac{\alpha_{0\delta}}{4} - e_1\sqrt{\mathrm{tg}^2\frac{\alpha_{0\delta}}{2} - \mathrm{tg}^2\frac{\alpha_{0\delta}}{4}} - \\ -2\sin^2\frac{\alpha_{0\delta}}{2}\left(e_2\cos^{-1}\frac{\alpha_{0\delta}}{2} + 2e_3\cos\frac{\alpha_{0\delta}}{2}\right) \end{array}\right], \tag{6.5}$$

для $\alpha_{0\delta} > 10^0$.

У даному випадку матеріали вала і втулки не будуть однаковими. Отже,

$$e_1 = \frac{2}{Z}\left[\left(1-\kappa_1\right)(1+\nu_1)E_2 - \left(1-\kappa_2\right)\left(1+\nu_2\right)E_1\right]$$

$$e_2 = \frac{2}{Z}\left(1+\kappa_1\right)\left(1+\nu_1\right)E_2,$$

$$e_3 = \frac{4}{Z}\left[\kappa_1(1+\nu_1)E_2 - \left(1+\nu_2\right)E_1\right],\ e_4 = \frac{4E_1E_2}{Z},\ \ \kappa = 3-4\nu\ ,$$

$$Z = (1+\kappa_1)(1+\nu_1)E_2 + (1+\kappa_2)(1+\nu_2)E_1.$$

Півкут початкового контакту $\alpha_{0\delta}$ визначається з рівняння

$$N = 4\pi R E_\delta \varepsilon \Sigma_\delta \sin^2\frac{\alpha_{0\delta}}{4}\,. \tag{6.6}$$

Зміна тисків, спричинена зношуванням, буде функцією двох змінних – лінійних зношувань h_k елементів та півкута контакту $\alpha_{0\delta h}$ при зношуванні трибосистеми

$$p(\alpha, h) = E_h \varepsilon_h \sqrt{\mathrm{tg}^2\frac{\alpha_{0\delta h}}{2} - \mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}, \tag{6.7}$$

де приймаємо

$$E_h = \frac{e_4}{R}\cos^2\frac{\alpha_{0\delta h}}{4}\,. \tag{6.8}$$

Параметр ε_h враховує зносостійкість (зношування) та кінематику елементів в системі. Узагальнено подається так:

$$\varepsilon_h = \pm h_1 K_t^{(1)} \pm h_2 K_t^{(2)}\,. \tag{6.9}$$

Коефіцієнт взаємного перекриття K_t є відношенням номінального поля (дуги) контакту елемента до його поля (дуги) зношування, тобто $K_t = A_a / A_T$.

У випадку різної зносостійкості матеріалів

$$\varepsilon_h = h_1(\pm K_t^{(1)} \pm h_1') = h_2(\pm K_t^{(2)} \pm h_2') = h_k(\pm K_t^{(k)} \pm h_k')\text{,} \tag{6.10}$$

де $h_1' = h_2 / h_1$, $h_2' = h_1 / h_2$ — відносні зношування.

Знаки при h_1 та h_2 приймаються „+”, якщо при зношуванні елемента тиски зростають, і „-”, якщо зменшуються.

Відносні зношування h_1' та h_2' визначаються з урахуванням основної залежності (5.13) для встановлення базового параметру математичної моделі. Отже,

$$h_1 = \frac{L_1}{\Phi_1(\tau)}, \quad h_2 = \frac{L_2}{\Phi_2(\tau)}. \tag{6.11}$$

Враховуючи апроксимаційну залежність (5.14) отримаємо

$$h_1' = \frac{h_2}{h_1} = \frac{\Phi_1(\tau)}{\Phi_2(\tau)} = \frac{B_1 \tau_{01}^{m_1} (\tau(0) - \tau_{02})^{m_2}}{B_2 \tau_{02}^{m_2} (\tau(0) - \tau_{01})^{m_1}} K_t^{(2)},$$

$$h_2' = \frac{h_1}{h_2} = \frac{\Phi_2(\tau)}{\Phi_1(\tau)} = \frac{B_2 \tau_{02}^{m_2} (\tau(0) - \tau_{01})^{m_1}}{B_1 \tau_{01}^{m_1} (\tau(0) - \tau_{02})^{m_2}} K_t^{(1)}, \tag{6.12}$$

$$h_1, h_2 = h_{max} = h_k(0),$$

$$\tau(0)=fp(0,\delta)\,,\quad p(0,\delta)=E_\delta\varepsilon_\delta tg(\alpha_{0\delta}\;/\;2)\,.$$

Треба відзначити, що у виразі (6.10) вибір знака залежить від знака перед ε_h.

Для визначення півкута трибологічного контакту $\alpha_{0\delta h}$ використовуємо рівняння рівноваги, подібне до (3.6)

$$N=4\pi R(E_\delta\varepsilon\Sigma_\delta+\varepsilon_h E_h)\sin^2\frac{\alpha_{0\delta h}}{4}. \qquad (6.13)$$

6.1.3. Функція довговічності системи та зношування її елементів

З метою одержання виразу для розрахунку довговічності системи при вибраному значенні допустимого зношування її елементів, потрібно інтегрувати систему трибокінетичних рівнянь (5.11), враховуючи (5.12), (5.14) та вид функції трибоконтактних тисків, змінних у результаті зношування – формули (6.1), (6.3), (6.7). У результаті отримаємо

$$t=\frac{-B_k\tau_{0k}^{m_k}}{vS_h\Sigma_k(1-m_k)}\left\{\left[\tau(0)-\tau_{0k}\right]^{1-m_k}-\left[(\tau(0)-\tau_{0k})+h_k\Sigma_k S_h\right]^{1-m_k}\right\}, (6.14)$$

де $S_h=fE_h tg\dfrac{\alpha_{0\delta h}}{2}$, $\quad\Sigma_1=(-K_t^{(1)}+h_1'),\ \Sigma_2=(-K_t^{(2)}+h_2'),\ K_t^{(1)}=1,\ K_t^{(2)}=\alpha_{0\delta}\,/\,\pi$

(вал колового перерізу).

Максимальне поверхневе руйнування (зношування) виникає під впливом максимальних тисків, тому

$$p(0,\delta)=E_{\delta}\varepsilon\Sigma_{\delta}\,\mathrm{tg}\frac{\alpha_{0\delta}}{2}\quad \text{— початкові тиски,} \qquad (6.15)$$

$$p(0,h)=E_{h}\varepsilon_{h}\,\mathrm{tg}\frac{\alpha_{0\delta h}}{2}\quad \text{— тиски при зношуванні.} \qquad (6.16)$$

У випадку, коли відомо довговічність t_* підшипника, а потрібно визначити зношування $h_k = h_k(0)$ його елементів, то після перетворення (6.14) отримаємо таке рівняння:

$$h_k(0)=\left|\frac{1}{S_h\Sigma_k}\left[\sqrt[1-m_k]{\frac{L_k H_k^{1-m_k}-t_*}{L_k}}-H_k\right]\right|, \qquad (6.17)$$

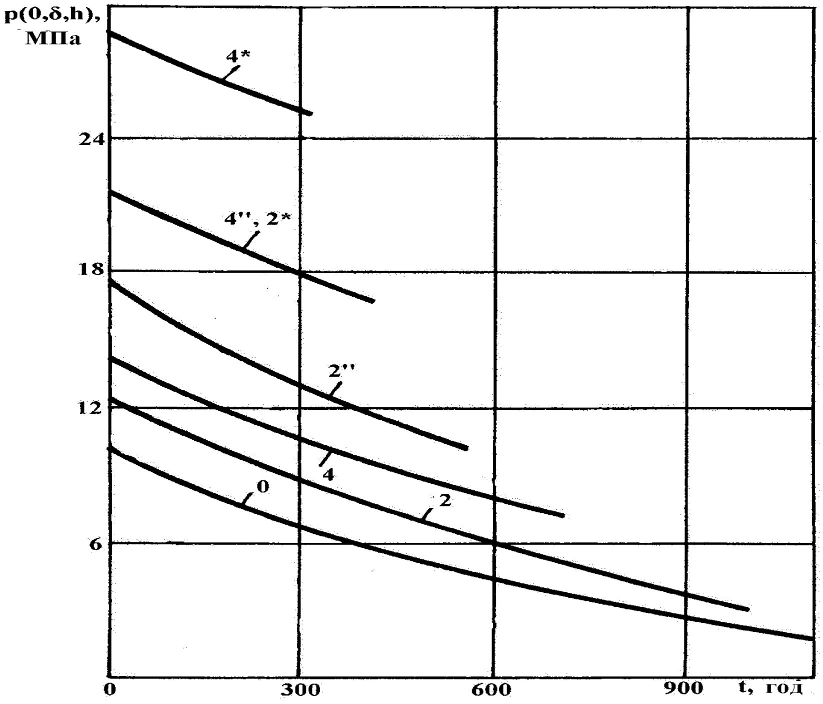
де $L_k = B_k\tau_{0k}^{m_k}/\upsilon S_h(1-m_k)\Sigma_k K_t^{(k)}$, $H_k = \tau(0)-\tau_{ok}$.

6.1.4. Числовий розв'язок задачі

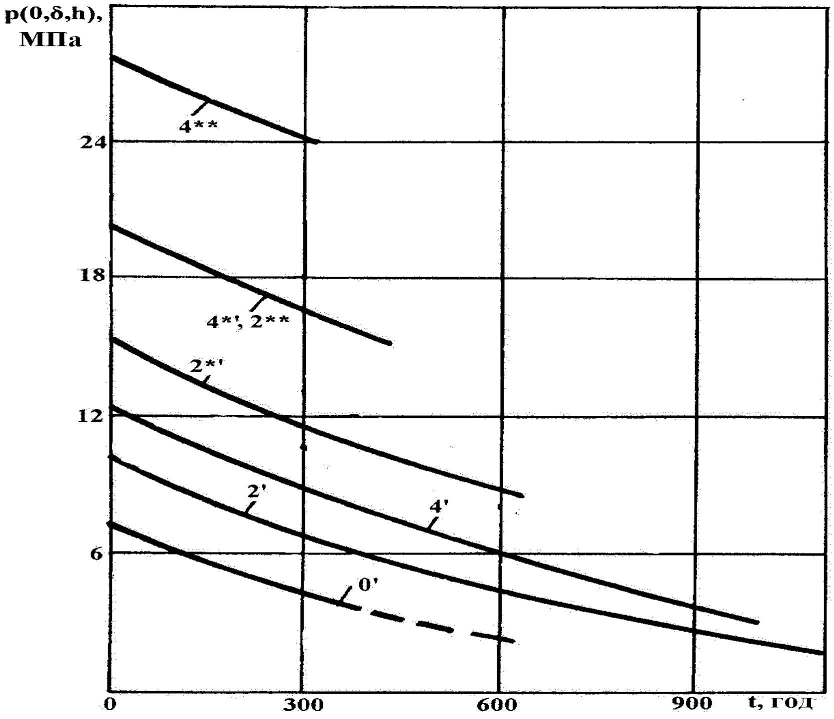
З метою визначення контактних ($p(0,\delta)$, $\alpha_{0\delta}$, $p(0,\delta,h)$, $\alpha_{0\delta h}$) та трибологічних параметрів (t; $h_1(0)$, $h_2(0)$) було проведено числовий розв'язок вказаним методом за такими вихідними параметрами:
N = 0,01; 0,1; 1 МН; R = 0,1; 0,05; 0,025 м; v = 0,1 м/с; f = 0,05; $\varepsilon = (2; 4)\cdot 10^{-4}$ м, $\delta_2 = 0$, $\delta_1 = (0, 2, 4)\cdot 10^{-4}$ м, $\delta_1 \leq \varepsilon$, $K_t^{(2)} = \alpha_{0\delta}/\pi$, $K_t^{(1)} = 1$; $h_{1*} = (1, 2, 3, 4)\cdot 10^{-4}$ м (для (6.14)), $t_* = 3{,}6\cdot 10^4$, $3{,}6\cdot 10^5$, $1{,}8\cdot 10^6$ с (для (6.17)); $E_1 = 1{,}1\cdot 10^5$ МПа, $\nu_1 = 0{,}34$ (бронза); $E_2 = 2{,}1\cdot 10^5$ МПа, $\nu_2 = 0{,}3$ (гартована сталь); $B_1 = 1{,}9\cdot 10^9$, $m_1 = 0{,}76$; $\tau_{01} = 0{,}1$ МПа; $B_2 = 4{,}9\cdot 10^9$, $m_2 = 0{,}65$, $\tau_{02} = \tau_{01}$; $\varepsilon_h = -h_1\Sigma_1$, $\Sigma_1 = (1-h_1')$.

Результати для вказаних типів огранення при N = 0,1 МН подано у графічному вигляді на рис 6.3, 6.4 та 6.5, 6.6 ((рис.а) ε = 0,4 мм; (рис.б) ε = 0,2 мм).

Зокрема на рис. 6.3 подано зміну максимальних трибоконтактних тисків.



а)



б)

Рис. 6.3. Зміна трибоконтактних тисків p(0, δ, h) при зношуванні для різних типів огранення контуру втулки:

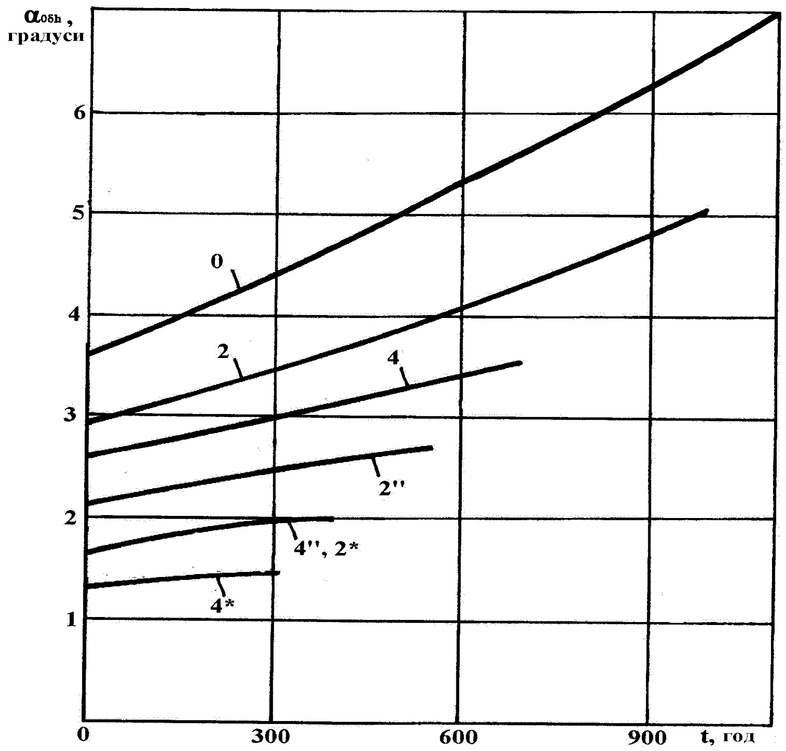
(рис.а) **ε** = 0,4 мм — коловий / коловий : 0 – δ_1 = 0; овальний / коловий: 2 – δ_1 = 0,2 мм, 4 – δ_1 = 0.4 мм; тригранний / коловий: $2^{''}$ – δ_1 = 0,2 мм, 4’’ – δ_1 = 0,4 мм; чотиригранний / коловий: 0 – δ_1 = 0, 2^{*} – δ_1 = 0,2 мм, 4* – δ_1 = 0,4 мм;

(рис.б) ε = 0,2 мм - коловий / коловий : $0^{'}$ – δ_1 = 0 ; овальний / коловий: $2^{'}$ – δ_1 = 0,2 мм, $4^{'}$ – δ_1 = 0,4 мм; тригранний / коловий: $2^{*'}$ – δ_1 = 0,2 мм, 4*’ – δ_1 = 0,4 мм; чотиригранний / коловий: 0 – δ_1 = 0, 2^{**} – δ_1 = 0,2 мм, 4** – δ_1 = 0,4 мм

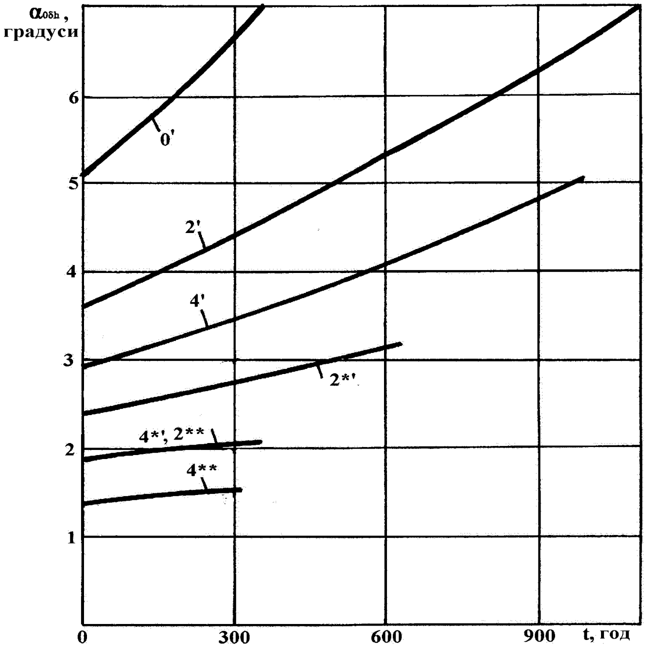
Зменшення зазору призводить до зменшення початкових максимальних тисків p(0,δ), ця ж закономірність зберігається для тисків p(0,δ,h) у процесі зношування елементів підшипника.

Треба зазначити, що зменшення радіуса R_2 шипа вала в два рази спричиняє збільшення p(0,δ) і p(0,δ,h) в два рази, а кути $\alpha_{0\delta}$ та $\alpha_{0\delta h}$ не змінюються. Довговічність t при зменшенні радіуса R_2 вдвічі зменшується в 1,8 – 2 рази.

Зміна області трибоконтакту при зношуванні показана на рис. 6.4

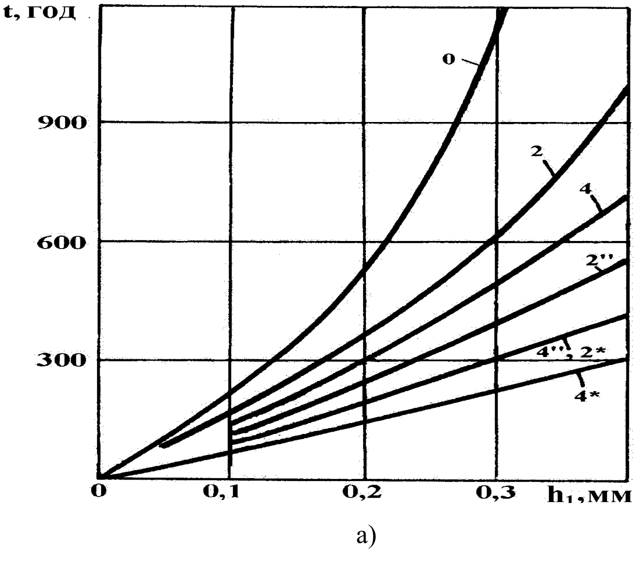


а)

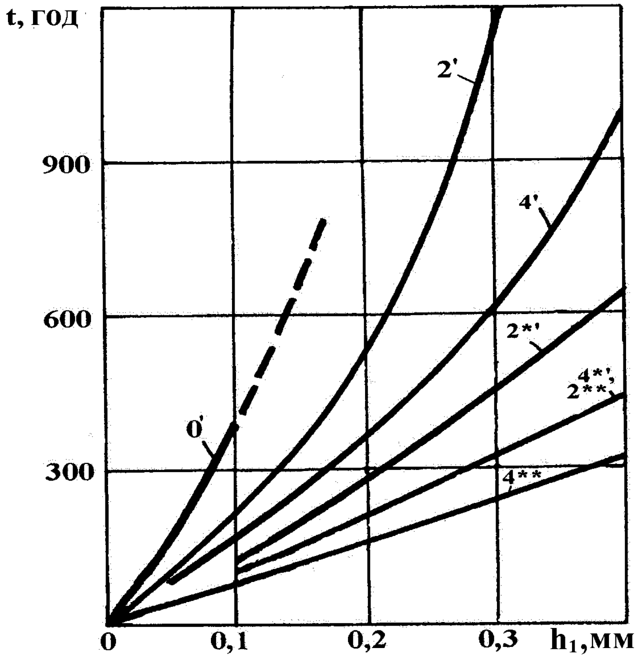


б)

Рис. 6.4. Зміна півкутів трибологічного контакту $\alpha_{0\delta h}$ при зношуванні



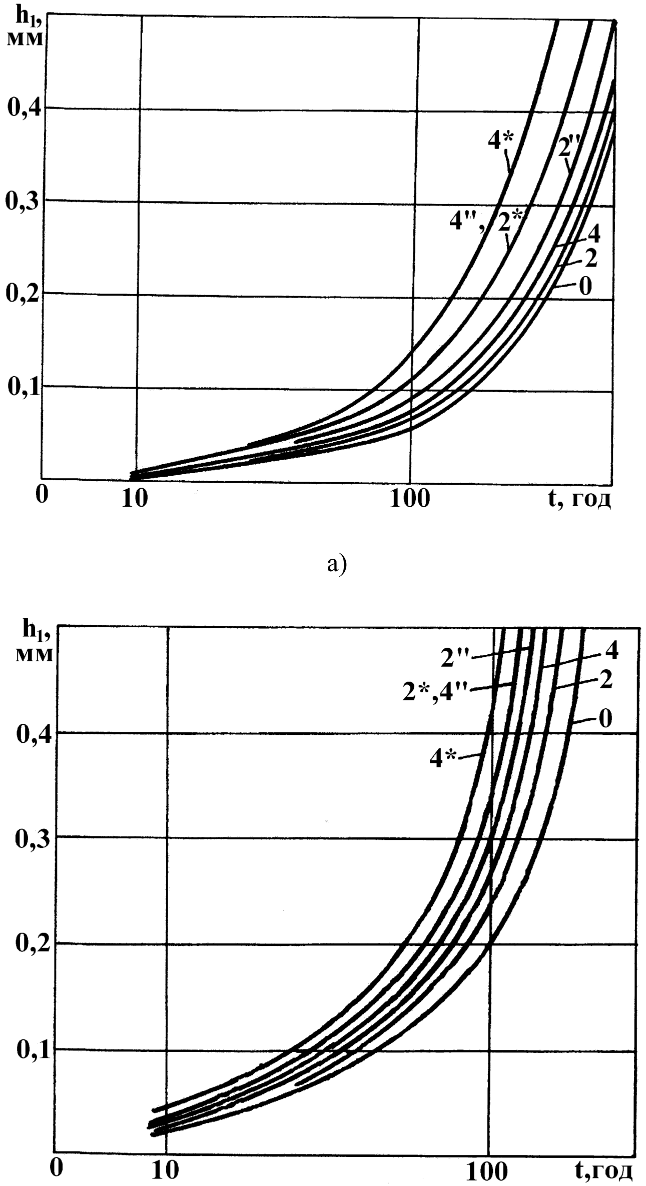
а)



б)

Рис. 6.5. Вплив огранення та радіального зазору на довговічність втулки підшипника при зношуванні

Для радіального зазору ε = 0,2 мм при δ_1 = 0 (графік 0’) максимальне зношування h_1 < 0,2 мм, тому що при досягненні $p(0,\delta,h)\approx 0,6N/R_1\approx 0,6$ МПа зношування припиниться. Подібна ситуація виникає і для ε = 0,4 мм при δ_1 = 0 (графік 0), коли 0,3 мм < h_1 <0,4 мм.



а)

б)

Рис. 6.6. Залежність зношування втулки підшипника від часу з врахуванням огранення та радіуса шипа вала: а – $R_1 = 0{,}1$ м ; б – $R_1 = 0{,}025$ м

Аналіз рис. 6.5 показує, що огранення втулки значною мірою (навіть у декілька разів) зменшує довговічність t підшипника при тих самих величинах лінійного зношування h_1 в порівнянні з найпростішою схемою коло - коло (крива 0).

Цей результат підтверджує припущення про якісний та кількісний вплив малої некруглості на параметри початкового контакту $p(0,\delta)$, $\alpha_{0\delta}$; трибологічного контакту (при зношуванні) — $p(0,\delta,h)$, $\alpha_{0\delta h}$; трибологічних характеристик – t, h_1 та h_2.

Графічні залежності при N = 1 МН та ε = 0,4 мм подані на рис. 6.7 — 6.9.

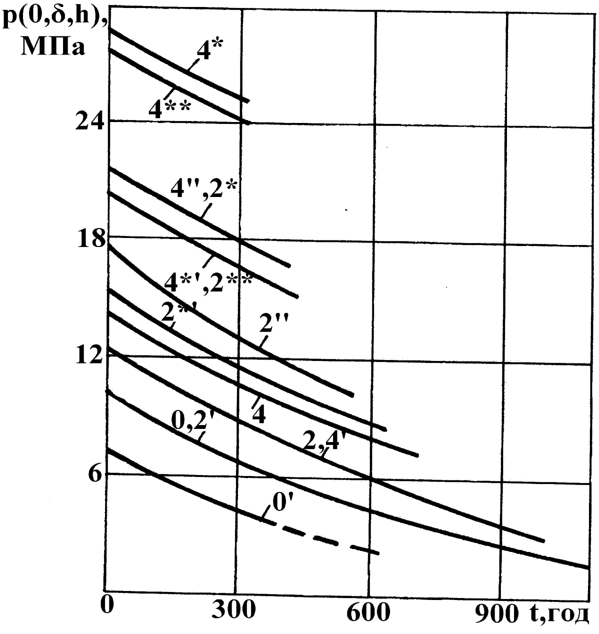


Рис. 6.7. Зміна максимальних контактних тисків внаслідок зношування

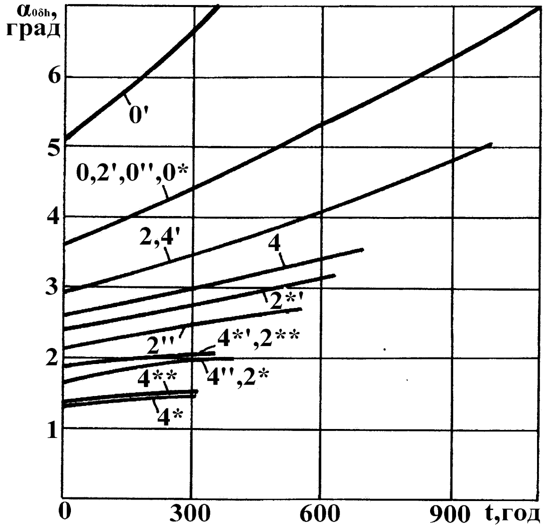


Рис. 6.8. Зміна півкутів трибологічного контакту при зношуванні

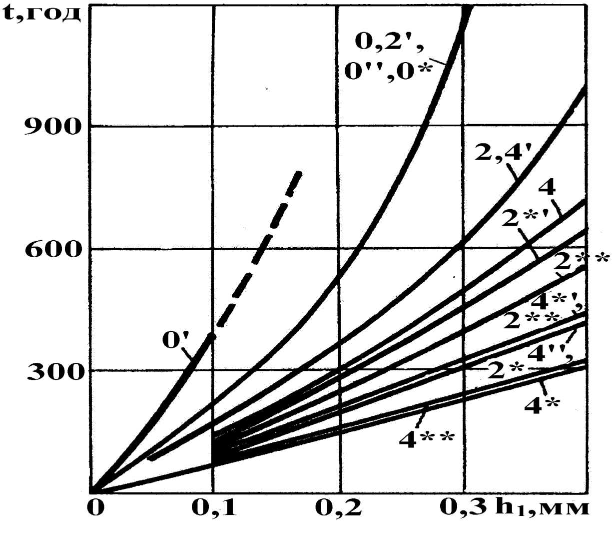


Рис. 6.9. Вплив огранення та радіального зазору на довговічність підшипника при зношуванні

Деякі інші результати обчислень при R = 0,1 м подано в таблицях 6.1, 6.2.

Табл. 6.1 ($\varepsilon = 0,4$ мм)

h_1, мм	δ_1, мм	Півкути трибоконтакту			Трибоконтактні тиски			Ресурс		
		$\alpha_{0\delta h}^{(2)}$, град	$\alpha_{0\delta h}^{(3)}$, град	$\alpha_{0\delta h}^{(4)}$, град	$p^{(2)}(0,\delta,h)$,МПа	$p^{(3)}(0,\delta,h)$,МПа	$p^{(4)}(0,\delta,h)$, МПа	$T^{(2)}$, год	$T^{(3)}$, год	$T^{(4)}$, год
0	0,4	2,54	1,69	1,27	14,35	21,52	28,70	0	0	0
	0,2	2,94	2,17	1,69	12,43	16,83	21,52	0	0	0
	0,0	3,60	3,60	3,60	10,15	10,15	10,15	0	0	0
0,1	0,4	2,71	1,74	1,29	12,56	20,33	27,80	140,2	95,7	74,6
	0,2	3,21	2,27	1,74	10,37	15,30	20,33	163,3	119,9	95,7
	0,0	4,15	4,15	4,15	7,63	7,63	7,63	207,8	207,8	207,8
0,2	0,4	2,93	1,80	1,31	10,78	19,14	26,91	300,0	196,2	151,2
	0,2	3,58	2,40	1,80	8,31	13,78	19,13	360,7	250,8	196,2
	0,0	5,07	5,07	5,07	5,11	5,11	5,11	505,0	505,0	505,0
0,3	0,4	3,21	1,86	1,34	8,99	17,94	26,01	486,5	302,2	229,9
	0,2	4,14	2,54	1,86	6,25	12,25	17,94	615,4	395,3	302,2
	0,0	7,12	7,12	7,12	2,59	2,59	2,59	1145	1145	1145
0,4	0,4	3,59	1,92	1,36	7,21	16,75	25,12	713,7	414,4	310,9
	0,2	5,06	2,71	1,92	4,19	10,73	16,75	922,1	557,1	414,4
	0,0	44,4	44,4	44,4	0,07	0,07	0,07	∞	∞	∞

Примітка: індекс (2) відноситься до овальної втулки, (3) - до тригранної, (4) - до чотиригранної; при $\delta_1 = 0$ буде колова втулка

Табл. 6.2 ($\varepsilon = 0,2$ мм)

h_1, мм	δ_1, мм	Півкути трибоконтакту			Трибоконтактні тиски			Ресурс		
		$\alpha^{(2)}_{0\delta h}$, град	$\alpha^{(3)}_{0\delta h}$, град	$\alpha^{(4)}_{0\delta h}$, град	$p^{(2)}(0,\delta,h)$ МПа	$p^{(3)}(0,\delta,h)$ МПа	$p^{(4)}(0,\delta,h)$ МПа	$T^{(2)}$, год	$T^{(3)}$, год	$T^{(4)}$, год
0	0,4	2,94	1,80	1,31	12,43	20,29	27,78	0	0	0
	0,2	3,59	2,40	1,80	10,15	15,22	20,29	0	0	0
	0,0	5,08	5,08	5,08	7,18	7,18	7,18	0	0	0
0,1	0,4	3,21	1,86	1,33	10,37	19,02	26,86	163,3	100,9	76,7
	0,2	4,15	2,54	1,86	7,63	13,54	19,02	207,8	132,2	100,9
	0,0	7,15	7,15	7,15	3,63	3,63	3,63	377,5	377,5	377,5
0,2	0,4	3,59	1,92	1,36	8,31	17,76	25,93	360,7	207,6	155,5
	0,2	5,07	2,72	1,92	5,11	11,85	17,76	505,0	280,0	207,6
	0,0	51,6	51,6	51,6	0,07	0,07	0,07	∞	∞	∞
0,3	0,4	4,14	1,99	1,38	6,25	16,49	25,01	615,4	321,0	236,7
	0,2	7,12	2,93	1,99	2,59	10,17	16,49	1144	448,4	321,0
	0,0	-	-	-	-	-	-	∞	∞	∞
0,4	0,4	5,06	2,07	1,41	4,19	15,23	24,09	992,1	442,3	320,5
	0,2	44,4	3,21	2,07	0,07	8,48	15,23	∞	645,8	442,3
	0,0	-	-	-	-	-	-	-	-	-

6.2. Прогнозування довговічності оберненого підшипника ковзання

Підшипник ковзання такого типу застосовується в опорах барабанів агрегата Комбінатор ЛК-4 для передпосівного обробітку ґрунту. Здійснено вибір відповідних конструкційних матеріалів, їх термообробки для роботи підшипника в умовах сухого тертя. Згідно з поданою вище лінійною моделлю проведено оцінку довговічності підшипника для прийнятих граничних зношувань h_{2*} його втулки, на якій нанесено зносостійке евтектичне покриття [37].

6.2.1. Загальна постановка задачі

Розрахункова схема підшипника подана на рис. 6.10.

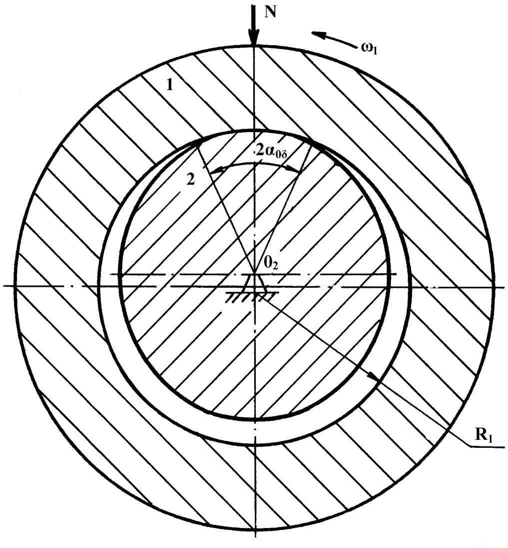


Рис. 6.10. Схема оберненого підшипника ковзання барабана агрегата для обробітку ґрунту

Втулка 2 підшипника закріплена нерухомо, а його корпус 1, який є корпусом барабана для обробітку ґрунту, обертається з робочою кутовою швидкістю ω_1. Агрегат завантажений робочим зусиллям Q, яке рівномірно розподіляється на чотири барабани. Втулка 2 підшипника може отримати малу технологічну овальність $\delta_2 = R'_2 - R_2$ з розташуванням більшої осі вертикально (як показано на рис. 6.10). Корпус 1 має коловий отвір радіуса R_1. Радіус овальної втулки R_2 є її малою піввіссю, а R'_2 — великою $\left(R'_2 > R_2\right)$. Розрахункове навантаження N на підшипник складатиме $Q/8$, а зведене до одиниці довжини контактних ліній — $N' = N / l_e$.

У підшипнику виникає сухе тертя за наявності абразиву (ґрунту), тому внаслідок зношування початковий радіальний зазор $\varepsilon = R_1 - R_2$ у підшипнику зростатиме, а після певного періоду роботи перевищить прийняту величину. Завдання полягає у прогнозуванні довговічності втулки 2 залежно від величини її лінійного зношування h_2.

6.2.2. Техніко-експлуатаційні та вихідні дані

- Режим тертя: сухе абразивне (при наявності ґрунту)
- Маса агрегата ЛК-4: 2500 кг
- Число барабанів: 4
- Робоча швидкість: max 12 км/год
- Діаметр барабанів: 0,4 м

Вихідні дані для обчислень:

- Навантаження на підшипник

$N = 2500/8 = 312,5$ кг ≈ 3100 Н $= 3,1 \times 10^{-3}$ МН.

- Зведене навантаження до одиниці довжини контакту

$N' = N/l_e = 3100/11,5 \approx 270$ Н/мм $= 0,27$ МН/м.

- Ширина опорної поверхні підшипника

$l_e \approx 11,5$ мм.

- Прийнята швидкість руху агрегату

$\nu = 8$ км/год $= 8000$ м/год $\approx 2,22$ м/с.

- Кутова швидкість барабана

$\omega = v / R_{\acute{a}} = 2,22 / 0,2 = 11,1\ с^{-1}$.

- Зовнішній діаметр підшипника ковзання

$d = 78$ мм.

Швидкість ковзання

$v_{ковз} = \omega d / 2 = 11,1 \times 0,039 = 0,43$ м/с.

- Розміри елементів підшипника

$\varnothing 78\,H7 / e8$: втулка - $\varnothing 78\begin{pmatrix}-0,06\\ -0,106\end{pmatrix}$, корпус - $\varnothing 78\begin{pmatrix}+0,046\\ 0\end{pmatrix}$,

$R_{1\max} = 39,023$ мм, $R_{2\min} = 38,947$ мм.

- Радіальний зазор у підшипнику

$\varepsilon_{\min} = 0,06 + 0 = 0,06$ мм; $\varepsilon_{\max} = 0,106 + 0,046 = 0,152$ мм.

- Розрахункові зазори

$\varepsilon = 0,05; 0,1; 0,15; 0,20$ мм.

- Овальність втулки:

конструктивна - $\delta_{\max} = 0,06$ мм;

розрахункова – 0; 0,05; 0,1 мм.

- Матеріали елементів підшипника:

втулка – боровмістне евтектичне покриття системи Fe – Mn – C – B – Si – Ni – Cr товщиною $\Delta = 3 - 5$ мм, утворене шляхом електродугового наплавлення;

корпус – сталь 45 — гартування з високим відпуском.

- Пружні характеристики матеріалів $E = 2,1 \times 10^5$ МПа, $\nu = 0,3$.

6.2.3. Експериментальне дослідження зносостійкості

6.2.3.1. Програма досліджень

1. Швидкість ковзання – 0,6 м/с.
2. Питомі навантаження – 3, 7, 10 МПа.
3. Шлях тертя ковзання – L = 13000 м.
4. Коефіцієнт тертя ковзання – f = 0,35.
5. Тип дослідного вузла – торцеве тертя.
6. Вид тертя – сухе.
7. Площа зразків:
    - пальцевого 2 – 78,5 мм^2 (ø10 мм).
    - кільцевого контрзразка 1 - $1162,4$ мм^2.
8. Кількість пальцевих зразків – 3.
9. Результати дослідного визначення масового зношування

p = 3 МПа, $\Delta M_1 = 1,29$ г; $\Delta M_2 = 0,39$ г; $h_1 = 0,7$ мм; $h_2 = 0,64$ мм;

p = 7 МПа, $\Delta M_1 = 1,52$ г; $\Delta M_2 = 0,54$ г; $h_1 = 0,825$ мм; $h_2 = 0,88$ мм;

p = 10 МПа, $\Delta M_1 = 1,8$ г; $\Delta M_2 = 0,7$ г; $h_1 = 0,99$ мм; $h_2 = 1,11$ мм.

6.2.3.2. Дослідні значення функцій зносостійкості

$p = 3$ МПа: $\Phi_1 = 1,86 \times 10^7$, $\Phi_2 = 2,08 \times 10^7$;

$p = 7$ МПа: $\Phi_1 = 1,57 \times 10^7$, $\Phi_2 = 1,55 \times 10^7$;

$p = 10$ МПа: $\Phi_1 = 1,31 \times 10^7$, $\Phi_2 = 1,17 \times 10^7$.

6.2.3.3. Питомі сили тертя

$\tau_1 = 1,02$ МПа, $\tau_2 = 2,38$ МПа, $\tau_3 = 4,3$ МПа.

6.2.3.4. Діаграми зносостійкості матеріалів

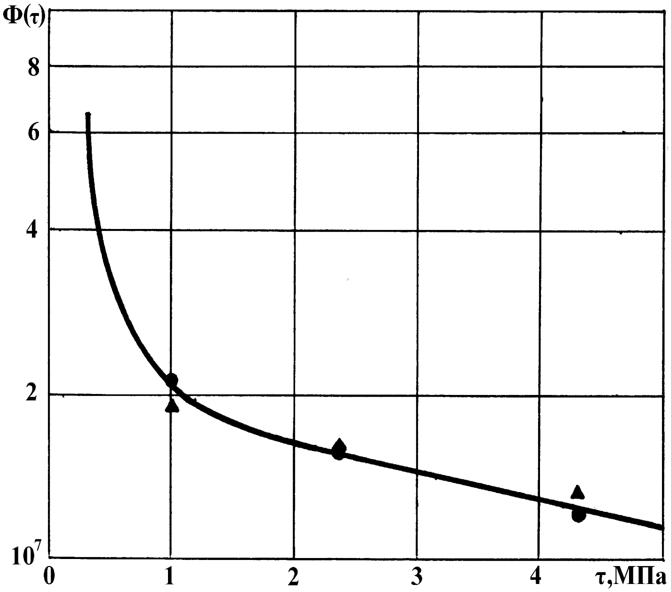


Рис. 6.11. Дослідні значення функцій зносостійкості матеріалів та їх діаграми зносостійкості

6.2.3.5. Характеристики зносостійкості

$B_1 = 7 \times 10^8$, $m_1 = 0,6$, $\tau_{01} = 0,3$ МПа,

$B_2 = 7 \times 10^8$, $m_2 = 0,6$, $\tau_{02} = 0,3$ МПа.

6.2.3.6. Функція довговічності втулки

На підставі (6.14) та врахування конструкції підшипника вона має такий вигляд:

$$t = \frac{-B_2 \tau_{02}^{m_2}}{3600 \nu S_h C_h \Sigma_2 \left(m_2 - 1\right) K_t^{(2)}} \left\{ \left[S_\delta \varepsilon \Sigma_\delta - \tau_{20}\right]^{m_2 - 1} - \left[\left(S_\delta \varepsilon \Sigma_\delta - \tau_{02}\right) + \varepsilon_h S_h\right]^{m_2 - 1} \right\},$$

(6.18)

де $\Sigma_2 = (h_2' - 1).$; $\varepsilon_h = C_h h_2 \Sigma_2; C_h = K\varepsilon / R_2 \alpha_{0\delta}; K = 4$.

Аналіз умов роботи оберненого підшипника при помірних робочих навантаженнях показує, що при роботі матиме місце зменшення трибоконтактних тисків. Тому після досягнення у підшипнику тиску $p(0, \delta, h) = p_{min}$ подальший процес зношування відбуватиметься під дією сталої питомої сили тертя $\tau_{min} = fp_{min}$. Відповідно ресурс $\tilde{t}$ підшипника для цієї фази трибопроцесу обчислюватиметься так:

$$\tilde{t}_2 = h_2 B_2 \left(\frac{\tau_{min} - \tau_{20}}{\tau_{20}} \right)^{m_2}, \tag{6.19}$$

де $\tau_{min} = 0,6fN / R$ [65].

Сумарна довговічність підшипника до досягнення допустимого зношування втулки h_{2*} буде лінійною сумою довговічностей t та $\tilde{t}$.

$$t_\Sigma = t + \tilde{t}, \tag{6.20}$$

Результати обчислень наведено у табл. 6.3 $(\delta_2 = 0)$ та 6.4 $(\delta_2 = 0,05мм)$

Табл. 6.3. Довговічність підшипника та максимальні трибоконтактні тиски

h_2, мм	Радіальний зазор ε, мм			
	0,05	0,1	0,15	0,2
0	$\frac{0,0}{18,2}$	$\frac{0,0}{25,6}$	$\frac{0,0}{31,4}$	$\frac{0,0}{36,2}$
0,1	$\frac{84,0}{10,6}$	$\frac{62,5}{17,9}$	$\frac{54}{23,6}$	$\frac{50}{28,3}$
0,2	$\frac{240}{4,15}$	$\frac{184}{10,2}$	$\frac{143}{15,8}$	$\frac{123}{20,5}$
0,3	$\frac{362}{4,15}$	$\frac{350}{4,15}$	$\frac{310}{8,00}$	$\frac{252}{12,7}$
0,4	$\frac{470}{4,15}$	$\frac{461}{4,15}$	$\frac{435}{4,15}$	$\frac{400}{4,8}$

Примітка: t (год) — у чисельнику, $p_{max} = p(0, \delta, h)$ в МПа — у знаменнику

Табл. 6.4. Довговічність підшипника та максимальні трибоконтактні тиски

h_2 ,мм	Радіальний зазор ε, мм			
	0,05	0,1	0,15	0,2
0	$\frac{0,0}{25,6}$	$\frac{0,0}{31,4}$	$\frac{0,0}{36,2}$	$\frac{0,0}{40,0}$
0,1	$\frac{54}{21,8}$	$\frac{50}{26,2}$	$\frac{47}{30,3}$	$\frac{44,5}{34,1}$
0,2	$\frac{122}{17,9}$	$\frac{117,5}{21,0}$	$\frac{110}{24,4}$	$\frac{103}{27,9}$
0,3	$\frac{221}{14,1}$	$\frac{214}{15,8}$	$\frac{200}{18,6}$	$\frac{184}{21,6}$
0,4	$\frac{394}{10,2}$	$\frac{375}{10,6}$	$\frac{342}{12,7}$	$\frac{309}{15,3}$

Примітка: $\delta_2 = 0,05$ мм (овальність втулки)

Аналіз отриманих результатів свідчить, що сумарна довговічність підшипника залежить від величини вихідного початкового зазору, який у рекомендованій посадці ø78 H7/e8 може приймати значення у діапазоні $\varepsilon_{\min} \div \varepsilon_{\max}$. Із його зростанням теж зростають максимальні контактні тиски, а це призводить до зниження довговічності при зношуванні $h_2 = 0,1...0,2$ мм до 1,6 раза. Надалі при зростанні h_2 довговічності при $\varepsilon_{\min}$ та $\varepsilon_{\max}$ зближуються (табл. 6.3).

Наявність овальності втулки ($\delta_2 = 0,05$ мм) призводить до подальшого зростання початкових контактних тисків (табл. 6.4) у порівнянні з випадком, коли $\delta_2 = 0$ (табл. 6.3). Окрім того, як і попередньо, тиск суттєво зростає при зростанні ε. Овальність помітно впливає на довговічність підшипника, знижуючи її залежно від зазору ще у 1,15 ... 1,55 раза в порівнянні із коловою втулкою.

Слід зазначити, що випробувальний ресурс використовуваного раніше підшипника кочення складав майже 100 год., а дані, наведені у табл. 6.3, 6.4, вказують, що при допустимому зношуванні втулки підшипника ковзання h_{2*} = 0,4 мм, його ресурс є кількаразово вищим. Це підтверджує доцільність і ефективність його використання у агрегаті Комбінатор ЛК-4.

РОЗДІЛ 7

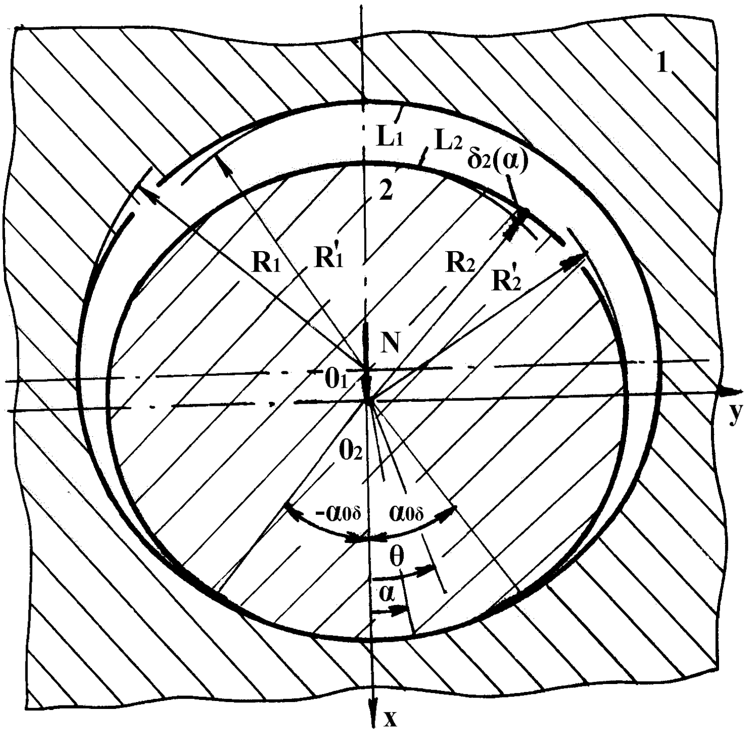
РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ТРИБОКОНТАКТУ ТА ДОВГОВІЧНОСТІ ЦИЛІНДРИЧНОЇ НАПРЯМНОЇ З ОГРАНЕННЯМ ЕЛЕМЕНТІВ

Циліндричні напрямні поступального або зворотно-поступального руху знаходять достатньо широке застосування у сучасній техніці в різноманітних машинах та обладнанні. Незважаючи на практичну необхідність їх проектного розрахунку довговічності або зношування на стадії проектування, не розроблені відповідні інженерні методи. Відомі в науковій літературі розрахункові методи [6, 20, 26, 27, 35, 57, 60, 86] в силу різних причин не дають змоги обґрунтовано прогнозувати показники довговічності та зношування трибосистем ковзання вказаного типу. Зокрема, не враховуються технологічні збурення форми контурів деталей напрямної, які неминуче виникають при їх виготовленні. У публікаціях [6, 72, 75, 81, 108, 110, 120], присвячених дослідженню впливу некруглості на характеристики контактної взаємодії, встановлено її помітний вплив на їх величину. Можна припустити, що мала некруглість елементів у вигляді різного огранення також буде впливати на довговічність елементів напрямної.

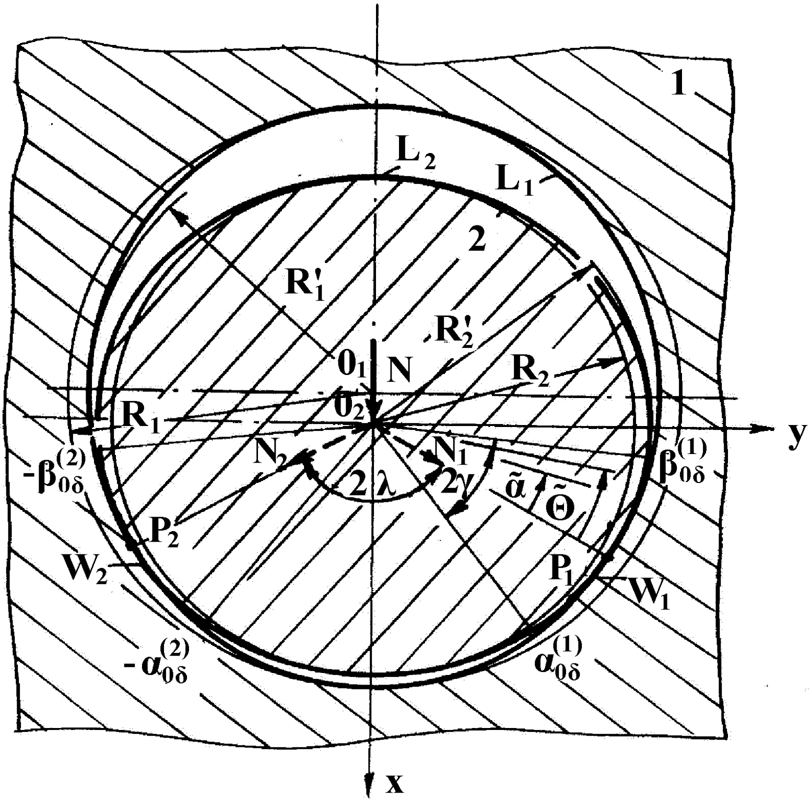
7.1. Постановка задачі дослідження кінетики зношування

Розглядувана циліндрична напрямна моделюється пружною обоймою 1 з отвором, в якому міститься пружний повзун 2. У з’єднанні має місце радіальний зазор $\varepsilon = R_1 - R_2 > 0$. Контури обох елементів можуть мати малу технологічну некруглість $\delta_k \langle\langle R_k$.

Залежно від взаємного розташування елементів під дією сили тяжіння повзуна може виникати початковий співдотик в одній нижній точці (рис.7.1а) або у двох симетричних відносно осі Ох точках P_1 і P_2, розташованих під невідомим кутом 2λ (рис.7.1б).



а) однообластевий контакт



б) двообластевий контакт

Рис. 7.1. Розрахункові схеми напрямної

До повзуна 2 в т. O_2 прикладається робоче зусилля N, що значно перевищує його вагу G_2. Під дією сили N в областях W_1 і W_2 виникають контактні тиски $p(\tilde{\alpha}, \delta)$, величина і розподіл 2γ яких є невідомими. Реакції N_1 і N_2 від зусилля N визначаються за залежністю $N_1 = N_2 = N/2\cos\lambda$.

На цьому етапі розв'язку задачі необхідно визначити: кут початкового контакту елементів; величину контактних тисків $p(\tilde{\alpha}, \delta)$; кут контакту 2γ.

У випадку зворотно-поступального переміщення повзуна під дією контактного тиску в областях W_1 і W_2 виникають сили тертя, що призводять до зношування елементів напрямної. У наступному розв’язок задачі зводиться до визначення довговічності t напрямної для заданого допустимого зношування h_{k*} чи лінійного зношування h_1 і h_2 її елементів при прийнятій довговічності t_*.

7.2. Метод розв’язку задачі

З метою розв’язку задачі використовуємо метод дослідження підшипника ковзання, поданий вище, де функція контактних тисків містить одну точку колокації. Розв’язок задачі проводиться для напрямних з однообластевим та двообластевим контактом.

У випадку некруглості різного типу обох елементів напрямної рівняння для обчислення початкових контактних тисків має вигляд:

- однообластевий контакт

$$k_1 \int_{-\alpha_{0\delta}}^{\alpha_{0\delta}} \operatorname{ctg}\frac{\alpha-\theta}{2} p'(\theta,\delta)d\theta = k_2 p(\alpha,\delta) + k_3 \int_{-\alpha_{0\delta}}^{\alpha_{0\delta}} p(\alpha,\delta)d\alpha +$$

$$+k_4 \cos\alpha \int_{-\alpha_{0\delta}}^{\alpha_{0\delta}} p(\alpha,\delta)\cos\alpha d\alpha + \frac{\varepsilon}{R^2}\left[1-\frac{\delta_1}{2\varepsilon}D_1(\alpha)-\frac{\delta_2}{2\varepsilon}D_2(\alpha)\right]; \tag{7.1}$$

- двообластевий контакт

$$k_1 \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} \operatorname{ctg}\frac{\tilde{\alpha}-\tilde{\theta}}{2} p'(\tilde{\theta},\delta)d\tilde{\theta} = k_2 p(\tilde{\alpha},\delta) + k_3 \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} p(\tilde{\alpha},\delta)d\alpha + k_4 \cos\tilde{\alpha} \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} p(\tilde{\alpha},\delta)\cos\tilde{\alpha}d\tilde{\alpha} +$$

$$+\frac{\varepsilon}{R^2}\left[1-\frac{\delta_1}{2\varepsilon}D_1(\alpha)-\frac{\delta_2}{2\varepsilon}D_2(\alpha)\right],\tilde{\alpha}=\lambda+\alpha,\tilde{\theta}=\lambda+\theta. \qquad (7.2)$$

Характеристики огранення основи обойми 1 і повзуна 2 для вибраних схем з'єднань.

7.2.1. Однообластевий контакт

а) колова 1 – коловий 2 (вихідна схема)

$D_1 = 1$, $D_2 = 1$;

б) колова 1 – овальний 2 (схема 3')

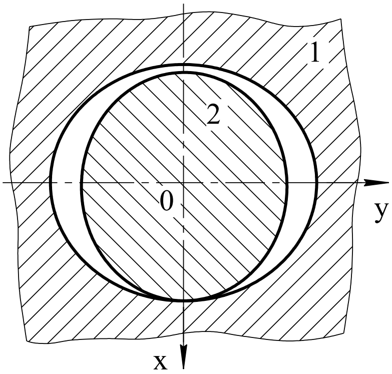
$D_1 = 1$, $D_2(\alpha) = 1\text{-}3\cos2\alpha$;

в) колова 1 – тригранний 2 (схема 6')

$D_1 = 1$, $D_2(\alpha) = 1\text{-}8\cos3\alpha$;

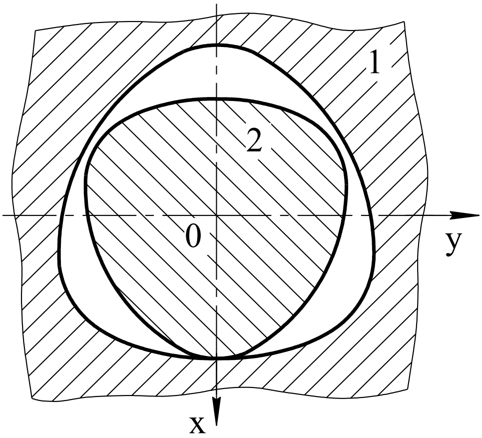
г) овальна 1 – овальний 2 (схема 3)

$D_1(\alpha) = 1\text{-}3\cos2\alpha$, $D_2(\alpha) = 1\text{-}3\cos2\alpha$;



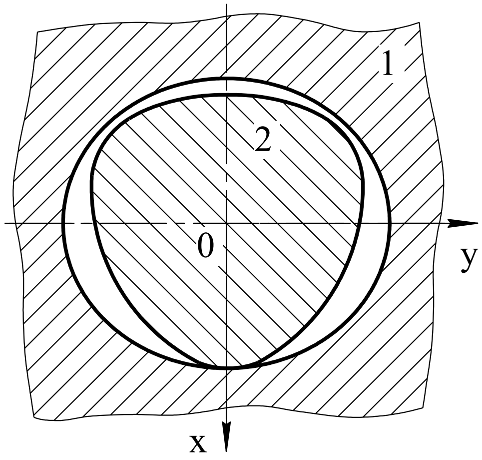
д) тригранна 1 – тригранний 2 (схема 6)

$D_1(\alpha) = 1\text{-}8\cos3\alpha$, $D_2(\alpha) = 1\text{-}8\cos3\alpha$;



е) овальна 1 – тригранний 2 (схема 11)

$D_1(\alpha) = 1\text{-}3\cos2\alpha$, $D_2(\alpha) = 1\text{-}8\cos3\alpha$;



7.2.2. Двообластевий контакт

Таблиця 7.1. Схеми комбінованих з’єднань тіл з огранненням

Схема з’єднання	Рисунки контурів	Обмежуючі умови	Характеристики форми контурів
Комбіновані з’єднання з двообластевим контактом			
28	2.2а, 2.2г	$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1= D_2=A_2$
29	2.2а, 2.3г	$\delta_1 + 0.75\delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=A_2$, $D_2=B_2$
30	2.2а, 2.4г	$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=A_2$, $D_2=F_2$
31	2.3а, 2.2г	$0.75\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=B_2$, $D_2=A_2$
32	2.3а, 2.3г	$0.75\delta_1 + 0.75\delta_2 \le \varepsilon$	$D_1= D_2=B_2$
33	2.3а, 2.4г	$0.75\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=B_2$, $D_2=F_2$
34	2.4а, 2.2г	$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=F_2$, $D_2=A_2$
35	2.4а, 2.3г	$\delta_1 + 0.75\delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=F_2$, $D_2=B_2$
36	2.4а, 2.4г	$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1= D_2=F_2$

а) колова 1 – коловий 2 (вихідна схема)

$D_1 = 1$, $D_2 = 1$;

б) колова 1 – овальний 2 (схема 28')

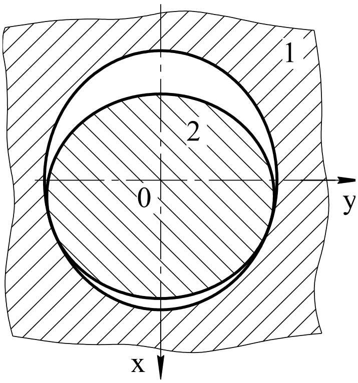
$D_1 = 1$, $D_2(\alpha) = 1+3\cos2\alpha$;

в) колова 1 – тригранний 2 (схема 32')

$D_1 = 1$, $D_2(\alpha) = 1+8\cos3\alpha$;

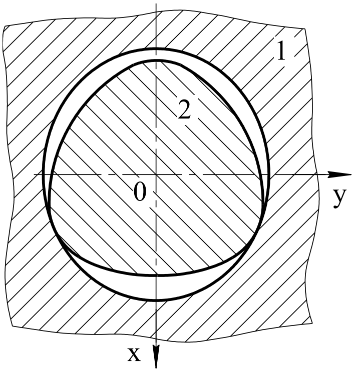
г) овальна 1 – овальний 2 (схема 28)

$D_1(\alpha) = 1+3\cos2\alpha$, $D_2(\alpha) = 1+3\cos2\alpha$;



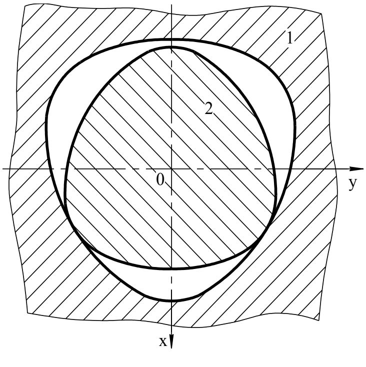
д) овальна 1 – тригранний 2 (схема 29)

$D_1(\alpha) = 1+3\cos2\alpha$, $D_2(\alpha) = 1+8\cos3\alpha$.



е) тригранна 1 – тригранний 2 (схема 32)

$D_1(\alpha) = 1+8\cos3\alpha$, $D_2(\alpha) = 1+8\cos3\alpha$;



Початкові максимальні тиски для однієї точки колокації $\alpha = 0{,}5\alpha_{0\delta}$ для випадку однообластевого контакту подаються формулою

$$p(0,\delta) = E_{\delta}\varepsilon_{\delta}\operatorname{tg}\frac{\alpha_{0\delta}}{2}, \tag{7.3}$$

$$E_{\delta} = \frac{e_4}{R\cos^{-2}\frac{\alpha_{0\delta}}{4}}. \tag{7.4}$$

У даному випадку матеріали напрямної і повзуна є однаковими. Отже,

$$e_4 = 4E^2 / Z, Z = 2(1+\kappa)(1+\nu)E, \kappa = 3-4\nu.$$

Півкут початкового контакту $\alpha_{0\delta}$ визначається, як і раніше

$$N = 4\pi R E_{\delta}\varepsilon\Sigma_{\delta}\sin^2\frac{\alpha_{0\delta}}{4}. \tag{7.5}$$

Функція тисків, спричинених зношуванням

$$p(\alpha,h) = C_h E_h \varepsilon_h \operatorname{tg}\frac{\alpha_{0\delta h}}{2}, \tag{7.6}$$

де $E_h = \frac{e_4}{R\cos^{-2}\frac{\alpha_{0\delta h}}{4}},$

$$\varepsilon_h = h_1(\pm K_t^{(1)} \pm h_1') = h_2(\pm K_t^{(2)} \pm h_2') = h_k(\pm K_t^{(k)} \pm h_k').$$

Тут $\varepsilon_h = -h_1(1 + h_1')$, $C_h = \varepsilon / R\alpha_{0\delta}$.

Рівняння для визначення півкута трибологічного контакту $\alpha_{0\delta h}$

$$N = 4\pi R(E_\delta \varepsilon_\delta + C_h \varepsilon_h E_h)\sin^2 \frac{\alpha_{0\delta h}}{4}. \tag{7.7}$$

Для випадку двообластевого контакту початкові тиски представлені рівнянням

$$p(\lambda, \delta) = E_\delta \varepsilon_\delta \mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}, \tag{7.8}$$

де $E_\delta = e_4 / R\cos^{-2}(\gamma / 4)$.

Півкут вихідного контакту γ визначається з умови

$$N_1 = 4\pi R E_\delta \varepsilon_\delta \sin^2 \frac{\gamma}{4}, \tag{7.9}$$

де сили реакції у точках контакту визначаються згідно з формулою $N_1 = N_2 = N / 2\cos\lambda$.

Функція тисків, спричинених зношуванням

$$p(\lambda, h) = C_h E_h \varepsilon_h \mathrm{tg}\frac{\gamma_{\delta h}}{2}, \tag{7.10}$$

де $E_h = e_4 / R\cos^{-2}(\gamma_{\delta h} / 4)$, $C_h = \varepsilon / R\gamma$.

Рівняння для визначення півкута трибологічного контакту $\gamma_{\delta h}$

$$N_1 = N_2 = 4\pi R(E_\delta \varepsilon_\delta + C_h \varepsilon_h E_h)\sin^2 \frac{\gamma_{\delta h}}{4} . \qquad (7.11)$$

Функція довговічності напрямної:

а) однообластевий контакт

$$t = \frac{-B_k \tau_{0k}^{m_k}}{vC_h S_h (1+h'_k)(1-m_k)} \left\{ \left[S_\delta \varepsilon \Sigma_\delta - \tau_{0k} \right]^{1-m_k} - \left[(S_\delta \varepsilon \Sigma_\delta - \tau_{0k}) - h_k C_h \Sigma_k S_h \right]^{1-m_k} \right\}, \qquad (7.12)$$

де $\Sigma_1 = \left(1 + h'_1\right), \quad S_h = fE_h \mathrm{tg}\frac{\alpha_{0\delta h}}{2}, \quad S_\delta = fE_\delta \mathrm{tg}\frac{\alpha_{0\delta}}{2}$.

б) двообластевий контакт

$$t = \frac{-B_k \tau_{0k}^{m_k}}{vC_h S_h (1+h'_k)(1-m_k)} \left\{ \left[S_\delta \varepsilon \Sigma_\delta - \tau_{0k} \right]^{1-m_k} - \left[(S_\delta \varepsilon \Sigma_\delta - \tau_{0k}) - h_k C_h \Sigma_k S_h \right]^{1-m_k} \right\}, \qquad (7.13)$$

де $S_h = fE_h \mathrm{tg}\frac{\gamma_{\delta h}}{2}, \quad S_\delta = fE_\delta \mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}$.

7.3. Чисельний розв’язок задачі

Для обчислень вибрано такі дані: N = 0,1; 1,0 МН; v = 0,028; 0,05; 0,1 м/с; R = 0,025; 0,05; 0,1 м; $\varepsilon = (0{,}21;\ 0{,}41)\cdot 10^{-3}$ м; δ_1 і δ_2 = (0; 0,1; 0,2; 0,4)$\cdot 10^{-3}$ м; $\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$; f = 0,05; 0,1; h_1 = (0; 0,1; 0,2; 0,4)$\cdot 10^{-3}$ м; $K_t^{(1)} = 1 : K_t^{(2)} =$ 0,1; $G_1 = G_2 = 8{,}1\cdot 10^4$ МПа; $\nu_1 = \nu_2 = 0{,}3$; $B_1 = 5{,}46\cdot 10^9$, $m_1 = 0{,}66$, $\tau_{01} = 0{,}08$ МПа (повзун - сталь 45 – гартування +відпуск); $B_2 = 6{,}33\cdot 10^9$, $m_2 = 0{,}56$, τ_{02} = 0,1 МПа (основа обойми – сталь 35 розкатана роликами). У випадку овальності повзуна (основи обойми) при $\varepsilon = 0.41 \cdot 10^{-3}$ м δ_1 і (або) $\delta_2 = 0.4 \cdot 10^{-3}$ м $\lambda = 81^0$; при $\varepsilon = 0.21 \cdot 10^{-3}$ м δ_1 і (або) $\delta_2 = 0.2 \cdot 10^{-3}$ м $\lambda = 77^0$; у випадку тригранності повзуна (основи обойми) при $\varepsilon = 0.41 \cdot 10^{-3}$ м δ_1 і (або) $\delta_2 = 0.4 \cdot 10^{-3}$ м $\lambda = 52^0$; при $\varepsilon = 0.21 \cdot 10^{-3}$ м δ_1 і (або) $\delta_2 = 0.2 \cdot 10^{-3}$ м $\lambda = 49^0$.

У результаті числового розв’язку отримано величини максимальних контактних трибологічних тисків — $p(0,\delta,h)$, півкутів контакту — $\alpha_{0\delta}, \alpha_{0\delta h}$ та $\gamma, \gamma_{\delta h}$ довговічність t при v = 0,028 м/с для зношувань h_1. Результати проведених розрахунків для частини вказаних даних (N = 0.1 МН; R = 0.025 м; $\varepsilon = 0.41 \cdot 10^{-3}$ м, f = 0.05) подано:

- для однообластевого контакту на рис. 7.2 – 7.4;
- для двообластевого контакту на рис. 7.5 – 7.7.

7.3.1. Однообластевий контакт

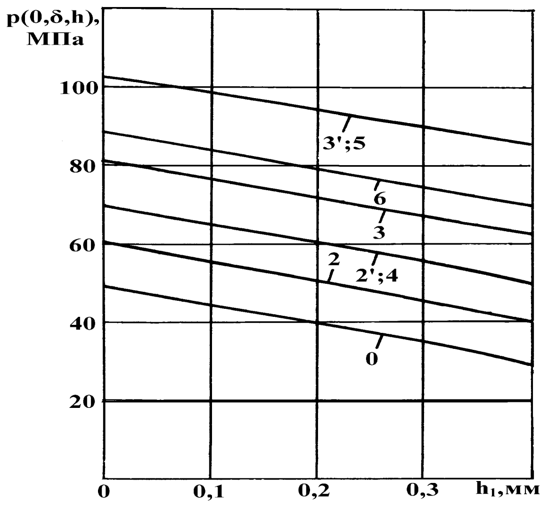


Рис. 7.2. Зміна тисків p(0,δ,h) внаслідок зношування для різних типів огранення контурів елементів: колова / коловий: 0 – $\delta_1 = 0$; колова / овальний:

$2 - \delta_1 = 0$, $\delta_2 = 0{,}2$ мм; $2' - \delta_1 = 0, \delta_2 = 0,4$ мм; колова / триграний: $3 - \delta_1 = 0$, $\delta_2 =$ 0.2 мм; $3' - \delta_1 = 0, \delta_2 = 0,4$ мм; овальна / овальний: $4 - \delta_1 = \delta_2 = 0{,}2$ мм; триграна / триграний: $5 - \delta_1 = \delta_2 = 0{,}2$ мм; овальна / триграний: $6 - \delta_1 = \delta_2 = 0{,}2$ мм

Аналіз рис. 7.2 показує, що зростання порядку огранення контурів (графіки 0→2→3→4→6) призводить до зростання вихідних тисків p(0,δ) та при зношуванні тиски p(0,δ,h), постійно зменшуючись, зберігають таку ж різницю, як і вихідні тиски.

Характер зміни півкутів трибоконтакту $\alpha_{0\delta h}$ при зношуванні елементів напрямної з огранням контурів різного типу показано на рис. 7.3.

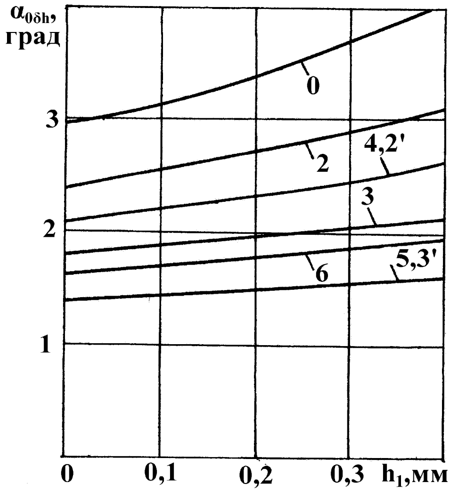


Рис. 7.3. Зміна півкутів трибологічного контакту $\alpha_{0\delta h}$ при зношуванні

Дослідження довговічності t, необхідної для досягнення заданого зношування h_1 основи, показали лінійну залежність t ~ h_1 (рис. 7.4). Слід відзначити, що довговічність зворотно-пропорційно залежить від виду огранення (зменшується) у порівнянні з трибосистемою з неколовими контурами.

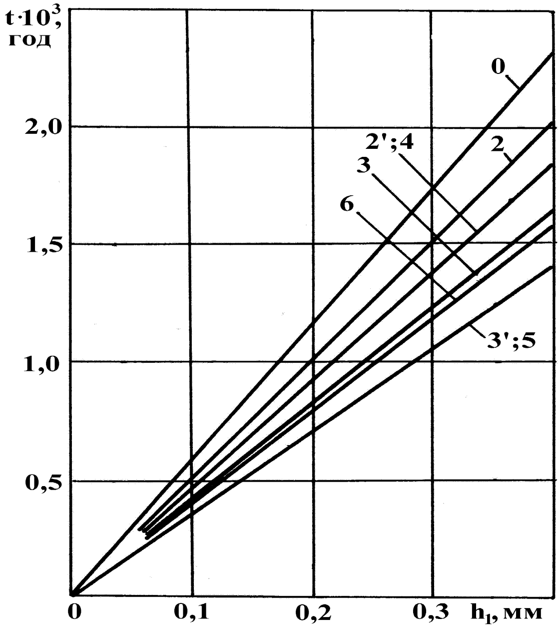


Рис. 7.4. Залежність довговічності t від зношування h_1 основи напрямної

7.3.2. Двообластевий контакт

Для з'єднань цього типу спостерігається інший характер впливу некруглості на параметри вихідного контакту та в процесі зношування (рис. 7.5, 7.6)

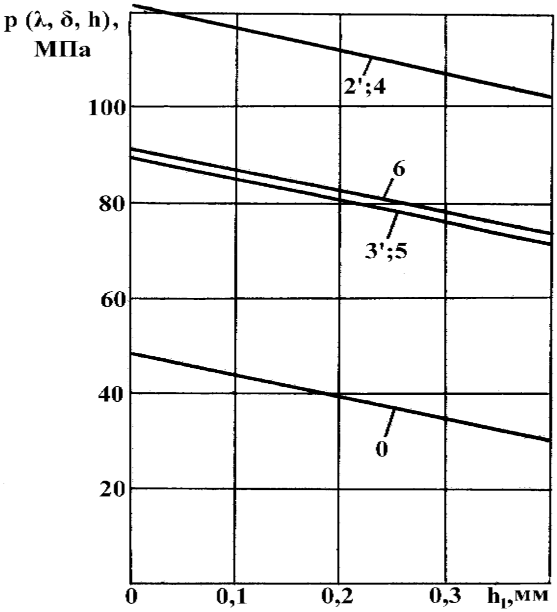


Рис. 7.5. Зміна тисків p(λ,δ,h) внаслідок зношування для різних типів огранення контурів елементів

Значне зростання тисків p(λ,δ) (графіки 2', 4) у з’єднанні, де повзун чи обидва елементи напрямної мають овальність контурів, в порівнянні не тільки з вихідним випадком (графік 0), а також, коли елементи мають тригранні контури, спричинене значною різницею величин кутів початкового контакту 2λ. Як було вказано в даних для розрахунків $2\lambda \approx 162^0$ (овальні контури) та $2\lambda \approx 104^0$ (тригранні контури). З цієї причини сили в контакті $N_1 = N_2 = N / 2\cos\lambda$ мають значення 0,32 МН і 0,081 МН.

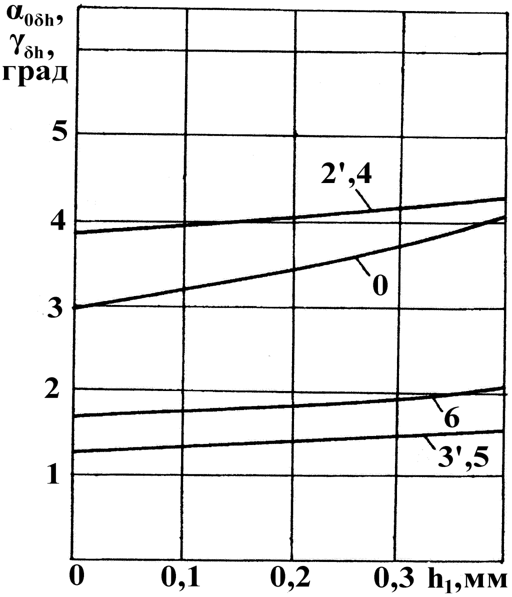


Рис. 7.6 Зміна півкутів трибологічного контакту $\gamma_{\delta h}$ при зношуванні

Вказані тут зміни $\gamma_{\delta h}$ ($\alpha_{0\delta h}$) дещо відрізняються від зміни $p(\lambda, \delta, h)$ з рис. 7.5 (графіки 2', 4). Овальність повзуна чи обох елементів спричиняє зростання кутів $2\gamma_{\delta h}$ ($2\alpha_{0\delta h}$) у результаті значного збільшення сили реакції N_1 (N_2) по відношенню до прикладеної сили N. Порівняння графіків 2'; 4 та 0 на рис. 7.5 і 7.6 вказує, що при збільшенні області контакту (рис. 7.6) спостерігається теж збільшення контактних тисків більш, ніж у 2 рази (рис. 7.5).

Зміна довговічності при зношуванні елементів напрямної має лінійний характер (рис. 7.7). У порівнянні з попередньою групою напрямних з однообластевим контактом огранення контурів для схем другої групи спричиняє двообластевий контакт, а це, своєю чергою, її зміну згідно зі зміною тисків p(λ,δ,h).

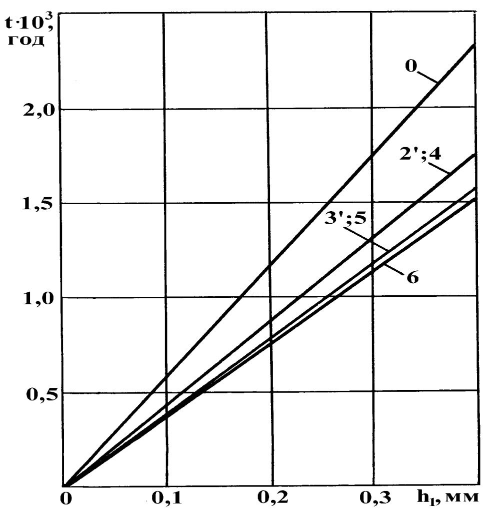


Рис. 7.7. Залежність довговічності від огранення контурів

У результаті проведених досліджень підтверджується значний вплив огранення на досліджувані параметри контакту та довговічність.

Максимальні контактні тиски $p(0,\delta,h)$ чи $p(\lambda,\delta,h)$ у процесі зношування елементів напрямної зменшуються у випадку як однобластевого (рис. 7.2), так і двообластевого (рис. 7.5) контактів, що спричинено зростанням кутів трибоконтакту $2\alpha_{0\delta h}$ (рис. 7.3) або $2\gamma_{\delta h}$ (рис. 7.6).

Однак мала некруглість елементів у першій та другій групах з’єднань по-різному впливає на величину початкових максимальних контактних тисків p(0,δ) та p(λ,δ) (рис. 7.2 та 7.5) у порівнянні з ідеалізованим випадком, поданим графіком 0.

7.4. Модифікований метод розв’язку трибоконтактної задачі

У пропонованому методі розв’язку контактної задачі з урахуванням зношування елементів напрямної (рис. 7.1а), де буде однообластевий контакт, приймається інший спосіб визначення контактних тисків, як подано у п. 7.1 згідно з (7.1).

7.4.1. Рівняння контактних тисків

Для випадку співдотику тіл з огранениям контурів воно матиме вигляд

$$k_1 \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \mathrm{ctg}\frac{\alpha-\theta}{2} p'(\theta,\delta,h)d\theta = k_2 p(\alpha,\delta,h) + k_3 \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} p\left(\alpha,\delta,h\right)d\alpha +$$

$$(7.14)$$

$$+k_4 \cos\alpha \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} p(\alpha,\delta,h)\cos\alpha d\alpha + \frac{\varepsilon}{R_1 R_2} -$$

$$-\ \mathrm{sin}\alpha\left\{2\left[\frac{f'_{1x}\left(\alpha,\delta,h\right)}{R_1^2} - \frac{f'_{2x}\left(\alpha,\delta,h\right)}{R_2^2}\right] - \left[\frac{f''_{1y}\left(\alpha,\delta,h\right)}{R_1^2} - \frac{f''_{2y}\left(\alpha,\delta,h\right)}{R_2^2}\right]\right\}+$$

$$+\cos\alpha\left\{2\left[\frac{f_{1y}'(\alpha,\delta,h)}{R_1^2}-\frac{f'_{2y}(\alpha,\delta,h)}{R_2^2}\right]-\left[\frac{f''_{1x}(\alpha,\delta,h)}{R_1^2}-\frac{f''_{2x}(\alpha,\delta,h)}{R_2^2}\right]\right\},$$

$$f_{kx}(\alpha,\delta,h)=x_k^{(\omega)}(\alpha,\delta,h)-x_k(\alpha),$$

$$f_{ky}(\alpha,\delta,h)=y_k^{(\omega)}(\alpha,\delta,h)-y_k(\alpha),$$

де $x_k^{(\omega)}(\alpha,\delta,h),\ y_k^{(\omega)}(\alpha,\delta,h)$ — параметричні рівняння контурів елементів трибосистеми з початковою (технологічною) та набутою (внаслідок зношування) некруглістю (огранённям); $x_k(\alpha)=A_k\cos\alpha, y_k=A_k\sin\alpha$ — рівняння опорних кіл; $\delta=\delta_k(\alpha,h)=(-1)^k[R_k(\alpha)\pm h_k(\alpha,t)-R_k$ — величина відхилення форми контурів від кола з урахуванням зношування ; при k = 1 приймається знак “плюс”, при k = 2 – “мінус”.

У загальному параметричні рівняння подаються у вигляді

$$x_k^{(\omega)}(\alpha,\delta,h)=r_{kl}^{(\omega)}(\alpha,\delta,h)\cos\alpha,$$

$$y_k^{(\omega)}(\alpha,\delta,h)=r_{kl}^{(\omega)}(\alpha,\delta,h)\sin\alpha. \qquad (7.15)$$

Відповідно радіуси – вектори контурів з огранённям без зношування і за його наявності описуються у такий спосіб:

$$r_{kl}^{(\omega)}(\alpha,\delta,0)=0.5[\delta_k^+-(-1)^l\delta_k]\cos\omega\alpha, \qquad (7.16)$$

$$r_{kl}^{(\omega)}(\alpha,\delta,h)=$$

$$=0.5\{[\delta_k^{+}-(-1)^{k}h_k]-(-1)^{l}[\delta_k+(-1)^{|k-l|}h_k]\cos\omega\alpha\}, \qquad (7.17)$$

де $\delta_k^{+}=a_k+b_k, \delta_k=a_k-b_k$.

7.4.2. Функція трибоконтактних тисків

З метою наближеного рівняння (7.14) використано метод колокації. Вибрано функцію тисків $p(\alpha,\delta,h)$ у такому вигляді:

$$p(\alpha,\delta,h)\approx\left[C_0(\delta,h)+C_2(\delta,h)\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}\right]\sqrt{\mathrm{tg}^2\frac{\alpha_{0\delta}}{2}-\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}, \qquad (7.18)$$

де C_0, C_2 – невідомі коефіцієнти колокації.

Ввівши заміну змінних $\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}=\xi, \mathrm{tg}\frac{\theta}{2}=x$ у рівняння (7.14) та у функцію контактних тисків (7.18), отримано:

$$k_1\int_{-d_0}^{d_0}\frac{p'(2\mathrm{arc\,tg}\,x,\delta,h)dx}{x-\xi}=-k_4\frac{1-\xi^2}{1+\xi^2}\int_{-d_0}^{d_0}\frac{(1-\xi^2)p(\mathrm{arc\,tg}\,\xi,\delta,h)}{(1+\xi^2)^2}d\xi-$$

$$-k_3\int_{-d_0}^{d_0}\frac{p(2\mathrm{arc\,tg}\,\xi,\delta,h)}{1+\xi^2}d\xi+k_2\int_{-d_0}^{d_0}\frac{\xi p'(2\mathrm{arc\,tg}\,\xi,\delta,h)}{1+\xi^2}d\xi-\frac{\varepsilon}{R^2}K_j(\xi,\delta,h), \qquad (7.19)$$

$j=1;2,$

$$p(\alpha,\delta,h)\approx\left[C_0(\delta,h)+C_2(\delta,h)\xi^2\right]\sqrt{d_0{}^2-\xi^2}, \qquad (7.20)$$

де $d_0 = \mathrm{tg}(\alpha_{0\delta} / 2)$; вузли колокації $\xi_1 = 0,\ \xi_2 = 0,65 d_0$.

Підставляючи (7.20) у (7.19), після інтегрування отримано таку систему двох алгебраїчних рівнянь для визначення C_0, C_2 :

$$\begin{aligned} &C_0(\delta,h)A_{01}(\xi_1) + C_2(\delta,h)A_{21}(\xi_1) = -\frac{\varepsilon}{R}K_1\left(\xi_1,\delta,h\right), \\ &C_0(\delta,h)A_{02}(\xi_2) + C_2(\delta,h)A_{22}(\xi_2) = -\frac{\varepsilon}{R}K_2\left(\xi_2,\delta,h\right), \end{aligned} \tag{7.21}$$

де

$$\begin{aligned} &K_1\left(\xi_1,\delta,h\right) = 1 - \frac{\delta_1 - C_h h_1}{2\varepsilon} D_1^{(\omega)}\left(\xi_1\right) - \frac{\delta_2 - C_h h_2}{2\varepsilon} D_2^{(\omega)}\left(\xi_1\right), \\ &K_2\left(\xi_2,\delta,h\right) = 1 - \frac{\delta_1 - C_h h_1}{2\varepsilon} D_1^{(\omega)}\left(\xi_2\right) - \frac{\delta_2 - C_h h_2}{2\varepsilon} D_2^{(\omega)}\left(\xi_2\right), \end{aligned} \tag{7.22}$$

$$A_{0j}\left(\xi_j\right) = \pi R \left\{ \begin{aligned} &-k_1\left(1+\xi_j{}^2\right) + \frac{k_2}{\pi}\sqrt{d_0{}^2 - \xi_j{}^2} + \\ &+2k_3(b-1) + 2k_4\,\frac{(b-1)\left(1-\xi_j{}^2\right)}{b\left(1+\xi_j{}^2\right)} \end{aligned} \right\},$$

$$\begin{aligned} A_{2j}\left(\xi_j\right) = \pi R \Big\{ &0,5k_1\left(d_0{}^2 - 6\xi_j{}^2\right)\left(1+\xi_j{}^2\right) + \frac{k_2}{\pi}\xi_j{}^2\sqrt{d_0{}^2 - \xi_j{}^2} + \\ &+ k_3(b-1)^2 + k_4\left[4d_0{}^2 - \left(d_0{}^2 + 6\right)b + 6\right]\left(1-\xi_j{}^2\right)b^{-1}\left(1+\xi_j{}^2\right)^{-1} \Big\}, \end{aligned} \tag{7.23}$$

$b = \sqrt{d_0^2 + 1}$, $D_1^{(\omega)}(\xi), D_2^{(\omega)}(\xi)$ – таблиця 7.1; $C_h = \varepsilon / R\alpha_{0\delta}$.

З системи (7.22) отримано такі вирази для визначення $C_0(\delta,h)$ та $C_2(\delta,h)$:

$$C_o = \frac{A_{21}\left(\xi_1\right)K_2 - A_{22}\left(\xi_2\right)K_1}{A_{01}\left(\xi_1\right)A_{22}\left(\xi_2\right) - A_{02}\left(\xi_2\right)A_{21}\left(\xi_1\right)}\frac{\varepsilon}{R},$$

$$C_2 = \frac{A_{02}\left(\xi_2\right)K_1 - A_{01}\left(\xi_1\right)K_2}{A_{01}\left(\xi_1\right)A_{22}\left(\xi_2\right) - A_{02}\left(\xi_2\right)A_{21}\left(\xi_1\right)}\frac{\varepsilon}{R}. \tag{7.24}$$

Для визначення початкового півкута контакту $\alpha_{0\delta}$ та трибоконтакту $\alpha_{0\delta h}$ використовується умова рівноваги:

$$N = R_2 \int_{-\bar{\alpha}_0}^{\bar{\alpha}_0} p(\bar{\alpha},\delta,h)\cos\bar{\alpha}\,d\bar{\alpha} =$$

$$= 2\pi R_2 \left\{ C_0(\delta,h)\left(1-b^{-1}\right) + C_2(\delta,h)\left[d_0{}^2\left(4-b\right)+6\left(1-b\right)\right]\frac{b}{2} \right\} \tag{7.25}$$

де $\bar{\alpha}_0 = \alpha_{0\delta}$ при $\delta_k \rangle 0,\ b = \sqrt{d_0^2+1},$

$h_k = 0, C_0(\delta,h) = C_0(\delta,0),\quad C_2(\delta,h) = C_2(\delta,0);$

$\bar{\alpha}_0 = \alpha_{0\delta h}$ де $\delta_k \rangle 0,\ h_k \rangle 0,\ b = \sqrt{d_0^2+1},\ d_{0h} = tg(\alpha_{0\delta h}/2).$

7.4.3. Функція довговічності трибосистеми

Функцію довговічності отримано у вигляді

$$t_k = \frac{-B_k\left[\tau_{k0}\right]^{m_k}}{vZ_k\left(1-m_k\right)}\left[S_k^{\,1-m_k} - \left(S_k + Z_k h_k\right)^{1-m_k}\right], \qquad (7.26)$$

де

$$Z_k = \frac{\Gamma C_h f}{2\varepsilon}\left[\varphi_k\left(\tilde{A}_{12} - \xi^2\tilde{A}'_{12}\right) + \varphi'_k\left(\tilde{A}_{34} - \xi^2\tilde{A}'_{34}\right)\right],$$

при k=1 $\varphi_1 = 1,\ \varphi'_1 = h'_1;$ при k=2 $\varphi_2 = h'_2,\ \varphi'_2 = 1;$

$$S_k = f\Gamma\left(\tilde{A} - \xi^2\tilde{A}'\right) - \tau_{k0} -$$

$$-0,5f\Gamma\varepsilon^{-1}\left[\delta_1\left(\tilde{A}_{12} - \xi^2\tilde{A}'_{12}\right) + \delta_2\left(\tilde{A}_{34} - \xi^2\tilde{A}'_{34}\right)\right],$$

$$\tilde{A}_{12} = A_{21}(\xi_1)D_1(\xi_2) - A_{22}(\xi_2)D_1(\xi_1),$$

$$\tilde{A}'_{12} = A_{01}(\xi_1)D_1(\xi_2) - A_{02}(\xi_2)D_1(\xi_1),$$

$$\tilde{A}_{34} = A_{21}(\xi_1)D_2(\xi_2) - A_{22}(\xi_2)D_2(\xi_1),$$

$$\tilde{A}'_{34} = A_{01}(\xi_1)D_2(\xi_2) - A_{02}(\xi_2)D_2(\xi_1),$$

$$\tilde{A} = A_{21}(\xi_1) - A_{22}(\xi_2),\ \tilde{A}' = A_{01}(\xi_1) - A_{02}(\xi_2),$$

$$\Gamma = \frac{\varepsilon\sqrt{{d_0}^2 - \xi^2}}{RM}, \quad M = A_{01}(\xi_1)A_{22}(\xi_2) - A_{02}(\xi_2)A_{21}(\xi_1).$$

У формулі (7.22) є лінійні зношування h_1 і h_2 елементів трибосистеми. Коли $h_1 \neq h_2$ їх взаємозв'язок є таким:

$$h_1 = \frac{h_2 h_2'}{K_t^{(2)}}, \quad h_2 = \frac{h_1 h_1'}{K_t^{(1)}}. \tag{7.27}$$

Максимальні зношування h_1 та h_2 будуть при $\xi = 0$.

7.4.4. Числовий розв'язок задачі

Вихідні дані: N = 0.1; 1.0 МН; v = 0,028 м/с; R = 0.025; 0.05; 0.1 м; $\varepsilon = (0.21; 0.41)\cdot 10^{-3}$ м; δ_1 і $\delta_2 = (0; 0.1; 0.2; 0.4)\cdot 10^{-3}$ м; $\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$; f = 0.05; 0.1; $h_1 = (0; 0.1; 0.2; 0.4)\cdot 10^{-3}$ м; $K_t^{(1)} = 1$; $K_t^{(2)} = 0.1$; $G_1 = G_2 = 8.1\cdot 10^4$ МПа; $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$; $B_1 = 5.46\cdot 10^9$, $m_1 = 0.66$, $\tau_{10} = 0.08$ МПа (повзун зі сталі 35 – розкатування роликами); $B_2 = 6.33\cdot 10^9$, $m_2 = 0.56$, $\tau_{20} = 0.1$ МПа (основа напрямної зі сталі 35 з хромовим електролітичним покриттям).

У результаті числового розв'язку встановлюються: максимальні трибоконтактні тиски — $p(0, \delta, h)$, півкути контакту — $\alpha_{0\delta}, \alpha_{0\delta h}$, довговічність трибосистеми t.

Розв'язок проведено для таких з'єднань (за табл. 2.1, 2.2):

- вихідна схема, де контури обох елементів є коловими:
  $D_1 = D_2 = 1$;
- схема № 3, де контури обох елементів є овальними:
  $D_1 = D_2 = (-2 + 20\xi^2 - 2\xi^4)/(1 + \xi^2)^2$;

- схема № 3′, де отвір у корпусі є коловим:

$$D_1 = 1, D_2 = (-2 + 20\xi^2 - 2\xi^4) / (1 + \xi^2)^2;$$

- схема № 6, де контури обох елементів є тригранними:

$$D_1 = D_2 = (-7 + 123\xi^2 - 117\xi^4 + 9\xi^6) / (1 + \xi^2)^3;$$

- схема № 6′, де отвір в корпусі є коловим:

$$D_1 = 1, \quad D_2 = (-7 + 123\xi^2 - 117\xi^4 + 9\xi^6) / (1 + \xi^2)^3.$$

Числовий розв'язок показує, що цим методом не вдається отримати задовільних результатів перебігу (п. 7.1) якісної зміни тисків $p(0, \delta, h)$, кутів контакту - $2\alpha_{0\delta}$, $2\alpha_{0\delta h}$, довговічності t системи.

7.5. Модифікований наступний метод розв'язку трибоконтактної задачі

Оскільки попередній метод не дає можливості отримати коректний розв'язок задачі, то нижче запропоновано подальшу модифікацію методу, поданого вище.

Загальне рівняння на контактні тиски $p(\alpha, \delta, h)$ має вигляд (7.14). Функція трибоконтактних тисків $p(\alpha, \delta, h)$ подається виразом (7.20). У системі рівнянь (7.21) для визначення коефіцієнтів колокації C_0, C_2 змінено структуру величин K_1 та K_2 . Відповідно

$$K_1 = K_1(\xi_1, \delta, h) = 1 - \frac{\delta_1}{2\varepsilon} D_1^{(\omega)}(\xi_1) -$$

$$-\frac{\delta_2}{2\varepsilon} D_2^{(\omega)}(\xi_1) + a_h h_1 \left[-D_{1h}^{(\omega)}(\xi') - h_1' D_{2h}^{(\omega)}(\xi') \right],$$

$$K_2 = K_2\left(\xi_2, \delta, h\right) = 1 - \frac{\delta_1}{2\varepsilon} D_1^{(\omega)}\left(\xi_2\right) -$$

$$-\frac{\delta_2}{2\varepsilon} D_2^{(\omega)}\left(\xi_2\right) + a_h h_1 \left[-D_{1h}^{(\omega)}\left(\xi'\right) - h_1' D_{2h}^{(\omega)}\left(\xi'\right)\right],$$

де $a_h = C_h / 4\varepsilon$, $\xi' = 0$; $\xi_1 = 0$, $\xi_2 = 0,65 d_0$, $d_0 = \mathrm{tg}\left(\alpha_{0\delta} / 2\right)$; $h_1' = h_2 / h_1$ - відносне зношування.

З урахуванням заміни $\mathrm{tg}\left(\alpha / 2\right) = \xi$ характеристики некруглості контурів $D_1^{(\omega)}\left(\xi\right)$, $D_2^{(\omega)}\left(\xi\right)$ подано для досліджуваних з’єднань елементів з огранениям у п.7.4.4.

Вирази для характеристик некруглості контурів $D_{kh}^{(\omega)}\left(\xi'\right)$ внаслідок їх зношування подано формулами для $D_k^{(\omega)}\left(\xi\right)$, де ξ замінено на ξ'. Формозміна поверхонь контурів внаслідок зношування може бути у вигляді кола, овалу чи частини тригранного контура.

Півкути контакту $\alpha_{0\delta}$ та $\alpha_{0\delta h}$ встановлюються згідно з (7.25). Відповідно функція довговічності напрямної має вигляд (7.26):

$$t = -\frac{B_1 \tau_{10}^{m_1}}{vZ_1\left(1 - m_1\right)}\left[S_1^{1-m_1} - \left(S_1 + Z_1 h_1\right)^{1-m_1}\right],$$

$$Z_1 = \frac{fC_h}{2\varepsilon}\Gamma\left[-\tilde{A}_{12}^{(h)} - h_1'\tilde{A}_{34}^{(h)}\right], \quad C_h = 4\varepsilon a_h,$$

$$\tilde{A}_{12}^{(h)} = D_{1h}\left(\xi'\right)\left[A_{12}\left(\xi_1\right) - A_{22}\left(\xi_2\right)\right],$$

$$\tilde{A}_{34}^{(h)} = D_{2h}\left(\xi'\right)\left[A_{21}\left(\xi_1\right) - A_{22}\left(\xi_2\right)\right],$$

$$S_1 = f\Gamma\tilde{A} - \tau_{10} - \frac{f}{2\varepsilon}\Gamma\left(\delta_1\tilde{A}_{12} + \delta_2\tilde{A}_{34}\right),$$

$$\tilde{A}_{12} = A_{21}(\xi_1)D_1(\xi_2) - A_{22}(\xi_2)D_1(\xi_1),$$

$$\tilde{A}_{34} = A_{21}(\xi_1)D_2(\xi_2) - A_{22}(\xi_2)D_2(\xi_1), \quad \tilde{A} = A_{21}(\xi_1) - A_{22}(\xi_2),$$

$$\Gamma = \frac{\varepsilon d_0}{2RM}, \quad M = A_{01}(\xi_1)A_{22}(\xi_2) - A_{02}(\xi_2)A_{21}(\xi_1).$$

Числовий розв’язок проведено згідно з вихідними даними п. 7.4 (N = 0.1 МН, v = 0.028 м/с, R = 0,025 м, f = 0,05, $\varepsilon = 0.41 \cdot 10^{-3}$ м). Результати оцінки максимальних контактних тисків $p(0,\delta,h)$ та довговічності t основи напрямної подано на рис.7.8, 7.9.

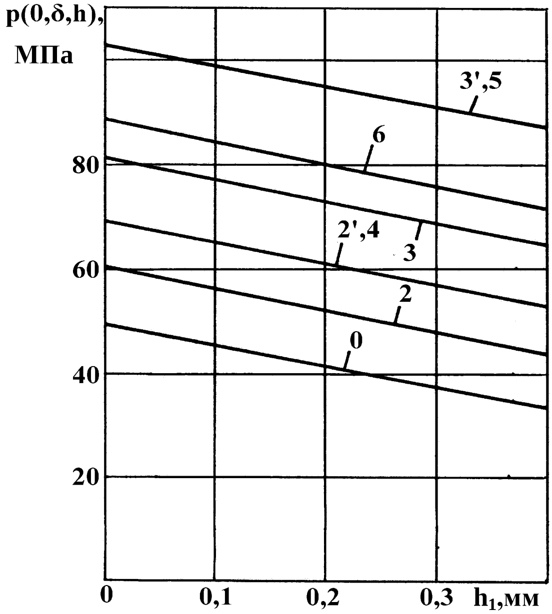


Рис. 7.8. Вплив огранення елементів напрямної на контактні тиси при зношуванні

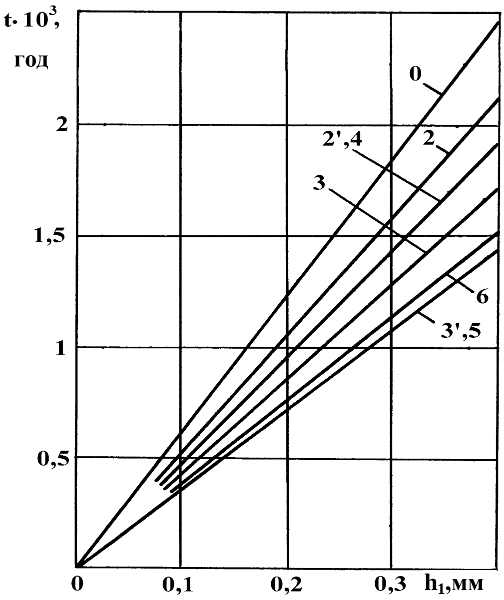


Рис. 7.9. Вплив огранення елементів напрямної на довговічність

Аналіз отриманих результатів свідчить, що вони — близькі до результатів з п.7.1 (однообластевий контакт). Розроблений метод є, однак, більш складним з математичної точки зору і більш точним. Окрім того, тут можливе моделювання форми зношених контурів зазначеними кривими.

РОЗДІЛ 8

УЗАГАЛЬНЕНА КУМУЛЯЦІЙНА МОДЕЛЬ ДОСЛІДЖЕННЯ КІНЕТИКИ ЗНОШУВАННЯ ПІДШИПНИКА КОВЗАННЯ З ОГРАНЕННЯМ ЕЛЕМЕНТІВ

На основі відомої моделі дослідження кінетики зношування при терті ковзання [6] частково розв'яжемо задачу врахування некруглості втулки на довговічність і зношування підшипників ковзання [72, 79, 81 та ін.] з валом колового перерізу. Однак, для дослідження кінетики трибоконтактної взаємодії вала з некруглістю з такою ж втулкою вищевказана модель – непридатна. Тому надалі подано розроблену трибокінетичну кумуляційну модель зношування, яка дає змогу враховувати збурення форми контурів обох деталей підшипника [84]. Вона також уможливлює отримати розв'язок такої трибоконтактної задачі для однобластевого чи мішаного (одно- дво- однообластевого) контакту елементів підшипника.

8.1. Постановка трибоконтактної задачі

8.1.1. Узагальнена лінійна модель зношування

Розрахункову схему підшипника ковзання, де буде однообластевий контакт співдотичних тіл, подано на рис. 8.1.

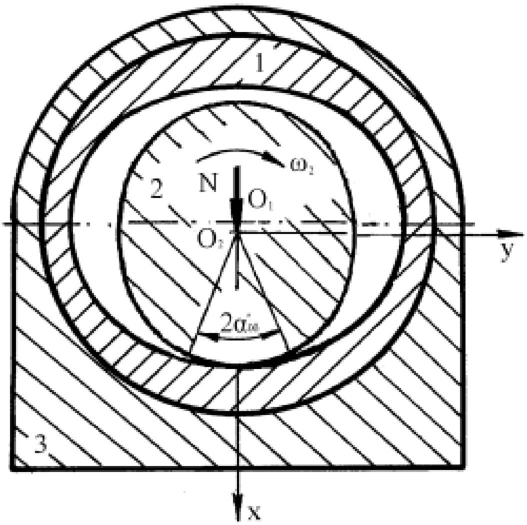


Рис. 8.1. Розрахункова схема підшипника ковзання з однообластевим контактом еленентів з овальністю

Відповідно на рис. 8.2 зображено схему підшипника з мішаним (одно- дво- однообластевим) контактом елементів

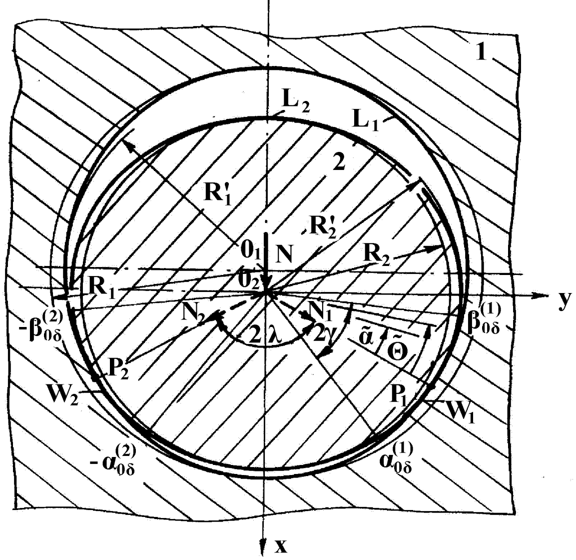


Рис. 8.2. Розрахункова схема підшипника ковзання з мішаним (одно- дво- однообластевим) контактом елементів з овальністю

Вал 2 і втулка 1 мають малу початкову технологічну регулярну некруглість (овальність, тригранність, чотиригранність) $\delta_k \langle\langle R_k$, де k – нумерація тіл. Відповідно параметри овальності $\delta_1 = R_1 - R_1'$, $\delta_2 = R_2' - R_2$, а $R_1 = a_1$ — велика піввісь отвору у втулці, $R_1' = b_1$ – його мала піввісь, $R_2' = a_2$ – велика піввісь контуру перерізу вала, $R_2 = b_2$ — його мала піввісь. У підшипнику наявний радіальний зазор $\varepsilon = R_1 - R_2 \rangle 0$.

Силова взаємодія у підшипнику відбувається під впливом радіальної зосередженої сили N, прикладеної до диска 2. Вал обертається з кутовою швидкістю $\omega_2 = \text{const}$, а під впливом навантаження в області контакту виникає сила тертя, що зумовлює зношування вала і втулки. Зносостійкість матеріалів вала і втулки є неоднаковою. Пружні властивості тіл — різні. При повороті вала 2 реалізується однообластевий чи одно-дво-однообластевий контакт (симетричний або несиметричний).

При однообластевому співдотику (рис. 8.1) в області контакту $2\alpha_{0\delta}R_2$, а при симетричному двообластевому співдотику (рис. 8.2) в областях контакту $W_1 = W_2 = 2\gamma R_2$ виникатимуть контактні тиски. У випадку однообластевого контакту максимального тиски $p(0,\delta)$ досягаються по лінії дії сили N. При симетричному двообластевому співдотику тиски $p(\lambda,\delta)$ матимуть максимальні значення по лінії дії сил $N_1 = N_2 = N/(2\cos\lambda)$ як складових навантаження N. Тут кут початкового співдотику 2λ невідомий і для його визначення розроблено відповідні методи [92]. При несимметричному двообластевому співдотику сили $N_1 \neq N_2$, кути $\lambda_1 \neq \lambda_2$, кути контакту $2\gamma_1 \neq 2\gamma_2$, тиски $p(\lambda_1,\delta) \neq p(\lambda_2,\delta)$ і їх величини пов’язані із кутом повороту α_2 вала. При повороті вала виникатиме спочатку несиметричний однообластевий контакт, а в певний момент – несиметричний двообластевий контакт.

Для однообластевого симетричного контакту (рис. 8.1) ($\alpha_2 = 0$) параметри, що його описують, це: кут контакту $2\alpha_{0\delta}$, максимальний контактний тиск $p(0,\delta)$, область контакту $W = 2\alpha_{0\delta}R_2$. При цьому в міру зростання α_2 виникатиме несиметричний однообластевий контакт.

Завдання дослідження полягають у визначенні:

- кута однообластевого контакту $2\alpha_{0\delta} = 2\alpha_{0\delta}(\alpha_2)$;

- максимальних контактних тисків $p(\alpha_2,\delta)$ при симетричному і несиметричному однообластевому контакті;

- кута початкового співдотику 2λ при симетричному двообластевому контакті;

- сил $N_1 = N_2$ при симетричному двообластевому контакті;

- сил $N_1(\alpha_2)$, $N_2(\alpha_2)$ при двообластевому несиметричному контакті;

- кутів двообластевого несиметричного контакту $2\gamma_s(\alpha_2)$;

- максимальних контактних тисків $p_1(\alpha_2,\delta)$, $p_2(\alpha_2,\delta)$ у зонах двообластевого несиметричного контакту;

- кутів однообластевого трибоконтакту $2\alpha_{0\delta h} = 2\alpha_{0\delta h}(\alpha_2)$;

- трибоконтактних тисків $p(\alpha_2,\delta,h)$ при однообластевому контакті;

- кутів двообластевого трибоконтакту $2\gamma_{s\delta h} = 2\gamma_{s\delta h}(\alpha_2)$;

- трибоконтактних тисків $p_1(\alpha_2,\delta,h)$, $p_2(\alpha_2,\delta,h)$ при двообластевому несиметричному контакті;

- лінійних зношувань кожного з елементів підшипника (вала по контуру, втулки в зонах співдотику) у кожній взаємодії на заданому кутовому переміщенні $\Delta\alpha_2$ вала та після заданого числа n_2 його обертів;

- довговічності T підшипника після n_2 обертів вала.

8.1.2. Трибокінетична лінійна модель зношування

Базову лінійну модель трибоконтактної взаємодії, на базі якої формується узагальнена модель зношування, подано у розділі 5:

- система диференціальних рівнянь зношування

$$\frac{1}{v}\frac{dh_1}{dt} = \Phi_1^{-1}\left(\tau\right), \qquad \frac{1}{v}\frac{dh_2}{dt}\Phi_2\left(\tau\right) = \Phi_2^{-1}\left(\tau\right), \tag{8.1}$$

де $L = vt$ – шлях тертя ;

- питома сила тертя

$$\tau = fp, \tag{8.2}$$

- експериментальне значення характеристичної функції $\Phi_i\left(\tau_i\right)$ зносостійкості матеріалів

$$\Phi_i\left(\tau_i\right) = L_i \ / \ h_i, \tag{8.3}$$

де h_i — лінійне зношування зразків встановлюється експериментально при величині питомої сили тертя $\tau_з$.

- апроксимаційне співвідношення для опису експериментальних значень функції зносостійкості матеріалів

$$\Phi_k(\tau) = B_k \frac{\tau_{k0}^{m_k}}{\left(\tau - \tau_{k0}\right)^{m_k}}, \quad k = 1;\, 2, \tag{8.4}$$

де B_k, m_k, τ_{k0} – характеристики зносостійкості матеріалів трибопари за заданих умов.

Рівняння для визначення контактного тиску для випадків симетричного однообластевого і двообластевого контакту має вигляд

$$k_1 \int\limits_{\tilde\alpha_{\min}}^{\tilde\alpha_{\max}} \mathrm{ctg}\frac{\tilde\alpha - \tilde\theta}{2} p'(\tilde\alpha, \delta) d\tilde\theta - k_3 \int\limits_{\tilde\alpha_{\min}}^{\tilde\alpha_{\max}} p(\tilde\alpha, \delta) d\tilde\alpha - k_4 \cos\tilde\alpha \int\limits_{\tilde\alpha_{\min}}^{\tilde\alpha_{\max}} p(\tilde\alpha, \delta) \cos\tilde\alpha d\tilde\alpha =$$

$$= -\frac{\varepsilon}{R^2}\left[1 - \frac{\delta_1}{2\varepsilon} D_1(\alpha) - \frac{\delta_2}{2\varepsilon} D_2(\alpha)\right],\ p' = dp/d\alpha,\ \tilde\alpha_{\min} \le \tilde\alpha \le \tilde\alpha_{\max}, \tag{8.5}$$

- однообластевий контакт:

$\tilde\alpha = \alpha,\ \tilde\theta = \theta,\ 0 \le \tilde\alpha \le \theta,\ 0 \le \theta \le \alpha_{0\delta},\ -\alpha_{0\delta} \le \tilde\alpha \le \alpha_{0\delta}$;

- двообластевий контакт:

$\tilde\alpha = \lambda + \alpha$, $\tilde\theta = \lambda + \theta$, $0 \le \tilde\alpha \le \tilde\theta$, $0 \le \tilde\theta \le \gamma$, $\gamma_1 \le \tilde\alpha \le \gamma_2$, $\gamma_{1,2} = \lambda \pm 0,5\left(\beta_{0\delta}^{(1)} - \alpha_{0\delta}^{(1)}\right)$;

$$k_1 = \frac{1}{8\pi}\left(\frac{1+\kappa_1}{G_1 R_1} + \frac{1+\kappa_2}{G_2 R_2}\right), \quad k_3 = \frac{1+\kappa_1}{8\pi G_1 R_1}, \quad k_4 = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{\kappa_1}{G_1 R_1} + \frac{1}{G_2 R_2}\right),$$

$\kappa = 3 - 4\nu$; $R = R_2$;

G, ν – модуль зсуву і коефіцієнт Пуасона матеріалів; $D_1(\alpha)$, $D_2(\alpha)$ – характеристики некруглості контурів отвору і вала.

Для наближеного розв'язку рівняння (8.5) контактної задачі використовується метод колокації [6]. Найбільш простим є використання точки колокації $\tilde{\alpha} = 0,5\alpha_{0\delta}$ (однообластевий контакт) і $\tilde{\alpha} = 0,5\gamma$ (двообластевий контакт). У цьому випадку функція контактного тиску для обох видів контакту прийнята у вигляді:

$$p(\alpha,\delta) \approx E_\delta \varepsilon_\delta \sqrt{tg^2\frac{\alpha_{0\delta}}{2} - tg^2\frac{\alpha}{2}} \text{ однообластевий контакт,} \qquad (8.6)$$

$$p(\lambda,\delta) \approx E_\delta \varepsilon_\delta \sqrt{tg^2\frac{\gamma}{2} - tg^2\frac{\tilde{\alpha}-\lambda}{2}} \text{ - двообластевий контакт,} \qquad (8.7)$$

де $E_\delta = e_4 \cos^2\frac{\tilde{\alpha}}{4} / R$, $\varepsilon_\delta = \varepsilon\Sigma_\delta$,

$$\Sigma_\delta = 1 - \frac{\delta_1}{2\varepsilon}D_1(\alpha_1) - \frac{\delta_2}{2\varepsilon}D_2(\alpha_2), \quad \alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ \text{ —}$$

симетричний контакт,

$$\Sigma_\delta = 1 - \frac{\delta_1}{2\varepsilon}D_1(\alpha_1) - \frac{\delta_2}{2\varepsilon}D_2(\alpha_2), \qquad \alpha_1 = 0, \qquad 0\langle\alpha_2\langle 360^\circ \qquad \text{—}$$

несиметричний контакт,

$e_4 = 4E_1E_2 / Z$, $Z = (1+\kappa_1)(1+\nu_1)E_2 + (1+\kappa_2)(1+\nu_2)E_1$,

$E = 2G / (1+\nu)$ — модуль Юнга матеріалу.

Найбільший максимальний контактний тиск $p(\alpha_2,\delta)$ при однообластевому контакті буде при $\alpha_2 = 0$, а при двообластевому симетричному контакті — точках P_1 і P_2 (рис. 8.2), розташованих під кутом 2λ. Відповідно

$$p(\alpha_2,\delta)\approx E_\delta\varepsilon_\delta \mathrm{tg}\frac{\alpha_{0\delta}(\alpha_2)}{2}$$ — однообластевий контакт, (8.8)

$$p(\alpha_2,\delta)\approx E_\delta\varepsilon_\delta \mathrm{tg}\frac{\gamma_s(\alpha_2)}{2}$$ — двообластевий контакт. (8.9)

Невідомий півкут контакту $\alpha_{0\delta}(\alpha_2)$ або $\gamma_k(\alpha_2)$ обчислюється з умови рівноваги сил, прикладених до вала

$$N=4\pi R_2E_\delta\varepsilon_\delta\sin^2\frac{\alpha_{0\delta}(\alpha_2)}{4}$$ — однообластевий контакт, (8.10)

$$N_1=N_2=4\pi R_2E_\delta\varepsilon_\delta\sin^2\frac{\gamma(\lambda)}{4}$$ — двообластевий симетричний контакт, (8.11)

де $N_1=N_2=N/2\cos\lambda$;

$N_{1\alpha_2}\neq N_{2\alpha_2}=4\pi R_2E_\delta\varepsilon_\delta\sin^2\frac{\gamma_s(\alpha_2)}{4}$ — двообластевий несиметричний контакт. (8.12)

$$N_{1\alpha_2}=N\frac{\sin(90^0+\lambda-\alpha_2)}{\sin(180^0-2\lambda)},\quad N_{2\alpha_2}=N\frac{\sin(-90^0+\lambda+\alpha_2)}{\sin(180^0-2\lambda)},\tag{8.13}$$

де s = 1; 2 – області контакту. $\lambda_1=\alpha_2-(90-\lambda)$, $\lambda_2=-(2\lambda-\lambda_1)$ - кути напрямків сил $N_{1\alpha_2}$, $N_{2\alpha_2}$, $\lambda_1+\lambda_2=2\lambda$.

Трибоконтактні тиски визначаються так [81]:

$$p(\alpha_2,\delta,h)=p(\alpha_2,\delta)+p(\alpha_2,h),\tag{8.14}$$

де $p(\alpha_2, h)$ – зміна тиску внаслідок зношування.

Згідно з [81] вона описується функцією

$$p(\alpha_2, h) = E_h \varepsilon_h \operatorname{tg} \frac{\alpha_{0\delta h}(\alpha_2)}{2} \text{— однообластевий контакт,} \qquad (8.15)$$

$$p(\alpha_2, h) = E_h \varepsilon_h \operatorname{tg} \frac{\gamma_{s\delta h}(\alpha_2)}{2} \text{ — двообластевий симетричний контакт,} \qquad (8.16)$$

де $E_h = e_4 \cos^2 \frac{\alpha_{0\delta h}(\alpha_2)}{4} / R$, $E_h = e_4 \cos^2 \frac{\gamma_{s\delta h}(\alpha_2)}{4} / R$.

Півкут трибоконтакту $\alpha_{0\delta h}(\alpha_2)$ чи $\gamma_{s\delta h}(\alpha_2)$ визначається з умов типу (8.10, 8.12), а саме:

$$N = 4\pi R_2 \left(E_\delta \varepsilon_\delta + E_h \varepsilon_h\right) \sin^2 \frac{\alpha_{0\delta h}(\alpha_2)}{4}, \qquad (8.17)$$

$$N_1(N_2) = 4\pi R_2 \left(E_\delta \varepsilon_\delta + E_h \varepsilon_h\right) \sin^2 \frac{\gamma_{s\delta h}(\alpha_2)}{4}, \qquad (8.18)$$

де $\varepsilon_h = h_k \left(\pm K_t^{(k)} \pm h'_k\right)$; тут “+”, коли у результаті зношування елемента тиск зростає, а “-“ – коли спадає; $h'_1 = h_2 / h_1$, $h'_2 = h_1 / h_2$ — відносні зношування; K_t – коефіцієнт взаємного перекриття;

Після інтегрування системи трибокінетичних рівнянь (8.1) з урахуванням залежностей (8.2), (8.4), (8.8), (8.9), (8.14), (8.15) отримано рівняння довговічності підшипника для випадку вала колового перерізу:

$$t = -\frac{B_k \tau_{k0}^{m_k}}{v S_h \Sigma_k \left(1 - m_k\right) K_t^{(k)}} \left\{ \left[\tau(0) - \tau_{k0}\right]^{1-m_k} - \left[\left(\tau(0) - \tau_{k0}\right) + h_k \Sigma_k S_h\right]^{1-m_k} \right\}, \tag{8.19}$$

де $S_h = fp(\alpha_2, h) / \varepsilon_h$;

$\Sigma_1 = \left(-K_t^{(1)} + h_1'\right)$, $\Sigma_2 = \left(K_t^{(2)} - h_2'\right)$; $K_t^{(1)} = 1$, $K_t^{(2)} = \alpha_{0\delta} / \pi$ (вал колового перерізу).

Звідси

$$h_k = \left| \frac{1}{S_h \Sigma_k} \left[\sqrt[1-m_k]{\frac{L_k H_k^{1-m_k} - t_*}{L_k}} - H_k \right] \right|, \tag{8.20}$$

де $L_k = B_k \tau_{k0}^{m_k} \big/ v S_h \left(1 - m_k\right) \Sigma_k K_t^{(k)}, H_k = \tau(0) - \tau_{k0}$.

8.2. Трибокінетична кумуляційна модель зношування

Унаслідок овальності вала (рис. 8.1) параметри початкового контакту $p_0(\alpha_2, \delta)$ та $\alpha_{0\delta}$, параметри трибоконтакту ─ $p_0(\alpha_2, \delta, h)$ та $\alpha_{0\delta h}$, a, відповідно, і його лінійне зношування, будуть функціями кута обертання α_2. Тому для їх визначення використовується дискретизація контуру вала на певні інтервали, на кожному з яких контактні тиски матимуть постійне значення. Метод їх визначення залежно від α_2 та n_2 розглядатиметься нижче. Інтервальнодискретна взаємодія досліджуватиметься у вибраних областях трибоконтакту $\Delta\alpha_2$.

Відповідно час t''_*, протягом якого проходитиме інтервальна трибоконтактна взаємодія, обчислюватиметься у такий спосіб:

$$t''_* = \frac{L'}{v} = \frac{\Delta\alpha_2}{360\bar{n}_2}, \qquad (8.21)$$

де $L' = 2\pi R_2 / 360$ — шлях тертя при повороті вала на 1°; $v = \omega_2 R_2$ — швидкість ковзання; $\omega_2 = \pi n_2 / 30, \bar{n}_2 = n_2 / 60$ — кількість обертів вала за секунду.

Лінійні зношування вала сумуватимуться по кожному з інтервалів j, а результуюче зношування втулки буде сумою усіх її інтервальних зношувань. Поінтервальні зношування $\bar{h}_{1\alpha_2}$ та $\bar{h}_{2\alpha_2}$ обчислюються за формулою типу (8.20)

$$\bar{h}_{k\alpha_2} = \left| \frac{1}{S_h \Sigma_k} \left[\sqrt[1-m_k]{\frac{L_k H_{k\alpha_2}^{1-m_k} - t''_*}{L_k}} - H_{k\alpha_2} \right] \right|, \qquad (8.22)$$

де $H_{k\alpha_2} = \tau_0(\alpha_2) - \tau_{0k}$ — у першому оберті вала, $H_{k\alpha_2} = \tau_0(\alpha_2, n_2) - \tau_{0k}$ — у наступних n_2 обертах; $\tau_0 \equiv \tau(0)$; $\tau_0(\alpha_2) = fp(\alpha_2, \delta)$; $\tau_0(\alpha_2, n_2) = fp(\alpha_2, n_2, \delta, h); \bar{n}_2(\text{об/с})$.

Слід зазначити, що на відміну від виразу (8.19) для континуальної лінійної моделі без дискретизації контуру кругового вала, де коефіцієнти взаємного перекриття є різними $(K_t^{(1)} = 1, K_t^{(2)} = \alpha_{0\delta} / \pi)$, тут маємо іншу картину трибоконтактної взаємодії. Кожна елементарна взаємодія на j-му інтервалі буде закінченим актом, на якому оцінюється як зношування, так і зміна вихідного тиску та кута трибоконтакту. Тому, відповідно, $K_t^{(1)} = K_t^{(2)} = 1$.

При визначенні $\alpha_{0\delta h}$ за рівнянням (8.17) та $\gamma_{k\delta h}$ за рівнянням (8.18) слід параметр ε_h обчислювати так:

$$\varepsilon_h = \sum_1^j \overline{h}_{1\alpha_2} \Sigma_1 \ . \tag{8.23}$$

Однак у виразах (8.15, 8.16) належить приймати $\varepsilon_h \equiv \varepsilon'_h = \overline{h}_{1\alpha_2} \Sigma_1$.

Кількість інтервалів взаємодії за оберт вала $j = 360^0 / \Delta\alpha_2$.

Трибоконтактні тиски в 1-ому оберті вала на кожному j-му інтервалі при його зношуванні обчислюються так:

$$p(\alpha_2, \delta, h) = p(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \delta) + \sum_1^j p\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \overline{h}_{j-1}\right), \tag{8.24}$$

де $p(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \delta)$ та $p\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \overline{h}_j\right)$ обчислюються для кожного j-го інтервалу за (8.8), (8.9) та (8.15, 8.16).

У всіх наступних обертах вала трибоконтактні тиски встановлюють так:

$$p(\alpha_2, n_2, \delta, h) = p(2\pi n_2 + \alpha_2, \delta, h) = p\left[2\pi n_2 + (\alpha_2 - \Delta\alpha_2), \delta, h\right] +$$

$$+ \sum_1^{jn_2} p\left[2\pi n_2 + (\alpha_2 - \Delta\alpha_2), \overline{h}_{j-1}\right]. \tag{8.25}$$

Зношування деталей підшипника протягом одного оберту обчислюється у такий спосіб:

$$h_1^{(1)} = \sum_1^{j} \bar{h}_1^{(1)}\Big|_{\alpha_1=0} \quad \text{(в точці } \alpha \ = 0\text{)}, \qquad (8.26)$$

$$h_{2\alpha_2}^{(1)} = \bar{h}_{2\alpha_2}^{(1)} \quad \text{(в точках } \alpha_2 = 0,\ \Delta\alpha_2,\ 2\Delta\alpha_2,\ ...,\ 360^0\text{)}. \qquad (8.27)$$

а, відповідно, після n_2 обертів вала

$$h_1^{(n_2)} = \sum_1^{jn_2} \bar{h}_1^{(n_2)}\Big|_{\alpha_1=0} \qquad (8.28)$$

$$h_{2\alpha_2}^{(n_2)} = \sum_1^{n_2} \bar{h}_{2\alpha_2}^{(n_2)} \ . \qquad (8.29)$$

Час роботи підшипника $T = jt''_* n_2$ (сек). (8.30)

8.2.1. Підшипник з овальністю елементів

Розв’язок задачі за кумуляційною моделлю при наявності овальності елементів підшипника проведено для таких вихідних даних: N = 0,1 МН; R = 0,1 м; v = 0,1256 м/с; f = 0,05; $\varepsilon = (2; 4)\cdot10^{-4}$ м; δ_1, $\delta_2 = (0; 1; 2; 4)\cdot10^{-4}$ м; $\delta_1+\delta_2 \le \varepsilon$, $\delta_2 \le \delta_1$; $\Delta\alpha_2 = 15^0$; $\bar{n}_2 = 0{,}2$ об /с; $n_2 = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$ об; $t_* = 5\cdot10^3, 5\cdot10^4, 5\cdot10^5$ с; $E_1 = 1{,}1\cdot10^5$ МПа, $\nu_1 = 0{,}34$ (бронза ОЦС 5-5-5); $E_2 = 2{,}1\cdot10^5$ МПа, $\nu_2 = 0{,}3$ (сталь 35, гартування + високий відпуск); $B_1 = 1{,}9 \cdot10^9$, $m_1 = 0{,}76$, $\tau_{01} = 0{,}1$ МПа; $B_2 = 4{,}9 \cdot10^9$, $m_2 = 0{,}65$, $\tau_{02} = \tau_{01}$.

Результати обчислень відображено на рис. 8.3 – 8.7. Зокрема на рахунку 8.3 подано частковий розв’язок задачі для прийнятих даних за лінійною моделлю.

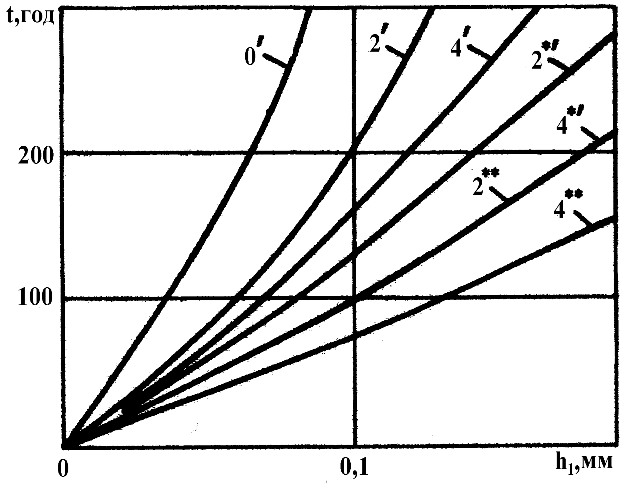


Рис. 8.3. Вплив огранення втулки на довговічність підшипника (ε = 0,2 мм): колова / коловий: 0' – $\delta_1 = 0$; овальна / коловий: 2' – $\delta_1 = 0,2$ мм, 4' – $\delta_1 = 0,4$ мм; тригранна / коловий: $2^{*'}$ – $\delta_1 = 0,2$ мм, 4*' – $\delta_1 = 0,4$ мм; чотиригранна/ коловий: 2^{**} – $\delta_1 = 0,2$ мм, 4** – $\delta_1 = 0,4$ мм

Аналіз графічних залежностей на рис. 8.3 свідчить, що огранення втулки значно впливає на довговічність підшипника у порівнянні з тривіальним розв'язком, де вал і втулка є коловими (графік 0'). Тобто неврахування огранення спричиняє необґрунтоване завищення (навіть кількаразового) ресурсу вузла.

У результаті розв'язку виявлено, що овальність вала призводить до циклічної зміни зношувань обох елементів протягом оберту (рис. 8.4).

Помітно (рис. 8.5), що у випадку вала з овальністю (графік 1) зношування втулки після його одного оберту є меншим, ніж для вала колового перерізу (графік 1'), що зумовлене циклічними змінами від max до min елементарних зношувань на окремих інтервалах. Також тут подано випадки: а) вал має коловий переріз, а втулка – овальний з $\delta_1 = 0,2$ мм (графік 1^*); б) некруглість відсутня (графік $1''$).

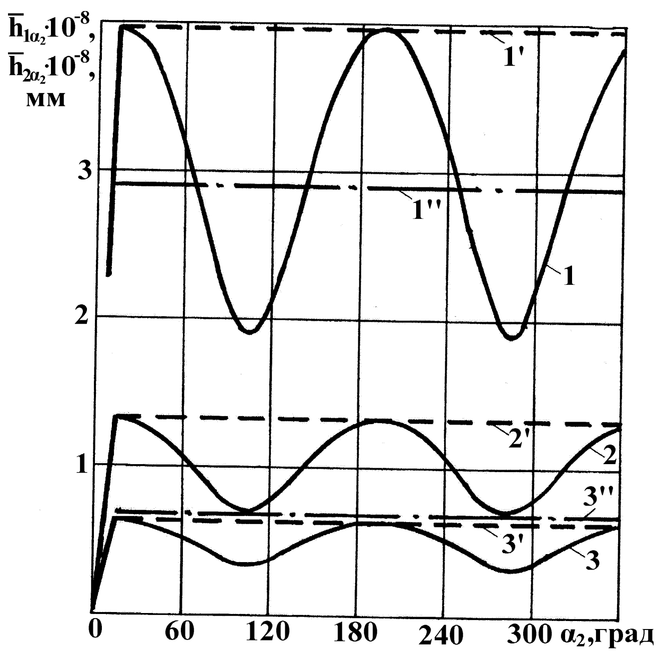


Рис. 8.4. Залежність інтервальних зношувань вала (при першому оберті) від кута обертання при $\varepsilon = 0{,}2$ мм : **втулка —** 1 ($\delta_1 = \delta_2 = 0{,}1$ мм), 1' ($\delta_1 = 0{,}2$ мм, $\delta_2 = 0$), 1'' ($\delta_1 = \delta_2 = 0$); **вал —** $\bar{h}_{2\alpha_2}$: 2 ($\delta_1 = \delta_2 = 0{,}1$ мм), 2' ($\delta_1 = 0{,}2$ мм, $\delta_2 = 0$); $\bar{h}'_{2\alpha_2}$: 3 ($\delta_1 = \delta_2 = 0{,}1$ мм), 3' ($\delta_1 = 0{,}2$ мм, $\delta_2 = 0$), 3'' ($\delta_1 = \delta_2 = 0$)

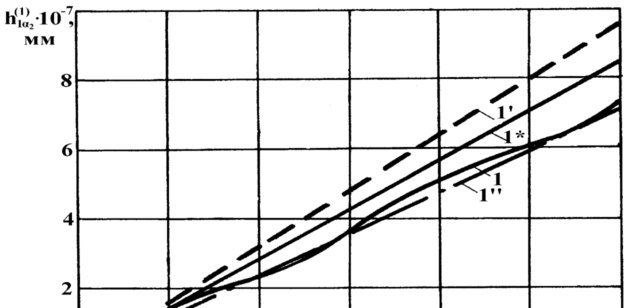


Рис. 8.5. Вплив кута обертання вала на процес зношування втулки після першого оберту при $\varepsilon = 0{,}2$ мм: 1 ($\delta_1 = \delta_2 = 0{,}1$ мм), 1' ($\delta_1 = 0{,}2$ мм, $\delta_2 = 0$), 1^* ($\delta_1 = 0{,}1$ мм, $\delta_2 = 0$), 1'' ($\delta_1 = \delta_2 = 0$)

Результати оцінки зношування елементів підшипника за кумуляційною та лінійною моделями наведено на рис. 8.6.

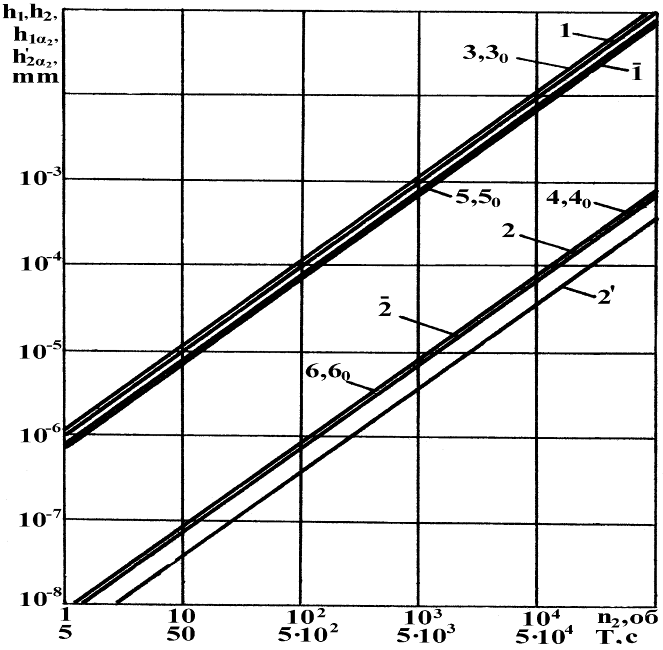


Рис. 8.6. Кінетика зношування деталей підшипника за моделями:

кумуляційною: **втулка** ($h_{1\alpha_2}$) – 1 ($\delta_1 = \delta_2 = 0{,}1$ мм), $\bar{1}$ ($\delta_1 = 0{,}1$ мм, $\delta_2 = 0$), 3 ($\delta_1 = 0{,}2$ мм, $\delta_2 = 0$), 5 ($\delta_1 = \delta_2 = 0$); **вал** ($h'_{2\alpha_2}$) - 2 ($\alpha_2 = 0$; 180^0, 360^0); $2'$ ($\alpha_2 = 90^0$; 270^0);

$\bar{2}$ ($\delta_1 = 0{,}1$ мм, $\delta_2 = 0$); 4 ($\delta_1 = 0{,}2$ мм, $\delta_2 = 0$); 6 ($\delta_1 = \delta_2 = 0$);

лінійною: **втулка** (h_1)- 3_0 ($\delta_1 = 0{,}2$ мм, $\delta_2 = 0$), 5_0 ($\delta_1 = \delta_2 = 0$);

вал (h_2) – 4_0; 6_0

Результати, отримані за кумуляційною моделлю, свідчать, що лінійне зношування суттєво залежить від овальності вала $\delta_2 > 0$.

Зокрема зростання зношування втулки 1 є таким (згідно з поданою нумерацією графіків):

- $5(\delta_1 = 0{,}1\text{ мм}, \delta_2 = 0)$ до $1(\delta_1 = \delta_2 = 0{,}1\text{ мм})$ — в 0,91 раза,
- $\overline{1}(\delta_1 = 0{,}1\text{ мм}, \delta_2 = 0)$ до $1(\delta_1 = \delta_2 = 0{,}1\text{ мм})$ — в 1,12 раза,
- $3(\delta_1 = 0{,}2\text{ мм}, \delta_2 = 0)$ до $1(\delta_1 = \delta_2 = 0{,}1\text{ мм})$ — в 1,29 раза.

Зношування вала 2 зростає:

- $6(\delta_1 = \delta_2 = 0)$ до $2'(\delta_1 = \delta_2 = 0{,}1\text{мм})$ — в 1,985 раза,
- $\overline{2}(\delta_1 = 0{,}1\text{ мм}, \delta_2 = 0)$ до $2'(\delta_1 = \delta_2 = 0{,}1\text{ мм})$ — в 1,93 раза,
- $2(\alpha_2 = 0{,}180°{,}360° - \max)$ до $2(\alpha_2 = 90°{,}270° - \min)$ — в 1,88 р.,
- $4(\delta_1 = 0{,}2\text{мм}, \delta_2 = 0)$ до $2'(\delta_1 = \delta_2 = 0{,}1\text{ мм})$ — в 1,88 раза;
- 6 до 2 – в 1.05 раза,
- $\overline{2}$ до 2 – в 1.03 раза,
- 4 до 2 – в 1.0 раза.

Слід зазначити, що вал з овальністю контуру досягає максимального зношування (графік 2) при $\alpha_2 = 0{,}180°{,}360°$, а мінімального зношування (графік $2'$) – при $\alpha_2 = 90°{,}270°$.

Порівняння попередньо проведених обчислень за лінійною моделлю (графіки 5_0, 6_0) підтверджує, що вона є частковим випадком кумуляційної моделі, коли тут прийнято $\delta_1 = \delta_2 = 0$ (графіки 5, 6), бо отримані зношування — ідентичні за обома моделями.

Слід зазначити, що від величини кроку дискретизації $\Delta\alpha_2$ прямо пропорційно залежить величина зношування вала $h_{2\alpha_2}$. Зношування $h_{1\alpha_2}$ втулки при $\Delta\alpha_2 = 1^0$ та $\Delta\alpha_2 = 15^0$ змінюється мало ($\leq$ 4 %) (табл. 8.1). Зменшення кроку $\Delta\alpha_2$ призводить до пропорційного зростання часу розв’язку задачі. З метою порівняння величин зношування вала при різних $\Delta\alpha_2$ вище було подано його зведене зношування $h'_{2\alpha_2}$, яке обчислено так:

$$h'_{2\alpha_2} = h_{2\alpha_2}\frac{2\alpha_{0\delta}(0)}{\Delta\alpha_2},$$

де $2\alpha_{0\delta}(0)$ – кут контакту при вихідному положенні вала $\alpha_2 = 0$ (рис. 8.1).

Табл. 8.1. Вплив кроку поінтервальної дискретизації на зношування ($\delta_1 = \delta_2 = 0{,}1$мм; $\varepsilon = 0{,}2$мм; N = 0,1 МН).

$\Delta\alpha_2$	Кількість обертів	$h_{1\alpha_2}$,мм	$h_{2\alpha_2}$,мм	$h'_{2\alpha_2}$,мм
1°	100	$\frac{7{,}302\cdot10^{-8}}{7{,}376\cdot10^{-8}}$	$\frac{8{,}84\cdot10^{-11}}{8{,}84\cdot10^{-11}}$	$\frac{6{,}382\cdot10^{-10}}{6{,}382\cdot10^{-10}}$
	1000	$\frac{7{,}370\cdot10^{-7}}{7{,}376\cdot10^{-7}}$	$\frac{8{,}84\cdot10^{-10}}{8{,}84\cdot10^{-10}}$	$\frac{6{,}382\cdot10^{-9}}{6{,}382\cdot10^{-9}}$
	10000	$\frac{7{,}370\cdot10^{-6}}{7{,}376\cdot10^{-6}}$	$\frac{8{,}84\cdot10^{-9}}{8{,}84\cdot10^{-9}}$	$\frac{6{,}382\cdot10^{-8}}{6{,}382\cdot10^{-8}}$
5°	100	$\frac{7{,}409\cdot10^{-8}}{7{,}483\cdot10^{-8}}$	$\frac{4{,}42\cdot10^{-10}}{4{,}42\cdot10^{-10}}$	$\frac{6{,}382\cdot10^{-10}}{6{,}382\cdot10^{-10}}$
	1000	$\frac{7{,}475\cdot10^{-7}}{7{,}483\cdot10^{-7}}$	$\frac{4{,}42\cdot10^{-9}}{4{,}42\cdot10^{-9}}$	$\frac{6{,}382\cdot10^{-9}}{6{,}382\cdot10^{-9}}$
	10000	$\frac{7{,}475\cdot10^{-6}}{7{,}483\cdot10^{-6}}$	$\frac{4{,}42\cdot10^{-8}}{4{,}42\cdot10^{-8}}$	$\frac{6{,}382\cdot10^{-8}}{6{,}382\cdot10^{-8}}$
	100000	$\frac{7{,}475\cdot10^{-7}}{7{,}483\cdot10^{-7}}$	$\frac{4{,}42\cdot10^{-7}}{4{,}42\cdot10^{-7}}$	$\frac{6{,}382\cdot10^{-7}}{6{,}382\cdot10^{-7}}$
7,2°	100	$\frac{7{,}470\cdot10^{-8}}{7{,}540\cdot10^{-8}}$	$\frac{6{,}36\cdot10^{-10}}{6{,}36\cdot10^{-10}}$	$\frac{6{,}382\cdot10^{-10}}{6{,}382\cdot10^{-10}}$
	1000	$\frac{7{,}534\cdot10^{-7}}{7{,}541\cdot10^{-7}}$	$\frac{6{,}36\cdot10^{-9}}{6{,}36\cdot10^{-9}}$	$\frac{6{,}382\cdot10^{-9}}{6{,}382\cdot10^{-9}}$
	10000	$\frac{7{,}541\cdot10^{-6}}{7{,}541\cdot10^{-6}}$	$\frac{6{,}36\cdot10^{-8}}{6{,}36\cdot10^{-8}}$	$\frac{6{,}382\cdot10^{-8}}{6{,}382\cdot10^{-8}}$
	100000	$\frac{7{,}541\cdot10^{-5}}{7{,}541\cdot10^{-5}}$	$\frac{6{,}36\cdot10^{-7}}{6{,}36\cdot10^{-7}}$	$\frac{6{,}382\cdot10^{-7}}{6{,}382\cdot10^{-7}}$

10°	100	$\frac{7,541\cdot10^{-8}}{7,614\cdot10^{-8}}$	$\frac{8,84\cdot10^{-10}}{8,84\cdot10^{-10}}$	$\frac{6,382\cdot10^{-10}}{6,382\cdot10^{-10}}$
	1000	$\frac{7,610\cdot10^{-7}}{7,625\cdot10^{-7}}$	$\frac{8,84\cdot10^{-9}}{8,84\cdot10^{-9}}$	$\frac{6,382\cdot10^{-9}}{6,382\cdot10^{-9}}$
	10000	$\frac{7,615\cdot10^{-6}}{7,615\cdot10^{-6}}$	$\frac{8,84\cdot10^{-8}}{8,84\cdot10^{-8}}$	$\frac{6,382\cdot10^{-8}}{6,382\cdot10^{-8}}$
	100000	$\frac{7,615\cdot10^{-5}}{7,615\cdot10^{-5}}$	$\frac{8,84\cdot10^{-7}}{8,84\cdot10^{-7}}$	$\frac{6,383\cdot10^{-7}}{6,383\cdot10^{-7}}$
15°	100	$\frac{7,675\cdot10^{-8}}{7,748\cdot10^{-8}}$	$\frac{13,37\cdot10^{-10}}{13,37\cdot10^{-10}}$	$\frac{6,382\cdot10^{-10}}{6,382\cdot10^{-10}}$
	1000	$\frac{7,741\cdot10^{-7}}{7,748\cdot10^{-7}}$	$\frac{13,37\cdot10^{-9}}{13,37\cdot10^{-9}}$	$\frac{6,382\cdot10^{-9}}{6,382\cdot10^{-9}}$
	10000	$\frac{7,748\cdot10^{-6}}{7,748\cdot10^{-6}}$	$\frac{13,37\cdot10^{-8}}{13,37\cdot10^{-8}}$	$\frac{6,382\cdot10^{-8}}{6,382\cdot10^{-8}}$
	100000	$\frac{7,748\cdot10^{-5}}{7,748\cdot10^{-5}}$	$\frac{13,37\cdot10^{-7}}{13,37\cdot10^{-7}}$	$\frac{6,385\cdot10^{-7}}{6,385\cdot10^{-7}}$
45°	100	$\frac{8,455\cdot10^{-8}}{8,529\cdot10^{-8}}$	$\frac{39,80\cdot10^{-10}}{39,80\cdot10^{-10}}$	$\frac{6,382\cdot10^{-10}}{6,382\cdot10^{-10}}$
	1000	$\frac{8,526\cdot10^{-7}}{8,534\cdot10^{-7}}$	$\frac{39,80\cdot10^{-9}}{39,80\cdot10^{-9}}$	$\frac{6,382\cdot10^{-9}}{6,382\cdot10^{-9}}$
	10000	$\frac{8,533\cdot10^{-6}}{8,534\cdot10^{-6}}$	$\frac{39,80\cdot10^{-8}}{39,80\cdot10^{-8}}$	$\frac{6,383\cdot10^{-8}}{6,383\cdot10^{-8}}$
	100000	$\frac{8,534\cdot10^{-5}}{8,534\cdot10^{-5}}$	$\frac{39,80\cdot10^{-7}}{39,80\cdot10^{-7}}$	$\frac{6,383\cdot10^{-7}}{6,383\cdot10^{-7}}$

Примітка: Дані у чисельнику відповідають $\alpha_2 = 0$, у знаменнику — $\alpha_2 = 360^0$

Приклади окремих результатів обчислень наведено також у табл. 8.2 — 8.4.

Табл. 8.2

$p_0(\alpha_2,h)$, МПа	$h_{1\alpha_2}$, мм	$h_{2\alpha_2}$, мм	$h'_{2\alpha_2}$, мм	n_2, об	$\alpha_{0\delta}$ град	$\alpha_{0\delta h}$ град	α_2, град	$p_0(\alpha_2,\delta)$ МПа	$p_0(\alpha_2,\delta,h)$ МПа
1,736512	7,615E-05	8,826E-07	6,3733E-07	100000	3,6105	3,8653	360	10,10	8,366
1,736508	7,615E-05	4,6899E-07	3,3866E-07	100000	7,2188	10,039	270	5,058	3,322
1,736503	7,615E-05	8,826E-07	6,3733E-07	100000	3,6105	3,8653	180	10,10	8,365
1,736499	7,615E-05	4,6899E-07	3,3866E-07	100000	7,2188	10,039	90	5,058	3,321
1,736493	7,615E-05	8,826E-07	6,3733E-07	100000	3,6105	3,8656	0	10,10	8,365
0,162895	7,615E-06	8,8386E-08	6,3824E-08	10000	3,6105	3,6335	360	10,10	9,938
0,162892	7,615E-06	4,692E-08	3,3881E-08	10000	7,2188	7,3982	270	5,058	4,895
0,162887	7,615E-06	8,8386E-08	6,3824E-08	10000	3,6105	3,6335	180	10,10	9,938
0,162884	7,615E-06	4,692E-08	3,3881 E-08	10000	7,2188	7,3982	90	5,058	4,895
0,162879	7,615E-06	8,8386E-08	6,3824E-08	10000	3,6105	3,6335	0	10,10	9,938
0,016199	7,615E-07	8,8377E-09	6,3817E-09	1000	3,6105	3,6128	360	10,10	10,08
0,016196	7,614E-07	4,6914E-09	3,3877E-09	1000	7,2188	7,2362	270	5,058	5,042
0,016191	7,612E-07	8,8377E-09	6,3817E-09	1000	3,6105	3,6128	180	10,10	10,08
0,016188	7,61E-07	4,6914E-09	3,3877E-09	1000	7,2188	7,2362	90	5,058	5,042
0,016184	7,608E-07	8,8377E-09	6,3817E-09	1000	3,6105	3,6128	0	10,10	10,08
0,001619	7,614E-08	8,8378E-10	6,3818E-10	100	3,6105	3,6107	360	10,10	10,10
0.001615	7,597E-08	4,6914E-10	3,3877E-10	100	7,2188	7,2206	270	5,058	5,056
0,001611	7,577E-08	8,8378E-10	6,3818E-10	100	3,6105	3,6107	180	10,10	10,10
0,001607	7,56E-08	4,6914E-10	3,3877E-10	100	7,2188	7 ,2206	90	5,058	5,056
0,001603	7,541E-08	8,8378E-10	6,3818E-10	100	3,6105	3,610	0	10,10	10,10

Табл.8.3

$p_0(\alpha_2, h)$, МПа	$h_{1\alpha_2}$, мм	$h_{2\alpha_2}$, мм	$h'_{2\alpha_2}$, мм	n_2, об	$\alpha_{0\delta}$, град	$\alpha_{0\delta h}$, град	α_2, град	$p_0(\alpha_2,\delta)$ МПа	$p_0(\alpha_2,\delta,h)$, МПа
3,764829	0,0001477	1.3263E-06	6.3848E-07	190577	6,5895	14,666	255	5,54255	1,7778
1,771663	7.748E-05	1.3263E-06	6.3848E-07	100000	3,6105	3,87	360	10,1011	8,32941
1,771661	7.748E-05	1.0904E-06	5.2492E-07	100000	4,5685	5,1092	315	7,99107	6,21941
1,771659	7.748E-05	7,0441 E-07	3,391 E-07	100000	7,2188	10,146	270	5,05779	3,28613

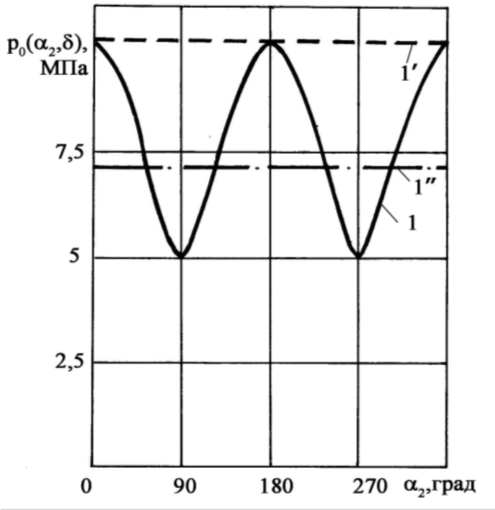
1,771656	7.748E-05	1.0904E-06	5.2492E-07	100000	4,5685	5,125	225	7,99107	6,21942
1,771653	7.748E-05	1.3263E-06	6.3848E-07	100000	3,6105	3,87	180	10,1011	8,32942
1,771651	7.748E-05	1.0904E-06	5.2492E-07	100000	4,5685	5,1092	135	7,99107	6,21942
1,771649	7.748E-05	7,0441 E-07	3,391 E-07	100000	7,2188	10,146	90	5,05779	3,28614
1,771646	7.748E-05	1.0904E-06	5.2492E-07	100000	4,5685	5,125	45	7,99107	6,21943
1,771644	7.748E-05	1.3263E-06	6.3848E-07	100000	3.6105	3.8705	0	10,1011	8,32943
0,165874	7.748E-06	1.3258E-07	6.3822E-08	10000	3,6105	3,6339	360	10,1011	9,9352
0,165872	7.748E-06	1.0895E-07	5.2446E-08	10000	4.5685	4.6151	315	7,99107	7,8252
0,165871	7.748E-06	7.0372E-08	3.3877E-08	10000	7,2188	7,4024	270	5,05779	4,89192
0,165868	7.748E-06	1.0895E-07	5.2446E-08	10000	4.5685	4.6162	225	7,99107	7,8252
0,165866	7.748E-06	1.3258E-07	6,3822E-08	10000	3.6105	3 6339	180	10,1011	9,9352
0,165864	7.748E-06	1.0895E-07	5.2446E-08	10000	4.5685	4,6151	135	7,99107	7,82521
0,165863	7.748E-06	7.0372E-08	3,3877E-08	10000	7.2188	7,4024	90	5,05779	4,89193
0,16586	7.748E-06	1.0895E-07	5.2446E-08	10000	4.5685	4,6162	45	7,99107	7,82521
0,165858	7.748E-06	1.3258E-07	6.3822E-08	10000	3,6105	3,634	0	10,1011	9,93521
0,016494	7.748E-07	1,3257E-08	6,3818E-09	1000	3,6105	3,6128	360	10,1011	10,0846
0,016492	7.747E-07	1.0896E-08	5.2453E-09	1000	4,5685	4,5731	315	7,99107	7,97458
0,016491	7.747E-07	7,0371 E-09	3.3877E-09	1000	7,2188	7,2366	270	5,05779	5,0413
0,016488	7.746E-07	1.0896E-08	5.2453E-09	1000	4,5685	4,5732	225	7,99107	7,97458
0,016486	7.745E-07	1.3257E-08	6,3818E-09	1000	3,6105	3,6128	180	10,1011	10,0846
0,016484	7.744E-07	1.0896E-08	5,2453E-09	1000	4,5685	4,5731	135	7,99107	7,97459
0,016483	7.743E-07	7,0371 E-09	3.3877E-09	1000	7,2188	7,2366	90	5,05779	5,04131
0,01648	7.742E-07	1.0896E-08	5.2453E-09	1000	4,5685	4,5732	45	7,99107	7,97459
0,016478	7,741 E-07	1.3257E-08	6,3818E-09	1000	3,6105	3,6128	0	10,1011	10,0846
0,001648	7.748E-08	1.3257E-09	6,3818E-10	100	3,6105	3,6107	360	10,1011	10,0994
0,001647	7.738E-08	1.0896E-09	5.2453E-10	100	4,5685	4,569	315	7,99107	7,98942
0,001645	7,731 E-08	7.0372E-10	3.3877E-10	100	7,21883	7,2206	270	5,05779	5,05615
0,001643	7.723E-08	1.0896E-09	5.2453E-10	100	4,5685	4,569	225	7,99107	7,98943
0,001641	7.712E-08	1.3257E-09	6,3818E-10	100	3,6105	3,6107	180	10,1011	10,0994
0,001639	7,701 E-08	1.0896E-09	5.2453E-10	100	4,5685	4,569	135	7,99107	7,98943
0,001637	7.694E-08	7.0372E-10	3.3877E-10	100	7,2188	7,2206	90	5,05779	5,05615
0,001635	7.686E-08	1.0896E-09	5.2453E-10	100	4,5685	4,569	45	7,99107	7,98944
0,001633	7,675E-08	1.3257E-09	6,3818E-10	100	3,6105	3,6107	0	10,1011	10,0994

Табл.8.4

$p_0(\alpha_2, h)$, МПа	$h_{1\alpha_2}$, мм	$h_{2\alpha_2}$, мм	$h'_{2\alpha_2}$, мм	n_2, об	$\alpha_{0\delta}$, град	$\alpha_{0\delta h}$, град	α_2, град	$p_0(\alpha_2,\delta)$, МПа	$p_0(\alpha_2,\delta,h)$, МПа
3,993295	0,0001431	3.9778E-06	6,3831 E-07	167635	4,5685	5,8111	45	7,99107	3,9977
2,060631	8.534E-05	3.9778E-06	6,3831 E-07	100000	3,6105	3,8945	360	10,1011	8,04044
2,06063	8.534E-05	3.2725E-06	5,251 3E-07	100000	4,5685	5,1563	315	7,99107	5,93044
2,060628	8.534E-05	2.1126E-06	3.39E-07	100000	7,2188	10,899	270	5,05779	2,99716
2,060624	8.534E-05	3.2725E-06	5,251 3E-07	100000	4,5685	5,199	225	7,99107	5,93045
2,060621	8.534E-05	3.9778E-06	6,3831 E-07	100000	3,6105	3,8945	180	10,1011	8,04045
2,060619	8.534E-05	3.2725E-06	5,251 3E-07	100000	4,5685	5,1563	135	7,99107	5,93045
2,060618	8.534E-05	2.1126E-06	3.39E-07	100000	7,2188	10,899	90	5,05779	2,99717
2,060613	8.534E-05	3.2725E-06	5,251 3E-07	100000	4,5685	5,199	45	7,99107	5,93046
2,06061	8.534E-05	3.9778E-06	6,3831 E-07	100000	3,6105	3,8999	0	10,1011	8,04046
0,18845	8.534E-06	3.9768E-07	6,3815E-08	10000	3,6105	3,6359	360	10,1011	9,91262
0,188448	8,534E-06	3.2685E-07	5.2449E-08	10000	4,5685	4,6185	315	7,99107	7,80262
0,188447	8,534E-06	2.1114E-07	3.388E-08	10000	7,2188	7,4325	270	5,05779	4,86934
0,188444	8.534E-06	3.2685E-07	5.2449E-08	10000	4,5685	4,6254	225	7,99107	7,80263
0,188441	8.534E-06	3.9768E-07	6,3815E-08	10000	3,6105	3,6359	180	10,1011	9,91263
0,18844	8.534E-06	3.2685E-07	5.2449E-08	10000	4,5685	4,6185	135	7,99107	7,80263
0,188439	8.534E-06	2.1114E-07	3.388E-08	10000	7,2188	7,4325	90	5,05779	4,86935
0,188435	8.534E-06	3.2685E-07	5.2449E-08	10000	4,5685	4,6215	45	7,99107	7,80264
0,188433	8.533E-06	3.9768E-07	6,3815E-08	10000	3,6105	3,6363	0	10,1011	9,91264
0,018711	8.534E-07	3.977E-08	6,3818E-09	1000	3,6105	3,6130	360	10,1011	10,0824
0,018709	8.533E-07	3.2687E-08	5.2452E-09	1000	4,5685	4,5734	315	7,99107	7,97236
0,018708	8,532E-07	2.1112E-08	3.3877E-09	1000	7,2188	7,2390	270	5,05779	5,03908
0,018705	8,531 E-07	3.2687E-08	5.2452E-09	1000	4,5685	4,5737	225	7,99107	7,97237
0,018702	8.53E-07	3.977E-08	6,3818E-09	1000	3,6105	3,6130	180	10,1011	10,0824
0,018701	8.529E-07	3.2687E-08	5.2452E-09	1000	4,5685	4,5734	135	7,99107	7,97237
0,018699	8.528E-07	2.1112E-08	3.3877E-09	1000	7,2188	7,2390	90	5,05779	5,03909
0,018696	8.528E-07	3.2687E-08	5.2452E-09	1000	4,5685	4,5737	45	7,99107	7,97238
0,018694	8.526E-07	3.977E-08	6,3818E-09	1000	3,6105	3,6130	0	10,1011	10,0824
0,001869	8.529E-08	3.977E-09	6,3818E-10	100	3,6105	3,6108	360	10,1011	10,0992
0,001867	8.519E-08	3.2688E-09	5.2453E-10	100	4,5685	4,5689	315	7,99107	7,9892
0,001866	8.513E-08	2.1112E-09	3.3877E-10	100	7,2188	7,2209	270	5,05779	5,05593

0,001863	8,504E-08	3.2688E-09	5.2453E-10	100	4,5685	4,5690	225	7,99107	7,98921
0,001861	8.492E-08	3.977E-09	6,3818E-10	100	3,6105	3,6107	180	10,1011	10,0992
0,001859	8.482E-08	3.2688E-09	5.2453E-10	100	4,5685	4,5689	135	7,99107	7,98921
0,001858	8.477E-08	2.1112E-09	3.3877E-10	100	7,2188	7,2207	90	5,05779	5,05593
0,001855	8.467E-08	3.2688E-09	5.2453E-10	100	4,5685	4,5690	45	7,99107	7,98922
0,001852	8.455E-08	3.977E-09	6,3818E-10	100	3,6105	3,6107	0	10,1011	10,0992

Як уже вказувалося, початкові $p_0(\alpha_2, \delta)$ та біжучі $p_0(\alpha_2, n_2, \delta, \bar{h}_j)$ контактні тиски залежать від положення вала. Ці залежності для 1-го оберту вала показані на рис. 8.7, а для подальших n_2 обертів ─ на рис. 8.8.



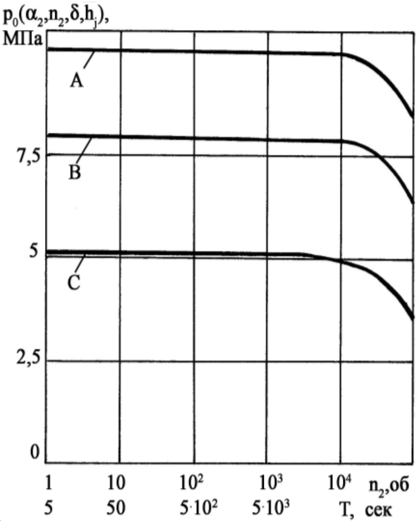


Рис. 8.7. Зміна максимальних початкових контактних тисків від положення вала з овальністю: 1– $\delta_1 = \delta_2 = 0,1$ мм; 1'– $\delta_1 = 0,2$ мм, $\delta_2 = 0$; 1'' – $\delta_1 = \delta_2 = 0$

Рис. 8.8. Залежність тисків $p_0(\alpha_2, n_2, \delta, \bar{h}_j)$ від положення та числа обертів вала:

А - $\alpha_2 = 0, 180^0, 360^{0;}$ В - $\alpha_2 = 45^0, 135^0, 225^0, 315^0$; С - $\alpha_2 = 90^0, 270^0$

8.2.2. Підшипник з ограненням елементів

Розглянуто моделі: а) вихідну з валом кругового перерізу $\left(\delta_2 = 0\right)$ та втулкою з вибраним ограненням $\left(\delta_1 \rangle 0\right)$; б) кумуляційну з валом і втулкою, що мають некруглість контурів (δ_1 та $\delta_2 \rangle 0$). Обчислено такі характеристики контакту та зношування елементів: $p(\alpha_2, \delta)$, $\alpha_{0\delta}(\alpha_2)$, $p(\alpha_2, n_2, \delta, \bar{h}_j)$, $\alpha_{0\delta h}(\alpha_2, n_2)$, $\bar{h}_{1\alpha}$, $h_{1\alpha}^{(n_2)}$, $\bar{h}_{2\alpha_2}$, $h_{2\alpha_2}^{(n_2)}$.

Прийнято дані для обчислень: N = 0,1 МН; R = 0,1 м; v = 0,1256 м/с; f = 0,05; $\varepsilon = (2;\ 4)\cdot 10^{-4}$ м; δ_1, $\delta_2 = (0;\ 1;\ 2;\ 4)\cdot 10^{-4}$ м; $\delta_1 + \delta_2 \leq \varepsilon$, $\delta_2 \leq \delta_1$; $n_2 = 10^5$ об; $n = 120$ об/хв, $E_1 = 1{,}1 \cdot 10^5$ МПа, $\nu_1 = 0{,}34$ (бронза ОЦС 5-5-5); $E_2 = 2{,}1 \cdot 10^5$ МПа, $\nu_2 = 0{,}3$ (гартована сталь 40Х); $B_1 = 1{,}9 \cdot 10^9$, $m_1 = 0{,}76$; $\tau_{10} = 0{,}1$ МПа; $B_2 = 4{,}9 \cdot 10^9$, $m_2 = 0{,}65$, $\tau_{20} = \tau_{10}$.

Встановлено для різних схем підшипника (табл. 8.4) зношування $h_{1\alpha}$ втулки та зведене зношування $h'_{2\alpha_2}$ вала ($h'_{2\alpha_2} = h_{2\alpha_2}\left[2\alpha_{0\delta}\left(0\right) / \Delta 2\alpha_2\right]$, $2\alpha_{0\delta}\left(0\right)$ – кут початкового контакту при $\alpha_2 = 0$). Зношування $h_{2\alpha_2}$ лінійно зростає зі збільшенням кроку дискретизації $\Delta\alpha_2$; тому тут прийнято за величину зношування $h'_{2\alpha_2}$. Крім вказаних схем, також досліджено схему 0 (колові контури) та схеми 1', 2', 3', де втулка є, відповідно, овальною, три- та чотиригранною. Прийнято, що величини огранення $\delta_1 = 0{,}2$ мм, $\delta_2 = 0{,}1$ мм ($\delta_2 = 0$ для схем 0, 1', 2', 3').Результати обчислень зношування втулки і вала для схем з табл. 8.4 протягом $n_2 = 10^5$ обертів представлено на рис. 8.8, 8.9.

Табл. 8.4. Схеми підшипників з ограненням елементів

Схема	Номер рис.	Обмежувальні умови	Характеристики форми контурів
Елементи з овальністю			
3	2.2в, 2.2б	$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=D_2=A_1$
Елементи з тригранністю			
6	2.3в, 2.3б	$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=D_2=B_1$
Елементи з чотиригранністю			
3	2.4в, 2.4б	$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=D_2=F_2$
Комбіновані з’єднання з овальністю, тригранністю та чотиригранністю отвору чи вала			
11	2.2в, 2.3б	$\delta_1 + 0.5\delta_2 \le \varepsilon$ $\delta_2 \le \varepsilon$ при $\delta_1 = 0$	$D_1=A_1$, $D_2=B_1$
13	2.2в, 2.4б	$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=A_1$, $D_2=F_1$
17	2.3в, 2.2б	$0.5\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$, $\delta_1 \le \varepsilon$ при $\delta_2 = 0$	$D_1=B_1$, $D_2=A_1$
24	2.4в, 2.2б	$\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$	$D_1=F_1$, $D_2=A_1$

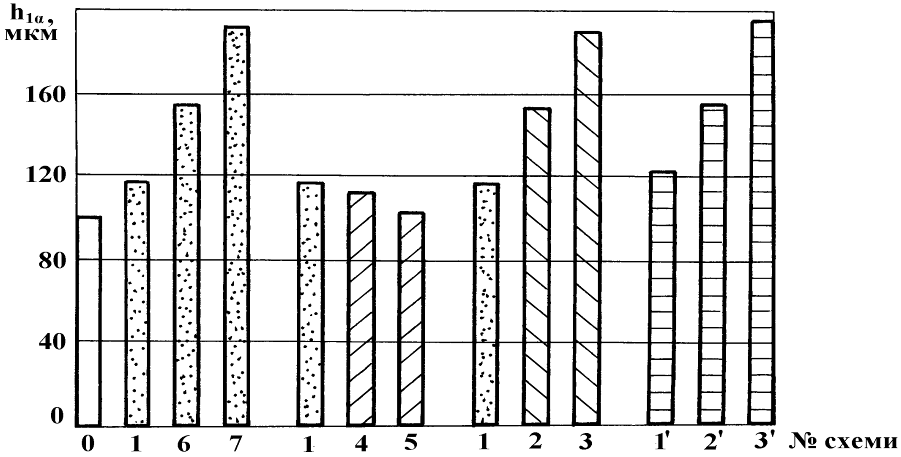


Рис.8.8. Лінійні максимальні зношування втулки

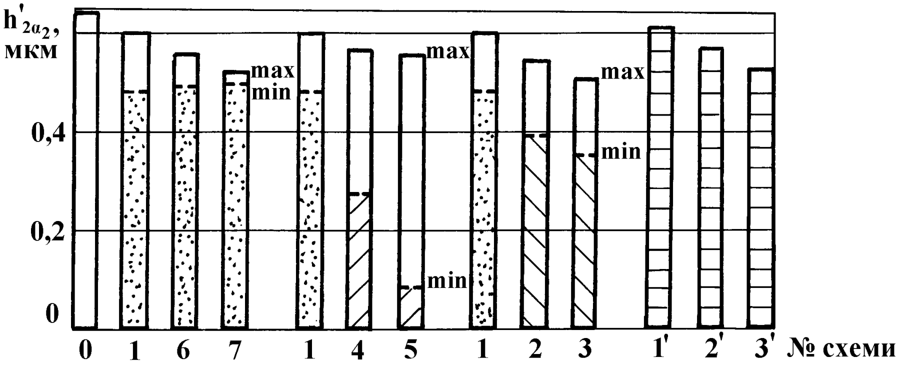


Рис.8.9. Лінійні зношування (max та min) вала

Аналіз рисунків дає підставу для таких висновків:

1. Огранення втулки призводить для схем підшипників 1, 6, 7, де вал має овальність, а втулка овальність, три- та чотиригранність; схем 1', 2', 3', де вал має коловий переріз, а втулка овальність, три- та чотиригранність; схем 2, 3 , де втулка та вал мають однакове огранення - овальність, три- та чотиригранність, призводить до зростання зношування у порівнянні зі схемою 0 (колові контури деталей).

Однак для схем 4, 5 з овальністю отвору та овальністю, три- та чотиригранністю вала спостерігається обернена тенденція – зі зростанням складності типу огранення має місце зменшення зношування. Найбільшим воно є для елементів з овальністю. Тобто, назагал, таке огранення елементів у підшипнику позитивно впливає на зниження зношування втулки і є близьким до вихідного випадку.

2. Встановлено, що зростання складності огранення призводить для вказаних схем підшипників до суттєвого зростання зношування втулки.

3. Для всіх схем підшипників спостерігається зниження як максимального, так і мінімального зношування вала із зростанням складності огранення (рис. 8.9). При наявності овальності вала і втулки чи втулки її зношування є найбільшим у порівнянні із більш складним огранненням контурів деталей підшипника.

4. Для всіх схем підшипників наявність огранення меншою чи більшою мірою знижує зношування вала у порівнянні з ідеальними контурами.

5. Вал зношується нерівномірно по контуру. Контактні тиски змінюються залежно від розташування вала відносно отвору. Аналогічно змінюється і його зношування – від max на радіусі R_2' до min на радіусі R_2.

6. Закономірність зміни максимального і мінімального зношувань є різною для різних схем підшипників. У схемах 1, 6, 7, де вал має ограненення, а втулка ─ овальність, три- та чотиригранність, максимальне зношування вала знижується зі зростанням складності огранення втулки, а його мінімальне зношування водночас дещо зростає. Для схем 4, 5 та 2, 3 мінімальне зношування різко зменшується із зростанням складності огранення.

8.3. Узагальнена кумуляційна модель зношування (мішаний контакт)

Цей випадок контакту і трибоконтакту розділяється як за видом співдотику, так і характером взаємодії співдотичних контурів тіл на окремі не взаємопов'язані фази – однообластевої і двообластевої взаємодії. Для детального аналізу розглянемо підшипник ковзання (рис. 8.2), у якому вал має овальність, а втулка є коловою. Тоді $D_2 = 1 - 3\cos 2\alpha_2$, $D_1 = 1$.

Залежно від значень величин ε та δ_2 буде реалізуватися однообластевий чи мішаний (одно-дво-однообластевий контакт). Загальною умовою, що визначає перехід однообластевого контакту у двообластевий, є умова, що $\Sigma_\delta = 1 - (\delta_2 / 2\varepsilon) D_2(\alpha_2) = 0$. Для вала з овальністю у випадку мішаного контакту буде 5 фаз взаємодії з втулкою (рис. 8.11). Розглянемо кожну з них.

Фаза I (т. $\underline{P_1}$ – однообластевий симетричний і несиметричний контакт)

- $\alpha_2^{(I)} = 0, \Delta\alpha_2, ..., \alpha_{2**1}^{(I)}$,

  $\alpha_{2**1}^{(I)}$ з умови $\Sigma_\delta^{(I)} = 0$;
- півкути контакту $\alpha_{0\delta}(\alpha_2)$ згідно (8.10);
- півкути трибоконтакту $\alpha_{0\delta h}(\alpha_2)$ згідно (8.17);
- максимальні трибоконтактні тиски:

1-ий оберт: $p_{11}(\alpha_2, \delta, h) = p_{11}(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \delta) + \sum_1^j p_{11}(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \overline{h}_{j-1})$,

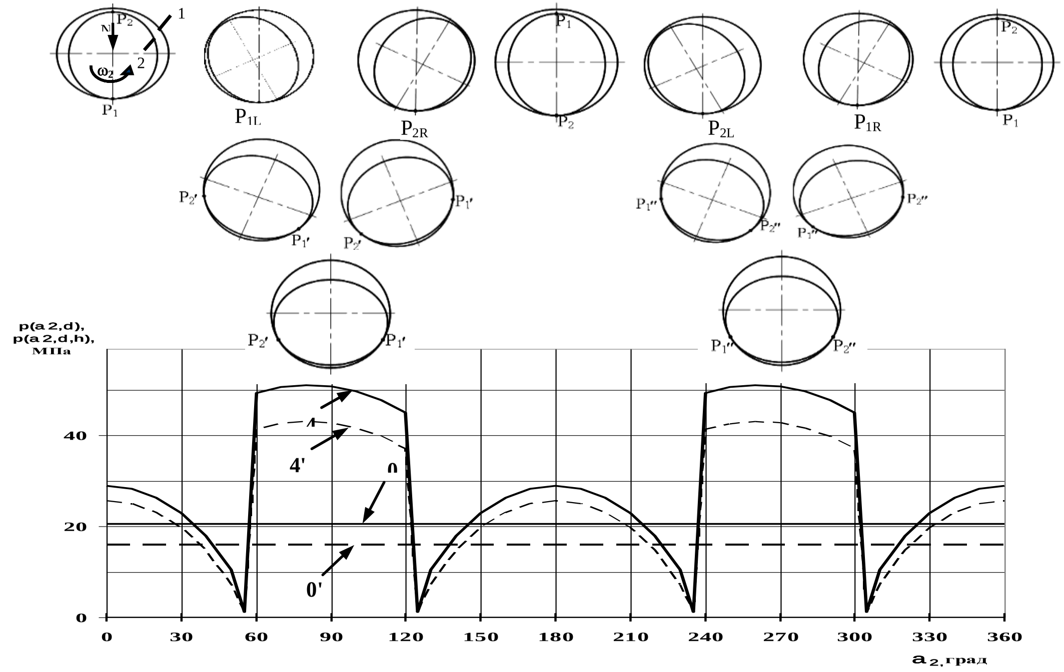


Рис. 8.11. Фази змішаного контакту та максимальні контактні і трибоконтактні тиски: суцільні лінії - контактні тиски, штрихові лінії – трибоконтактні тиски при h_{1*} = 0,3 мм; 0, 0′ - $\delta_1 = \delta_2 = 0$; 4, 4′ - $\delta_1 = 0$, δ_2 = = 0,4 мм

n_2 обертів: $p_{11}\left(\alpha_2, n_2, \delta, h\right) = p_{11}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \delta\right) + \sum_{1}^{jn_2} p_{11}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, h_{j-1}\right) +$

$$+\sum_{1}^{jn_2} p_{23}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, h_{j-1}\right) + \sum_{1}^{jn_2} p_{15}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, h_{j-1}\right),$$

де індекси при p мають наступний зміст: 1-й – точка, 2-й – фаза;

- вал 2 зношуватиметься по контуру в діапазоні $\alpha_2^{(I)}$, а втулка 1 максимально при $\alpha = \alpha_1 = 0$;
- їх лінійне зношування обчислюється згідно з (8.26), (8.27) за оберт та згідно з (8.28), (8.29) за n_2 обертів;
- при $\alpha_{2**1}^{(I)}$ $p_{\min} = 0,6N / R$.

Фаза II_1 (т. P_1' – несиметричний і симетричний двообластевий контакт)

- $\alpha_2^{(II)} = \alpha_{2*1}^{(II)}, ..., 90^{\circ}, ..., \alpha_{2**1}^{(II)}$,

  $\alpha_{2*1}^{(II)} = \alpha_{2**1}^{(I)}$, $\alpha_{2**1}^{(II)}$ з умови $\Sigma_{\delta}^{(II)} = 0$;
- півкути контакту $\gamma_1\left(\alpha_2\right)$ згідно з (8.12), де $N_{1\alpha_2}$ за (8.13),
- півкути трибоконтакту $\gamma_{1\delta h}\left(\alpha_2\right)$ згідно з (8.18);
- максимальні трибоконтактні тиски:

  1-ий оберт:

$$p_{12}\left(\alpha_2, \delta, h\right) = p_{12}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \delta\right) + \sum_{1}^{j} p_{12}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \bar{h}_{j-1}\right),$$

n_2 обертів: $p_{12}\left(\alpha_2, n_2, \delta, h\right) = p_{12}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \delta\right) +$

$$+\sum_{1}^{jn_2} p_{12}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, h_{j-1}\right) + \sum_{1}^{jn_2} p_{24}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, h_{j-1}\right),$$

- вал 2 зношуватиметься максимально в точці P_1' з кутом співдотику $\lambda_1 = \arcsin\left[\alpha_2 - \left(90^\circ - \lambda\right)\right]$; втулка 1 зношуватиметься в діапазоні $\alpha_2^{(II)}$; $D_2 = 1 + 3\cos 2\alpha$; $\alpha = \lambda$;
- їх лінійне зношування обчислюється так:

1-ий оберт: $h_{1\alpha}^{(1)} = \overline{h}_{1\alpha}^{(1)}, \; h_{2\alpha}^{(1)} = \sum_{1}^{j} \overline{h}_{2\alpha}^{(1)}$,

n_2 обертів: $h_{1\alpha}^{(n_2)} = \sum^{n_2} \overline{h}_{1\alpha}^{(n_2)}, \; h_{2\alpha}^{(n_2)} = \sum_{1}^{jn_2} \overline{h}_{2\alpha}^{(n_2)}$;

- при $\alpha_{2*1}^{(II)}$ та $\alpha_{2**1}^{(II)}$ $p_{\min} = 0,6N / R.$

Фаза II_2 (т. P_2' – несиметричний і симетричний двообластевий контакт)

- $\alpha_2^{(II)} = \alpha_{2*2}^{(II)}, \ldots, 90^\circ, \ldots, \alpha_{2**2}^{(II)}$,

$\alpha_{2*2}^{(II)} = \alpha_{2*1}^{(II)} - 2\lambda, \; \alpha_{2**2}^{(II)} = \alpha_{2**1}^{(II)} - 2\lambda$;

- півкути контакту $\gamma_2\left(\alpha_2\right)$ згідно з (8.12), де $N_{2\alpha_2}$ за (8.13),
- півкути трибоконтакту $\gamma_{2\delta h}\left(\alpha_2\right)$ згідно з (8.18);
- максимальні трибоконтактні тиски:

1-ий оберт: $p_{22}\left(\alpha_2, \delta, h\right) = p_{22}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \delta\right) + \sum_{1}^{j} p_{22}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \overline{h}_{j-1}\right)$,

n_2 обертів: $p_{22}\left(\alpha_2, n_2, \delta, h\right) = p_{22}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \delta\right) +$

$$+\sum_{1}^{jn_2} p_{22}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, h_{j-1}\right) + \sum_{1}^{jn_2} p_{14}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, h_{j-1}\right);$$

- вал 2 зношуватиметься максимально в точці P_2' з кутом співдотику $\lambda_2 = \arcsin\left[\alpha_2 - \left(90^\circ + \lambda\right)\right]$; втулка 1 зношуватиметься по контуру в діапазоні $\alpha_2^{(II)}$; $D_2 = 1 + 3\cos 2\alpha$; $\alpha = -\lambda$;
- їх лінійне зношування обчислюється, як і попередньо;
- при $\alpha_{2*2}^{(II)}$ та $\alpha_{2**2}^{(II)}$ $p_{\min} = 0,6N/R$.

Фаза III (т. P_2 – однообластевий симетричний і несиметричний контакт)

- $\alpha_2^{(III)} = \alpha_{2*2}^{(III)}, \ldots, 180^\circ, \ldots, \alpha_{2**2}^{(III)}$,

  $\alpha_{2*2}^{(III)} = \alpha_{2**1}^{(II)}$, $\alpha_{2**2}^{(III)}$ з умови $\Sigma_\delta^{(III)} = 0$;
- півкути контакту $\alpha_{0\delta}\left(\alpha_2\right)$ згідно з (8.10),

  півкути трибоконтакту $\alpha_{0\delta h}\left(\alpha_2\right)$ згідно з (8.17);
- максимальні трибоконтактні тиски:

  1-ий оберт: $p_{23}\left(\alpha_2, \delta, h\right) = p_{11}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \delta\right) +$

$$+\sum_1^j p_{11}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \bar{h}_{j-1}\right) + \sum_1^j p_{23}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \bar{h}_{j-1}\right),$$

  n_2 обертів: $p_{23}\left(\alpha_2, n_2, \delta, h\right) = p_{11}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \delta\right) +$

$$+\sum_1^{jn_2} p_{11}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, h_{j-1}\right) + \sum_1^{jn_2} p_{23}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, h_{j-1}\right) + \sum_1^{jn_2} p_{15}\left(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, h_{j-1}\right);$$

- вал 2 зношуватиметься по контуру в діапазоні $\alpha_2^{(III)}$, а втулка 1 – максимально при $\alpha = \alpha_1 = 0$;
- лінійне зношування обчислюється за (8.26) – (8.29).

Фаза IV₂ (P_2'' *– несиметричний і симетричний двообластевий контакт)*

- $\alpha_2^{(IV)} = \alpha_{2*2}^{(IV)}, ..., 270^\circ, ..., \alpha_{2**2}^{(IV)}$,

  $\alpha_{2*2}^{(IV)} = \alpha_{2**2}^{(III)}$, $\alpha_{2**2}^{(IV)}$ з умови $\Sigma_\delta^{(IV)} = 0$;

- півкути контакту $\gamma_2(\alpha_2)$ згідно з (8.12), де $N_{2\alpha_2}$ за (8.13),

  півкути трибоконтакту $\gamma_{2\delta h}(\alpha_2)$ згідно з (8.18);

- максимальні трибоконтактні тиски:

  1-ий оберт: $p_{24}(\alpha_2, \delta, h) = p_{12}(\alpha_2, \delta, h) + \sum_1^j p_{24}(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \bar{h}_{j-1})$,

  n_2 обертів: $p_{24}(\alpha_2, n_2, \delta, h) = p_{12}(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \delta) +$

  $$+\sum_1^{jn_2} p_{12}(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, h_{j-1}) + \sum_1^{jn_2} p_{24}(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, h_{j-1});$$

- вал 2 зношуватиметься максимально в точці P_2'' при $\alpha = \lambda$; втулка 1 зношуватиметься по контуру в діапазоні $\alpha_2^{(IV)}$;

- їх лінійне зношування обчислюється так:

  1-ий оберт: $h_{1\alpha}^{(1)} = \bar{h}_{1\alpha}^{(1)}$, $h_{2\alpha}^{(1)} = \sum_1^j \bar{h}_{2\alpha}^{(1)}$,

  n_2 обертів: $h_{1\alpha}^{(n_2)} = \sum^{n_2} \bar{h}_{1\alpha}^{(n_2)}$, $h_{2\alpha}^{(n_2)} = \sum_1^{jn_2} \bar{h}_{2\alpha}^{(n_2)}$;

- при $\alpha_{2*2}^{(IV)}$ та $\alpha_{2**2}^{(IV)}$ $p_{\min} = 0,6N/R$.

Фаза IV₁ (т. P_1'' *– несиметричний і симетричний двообластевий контакт)*

- $\alpha_2^{(IV)} = \alpha_{2*1}^{(IV)}, ..., 270^\circ, ..., \alpha_{2**1}^{(IV)}$,

  $\alpha_{2*1}^{(IV)} = \alpha_{2*2}^{(IV)} - 2\lambda$, $\alpha_{2**1}^{(IV)}$ з умови $\Sigma_\delta^{(IV)} = 0$;

● півкути контакту $\gamma_1(\alpha_2)$ згідно з (8.12), де $N_{1\alpha_2}$ за (8.13),

півкути трибоконтакту $\gamma_{1\delta h}(\alpha_2)$ згідно з (8.18);

● максимальні трибоконтактні тиски:

1-ий оберт: $p_{14}(\alpha_2, \delta, h) = p_{22}(\alpha_2, \delta, h) + \sum_1^j p_{14}(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \bar{h}_{j-1})$,

n_2 обертів: $p_{14}(\alpha_2, n_2, \delta, h) = p_{22}(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \delta) +$

$$+\sum_1^{jn_2} p_{22}(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, h_{j-1}) + \sum_1^{jn_2} p_{14}(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, h_{j-1});$$

● вал 2 зношуватиметься максимально в точці P_1'' при $\alpha = -\lambda$; втулка 1 зношуватиметься по контуру в діапазоні $\alpha_2^{(IV)}$;

● їх лінійне зношування обчислюється, як попередньо.

Фаза V (т. $\underline{P_1}$ – однообластевий симетричний і несиметричний контакт)

● $\alpha_2^{(V)} = \alpha_{2*1}^{(V)}, ..., 360^\circ$,

$\alpha_{2*1}^{(V)} = \alpha_{2**1}^{(IV)}$ або з умови $\Sigma_\delta^{(V)} = 0$;

● півкути контакту $\alpha_{0\delta}(\alpha_2)$ згідно (8.10),

півкути трибоконтакту $\alpha_{0\delta h}(\alpha_2)$ згідно (8.17);

● максимальні трибоконтактні тиски:

1-ий оберт:

$$p_{15}(\alpha_2, \delta, h) = p_{11}(\alpha_2, \delta, h) + \sum_1^j p_{23}(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \bar{h}_{j-1}) +$$

$$+\sum_{1}^{j} p_{15}\left(\alpha_2-\Delta\alpha_2,\bar{h}_{j-1}\right)=p_{11}\left(\alpha_2-\Delta\alpha_2,\delta\right)+$$

$$+\sum_{1}^{j} p_{11}\left(\alpha_2-\Delta\alpha_2,\bar{h}_{j-1}\right)+\sum_{1}^{j} p_{23}\left(\alpha_2-\Delta\alpha_2,\bar{h}_{j-1}\right)+\sum^{j} p_{15}\left(\alpha_2-\Delta\alpha_2,\bar{h}_{j-1}\right),$$

n_2 обертів: $p_{15}\left(\alpha_2,n_2,\delta,h\right)=p_{11}\left(\alpha_2-\Delta\alpha_2,\delta\right)+$

$$+\sum_{1}^{jn_2} p_{11}\left(\alpha_2-\Delta\alpha_2,h_{j-1}\right)+\sum_{1}^{jn_2} p_{23}\left(\alpha_2-\Delta\alpha_2,h_{j-1}\right)+\sum_{1}^{jn_2} p_{15}\left(\alpha_2-\Delta\alpha_2,h_{j-1}\right)$$

- вал 2 зношуватиметься по контуру в діапазоні $\alpha_2^{(V)}$, а втулка 1 – максимально при $\alpha=\alpha_1=0$;
- лінійне зношування обчислюється за (8.26) – (8.29).
- при $\alpha_{2*1}^{(V)}$ $p_{\min}=0,6N/R$.

Сумарне лінійне зношування втулки і вала:

а) однообластевий контакт:

- втулка:

$$h_{1|_{\alpha=0}}^{(n_2)}=h_1^{(I)}+h_1^{(III)}+h_1^{(V)}=\sum_{j}^{jn_2}\bar{h}_{1|_{\alpha=0}}^{(n_2)}$$

- вал:

$h_{2\alpha_2}^{(n_2)}=h_{2\alpha_2}^{(I)};\ h_{2\alpha_2}^{(III)};\ h_{2\alpha_2}^{(V)}=\sum_{1}^{n_2}\bar{h}_{2\alpha_2}^{(n_2)}$ — по контуру, відповідно, в зонах $\alpha_2^{(I)}$, $\alpha_2^{(III)}$, $\alpha_2^{(V)}$;

б) двообластевий контакт:

- втулка:

$h_{1\alpha}^{(n_2)}=h_1^{(II)}+h_1^{(IV)}$ [т. P_1' (зона $\alpha_2^{(II)}$)+ т. P_2'' (зона $\alpha_2^{(IV)}$)],

$h_{1\alpha}^{(n_2)}=h_1^{(II)}+h_1^{(IV)}$ [т. P_2' (зона $\alpha_2^{(II)}$)+ т. P_1'' (зона $\alpha_2^{(IV)}$)],

- вал:

$$h_{2\alpha}^{(n_2)} = h_2^{(II)} + h_2^{(IV)} \qquad [т.\ P_1'(\lambda_1) + т.\ P_2''(\lambda_2)],$$

$$h_{2\alpha}^{(n_2)} = h_2^{(II)} + h_2^{(IV)} \qquad [т.\ P_2'(-\lambda_2) + т.\ P_1''(-\lambda_1)];$$

Розв'язок задачі за кумуляційною моделлю при наявності овальності вала підшипника проведено для таких вихідних даних: N = 0,1 МН; R = 0,05 м; v = 0,0628 м/с; f = 0,04; ε = 4,1·10^{-4} м; $\delta_1 = 0$, $\delta_2 = $(0; 1; 2; 3; 4)·10^{-4} м; $\delta_1 + \delta_2 \le \varepsilon$, $\delta_2 \le \delta_1$; $\Delta\alpha_2 = 15^0$; $\bar{n}_2$ = 12 об /хв; h_{1*} = 0,3 мм; $\Sigma_1 = -(1 - h_1')$, E_1 = 1,1·10^5 МПа, ν_1 = 0,34 (бронза ОЦС 5-5-5); E_2 = 2,1·10^5 МПа, ν_2 = 0,3 (сталь 35, гартування + високий відпуск); B_1 = 4,75 ·10^9, m_1 = 0,85, τ_{10} = 0,1 МПа; B_2 = 5,46 ·10^9, m_2 = 0,66, τ_{20} = 0,08 МПа.

Результати обчислень подано на рис. 8.12 - 8.16. На рис. 8.12 зображено зміну тисків $p(\alpha_2, \delta)$ та $p(\alpha_2, \delta, h)$ у випадку однообластевого контакту (графіки 0,0′; 1,1′; 2,2′). Відповідно на рис. 8.13 подано такі ж графічні залежності для випадку мішаного контакту.

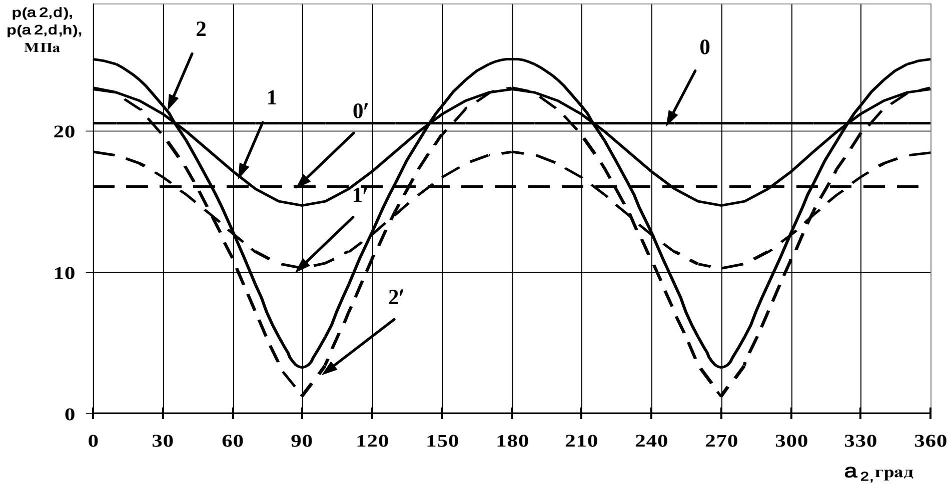


Рис. 8.12. Залежність максимальних контактних тисків від положення вала для однообластевого контакту: 0, 0′ - $\delta_1 = \delta_2 = 0$; 1, 1′ - δ_2 = 0,1 мм; 2, 2′ - δ_2 = 0,2 мм

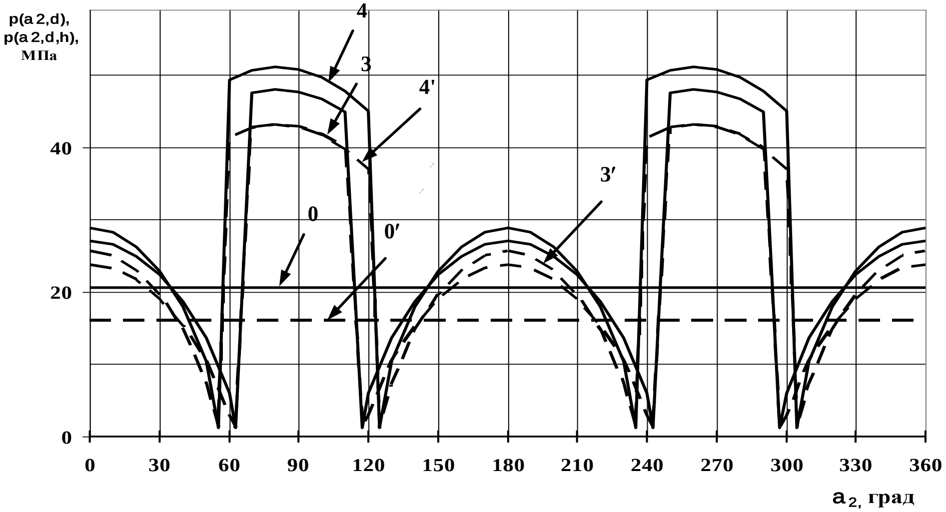


Рис. 8.13. Залежність максимальних контактних тисків від положення вала для мішаного контакту: 3, 3′ - δ_2 = 0,3 мм; 4, 4′ - δ_2 = 0,4 мм

У фазах однообластевого контакту (δ_2 = 0; 0,1; 0,2 мм) при збільшенні овальності δ_2 вала тиски $ð_{max}$ дещо зростатимуть, однак за величиною вони є меншими, ніж у фазах мішаного контакту. При повороті вала відбувається циклічна зміна тисків від max до min. Аналіз закономірностей зміни максимальних контактних тисків внаслідок зношування (рис. 8.12, 8.13) показує, що при $\delta_2 = 0$ та $\delta_2 = 0{,}1$ мм вона є найбільшою (графіки 0,0′; 1,1′). У випадку овальності $\delta_2 = 0{,}2$ мм різниця тисків $p(\alpha_2, \delta)$ та $p(\alpha_2, \delta, h)$ — найменша (графіки 2,2′). Це можна пояснити тим, що величина овальності є близькою до граничного значення $\delta_2 = 0{,}204$ мм переходу однообластевого контакту у двообластевий. Подальше зростання овальності вала призводить до двообластевого контакту, при якому відмінність між початковим тиском і після зношування зростає із зростанням овальності (графіки 3,3′; 4,4′).

У мішаному (одно- дво- однообластевому) контакті взаємодія вала із втулкою значно складніша (рис. 8.11). Аналіз результатів обчислень свідчить, що у зоні однообластевого контакту (рис. 8.13) зростання овальності вала призводить до зростання тисків $p(0,\delta)$, які, однак, при його обертанні спадають до $p_{\min} = 0,6N / R_2$ значно швидше, ніж у вищерозглянутому випадку повного однообластевого контакту (8.12), а потім стрімко зростають у зоні двообластевого контакту (рис. 8.13).

Поворот вала з овальністю спричиняє зниження $p(\alpha_2,\delta)$, інтенсивність якого суттєво залежить від величини δ_2 (рис. 8.12, 8.13). Власне тиски $p(\alpha_2,\delta)$ для вала з овальністю $(\delta_2 \rangle 0)$ в різній степені перевищують тиски $p(\alpha_2,0)$ (вал колового перерізу) лише на 39,2% оберта, а на 60,8% оберта вони є нижчими (рис. 8.12, 8.13). Це і зумовлює зниження зношування втулки при зростанні δ_2.

Зміна довговічності підшипника зі зміною величини овальності вала показана на рис. 8.14. Найнижчою довговічність буде за відсутності його овальності. Надалі вона зростатиме у зоні однообластевого контакту при збільшенні овальності вала (до 26%), що пояснюється помітним зниженням $p(\alpha_2,\delta)$ (рис. 8.12) у значному діапазоні кутів повороту. Зростання довговічності зі зростанням овальності у зоні двообластевого контакту обумовлене збільшенням діапазону цього виду контакту (рис. 8.13; графіки 3, 4). Тобто технологічна овальність вала має оптимальне значення, при якому довговічність підшипника буде найвищою як в області однообластевого, так і двообластевого контакту .

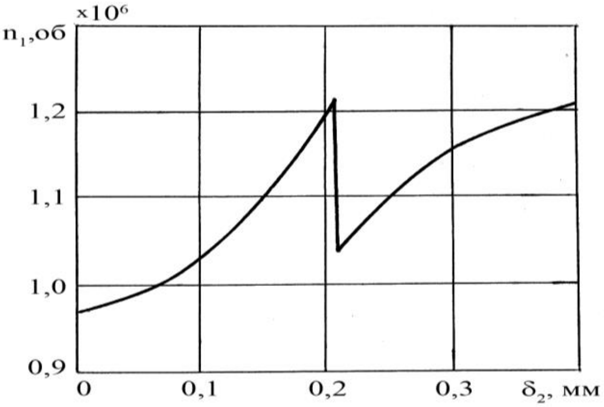


Рис. 8.14. Довговічність підшипника

Рис. 8.15, 8.16 вказують характер зношування вала і втулки при однообластевому і мішаному контакті для випадку, коли $\delta_1 = 0$, $\delta_2 = 0$; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4 мм. Зокрема на рис. 8.15 наведено зміну максимального зношування h_1 втулки підшипника за однакової кількості обертів вала ($n_2 = 972000$ об) з овальністю контура, за яких при $\delta_1 = \delta_2 = 0$ досягається допустиме зношування втулки 0,3 мм.

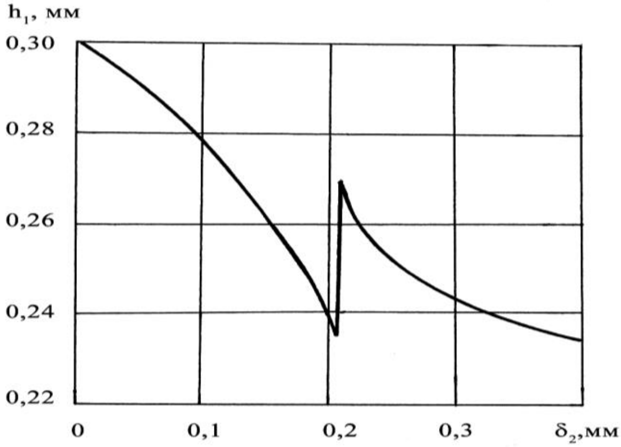


Рис. 8.15 . Лінійне зношування втулки підшипника у однообластевому та двообластевому контакті

При однообластевому контакті (рис. 8.12) зі зростанням овальності вала спостерігається зменшення зношування h_1 втулки і зростання довговічності n_2 підшипника (рис. 8.14) до досягнення допустимого зношування $h_{1*} = 0{,}3$ мм втулки. Поворот вала з овальністю спричиняє зниження $p(\alpha_2, \delta)$, інтенсивність якого суттєво залежить від величини δ_2 (рис. 8.12, 8.13, табл. 8.5). Власне тиски $p(\alpha_2, \delta)$ для вала з овальністю $(\delta_2 \rangle 0)$ в різній степені перевищують тиски $p(0, 0)$ (вал колового перерізу) лише на 39,2% оберта, а на 60,8% оберта вони є нижчими (рис. 8.13). Це і зумовлює зниження зношування втулки при зростанні δ_2 .

Таблиця 8.5

δ_2, мм	α_2, град	$p(\alpha_2, \delta)$, МПа	$p(\alpha_2, \delta, h)$, МПа	h_1, мм	h_2, мм
0	0	20,545	16,025	0,297	$5{,}62*10^{-3}$
	90°	20,545	16,015	0,297	$5{,}62*10^{-3}$
0,1	0	22,913	18,469	0,278	$6{,}095*10^{-3}$
	90°	14,707	10,255	0,279	$4{,}36*10^{-3}$
0,2	0	25,058	23,009	0,238	$6{,}504*10^{-3}$
	90°	3,24	1,2	0,238	$0{,}706*10^{-3}$
0,21	0	25,265	23,377	0,271	$7{,}86*10^{-3}$
	90°	44,68	42,8	0,02	0,0117
0,25	0	26,06	22,43	0,251	$8{,}039*10^{-3}$
	90°	46,028	40,21	0,02	0,059
0,3	0	27,03	23,75	0,244	$8{,}25*10^{-3}$
	90°	47,66	42,83	0,021	0,061
0,4	0	28,874	25,63	0,235	$8{,}65*10^{-3}$
	90°	50,77	42,75	0,022	0,087

Зношування вала по контуру є майже на два порядки меншим, ніж втулки (рис. 8.16, графік 3; табл. 8.5).

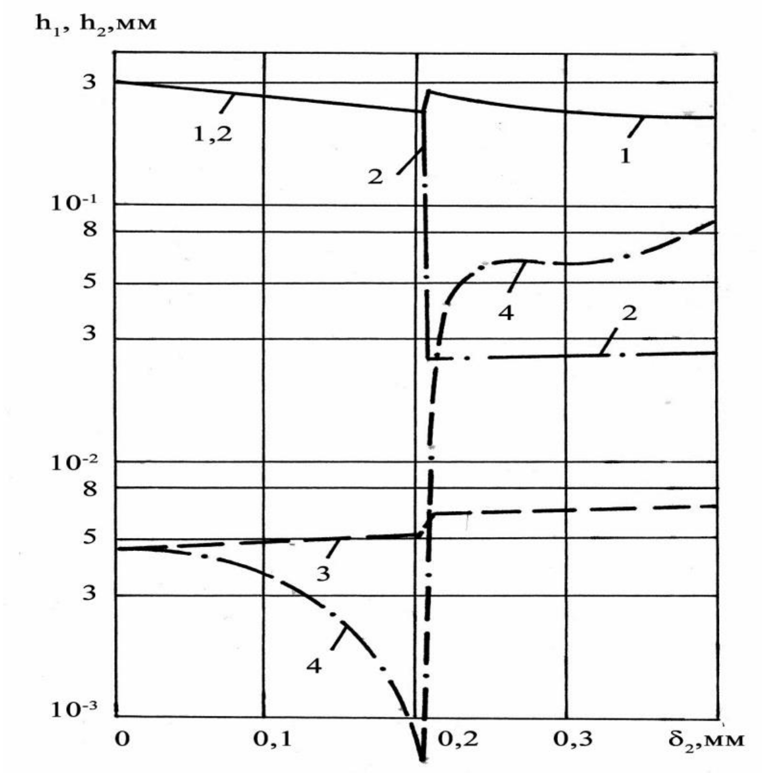


Рис. 8.16. Зношування втулки і вала підшипника у однообластевому та двообластевому контакті за кутів повороту вала $\alpha_2 = 0$, $\alpha_2 = 90^\circ : 1 - h_1(\alpha_2 = 0)$, $2 - h_1(\alpha_2 = 90^\circ)$, $3 - h_2(\alpha_2 = 0)$, $4 - h_2(\alpha_2 = 90^\circ)$

При куті повороту вала $\alpha_2 = 90^\circ$ в зоні однообластевого контакту зношування втулки буде таким же, як і при $\alpha_2 = 0$ (рис. 8.16, графік 2 – ліва вітка), а зношування вала ще значно зменшується (рис. 8.16, графік 4 – ліва вітка). У зоні двообластевого контакту втулка зношуватиметься по контуру на певному його діапазоні, що призводить до зниження її зношування на порядок (рис. 8.16, графік 2 – права вітка), а вал – у двох симетричних точках співдотику, що спричиняє зростання зношування на два порядки (рис. 8.16, графік 4 – права вітка; табл. 8.5).

Зношування втулки при $\alpha_2 = 0^\circ$ у зоні двообластевого контакту при змішаному співдотику спочатку стрибкоподібно зростає при $\delta_2 \approx 0{,}204$ мм (рис. 8.15, 8.16), а потім, зі зростанням δ_2, знову знижується, що пов’язано із розширенням діапазону двообластевого контакту і, відповідно, зменшенням діапазону однообластевого контакту (рис. 8.13). Зношування втулки при $\alpha_2 = 90^\circ$ в цьому випадку різко зменшується на порядок (рис. 8.16, графік 2 – права вітка), надалі мало змінюючись, що зумовлено розподілом зношування по її контуру на певному діапазоні кутів повороту вала.

Встановлено, що овальність вала виявляє корисний вплив як на зростання довговічності підшипника (рис. 8.14), так і на зниження зношування втулки (рис. 8.15). Без огляду на вид контакту (однообластевий чи мішаний) довговічність підшипника визначається довговічністю втулки у зоні однообластевого контакту.

РОЗДІЛ 9

ЕКСПРЕС – МЕТОД ДОСЛІДЖЕННЯ КІНЕТИКИ ТРИБОКОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ У ПІДШИПНИКУ КОВЗАННЯ З ОГРАНЕННЯМ ВАЛА

Підшипники ковзання є достатньо поширеними вузлами у сучасному машинобудуванні та найрізноманітнішому обладнанні. З практики відомо, що у процесі виготовлення втулки і вала неминуче виникає мала некруглість (огранення) їх контурів, величина якої регламентується технічними умовами. Відомі у літературі розв'язки [6, 16, 20, 27, 35, 60] трибоконтактних задач для цієї триботехнічної системи не враховують вплив малої технологічної некруглості вала і втулки на довговічність підшипника. В той же час у працях [72, 79, 81 та ін.] показано, що огранення втулки виявляє суттєвий вплив на характеристики контактної (контактні тиски і область стику) та трибоконтактної (зношування та довговічність) взаємодії. У випадку наявності огранення вала підшипника ковзання розроблено кумуляційну модель зношування [84], яка передбачає дослідження інтервально-дискретної взаємодії його співдотичних деталей. За цією моделлю отримано [84, 86, 92] розв'язки трибоконтактних задач для випадку однообластевого контакту вала з втулкою при різнотипному огранені їх контурів (розділ 8).

В основу кумуляційної моделі зношування деталей підшипника ковзання з технологічним огранення контурів деталей покладено принцип інтервально - дискретної взаємодії вала з некруглістю певного виду з втулкою (в найпростішому випадку з коловим контуром). Вал має змінний радіус кривини в кожній точці контуру. Тому при розв'язку цієї контактної задачі контур вала з некруглістю розділено на низку інтервалів певної довжини, яка вибиралась довільно ($\Delta\alpha_2$ = 1°, 5°, 10°, 15°, …, 90°). На кожному з прийнятих інтервалів параметри контакту (максимальні контактні тиски та область контакту) покладались постійними. Таким чином в одному оберті вала досліджувалось j його окремих взаємодій з втулкою ($j = 360^\circ/\Delta\alpha_2$). В наступних обертах вала характеристики процесу взаємодії елементів з врахуванням їх зношування підлягали кумуляції. Оскільки для досягнення допустимих величин зношування h_1 втулки порядку 0,3 мм число обертів вала сягає $(1 \ldots 1{,}5)\cdot10^6$, то число окремих взаємодій у залежності від інтервалу $\Delta\alpha_2$ буде $(360 \ldots 4)\cdot(1 \ldots 1{,}5\cdot10^6)$.

Точний розв'язок цієї складної трибоконтактної задачі вимагає значного обсягу обчислень, що викликає в інженерній практиці труднощі, бо можливості серійної обчислювальної техніки є обмеженими. Тому для суттєвого зменшення затрат машинного часу запропоновано інтервально-блочну схему обчислень, при якій покладаються незмінними умови контактної взаємодії протягом певного числа обертів вала. У першому блоці циклів взаємодій параметри контакту мають початкове значення, встановлене із розв'язку статичної контактної задачі для циліндричного з'єднання з некруглістю контурів. У кожному наступному блоці вони приймаються як на виході з попереднього блоку. Критерієм розмірів блоків циклів взаємодії за сталих умов прийнято кінематичний параметр вузла — частоту n_2 обертання вала протягом певного часу. Зокрема вони можуть бути такими: а) n_2 за хвилину, б) n_2 за годину, в) n_2 за 10 годин,
г) n_2 за 100 годин, д) n_2 за 1000 годин.

9.1. Вплив розміру блоків на точність розв’язку

Числовий розв’язок задачі проведено за узагальненою кумуляційною моделлю зношування (розділ 8) для випадку мішаної трибоконтактної взаємодії у підшипнику, вал якого має малу овальність, а втулка є коловою. Прийнято такі вихідні дані для обчислень: N = 0,1 МН; R = 0,05 м; v = 0,0628 м/с; f = 0,04; $\varepsilon = 4{,}1 \cdot 10^{-4}$ м; $\delta_1 = 0$, $\delta_2 = (0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4) \cdot 10^{-4}$ м; $\delta_1 + \delta_2 \leq \varepsilon$, $\delta_2 \leq \delta_1$; $\Delta\alpha_2 = 10^0$; $\bar{n}_2$ = 12 об /хв; h_{1*} = 0,3 мм; $\Sigma_1 = -\left(1 - h_1'\right)$, $E_1 = 1{,}1 \cdot 10^5$ МПа, $\nu_1 = 0{,}34$ (бронза ОЦС 5-5-5); $E_2 = 2{,}1 \cdot 10^5$ МПа, $\nu_2 = 0{,}3$ (сталь 35, гартування + високий відпуск); $B_1 = 4{,}75 \cdot 10^9$, $m_1 =$ 0,85, $\tau_{10} = 0{,}1$ МПа; $B_2 = 5{,}46 \cdot 10^9$, $m_2 = 0{,}66$, $\tau_{20} = 0{,}08$ МПа; B = 1 об, 12 об (1 хв), 720 об (1 год), 7200 об (10 год), 72000 об (100 год).

Результати розв’язку подано на рис. 9.1, 9.2 та у табл. 9.1 – 9.4. Встановлено, що максимальне зношування втулки виникає в т. $\alpha = 0$ як при однообластевому ($\delta_2 =$ 0 … 0,204 мм), так і при мішаному контакті ($\delta_2 >$ 0,204 мм). Точний числовий розв’язок задачі по оцінці довговічності підшипника за n_{2*} обертів вала при B = 1 об наведено у таблиці 9.1.

Таблиця 9.1. Довговічність підшипника при B = 1 об (точний розв'язок)

δ_2, мм	B = 1 об	
	n_{2*}, об	h_{1*}, мм
0,4	1239410	0,3
0,3	1195707	0,3
0,2	1226752	0,3
0,1	1047977	0,3
0	982501	0,3

При обчисленні лінійного зношування втулки з різними розмірами блоків забезпечувався його прорахунок до завершення останнього блоку, що призводило до деякого перевищення зношування h_1 понад допустиму величину h_{1*}. Результати розрахунку обертів n_2 вала при зношуванні h_1 втулки (чисельник) та уточнена оцінка обертів n_{2*} для зношування h_{1*} (знаменник) подано у табл. 9.2 та на рис. 9.1 для різних розмірів блоків. Також тут вказано відхилення Δ між n_2 і n_{2*} та h_1 і h_{1*} .

Таблиця 9.2. Довговічність підшипника при різних розмірах блоків (основний і уточнений розв'язок)

δ_2, мм	B = 72000 об		
	n_2/n_{2*}	h_1/h_{1*}	Δ, %
0,4	1224000	0,31311	4,37
	1170499	0,3	
0,3	1152000	0,3069	2,31
	1125399	0,3	
0,2	1224000	0,317040	5,68
	1154477	0,3	
0,1	1008000	0,309107	3,04
	977400	0,3	
0	936000	0,307786	2,60
	911708	0,3	
δ_2, мм	B = 7200 об		
	n_2/n_{2*}	h_1/h_{1*}	Δ, %
0,4	1238400	0,300932	0,31
	1234561	0,3	
0,3	1195200	0,301104	0,37
	1190778	0,3	
0,2	1224000	0,301188	0,40
	1219153	0,3	
0,1	1044000	0,300923	0,31
	1040788	0,3	
0	979200	0,301191	0,40
	975313	0,3	

δ_2, мм	B = 720 об		
	n_2/n_{2*}	h_1/h_{1*}	Δ, %
0,4	1239120	0,300096	0,03
	1238724	0,3	
0,3	1195200	0,300041	0,01
	1195037	0,3	
0,2	1226160	0,300132	0,04
	1225746	0,3	
0,1	1047600	0,300098	0,03
	1047258	0,3	
0	982080	0,300092	0,03
	981779	0,3	
δ_2, мм	B = 12 об		
	n_2/n_{2*}	h_1/h_{1*}	Δ, %
0,4	1239408	0,300001	0,00
	1239403	0,3	
0,3	1195700	0,300000	0,00
	1195697	0,3	
0,2	1226611	0,300003	0,00
	1226000	0,3	
0,1	1047970	0,300002	0,00
	1047963	0,3	
0	982500	0,300003	0,00
	982489	0,3	

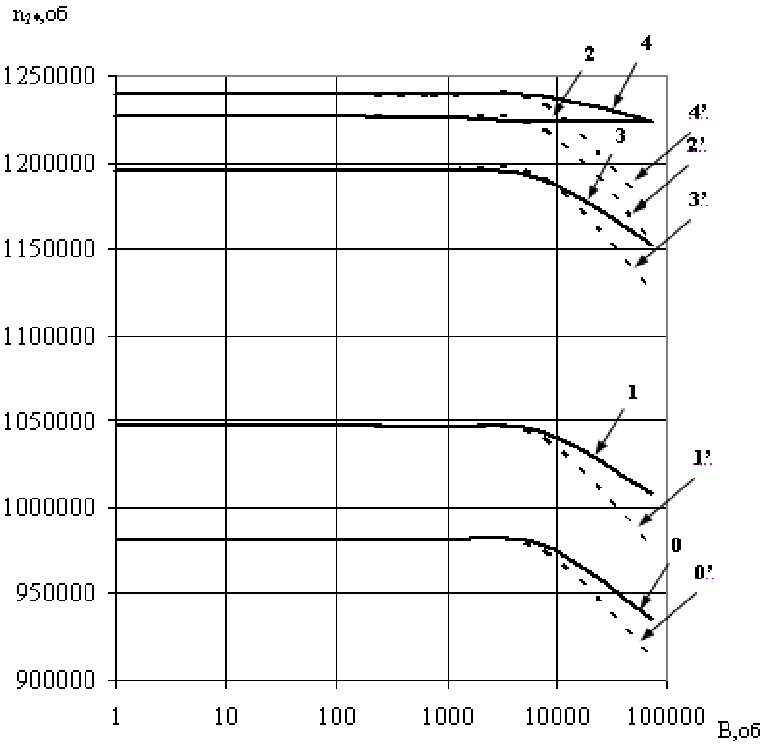


Рис. 9.1. Довговічність підшипника ковзання: 0 - $\delta_2 = 0$, 1 - $\delta_2 =$ 0,1 мм;
2 - $\delta_2 =$ 0,2 мм; 3 - $\delta_2 =$ 0,3 мм; 4 - $\delta_2 =$ 0,4 мм;
суцільні лінії ─ основні результати, штрихові лінії – уточнені результати

У табл. 9.3 наведено похибки Δ_0 основного розв'язку задачі за інтервально – блочною схемою порівняно з точним розв'язком при В = 1 об, отриманим за інтервально – дискретною схемою. Окрім того тут подано надлишок Δn_2 обертів вала в основному розв'язку над уточненим.

Таблиця 9.3. Похибки основного розв'язку відносно уточненого

δ_2, мм	$\Delta n_2 = n_2 - n_{2*}$, об	B = 72000 об		
		n_2, об	h_1, мм	Δ_0, %
0,4	53501	1224000	0,31311	1,243
0,3	26640	1152000	0,3069	3,655
0,2	69523	1224000	0,317040	0,224
0,1	30600	1008000	0,309107	3,815
0	24292	936000	0,307786	4,733
δ_2, мм	Δn_2, об	B = 7200 об		
0,4	3839	1238400	0,300932	0,081
0,3	4929	1195200	0,301104	0,042
0,2	4847	1224000	0,301188	0,224
0,1	3212	1044000	0,300923	0,379
0	3887	979200	0,301191	0,336
δ_2, мм	Δn_2, об	B = 720 об		
0,4	396	1239120	0,300096	0,023
0,3	163	1195200	0,300041	0,042
0,2	414	1226160	0,300132	0,048
0,1	342	1047600	0,300098	0,036
0	301	982080	0,300092	0,043
δ_2, мм	Δn_2, об	B = 12 об		
0,4	5	1239408	0,300001	0,001
0,3	3	1195700	0,300000	0,001
0,2	11	1226611	0,300003	0,011
0,1	7	1047970	0,300002	0,001
0	11	982500	0,300003	0,000

Із збільшенням розміру блоку відхилення обчисленої довговічності від уточненої зростає. Особливо значним воно є у випадку максимально прийнятого блоку B = 72000 об. У випадку однообластевого контакту при $\delta_2 = 0{,}2$ мм (графік 2) обчислена довговічність перевищує уточнену для B = 72000 об на 69523 оберти (табл. 9.3). Тому графік 2 на рисунку не має перелому, як інші графіки.

В подальшому проведено оцінку похибки Δ_B (табл. 9.4) уточненої довговічності (табл. 9.2) при h_{1*} = 0,3 мм, порівняно з точним розв'язком при B = 1 (табл. 9.1) .

Таблиця 9.4. Похибки уточненого розв'язку відносно точного

δ_2, мм	B, об	n_{2*}, об	Δ_B, %
0,4	1	1239410	0,000
	12	1239396	0,001
	720	1238729	0,055
	7200	1234561	0,398
	72000	1170499	5,56
0,3	1	1195707	0,000
	12	1195697	0,001
	720	1195037	0,056
	7200	1190778	0,41
	72000	1125399	5,88
0,2	1	1226752	0,000
	12	1226600	0,013
	720	1225746	0,082
	7200	1219153	0,619
	72000	1154477	5,891
0,1	1	1047977	0,000
	12	1047963	0,001
	720	1047258	0,069
	7200	1040788	0,681
	72000	977400	6,731
0	1	982501	0,000
	12	982500	0,000
	720	981779	0,074
	7200	975313	0,732
	72000	911708	7,205

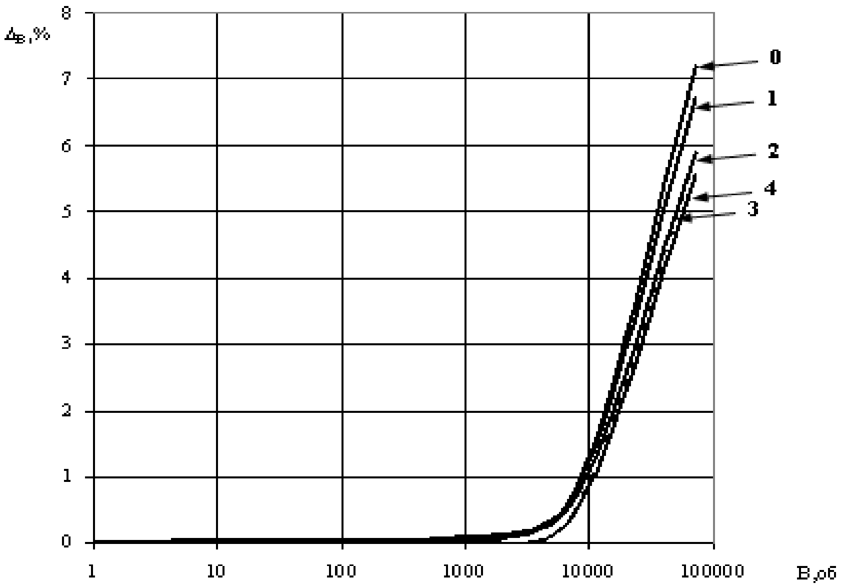


Рис. 9.2. Вплив розмірів блоку на похибку обчислень довговічності

Аналіз наведених результатів свідчить, що для прийнятих вихідних даних при інтервалі дискретизації контуру вала $\delta_2 = 10^0$ із зростанням розміру блоку відхилення Δ_B зростає. Результати, наведені у табл. 9.4 та на рис. 9.2 свідчать, що зростання розміру блоку у 10^3 разів дає зниження довговічності на 0,077 … 0,1 %, у 10^4 разів — на 0,77 … 1 %, у 10^5 разів — на 7,72 … 10 % залежно від величини овальності вала. Максимальними вони будуть при $\delta_2 = 0$.

Наближено величину відхилення уточненого від точного розв’язку (табл. 9.4) можна подати залежністю

$$\Delta_B \approx D\,(10^{-6}B)\cdot 100\%, \tag{9.1}$$

де для прийнятих вихідних даних діапазон розкиду D = 0,77 … 1.

Вищенаведені результати дослідження впливу розміру блоку постійних циклів взаємодії на довговічність підшипника з малою технологічною некруглістю контуру вала вказують на важливу практичну обставину. Зокрема на рис. 9.2 помітно, що блоки розмірами до 10000 обертів дають відхилення від точного результату не більше 1 %, що з інженерної точки зору є малою похибкою. В інженерній практиці відхилення у 5% в оцінці робочих параметрів є допустимими. Тобто на рівні 5% відхилення у точності розв'язку розмір блоків можна прийняти величиною 50000 … 65000 обертів, а це дає пришвидшення обчислень у стільки ж разів.

9.2. Вплив інтервалу дискретизації контуру вала на точність розв'язку

За вищенаведеними вихідними даними розрахунки довговічності підшипника та зношування втулки проведено для інтервалів дискретизації $\Delta\alpha_2 = 5^0$, 15^0 контуру вала з овальністю. Результати розв'язку подано нижче на рис. 9.3, 9.4 та у табл. 9.5 — 9.13.

Таблиця 9.5. Довговічність підшипника за точним розв'язком (B = 1 об)

δ_2, мм	$\Delta\alpha_2 = 5°$	$\Delta\alpha_2 = 10°$	$\Delta\alpha_2 = 15°$
	n_{2*}, об	n_{2*}, об	n_{2*}, об
0,4	1258490	1239410	1214331
0,3	1221610	1195707	1164654
0,2	1251118	1226732	1203413
0,1	1064826	1047977	1031636
0	995952	982501	969401

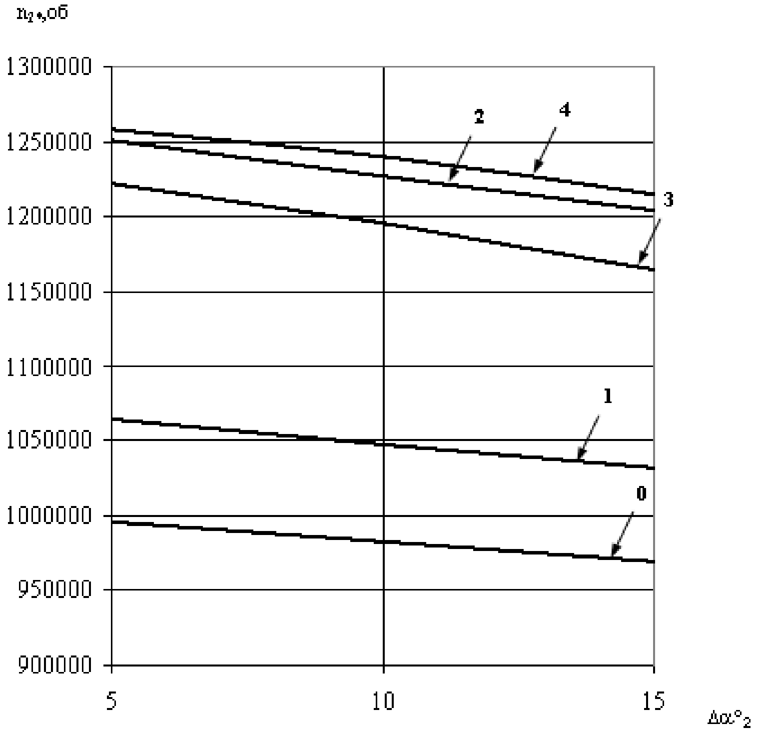


Рис. 9.3. Вплив інтервалу дискретизації контуру вала на довговічність підшипника (B = 1 об): 0 - $\delta_2 = 0$, 1 - $\delta_2 = 0{,}1$ мм; 2 - $\delta_2 = 0{,}2$ мм; 3 - $\delta_2 = 0{,}3$ мм; 4 - $\delta_2 = 0{,}4$ мм

Спостерігається лінійне зниження довговічності n_{2*} підшипника зі зростанням $\Delta\alpha_2$.

Таблиця 9.6. Зміна довговічності за уточненим розв'язком (B = 7200 об)

δ_2, мм	$\Delta\alpha_2 = 5°$	$\Delta\alpha_2 = 10°$	$\Delta\alpha_2 = 15°$
	n_{2*}, об	n_{2*}, об	n_{2*}, об
0,4	1251505	1234561	1206576
0,3	1214500	1190778	1158157
0,2	1243932	1219153	1196268
0,1	1057639	1040788	1024452
0	988772	975313	962195

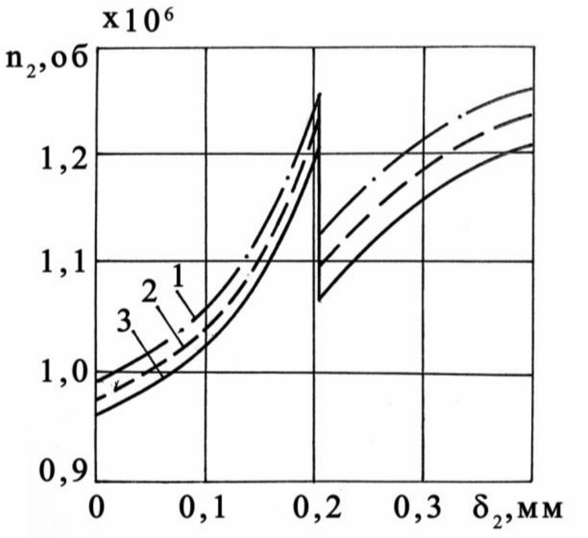


Рис. 9.4. Вплив інтервалу дискретизації контуру вала на довговічність підшипника

(B = 7200 об): $1-\Delta\alpha_2=5^\circ$, $2-\Delta\alpha_2=10^\circ$, $3-\Delta\alpha_2=15^\circ$

Зліва на рис. 9.4 подано графіки довговічності при реалізації однообластевого контакту ($0\le\delta_2\le 0{,}204$ мм), а справа – двообластевого контакту (0,204 мм$\langle\delta_2\le 0{,}4$ мм). Із збільшенням інтервалу дискретизації $\Delta\alpha_2$ контуру вала втричі спостерігається зменшення довговічності n_2 підшипника до 3.8% в однообластевому контакті та до 3.6% у двообластевому контакті. Овальність вала спричиняє при однообластевому контакті зростання довговічності підшипника у порівнянні з валом кругового перерізу при $\Delta\alpha_2 = 5^0$ – до 21,5%, $\Delta\alpha_2 = 10^0$ – до 21%, $\Delta\alpha_2 = 15^0$ – до 20,6% (табл. 9.5, рис. 9.4). Практично таке ж зростання довговічності підшипника при збільшенні овальності вала спостерігається і у двообластевому контакті. Тобто найвищу довговічність підшипника можна забезпечити при $\delta_2\approx 0{,}5\varepsilon$ (однообластевий контакт).

Встановлено, що незалежно від виду контакту довговічність буде найменшою у зоні однообластевого контакту при куті повороту вала $\alpha_2 = 0$.

Таблиця 9.7. Довговічність підшипника при різних розмірах блоків (основний і уточнений розв'язок) ($\Delta\alpha_2 = 5°$)

δ_2, мм	B = 72000 об		
	n_2/n_{2*}	h_1/h_{1*}	Δ, %
0,4	1224000	0,3087	2,89
	1188593	0,3	
0,3	1152000	0,3036	1,20
	1150622	0,3	
0,2	1224000	0,310760	3,59
	1180100	0,3	
0,1	1008000	0,304270	1,42
	993654	0,3	
0	936000	0,303627	1,21
	924685	0,3	
δ_2, мм	B = 7200 об		
	n_2/n_{2*}	h_1/h_{1*}	Δ, %
0,4	1252800	0,30031	0,1
	1251505	0,3	
0,3	1216800	0,300567	0,19
	1214500	0,3	
0,2	1245600	0,300402	0,13
	1243932	0,3	
0,1	1058400	0,300216	0,07
	1057639	0,3	
0	993600	0,301458	0,49
	988772	0,3	

δ_2, мм	B = 720 об		
	n_2/n_{2*}	h_1/h_{1*}	Δ, %
0,4	1257840	0,30001	0,003
	1257798	0,3	
0,3	1221120	0,300053	0,02
	1220902	0,3	
0,2	1250640	0,300056	0,02
	1250408	0,3	
0,1	1064160	0,300013	0,00
	1064115	0,3	
0	995760	0,300157	0,05
	995240	0,3	
δ_2, мм	B = 12 об		
	n_2/n_{2*}	h_1/h_{1*}	Δ, %
0,4	1258488	0,300002	0,00
	1258483	0,3	
0,3	1221608	0,300001	0,00
	1221605	0,3	
0,2	1251120	0,300002	0,00
	1251113	0,3	
0,1	1064832	0,300003	0,00
	1064822	0,3	
0	995952	0,300002	0,00
	995946	0,3	

Таблиця 9.8. Довговічність підшипника при різних розмірах блоків (основний і уточнений розв'язок) ($\Delta\alpha_2$ = 15°)

δ_2, мм	B = 72000 об		
	n_2/n_{2*}	h_1/h_{1*}	Δ, %
0,4	1152000	0,302538	0,85
	1142208	0,3	
0,3	1115200	0,315091	5,03
	1059106	0,3	
0,2	1152000	0,305127	1,71
	1132301	0,3	
0,1	1008000	0,314062	4,69
	960725	0,3	
0	936000	0,311946	3,98
	898747	0,3	
δ_2, мм	B = 7200 об		
	n_2/n_{2*}	h_1/h_{1*}	Δ, %
0,4	1209600	0,300758	0,25
	1206576	0,3	
0,3	1159200	0,300263	0,09
	1158157	0,3	
0,2	1202400	0,301538	0,51
	1196268	0,3	
0,1	1029600	0,301499	0,50
	1024452	0,3	
0	964800	0,300805	0,27
	962195	0,3	
δ_2, мм	B = 720 об		
	n_2/n_{2*}	h_1/h_{1*}	Δ, %
0,4	1213200	0,300046	0,02
	1212957	0,3	
0,3	1164960	0,30018	0,06
	1164261	0,3	
0,2	1203120	0,300102	0,03
	1202759	0,3	
0,1	1031040	0,300033	0,01
	1030937	0,3	
0	969120	0,300136	0,05
	968635	0,3	

δ_2, мм	В = 12 об		
	n_2/n_{2*}	h_1/h_{1*}	Δ, %
0,4	1214328	0,300001	0,00
	1214322	0,3	
0,3	1164660	0,300003	0,00
	1164649	0,3	
0,2	1203420	0,300003	0,00
	1203409	0,3	
0,1	1031640	0,300002	0,00
	1031629	0,3	
0	969384	0,300002	0,00
	969381	0,3	

Таблиця 9.9. Похибки основного розв'язку відносно уточненого ($\Delta\alpha_2$=5°)

δ_2, мм	$\Delta n_2 = n_2 - n_{2*}$, об	В = 72000 об		
		n_2, об	h_1, мм	Δ_0, %
0,4	35407	1224000	0,3087	2,741
0,3	63973	1152000	0,3036	5,698
0,2	43900	1152000	0,310760	7,922
0,1	14346	1008000	0,304270	5,337
0	11315	936000	0,303627	6,020
δ_2, мм	Δn_2, об	В = 7200 об		
0,4	1295	1252800	0,30031	0,452
0,3	6771	1231200	0,300567	0.394
0,2	1668	1245600	0,300402	0,441
0,1	761	1058400	0,300216	0,603
0	4828	993600	0,301458	0,236
δ_2, мм	Δn_2, об	В = 720 об		
0,4	42	1257840	0,300124	0,052
0,3	315	1231200	0,300077	0,040
0,2	232	1250640	0,300056	0,038
0,1	45	1064160	0,300013	0,063
0	520	995760	0,300157	0,019
δ_2, мм	Δn_2, об	В = 12 об		
0,4	5	1258483	0,300002	0,000
0,3	3	1231596	0,300001	0,000
0,2	7	1251120	0,300002	0,000
0,1	10	1064832	0,300003	0,000
0	6	995952	0,300002	0,000

Таблиця 9.10. Похибки основного розв'язку відносно уточненого ($\Delta\alpha_2$=15°)

δ_2, мм	$\Delta n_2 = n_2 - n_{2*}$, об	B = 72000 об		
		n_2, об	h_1, мм	Δ_0, %
0,4	9746	1152000	0,302538	5,133
0,3	21149	1115200	0,315091	4,246
0,2	19688	1152000	0,305127	4,272
0,1	47246	1008000	0,314062	2,291
0	37269	936000	0,311946	3,445
δ_2, мм	Δn_2, об	B = 7200 об		
0,4	3056	1209600	0,300758	0,389
0,3	1016	1159200	0,300263	0,468
0,2	6161	1202400	0,301538	0,084
0,1	5144	1029600	0,301499	0,197
0	2587	964800	0,300805	0,474
δ_2, мм	Δn_2, об	B = 720 об		
0,4	186	1213200	0,300046	0,093
0,3	710	1164960	0,30018	0,027
0,2	409	1203120	0,300102	0,024
0,1	113	1031040	0,300033	0,058
0	439	969120	0,300136	0,029
δ_2, мм	Δn_2, об	B = 12 об		
0,4	6	1214328	0,300001	0,000
0,3	11	1164660	0,300003	0,001
0,2	11	1203420	0,30003	0,001
0,1	11	1031640	0,300002	0,000
0	3	969384	0,300002	0,002

Аналіз даних, поданих у табл. 9.3, 9.9, 9.10, свідчить, що похибки основного розв'язку задачі від уточненого є різними і не мають закономірної тенденції зміни в однакових блоках при різних інтервалах дискретизації $\Delta\alpha_2$. Це зумовлено тим, що різниця довговічності $\Delta n_2 = n_2 - n_{2*}$ (обертів вала) між основним і уточненим розв'язком є вельми диференційованою.

Таблиця 9.11. Похибки уточненого розв'язку відносно точного ($\Delta\alpha_2 = 5°$)

δ_2, мм	B, об	n_{2*}, об	Δ_B, %
0,4	1	1258490	0,000
	12	1258483	0,000
	720	1257798	0.055
	7200	1251505	0,555
	72000	1188593	5,554
0,3	1	1221610	0,000
	12	1221605	0,000
	720	1220902	0,058
	7200	1214500	0,582
	72000	1150622	5,811
0,2	1	1251118	0,000
	12	1251113	0,000
	720	1250408	0,057
	7200	1243932	0,574
	72000	1180100	5,676
0,1	1	1064826	0,000
	12	1064822	0,000
	720	1064115	0.067
	7200	1057639	0,675
	72000	993654	6,684
0	1	995952	0,000
	12	995946	0,001
	720	995240	0,071
	7200	988772	0,721
	72000	924685	7,155

Таблиця 9.12. Похибки уточненого розв'язку відносно точного ($\Delta\alpha_2 = 15°$)

δ_2, мм	В, об	n_{2*}, об	$\Delta_В$, %
0,4	1	1214331	0,000
	12	1214322	0,001
	720	1212957	0,113
	7200	1206576	0,639
	72000	1142208	5,939
0,3	1	1164654	0,000
	12	1164649	0,000
	720	1164261	0,033
	7200	1158157	0,557
	72000	1059106	6,061
0,2	1	1203483	0,000
	12	1203409	0,005
	720	1202759	0,064
	7200	1196268	0,602
	72000	1132301	5,913
0,1	1	1031646	0,000
	12	1031629	0,002
	720	1030937	0,069
	7200	1024452	0,697
	72000	960725	6,875
0	1	969401	0,000
	12	969381	0,002
	720	968635	0,079
	7200	962195	0,743
	72000	898747	7,288

Таблиця 9.13. Похибки уточненого розв'язку при різних $\Delta\alpha_2$

δ_2, мм	B, об	$\Delta\alpha_2 = 5^0$		$\Delta\alpha_2 = 10^0$		$\Delta\alpha_2 = 15^0$		$n_{2*}^{(5)} / n_{2*}^{(10)} / n_{2*}^{(15)}$
		n_2, об	Δ_B,%	n_{2*}, об	Δ_B,%	n_{2*}, об	Δ_B,%	
0,4	1	1258490	0,000	1239410	0,000	1214331	0,000	1/ 1,015/ 1,067
	12	1258483	0,000	1239396	0,001	1214322	0,001	1/ 1,015/ 1,067
	720	1257798	0.055	1238724	0,055	1212957	0,113	1/1,015/ 1,067
	7200	1251505	0,555	1234561	0,398	1206576	0,639	1/1,013/ 1,067
	72000	1188593	5,554	1170499	5,560	1142208	5,939	1/1,015/ 1,071
0,3	1	1221610	0,000	1195707	0,000	1164654	0,000	1/1,022/ 1,057
	12	1221605	0,000	1195697	0,001	1164649	0,000	1/1,022/ 1,057
	720	1220902	0,058	1195037	0,056	1164261	0,033	1/1,022/ 1,057
	7200	1214500	0,582	1190778	0,415	1158157	0,557	1/1,022/ 1,057
	72000	1150622	5,811	1125399	5,88	1059106	6,061	1/1,022/ 1,060
0,2	1	1251118	0,000	1226752	0,000	1203483	0,000	1/1,020/ 1,040
	12	1251113	0,000	1226600	0,013	1203409	0,005	1/1,020/ 1,040
	720	1250408	0,057	1225746	0,082	1202759	0,064	1/1,020/ 1,040
	7200	1243932	0,574	1219153	0,619	1196268	0,602	1/1,020/ 1,040
	72000	1180100	5,676	1154477	5,891	1132301	5,913	1/1,022/ 1,042
0,1	1	1064826	0,000	1047977	0,000	1031636	0,000	1/ 1,016/ 1.032
	12	1064822	0,000	1047963	0,001	1031629	0,002	1/ 1,016/ 1.032
	720	1064115	0.067	1047258	0,069	1030937	0,069	1/ 1,016/ 1.032
	7200	1057639	0,675	1040788	0,681	1024452	0,697	1/ 1,016/ 1.032
	72000	993654	6,684	977400	6,731	960725	6,875	1/ 1,017/ 1.034
0	1	995952	0,000	982501	0,000	969401	0,000	1/ 1,014/ 1,027
	12	995946	0,001	982500	0,000	969381	0,002	1/ 1,014/ 1,027
	720	995240	0,071	981779	0,074	968635	0,079	1/ 1,014/ 1,027
	7200	988772	0,721	975313	0,732	962195	0,743	1/ 1,014/ 1,027
	72000	924685	7,155	911708	7,205	898747	7,288	1/ 1,014/ 1,029

Аналіз результатів обчислення довговічності n_{2*} підшипника за різних $\Delta\alpha_2$ показує, що похибки Δ_B уточненого розв’язку (B = 72000, 7200, 720, 12 об) у порівнянні з точним розв’язком (B = 1 об) мають виражену закономірність до деякого зменшення із зменшенням $\Delta\alpha_2$. Вона чітко прослідковується при B = 72000, 7200 обертів. Також зменшення овальності вала призводить до зростання похибки Δ_B. Встановлено, що відносне $n_{2*}^{(5)} / n_{2*}^{(10)} / n_{2*}^{(15)}$ зниження довговічності n_{2*} підшипника при збільшенні інтервалу $\Delta\alpha_2$ для кожної величини овальності вала δ_2 має своє однакове значення, яке не залежить від розміру блоку.

9.3. Аддитивний спосіб обчислення довговічності підшипника

Попередньо показано, що при основному розв'язку за інтервально - блочною схемою зношування h_1 втулки завжди дещо перевищує її допустиме зношування h_{1*}. Для порівняння оцінки довговічності підшипника було використано уточнений перерахунок (табл. 9.2, 9.7, 9.8) $n_{2*} = (h_{1*}/h_1)n_2$ для базового (допустимого) зношування втулки. Хоча ця процедура не складає труднощів, однак для її реалізації необхідно додатково мати значення дійсного зношування h_1 втулки за n_2 обертів вала. Для уникнення цього пропонується аддитивний спосіб прямого обчислення довговічності за модифікованою інтервально - блочною схемою.

Така схема розрахунку полягає у наступному. Спочатку розв'язок проводиться з використанням цілого максимально можливого числа x_1 основного вибраного розміру блоку за умови, що $h_1 \leq h_{1*}$. Далі в розрахунок вводиться наступний за розміром блок в кількості x_2 і це забезпечує подальше зменшення різниці між h_1 та h_{1*}. Процедура обчислень продовжується аналогічно, включаючи і обчислення з B = 1 оберту. Таким чином довговічність підшипника n_{2*} визначається з точністю до одного оберту вала.

Схематично описана процедура розрахунку має вигляд:

$$x_1B_{72000}+x_2B_{7200}+x_3B_{720}+x_4B_{12}+x_5B_1 = n_{2*}. \tag{9.2}$$

Результати обчислення довговічності n_{2*} підшипника за цим способом та похибки Δ_Σ від точного розв'язку наведено у табл. 9.14 — 9.16.

Таблиця 9.14. Довговічність підшипника при різних розмірах основного блоку ($\Delta\alpha_2 = 5^0$)

δ_2, мм	B = 1 об	B = 7200 об		B = 72000 об	
	n_{2*}, об	n_{2*}, об	Δ_Σ,%	n_{2*}, об	Δ_Σ,%
0,4	1258490	1251442	0,56	1188518	5,56
0,3	1221610	1214477	0,56	1151367	5,75
0,2	1251118	1243921	0,58	1179121	5,75
0,1	1064826	1057633	0,68	992833	6,76
0	995952	988753	0,72	923953	7,23

Таблиця 9.15. Довговічність підшипника при різних розмірах основного блоку ($\Delta\alpha_2 = 10^0$)

δ_2, мм	B = 1 об	B = 7200 об		B = 72000 об	
	n_{2*}, об	n_{2*}, об	Δ_Σ,%	n_{2*}, об	Δ_Σ,%
0,4	1239410	1232469	0,56	1170375	5,57
0,3	1195707	1189011	0,56	1125160	5,90
0,2	1226752	1219141	0,62	1154341	5,90
0,1	1047977	1040733	0,69	975973	6,87
0	982501	975301	0,73	910501	7,33

Таблиця 9.16. Довговічність підшипника при різних розмірах основного блоку ($\Delta\alpha_2 = 15^0$)

δ_2, мм	B = 1 об	B = 7200 об		B = 72000 об	
	n_{2*}, об	n_{2*}, об	Δ_Σ,%	n_{2*}, об	Δ_Σ,%
0,4	1214331	1206529	0,64	1141729	6,00
0,3	1164648	1158169	0,56	1093369	6,12
0,2	1203413	1196233	0,60	1131433	5,98
0,1	1031636	1024441	0,7	959641	6,98
0	969401	962197	0,74	897397	7,43

Похибки точності розв'язку Δ_Σ за адитивним способом є близькими до похибок Δ_B (табл. 9.4, 9.11, 9.12) при уточненому розв'язку, що підтверджує коректність цього способу обчислень за інтервально - блочною схемою. З практичної точки зору використання основного блоку розміром 7200 об ефективно вирішує завдання суттєвого пришвидшення обчислень з похибкою 0,56…0,74 %.

Проведені дослідження по розрахунку довговічності підшипника ковзання з використанням інтервально - дискретної (B = 1 об) та інтервально - блочної (B = 12, 720, 7200, 72000 об) схеми обчислень дозволяють зробити наступні висновки:

1. Точний розв'язок трибоконтактної задачі при B = 1 об вимагає значного часу обчислень, який залежить також і від інтервалу дискретизації $\Delta\alpha_2$ контуру вала з овальністю.

2. Використання інтервально - блочної схеми числового розв'язку задачі дозволяє пришвидшити час обчислень пропорційно розміру блоку циклів взаємодії при постійних умовах трибоконтакту у блоці.

3. При цьому спостерігається втрата точності розв'язку порівняно з точним розв'язком, яка залежить від розміру блоку.

4. Встановлено, що максимальні похибки розв'язку $\Delta_B \approx 10^{-6} B \cdot 100\%$ (при $\delta_2 = 0$), а при зростанні овальності вала вони зменшуються (табл. 9.13).

5. З метою спрощеного розв'язку задачі розроблено аддитивний спосіб обчислень за модифікованою інтервально - блочною схемою. Підтверджено ефективність його застосування при обчисленні довговічності досліджуваного підшипника ковзання.

6. Проведені дослідження вказують, що оптимальним розміром блоку є B = 7200 об (10 год) при інтервалі дискретизації $\Delta\alpha_2 = 10^0$.

7. Однак раціональнішим є використання для обчислень аддитивного способу з основним розміром блоку B = 7200 об, бо тут відсутня додаткова процедура уточнення розв'язку.

ЗАКЛЮЧЕННЯ

Удосконалення і побудова нових методів оцінки контактної міцності та договічності циліндричних з’єднань з внутрішнім контактом тіл надалі залишається одним з важливих прикладних завдань механіки. У монографії зокрема подано методи і математичні моделі, які описують кінетику контактної та трибоконтактної взаємодії поширених рухомих і нерухомих циліндричних з’єднань з технологічним ограненням тіл.

З їх використанням проведено дослідження впливу різного огранення тіл на параметри контакту і трибоконтакту для з’єднань, де, залежно від величин некруглості тіл та їх взаєморозташування, реалізується однообластевий або двообластевий (симетричний чи косий) контакт. Також в окремих випадках можливий змішаний (одно- дво- однообластевий) контакт. Встановлено, що мала технологічна некруглість виявляє суттєвий вплив на параметри контактної взаємодії і виявлено його основні закономірності. Залежно від виду огранення тіл, його величини, їх взаємного розташування у з’єднанні значимість цього впливу — вельми диференційована.

Оскільки випадки симетричного двообластевого контакту уциліндричних з’єднаннях з ограненням тіл є достатньо поширеними, то розроблено узагальнений метод для визначення початкового кута їх співдотику. На його основі проведено аналіз впливу різних видів огранення на параметри контакту.

Показано, що некруглість вала призводить у рухомому з’єднанні до циклічної зміни максимальних контактних тисків та області їх розподілу. Вони мають різний якісний і кількісний характер для випадків однообластевого та змішаного контакту.

У результаті проведених досліджень встановлено, що неврахування технологічної некруглості тіл у циліндричних з’єднаннях може спричинити значну похибку величини контактних напружень у порівнянні зі з’єднаннями тіл ідеалізованого колового перерізу.

Для такої типової поширеної у техніці триботехнічної системи ковзання, як підшипник ковзання з технологічною некруглістю контурів тіл, розроблено узагальнену лінійну модель зношування, а на її основі — кумуляційну та узагальнену кумуляційну модель зношування. Узагальнена лінійна модель дає можливість досліджувати кінетику трибоконтактної взаємодії підшипника з некруглістю втулки та валом кругового перерізу. Кумуляційна модель застосовується у випадку, коли некруглість можуть мати втулка і вал за умови однообластевого контакту протягом оберту. Узагальнену кумуляційну модель використано, коли реалізується змішаний (одно- дво- однообластевий) контакт протягом оберту.

У кумуляційній моделі прийнято схему інтервально-дискретної взаємодії валу з некруглістю із втулкою. Для кожного інтервалу взаємодії розв’зується окрема задача визначення параметрів контакту в оберті вала, і при цьому контактні тиски покладаються постійними. Їх зміна внаслідок зношування оцінюється або після кожного наступного оберту, або ж після певного числа обертів (блоку взаємодій) за незмінних умов контакту у блоці. Блочно-інтервальна схема трибоконтактної взаємодії дає змогу значно інтенсифікувати процес обчислень – пропорційно розміру блока. Зміна контактних тисків у результаті зношування та оцінка величини зношування елементів підшипника здійснюється у результаті кумуляції. Такий підхід вперше використано для розв’язку трибоконтактних задач зі змінними умовами контакту внаслідок некруглості співдотичних тіл та їх зношування.

Для циліндричних напрямних проведено за розробленими методами оцінку параметрів контакту і довговічності та встановлено закономірності впливу на них різного виду огранення. Виявлено, що огранення суттєво впливає на досліджувані параметри, спричиняючи зростання контактних тисків та зменшення довговічності.

Список використаних джерел

1. Александров В.М., Коваленко Е.В. Осесимметричная контактная задача при линейно-деформированного основания общего типа при наличии износа // Изв. АН СССР. – 1978. – № 5. – С. 60 – 67.
2. Александров В.М., Коваленко Е.В. Плоские контактные задачи теории упругости при неклассических областей при наличии износа // Журн. прикл. механики и техн. физики. – 1980. – № 3. – С. 163 – 172.
3. Александров В.М., Коваленко Е.В. К вопросу об изнашивании сопряжения вал-втулка // Трение и износ. – 1982. – № 6. – С.1016 – 1025.
4. Андрейкив А.Е., Панасюк В.В., Чернец М.В. К теории износа материалов при сухом трении // ФХММ. – 1981. – № 2. – С. 51– 57.
5. Андрейкив А.Е. Чернец М. В. Прогнозирование ресурса цилиндрических направляющих // ФХММ. – 1991. – № 4. – С.121 – 124.
6. Андрейкив А.Е., Чернец М.В. Оценка контактного взаимодействия трущихся деталей машин. – Киев: Наукова думка, 1991. – 160 с.
7. Андрейкив А.Е., Чернец М.В., Свинцов А.Н. Модель трибоконтактного взаимодействия шероховатых тел // Докл. АН Украины. – 1991. – № 11. –С. 44 – 47.
8. Андрейків О.Е., Чернець М.В., Свінцов О.М. Розрахункова модель локального втомного руйнування при терті шорстких тіл // ФХММ. – 1992. – № 5. – С. 34 – 43.
9. Блюмен А.В., Харач Г.М., Эфрос Д.Г. Расчетная оценка изнашивания сопряжения вал-втулка с обратной парой трения // Вестн. машиностроения. – 1976. – № 2. – С. 29 – 32.
10. Галахов М.А., Терентьев Е.С., Усов П.П. Методы расчета подшипников скольжения. – М.: Изд-во АН СРСР, 1984.

11. Галахов М.А., Усов П.П. О расчете износа и толщины смазочного слоя в подшипниках скольжения с тонким вкладышем // Трение и износ. –1984. – № 2. – С. 239 – 250.
12. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости при наличии износа // Прикл. математика и механика. – 1976. – № 6. – С. 981 – 989.
13. Галин Л.А., Горячева И.Г. Контактные задачи и их приложения к теории трения и износа // Трение и износ. – 1980. – № 1. – С. 105 – 119.
14. Гриліцький Д.В. До задачі про тиск жорсткої шайби на коловий отвір в ортотропній пластинці // Прикл. механіка. – 1963. – № 3. – С. 307 – 313.
15. Горячева И.Г., Добычин М.Н. Кинетика изнашивания твердого смазочного покрытия цапфы подшипника скольжения // Трение и износ. – 1984. – № 4. – С. 581 – 588.
16. Горячева И.Г., Добычин М.Н. Контактные задачи в трибологии. – М.: Машиностроение, 1988. – 253 с.
17. Добычин М.Н. Износ подшипника скольжения со взаимоизнашивающимися елементами // Трение и износ. – 1988. – № 5. – С. 799 – 807.
18. Дроздов Ю.Н. К разработке методики расчета на изнашивание и моделирование трения. – В кн.: Износостойкость. М.: Наука, 1975. – С. 120 – 135.
19. Каландия А.Н. К контактным задачам теории упругости // Прикл. матем. и механика. – 1957. – № 3. – С. 389 – 398.
20. Коваленко Е.В. К расчету изнашивания сопряжения вал-втулка // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1982. – № 6. – С. 66 – 72.
21. Коваленко Е.В., Теплый М.И. Контактные задачи при нелинейном законе изнашивания для тел с покрытиями. I // Трение и износ. – 1983. – № 3. – С. 440 – 448.

22. Коваленко Е.В., Теплый М.И. Контактные задачи при нелинейном законе изнашивания для тел с покрытиями. II // Трение и износ. – 1983. – № 4. – С. 676 – 682.
23. Коровчинский М.В. О некоторых вопросах эластореологии, имеющих приложение к теории трения. – В кн.: Трение и износ в машинах, Т.15. – М.: Изд-во АН СССР, 1962. – С. 121 – 162.
24. Коровчинский М.В. Локальный контакт упругих тел при изнашивании их поверхностей. – Контактное взаимодействие твердых тел и расчет сил трения и износа. М.: Наука, 1971. – С. 130 – 140.
25. Костецкий Б.И. Поверхностная прочность материалов при трении. – К.: Техніка, 1976. – 291 с.
26. Крагельский И.В. Трение и износ. – М.: Машиностроение, 1968. – 384 с.
27. Крагельский И.В., Добычин М.Н., Комбалов В.С. Основы расчетов на трение и износ. – М.: Машиностроение, 1977. – 525 с.
28. Кузьменко А.Г. Контактные задачи с учетом износа цилиндрических опор скольжения // Трение и износ. – 1981. – № 3. – С. 502 – 512.
29. Кузьменко А.Г., Любин А.Г. Кузьменко В.А. Контактные задачи для подшипников скольжения // Проблеми трибології. – 1997. – № 3. – С. 122 – 143.
30. Кузьменко А.Г. Контактные задачи для подшипников скольжения при изнашивании по модели старения // Проблеми трибології. – 1998. – № 2. – С. 131 – 141.
31. Кузьменко А.Г., Любин А.Г., Кузьменко В.А. Контактные задачи для подшипников скольжения при неустановившемся изашивании по наследственной модели // Проблеми трибології. – 1998. – № 3. – С. 67– 69.

32. Кузьменко А.Г., Любин А.Г. Контактная задача для сопряжения вал-проушина с учетом трения и износа // Проблеми трибології. – 1998. – № 4. – С. 27 – 35.
33. Кузьменко А.Г. Метод эквивалентной податливости в контактной механике // Проблемы трибології. – 1996. – № 1. – С.110 – 152; 1996. – № 2. – С.80 – 155; 1997. – № 1. – С.124 – 165.
34. Кузьменко А.Г., Любин А.Г. Кузьменко В.Г. Система расчетно-экспериментальных методов оценки износа и надежности опор скольжения // Проблеми трибології. – 2000. – № 1. – С. 30 – 45.
35. Кузьменко А.Г. Методи розрахунків на зношування та надійність. – Хмельницький: ТУП, 2002. – 151 с.
36. Кузьменко А.Г. Диха О.В. Дослідження зносоконтактної взаємодії змащених поверхонь тертя. – Хмельницький : ХНУ, 2005.
37. Лєбєдєва Н.М. Контактні задачі для циліндричних спряжень з малою некруглістю контурів та зношуванням: дис. … канд. техн. наук. – Луцьк, 2006. – 172 с.
38. Любин А.Г. Кузьменко А.Г. Аналитико-числовая процедура решения контактных задач для радиальных подшипников скольжения при степенном законе изнашивания // Проблеми трибології. – 1997. – № 4. – С. 143 – 250.
39. Любин А.Г. Трибоконтактные задачи для подшипников скольжения с учетом износа вала // Проблеми трибології. – 1999. – № 1. – С. 18 – 32.
40. Морарь Г.А., Попов Г.Я. К теории контактных задач для цилиндрических тел с учетом сил трения // Изв. АН СРСР. Механика твердого тела. - 1976. – № 2 – С. 87 – 96.
41. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 708 с.

42. Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. – М.: Наука, 1968. – 511 с.
43. Панасюк В.В., Теплый М.Й. Определение контактных напряжений при внутреннем соприкосновении цилиндрических тел // Прикладная механика. 1971. – № 4. – С. 3–8.
44. Панасюк В.В., Теплий М.Й. Деякі контактні задачі теорії пружності. – К.: Наукова думка, 1975. – 195 с.
45. Привалов И. Введение в теорию функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1967. – 376 с.
46. Проников А.С. Основы надежности и долговечности машин. – М: Изд-во стандартов, 1969. – 160 с.
47. Ратнер С.Б., Лурье Е.Г. Истирание полимеров как кинетический термоактивационный процесс // Докл. АН СССР. – 1966. – № 4. – С. 909 – 912.
48. Рейш А.К. Повышение износостойкости строительных и дорожных машин. – М.: Машиностроение, 1986.
49. Румянцев А.: Численный метод исследования контактних явлений и износа в подшипнике скольжения // Трение и износ. – 1984. – № 2. – С. 239–334.
50. Солдатенков И. А. Изнашивание тонкого упругого покрытия при изменяющейся площадке контакта // Трение и износ. – 1985. – № 2. – С. 247 – 254.
51. Сорокатый Р.В. Обобщение метода трибоэлементов для моделирования процес сов изнашивания подшипников скольжения // Проблеми трибології. – 2007. – № 2. – С. 36-45.
52. Сорокатый Р.В. Решение износоконтактных задач методом трибоэлементов в среде конечно-элементного пакета ANSYS // Проблеми трибології. – 2007. - № 3. – С. 9-17.

53. Сорокатый Р.В. Научные основы и реализация метода расчета износа узлов трения способом трибоэлементов: дис. … докт. техн. наук. – Хмельницкий, 2009. – 453 с.

54. Сорокатый Р.В. Метод трибоэлементов. – Хмельницький: ХНУ, 2009. – 242 с.

55. Сяський А.О., Комбель С.М. Неповний контакт жорсткого диска з еліптичним отвором нескінченої ортотропної пластики // Міжнародна наукова конференція „Математичні проблеми механіки неоднорідних структур“, Львів, 2003. – С. 203-205.

56. Сяський А.О. Контактна взаємодія криволінійних контурів пластинок і двозв'язних штампів з кутовими точками : дис. … канд. техн. наук. – Луцьк, 2009. – 153 с.

57. Тененбаум М.М. Сопротивление абразивному изнашиванию. – М.: Машиностроение, 1976. – 271 с.

58. Теплый М.И. Контактные задачи для областей с круговыми границами. – Львов: Вища школа, Изд-во ЛГУ, 1983. – 176 с.

59. Теплый М.И. Определение износа в паре трения вал-втулка // Трение и износ. – 1983. – № 2. – С. 249 – 257.

60. Теплый М.И. Определение контактных параметров и износа в цилиндрических опорах скольжения // Трение и износ. – 1987. – № 5. – С. 889 – 895.

61. Усов П.П., Дроздов Ю.Н., Николашев Ю. Н. Теоретическое исследование пары вал-втулка с учетом износа // Машиноведение. – 1979. – № 2. – С. 80 – 87.

62. Усов П.П., Дроздов Ю.Н., Цеев Н.А. Расчет на износ подшипников скольжения при сухом трении // Вестн. машиностроения. – 1980. – № 3. – С. 15 – 17.

63. Усов П. П. Внутренний контакт цилиндрических тел близких радиусов при изнашивании их поверхностей // Трение и износ. – 1985. - № 3. – С. 404 – 414.

64. Хрущов М.М., Бабичев М.А. Абразивное изнашивание. – М.: Надра, 1970. – 251 с.

65. Чернец М. В. К вопросу об исследовании кинетики изнашивания материалов при некоторых видах трения скольжения // Трение и износ. – 1987. – № 4. – С. 662 – 670.

66. Чернець М. В. Метод оцінки стійкості озброєння бурових доліт // ФХММ. – 1991. – № 3. – С. 121 – 124.

67. Чернець М. В. Про один метод розрахунку циліндричних спряжень поступального руху // Доп. АН УРСР. – 1991. – № 4. – С. 53 – 55.

68. Чернець М. В. Про один метод розв'язку трибоконтактної задачі для підшипника ковзання // Доп. АН УРСР. – 1991. – № 6. – С. 50 – 52.

69. Чернец М. В., Голубец В. М. Метод расчета долговечности опор скольжения турбобура ЗТШІ – 195 ТЛ //ФХММ. – 1992. – № 2. – С. 95 – 98.

70. Чернец М.В. К вопросу об оценке сверхнормативного ресурса шарнирных узлов качательного движения // ФХММ. – 1992. – № 6. – С. 95 – 96.

71. Чернець М.В. Про один метод розрахунку ресурсу циліндричних систем ковзання // Доп. НАН України. – 1996. – № 1. – С. 47 – 49.

72. Чернец М.В. К вопросу об оценке долговечности цилиндрических трибосистем скольжения с границами, близкими к круговым // Трение и износ. – 1996. – № 3. – С. 340 – 344.

73. Чернец М.В., Кульчицкий Л.О. Расчетная модель ресурса буровой трубы// Проблеми трибології. – 1997. – № 1. – С. 94 – 98.

74. Чернець М.В., Ленік К. Про оцінку зносотривкості матеріалів // ФХММ. – 1997. – № 6. – С. 88 – 92.

75. Чернець М.В., Луцишин Р.М. До питання про вплив малої еліптичності на внутрішню контактну взаємодію циліндрів близьких радіусів // Доп. НАН України. – 1998. – № 3. – С. 75 – 78.

76. Чернець М.В. Наближена оцінка характеристик трибоконтакту і довговічності бурової труби на основі теорії Герца // Машинознавство. – 1998. – № 6. – С. 13 – 16.

77. Чернець М.В. До розрахунку герцівського контакту в циліндричному з'єднанні при наявності зношування // Доп. НАН України. – 1999. – № 7. – С. 52 – 56.

78. Чернець М.В. Вплив некруглості труб у буровій колоні на їх контактну міцність і довговічність // Машинознавство. – 1999. – № 5. – С. 18 – 21.

79. Чернець М.В. Методологія оцінки характеристик контакту та прогнозування довговічності циліндричних трибосистем ковзання з малою некруглістю елементів // Проблеми трибології. – 2000. – № 1. – С. 14 – 22.

80. Чернець М. Узагальнений метод дослідження контактної взаємодії циліндричних спряжень, контури елементів яких мають малу некруглість// Проблеми трибології. – 2000. – № 2. – С. 97 – 113.

81. Чернець М.В., Пашечко М., Невчас А. Методи прогнозування та підвищення зносостійкості триботехнічних систем ковзання. Т.1. – Дрогобич.: Коло, 2001. – 492 с.

82. Чернець М., Яремек П. Дослідження двообластевого контакту циліндричних спряжень з різною жорсткістю елементів з малою овальністю // Проблеми трибології. – 2001. – № 3. – С. 3 – 11.

83. Чернець М.В., Лєбєдєва Н.М. Про особливості обертового контакту в циліндричному з’єднанні з малою еліптичністю контурів // Машинознавство. – 2005. – № 3. – С. 33 – 36.

84. Чернець М.В., Лєбєдєва Н.М. Оцінка кінетики зношування трибосистем ковзання при наявності овальності контурів їх елементів за кумуляційною моделлю // Проблеми трибології. – 2005. – № 4. – С. 114 – 120.

85. Чернец М.В., Клименко Л.П., Пашечко М.И., Невчас А. Трибомеханика. Триботехника. Триботехнологии. В 3-х томах. Т.1. Механика трибоконтактного взаимодействия при трении скольжения. – Николаев: Изд-во НГГУ им. Петра Могилы. – 2006. – 472 с.

86. Чернець М., Андрейків О., Лєбєдєва Н. Дослідження впливу складного огранення деталей підшипника ковзання на параметри контактної та трибоконтактної взаємодії // Проблеми трибології. – 2007. – № 4. – С. 50 –54.

87. Чернець М., Луцишин Р., Лєбєдєва Н., Жидик В. Про один метод розв’язку контактної задачі для циліндричного з’єднання з малою овальністю контурів // Проблеми трибології. – 2007. – № 4. – С. 59 – 63.

88. Чернець М., Луцишин Р., Лєбєдєва Н., Жидик В. Оцінка параметрів контакту у циліндричних з’єднаннях з малим огранення контурів їх елементів // Проблеми трибології. – 2007. – № 4. – С. 86 – 89.

89. Чернець М. В., Андрейків О. Є., Лєбєдєва Н. М. Дослідження кінетики зношування підшипника ковзання з малим огранення контурів його деталей // Машинознавство. – 2007. – № 9 . – С. 34 – 36.

90. Чернець М.В., Лєбєдєва Н.М. Узагальнений метод розв’язку контактної задачі для циліндричного спряження тіл малим огранення контурів при двообластевому контакті // Машинознавство. – 2008. – № 1 . – С. 33 – 37.

91. Чернець М.В., Андрейків О.Є., Лєбєдєва Н.М., Жидик В.Б. Модель оцінки зношування і довговічності підшипника ковзання за малої некруглості // ФХММ. – 2009. – № 2. – С. 121 – 129.

92. Чернець М.В. Контактна задача для циліндричного з’єднання з технологічним ограненням контурів деталей // ФХММ. – 2009. – № 6. – С. 93 – 99.

93. Шпинев В.Н. Прогнозирование износа по методу IBM // Вестник машиностроения. – 1978. – № 10. – С. 22 – 26.

94. Штайерман И.Я. Контактная задача теории упругости. – М. – Л.: Гостехиздат, 1949. – 270 с.

95. Ямпольский Г.Я. Абразивний знос трущихся сопряжений машин // Трение и износ. – 1981. – № 5. – С. 832 – 842.

96. Bayer R.G., Clinton W.C., Nelson C.W., Schumacher R. A. Engineering model for wear // Wear. – 1962. – Vol. 7. – P. 378 – 391.

97. Bayer R.G., Ku T.C. Handbook of analytical design for wear. – New York: Plenum Press, 1964. – 153 p.

98. Bayer R.G., Clinton W.C., Sirico J.L. Note on the Application of the Stress Dependency of Wear // Wear. – Vol. 7, 1964. – P. 282 – 289.

99. Bayer R.G. Prediction of Wear in a Sliding System // Wear. – 1968. – Vol. 11. – P. 319 – 332.

100. Bayer R.G., Shumacher R. A. On significane on surface fatigue in sliding wear // Wear. – 1968. – Vol. 12. – P. 173 – 183.

101. Bayer R.G., Wayson A.R.: Designing for wear // Machine Design. – 1969. – Vol. 41, № 41, P. 118 – 127.

102. Bayer R.G., Shalkey A. T., Wayson A. R. Designing for zero wear // Machine Design. – 1969. – Vol. 41. – P. 141 – 151.

103. Burakowski T., Wierzchoń T. Inżynieria powierzchni metali. Warszawa: WNT, 1995.

104. Chernets M. Life-time prognostigation of sliding tribosystems with contours slightly differing from circular ones. Eight International Conference on Fracture, Kiev, Ukraine, 8 – 14.06.1993. – P. 39 – 45.

105. Chernets M., Komorzycki C. Inner contact of cylinders having comparable diameters and small deviations from circular section in the form of ellipticity // The Archive of Mechanical Engineering. – Vol. XLIV. – 1997. – P. 101 – 115.

106. Chernets M., Komorzycki C. Contact mating investigation of joints with cylindrical element having comparable diameter and lobing // The Archive of Mechanical Engineering. – Vol. LXIV. – 1997. – P.117 – 133.

107. Chernets M., Komorzycki C., Lucyszyn R. Selected cases of bi-area contact for cylindrical elements // Engineering Transaction. – 1998. – № 2. – P. 229 – 238.

108. Chernets M., Jaremek P., Lucyshyn R. General contact problem for cylindrical joining with small over contours. 2nd International Conference "Fracture materials and structural integrity". Lviv. – 14 – 16.09.1999. – P. 239 – 246.

109. Czerniec M. Wytrzymałość sfykowo-tarciowa oraz trwałość tribotechnicznych systemów ślizgowych. – Lublin: Wyd. Politechniki Lubelskiej, 2000. – 490 s.

110. Czerniec M., Jaremek P. Wpływ sztywności elementów układów cylindrycznych z małą owalnością na parametry styku dwuobszarowego, S. 388-397. W ks.: Techniczne systemy informacyjne w inżynerii produkcji i ksztalceniu technicznym. – LTN. – 2001.

111. Czerniec M., Kiełbiński J. Prognozowanie trwałości tribologicznej kół zębatych walcowych ewolwentowych. – Lublin, Wyd. Politechniki Lubelskiej. – 2003. – 160 s.

112. Chernets M., Komorzycki C. Particular cases inner contact having comparamle diameters // Eksploatacja i Niezawodność. – 2005 – № 3. – P. 24 – 29.

113. Chernets M., Komorzycki C. Inner contact investigation of cylinders having comparable diameters in case of small out-of-roundness // Eksploatacja i Niezawodność. – 2005. – № 4. – P.13 – 19.

114. Czerniec M., Liebiedieva N. Badanie wpływu graniastości konturów elementów łożyska ślizgowego na parametry stykowe oraz trwałość // Przegląd Mechaniczny. – 2006. – № 12. – S. 48 – 49.

115. Fleischer G. Energetische Methode der Bestimmung des Verschleisses // Schmierungstechnik. B.4. – 1973. – № 2. – S.9.

116. Fleischer G., Gröder H., Thum H. Verschleiss und Zuverlässigkeit. Technik, Berlin, 1980.

117. Gröder H. Berechnung des Verschleisses auf energetische Grundlage // Schmierungstechnik. – 1978. – № 2. – S. 53 – 55.

118. Meng H. C., Ludema K. C. Wear models predictive eguations: their form and content // Wear. – 1995. – Vol. 181 – 183. – P. 443 – 457.

119. Murray M.J., Mutton P.J., Watson J.D. Abrasive wear mechanisms in steels. Wear of Materials / Red. Rhee S.K./ – New York, ASME, 1979. – P. 257 – 265.

120. Quinn T.F.J., Rowson D.M., Sullivan J.L. Application of the oxdational theory of mild wear to the sliding wear of low alloy steel // Wear. – 1980. – Vol. – 65. – P. 1 – 20.

121. Rabinowicz E., Mutis A. Effect of abrasive particle size on wear // Wear. – Vol.8. – 1965. – P. 381 – 390.

122. Sadowski J. Termodynamiczne aspekty procesów tribologicznych. – Radom : Wyd. Politechniki Radomskiej, 1977.

123. Suh N.P. The delamination theory of wear // Wear. – Vol. 44. – 1977. – P. 1.

124. Wellinger K., Uetz H.: Abrasive Wear Research on Rubber // Rubber Chem. a. Technol. – 1961. – Vol. 34. – № 2. – P. 482 – 492.

125. Wellinger K., Uetz H., Gommel G.: Verschleiss durch Wirkung von körnige mineralische Stoffen // Materialprüfung. – 1967. – B.9 – S. 153 – 160.

126. Zwierzycki W. Prognozowanie niezawodności zużywających się elementów maszyn. – Radom : Wyd. ITE, 1998.

Мирон ЧЕРНЕЦЬ

Професор, доктор технічних наук, доктор габілітований, заслужений діяч науки і техніки України. Професор Люблінської політехніки, професор Дрогобицького державного педагогічного університету ім. Івана Франка. Наукова діяльність охоплює такі напрями механіки деформівного твердого тіла, машинознавства і трибології:

1. Розроблення методу оцінки контактної міцності циліндричних спряжень з урахуванням впливу технологічної некруглості контурів їх елементів.
2. Побудова розрахункових моделей кінетики зношування матеріалів при терті ковзання.
3. Розроблення інженерних методів оцінки контактної міцності, довговічності та зношування трибосистем ковзання.
4. Побудова методів розрахунку зношування і довговічності бурових та гірничопрохідницьких інструментів.
5. Розроблення інженерних методів оцінки контактної міцності, зношування і довговічності зубчастих передач (циліндричних, конічних, черв'ячних), кулачкових механізмів, фрикційних передач.

Автор біля 270 різного типу праць: монографій, статей, тез, авторських свідоцтв на винаходи, посібників різного призначення. Зокрема 22 монографій і науково-технічних видань та 9 навчально-методичних посібників.

ISBN: 978-83-63569-67-9