

6180.
FELIKS KUCHARZEWSKI

MECHANIKA

W SWYM ROZWOJU HISTORYCZNYM



WARSZAWA 1924

INSTYTUT WYDAWNICZY
„BIBLIOTEKA POLSKA”



531/534(081)



*Na książkę tę złożyły się wykłady,
wygłoszone przez autora w Politechnice Warszawskiej
w lutym i marcu 1921 roku.*



Zakłady graficzne Instytutu Wydawn. „Biblioteka Polska” w Bydgoszczy.

1-177/08/64

I. PIERWSZE NARZĘDZIA I MASZYNY. ARYSTOTELES. — ARCHIMEDES.

Sztuki i rzemiosła, będące poszczególnymi gałęziami techniki, opierają się na różnych działach nauk matematyczno-fizycznych i przyrodniczych, stanowiąc zastosowanie tych nauk do pożytkowania sił przyrody, a to w celu zaspokajania potrzeb życia ludzkiego. Gałęzie techniki, uprawiane na wydziałach inżynierskim i mechanicznym politechnik, są przeważnie zastosowaniami mechaniki. Powstały one wszakże znacznie wcześniej od tej nauki, wytworzonej dopiero przez poznanie i uogólnienie zasad, na jakich się opierają pierwotne narzędzia i maszyny.

Sporządzenie pierwszych narzędzi było punktem wyjścia rozwoju cywilizacji. Z ich pomocą wzniósł się człowiek ponad świat zwierzęcy i mógł przystąpić do pożytkowania plodów przyrody; robił je, równie jak pierwszą swą bróń, z drzewa, kości i krzemienia. Znakomity stanowiące postęp zastąpienie kamienia metalem pozwoliło mu ulepszyć te narzędzia i ułatwić sobie walkę o byt. Gdy pierwotnie zajmował się tylko polowaniem i rybołówstwem, wystarczały mu: maczuga, oszczep, łuk, strzała i topór; dla zajęć rolnych i hodowlanych sporządzić musiał: rydel, pług, sierp i nożyce. Pierwsze rzemiosła umożliwione

zostały wynalazkami: pily, świdra, dłuta, obcę i struga (hebla).

Ślady używania tych narzędzi odnaleziono zostały wśród wykopalisk Egiptu i Babilonu. Z epoki kamiennej pozostało w Egipcie stosunkowo mało pamiątek; najczęściej, obok kamienia znajdowano tam ślady równoczesnego stosowania metalu do sporządzania narzędzi. Na odkopanych powierzchniach granitu widnieją dawne rysy dłuta i spotyka się wywiercone otwory, rowki na parę cali głębokie, wyżłobione w skale, i ślady gwałtownego odrywania całych bloków skalnych. Odkopane rysunki i płaskorzeźby przedstawiają sposoby obrabiania kamieni i wygładzania ich powierzchni. Kamieniarze używali dłuta i dziobaka, które się składały z małego ostrza, może stalowego, oprawionego w drzewo, i wątpić należy, aby Egipcjanie, przy budowie pomników, jakie zostawili, posługiwali się tylko narzędziami kamiennymi. I dawniej jeszcze Assyryjczycy używali narzędzi z żelaza i brązu, jak tego znaleziono dowody w wykopaliskach pałacu króla Sargona w Niniwie.

Do najdawniejszych zadań mechaniki technicznej należy przewóz ciężarów i dziś jeszcze wywołujący nowe wynalazki. Starożytni używali w tym celu kolei drewnianej, to jest dwóch szeregów bali, ułożonych równolegle i związanych poprzecznymi łąkami. Zachowane na pomnikach egipskich rysunki przedstawiają przewożone w ten sposób wielkie posągi z kamieniołomów na miejsce ustawienia. Herodot opowiada, jak zniewoleni przez króla Cheopsa Egipcjanie wydobywać musieli kamienie w górach arabskich, przesuwając je do Nilu, a gdy ustawione tam zostały na statkach, to je znów wieziono w góry libijskie. Co trzy miesiące stawać musiało do tej roboty 100 000 ludzi, sama zaś budowa drogi, po której przesuwano kamienie, trwała lat dziesięć. Herodot uważa, że była to praca nie

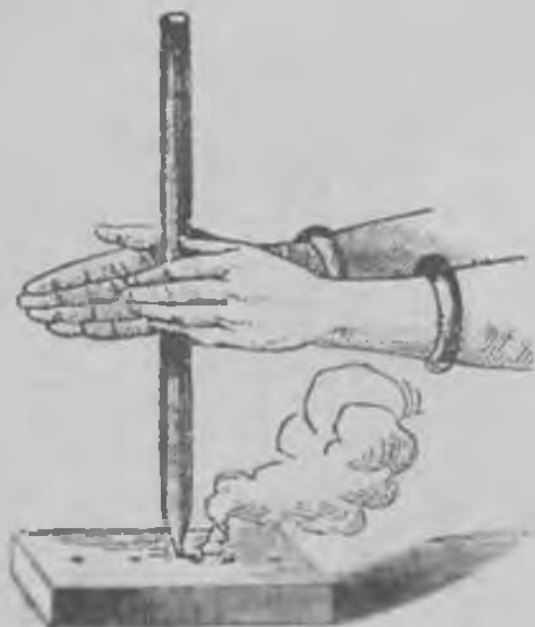
mniejsza od samej budowy piramidy, bo droga miała blisko kilometr długości, 25 m szerokości a wysokość nasypu dochodziła do 20 m.

Spostrzeżenie, że przez podkładanie wałków drewnianych ułatwionem zostaje posuwanie ciężaru, doprowadziło do wynalazku wozu. Ale i po tem spostrzeżeniu nie przestano używać kolei bez wałków, gdyż ich podkładanie na znacznych długościach drogi przedstawiało nieraz więcej trudności, aniżeli użycie większego wysiłku do przesuwania bezpośrednio. Wszakże wzmiankowane spostrzeżenie wykazało, że przez odpowiednie urządzenia może człowiek zmniejszać swój wysiłek, i pobudziło go do szukania sposobów stosowania sił większych od tych, jakie ludzie i zwierzęta bezpośrednio mogą dostarczać. Wynikiem tych poszukiwań było wytworzenie maszyny, — dającej możność osiągania zysku nietylko na sile, ale i na czasie.

Językoznawcy wykazali, że wyraz *maszyna* znany był już wszystkim ludom starożytnym i nie pochodzi od żadnego łacińskiego lub greckiego, lecz od dwóch wyrazów indyjskich: *Mankana* lub *Varkana*, których pierwsza sylaba *Man* lub *Var* oznacza: działanie, pracę, obracanie, a wspólna część druga *kana* jest nazwą prostego wałka drewnianego. Tak więc i lingwistycznie maszyna wywodzi się od wałków.

Przy obecnym stanie poszukiwań archeologicznych należy uważać ruch obrotowy przemienny, jako pierwszy urzeczywistniony przez człowieka w odpowiednich urządzeniach. Urzeczywistnienie to nastąpiło przy nieceniu ognia, skutecznianem i dziś jeszcze w Indjach, przez obracanie, to w jedną, to w drugą stronę, naprzemian, pręta drewnianego, trzymanego między dłońmi, którego zaostrzony koniec wstawiony zostaje w ciasny otwór drewnianej deski, obłożony próchnem i pakułami. Reu-

leaux, dyrektor dawnej Akademji Przemysłowej w Berlinie, który w swej rozgłosnej *Kinematyce teoretycznej* z r. 1875, obejmującej zasady podstawowe ogólnej teorii maszyn, zajmował się pierwszy zawiązkami mechaniki i techniki w zamierzchłej przeszłości, tak przedstawia ów pierwszy zawiązek maszyny (rys. 1). Pręt



Rys 1.

drewniany, zgruba ociosany, zaostrowy u spodu i umieszczony pionowo w odpowiedniemu wydrążeniu, utrzymywany jest między dłońmi obu rąk, które go wprawiają w ruch obrotowy przemienny, bardzo szybki, dopokąd przez tarcie nie zapalą się pakuły, umieszczone wokół wydrążenia. W przyrządzie tym ręce nie tylko obracają pręt (który na rysunku, jak mówi Reuleaux, ma wygląd zbyt europejski) ale także sta-

rają się go wciskać w wydrążenie deski, utrzymywanej nieruchomo między stopami lub kolanami robotnika. Równocześnie więc ma miejsce obniżanie się obu dłoni wzdłuż pręta i gdy drzewo nie zapala się łatwo, przyrząd wymaga spółdziałania dwóch ludzi, z których drugi chwyta górny koniec pręta, podczas gdy ręce pierwszego dochodzą do spodu.

Ulepszeniem tej pierwszej maszyny było nawinięcie na pręt sznura (rys. 2), który ciągniony za końce nadawał mu ruch obrotowy przemienny. Górny koniec pręta, również zaostrowy, wchodził wtedy w wydrążenie deski

górną, utrzymywaną i naciskaną przez drugiego robotnika, podczas gdy pierwszy przeciągał sznur.

Wykopaliska dostarczają dowodów, że ludzie przedhistoryczni używali podobnych przyrządów nie tylko do niecenia ognia, ale i do wiercenia otworów w drzewie, kości i rogu, a nawet w najtwardszych kamieniach.



Rys. 2.

Szeregi wieków zapewne upłynęły, zanim od ruchu obrotowego przemienego przeszedł człowiek do ruchu obrotowego ciągłego. Pierwszymi maszynami, urzeczywistniającymi ruch taki, były może koła wodne podsiębierne, świadczące już o znacznym stosunkowo rozwoju cywilizacji. Pojawiły się bowiem przy nawodnieniach u ludów osiadłych, zajmujących się rolnictwem, i służyły do podnoszenia wody, jak koła bambusowe, do dziś używane w Chinach. Takie koło, zbudowane z bambusów, powiązanych sznurami, przedstawione jest na rys. 3. Koło ma trzy korony, nierówną średnicę, z których wewnętrzna, najmniejsza, służy do związania całości koła. Na dwóch koronach zewnętrznych umieszczone są czerpaki, to jest rury bambusowe w jednym końcu zamknięte. Czerpaki ustawione są w ten sposób, że ich końce otwarte są bliższe osi koła. Gdy czerpaki zanurzają się w wodzie, mając otwarty koniec wyższy, woda je napęnia, a jednocześnie popycha w stronę swego biegu, wywołując obrót koła.

Przy tym obrocie, gdy czerpak pełen wody dochodzi do góry, woda się wylewa do umieszczonego nad osią koła koryta.

Ruch obrotowy ciągły mają koła wozu, który, jak sądzi Reuleaux, wziął swój początek od toczącego



Rys. 3.

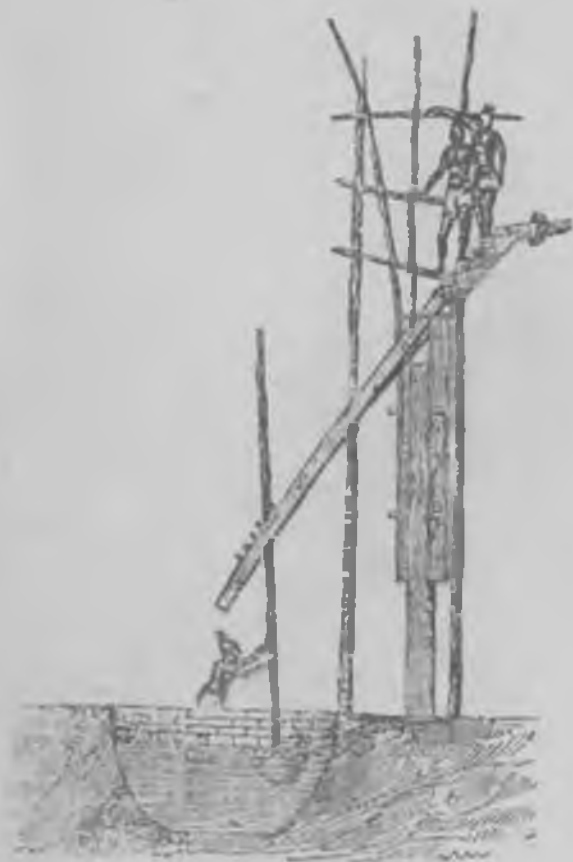
się pnia, a następnie wałka, podkładanego pod ciężar. Jako zasadniczy element wozu, koło pozostaje do dziś główną częścią składową wszystkich środków transportowych na drogach lądowych i słusznie też, umieszczone między dwoma skrzydłami, stanowi symbol dróg żelaznych. Wozy dwukołowe były bardzo dawno w użyciu w Egipcie, Syrii i wielu innych krajach a równocześnie używano czterokołowych do przewozu ciężarów. Wojownicy greccy walczyli na wozach dwukołowych za czasów Homera i występowali na nich podczas igrzysk. Osie czterokołowych wozów ciężarowych rzymskich obracały się razem z kołami, podczas gdy inne także wozy starożytności miały koła obracające się około czopów, stale umocowanych osi. Dodać należy, że wedle wszelkiego prawdopodobieństwa, koła tarczowe pełne były w dziejach wozu poprzecznymi kół promieniowych (szprychowych).

Do podnoszenia ciężarów używano maszyn, o których wspomina Herodot, opisując budowę piramid. Stawiano

te budowle warstwami i podnoszono glazy kolejno z jednej warstwy na drugą, maszyn więc musiało być tyle, ile warstw, lub też jedną i tę samą maszynę przenoszono z jednej warstwy na drugą. Były to zapewne maszyny proste, jak krążek z przewiniętym na nim sznurem, przedstawiony na jednej z płaskorzeźb assyryjskich (rys. 4), lub żóraw, używany przez Indian do podnoszenia wody (rys. 5), tem się tylko



Rys. 4



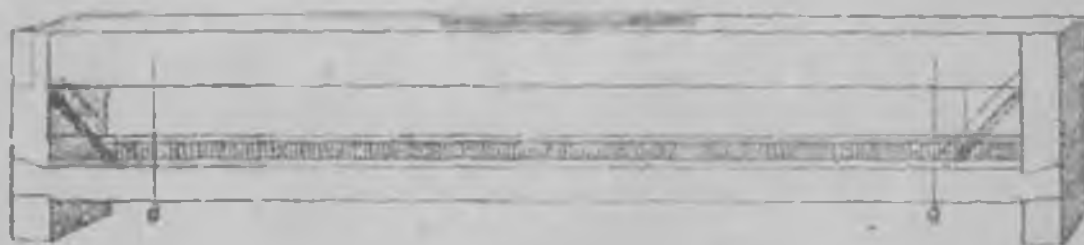
Rys. 5.

różniący od naszych większych żórawi studziennych, że zamiast obciążenia stałego na krótszem ramieniu, ma schodki, na które wchodzi ludzie, czekający na kładce przy rusztowaniu, i ciężarem swym podnoszą wodę.

Obok drąga, krążka i wzmiankowanej już równi pochylej używane były w bardzo dalekiej przeszłości inne maszyny proste, jak kołowrot, wielokrążek, klin i śruba. Spostrzeżenia, czynione przy stosowaniu tych maszyn,

prowadziły do wskazówek praktycznych, jak je należy urządzać, by dawały jak największy pożytek.

Równocześnie gromadziły się spostrzeżenia z zakresu hydromechaniki przy kopaniu kanałów i przeprowadzaniu wody z jednego miejsca na drugie. Zauważono, że poziom wody stojącej utrzymuje się na całej przestrzeni, jaką woda wypełnia, na tej samej wysokości i poziom ten stał się przy robotach hydrotechnicznych pierwszym narzędziem poziomniczym. Wkrótce zapewne, zamiast kopania rowu, od wody do danego punktu, poziom ten urzeczywistniać zaczęto za pośrednictwem pierwszego narzędzia poziomniczego, które pod nazwą *chorobates* opisał później budowniczy rzymski Witruwjusz. Według tego opisu sporządzone rysunki (rys. 6) przy przekładach dzieła



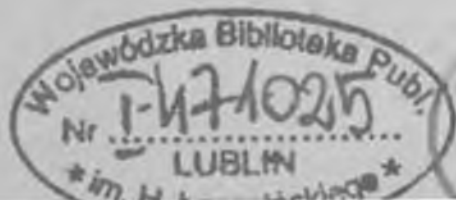
Rys. 6.

Witruwjusza: francuskim Perraulta i polskim Raczyńskiego, przedstawiają to narzędzie jako rowek w belce drewnianej, której wygładzony wierzch po napełnieniu rowka wodą wyznaczał płaszczyznę poziomu. Dwa piony, które widzimy na rysunku, służyły jako sprawdzian. Naprowadzają one na przypuszczenie, że wcześniej jeszcze od tego przyrządu do poziomowania używaną była krokiewka, taka, jaką dziś widzimy u mularzy i brukarzy. Pion znów wchodził w skład pierwszego narzędzia astro-nomicznego, gnomonu, złożonego z pręta pionowego, rzucającego cień na płaszczyznę poziomą. W dalszym ciągu spostrzeżeń hydromechanicznych zauważyć musiano,

że woda, wytryskująca przez otwór, usiłuje się podnosić do wysokości, na jakiej się znajduje poziom wody w zbiorniku, z którego woda wypływa, — że żyła wytryskująca uderza silnie o ciała stałe, jakie spotyka w swym ruchu, — że woda bieżąca popycha ciała w niej zanurzone. To ostatecznie spostrzeżenie dało początek kołom wodnym podsiębiernym.

Aby z tych spostrzeżeń, poczynionych w dziedzinie praktyki mechanicznej, ludzie dojść mogli do wyciągnięcia pewnych zasad ogólnych, a więc zapoczątkowania mechaniki, jako nauki, należało im oprzeć spostrzeżenia na pomiarach i dać wnioskowaniu matematyczną podstawę. Zawiązki prawd mechanicznych powstać mogły dopiero wtedy, gdy sformułowane były pierwsze prawdy arytmetyki i geometrii. Epoki tej nie zdołała dotąd ustalić historia matematyki. Są tylko domniemania, że liczby znane już były Fenicjanom. W Babilonie znaleziono tablicę kwadratów z szeregu liczb po sobie następujących; używano tam już miar i wag. Pewniejsze są dane odnoszące się do Egiptu. Rękopis kapłana Ahmesa, tak zwany papyrus Rhind, pochodzący z XI w. przed Chrystusem, uważany za poprawną kopję innego, znacznie starszego, nosi tytuł: „Przepisy dla poznania wszystkich tajemnic“, i jest zbiorem zadań z arytmetyki i geometrii. Zadania liczbowe z ułamkami są tam już dość złożone,

bo np. rozwiązuje Ahmes równanie: $x + \frac{x}{7} = 19$ i otrzymuje $x = 16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$. Z geometrii jest tam już pomiar powierzchni koła z wartością $\pi = 3,1604$; jeszcze zaś przed Ahmesem używali Egipcjanie do prowadzenia prostopadłej sznura AD , podzielonego węzłami B i C na części AB , BC i CD w stosunku liczb: 3, 4 i 5. Część środkową sznura, BC , rozciągano na kierunku, do którego miała być prowadzona prostopadła w B , a części skrajne AB i CD obracano około węzłów BC , umocowanych kołkami,



dopokąd zataczane w ten sposób okręgi kół nie zeszyły się w E . Ponieważ w trójkącie BEC było $5^2 = 3^2 + 4^2$, więc trójkąt był prostokątny i BE prostopadłe do BC . Stosowanie do prowadzenia prostopadłej związku między kwadratami liczb 3, 4 i 5 doprowadzić mogło Pytagorasa do ogłoszenia twierdzenia o kwadracie z przeciwprostokątnej, noszącego jego imię.

Te liczbowe początki nie miały jeszcze wystarczającego uogólnienia, aby służyć mogły za podstawę skromnego choćby zawiązku teorii maszyn prostych. Dopiero matematycy greccy wywodzić zaczęli z nagromadzonych szczegółów ogólne zasady arytmetyki i geometrii, a jeden z tych matematyków, Archytas z Tarentu, uczeń Pytagorasa, a przyjaciel Platona, oprócz miał na nich pierwsze prawdy mechaniki. O mechanice Archytasa wspomina historyk Diogenes z Laerty, żadne wszakże jej ślady czasów naszych nie doszły. Pierwsze pismo o tej nauce, w tytule swym zawierające jej nazwę, to *Problēmata Mechanicē* Arystotelesa. Nie dają one jeszcze nic ścisłego o maszynach prostych, zasługują wszakże na uwagę, mieszcząc w sobie zawiązek ważnej w mechanice zasady prędkości przygotowanych (wirtualnych).

Arystoteles, uczeń Platona, nauczyciel Aleksandra Macedońskiego, żył w czwartym stuleciu przed Chrystusem i obok znacznej liczby pism filozoficznych zostawił *Problēmata Mechanicē*, przez długi czas niedoceniane przez historyków mechaniki. Dopiero ostatni z tych historyków, współczesny fizyk francuski, Piotr Duhem, profesor fakultetu w Bordeaux, w swym dziele *Les origines de la statique* z r. 1905 określił wysokie stanowisko, jakie w dziejach mechaniki zająć winno to cenne pismo. Arystoteles nie oddziela w niem teorii równowagi od teorii ruchu, nie przyznaje statyce zasad samodzielnych, niezależnych od dynamiki.

Rozwaza w sposób ogólny wszystkie ruchy, jakie się odbywają w danym mechanizmie, a jeżeli żaden ruch się nie objawia, to poczytuje mechanizm za pozostający w równowadze. Mechanizmy, jakimi się zajmuje, lub je wymienia, są: drąg, korba, walec, koło, krążek, wielokrążek, wreszcie „kola komunikujące” ruch jedno drugiemu, z metalu lub żelaza“, co nasuwa przypuszczenie, że znane były już wtedy koła zębate. Działania tych wszystkich mechanizmów nie objaśnia ściśle, parokrotnie wszakże powraca do myśli, która w dalszym rozwoju mechaniki okazała się tak płodną.

Weźmy pod uwagę drąg prosty, podzielony punktem podpory na dwa nierówne ramiona; na końcach tych ramion umieszczone są dwa nierówne ciężary. Skoro drąg się obraca około punktu podpory, oba ciężary poruszają się z różnymi prędkościami. Ciężar więcej oddalony od podpory zakreśli w tym samym czasie łuk większy; prędkości więc ruchu obu ciężarów mają się do siebie, jak długości ramion drąga. Gdy zatem chodzi o porównanie działania obu ciężarów, należy dla każdego z nich utworzyć iloczyn z ciężaru przez długość tym ciężarem obciążonego ramienia; — ten ciężar przeważy, dla którego ten iloczyn będzie większy, a jeżeli iloczyny są równe, to ciężary pozostaną w równowadze.

Arystoteles tak się wyraża: „Ciężar poruszany ma się do ciężaru poruszającego w stosunku odwrotnym długości ramion drąga, na których ciężary są zawieszone; zawsze bowiem ciężar poruszy drąg tem łatwiej, im więcej jest oddalony od punktu podparcia drąga. Przyczyna leży w tem, że ramię dłuższe zakreśla większe koło, przy użyciu więc tej samej siły ciężar poruszany przebiegnie drogę tem dłuższą, im więcej jest oddalony od punktu podpory“. Rozważania te, dotyczące drąga, nie tracą swego znaczenia w innych przypadkach. Stanowią one metodę ogólną,

obejmują zasadę, stosującą się do wszystkich prawie mechanizmów. Dzięki tej zasadzie matematycy objaśnić mogą działanie tych różnych maszyn, biorąc tylko pod uwagę prędkości, z jakimi są opisywane pewne łuki koła. „Bo, jak mówi dalej Arystoteles, własności wagi sprowadzają się do własności koła, własności drąga do własności wagi, wreszcie większa część innych osobliwości, jakie przedstawiają ruchy mechanizmów, sprowadza się do własności drąga”.

Dużem twierdzi, że Arystotelesa za tę jedną myśl tylko godzi się sławić jako ojca mechaniki teoretycznej. Z tego bowiem ziarna rozwinęły się w ciągu dwudziestu wieków potężne rozgałęzienia zasady prędkości przygotowanych. Lecz Arystoteles nie był matematykiem; z zasady, jaką postawił, nie umiał wyciągnąć ściśle wszystkich wniosków, możliwych do wyprowadzenia; nieraz też usiłował stosować zasadę do zadań zbyt złożonych, aby mogły być z jej pomocą rozwiązane. Na wstępie zresztą swych badań natknął się na niemałą trudność. Linja, którą zakreśla punkt przyłożenia ciężaru do ramienia drąga, jest łukiem koła i nie schodzi się z pionową, według której działa siła ciężkości. Trudność tę usiłował Arystoteles obejść rozumowaniami, nie mogącemi zadowolnić matematyków.

Z zawiązków statyki, zawartych w pismach Arystotelesa, wyciągali jego komentatorzy w wiekach średnich aksjomat zasadniczy ówczesnej dynamiki, głoszący proporcjonalność siły poruszającej do ciężaru poruszanego i do przestrzeni, przebieganej przez ciężar w danym czasie. W innem znów z pism swoich przypisywał Arystoteles utrzymywanie się w ruchu wyrzuconego pocisku ruchowi ośrodka, przez który pocisk przelatuje, a więc ruchowi powietrza. Tym ruchem ośrodka tłumaczył on przyśpieszenie przy spadku ciał, oddalając się tym sposobem od przeczcucia

istotnych zasad dynamiki, wykrytych dopiero przez Galileusza.

W *Problematach Mechanicznych* Arystotelesa znajdujemy pierwsze wiadomości z dziedziny mechaniki stosowanej, odnoszące się do wytrzymałości tworzyw. Problemat piętnasty zajmuje się złamaniem kawałka drzewa na kolanie. „Dlaczego dany kawałek drzewa, pyta się Arystoteles, łatwiej się łamie na kolanie, jeżeli jest uchwycony rękami za same końce, niż jeżeli ręce zbliżone są do kolana? Również, jeżeli stopa przy- ciska pręt do ziemi, dlaczego złamać go można łatwiej, chwytając ręką dalej od stopy, niż tuż przy stopie? Czy to nie dlatego, że kolano w pierwszym przypadku, a stopa w drugim, grają rolę środka koła, a każdą rzecz na kole poruszyć można tem łatwiej, im więcej jest oddalona od środka. Żeby zaś złamać przedmiot, trzeba go poruszyć“. Arystoteles chciał tu rozwiązać, opierając się na prawie równowagi drąga, kwestją przekraczającą zakres ówczesnych wiadomości fizycznych, bo podpadającą pod prawa teorii sprężystości, której żaden błysk nie zajaśniał przed XVII w. Wreszcie w problemacie trzydziestym (wszystkich jest 36), pyta się Arystoteles: „Dlaczego dwaj ludzie, niosący ciężar zawieszony na drągu, nie są jednakowo obciążeni“, i odpowiada: „Że niejednakowe obciążenie ma miejsce wtedy, gdy ciężar nie jest zawieszony w środku drąga, bo wtedy człowiek bliższy ciężarowi obciążony jest więcej. Czyż nie dlatego, mówi dalej filozof, że ciężar gra tu rolę podpory drąga, bo z dwóch niosących ten, który jest bliższy ciężarowi, uważany być może jako opór, drugi zaś jako siła, na drąg działająca. Im ta siła jest więcej oddaloną od ciężarowi, tem łatwiej wywołuje ruch i tem więcej obciąża drugiego niosącego, podczas gdy ciężar gra rolę oparcia drąga“.

Teoria drąga może istotnie dać odpowiedź na posta-

wione pytanie, lecz stosować ją należy w inny sposób, niż to uczynił Arystoteles. Jeżeli chcemy określić obciążenie jednego z dwóch ludzi, niosących ciężar, przyrównać je należy do siły, działającej na drąg. Punktem oparcia drąga jest ramię drugiego niosącego, podczas gdy ciężar, zawieszony na drągu, gra rolę oporu. To ściśle rozwiązanie prowadzi zresztą do tego samego wyniku, co i rozumowanie Arystotelesa, a mianowicie że: obciążenia mają się do siebie w stosunku odwrotnym odległości ludzi, niosących ciężar, od punktu zawieszenia ciężaru.

Około trzechsetnego roku przed Chrystusem powstał uniwersytet w Aleksandrii i zasłynął wkrótce nauczaniem matematyki, którego kierunek powierzono Euklidesowi. Do Aleksandrii też podążył, żyjący w trzecim stuleciu, syrakuzanin Archimedes i tam zaczerpnął wiedzę, sformułowaną w pozostawionych przez Euklidesa *Elementach Geometrii*. Nie będę tu powtarzał ogólnie znanych opowieści: o wykryciu przez Archimedesą oszustwa złotnika, który robił koronę dla króla Syrakuzy Hierona, lub o spaleniu floty rzymskiej, oblegającej Syrakuzę, za pomocą zwierciadeł wklęsłych, koncentrujących promienie słoneczne. Mniej głośnem jest spuszczenie na wodę okrętu, zbudowanego z polecenia Hierona. Skoro nie można było poruszyć wielkiego statku, wezwanemu na pomoc Archimedesowi udało się przemóc trudność za pomocą przyrządu, złożonego z całego systemu wielokrążków, poruszanych śrubą bez końca. Szczegóły ustroju tego mechanizmu nie doszły naszych czasów, — znana jest tylko odpowiedź Archimedesą na otrzymaną od Hierona pochwałę: „Podniósłbym całą ziemię, gdybym tylko miał punkt oparcia“.

Dwa są główne pisma mechaniczne Archimedesą, jedno: *O równowadze płaszczyzn i ich środkach ciężkości*, drugie: *O ciałach pływających*.

jących. Oba swą ścisłością i jasnością zadowolnić mogą najwybredniejsze wymagania matematyków. Z podstaw, na których oparł swe wywody, Archimedes usunął wszystko, co mogłoby się wydać wątpliwem. Zajmując się w pierwszym z wymienionych pism prawami równowagi drąga prostego, nie czerpie tych podstaw za przykładem Arystotelesa w nauce o ruchu, — bo prawa, rządzące ruchem ciał ważkich, zdają się kryć głęboko pod skomplikowanemi pozorami. Rozbiór tych zjawisk, tak różnorodnych i tak trudnych do dokładnego zaobserwowania, nie wydaje się odpowiednim dla dostarczenia wniosków, na któreby się wszyscy godzili. Przeciwnie, codzienne używanie narzędzi tak prostych, jak waga, odśłania w sprawie równowagi ciężarów parę prawideł, których prawdziwość i ogólność nie mogą podlegać wątpliwości. Stosując więc metodę, użytą przez swego mistrza Euklidesa w *Elementach Geometrii*, Archimedes żąda od pragnącego poznać jego naukę, aby przyjął za pewniki te kilka podań, na których się oprze cała jego teoria:

1. Ciężary równe, zawieszone na równych długościach, są w równowadze.
2. Ciężary równe, zawieszone na długościach nierównych, nie są w równowadze; ciężar, zawieszony na większej długości, przeważa.
3. Jeżeli ciężary, zawieszone na pewnych długościach, są w równowadze, to po dodaniu czegokolwiek do jednego z nich równowaga ustaje i ciężar powiększony przeważa.
4. Podobnież, jeżeli coś odejmujemy od jednego z ciężarów, równowaga ustanie i ciężar, od którego nic nie odjęto, przeważa.

Z tych postulatów i jeszcze paru innych, zbyt widocznych aby je tu powtarzać, wyciąga Archimedes metodą, naśladowaną z Euklidesa, długi szereg podań. Wśród nich podania: szóste i siódme obejmują warunki równowagi drąga prostego.

„Podanie VI. Wielkości współmierne są w równowadze, gdy są odwrotnie proporcjonalne do długości, na których są zawieszone.

Podanie VII. Wielkości niewspółmierne są w równowadze, gdy są odwrotnie proporcjonalne do długości, na których są zawieszone“.

W tych dwóch podaniach zawarte są czysto mechaniczne wnioski pisma Archimedesesa; w następnych twierdzeniach zajmuje się on oznaczaniem środków ciężkości różnych powierzchni, przedmiotem, wchodzącym w zakres geometrii. Badanie równowagi drąga doprowadziło go więc do tegoż samego wyniku, jaki otrzymał Arystoteles, — doszedł wszakże do tegoż samego celu całkiem inną drogą. Nie wyciągnął swych zasad z ogólnych praw ruchu, lecz oparł swą teorię na paru prawdach prostych i pewnych, odnoszących się do równowagi, i wytworzył oddzielną naukę o równowadze, statykę, nic nie zawdzięczającą innym gałęziom mechaniki. Zapewnił swej teorii doskonałą jasność i nadzwyczajną ścisłość, ale tak jasność, jak i ścisłość, osiągnięte zostały kosztem ogólności i płodności. Prawa, rządzące równowagą dwóch ciężarów, zawieszonych na ramionach drąga, oparł na założeniach, odnoszących się specjalnie do tego zadania. Mechanik, rozwiązujący jakie inne zadanie równowagi, nie odnoszące się do drąga, stawiać musi nowe założenia, innej zupełnie natury, a rozbiór pierwszych nie daje mu żadnej wskazówki co do wyboru drugich. Droga, jaką Archimedes poszedł w mechanice, będąca podziwu godną metodą dowodzenia, nie prowadzi do wynalazków. Pewność i jasność jego

zasad pochodzą stąd przeważnie, że zebrane zostały, że się tak wyrażę, na powierzchni zjawisk, nie sięgając do głębi ich przyczyn. Najwybitniejsze też postępy statyki wzięły swe źródło raczej w mglistej nauce Arystotelesa, aniżeli w niezrównanych co do swej jasności teorjach Archimedesesa.

Jak z pierwszego pisma Archimedesesa wzięła swój początek statyka, tak drugie stało się księgą ustaw hydrostatyki. Z dwóch ksiąg składa się to pismo *O ciałach pływających*. W księdze pierwszej postawiona jest na wstępie następująca hipoteza. Skoro wszystkie części cieczy są jednakowo umieszczone i zachowują ciągłość między sobą, to część mniej naciskana ustępuje swego miejsca części, ponoszącej większy nacisk; na każdą zaś część ciśnienie pionowy słup cieczy, nad nią się znajdujący. Wychodząc z tej hipotezy, dowodzi Archimedes następujących twierdzeń: 1) Powierzchnia każdej cieczy w spoczynku jest kulista, a środek tej powierzchni kulistej schodzi się ze środkiem ziemi. 2) Ciało, mające przy równej objętości ten sam ciężar, co i ciecz, w której jest umieszczone, zanurza się całkowicie w cieczy tak, że żadna jego część nie występuje nad powierzchnią cieczy, ale też nie opada niżej. 3) Ciało, lżejsze od cieczy, umieszczone w niej, wystaje częściowo nad jej powierzchnią; ciało to zanurza się dopotąd, dopokąd objętość cieczy, równa części zanurzonej, nie zaważy więcej od ciała; ciało to, całkowicie zatopione, podnosić się będzie w górę z siłą tem większą, im cięższą jest od ciała równa objętość cieczy. 4) Ciało, cięższe od cieczy, umieszczone w niej, opada na dno, a, pozostając w cieczy, będzie tem lżejsze, im większy będzie ciężar cieczy, mającej też samą objętość co ciało. Tak jest wyrażone w piśmie Archimedesesa twierdzenie, niosące jego imię, zwykle głoszone w słowach: ciało zanurzone

w cieczy traci tyle na swej wadze, ile waży ciecz, przez nie wypchnięta.

W dalszym ciągu przypuszcza Archimedes, że gdy ciała w cieczy wypychane są do góry, to przebiegają każde wzdłuż pionowej, przechodzącej przez środek ciężkości ciała. Na zasadzie tego przypuszczenia dowodzi następujących twierdzeń: 1. Jeżeli ciało stałe, lżejsze od cieczy, mające kształt odcinka kulistego, umieszczone zostanie na powierzchni cieczy w ten sposób, aby podstawa odcinka nie dotykała powierzchni cieczy, wtedy oś odcinka przyjmuje położenie pionowe; jeżeli nachylimy odcinek w ten sposób, aby podstawa dotknęła powierzchni cieczy, to, pozostawiony sam sobie, nie utrzymuje się w położeniu nachylenem i jego oś wraca do położenia pionowego. 2. Jeżeli takież odcinek, umieszczony zostanie na powierzchni cieczy w ten sposób, aby cała podstawa była zanurzoną, wtedy oś odcinka przyjmuje położenie pionowe.

W księdze drugiej wywodzi z tych samych zasad prawa równowagi różnych brył, utworzonych przez obrót przecięć ostrokągowych około ich osi i zanurzonych w cieczach cięższych; bada przypadki, gdy osie tych konoid mogą pozostawać w położeniu nachylenem, gdy muszą przyjmować położenie pionowe, a także gdy dążą do odchylenia się od tego położenia, lub po odchyleniu usiłują do niego powrócić. Podczas gdy ta druga księga stanowi jeden z najpiękniejszych pomników genjuszu Archimedesza i zawiera w sobie teorię równowagi ciał pływających, do której, jak utrzymywał Lagrange, do końca XVIII w. niewiele co dodano, — to znów twierdzenia, wywiedzione w księdze pierwszej, utworzyły istotny zawiązek hydrostatyki, której Archimedes bezspornym stał się ojcem.

Historyk grecki Polibjusz, z II w. przed Chr., rozwodził się nad wynalazkami Archimedesesa w dziedzinie machin wojennych, chwając wyjątkową potęgę jego katapult i ballist. Były to ówczesne armaty i moździerze, wyrzucające pociski przez rozprężanie i skręcanie powrozów. Diodor Sycylijski przypisywał Archimedesowi wynalazek maszyny do podnoszenia wody, i dziś jeszcze noszącej nazwę śruby Archimedesesa; maszyna ta wszakże znana była już dawniej w Egipcie i używaną przy irygacjach. Wogóle, tak Arystoteles, jak i Archimedes, w pismach swych nie zostawili żadnego opisu maszyn, używanych za ich czasów. A jednak musiały te maszyny postąpić znakomicie w szeregu wieków od budowy piramid, gdy w III w. przed Chr., w Egipcie, za Ptolomeusza II-go Fildelfa, prowadzone były wielkie roboty inżynierskie, mające na celu osuszenie kotliny Fayum, zalewanej odnogą Nilu Bahr Yussuf. Inżynierowie greccy budowali tam całą sieć kanałów, tam i śluz, a o zakresie tych robót dają pojęcie rachunki i korespondencje kierownika robót, inżyniera Kleona, odnalezione w postaci starych pergaminów, które pozlepiane stanowiły tekturową powłokę mumji, odkopanej na cmentarzu Gurob w Fayum. Wedle tych dokumentów, miał Kleon pod swojemi rozkazami całą armję robotników, kopaczów, kamieniarzów, ceglarzów, cieśli, kowali, przewoźników na statkach i woźniców, kierowaną przez licznych inspektorów, konduktorów i dozorców; pozostawał w ciągłym stosunku z administracją skarbową, biorąc udział w zawieraniu umów z przedsiębiorcami, dysponując funduszem przeznaczonym na roboty i rozdzielając ten fundusz na poszczególne przedsiębiorstwa. Rozpatrywanie tych papirusów dostarczyło wielu interesujących szczegółów. Dowiadujemy się między innymi, że kamieniarze Kleona urządzali już wtedy bezrobocia, a sam Kleon za nieporządki w rachunkach po-

padł w niełaskę u Ptolomeusza Filadelfa i usunięty został od kierownictwa robót.

Opisy machin, używanych w owych czasach, znajdujemy dopiero w pismach trzeciego autora starożytności, piszącego o mechanice, Herona Aleksandryjskiego.

II. HERON Z ALEKSANDRJI. – JORDANUS NEMORARIUS. — LEONARD VINCI.

W połowie ubiegłego stulecia rozprawiano i pisano wiele, o tem czy istniał Heron i kiedy żył; lecz ta tak nazwana „kwestja Herona“ nie została dotąd stanowczo rozwiązana. Najwięcej danych pozwala wnosić, że Heron żył pod koniec II w. przed Chrystusem w Aleksandrji, gdzie był uczniem wynalazcy organów, zegarów i różnych przyrządów hydraulicznych, Ktezybjusza.

O tym mistrzu Herona opowiada Witruwjusz w swem dziele *O Architekturze*, że jako młody chłopiec, odznaczał się wielką przemyślnością. Był synem cyrulika i w razurze ojca urządził zwierciadło, wiszące na sznurze a zrównoważone ciężarem ołowianym, który przy podciąganiu wgórę zwierciadła opuszczał się w rurze, umieszczonej w kącie pokoju. Traf zrządził, że ciężar, opuszczając się w rurze, wypychał z niej powietrze przez mały otwór, co wytwarzało dźwięk, jak w piszczałce. I dalej tak mówi Witruwjusz: „Dostrzegłszy więc Ktezybjusz, że z działania i ciśnienia powietrza głosy powstają, na tych zasadach najpierwsze maszyny hydrauliczne urządził; potem przez działanie wody maszyny, same się poruszające, i inne różnego rodzaju, do zabawy służące, a między niemi i klepsydry

wodne do mierzenia czasu sporządzał." Przytoczyłem dosłownie tekst Witruwjusza, dotyczący wynalazku pierwszych maszyn hydraulicznych, dla zaznaczenia, że mowa tam nie o silnikach wodnych, lecz o instrumentach muzycznych, organach, które przed zastosowaniem miecha potrzebowały ciśnienia wody do wprowadzania powietrza do piszczałek i do wydawania dźwięku. To też nazwa hydrauliki, pochodząca od wyrazów greckich: *h y d o r* woda i *a u l o s f l e t*, oznaczała u starożytnych sztukę budowania organów, a dopiero w późniejszych czasach nadaną została hydromechanice stosowanej.

Jeżeli Arystoteles był filozofem a Archimedes matematykiem, to Heronowi Aleksandryjskiemu należy się miano inżyniera ze względu na treść dzieł, których przypisywane mu jest autorstwo. Najważniejsze z nich odnoszą się do miernictwa, mianowicie wykład geodezji oraz traktat o dioptrze. Dziś nazywamy dioptrą — zwykłą celownicę, t. j. linjał z przeziernikami, ale narzędzie Herona było więcej złożone. Na jego tarczy, dającej się ustawiać poziomo lub pionowo, obracał się linjał z przeziernikami i narzędzie służyć mogło do mierzenia kątów, na płaszczyźnie poziomej lub pionowej, tak jak astrolabjum Hipparcha; nadto, przy poziomem umieszczeniu tarczy, linjał zastępowała waga wodna i narzędzie służyło wtedy do poziomowania.

Z urywków tylko, przytaczanych przez późniejszych autorów, znane jest pismo Herona *M e c h a n i k e S y n t a x i s*, które było prawdopodobnie encyklopedją wiadomości inżynierskich. Dwa inne pisma Herona, *O p n e u m a t y k a c h* i *O a u t o m a t a c h*, rzucają wiele światła na ówczesny rozwój techniki. W piśmie *O p n e u m a t y k a c h* opisane są między innymi: lewar, to jest rurka zakrzywiona do przekuwania cieczy, z naczynia wyższego do niższego, — eolipil, bania zamknięta z dwiema

zakrzywionemi rurkami, obracająca się przy wypływie pary przez rurki skutkiem oddziaływania pary, — oraz pompa dwutłokowa, bez dzwonu powietrznego, z wentylami klapowemi. Mimochodem nadmienić trzeba, że o przyrządach, opartych na działaniu ciśnienia powietrza, zostawił także pismo drugi uczeń Ktezybjusza, Philon z Bizancjum.

Ostatnie wreszcie dzieło Herona Aleksandryjskiego, *O podnoszeniu ciężarów*, zawiera opisy maszyn, używanych za jego czasów. Obok treści wszystkich tych pism jeden szczegół jeszcze usprawiedliwia dane Heronowi miano inżyniera. W ciągu rozpraw nad kwestją Herona zaznaczano, że jego greczyzna zawiera wiele zwrotów, zdradzających jego egipskie pochodzenie, a znów wyraz *heron* po egipsku znaczy inżynier. Wnioskowali stąd niektórzy, powątpiewający o istnieniu Herona, że przypisywane mu dzieła są spisaniem przez różnych profesorów kursami technicznemi szkoły Aleksandryjskiej.

Dzieło *O podnoszeniu ciężarów* doszło naszych czasów w rękopisie arabskim, znajdującym się w bibliotece w Lejdzic. Po *Problematach* Arystotelesa i traktatach Archimedesza jest to trzecie pismo starożytne, mające znaczenie w dziejowym rozwoju mechaniki. Podczas gdy filozof Arystoteles rozważał działanie dźwiga, jako pierwowzoru maszyn prostych a matematyk Archimedes wywodził ściśle prawo równowagi, inżynier Heron na wstępie pierwszej księgi traktatu *O podnoszeniu ciężarów* podaje opis zespołu kół zębatach, służącego do poruszenia danego ciężaru daną

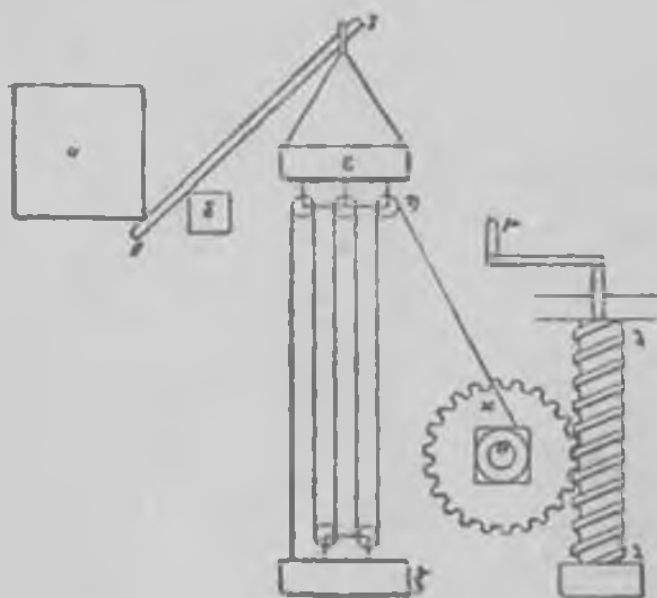


Rys 7.

siłą (rys. 7). Nie wiąże się z tym wstępem dalszy ciąg księgi, w którym Heron rozważa: ruchy kół zębatych, składanie dwóch ruchów punktu, różne zadania geometryczne, ruchliwość ciężarów na równi pochyłej, spływanie wody po tej równi, ruch ciężaru zawieszonego na krążku, ruch walca wciągane go po równi pochyłej, wreszcie, powołując się na Archimedes, teorię środka ciężkości. Objaśnia następnie, jak się podpira i przenosi ciężary, i mówi, że przedmiot ten traktował ściśle Archimedes, w swej księdze *O p o d p o r a c h*, a on poda tylko to, co jest potrzebnem dla zrozumienia innych rzeczy i zastosuje otrzymane wyniki w zakresie odpowiednim dla studjujących. Wymieniona księga Archimedes, nie znajduje się w zbiorze dochowanych dzieł wielkiego matematyka — a wzmianka o studjujących zdaje się usprawiedliwiać przypuszczenie, że przypisywane Heronowi pisma były podręcznikami szkolnemi. Wreszcie rozważa kwestję, któremi się zajmował Arystoteles, mianowicie ciśnienie obciążonej belki na pewną liczbę podpór, uginanie się pręta, trzymanego za jeden koniec, oraz równowagę drąga, obciążonego nierównemi ciężarami. Powtarzając nieraz, lub parafrazując rozumowania Arystotelesa, nigdy jednak nie wymienia jego nazwiska.

Księgę drugą swego traktatu zaczyna Heron temi słowy: „Maszyny proste, służące do wprowadzania w ruch pewnego ciężaru przy użyciu pewnej siły, są w liczbie pięciu; należy wskazać ich postacie, sposoby użycia i nazwy. Maszyny te opierają się na jedynej zasadzie naturalnej, jakkolwiek napozór są nader różne. Oto ich nazwy: kołowrót, drąg, krążek, klin i śruba bez końca.“ Heron opisuje szczegółowo te pięć maszyn, stosując teorię drąga do objaśnienia ich działania. O klinie mówi, że wprowadzany jest w ruch przez uderzenie, które następuje w jednej chwili, lecz nadaje klinowi ruch, przez pewien czas trwa-

jący. „gdyż niema żadnego ruchu bez czasu“. Śrubę uważa za klin, nawinięty na walcu, działający nie przez uderzenie, ale przez obrót. „Obracamy ten klin, powiada, zamiast go wbijać a ciężar podnoszony wydaje się lżejszym. Lecz, ułatwiając podnoszenie ciężaru, śruba działa nie tak, jak klin; klin bowiem działa wewnątrz ciała i rozszczepia to ciało, nie ruszając go z miejsca, podczas gdy śruba, będąca okreconym na walcu klinem, sama pozostaje w miejscu a ciężar do siebie przyciąga.“ Przedstawia także Heron (rys. 8) skombinowane działanie wszystkich maszyn, z wyjątkiem klina, i oblicza, z jaką siłą obracać trzeba korbę μ , aby za pośrednictwem śruby λ , koła zębatego κ , osadzonego na wale, wielokrażka ϵ i drąga $\gamma\delta$, mającego podpórę w punkcie d , poruszyć dany ciężar α .



Rys 8

W księdze trzeciej opisuje Heron maszynę, służącą do podnoszenia ciężarów, i prasy. Mówi, że ciężary ciągnięte bywają na żółwiu a pod tą nazwą rozumie zwykle małe sanki, pod które, dla ulżenia, podkłada się wałki, lub buduje kolejkę drewnianą; opisuje różne windy do podnoszenia ciężarów, między innymi trójnog taki, jak używany na ulicach przy robotach kanalizacyjnych, — klamry do zawieszania na windzie wielkich kamieni, wpuszczane w wyżłobienia w kamieniach, — prostowanie murów, wygiętych przez trzęsienie

ziemi, zapomocą wielokrążka i śruby bez końca, — wreszcie prasę do wyciskania oliwy taką, jak nasze proste prasy drewniane.

Architekt rzymski Witruwjusz, z I-go w. przed Chr., który zostawił opis pierwszego narzędzia poziomniczego i przytoczoną opowieść o wynalazkach Ktezybjusza, podał o maszynach podobne wiadomości, co i Heron, nigdy wszakże tegoż nie wymieniając. We wstępie do księgi X-cj dzieła *O architekturze* określa Witruwjusz maszynę, jako połączenie sztuk drewnianych, bardzo pomocne do poruszania ciężarów a wprawiane w ruch zapomocą obrotu kół. Odróżnia trzy rodzaje maszyn: 1) wchodowe, t. j. wieże ruchome, używane w starożytności przy oblęganiu miast, 2) głosowe, w których wtłaczane powietrze wydaje tony i głosy, we właściwym porządku, 3) pociągowe, gdy ciężary są przenoszone lub podnoszone zapomocą maszyn. Jedne z nich uważa za maszyny, drugie za narzędzia i powiada:

„Między machinami a narzędziami ta zdaje się być różnica, że maszyny kilku ludzi i większej siły do poruszenia potrzebują, jako to balisty i prasy, narzędzia zaś, znawiczem działaniem jednego człowieka poruszane, cel zamierzony sprawują; takimi są łuki nakręcane i sprężyn. Maszyny więc i narzędzia do użycia są potrzebne: bez nich bowiem każde przedsięwzięcie przeszkody doznawać musi. Działanie zaś każdej maszyny jest dziełem przyrodzenia, zrobionem podług prawidła tej mistrzyni i nauczycielki z zastosowaniem do niej ogólnego systemu świata. Zapatrzmy się bowiem i zastanówmy nad naturą słońca, księżyca i pięciu planet, które gdyby podług stałego systemu się nie obracały, nie mielibyśmy we dnie światła, ani by owoce nie dojrzewały. Zważywszy to, przodkowie nasi wzory z przyrodzenia wzięli, i naprowadzeni na naśladowanie rzeczy niebieskich, usposobili

wygodne życia potrzeby; dla ułatwienia więc rzeczy jedno poruszaniem machinami, drugie narzędziami robili, i tak potrzeby do życia sztukami i rzemiosłami doskonaliąc, stopniowo je wznosząc, nauki z nich kształcili. Zważmy najprzód wynalazki, dotyczące się potrzeb życia, jako odzież, jak przez snucie się przędzy z narzędzia, wiązanie wątku z postawą nietylko zabezpiecza ciała, ukrywając oneż, lecz nawet przyzwoitość łączy ze strojem. Podobnież nie mielibyśmy obfitości pokarmu, gdyby jarzma i pługi na woły i na bydło nie były wynalezione. Gdyby lewarów, drągów i korb do pras nie było, nie mielibyśmy przyjemności, ani z czystego oleju, ani z winogrona, ani byśmy tego wszystkiego przewozić nie mogli bez wynalazku wozów i taczek na ziemi i okrętów na wodzie; podobnież i wynalazek sprawdzania wag na szalach zabezpiecza sprawiedliwe ludzi obyczaje od oszukaństwa. Są także niezliczone rodzaje machin, nad którymi niema potrzeby rozwodzić się, są bowiem w codziennem używaniu, jako to: koła, miechy kowalskie, wozy o czterech i o dwóch kołach, tokarnie i inne, które w zwyczajnem i pospolitem są używaniu."

Tak pisał o znaczeniu i pożytku maszyn Marcus Vitruvius Pollio, budowniczy rzymski za czasów Augusta i Tyberjusza. Inny technik rzymski Sextus Julius Frontinus, późniejszy, bo żyjący w drugiej połowie I-go wieku po Chr., był za czasów Wespazjana dowódcą armji w Brytanji, a za Nerwy — inżynierem wodociągów rzymskich. O tych wodociągach zostawił dzieło: *De aquae ductibus urbis Romae commentarius*, w którym, mówiąc o sposobach rozprowadzania wody z akwaduktów, zaznacza, że wydatek otworu oceniany być winien nietylko na zasadzie wymiarów otworu, lecz, że należy także uwzględnić wzniesienie zbiornika. Zwraca także uwagę, że rura, mająca odpro-

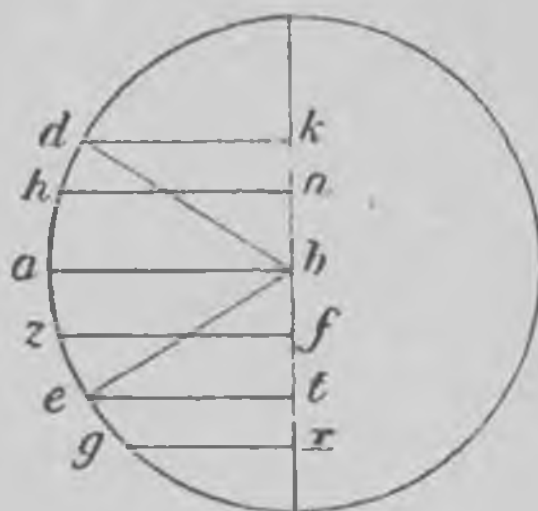
wadzać część wody z akwaduktu, winna mieć, stosownie do okoliczności, położenie więcej lub mniej ukośne względem biegu wody. Były to pewnego rodzaju przeczucia hydrauliczne, bo też o prawach ruchu wody nie mogło być mowy, gdy nie było jeszcze dynamiki.

Gdy w 30-ym roku przed Chr., Rzymianie zawładnęli Egiptem, wśród zamieszek wojennych i cywilnych nastąpiło przerwanie wykładów w szkole Aleksandryjskiej; wszakże w pierwszych wiekach naszej ery stała się znów Aleksandria ogniskiem intelektualnym dla większej części ludów, zamieszkujących brzegi Morza Śródziemnego. W tym drugim okresie swego rozwoju Szkoła Aleksandryjska nie zostawiła śladów zajmowania się mechaniką. Zaledwie u Pappusa z III-go w. po Chr. znajdujemy wadliwą teorię równi pochyłej i streszczenie pisma Herona Aleksandryjskiego O podnoszeniu ciężarów. W VII-ym w. upadła Aleksandria, Arabowie spalili bibliotekę, a większość uczonych przeniosła się do Konstantynopola. Wśród uczonych bizantyńskich X-go w. pojawia się drugi Heron, który w tak zwanej „kwestji Heronowej” narobił wiele zamieszania. Ów Heron z Konstantynopola pisał o geodezji i o machinach oblężniczych, pisma jego wszakże nie mają znaczenia w rozwoju mechaniki. Nie zajmowali się nią również uczeni arabscy, których pisma przeszły do Europy, zasłużyli się jednak przechowaniem rękopisu Herona Aleksandryjskiego O podnoszeniu ciężarów.

W rękopisach średniowiecznych bibliotek francuskich odnalazł Duhem szczątki statyki greckiej. Opierali na niej swe wywody uczeni średniowieczni, nie znający Archimedesesa a tylko przeniesione do Europy przez Arabów zabytki szkoły Aleksandryjskiej. Tych uczonych średniowiecznych wielu było zapewne, ale osoby ich nie są znane. W rękopisach niewiadomych autorów,

kolejno przepisywanych i powiększanych, gromadziły się wywody. Całość tej pracy kilkowiekowej uwydatnia się najlepiej w traktacie *O ciężarach* Jordana de Nemore, zwanego później Nemorariusem, mnicha żyjącego w XII czy XIII stuleciu. Według Duhema był to włoski Giordano de Nemi, wedle innych — Jordanus Saxo, dominikanin, który w 1222 r. został po św. Dominiku generałem zakonu. *

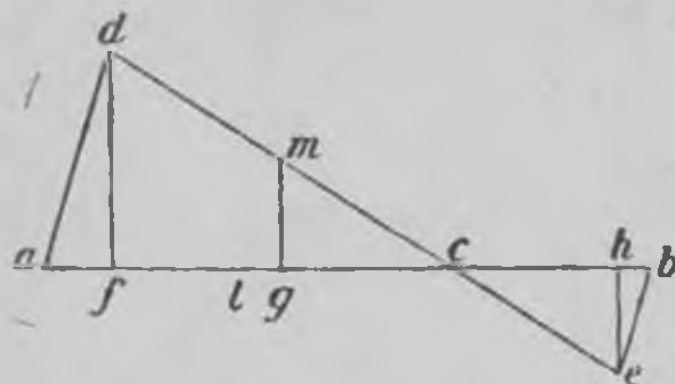
Świeżość pomysłów cechuje wywody Nemorariusza. Biorąc pod uwagę ciało ruchome, obniżające się po krążnej nie pionowej, wprowadza do dowodzenia, jako przedstawiającą jedyną siłę skuteczną, składową ciężaru po kierunku krążnej. Składową tę nazywa ciężkością względem położenia (*gravitas secundum situm*). Związek ilościowy między tą ciężkością względną a istotnym ciężarem nie jest mu znany. Wygłasza przeto prawo jakościowe: im więcej nachylną do poziomu jest krążna, tem mniejsza jest ciężkość względem położenia. Na prawie tem opiera się dowodzenie jednego z twierdzeń, które wywarło największy wpływ na dalszy rozwój statyki. Ramię drąga *ab*, ruchome około punktu *b*, obciążone jest w *a*. Ramię to podnosimy, doprowadzając ciężar do punktu *d*, lub obniżając do *e*. W obu tych przypadkach, tak zwana ciężkość względem położenia się zmniejsza. Dowód tego twierdzenia podaje Nemorarius następujący: odcnijmy, pod punktami *a*, *d*, *e*, łuki *az*, *dh*, *eg*, tak małe, jak tylko je mieć chcemy, równe so-



Rys. 9

hie i oznaczmy w bf , kn , tx , to, co te obniżenia łukowe „mają w sobie pionowego.” Ponieważ kn i tx są niewątpliwie mniejsze od bf , więc obniżenia dh i eg są więcej nachylone do poziomu, niż obniżenie az ; zatem ciężkość względem położenia jest mniejsza w d i e aniżeli w a .

W dowodzeniu tem widać jakby przebłysk metod nieskończenie małych. Zwykle wszakże Nemorarius bierze pod uwagę łuki skończone, tak jak to czynił Arystoteles, i dlatego dowodzenia jego bywają często nieściśle. Jeszcze ciekawszy jest drugi wywód, w którym się uwydatnia znajomość zasady, że siła, mogąca podnieść pewien ciężar na pewną wysokość, podnieść może ciężar k razy większy, na wysokość k razy mniejszą. Zasada ta, przyjęta przez Descartes'a za podstawę statyki, stała się dzięki Janowi Bernoulliemu zasadą przesunąć przygotowanych (wirtualnych). Descartes zaś zapożyczył ją od komentatorów Jordana. Nemorarius posługuje się pośrednio tą zasadą przy dowodzeniu równowagi drąga. „Niech będzie, powiada (rys. 10), a , c , b drąg, a , b ciężary. Stosunek ciężaru b do a niech będzie równy stosunkowi długości ca i cb . Twierdząc, że drąg nie zmieni położenia. Przypuśćmy bowiem, że się obniży po stronie b i przyjmie położenie dce . Punkt b obniży się na wysokość he a punkt a podniesie się na wysokość fd .” Gdyby w punk-



Rys 10.

cie l , tak obranym, że $cl = cb$, umieszczono ciężar równy b , to ciężar ten podniósłby się na wysokość gm , równą he . „Widzimy, mówi Nemorarius, że trójkąty ceb i cda są podobne; stosunek $d/$

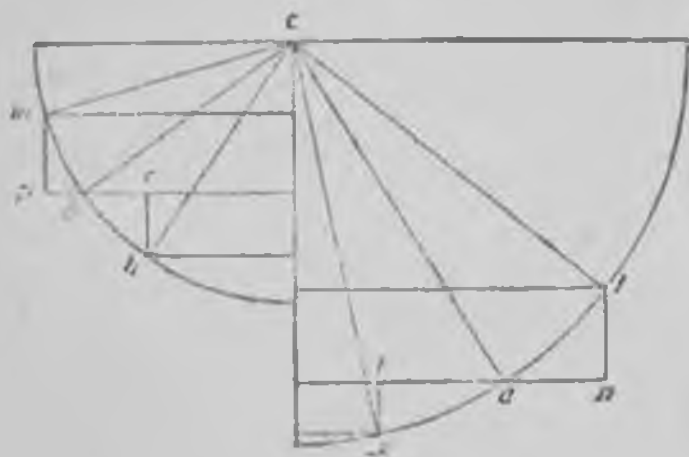
do eh , jest równy stosunkowi ac do cb a więc i stosunkowi ciężarów b do a ; przeto d/f ma się gm jak ciężar b do a , albo jak l do a . Siła więc, wystarczająca do podniesienia a do d , wystarczyłaby do podniesienia l do m . Że zaś b i l się równoważą, więc przypuszczony ruch drąga nie może mieć miejsca a tak samo i ruch w stronę przeciwną".

Dowodzenie to prawa równowagi drąga stanowiło wielki postęp w stosunku do dowodzenia Arystotelesa. Temu ostatniemu służył za punkt wyjścia mylny aksjomat proporcjonalności siły do prędkości; podczas gdy dowodzenie Jordana wiąże równowagę drąga z równością pracy, przygotowanej poruszającej, do pracy przygotowanej oporu. Był to pierwszy zawiązek zasady, której rozwinięcie nastąpiło dopiero w końcu XVIII w., w *Mechanice Analitycznej* Lagrange'a.

Statyka Jordana wywołała ruch umysłowy zaraz w XIII stuleciu. Pomysły w niej zawarte były roztrząsane, rozwijane i komentowane przez licznych matematyków i filozofów. Przesiewano je łącznie z dawniejszymi traktatami, przerabiano, wzorując się na Arystotelesie. Jeden zwłaszcza z manuskryptów zasługuje na uwagę. Autora, nieznanego zupełnie, nazywa Duhem poprzednikiem Leonarda Vinci, tak wiele wspólnego znalazł w jego dziele z notatkami wielkiego artysty. Autor ten sprostował niektóre mylne poglądy Jordana, rozwinął nader szczęśliwie rzucone przezeń cenniejsze myśli i wytworzył dzieło oryginalne i wartościowe.

Nemorarius, rozważając drąg łamany o dwóch ramionach nierównych ca i cb takich, że punkty a i b , jednakowo obciążone, są równo oddalone od pionowej, dochodził do wniosku, że drąg nie jest w równowadze i że ciężar, umieszczony na końcu krótszego ramienia cb , przeważy takiż

sam ciężar, umieszczony na ramieniu dłuższem ca . Poprzednik Leonarda utrzymuje prze-iwnie, że drąg pozo-



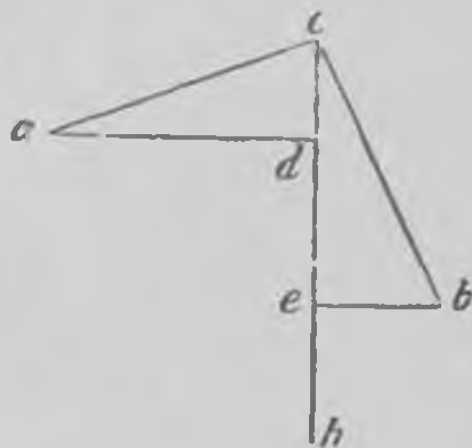
Rys. 11.

stanie w równowa-dze, a dowodzenie je-go zasługuje na u-wagę. Po obu stro-nach ramion cb i ca rysuje promienie cm , ch , cx , ct , które z ra-mionami cb i ca two-rzą jednakie kąty i po-wiada, że gdyby cię-zar a miał przeważać ciężar b , wtedy ramio-

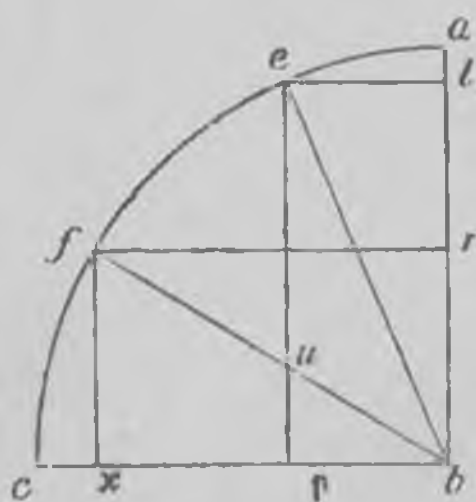
na ca i cb przyjęłyby położenia cx i cm . Ciężar a , obniżając się na wysokość tx , podnosiłby równy mu cię-zar b na wysokość pm , większą od tx . Tak samo ciężar b nie może przeważać ciężaru a , bo ramię cb przy-jęłoby położenie ch , a ramię ca — położenie cl i znów ciężar a byłby podniesiony na wysokość lu , większą od rh . Dowodzenie to podobne jest do dowodzenia Nemo-rariusza przy drągu prostym. Tam było ono łatwiejsze do przeprowadzenia, bo równowaga była obojętną i każde przesunięcie przygotowane skończone odpowiadało pracy siły poruszającej, równej ściśle pracy oporu. Tu równo-waga jest stałą i nie ma tej równości prac, jak tylko dla przesunięć nieskończenie małych, o których nie miano pojęcia w wieku XIII; trudność wszakże zwyciężył ów nieznany poprzednik Leonarda.

Ale poszedł on dalej i wyprowadził prawo równowagi drąga łamanego, obciążonego nierównymi ciężarami. „Jeżeli, mówi on (rys. 12), drąg acb ma przyłożone w punktach a i b ciężary nierówne, to ustawi się on w ten sposób, aby odległości ad i eb , punktów a i b od piono-

wej ch , były odwrotnie proporcjonalne do ciężarów w tych punktach przyłożonych." Określił nawet moment ciężaru, mówiąc w innym miejscu: „że ciężar, przyłożony w e (rys. 13) do ramienia be , ma się do ciężaru, przyłożonego w f do ramienia bf , jak el do fr , albo jak pb do xb . Ciężar, umieszczony w e na końcu ramienia be , ciąży jakby był umieszczony w punkcie u ramienia bf . W ten sposób uzupełnił i przedstawił w formie ilościowej prawo znane Nemo-



Rys. 12.



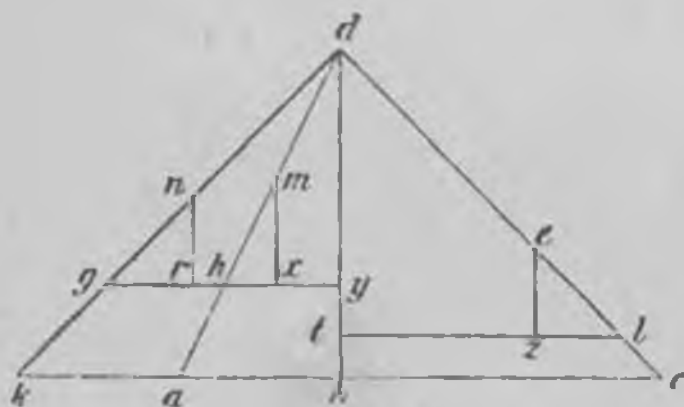
Rys. 13

rariusowi, który twierdził, że ciężkość względem położenia zmniejsza się w miarę zbliżania ramienia do pionowej.

Prawo równowagi drąga łamanego, otrzymane przez zastosowanie zasady przesunięć przygotowanych i ściśle określone pojęcie momentu, te dwa odkrycia zapewniłyby już poprzednikowi Leonarda zaszczytne miejsce w rzędzie twór-

ców statyki; umiejętność ta wszakże zawdzięcza mu jeszcze rozwiązanie zadania równi pochyłej. W starożytności zadaniem tem zajmował się Pappus, ale dla rozwiązania niedokładne i uczonym średniowiecznym nieznanie. Nemorarius pomimo, że zastosowanie znanego mu pojęcia ciężkości względem położenia byłoby znacznie ułatwiło rozwiązanie zadania, nie dotykał

go jednak. Dopiero poprzednik Leonarda zwraca uwagę, że ciężkość względem położenia ciężaru, umieszczonego na równi pochyłej, jest ta sama w każdym jego położeniu na równi i podejmuje porównanie jej wartości na równiach niejednakowo nachylonych. Rozważa więc dwie równie (rys. 14), dc i da , na których umieszczone są ciężary e i h w ten sposób, że gdy jeden z nich opada na dół, to podciąga drugi do góry. Urzeczywistnić to można, łącząc ciężary sznurem, przechodzącym przez krążek w d . Twierdzi, że gdy $\frac{e}{h} = \frac{dc}{da}$ to ciężary są w równowadze. Oto jego dowodzenie. Niech będzie



Rys. 14.

dk , równia tak samo nachylona, jak dc i na tej równi ciężar $g=e$, umieszczony na tej samej wysokości co i h . Jeżeli przypuścimy, że e schodzi do l , to ciężar h zostanie podciągnięty do m . Ode-
tnijmy $gn = hm = cl$,

przez g i h poprowadźmy ghy , a przez l — ll , obie prosto padłe do db , oraz spuśćmy prostopadłe nr i mx do ghy i ez do ll . Mamy wtedy w trójkątach podobnych:

$$\frac{nr}{gn} = \frac{dy}{gd} = \frac{db}{dk'} = \frac{mx}{hm} = \frac{db}{da'} = \frac{mx}{nr} = \frac{dk}{da} = \frac{dc}{da} = \frac{e}{h} = \frac{g}{h}$$

Ale ponieważ e nie może podciągnąć g do n , bo to są ciężary równe na równiach jednako nachylonych, a więc nie podciągnie h do m , ciężary zatem h i e są w równowadze.

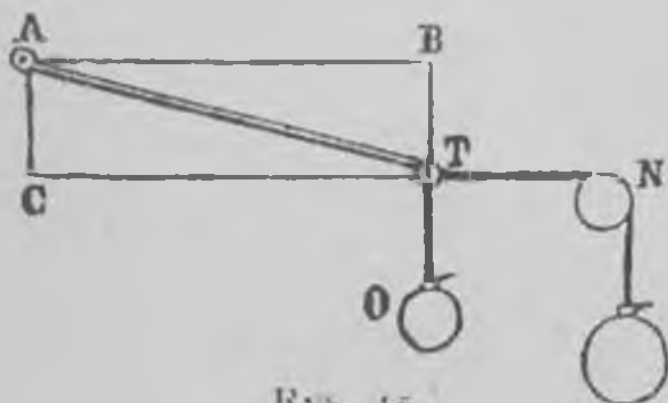
Dowodzenie to podobne jest do dowodzenia Nemorariusza prawa równowagi drąga prostego i posługuje się pośrednio tym samym postulatem: że siła, mogąca podnieść pewien ciężar na pewną wysokość, podnieść może ciężar k razy większy, na wysokość k razy mniejszą. Postulat ten pozwolił Nemorariusowi dowieść prawa równowagi drąga prostego a poprzednikowi Leonarda Vinci prawa równowagi drąga łamanego i równi pochyłej. Płodność tej zasady objawiła się więc już w XIII stuleciu i do dziś zasada ta nie przestaje dawać wyników. Stała się ona istotnym początkiem metody przesunąć przygotowanych, tak cenionej przez fizyków nowoczesnych.

Wielki artysta włoski epoki odrodzenia, Leonard Vinci, ur. w r. 1452, zajął pracami swymi pierwszorzędne stanowisko w dziejach nauk ścisłych i techniki. Stosował on stale matematykę do budowy maszyn i do wszelkich prac technicznych, uważał ją za jedyne pewnego przewodnika w badaniu i twierdził, że „niema żadnej pewności w naukach, do których się nie daje przystosować matematyka, lub które w jakikolwiekby sposób od niej nie zależą.” Mechanikę nazywał Vinci „rajem umiejętności matematycznych” a pierwsze wiadomości o niej zaczerpnął z traktatu o ciężarach Magistra Blasiusa z Parmy, który w XV w. wykladał w Bolonji i Padwie a w traktacie swoim korzystał z Nemorariusza i z nieznanego autora, zwanego poprzednikiem Leonarda. Zaczerpnięte u Blasiusa myśli świetnie rozwinął Vinci. W jednym z pism swoich mówi, że gdy jakakolwiek maszyna użyta jest do wprawiania w ruch ciała ważkiego, to wszystkie jej części, mające takiz sam ruch jak ciało, ponoszą obciążenie równe ciężarowi tegoż ciała. Jeżeli poruszająca część maszyny ma w tym samym czasie więcej ruchu, niż ciało poruszane, to mieć będzie zarazem więcej siły i to o tyle więcej, o ile prędzej się porusza od tego ciała.

Jeżeli część poruszająca ma mniej prędkości, niż ciało poruszane, to mieć też będzie o tyle mniej siły. Jest to znów, jasno, choć rozwlekłe wyrażone prawo przesunięć przygotowanych, które zawrzeć można w prostych słowach: co się zyskuje na sile, to się traci na prędkości.

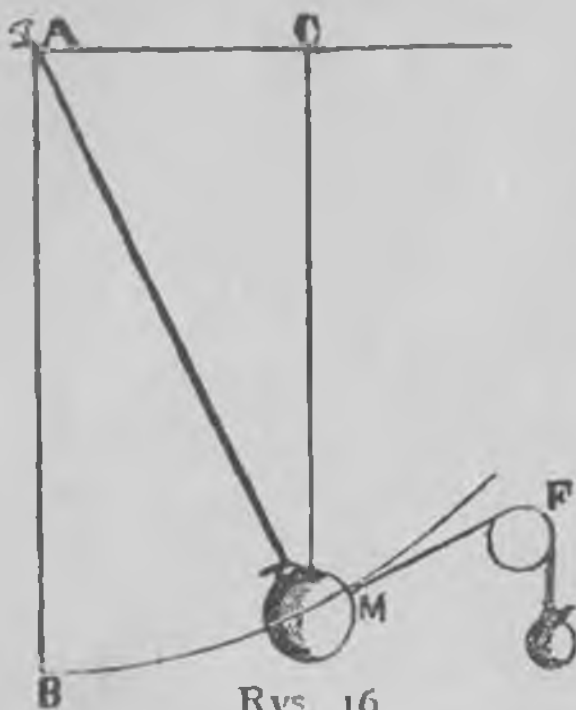
Z pomiędzy notatek Leonarda, odnoszących się do statyki, przytoczę kilka charakterystycznych:

1) „Niech będzie AT (rys. 15) drąg z punktem podpory w A , ciężarem zawieszonym w T i siłą N , która ma równoważyć ciężar O . Poprowadźmy AB , prostą do BO , i AC , prostą do TN . Nazywamy AT drągiem rzeczywistym, AB i AC drągami potencjalnymi i mieć będziemy proporcję: $N:O=AB:AC$.



Rys. 15.

2) „Jeżeli ciężar M (rys. 16) jest zawieszony na sznurze AM , umocowanym w punkcie A , i jest utrzymywany w położeniu AM , odchylonym od pionowego AB , przez działanie siły F , której kierunek MF jest prostopadły do AM , wtedy siła F tak się ma do ciężaru M , jak AC do AM .”



Rys. 16.

3) Po różnych nieudanych próbach notuje da Vinci dokładne prawo równowagi drąga łamanego *ncm* (rys. 17) w słowach: „taką proporcję mieć będzie linja cb do linji

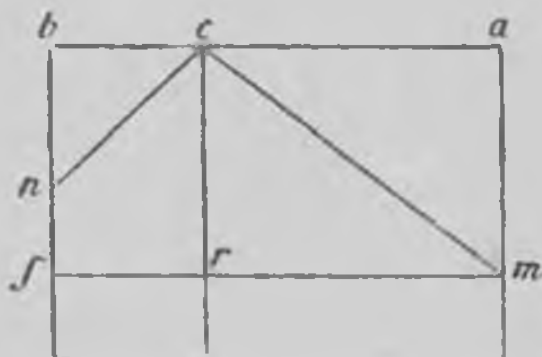
3) Po różnych nieudanych próbach notuje da Vinci dokładne prawo równowagi drąga łamanego *ncm* (rys. 17) w słowach: „taką proporcję mieć będzie linja cb do linji

ac , jaką proporcję ma ciężar, unoszony przez długość cm , do ciężaru, unoszonego przez długość cn ."

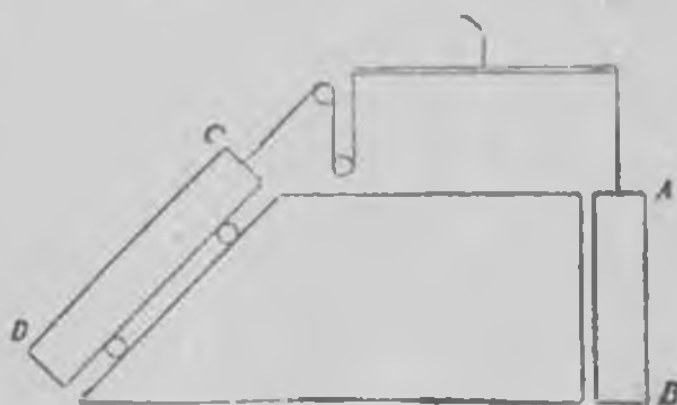
Duhem wykazał, że Leonard znał i używał w dowodzeniach twierdzenia: „Moment wypadkowej dwóch sił zbiegających się względem punktu, położonego na jednej ze składowych, jest równy momentowi drugiej składowej względem tegoż samego punktu,” a nawet i wniosku:

„względem punktu położonego na kierunku wypadkowej, dwie składowe mają momenty równe ze znakami przeciwnymi.” Teorię równi pochyłej naszkicował Leonard (rys. 18) w sposób, zdradzający znajomość prawa rozkładu sił, a ścisłość tej teorii wykazują słowa obok zanotowane „taki będzie na wadze ciężar AB , jaki jest ciężar CD .”

Przechodząc do poglądów Leonarda Vinci na ruch, zaznaczyć trzeba, że pojęcia o ruchu nie postąpiły ani na krok od czasów Arystotelesa. Filozof grecki nazywał ruchem nie tylko zmianę położenia ciała, ale także pewne zmiany jego jakości, uważane dziś za modyfikacje fizyczne lub chemiczne. Mówiąc o elementach, do których zaliczał: ziemię, wodę, ogień i powietrze, utrzymywał Arystoteles, że każdemu z tych elementów odpowiada



Rys. 17.



Rys. 18.

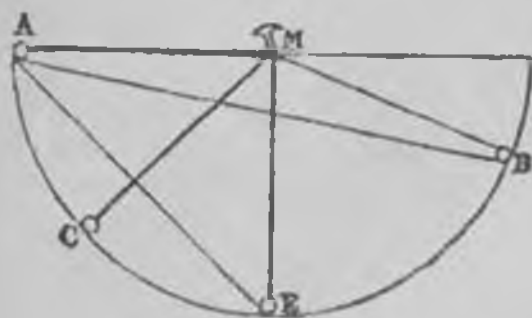
pewne położenie naturalne, które element usiłuje zająć. W spadku ciał ważkich, lub podnoszeniu się ciał lekkich widział objawy tego dążenia do zajęcia położenia naturalnego. Uważał je za przykłady ruchu naturalnego, któremu przeciwstawiał ruch gwałtowny, nie skierowany w stronę położenia naturalnego, jak np. ruch pocisków. Ten ruch gwałtowny poczytywał za przemijający. Uważał: że każdy ruch spotyka opór i dla utrzymania ruchu potrzebny jest silnik, że każde ciało w ruchu, poruszane jest przez pewną siłę lub potęgę, proporcjonalną do prędkości ruchu i do masy ciała poruszanego, zastrzegając tylko, że bardzo mała siła nie może wcale poruszyć ciała bardzo wielkiego. Silnikiem ruchu gwałtownego, jak ruch pocisków, było według Arystotelesa powietrze, wstrząśnięte przez pocisk i pociągające go z przodu a popychające z tyłu. Powietrzu więc przypisywał tę władzę, której odmawiał pociskowi, władzę pozostawania w ruchu bez silnika, przez pewien rodzaj konserwacji ruchu nabytego. W ruchu naturalnym, np. przy spadku ciał, silnikiem miała być ciężkość, w skutku której każde ciało dąży do zajęcia położenia naturalnego. Arystoteles zdawał sobie sprawę, że spadek ciał odbywa się z przyśpieszeniem i sądził, że ciężkość wzrasta w miarę przybliżania się ciała do położenia naturalnego. Komentatorowie Arystotelesa upatrywali przyczynę przyśpieszenia w tym fakcie, że im ciało spadające znajduje się niżej, tem jest cieńszą a zatem łatwiejszą do przebicia warstwy powietrza, oddzielającą ciało od ziemi. W wiekach średnich objaśniano przyśpieszenie przy ruchu ciał spadających w ten sposób, jak Arystoteles tłumaczył utrzymywanie się strzały w ruchu, a więc działaniem powietrza na strzałę. Epoka odrodzenia przyniosła nowe poglądy, przypisujące utrzymywanie w ruchu pocisków zachowaniu pewnej nadanej własności, pewnemu *impetu*.

to w i, pochodzącemu od silnika, który pocisk w ruch wprawia. Pogląd ten wyraził Leonard Vinci, przyjmował wszakże, że impet nie pozostaje w pocisku nieograniczenie. Według Leonarda pocisk ma z początku ruch gwałtowny pod działaniem impetu, następnie impet ten stopniowo słabnie, działanie ciężkości przemaga i wytwarza ruch naturalny. To słabnięcie impetu dowodzi, jak twierdził Vinci, niemożności ruchu wiecznego (perpetuum mobile). I tak z mętnych jeszcze poglądów dynamicznych Leonarda wyłaniała się już jedna z prawd zasadniczych mechaniki.

Prawdziwemi także są uwagi wielkiego artysty, dotyczące ruchu ciężarów po równiach pochyłych. Mówi np.: „Spadanie ciała A (rys. 19) po linii AC , trwa o tyle dłużej niż po AB , o ile AC jest dłuższe od AB ”. Mówi w innym miejscu: „Ciężar A (rys. 20) opuszcivszy się przez C i E , dojdzie do B z tą samą prędkością, jakąbyśmy znaleźli, gdyby ten sam ciężar spadał od A do B po linii prostej AB ”.



Rys. 19.



Rys. 20.

Albo jeszcze uwaga: „Ciężar A spada prędzej po łuku ACE , niż po cięciwie AE , gdyż rozpoczyna spadanie po pionowej.” Jasne i proste te orzeczenia wykazują, że Vinci zdawał sobie sprawę z zasadniczych pojęć mechaniki. W innym miejscu notuje, że gdy ciało pod działaniem siły przebiega pewną przestrzeń w danym przeciągu czasu, to przy tej samej sile przebiegnie połowę tej przestrzeni w połowie tegoż czasu. Uderzenie określa jako

niem siły przebiega pewną przestrzeń w danym przeciągu czasu, to przy tej samej sile przebiegnie połowę tej przestrzeni w połowie tegoż czasu. Uderzenie określa jako

siłę, działającą w czasie bardzo krótkim. Nad tarcielem robił pierwszy poważne doświadczenia i wyciągnął z nich wnioski. Do ciała, umieszczonego na płaszczyźnie poziomej, przywiązany był sznur, który, przechodząc po swobodnie obracającym się kółku, służył do zawieszania na nim ciężaru, mierzącego natężenie tarcia. Obliczał również Leonard kąt nachylenia, jakie nadać trzeba płaszczyźnie, aby umieszczone na niej ciała zaczęły się ześlizgiwać; obserwował wreszcie tarcie koła, które, jak zanotował: „tocząc się po płaszczyźnie, nieskończenie małymi krokami, raczej się jej dotyka, aniżeli o nią trze.” Ze swych doświadczeń wyciągnął następujące wnioski. Tarcie jest niezależne od wymiarów powierzchni w zetknięciu, zmniejsza się, im więcej te powierzchnie są wygładzone i smarowane, a przy jednakiej gładkości i tym samym smarze jest proporcjonalne do ciśnienia. Przyjmował, że na płaszczyźnie poziomej przy wygładzonych powierzchniach każde ciało stawia w skutku tarcia opór równy $\frac{1}{4}$ swego ciężaru.

Ślady doświadczeń, jakie wykonywał Vinci nad wytrzymałością tworzyw, spotykamy także w jego rękopisach pod postacią rysunków, zbliżonych do tych, jakie dziś jeszcze podawane są w podręcznikach. Badał on opór, jaki stawiają belki proste przy wyginaniu, wytrzymałość na ściskanie i na rozciąganie, obliczał moc gwoździ, śrub i łańcuchów. Z hydrauliki wymienia czternaście okoliczności, które mają wpływ na ilość wody, wypływającej z kanału przez otwór danej wielkości: 1) wzniesienie poziomu wody w kanale ponad otworem, 2) prędkość wody w kanale przy ścianie, w której zrobiono otwór, 3) nachylenie brzegów otworu do jego osi, 4) grubość brzegów otworu, 5) kształt otworu, kołowy, kwadratowy, trójkątny lub podługowaty, 6) nachylenie osi otworu do ściany kanału, 7) toż nachylenie do poziomu, 8) położenie

otworu w części wypukłej lub wklęsłej ściany kanału, 9) nierówności dna kanału w pobliżu otworu, 10) powietrze wypływające przez otwór razem z wodą, 11) wypływ swobodny, albo przez pogródkę lub rurę, 12) średnica rury, 13) jej długość, 14) jej gładkość wewnątrz i kierunek prosty lub zakrzywiony. Te czternaście punktów stanowią jakby szkic programu niezapoczątkowanej jeszcze nauki hydrauliki. Inna znów uwaga zapowiada późniejszą zasadę Pascala: „Spojrzyj na sikawkę,” są słowa Leonarda. „gdy jej tłok, który wypycha wodę, posunie się na palec, to pierwsza woda, która wyszła nazewnątrz, oddaliła się już na parę łokci.”

Wśród rysunków bez tekstu, zappełniających liczne stronnice rękopisów Leonarda Vinci, spotykamy: statki wodne z kołami popędowymi, koła wodne silnikowe o osi poziomej i pionowej z łopatkami płaskimi i zakrzywionymi, jakby dla uniknięcia szkodliwego uderzenia wody, wchodzącej na łopatkę; przyrządy do przenoszenia ciśnienia za pośrednictwem wody przy zastosowaniu różnej wielkości powierzchni ciśnących, będące jakby zapowiedzią prasy hydraulicznej; armatę parową, wyrzucającą pociski działaniem prężności pary; przyrządy do latania w powietrzu, spadochrony, różne maszyny rzemieślnicze, szlifierki do wyrobu zwierciadeł płaskich i wklęsłych, zawieszenie, później mylnie nazwane zawieszeniem Cardana, cyrkiel proporcjonalny z przesuwaną główką. Poważniejsze jeszcze znaczenie w dziejach technologii mechanicznej przedstawiają: szkice przyrządu do przedczenia, ulepszony kołowrotek o dwóch wrzecionach, przyrządów tkackich, postrzygalni do sukna, przyrządów powroźniczych, mechanizmu zegarowego, młynów, wind, pil kamieniarskich, walcowni zelaza, heblarek, wiertarek, maszyn do nacinania pilników, wreszcie wielu ustrojów, służących do przesylania ruchu w maszynach. Między

naszkicowanemi przez Leonarda różnemi typami łańcuchów znajdują się znane dziś powszechnie pod nazwą Gall'a albo Vaucausona.

Leonard Vinci zmarł we Francji w r. 1519. Jego rękopisy uległy w części rozproszeniu, w części zaś po długich wędrówkach dostały się do bibliotek i muzeów w Londynie, Paryżu i Medjolanie. Przez długie lata nie zdawano sobie sprawy z wpływu, jaki wywarły uwagi Leonarda na rozwój statyki. Dopiero badania Duhema wykazały, ile z nich skorzystał słynny fizyk włoski Cardan, w swem dziele *De Subtilitate* z r. 1551. Nietylko mechanika Cardana jest zupełnie podobną do mechaniki Leonarda, ale w dziele *De Subtilitate*, powtórzone zostały w znacznej liczbie uwagi z różnych działów wiedzy, rozproszone w rękopisach wielkiego artysty.

III. GALILEUSZ.— STEVIN.— DESCARTES.

Zamykałem poprzedni wykład przedstawieniem bogactwa poglądów i wynalazków mechanicznych Leonarda Vinci a dziś mam mówić o początkodawcach mechaniki nowożytnej: Stevinie, Galileuszu i Descartes'ie. Sto lat przeszło przedziela te dwie epoki, a w ciągu tego czasu musiała zabłysnąć jakaś wielka myśl świeża, kierująca umysły do rozwijania rozproszonych w dawnych pismach przeczuć nowej mechaniki. Myśl ta na chwałę naszego narodu zaświtała w Polsce i... poruszyła ziemię.

Dzieło Kopernika *O obrotach ciał niebieskich* wyszło z druku w r. 1543, na parę miesięcy przed zgonem wielkiego męża, zawierając w sobie myśli, które zainicjowały dalszy rozwój mechaniki. W rozdziale piątym księgi pierwszej mówi Kopernik: „Jakkolwiek uczeni powszechnie zgadzają się na to, że ziemia spoczywa w pośrodku świata, tak iż przeciwne twierdzenie uważają za niedopuszczalne, a nawet wręcz śmieszne, wszelako, jeżeli nad tą sprawą zastanowimy się uważniej, pokaże się, że, jako jeszcze nierozwiązana, nie może być pominiętą. Każda bowiem dostrzegalna zmiana w położeniu ciała jest następstwem albo ruchu uważanego ciała, albo ruchu samego spostrzegacza, albo przynajmniej skutkiem nierównej zmiany obu położzeń, gdyż dla ciał, poruszających się jednako w tym samym kierunku, nie widzimy zmiany położenia

pomiędzy uważanym przedmiotem a spostrzegaczem. Ziemia jest stanowiskiem, z którego ów bieg oglądamy i który się oczom naszym przedstawia. Jeżeli więc przyznalibyśmy jaki ruch ziemi, to ruch ten powinien się zdradzić we wszystkich ciałach, poza nią się znajdujących, atoli w kierunku przeciwnym, jak gdyby te ciała dokoła niej się przesuwaly, jak to widzimy przedewszystkiem na całodziennym obrocie nieba." W tem rozważaniu obrotu ziemi postawioną została po raz pierwszy jasno i z pełną świadomością rzeczy tak ważna w dynamice nowoczesnej zasada ruchów względnych.

W rozdziale ósmym księgi pierwszej daje Kopernik jedyną przed Galileuszem wzmiankę o ruchu jednostajnie przyspieszonym, mówiąc: „Ciała, do góry się unoszące, albo też na dół spadające bez ruchu kołowego, nie odbywają ruchu pojedynczego, jednostajnego i równego, gdyż lekkością swoją, albo pędem swojego ciężaru, nie mogą się miarkować. Cokolwiek bowiem spada, z początku wolny ruch odhyla, a zwiększa chyżość podczas spadania." Była to jakby zapowiedź wyczerpującej tę kwestję teorii, jaką podał później Galileusz.

W następującym rozdziale dziewiątym pierwszej księgi wyraża Kopernik swój pogląd na przyciąganie powszechne: „Co do mnie, to sędzę, że ciężkość nie jest niczem innem, jak tylko pewnym popędem przyrodzonym, nadanym cząstkom ciał od Bożej Opatrzności, sprawczyni wszystkiego, ażeby się one jednoczyły i całość stwarzały, łącząc się z sobą w postaci kulistej. Jest rzeczą prawdopodobną, że także słońce, księżyc i pozostałe planety, obdarzone są taką samą własnością, ażeby za jej sprawą utrzymały się w widocznej swej kulistości pomimo, że na różny sposób obiegi swe wykonywują." Na ważność tych słów Kopernika pierwszy zwrócił uwagę Aleksander Humboldt. Poglądy Kopernika rozwijali następnie twórcy dynamiki,

Galileusz i Newton, i dlatego słusznie nadawaną im jest zbiorowa nazwa szkoły kopernikańskiej w mechanice.

Mechanicy XVI w. podejmując określane przez Leonarda pojęcie *impetu* w ruchu pocisków, przyjmowali, że *impet* przechowuje się nieskończenie przy spadku ciała, a zwiększającą się prędkość przypisywali narostowi *impetu* pod działaniem ciężkości. Poglądy te rozwijali w XVI w. Scaliger i Benedetti. Podzielał je później Descartes, piszący w r. 1629 w liście do Mersenne'a: „Najprzód przypuszczam, że ruch, raz nadany pewnemu ciału, trwa w niem wiecznie, jeżeli nie zostanie odjęty jaką inną przyczyną, czyli inaczej, to, co się zaczęło poruszać w próżni, z tą samą prędkością poruszać się będzie nieskończenie. Przypuśćmy więc, że ciężar umieszczony w *A* popchnięty zostanie przez swoją ciężkość do *C*. Powiadam, że gdyby ciężkość przestała działać natychmiast po rozpoczęciu ruchu, to ciężar zachowa ten sam ruch, dopokąd nie dobiegnie do *C* i nie będzie spadał, ani wolniej ani prędzej od *A* do *B*, jak od *B* do *C*. Ale rzecz się ma inaczej; na ciężar działa ciężkość, która go popycha na dół i która w każdej chwili daje mu nowy popęd do spadania. Wynika stąd, że ciężar przebiega przestrzeń *BC* znacznie prędzej, niż *AB*, gdyż do *impetu*, z którym się poruszał po *AB*, dochodzi inny, wytwarzany przez ciężkość która popycha ciężar w każdej chwili.”

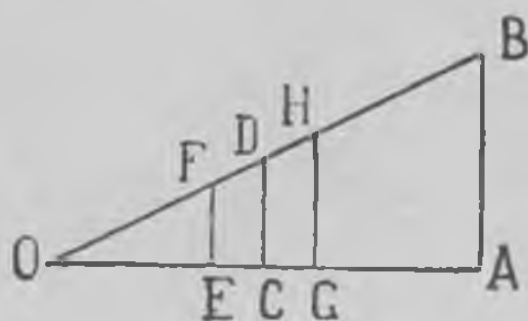
Descartes wywodzi stąd proporcjonalność prędkości do czasów, stara się następnie oznaczyć prawo przebieżonych przestrzeni, lecz przez nie-
R. 21.
 uwagę popełnia błąd w rozumowaniu i nie dochodzi do ścisłego prawa kwadratów z czasu. Wszakże przytoczony ustęp z listu do Mersenne'a zawiera w sobie pierwsze wyrażenie zasady bezwładności i jasne postawienie prawa niezniszczalności ruchu.

W dziewięć lat po liście Descartes'a do Mersenne'a, w r. 1638 wyszły z druku w Lejdzie w Hollandji: *Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno a due nuove scienze attenenti alla Mecanica e ai movimenti locali*, co znaczy: Rozmowy i dowodzenia matematyczne w zakresie dwóch nowych umiejętności, dotyczących mechaniki i ruchu miejscowego. W tej pracy ociemniałego już wtedy i znękanego inkwizycją siedemdziesięcioletniego Galileusza mieści się istotny zawiazek nowożytnej nauki o ruchu, ziarno, z którego wyrosła dzisiejsza dynamika. Jakkolwiek po mistrzowsku przedstawił swe rozumowania Galileusz w rozmowach, jakie prowadzą jego przyjaciele, Salviati i Sagredo, a w których jako przedstawiciel dawnych poglądów bierze udział filozof grecki z VI w., komentator Arystotelesa, Simplicius, za długo by tu było przytaczać je dosłownie, podam więc tylko główne punkty ich streszczenia, umiejętnie zestawionego przez wiedeńskiego profesora Macha, w jego głośnem dziele *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt* z r. 1883.

W swych rozważaniach nad spadkiem ciał nowożytny umysł Galileusza nie pyta się już, jak Arystoteles, dlaczego ciała spadają, ale jak spadają, wedle jakiego prawa porusza się ciało spadające. Dla określenia tych praw stawia pewne hipotezy, w przeciwieństwie zaś do Arystotelesa, nie ogranicza się do ich postawienia, lecz doświadczalnie stara się dowieść ich słuszności.

Przypuszczał najprzód Galileusz, że prędkość spadku wzrasta proporcjonalnie do przebytej drogi, proste jednak rozumowanie przekonało go o nielogiczności tej hipotezy. Gdyby bowiem ciało spadające, które nabywa

pewnej prędkości po przebyciu pewnej drogi, nabywało prędkości dwa razy większej po przebyciu drogi podwójnej, — wynikałoby stąd, że ta droga, dwa razy dłuższa od pierwszej, przebyta zostaje w tym samym czasie co i droga pierwsza; spadek więc z jakiegokolwiek wysokości trwałby zawsze jednaki przeciąg czasu, co się nie zgadza z rzeczywistością. Odrzuciwszy więc tę hipotezę, jako niemożliwą, przyjął następnie Galileusz, że prędkość nabyta jest proporcjonalną do czasu trwania spadku. Według tego przypuszczenia, jeżeli pewne ciało spada dwa razy i drugi jego spadek trwa dwa razy dłużej niż pierwszy, to prędkość, nabyta przy drugim spadku, jest dwa razy większa od prędkości, nabytej przy spadku pierwszym. Bezpośrednie sprawdzenie doświadczalne tego wzrostu prędkości było nader trudne i Galileuszowi wydało się łatwiejszem oznaczenie prawa, według którego droga przebieżona rośnie razem z trwaniem spadku. Przedstawiając więc czasy trwania spadku przez długości odcięte na linii poziomej, wyprowadził na końcach odcinków prostopadłe, czyli rzędne, przedstawiające prędkości nabyte. Tak więc, odcinek OG prostej OA przedstawia czas trwania spadku, a odpowiednia prostopadła GH prędkość nabytą. Obserwując, w jaki sposób zmienia się prędkość, zauważył Galileusz, że w chwili C , gdy upłynęła połowa czasu OA , prędkość nabyta CD jest połową prędkości końcowej AB i że w dwóch chwilach E i G , jednakowo odległych od chwili C , jedna przed, a druga po tej chwili C , prędkości EF i GH jednakowo się różnią od prędkości średniej CD , będąc, jedna mniejszą a druga



Rys. 22.

większą od CD . Każdej więc chwili, poprzedzającej C , odpowiada chwila późniejsza, jednakowo odległa od C . Porównywując zatem ruch rzeczywisty ciała spadającego z ruchem jednostajnym, którego prędkość byłaby równą połowie prędkości końcowej, znajdziemy, że co się traci przez ruch rzeczywisty na ruchu jednostajnym w pierwszej połowie spadku, to się zyskuje w drugiej. Możliwość więc uważać drogę s , przebieżoną przez ciało spadające, jako przebieżoną ruchem jednostajnym z prędkością równą połowie końcowej prędkości spadku v , nabytej w ciągu czasu t , czyli $s = \frac{v}{2}t$. Że zaś prędkość jest proporcjonalną do czasu, więc mamy drugie równanie $v = gt$, w którym g oznacza prędkość nabytą w ciągu jednostki czasu, czyli przyspieszenie. Droga przebieżona s będzie wtedy:

$$s = \frac{gt}{2}t = \frac{1}{2}gt^2$$

a ruch taki, w którym prędkość wzrasta jednakowo w równych przeciągach czasu, nazwał Galileusz ruchem jednostajnie przyspieszonym.

Dla sprawdzenia tego przypuszczalnego prawa spadku ciał szukał najprzód Galileusz sposobów umożliwienia obserwacji przez zwolnienie tego spadku i obserwował kulki, toczące się w rowkach po równi pochyłej, przyjmując, że w ten sposób zmniejszona zostaje prędkość ruchu bez naruszania formy prawa spadku. Hypoteza, o której sprawdzenie chodziło, wymagała, aby długości rowków: 1, 4, 9, 16, odpowiadały czasom trwania spadku: 1, 2, 3, 4. Doświadczenie potwierdziło tę teorię. W sposób zręczny obserwował czas Galileusz, używając w tym celu zegara wodnego, który nadawał się specjalnie do mierzenia krótkich odstępów czasu. Był to zbiornik o dużym przekroju poziomym, napełniony wodą i mający w dnie

mały otwór, który można było zamykać palcem. Gdy kulka puszczana była w rowku po równi pochyłej, Galileusz odsuwał palec i woda sphywała do naczynia, umieszczonego na wadze, a w chwili dojścia kulki do spodu równi zamykał otwór zbiornika. Przy znacznym przekroju zbiornika napór podczas wypływu pozostawał prawie bez zmiany i ciężar wody, która wypłynęła, był proporcjonalny do czasu. Doświadczenie wykazało, że czasy rosły, jak szereg liczb całkowitych, podczas gdy drogi przebieżone rosły, jak szereg kwadratów z tych liczb. Sprawdzało to wniosek, wywiedziony z hipotezy, i samą hipotezę.

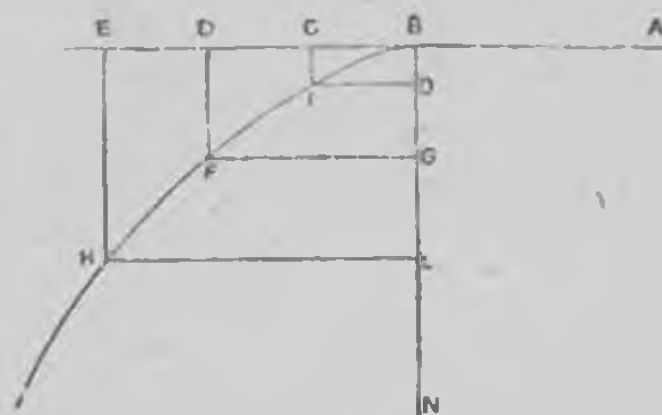
Dla zdania sobie sprawy ze związku między spadkiem po równi pochyłej i spadkiem swobodnym pionowym przypuszczał Galileusz, że ciało nabywa jednakowej prędkości, spadając po długości równi, lub pionowo z jej szczytu do podstawy. Przypuszczenie to uzasadniał następującem rozumowaniem. Gdy ciało spada swobodnie, nabywa prędkości proporcjonalnej do czasu trwania spadku; otóż, gdyby w końcu spadku prędkość została nagle odwróconą i skierowaną pod górę, ciało podnosiłoby się i ten ruch pod górę byłby odwróconym obrazem ruchu podczas spadku. W ruchu pod górę prędkość zmniejszałaby się proporcjonalnie do czasu i stawała równą zeru w chwili dojścia ciała do tej samej wysokości, z jakiej poprzednio spadało. Tak więc prędkość, nabyta w końcu spadku, pozwala ciału podnieść się do wysokości, z jakiej spadało. Gdyby zaś, spadając po równi pochyłej, ciało nabywało prędkości, pozwalającej mu wznieść się po innej równi pochyłej do większej wysokości, niż jego położenie pierwotne, znaczyłoby to, że sam ciężar własny ciała może wywoływać ich podnoszenie. Przypuszczenie więc, że prędkości nabyte zależne są li tylko od wysokości przebieżonej pionowo, a nie od nachylenia równi, jest tylko stwierdzeniem faktu, że ciała wazkie

pionową aC . Prędkość więc, nabyta przy spadku, pozwala ciału podnieść się do tej samej wysokości, z jakiej spadło, a przypuszczenie, że prędkości nabyte przy spadku swobodnym i po równi pochyłej tej samej wysokości są jednakie, jest tylko wyrażeniem tego faktu. Galileusz wywiódł stąd łatwo, że czasy trwania spadku: t po długości równi AC i t' spadku swobodnego z wysokości AB mają się: $t:t' = AC:AB$.

Odkrycie prawa spadku ciał doprowadziło Galileusza do wniosku, że ruch pocisku jest kombinacją dwóch ruchów, niezależnych jeden od drugiego: ruchu poziomego jednostajnego i ruchu pionowego jednostajnie przyspieszonego. Wniosek ten wyraził twierdzeniem: „Pocisk, ożywiony ruchem jednostajnym poziomym i ruchem spadania naturalnie przyspieszonym, zakreśla połowę paraboli”; dowódzenie zaś podał następujące. „Niech będzie linja lub płaszczyzna pozioma AB umieszczona w powietrzu, wzdłuż której ciało się porusza od A do B ruchem jednostajnym. Tracąc podporę w B , ciało pociągane jest na dół swym ciężarem do ruchu naturalnego wzdłuż pionowej BN . Przedłużmy linję AB do E i na linji BE , która nam



Rys. 24



Rys. 25

posłuży do mierzenia czasu, naznaczymy czasy równe BC , CD , DE , a przez punkty C , D , E , poprowadźmy równoległe do BN . Na pierwszej z nich odtnijmy jakąkolwiek długość CI , na dru-

giej długość cztery razy większą DF a na trzeciej długość dziewięć razy większą EH i t. d., tak że kolejne długości rosną jak kwadraty z czasów $CB, DB, EB...$ Wyobraźmy sobie, że do przesunięcia pocisku, niesionego od B do C ruchem jednostajnym, dodamy spadek pionowy wzdłuż CI , wtedy po upływie czasu BC ciało znajdzie się w I , w czasie $BD=2BC$ wysokość spadku będzie równa $4CI$, gdyż, jak dowiedziono poprzednio, w ruchu naturalnie przyspieszonym drogi przebyte mają się do siebie w stosunku kwadratów z czasu; tak samo droga EH , przebieżona w ciągu czasu BE , będzie równa $9CI$. Tym sposobem drogi EH, DF, CI , mają się do siebie jak kwadraty z linii $EB, DB, CB...$ punkty więc I, F, H leżą na paraboli"... Po tym dowodzeniu następuje w piśmie Galileusza uwaga, że oba ruchy, poziomy i pionowy, oraz ich prędkości, łącząc się ze sobą, pozostają niezmiennone i nie przeszkadzają sobie nawzajem. Uwaga ta wyraża zasadę składania ruchów, czyli niezależności działania sił.

Teoria ciężkości, której pierwsze zarysy odnalazł Duhem w pismach Alberta Saksończyka, profesora Sorbony paryskiej w wieku XIV, wyrażoną została jasno w dziełach Guidobalda margrabiego del Monte i Bernardina Baldi z XVI w., lecz dopiero u Galileusza nabrała pełnej ścisłości. Rozwinięta w dodatku do *DIALOGÓW*, zredagowanym już po wyjściu z druku pierwszego ich wydania, teoria ta streszcza się w następujących dwóch punktach:

1) Jakikolwiek zespół ciężarów nie może sam przez się wprawić się w ruch, jeżeli ten ruch nie wytwarza obniżenia środka ciężkości zespołu.

2) Jeżeli taki zespół spada swobodnie bez prędkości początkowej, to jego środek ciężkości biegnie wzdłuż linii prostej.

Uczeń Galileusza Torricelli zbogacił tę teorię słynnym twierdzeniem, odnoszącym się do własności mechanicznych środka ciężkości, o czym będzie mowa w następnym wykładzie.

Przechodząc do prac Galileusza w dziedzinie hydro-mechaniki, przypomnieć trzeba najprzód, że hydrostatyka Archimedesesa, opierająca się na podstawach swoistych dla cieczy, niczem nie była związaną z ogólnymi zasadami statyki. Metoda wywodzenia praw hydrostatyki z doświadczalnego poznania niektórych z pomiędzy nich przyjętą została przez większość późniejszych autorów i uczyniła z hydrostatyki umiejętność odrębną, od statyki zupełnie niezależną. Niektórzy tylko dążyli do związania hydrostatyki ze statyką i starali się wywodzić obie te nauki ze wspólnej zasady. Z pomiędzy różnych zasad, służących za podstawę statyki, nadaje się zwłaszcza do związania obu nauk zasada prędkości przygotowanych. To też Arystotelesowskiemu zawiązku tej zasady użył Galileusz przy dowodzeniu głównych twierdzeń statyki i hydrostatyki.

W rozprawie *Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua, o che in quella si muovano* z r. 1612 wprowadził Galileusz do mechaniki nowe pojęcie, któremu dał nazwę *momento*, określając je temi słowy: „Dla mechaników *momento* oznacza tę własność, tę czynność, tę skuteczną potęgę, przez którą silnik porusza ciało a ciało w ruchu stawia opór. Własność ta zależy nie tylko od ciężkości, ale także od prędkości ruchu, od nachylenia różnych dróg, wzdłuż których ruch się odbywa.“ Widzimy stąd, że *momento* Galileusza nie jest ową ciężkością względem położenia, którą wprowadzali do mechaniki Nemorarius i poprzednik Leonarda da Vinci, a która odpowiadała naszemu momentowi, to jest iloczynowi z siły przez odległość, —

a raczej schodzi się z dzisiejszem pojęciem ilości ruchu. Określenie swego *m o m e n t o* objaśnia Galileusz dwiema zasadami, zapożyczonemi z Arystotelesowskiej mechaniki. Pierwsza z nich brzmi: „Dwa ciężary absolutnie równe, poruszające się z równemi prędkościami, są tej samej potęgi, czyli tegoż samego *m o m e n t o*, we wszystkich swych działaniach”. Druga zasada polega na tem, że „potęga ciężkości rośnie razem z prędkością ciężaru poruszanego, tak, że równe absolutnie ciężary mają potęgi czyli swoje *m o m e n t o* nierówne; najpotężniejszym jest ten, który jest najszybszy i to w stosunku jego prędkości do prędkości drugiego ciężaru.” Jako przykład przytacza Galileusz drąg o nierównych ramionach, na których zawieszone równe ciężary nie równoważą się i ciężar zawieszony dalej od punktu podpory przeważa. Zrównanie znów dwóch *m o m e n t o* przy równowadze drąga o nierównych ramionach z nierównemi ciężarami, $p_0 v_0 = p_1 v_1$, daje stosunek ciężarów równy odwrotnemu stosunkowi prędkości $\frac{p_0}{p_1} = \frac{v_1}{v_0}$, co stanowi aksjomatyczną podstawę twierdzenia o prędkościach przygotowanych. I w ten sposób, nieznacznie a ściśle, przystosowaną została ta zasada do rozwiązywania poszczególnych zagadnień hydrostatyki.

Objaśnia więc najprzód Galileusz całkowite lub częściowe zanurzanie się ciał w cieczach odwrotnym stosunkiem owych *m o m e n t o*; w sposób wytworny stosuje przytem zasadę prędkości przygotowanych, porównywując zanurzenie prostościanu w naczyniu również prostościennego kształtu z wynikajacem stąd podniesieniem poziomu cieczy w naczyniu; wynurzenie prostościanu odpowiada analogicznie obniżeniu poziomu. Zasada prędkości przygotowanych wyraża się tu proporcjonalnością dróg, jakie przebiegają poziom cieczy i podstawa prosto-

ścianu, do powierzchni poziomą cieczy i powierzchni poziomego przecięcia prostościanu. Zanurzenie więc prostościanu daje wynik analogiczny z dolaniem cieczy do mniejszego z dwóch naczyń połączonych o różnych przekrojach. Dowodzeniu Galileusza zarzucićby można komplikację, wynikającą z powiększenia ogólnej masy przy zanurzaniu prostościanu. Zarzut ten wszakże dotyczyć może tylko strony matematycznej dowodzenia, które z punktu widzenia mechanicznego przedstawia się zupełnie naturalnem. Podczas gdy działanie bezpośrednie zanurzanego prostościanu ma miejsce tylko na powierzchni jego podstawy, to ruch prostościanu wywołuje pośrednio podniesienie całej powierzchni poziomu cieczy w naczyniu. Prędkości ruchu obu tych powierzchni muszą być odwrotnie proporcjonalne do ich wielkości. Zresztą, wzmiankowana komplikacja jest tylko pozorną, jeżeli weźmiemy pod uwagę, że wszystko odbywa się ściśle w ten sam sposób, jak w naczyniach połączonych nierównej wielkości, gdy ciśnienie wywarte na poziomą cieczy w naczyniu węższem poziomą ten obniża. Wtedy poziom w naczyniu szerszem podnosi się na wysokość odwrotnie proporcjonalną do przekrojów poziomych obu naczyń. Tak więc rozumowanie Galileusza jest zupełnie prawdziwe i oba jego m o m e n t o są sobie równe, gdyż prędkości pozostają do siebie w stosunku odwrotnym mas.

W podobny sposób z twierdzenia prędkości przygotowanych wywodził Galileusz inne prawa, podane przez Archimedesą. Podobnie, jak w przypadku zanurzanego w cieczy i podnoszonego prostościanu, wychodził on zawsze z rozważania ruchów rzeczywistych i tym sposobem uwidoczniał niewzruszone zasady statyki, w sposobie ich pozostawiania i jego możliwych zmianach. Szczegółom rozprawy Galileusza o ciałach pływających wiele możnaby zarzucić, wielu wywodom brak jest ścisłości,

wszelkie zarzuty jednak nie dotyczą głównego punktu wyjścia rozumowań, polegającego na związaniu hydrostatyki z mechaniką ogólną a zwłaszcza na uznaniu, że zasada prędkości przygotowanych stanowi najodpowiedniejszy sposób objaśniania praw równowagi cieczy.

W wydanych w r. 1638 w Lejdzie *Rozmowach i dowodzeniach matematycznych* Galileusz dał początek nie tylko dynamice, lecz także nauce o wytrzymałości tworzyw. On pierwszy zastosował geometrię i rachunek do rozwiązywania zadań wytrzymałości i dał początek teorii belek prostych. Dowiódł mianowicie: że belka czworograniasta, węższą ścianą na podporach położona, znosi większe obciążenie, niż także belka na płask leżąca; że stosunek wytrzymałości w obu tych przypadkach jest równy stosunkowi większego wymiaru poprzecznego do wymiaru mniejszego. Dowiódł dalej, że belki, jednym końcem osadzone, lub też podparte w obu końcach, mogą znosić obciążenie proporcjonalne do szerokości i do kwadratu z wysokości a odwrotnie proporcjonalne do długości tychże belek. Dowiódł także, że walce wydrążone opierają się daleko więcej wygięciu poprzecznemu, niż walce pełne tej samej objętości. Lecz na tem nie kończą się odkrycia Galileusza w tym dziale mechaniki stosowanej. Zawdzięczamy mu jeszcze teorię brył o jednostajnej mocy, przeznaczonych do zaprowadzenia największej możliwej oszczędności w użyciu materiału, i twierdzenie, że belka o stałej szerokości, jednym końcem osadzona a której ściana spodnia jest płaska i pozioma, posiada jednakową wytrzymałość we wszystkich miejscach, jeżeli ściana górna jest wyciosana według paraboli, mającej swój wierzchołek na końcu obciążonym belki.

Porównyując belkę wyginaną z belką rozciąganą, znalazł Galileusz, że wytrzymałość pierwszej tak się ma

do wytrzymałości drugiej, jak połowa wysokości belki do jej długości. Mylny ten wniosek brał swój początek w mylnem również, a podówczas rozpowszechnionem mniemaniu, że wszystkie włókna belki obciążonej wyciągają się wskutek wygięcia, zarówno po stronie wklęsłej, jak po wypukłej. Natomiast zarzucano Galileuszowi niesłuszność twierdzenia, jakoby belka paraboliczna miała być doskonałą do budowy pokładów okrętowych ze względu na jej lekkość, a słynny budowniczy francuski Franciszek Blondel w liście z r. 1661, pisanym do fizyka szwedzkiego Wurtiusa, zalecał używanie belek wpodłuż eliptycznych, jako szczególnie do tego celu sposobnych. W istocie obwód eliptyczny stosuje się lepiej od parabolicznego do ciężarów, kładzionych w różnych miejscach belki, jak to właśnie bywa na pokładzie okrętowym, ale belka taka nie posiada wcale jednostajnej wytrzymałości.

Początkodawca nauki o ruchu i nauki o wytrzymałości tworzyw, Galileusz zostawił wybitny ślad swej pracy nad statyką, przez rozwiązywanie zadania równi pochyłej. Równocześnie zadaniem tem zajmował się Stevin, który w r. 1586 ogłosił jego rozwiązanie. Kto z nich pierwszy doszedł do celu, trudno orzec, to tylko pewne, że, nie wiedząc jeden o drugim, dążyli do tego celu różnymi metodami; a zresztą obu ich wyprzedził autor nieznany, o którym była mowa w poprzednim wykładzie, nazwany przez Duhema poprzednikiem Leonarda da Vinci.

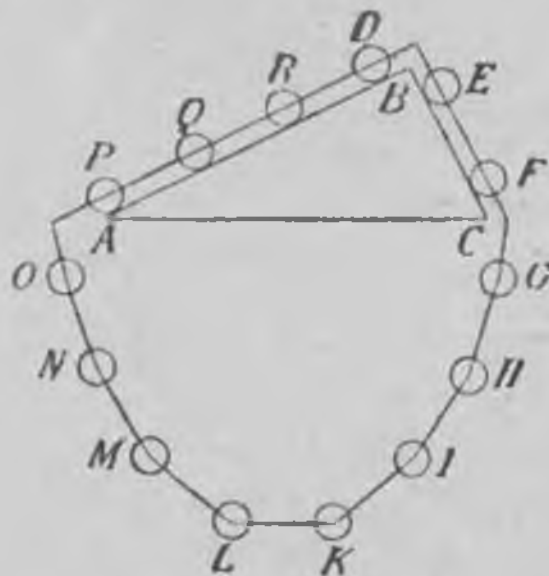
O życiu Galileusza i innych jego pracach nie mówiłem, bo to są rzeczy więcej znane. O mniej głośnym Szymonie Stevin'ie wspomnieć należy, że się urodził w Bruges we Flandrji w r. 1548, a więc na lat szesnaście przed Galileuszem, był przez czas pewien buchalterem i kasjerem w Antwerpji i Bruges, później podróżował po Prusach, Polsce, Szwecji i Norwegji. Osiadłszy w północnych

Niderlandach, zapisał się na uniwersytet w Lejdzie i poświęcił pracom naukowym. Był profesorem matematyki i intendentem finansów księcia Maurycego Nassauskiego, inspektorem obwałowań nadmorskich, generalnym kwartmistrzem armji niderlandzkiej. Zmarł w 1620, na 22 lat przed Galileuszem. Rozgłos wśród współczesnych dały mu dzieła o fortyfikacjach i sztuce wojkowej, puszczanie w ruch wozów żaglowych. Jego wpływowi zawdzięczają Holendrzy i Francuzi wprowadzenie dobrego systemu rachunkowości państwowej.

Statyka Stevina, ogłoszona w r. 1586 po flamandzku, weszła do zbioru jego dzieł, wydanego w przekładzie łacińskim przez Snelliusa w r. 1605 p. t. *Hypomnema mathematica*. Występuje w niej Stevin, jako gorący zwolennik Archimedesza, krytykujący ostro metody Arystotelesa. Tytuł jednego z rozdziałów jego statyki brzmi: „Przyczyna równowagi nie leży w łukach koła, zakreślonych przez końce ramion drąga”. Potępioną została temi słowy metoda, której błogi wpływ na rozwój statyki starałem się uwydatnić, mówiąc o pracach Nemorariusza Leonarda Vinci i Galileusza.

Wykład swój zaczyna Stevin szeregiem określeń, po których następują twierdzenia, oparte na teoriach drąga i równi pochyłej. Metodą oryginalną i udatną wyprowadza Stevin prawo równowagi drąga prostego. Zadanie równi pochyłej rozwiązuje oryginalnie jeszcze metodą, nie przypominającą żadnym szczegółem rozwiązania Galileusza, ani późniejszych wywodów Descartes'a. Za podstawę rozważania własności ciężarów, ciągnionych ukośnie, bierze następujące twierdzenie: „Na dwóch bokach trójkąta, którego płaszczyzna jest prostopadła a podstawa równoległa do poziomu, umieszczone są dwie kulki tej samej wielkości i ciężaru, równoważące jedna drugą: ciężar pozorny kulki lewej ma się do ciężaru pozornego

kulki prawej, jak długość prawego boku trójkąta do długości boku lewego." Dosłownie przytoczę dowodzenie Stevina „Niech będzie trójkąt ABC , w którym bok AB jest dwa razy dłuższy od boku BC ; dwie kulki D i E mają jednaką wielkość i ten sam ciężar, a chodzi o to, by dowieść, że ciężar pozorny kulki E jest dwa razy większy od ciężaru pozornego kulki D . Dodajmy w tym celu do tych dwóch kulek dwanaście takich samych kulek $F, G, H, I, K, L, M, N, O, P, Q, R$ i połączmy je wszystkie równej długości nitkami, tworząc w ten sposób łańcuch, w którym nasze czternaście kulek rozstawione są w równych odstępach. Zarzucmy ten łańcuch na nasz trójkąt



Rys. 20

w ten sposób, że bok AB unosić będzie cztery a bok BC tylko dwie kulki. Gdyby ciężar pozorny grupy czterech kulek D, R, Q, P , nie był równy ciężarowi pozornemu grupy dwóch kulek E, F , jedna z tych grup przeważałaby drugą. Przypuśćmy, że grupą przeważającą są cztery kulki D, R, Q, P . Kulki O, N, M, L ważą tyleż co kulki G, H, I, K ; ciężar więc ośmiu kulek z lewej strony będzie większy od ciężaru sześciu z prawej i łańcuch się przesunie. Kulka D zejdzie na miejsce kulki O , kulki E, F, G, H zajmą miejsce kulek P, Q, R, D a kulki I, K miejsce kulek E, F . Łańcuch będzie zajmował toż samo położenie, co i poprzednio, i skoro cztery kulki leżące na AB przeważają zawsze dwie na BC , to ruch łańcucha będzie wieczny, co jest niemożliwem. Ciężar więc pozorny czterech kulek na AB równoważy

ciężar pozorny dwóch kulek na BC , czyli ciężar pozorny kulki E jest dwa razy większy od ciężaru pozornego kulki D , co było do dowodzenia."

W dalszych swych wywodach dochodzi Stevin do prawa równoległoboku sił i formułuje to prawo, nie podając wszakże przekonującego dowodzenia. Wywiódł to prawo ściśle w r. 1636 profesor paryskiego Collège de France, Gilles Persone de Roberval.

Rozwiązaniem zadania równi pochyłej szczycił się Stevin i rysunek łańcucha z czternastoma kulkami, zarzuconego na trójkąt, pomieścił w pośrodku tarczy herbowej, na karcie tytułowej dzieła *Hypomnema mathematica*. Na obramowaniu tarczy u góry widnieje napis flamandzki „Wonder en is ghen Wonder”, co znaczy „Cud nie jest cudem”. „Niema nic prawdziwszego”, mówi Mach: „jak ta uwaga Stevin’a. Każdy błysk postępu naukowego wywołuje pewien rodzaj rozczerwiania: przekonujemy się, że rzecz, która nam się wydawała cudowną, nie jest większym cudem od wielu innych, z których zdajemy sobie sprawę instynktowo i uważamy za oczywiste same przez się.”

W dziedzinie hydrostatyki podjął Stevin zadanie oznaczenia ciśnienia cieczy na dno lub ściany naczynia, uwidoczniając przytem paradoks hydrostatyczny, że ciecz wywierać może ciśnienie znacznie większe od własnego swego ciężaru. Dowiódłszy, że ciało stałe jakiegokolwiek kształtu a tegoż samego ciężaru, co woda, zanurzone w wodzie, pozostawać może w równowadze w jakimkolwiek położeniu, gdyż zajmuje też samą przestrzeń i tyleż waży co i woda, — Stevin wyobraża sobie naczynie o ścianach pionowych, pełne wody i wykazuje, że dno tego naczynia ponosi ciśnienie równe ciężarowi znajdującej się w naczyniu wody. Przypuszcza następnie, że w wodzie, wypełniającej naczynie, zanurzonem zostało ciało stałe jakiegokolwiek

kształtu i tegoż samego ciężaru, co i woda; oczywiście ciśnienie na dno przez to się nie zmieni. Jeżeli przeto nadany zostanie ciału zanurzonemu kształt taki, że ciało wypełni całe naczynie z wyjątkiem cienkiej warstwy wody na dnie i małego kanaliku jakiegokolwiek kształtu, idącego od dna do wierzchu naczynia, to ciśnienie na dno będzie jeszcze także samo, czyli równe ciężarowi słupa wody, mającego za podstawę dno naczynia. Skoro zaś przypuszczenie że ciało stale utrzymywane jest w niezmiennem położeniu, nie zmienia w niczem działania wody na dno naczynia będzie zatem ciśnienie na to dno zawsze równe ciężarowi tegoż samego słupa wody bez względu na to, jaki jest kształt naczynia.

Przechodzi następnie Stevin do oznaczenia ciśnienia wody na ściany naczynia, pionowe lub nachylone. W tym celu dzieli powierzchnię ścian linjami poziomymi na wielką liczbę pasków i wykazuje, że każdy pasek ponosi ciśnienie większe, niż gdyby był poziomy i leżał na wysokości swego brzegu górnego, a jednocześnie mniejsze, niż gdyby był umieszczony na wysokości brzegu dolnego. Zmniejszając szerokość pasków a powiększając do nieskończoności ich liczbę, dowodzi metodą granic, że ciśnienie na ścianę płaską nachyloną jest równe ciężarowi słupa wody, mającego tę ścianę za podstawę a za wysokość połowę wysokości naczynia. Oznacza następnie ciśnienie na jakąkolwiek część ściany płaskiej nachylonej i znajduje, że jest równe ciężarowi słupa wody, utworzonego przez wystawienie w każdym punkcie tej ściany linii prostopadłej do ściany a tak długiej, jaką jest głębokość tego punktu pod wodą. Gdy to twierdzenie dowiedzionem zostało dla jakichkolwiek powierzchni płaskich, w jakimkolwiek ich położeniu, łatwo już było odnieść je do jakichkolwiek powierzchni krzywych i wywnioskować, że ciśnienie cieczy na jakąkolwiek powierzchnię, ma

za miarę ciężar słupa cieczy, którego podstawę stanowi ta powierzchnia, zastąpiona w razie potrzeby płaszczyzną, a którego wysokości, odpowiadające różnym punktom podstawy, będą równe odległościom odpowiednich punktów powierzchni, od poziomu cieczy. Innymi słowy, miara ciśnienia jest ciężar słupa cieczy, mającego za podstawę powierzchnię uciskaną a za wysokość — odległość środka ciężkości tej powierzchni od poziomu cieczy.

Jak widzimy, w hydrostatyce, tak samo jak i w statyce, wywody Stevina dosięgają wyżyn Archimedesowej ścisłości.

Mówiąc o zawiązkach nauki o ruchu, wspomniałem o pierwszym wyrażeniu zasady bezwładności przez Descartes'a. Wielki ten filozof i matematyk francuski położył jeszcze inną wydatniejszą zasługę w rozwoju mechaniki. Urodzony w Tours w r. 1596, pobierał nauki w kolegium jezuitów w La Flèche, służył wojskowo, podróżował, a oddawszy się nauce i stroniąc od świata, ukrywał się w różnych miastach Hollandji, tak że we Francji, tylko Mersenne i inny zaufany przyjaciel wiedzieli o miejscu jego pobytu. Potępienie Galileusza przez inkwizycję w r. 1633 wstrzymywało go przez lat parę od ogłaszania drukiem prac, których też część znaczna pozostała w rękopisie. Zmarł Descartes w Sztokholmie w r. 1650, w osiem lat po Galileuszu.

W krótkim piśmie, przesłanem w r. 1637 Konstantemu Huyghensowi, ojcu Christiana, p. t. *Objaśnienie machin, z których pomocą można przy użyciu małej siły podnosić znaczne ciężary*, oparł Descartes całą statykę na zasadzie pracy przygotowanej. Podczas gdy Galileusz poczytywał tę zasadę raczej za wynik prawa równowagi i brał pod uwagę iloczyn z siły przez prędkość, Descartes oświadcza w *Objaśnieniu machin*, że jedyna zasada, na jakiej się

opiera ich wynalazek, jest następująca: „Siła, mogąca podnieść ciężar np. 100 funtów do wysokości 2 stóp, może także podnieść 400 funtów na wysokość $\frac{1}{2}$ stopy.” Zasadę tę stosuje Descartes w swem piśmie do krążka, równi pochyłej, klina, kołowrotu, śruby i drąga, opierając na niej teorię wszystkich tych maszyn. Później w liście do Mersenne'a zaznaczył wyraźnie infinitezymalny charakter zasady, pisząc, że w nauce o równowadze maszyn brać należy pod uwagę początek ruchu ciężarów, czyli to, co dziś nazywamy ruchem przygotowanym albo wirtualnym.

Arystoteles opierał prawo równowagi na zasadzie odwrotnej proporcjonalności ciężarów do prędkości, a Galileusz wyrażał tę zasadę twierdzeniem, że dwa ciężary nierówne równoważą się nawzajem i mają równe momenty, gdy ich wielkości są w stosunku odwrotnym do prędkości. Descartes wprowadził do tego twierdzenia stosunek dróg przebieżonych, zamiast stosunku prędkości, a zmiana ta miała poważne znaczenie w rozwoju mechaniki. Dzięki tej zmianie przestano wywodzić prawa równowagi z nieścisłego postulatu i opierać na potępionej już wtedy dynamice Arystotelesa, a statyka stała się umiejętnością samodzielną, opartą na zasadzie absolutnie pewnej i bezpośrednio widocznej. Szczycił się też Descartes tem, że mu się udało objaśnić działanie maszyn prostych, nie posługując się pojęciem prędkości „o której,” jak pisał do Mersenn'a; „trudno coś powiedzieć, nie wytłumaczywszy co jest ciężkość i co system świata.”

W dziele *Principia Philosophiae*, wymieniając prawa natury, uogólnił Descartes sformułowane przy rozważaniu spadku ciał prawo bezwładności, mówiąc najprzód, że jeżeli pewne ciało jest w spoczynku, to samo przez się poruszać się nie zacznie, a jeżeli raz wprowadzone jest w ruch, to pozostawać będzie wciąż w tym

samym ruchu i samo przez się nigdy się nie zatrzyma. Nadmieniam dalej, że każde ciało w ruchu dąży samo przez się do poruszenia się zawsze po linii prostej a nigdy po linii krzywej. Dziś wyrażamy to krócej i mówimy, że każde ciało, jeżeli było w spoczynku, lub w ruchu prostoliniowym i jednostajnym, to bez działania czynników zewnętrznych pozostaje nadal w stanie pierwotnym, spoczynku lub ruchu.

Prace Galileusza, Stevina i Descartes'a dały początek mechanice nowoczesnej, o której dalszym rozwoju będzie mowa w następnych wykładach.

IV. TORRICELLI.—PASCAL.—WALLIS.—
WREN. — HUYGHENS. — SZKOŁA
JEZUICKA. — KOCHANSKI. — SOLSKI.

Jeżeli jednej gałęzi mechaniki stosowanej, a mianowicie nauce o wytrzymałości tworzyw dał początek Galileusz w swych nieśmiertelnych *DIALOGACH*, to znów druga, t. j. hydraulika, zawdzięcza swe powstanie dwóm jego uczniom: Castelliemu i Torricelliemu. Benedykt Castelli stawiał pierwsze swe kroki w nauce pod kierunkiem Galileusza w Pizie i do końca życia wielkiego mistrza, od którego o 13 lat tylko był młodszy, pozostawał jego zaufanym powiernikiem i przyjacielem. Castelli pierwszy podjął badania doświadczalne nad biegiem wody w rzekach a w dziełku *Della misura dell'acqua corrente* z r. 1628 wprowadził prędkość jako czynnik, służący do oceny wydatku prądu, i zauważył, że prędkość, z jaką woda wypływa przez mały otwór z naczynia, zależy od wzniesienia poziomu wody nad otworem; pomylił się wszakże przy określaniu tej zależności, utrzymując, że prędkości wypływu są proporcjonalne do tych wzniesień. Torricelli był szczęśliwszym, wygłaszając o wypływie cieczy przez otwory twierdzenie na którym do dziś opiera się hydraulika. Mieści się ono w zbiorze jego roz-

praw *Opera geometrica* z r. 1644, na końcu pracy *De motu gravium naturaliter descendentium*. Widząc, że woda wytrysku, wychodzącego przez mały otwór, wznosi się pionowo prawie do wysokości poziomu wody w zbiorniku, wnioskował Torricelli, że powinna posiadać tę samą prędkość, jakgdyby spadała z tej wysokości skutkiem swego ciężaru, i że zgodnie z teorią Galileusza, pomijając opory podrzędne, prędkości wypływu są proporcjonalne do pierwiastków kwadratowych z wysokości poziomu wody w zbiorniku ponad otworem. Twierdzenie to nie było dowiedzionem, a tylko poparł je doświadczeniami, wykonanemi w tym czasie nad wydatkami rozmaitych przystawek, inny uczeń Galileusza Rafael Magiotti; stosowało się zresztą tylko do bardzo małych otworów i nie mogło służyć do dokładnego obliczenia wydatku, gdyż zjawisko ściśnienia żyły wodnej nie było jeszcze znane. •

Torricelli, urodzony w r. 1608, mając lat dwadzieścia, przybył do Rzymu i tam słuchał wykładów Castelliego, poczem jako młody uczony, odznaczył się pismem *De moto dei gravi*, w którym rozwijał teorie Galileusza. Wielki ten mistrz, podówczas ociemniały, wykończył w Arcetri ostatnie dwie części *DIALOGÓW* i zazał od Castelliego, aby mu przysłał uzdolnionego pomocnika. W r. 1641 podążył tam Torricelli i wspólnie z Vivianim spisywał przez trzy miesiące ostatnie myśli Galileusza, po którego zgonie pozostał na dworze wielkiego księcia tokańskiego. Owocna jego działalność naukowa nie długo jednak trwała, bo zmarł w pięć lat po Galileuszu w 39-ym roku życia. W tej samej rozprawie, która obejmowała jego twierdzenie hydrauliczne, podał Torricelli inne twierdzenie noszące również jego imię, a odnoszące się do własności mechanicznych środka ciężkości. O tem twierdzeniu, stanowiącem w statyce tak zwaną zasadę

Torricelliego, tak mówi Lagrange: „Torricelli, słynny uczeń Galileusza, jest autorem zasady, która się wiąże z zasadą równowagi momentów Galileusza, albo raczej stanowi wypływający z niej wniosek, mianowicie, jeżeli dwa ciężary tak są ze sobą związane, że przy jakimkolwiek bądź ich umieszczeniu ich środek ciężkości nie podnosi się ani nie obniża, — to pozostają w równowadze we wszystkich tych położeniach. Torricelli stosował swą zasadę tylko do równi pochyłej, łatwo jednak przekonać się, że jest ona ważną dla wszystkich maszyn prostych.“

Mówiąc o hydrostatyce Galileusza, podnosiłem główny punkt wyjścia jego rozumowań, polegający na związaniu hydrostatyki z mechaniką ogólną, a zwłaszcza na uznaniu, że zasada prędkości przygotowanych stanowi najodpowiedniejszy sposób objaśniania praw równowagi cieczy. Z nową metodą dowodzeń hydrostatycznych Galileusza wiąże się genialny pomysł Pascala, który w rozprawie *Traité de l'équilibre des liqueurs*, wydanej w r. 1663, t. j. w rok po jego zgonie, rozważał ciecz w naczyniu jako maszynę, która podobnie, jak drąg lub kołowrot, reguluje wzajemne działanie przyłożonych do niej sił i określa ich stosunek warunkujący równowagę. Na mocy tego poglądu zastosowaną została zasada prędkości przygotowanych do objaśnienia równości ciśnień na tłoki, wstawione w otwory w ścianach naczynia. „Należy podziwiać“ są słowa Pascala: „że w tej nowej maszynie spotyka się ten stały porządek, jaki jest we wszystkich dawnych, jak w drągu, kołowrocie, śrubie bez końca i t. p., polegający na tem, że droga powiększa się w tym samym stosunku, co i siła. Widocznem jest bowiem, że gdy jeden otwór jest 100 razy większy od drugiego i człowiek, popychając mniejszy tłok, przesuwa takowy na 1 cal, to wypchnie tłok większy na $\frac{1}{100}$ cala; bo ponie-

waż ten ruch odbywa się w skutku ciągłości wody między dwoma tłokami tak, że jeden tłok nie może się poruszać bez wypychania drugiego, więc skoro tłok mniejszy posuwa się na 1 cal, to woda, którą wypycha, naciska na drugi tłok, a że powierzchnia tego drugiego tłoka jest sto razy większa, więc woda wepchnięta zajmuje pod tym tłokiem tylko $\frac{1}{100}$ część wysokości tak że droga ma się do drogi, jak siła do siły. I można to przyjąć za istotną przyczynę omawianego faktu, gdyż jasnym jest, że na jedno wychodzi: czy 100 funtów wody przesunie się na 1 cal, czy też 1 funt na 100 cali i że skoro 1 funt wody tak jest związany ze 100-ma funtami, iż 100 f. nie mogą się posunąć na 1 cal, jeżeli nie posuną 1-go funta na 100 cali, to muszą one znajdować się w równowadze, przyczem 1 funt ma tyle siły, aby przesunąć 100 f. na 1 cal, a 100 f. aby przesunąć 1 f. na 100 cali. Z pomocą zasady prędkości przygotowanych objaśniona została przez Pascala główna własność cieczy, mianowicie równomierne rozchodzenie się w nich ciśnień we wszystkich kierunkach. Z tej własności zaś mogła już być wyprowadzona cała hydrostatyka.

Blaise Pascal zmarł w r. 1662 mając lat 39. Jako matematyk działał mniej, niż można było oczekiwać od jego geniuszu, gdyż poświęcił znaczną część życia praktykom religijnym. W tym czasie nad wpływem wody przez otwory w cienkiej ścianie i opatrzone przystawkami oraz nad biegiem wody w rurach i kanałach pracował we Francji Mariotte, wykonywując doświadczenia w Wersalu i Chantilly. Pozostały po zgonie Mariotte'a w roku 1686 *Traktat o ruchu wody i innych cieczy* wydany został dopiero w XVIII w.

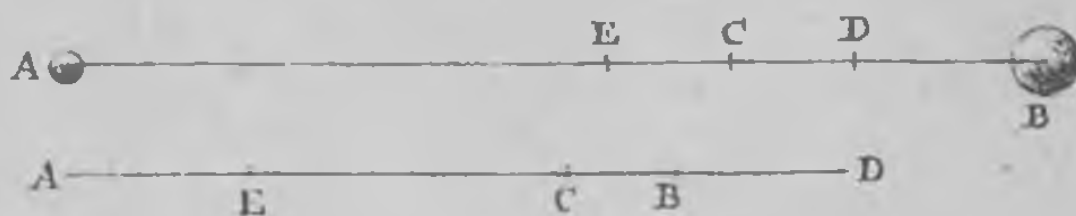
Na założonych przez Galileusza, Stevina i Descartes'a fundamentach wznosić zaczęli matematycy drugiej połowy XVII w. okazały dziś gmach mechaniki. Przed-

miotem, który najprzód zwrócił na siebie ich uwagę, były prawa uderzenia i udzielania ruchu. Potrzebę tych praw odczuwał już Descartes i usiłował je oznaczyć, lecz, zajęty ogólnym systemem swej filozofji, nie dopiął celu i zostawił w większej części mylne poglądy. Pierwsze poważne odkrycia w tej dziedzinie zawdzięczamy Towarzystwu Królewskiemu w Londynie, które, poruszając wielokrotnie tę sprawę na swych posiedzeniach, ogłosiło w r. 1668 formalny konkurs na jej rozwiązanie. Trzech znakomitych uczonych stanęło do apelu: dwaj Anglicy — Wallis i Wren i Holender Huyghens.

Metoda użyta przez Wallisa, najprościej wiodła do celu. Wprawdzie w rozprawie nadesłanej rozważał tylko uderzenie ciał absolutnie twardych lub miękkich, lecz następnie, w traktacie *De motu* z 1670, rozszerzył swą teorię i na ciała sprężyste. Teoria ta, powtarzana do dziś w podręcznikach, streszcza się w znanym wzorze $u = \frac{mv + m'v'}{m + m'}$, gdzie m i m' są uderzające się masy, v i v' prędkości przed uderzeniem a u wspólna prędkość po uderzeniu. Pojęcie ilości ruchu wprowadzone było przez Wallisa w znaczeniu iloczynu z ciężaru przez prędkość. Pojęcie masy i ilości ruchu, jako iloczynu z masy przez prędkość, mechanika zawdzięcza Mariotte'owi, który w ten sposób wyłożył teorię Wallisa w swoim *Traité de la percussion ou choc des corps* z r. 1674.

Teoria, przedstawiona przez Wrena, zgodna z teorią Wallisa, odnosiła się wyłącznie do ciał sprężystych. Zasługuje na uwagę sposób ogólny i treściwy jej przedstawienia. Jeżeli ciała A i B , mówi Wren, biegną ku sobie, pierwsze z prędkością 1 w kierunku AD , drugie z prędkością 1 w kierunku BD , i jeżeli C jest ich wspólnym środkiem ciężkości, to odetnijmy $CE = CD$. Ciało A po ude-

rzeniu poruszać się będzie z prędkością i w kierunku EA , a ciało B z prędkością i w kierunku EB . Wyjaśnienie

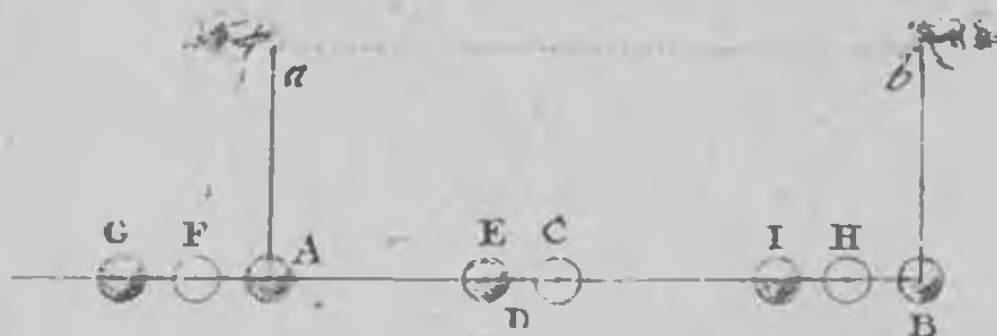


Rys 27

to obejmuje wszystkie możliwe przypadki, gdyż, jeżeli punkt D leży między A i B , mamy przypadek dwóch ciał biegnących ku sobie. Jeżeli leży po za nimi, przypadek dwóch ciał doganiających jedno drugie, a jeżeli schodzi się z punktem A lub B — przypadek w którym jedno z dwóch ciał w chwili uderzenia było w spoczynku. Tak samo położenie punktu E wyznacza kierunki ruchu obu ciał po uderzeniu. Jeżeli ten punkt leży między A i B , to ciała odbijają się jedno od drugiego, gdyż biegną w kierunkach EA i EB , jeżeli leży po za linią AB , ciała biegną po uderzeniu w jednym kierunku, a jeżeli się schodzi z A lub B , to jedno z ciał po uderzeniu pozostaje w spoczynku. Wren w swej rozprawie z r. 1668 streścił na 8 rysunkach 13 przypadków różnych położzeń D i E względem A i B , a grafik jego daje dla każdego przypadku wielkość i kierunek prędkości każdego z dwóch ciał po uderzeniu.

W podobny sposób podał teorię uderzenia Huyghens w dziele pośmiertnym *De motu corporum ex percussione*. Jeżeli dwa ciała równe i sprężyste wpadają na siebie z równymi prędkościami, to wiadomo z doświadczenia, że się odbijają od siebie z temiż samymi prędkościami. Cóż się dzieje, gdy prędkości nie są równe? „Wyobraźmy sobie,” mówi Huyghens: „ze człowiek, stojący na statku, trzyma w dwóch rękach sznurki aA i bB ,

z przywiązaniem do nich ciałami A i B i że podczas, gdy statek porusza się z prędkością jednostajną od A do B , człowiek zbliża do siebie oba ciała z jednakową prędkością. Każde z ciał przebiegłoby połowę odległości i spotkało by się w C , gdyby statek był nieruchomy. Lecz, wobec ruchu statku ciało A przebiegnie tylko odległości AD a ciało B odległość BD . Taki jest ich ruch rzeczywisty



Rys. 28

i taki się przedstawia obserwatorowi, stojącemu na brzegu. Wiadomo jednak, że gdy różne ciała mają jeden ruch wspólny, to ich ruchy poszczególne odbywają się tak, jakby ruch wspólny nie istniał. Dwa ciała równe A i B , biegnące ku sobie z równymi prędkościami, odbijają się od siebie w D z temiż samymi prędkościami względnie do statku i, gdyby statek był nieruchomy w chwili uderzenia, to kładąc $DF = DH = CA$, doszłyby równocześnie do F i H . Skoro zaś statek po uderzeniu posuwa się na odległość $DE = DC$, to równocześnie względem obserwatora, stojącego na brzegu, ciało A przejdzie od D do G , a ciało B — od D do I . Że zaś $DI = AD$, a $DG = DB$, więc ciała A i B , biegnąc w tym ruchu względnym z różnymi prędkościami, przy uderzeniu zamieniły swoje prędkości.

Wszystkie inne przypadki uderzenia między ciałami równego ciężaru objaśnia Huyghens w ten sam sposób. Przy ciężarach nierównych dowodzi najprzód, że, gdy

ciała wpadają jedno na drugie z prędkościami odwrotnie proporcjonalnymi do ciężarów, to się odbijają z temiż samemi prędkościami. W tym celu Huyghens posługuje się uwagą, że gdyby ciała, mające się uderzyć, nabyły swe prędkości spadając pionowo a po uderzeniu odbite zostały pod górę z nowemi prędkościami, to ich środek ciężkości nie mógłby się podnieść wyżej, niż do wysokości z jakiej spadał. Dalszy ciąg dowodzenia przeprowadza w ten sam sposób, jak dla ciał równego ciężaru.

Więcej jeszcze do rozwoju mechaniki przyczynił się Huyghens dalszemi swemi pracami. Wymienię naprzód odnoszące się do zegarmistrzostwa. Galileusz, który już w Pizie zauważył izochronizm wahadła, a opisał ściśle dopiero w swoich *Djalogach*, stosował pierwotnie wahadło do spostrzeżeń astronomicznych, popychając je ręką, a do liczenia wahań używał licznika, złożonego z lekkiego kółka zębatego, wyciętego z cienkiej tekturki. Drażek poziomy, umocowany przy sznurku wahadła, przesuwiał to kółko przy każdym walnięciu o jeden ząbek, liczbę zaś całkowitych obrotów kółka zębatego dawało drugie kółko i wskazówka. Pod koniec życia, niewidomy, dyktował synowi Wincentemu i uczniowi Vivianemu opis zegara wahadłowego, którego model sporządzony został przez Wincentego w r. 1649. Tak szkic, jak i model pozostawały nieznane. Astronomowie posługiwali się wahadłem w ten sam sposób, jak to czynił Galileusz, a potrzebując przy obserwacjach dokładnych zegarów, pracowali nad przystosowaniem do nich wahadła. Nie powiodło się to naszemu Heweljuszowi, gdańszczaninowi, który na mapie nieba umieścił wśród konstelacji Tarczę Sobieskiego, — gdy tymczasem Huyghens w broszurze p. t. *Horologium*, wydrukowanej w Hadze w r. 1658, podał rysunek mechanizmu, stanowiącego istotny związek dzisiejszych zegarów wahadłowych. Mechanizm ten

miał ciężar poruszający i przeciwwagę, zawieszone na dwóch krążkach, z których pierwszy służył do nakręcania zegara, a drugi do wprowadzania w ruch mechanizmu. Wychwyt wrzecionowy, złożony z koła zębatego i wrzeciona ze skrzydełkami, komunikował ruch widełkom, popychającym wahadło. Nad przystosowaniem wahadła do zegarów pracował równocześnie i nasz mechanik, jezuita Adam Kochański, i w swej pracy o zegarmistrzostwie, stanowiącej księgę dziewiątą obszernego dzieła Kaspra Schotta *Technica curiosa*, podał projekty dziesięciu różnych mechanizmów; wszakże zegar Huyghensa z r. 1658 pozostał najwybitniejszym, z urzeczywistnionych w tym czasie zastosowań wahadła do zegarów, gdyż na nim wzorować się zaczęły natychmiast zegary astronomiczne i publiczne w Holandji i innych krajach.

Huyghens ulepszył swój pomysł i rozwinął w pomnikowym dziele p. t. *Horologium oscillatorium* z r. 1673. Zauważywszy, że izochronizm wahadła, zwłaszcza przy większych oscylacjach, nie jest ścisły, dążył do otrzymania izochronizmu absolutnego, co go doprowadziło do szukania takiej linii krzywej, po którejby staczający się ciężar, wypuszczony z któregokolwiek jej punktu, dochodził w jednym i tym samym czasie do punktu najniższego krzywej. Znalazłszy, że tą krzywą jest cykloida, starał się zbudować wahadło, którego ciężarek zakreśla przy wahaniach nie łuk koła, ale łuk cykloidy, przyczem stał się w geometrii twórcą teorii krzywych rozwijających i rozwiniętych. Teoria ta dała mu jako rozwiniętą cykloidy też samą cykloidę i Huyghens urzeczywistnił wahadło cykloidalne, opierając giętki pręt wahadła przy punkcie zawieszenia na dwóch półcykloidach. W praktyce jednak wynalazek ten się nie utrzymał, gdyż doświadczenia wykazały, że wahadła, zakreślające małe łuki koła, posiadają izochronizm wystarczający przy najdelikatniejszych

zastosowaniach. Zajmowały także Huyghensa zegarki kieszonkowe i według jego wskazówek wprowadzona została do nich w r. 1674 sprężyna spiralna, zwana dziś włosiem.

W czwartej części dzieła *Horologium oscillatorium* podał Huyghens teorię wahadła fizycznego. Za punkt wyjścia posłużyła mu hipoteza następująca: „Gdy jakiegokolwiek ciężary zaczynają się poruszać pod działaniem siły ciężkości, to wspólny ich środek ciężkości nie może się wznieść wyżej, niż się znajdował w chwili początku ruchu”. Dla lepszego objaśnienia hipotezy dodaje Huyghens te słowa: „Ta nasza hipoteza tem mniej wzbudzi wątpliwości, gdy wykażemy, że wyraża ona prawdę, której nikt nigdy nie zaprzeczył, a mianowicie, że ciężary nigdy się same nie podnoszą... Stosuje się ona i do cieczy i oprzec na niej można nietylko to wszystko, co powiedział Archimedes o ciałach pływających, ale i większość innych twierdzeń mechaniki. I rzeczywiście, gdyby wynalazcy nowych maszyn, mających urzeczywistniać ruch nieustający, mieli wzgląd na tę prawdę, łatwo by się przekonali o swoim błędzie i zrozumieli, że zadanie to przez mechanikę nie może być rozwiązane.” Wyszedłszy z tak wyjaśnionej hipotezy, określił Huyghens, jako *ś r o d e k w a h a ń*, punkt linii środkowej wahadła fizycznego, którego odległość od punktu zawieszenia wahadła jest równa długości wahadła prostego, izochronicznego z danem wahadłem fizycznym, i podał następujące pravidło oznaczania jego położenia: „Niech będzie wahadło fizyczne, złożone z jakiegokolwiek liczby ciężarów. Pomnóżmy te ciężary przez kwadraty z ich odległości od osi wahań i sumę iloczynów podzielmy przez iloczyn z sumy ciężarów, pomnożonej przez odległość środka ciężkości całego wahadła od tejże osi. Otrzymamy tym sposobem długość wahadła prostego, izochronicznego

z wahadłem fizycznym, czyli odległość między osią a środkiem wahań." W trakcie tych prac doszedł Huyghens do wyrażen, które dziś, za przykładem Eulera, nazywamy momentami bezwładności i wywiódł ważny związek między temi momentami, branemi względem osi równoległych. Dowiódłszy następnie twierdzenia, że środek wahań i punkt zawieszenia wahadła fizycznego mogą się wzajemnie zastępować, stał się Huyghens wynalazcą wahadła odwracalnego.

Zasada, na której oparł Huyghens teorię wahadła fizycznego, polegała na równości spadku i podniesienia środka ciężkości wielu ciał, spadających razem a potem podnoszących się każde oddzielnie z prędkością, przez każde z nich nabytą podczas spadku. Droga, jaką przebiega środek ciężkości tych wszystkich ciał, w jakimkolwiek kierunku, wyraża się sumą iloczynów z ciężaru każdego ciała i drogi przebieżonej przez to ciało, podzieloną przez sumę ciężarów. Z drugiej znów strony Galileusz dowiódł, że droga pionowa, wzdłuż której spada ciało, jest proporcjonalna do kwadratu z prędkości nabytej i że ciało, ożywione tą prędkością, może się podnosić do tej samej wysokości, z jakiej spadało. Tym sposobem zasada Huyghensa sprowadza się do tego, że w ruchu ciał ważkich suma iloczynów z mas przez kwadraty z prędkości w każdej chwili pozostaje bez zmiany, podczas gdy ciała poruszają się razem w jakimkolwiek sposób, lub gdy przebiegają swobodnie też same wysokości pionowe. Był to pierwszy związek zasady zachowania sił żywych, wprowadzonej do nauki przez Jana Bernoulliego.

Twierdzenia o sile odśrodkowej zawarł Huyghens w piątej części swego pomnikowego dzieła. Siła ta znana już była filozofom starożytności i Anaksagoras, zapytywany, dlaczego ciała niebieskie, którym przypisywał ciężkość, nie spadają na ziemię, odpowiadał, że

je podtrzymuje obrót około ziemi i równowazy ich ciężar. Galileusz i Descartes określali już ściślej tę siłę, nie rozpatrywali wszakże jej działania. Huyghens dowiódł pierwszy, że jeżeli dwa ciała równe przebiegają w czasach równych okręgi kół nierówne, to siły odśrodkowe na tych okręgach mają się do siebie, jak długości okręgów, lub jak ich średnice. Dowiódł także, że jeżeli ciała równe krążą po tym samym okręgu koła, lub po okręgach równych z nierównymi prędkościami, lecz każde ruchem jednostajnym, to siły odśrodkowe tych ciał, mają się do siebie w stosunku kwadratów z prędkości. Dwoma temi twierdzeniami siła odśrodkowa została określona. W końcu swego dzieła podał jeszcze Huyghens pierwszy opis wahadła ostrokąowego, którego ciężarek zakreśla koło poziome, większe lub mniejsze ale zawsze leżące na określonej paraboloidzie obrotowej.

W hydrostatyce zostawił po sobie Huyghens cenną pamiątkę, mianowicie twierdzenie, wygłoszone w rozprawie O przyczynie ciężkości z r. 1690, że wypadkowa sił, działających na cząstki cieczy w równowadze, jest w każdym punkcie prostopadła do powierzchni cieczy. „Wśród następców Galileusza,” mówi Mach: „za równego mu pod każdym względem uważać należy Huyghensa. Miał on może umysł mniej filozoficzny, lecz niższość tę równoważył swym genjuszem geometry. Huyghens nie tylko, że posunął dalej poszukiwania, rozpoczęte przez Galileusza, lecz rozwiązał jedno z pierwszych zadań dynamiki wielu mas, podczas gdy Galileusz ograniczał się zawsze na dynamice pojedynczego ciała.” Oto szczegóły biograficzne. Urodzony w 1629, syn Konstantego Huyghensa, sekretarza i doradcy książąt Oranji, o którego korespondencji z Descartes'em wspominałem, Chrystjan Huyghens był uczniem Schootena w uniwersytecie Lejdejskim. Sława jego, jako uczonego, była tak rozgłosną,

ze w r. 1665 Ludwik XIV sprowadził go do Paryża, gdzie stał się jednym z najczynniejszych członków Akademii Umiejętności. W r. 1681, po odwołaniu edyktu nantejskiego Huyghens, protestant, wrócił do Holandji. Brał tam udział w rozprawach matematyków, którzy, posługując się rachunkiem różniczkowym Leibniza, zajmowali się różnymi zadaniami, dotyczącymi linii krzywych. Wśród tych zadań znalazła się i teoria krzywej łańcuchowej, opracowana przez Huyghensa bez pomocy nowego rachunku. Zmarł w r. 1695.

Twórcza praca Huyghensa poświęconą była najmłodszej gałęzi mechaniki, zapoczątkowanej przez Galileusza dynamice, podczas gdy większość najgłówniejszych zasad statyki, w połowie XVII w. była już ściśle sformułowaną, choć nie tworzyła jeszcze uporządkowanej nauki. Jak mówiłem w poprzednich wykładach, od Arystotelesa i Archimedesesa wzięły swój początek dwa kierunki rozwoju statyki: syntetyczny, opierający prawo równowagi drąga na mglistych poglądach dynamicznych starożytności — i analityczny, wywodzący je z postulatu o równowadze dwóch ciężarów, zawieszonych w równych odległościach od punktu podparcia drąga. Podczas gdy w mniej ścisłych wywodach Arystotelesa leżał zawiazek zasady prędkości przygotowanych, geometryczne dowodzenia Archimedesesa nie dostarczały postulatów, niezbędnych do dalszego rozwoju mechaniki. W wiekach średnich pisma Archimedesesa pozostawały w ukryciu i kierunek syntetyczny rozwijali pisarze średniowieczni, których pomysły, wzbogacone własnymi uzupełnieniami, zostawił w swych pismach Leonard Vinci. Skorzystali z nich Cardan i Tartaglia, przekazujący owoce rozmyślań autorów średniowiecznych epoce odrodzenia.

Po ogłoszeniu drukiem w połowie XVI w. pism Archimedesesa, bierze górę geometryczna ścisłość jego dowodzeń.

Kierunek analityczny uwydatnia się w pracach Guidobalda del Monte i Benedettiego. pociągając za sobą większość uczonych. Statyka staje się nauką czystsza, lecz przez zupełne usunięcie opartych na Arystotelesie wywodów średniowiecznych utrudnia sobie dalszy rozwój. Ścisła dedukcja potrzebuje aksjomatów, a Archimedes dał je tylko dla teorii drąga prostego. Szuka więc ich Galileusz w padającej już w rozwaliny dynamice Arystotelesa, usiłując związać ją ze statyką przez swoje *m o m e n t o*, t. j. iloczyn z ciężaru przez prędkość spadku. Potępiający te poglądy wybitny przedstawiciel kierunku analitycznego — Stevin opiera jednak wywód prawa równi pochyłej na niemożności ruchu wiecznego wyrażonej jasno przez Leonarda Vinci i Cardana, a związanej z zasadą przesunąć przygotowanych. Wreszcie, na tej ostatniej zasadzie opiera przeciwnik Arystotelesowej dynamiki Descartes teorię wszystkich maszyn prostych. Brakło jednak związania w jedną całość oddzielnie wywiedzionych prawd i nikt wtedy nie przewidywał, jak się ta całość utworzy. Zdając sobie sprawę ze znaczenia jednej prawdy, każdy uczony patrzył, jak przez mgłę, na prawdy pozostałe. Usiłowali zestawiać całość kompilatorowie, jak Mersenne we Francji, nie mogąc jednak wznieść budowy, wymagającej pierwiastku twórczego w ułożeniu planu. Szła więc tylko praca około porządkowania nagromadzonych materiałów, a brali w niej udział pisarze, tworzący tak nazywaną przez Duhema, w mechanice ówczesnej, „szkołę jezuicką.“

W dziełku *Nova de machinis philosophia* rozbierał krytycznie Zucchi podania Arystotelesa i uwydatniał postulaty, ukryte w dowodzeniu Archimedesza prawa równowagi drąga. Do dzieła *De motu locali*, przydał Fabri krótkie rozważanie ogólnych zasad równowagi, zbliżające się do statyki Galileusza. Około r. 1655

wykładał statykę w Collegium Romanum Paweł Casati. Opierał się on na Arystotelesie z uwzględnieniem wszakże poglądów Galileusza i wprowadzał do rachunku już nie samą prędkość ciężaru, ale jej rzut na pionową. Pisarze ci znali Descartes'a, opierającego teorię wszystkich maszyn prostych na zapoczątkowanej przez Nemoriariusza zasadzie przesunięć przygotowanych, ale za nim nie szli. Utrzymując jednak ścisły związek między statyką ówczesną a przestarzałą dynamiką Arystotelesa, przechowali w całej pełni nader płodną metodę prędkości przygotowanych, przekształconą przez Galileusza pod wpływem odkryć pisarzy średniowiecznych, i tem się przyczynili do dalszego rozwoju mechaniki.

W rzędzie pisarzy szkoły jezuickiej, w mechanice XVII w. poczesne zajął miejsce Adam Adamandy Kochański, o którego Zegarmistrzostwie wspominałem przed chwilą. Urodzony w Dobrzyniu nad Wisłą w r. 1631, kształcił się w Wilnie u jezuitów i wykładał matematykę w ich akademji. Był później profesorem w Würzburgu, Moguncji, Florencji, przebywał w Pradze, Ołomuńcu i Wrocławiu, wreszcie Sobieski powołał go na stanowisko matematyka i bibliotekarza królewskiego w Wilanowie oraz nauczyciela królewicza Jakóba. Ostatnie lata życia spędził w Czechach, na zamku swego protektora, hrabiego Clary v. Aldringen. Zmarł w Cieplicach czeskich w r. 1700. Wykładając w uniwersytecie mogunckim, kolegował tam z Kacprem Schottem, niezmordowanym pisarzem dzieł matematycznych i technicznych. Wielkie dzieło Schotta *Cursus mathematicus* z r. 1661 zawiera statykę Kochańskiego p. t. *Analecta mathematica sive theoremes mechanicae novae de natura machinarum fundamentalium*, poświęcone rozbirowi kwestji zwiększania siły przez maszyny. Zasadę równowagi roztrząsa

on ściślej niż inni pisarze, teorię maszyn prostych podaje treściwiej, niż to czynią autorowie wielkich traktatów, jak Casati i Deschales, ale znów szczegółowiej od filozofujących Zucchiego i Fabriego. Wykład Kochańskiego nieraz swym perypatetyzmem zbliża się do metody Fabriego, najeżony jest sentencjami, określeniami hipotezami, twierdzeniami, wnioskami, — ale wśród tego aparatu średniowiecznego nie brak w nim świeżych tchnień odrodzenia. Statyka Galileusza z wyjątkiem nowych myśli o równi pochyłej, ich zastosowania do śruby i paru innych, dążyła w całości do utrzymania jak najściślejzego związku z Arystotelesem i mogłaby być także zaliczoną do dzieł tej kategorii, gdyby jej nie cechował wykład, pełen prostoty i jasności. Wszakże, pod tym względem kurs padewski Galileusza nie wywarł wpływu na pisarzy jezuitów. Schott ze znanego mu odpisu wyjął dowodzenie równowagi drąga Kochański niewątpliwie znał ten odpis, równie jak wydanie pośmiertne w Rawennie i wcześniejszy przekład Mersenne'a. Interesując się żywo społecznym ruchem naukowym, znać musiał także i list Descartes'a do Huyghensa z r. 1637, widocznie jednak nie zdawał sobie sprawy ze znaczenia tych prac w rozwoju mechaniki. W każdym razie w perypatetycznym jego wykładzie jaśniejają świeższe poglądy. W określeniach, poprzedzających opis maszyn, mówi już o sile poruszającej, jako „własności danego ciała, znajdującej się w niem lub doń przyłożonej, dzięki której ciało przenoszone zostaje z jednego miejsca na drugie.“ Orzeczenie to zamienia średniowieczną naukę o ciężarach na właściwą statykę, a pierwszeństwo w tej zamianie przypisuje Duhem Wallisowi, piszącemu w dziewięć lat później. Wprowadzona przez Kochańskiego *a k t y w n o ś ć* zastępuje *m o m e n t* o Galileusza, ale zbliża się raczej do dzisiejszego pojęcia momentu. Dowodzenie równowagi drąga o nie-

równych ramionach uprościł więcej, niż tego dokonał Galileusz w pierwszych odpisach kursu padewskiego; prawo równowagi wielokrażka wyprowadził oryginalnie a zasadę równi pochyłej zastosował ściśle do klina i śruby. Zmysł krytyczny wykazał w roztrząsaniu subtelnych wywodów Zucchiego, obok którego stanąć winien w rzędzie najcelniejszych pisarzy szkoły jezuickiej.

Do tej szkoły zaliczają się jeszcze dwaj jezuici nasi: Tylkowski i Solski. Ksiądz Wojciech Tylkowski (1629—1695), urodzony na Mazowszu, był profesorem w różnych kolegiach jezuickich, penitencjarjuszem przy Watykanie i zarządcą seminarjum w Wilnie. W jednym z licznych swoich dzieł p. t. *Pars sexta Physicae curiosae in qua Aristotelis mechanica explicantur*, wydanem w Oliwie pod Gdańskiem w r. 1680, sprowadza wszystkie maszyny proste do figury koła i opisuje: drąg krążek, kołowrot, klin i śrubę. Krążek i wielokrążek objaśnia pobieżnie, sprowadzając je do drąga prostego. Między zastosowaniami wielokrążka w praktyce, wymienia ustawienie na placu zamkowym w Warszawie kolumny Zygmunta. Kołowrot i klin opisuje ogólnikowo, śrubę sprowadza do klina, nawiniętego na walec. Mówiąc o pędzeniu wody pod górę, wspomina o wodociągu Kopernika we Fromborku. Rozwijając idee Arystotelesa, książeczka Tylkowskiego, jakkolwiek sama w sobie niewielkiego znaczenia, przyczynić się jednak mogła do przechowania zasady prędkości przygotowanych

Kochański i Tylkowski pisali po łacinie, Solski był pierwszym piszącym o mechanice po polsku. Ks. Stanisław Solski (1622—1701), ur. w Kaliszu, kształcił się w Poznaniu, gdzie jako słuchacz teologii wykładał już matematykę. Był następnie misjonarzem obozowym; wysłany do Konstantynopola przebywał tam przez lat kilka, jako spo-

wiednik i kaznodzieja jeńców chrześcijańskich. W r. 1661 wykonywał w Warszawie, wobec króla Jana Kazimierza, doświadczenie ze swoim perpetuum mobile, opisane przez Schotta w dziele *Technica curiosa*. Osiadłszy w Krakowie, jako prokurator prowincji zakonu jezuickiego, zajął się piśmiennictwem i oprócz różnych łacińskich wydał dwa dzieła polskie, będące dziś najwspanialszemi zabytkami naszego dawnego piśmiennictwa technicznego. *Geometra Polski* Solskiego, wydany w trzech częściach w latach 1683-6, służył przez cały wiek następny jako jedyny podręcznik polski do geometrii i miernictwa. *Architekt Polski* z r. 1690 wbrew swemu tytułowi był znów podręcznikiem praktycznym do mechaniki. Zamierzał Solski w trzech tomach dzieła pod tym tytułem podać najprzód wiadomości wstępne z mechaniki, a następnie zasady budownictwa w zastosowaniu do kościołów, domów mieszkalnych i fortec. Po wydaniu pierwszego tomu następnych nie ogłosił już drukiem, czy to dla braku funduszy, czy też z przyczyny podeszłego wieku.

Wydana pierwsza księga *Architekta Polskiego* o składa się z trzech rozdziałów, nazwanych przez Solskiego „zabawami”. Pierwsza z tych zabaw, według słów autora, „moc i siłę wszystkich machin, sposobnych do ulżenia ciężarów opisuje i podaje sposoby do przemagania ciężarów zbyt wielkich, małemi siłami”; druga „pokazuje jako wiele ciężaru przydają koła większe, gdy obracają mniejsze dla prędkości mniejszych, jako mają być dzielone i czego przestrzegać w pilach i we młynach wodnych, konnych, wietrznych i ręcznych”; trzecia „własności wody i sposoby jej szukania, wazenia, czerpania, do góry pędzenia i używania rozmaitego otwiera.”

Na początku objaśnia Soliski „słowa niezwykcyjne“, mówiąc, że „cewy“, „palce w kołach“, u młynarzy znaczą to samo, co u zegarmistrzów „tryby“ i „zęby“, zaś „wrzecziono zowie się żelazo, na którym cewy stoją.“ W nauce „o własnościach ciężarów“ daje dwa dowodzenia równowagi drąga o nierównych ramionach, z których pierwsze przy figurze nieco odiniennej przypomina w zasadzie uproszczenie dowodzenia Archimedesowego w dziełku Zucchiego. Rozwija dalej Soliski pogląd Arystotelesowy: „im ciężar w dłuższym miejscu prędzej bieg swój odprawuje, tem ciężaru dźwigającemu przybywa“ i twierdzi, że wszystkie maszyny „nie mają innego misterstwa w sobie krom drąga prostego, inaczej a inaczej według potrzeby dźwigających przysposobionego. Gdyż kluby, kafary, windy, koła nic nie zawierają w sobie, tylko drąg jeden prosty, raz albo więcej, ani osobliwszej mocy dodają, nad jeden albo kilka replikowanych drągów.“

Solskiego opisy maszyn są nieraz zbyt rozwlekłe, umie w nich jednak autor określić dobitnie zasadę każdej maszyny. O śrubie mówi, że to jest „pochyłość albo górzystość ustawiczna, której górzystości długość jest obwód jednego gwintu a wysokość — odstępianie końca gwintu jednego od bazy, na której śruba do pionu stoi.“ Wskazówek praktycznych nie szczędzi, a wykazują one człowieka, który nie tylko sam się zajmował praktyką, ale i wogóle interesował żywo pracami technicznymi. „Dwóch śrub, mówi, siła jest przedziwna tak, że niemi cieśle budynki podnoszą: i w r. 1686 sławny Piotr Beber, budowniczy królewski, całą wieżę ratuszową krakowską, nie według godności tego miasta przed kilkunastą lat postawioną, wyniósł z szczęścią pomocników na łokci 12 od murów, nie opuszczając z niej dwóch wielkich cymbałów zegarowych, po kilkadziesiąt centnarów ważących: i znacznej jej wspaniałości przydał, z ochroną znacznie-

szą czasu, i kosztów rozlicznych, na jej rozbieranie, spuszczenie, powtórne ciągnięcie i stawianie."

Treściwie i jasno opisuje Sol ski „różne przemysły traktowania ciężarów," ale zaraz potem podaje dość zawile obliczenia, ile zyskuje się na sile przy użyciu poszczególnych machin. Nie mogąc mieć jeszcze ścisłego pojęcia o prawach tarcia, przytacza jednak kilka spostrzeżeń i wyciąga z nich wniosek: „ze do wiadomości miary ciężaru, którego opór machin dodaje dźwigającemu, siła rzeczy wchodzi; jako gładsze i smarowniejsze czopy, panewki, palce i cewy, także mniejsze koła i w mniejszej liczbie. A przy tem wszystkiem tem więcej roście opór, im bardziej machinę ciężarem obciążysz."

Mówiąc o równi pochyłej, powołuje się na Stevina, poczem przechodzi do opisu różnych figielków mechanicznych a wreszcie do ulubionej swej mrzonki, perpetuum mobile. Jasny zato zupełnie pogląd mechaniczny zawiera przestroga: „Uważ, że się ostrożnie odważać potrzeba na maszyny, bardzo ulżywające ciężary, dla dwóch przyczyn: naprzód, że w nich albo kół i cewów musi być siła, których liczba znaczna bardzo utrudni ulżenie, albo przy malej ich liczbie muszą być koła wielkie, zatem słabe. Druga, że im lżej idzie ciężar jaką machiną, tem więcej potrzebuje czasu machina dla jej obracania."

Dość rozwlekła nauka o śrubie, wreszcie sposoby stosowania niektórych machin prostych w praktyce i inne drobniejsze wskazówki zamykają zabawę pierwszą. W zabawie drugiej mówi Sol ski o kołach zębatych, młynach wodnych, kieratach, wiatrakach, żarnach, wreszcie o różnych biegach i ich skutkach. Jest to dalsze rozwinięcie zabawy pierwszej w szczegółach praktycznych, cała zaś hydromechanika zawartą została w zabawie trzeciej, zamykającej ogłoszony drukiem tom *Architekta*

Napór wody w rurach nazywa Solski „ciężkością przypadkową, albo ciężkością z długości, albo z rozciągnięcia w górę.“ Zasady hydromechaniki podaje krótko i ogólnikowo na podstawie Archimedesesa i Stevina bez uwzględnienia odkrycia Torricelliego. Po krótkich wzmiankach „o znalezieniu wody w ziemi“ i „o znakach wody zdrowej“ następują nauki „o prowadzeniu wody po ziemi i ważeniu wód ciekących“. Opisuje następnie przyrządy do podnoszenia wody, mianowicie śrubę Archimedesesa, elevator skrzynkowy, który nazywa „wiaderkami“, nadmieniając, że je widział w Konstantynopolu, poruszane już to kieratem, już ręcznie korbą, przez pośrednictwo kół zębatach, już wreszcie zapomocą wiatraka. Mówi dalej o ówczesnych wodociągach miejskich, opisuje „rurmusz“ w Augsburgu i wspomina, że wodociąg gdański „to ma osobliwego, że koło skrzyńczone pędzi wodę tłokami w fasę dość szeroką i wysoką, otwieraną z boku dla chędożenia, która pod wierzchem przez kratę rozdaje wodę rurom.“

Architekt Polski Solskiego nie był dziełem uczonem, jak statyka Kochańskiego. Niema tam wzmianki o uczonych, którzy w wieku XVII-ym otworzyli mechanice całkiem nowe drogi. o Galileuszu, Descartes'ie, Torricellim i Huyghensie. Wymienieni są zaledwie Stevin i jezuita Guldin i Mersenne. Z pism, poświęconych mechanice praktycznej, wzmiankowane jest okazałe wydanie dzieła o młynach Jakuba Strada a Rossherg z r. 1617. Jakkolwiek książka Solskiego nie mogła dorównać temu dziełu pod względem rysunków, przewyższyła je jednak przystępnością wykładu, starannym doborem treści, a zwłaszcza jej przystosowaniem do potrzeb krajowych. Podczas gdy Rossherg obok wspaniałych miedziorytów dał tylko krótki tekst objaśniający pióra Bramera, to Solski na-

piisał dobry podręcznik z wystarczającym wykładem teorii, pełen cennych wskazówek praktycznych.

Tak Kochańskiemu, jak i Solskiemu nie można brać za złe zmarnowanych mozolów nad ruchem nieustającym i kilku kart ich dzieł zapełnionych opisem prób nieudanych. W tym względzie pociągnął ich za sobą prąd społeczny, któremu niektórzy tylko pierwszorzędni myśliciele opierali się zwycięsko. Że zaś wogóle prace nad wynalezieniem perpetuum mobile nie zginęły bezowocnie i przyczyniły się ubocznymi wynalazkami do rozwoju mechaniki, to i poszukiwania naszych jezuitów XVII w. w tym kierunku pobudziły ich do innych badań w dziedzinie mechaniki, których owoce pozostały w pismach o statyce i zegarmistrzostwie Kochańskiego i w młynach, wiatrakach, windach i innych urządzeniach, opisanych w *Architekcie Polskim* Solskiego.

V. NEWTON. — LEIBNIZ. — JAKUB I JAN BERNOULLIOWIE. — MASZYNA PAROWA. PAPIN — SAVERY

Galileusz zapoczątkował dynamikę badaniem spadku ciała po równi pochyłej i rzutu pocisku w kierunku poziomym. Pierwszy z tych ruchów był statycznie ograniczony, a drugi zupełnie swobodny. Huyghens rozwijał dalej badanie ruchu statycznie ograniczonego, biorąc pod uwagę wahadło, którego ciężarek, zawieszony na nitce, przebiega drogę ściśle określoną. Badaniem ruchu swobodnego zajął się trzeci z wielkich twórców dynamiki Newton. Oddał on nauce podwójną usługę. Najprzód przez odkrycie ciężenia powszechnego rozszerzył znakomicie zakres mechaniki fizycznej. Winniśmy mu następnie wygłoszenie formalne zasad mechaniki teoretycznej, dziś jeszcze ogólnie przyjmowane.

Izaak Newton, ur. w r. 1642, czyli trzynaście lat po Huyghensie, był uczniem a następnie profesorem Trinity-College w Cambridge. Jego pomnikowe dzieło, *Philosophiae naturalis principia mathematica* (Zasady matematyczne filozofji natury) ukazało się w r. 1686. Jako przedstawiciel uniwersytetu zasiadał w parlamencie, był dyrektorem mennicy w Londynie ■

i prezesem Królewskiego Towarzystwa, najwyższej instytucji naukowej w Anglii. Zmarł w 1727

Ciążenie powszechne przeczuwane już było przed Newtonem, żaden wszakże z jego poprzedników nie wyraził ściśle swego poglądu. Kopernik pisał w r. 1543. w swem dziele *O obrotach ciał niebieskich* „Co do mnie to sądzę, że ciężkość nie jest niczem innem, jak tylko pewnym popędem przyrodzonym, nadanym częściom ciał... aby się one jednoczyły i całość stwarzały, łącząc się z sobą w postaci kulistej.” Keppler w r. 1604 przyrównywał ciężenie do przyciągania magnetycznego. Newton, nie wyrażając zdania o naturze tej siły, rozważał ją matematycznie, bo jak powiedział „wszystko, co nie wynika ze zjawisk jest hipotezą, a hipotezy, czyto metafizyczne, czy fizyczne, czy mechaniczne, czy odnoszące się do rzeczy tajemniczych, nie powinny być przyjmowane w filozofji doświadczalnej. W filozofji tej twierdzenia wyprowadzane są ze zjawisk a ogólniane przez „indukcję“ (t. j. przez wywód zasad „ogólnych ze szczegółowych danych).

W dziele swem określa najprzód Newton ilość materji, mówiąc, że mierzy się ona razem wziętemi: gęstością i objętością. Zapowiada, że ilość materji oznaczać będzie wyrazami: *ciało* lub *masa* i że te ilość poznaje się przez ciężar ciała, gdyż sprawdzał doświadczeniami, że ciężary ciał są proporcjonalne do ich mas. Ilością ruchu nazywa iloczyn z masy przez prędkość i powiada, że ruch całkowity jest sumą ruchów każdej z części. Tak więc ilość ruchu jest podwójna w ciele, którego masa jest podwójną, podczas gdy prędkość zostaje też sama; lecz gdy zdwoimy i prędkość, to ilość ruchu będzie poczwórna. Siłę bezwładności określa jako siłę, która tkwi w materji (*vis insita*) i stanowi jej władzę stawiania oporu. W skutku tej siły, każde ciało pozostaje samo przez się w stanie

spoczynku lub ruchu prostoliniowego i jednostajnego. Siła ta jest zawsze proporcjonalną do masy i objawia się w dwóch postaciach: jako opór, gdy jaka inna siła stara się zmienić stan, w jakim się ciało znajduje, albo też jako impuls, gdy ciało usiłuje zmienić stan stawiającej mu opór przeszkody.

Siła przyłożona (*vis impressa*) jest działaniem, w skutku którego zmienia się stan ciała, czyto stan spoczynku, czy też ruchu prostoliniowego i jednostajnego. Siła ta polega wyłącznie na działaniu i nie pozostaje w ciele gdy działanie ustaje. Ciało jednak utrzymuje się w swym nowym stanie w skutku tkwiącej w niem siły bezwładności. Siła przyłożona pochodzić może z uderzenia, ciśnienia lub siły dośrodkowej.

Siła dośrodkowa jest to ta siła, w skutku której ciała dążą do pewnego punktu, jako do środka, czyto że są ciągnione lub pchane do tego punktu, czy też dążą do niego w jakikolwiek inny sposób. Ciężenie, które sprawia, że ciała dążą do środka ziemi, — siła magnetyczna, w skutku której żelazo dąży do magnesu, i siła, jakakolwiek ona jest, która odciąga w każdej chwili planety od ruchu prostoliniowego i zmusza je do krążenia po linjach krzywych, — wszystkie te siły są dośrodkowe.

Kamień, kręcony w procy, działa na rękę, wyciągając sznur tem silniej, im prędzej kręcimy, — a wyrywa się, gdy go nie przytrzymujemy. Siła przytrzymująca, równa i przeciwna sile, która sznur napręża, skierowana ku ręce trzymającej procę, jest siłą dośrodkową. Tak samo wszystkie ciała, poruszające się po okręgach kół, usiłują się oddalać od środków obrotów. Bez pomocy innej siły, sprzeciwiającej się temu dążeniu, stawiającej mu opór i utrzymującej ciała w ich obrotach, czyli bez pomocy siły dośrodkowej, ciała te poleciałyby po linii prostej ruchem jednostajnym.

Pocisk, rzucony w przestrzeń, nie spadłby na ziemię, gdyby na niego nie działało ciążenie, — lecz leciałby w linii prostej ku niebu ruchem jednostajnym, gdyby powietrze nie stawiało mu oporu. Ciężenie więc sprawia, że pocisk zbacza z linii prostej i nieustannie zbliża się ku ziemi — a zbacza więcej lub mniej, stosownie do wielkości ciążenia i prędkości swego ruchu. Im mniejsze będzie ciążenie pocisku w stosunku do jego masy, tem większa będzie jego prędkość, tem mniej zbaczać będzie od linii prostej i tem dalej spadnie na ziemię.

Kula armatnia, wystrzelona poziomo z wierzchołka jakiej góry z prędkością, pozwalającą jej przebiec dwumilową odległość, zanim spadnie na ziemię, spadłaby dopiero po przebieżeniu mniej więcej czterech mil, gdyby ją wystrzelono z dwa razy większą szybkością, a przy prędkości dziesięć razy większej poleciałaby dziesięć razy dalej (jeżeli pomijać będziemy opór powietrza). I tak, zwiększając prędkość kuli, możnaby powiększać dowolnie nośność strzału, tak że kula spadałaby na ziemię w odległości 10, 30 lub 90 mil lub też mogłaby krążyć koło ziemi, nigdy nie spadając, a nawet polecieć w linii prostej w dal nieskończoną.

Otóż, dla tej samej przyczyny, dla której kula armatnia mogłaby krążyć około ziemi siłą ciążenia, być może, mówi Newton, że i księżyc, czyto siłą ciążenia (przypuszczając, że ciąży), czy też jaką inną siłą kierującą go ku ziemi, odciągany jest w każdej chwili od linii prostej i zmuszony do krążenia po linii krzywej i że bez tej siły nie mógłby się utrzymać na swojej drodze. Gdyby ta siła była mniejszą, nie odciągałaby księżyca od linii prostej, gdyby była większą, odciągałaby go więcej niż potrzeba i zbliżała ku ziemi. Wielkość więc tej siły winna być daną i matematycy muszą określić siłę dośrodkową, potrzebną do tego, aby ciało krążyło po danej drodze, — i odwrotnie,

wyznaczyć drogę, po jakiej ciało winno krążyć przy danej sile dośrodkowej, wychodząc z jakiegokolwiek punktu z daną prędkością.

Określa dalej Newton trzy rodzaje siły dośrodkowej, mianowicie: poruszającą, przyśpieszającą i absolutną, i mówi, że siła przyśpieszająca ma się do poruszającej, jak prędkość do ruchu, gdyż tak samo jak ilość ruchu jest iloczynem z masy przez prędkość, tak i ilość siły dośrodkowej poruszającej jest iloczynem z siły dośrodkowej przyśpieszającej przez masę, bo suma wszystkich działań siły przyśpieszającej na każdą cząstkę ciała jest siłą dośrodkową poruszającą całego ciała. Jest to pierwsze wyrażenie poglądu na materję, jako na sumę jednakich cząstek, których liczba stanowi masę. Po raz pierwszy również określa dalej Newton ruch absolutny i ruch względny i wygłasza swe trzy prawa ruchu, które utworzyły podwalinę dynamiki:

I. Każde ciało trwa w swym stanie spoczynku lub ruchu jednostajnego i prostoliniowego, jeżeli siły przyłożone nie zmuszają ciała do zmiany tego stanu.

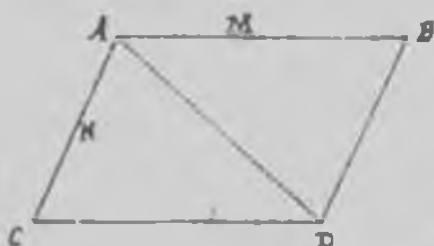
II. Zmiany ruchu są proporcjonalne do siły poruszającej i odbywają się w kierunku linii prostej, wzdłuż której siła jest przyłożona.

III. Działanie jest zawsze równe i przeciwne oddziaływaniu, czyli że wzajemne działania dwóch ciał są zawsze sobie równe i skierowane przeciwnie.

Z praw tych wyciąga dwa wnioski.

I. Ciało, popychane przez dwie siły, przebiega przy równoczesnem działaniu obu sił przekątną równoległoboku w tym samym czasie, w ciągu którego przebiegłoby oddzielnie każdy z boków. Jeżeli w danym przeciągu czasu ciało pod działaniem samej siły M , przyłożonej w A , przebiegłoby ruchem jednostajnym długość AB , a pod działaniem samej siły N , przyłożonej również w A ,

długość AC , to pod działaniem obu sił razem ciało w tym samym czasie przebieży przekątną AD równoległoboku $ABDC$. Bo ponieważ siła N działa według linii AC , równoległej do BD , więc ta siła stosownie do drugiego prawa ruchu, w niczem nie zmienia prędkości, z jaką ciało zbliża się do BD pod działaniem siły M . Ciało więc zbliży się do BD w tym samym czasie bez względu na to, czy siła N była do niego przyłożona, czy



Rys 29.

nie, — i po upływie tego czasu znajdować się będzie w jednym z punktów linii BD . Tym samym sposobem dowieść można, że po upływie tegoż samego czasu ciało znajdować się będzie w jednym z punktów linii CD . Koniecznie więc znajdować się będzie w punkcie przecięcia D tych dwóch linii, po przebieżeniu, na mocy pierwszego prawa, linii prostej AD .

2. Wynika stąd, że siła AD złożona jest z dwóch sił ukośnych jakichkolwiek AB i BD i odwrotnie może być rozłożoną na dwie jakiegokolwiek siły ukośne AB i BD . Ten rozkład i to składanie sił znajdują w każdej chwili potwierdzenie w mechanice.

Te są główne zasady, jakimi Newton zboogacił mechanikę, wyjęte dosłownie z jego pomnikowego dzieła. Objasnienie ruchu ciał niebieskich działaniem siły dośrodkowej, pochodzącej z przyciągania słońca, która w każdej chwili odciąga te ciała od ich drogi naturalnej prostoliniowej, było najgenialniejszym z jego pomysłów. Na wprowadzone przezeń do filozofii natury pojęcie działania z odległości nie zgadzali się uczeni współcześni; zastrzegł się też Newton, że prawo ciążenia powszechnego uważa tylko za prawo matematyczne, a nie za wyraz konkretnej rzeczywistości. Za jego czasów bowiem panowały w świecie

nieczonym poglądy Descartes'a, który ruchy ciał niebieskich objaśniał hipotezą wirów materji subtelnej, utrzymujących planety na ich orbitach. Wiry te poczytywano także za przyczynę ciężkości. Descartes naszkicował na podobnych zasadach objaśnienie tego zjawiska a Huyghens ułożył specjalny traktat, w którym rozwinął i ulepszył objaśnienia Descartes'a. Gdy Newton mówił o przyciąganiu słońca i wogóle o przyciąganiu wzajemnem wszystkich cząstek materji, uważano jego pogląd za zacofany w stosunku do wirów Descartes'a. A jednak metoda Newtona zwyciężyła, wykazując, że można posługiwać się w nauce pojęciem siły, i to siły działającej z odległości, nie znając istotnej jej natury.

Rozważając znaczenie odkryć Newtona dla rozwoju mechaniki, sprowadza je Mach do czterech punktów następujących: 1) uogólnienie pojęcia siły 2) wprowadzenie pojęcia masy, 3) ścisłe i ogólne wyrażenie zasady równoległoboku sił, 4) wprowadzenie zasady równości działania i oddziaływania.

Do dziś jeszcze nie mamy nic do zmienienia w istotnej zawartości praw, które wygłosił Newton, jako zasady dynamiki. Co do równoległoboku sił, to wspominałem w poprzednich wykładach, że Leonard Vinci, Stevin i Roberval wygłaszali już to prawo, lecz wywody ich były czysto statyczne, niezależne zupełnie od własności ruchu. Newton przeciwnie ustalił prawo równoległoboku sił na zasadach dynamiki i jego wywód miał wielkie znaczenie dla samej organizacji nauki. Myśl związania składu rozkładu sił ze składem i rozkładem ruchów, rzuconą już była przez Arystotelesa, który znalazł składanie kinematyczne prędkości a w swej dynamice ustalił związek między siłą a prędkością. W mechanice nowożytnej myśl ta pojawia się w Principiach Newtona, a jedno-

częśnie w pismach dwóch uczonych francuskich: Varignona i Lamv'ego.

Wywody Newtona są czysto geometryczne. Rachunków wyższych, których był twórcą i z których pomocą doszedł do wielu twierdzeń podanych w jego dziele, w wykładzie nie używa. Metodę fluksyj, pod postacią której wytworzył te rachunki, podał dopiero w późniejszych swych pracach. O jej autorstwo powstał wtedy głośny w dziejach matematyki spór między Newtonem a Leibnizem, który już w r. 1675 używał różniczek na dziewięć lat przed pierwszym ogłoszeniem Newtonowskiego rachunku fluksyj. Czyj był pierwszy pomysł analizy matematycznej, która zapewniła dalszy rozwój mechaniki, trudno dziś orzec. Najogólniej przyjmowaną jest opinia, że odkrycia Newtona i Leibniza nastąpiły równocześnie i niezależnie jedno od drugiego. W nauce utrzymały się notacje Leibniza, jako dogodniejsze w użyciu.

W dziedzinie hydromechaniki badał Newton wpływ wody przez otwór w dnie naczynia cylindrycznego pionowego i wnosił, że prędkość wypływu odpowiada połowie wysokości poziomemu w naczyniu. Wkrótce wszakże zmuszony był sam przyznać, że wniosek ten nie daje się pogodzić z naturalną wysokością wytrysków. Dopiero w drugim wydaniu *Principjów* z r. 1714 zwrócił uwagę na skutki ścieśnienia żyły przy wyjściu z otworu i przyjmował, że prędkość w przekroju ścieśnionym odpowiada wysokości poziomemu. Teoria stawiała się zgodniejszą z doświadczeniem, nie zyskując wszakże solidniejszej podstawy. Więcej powodzenia miał Newton przy badaniu ruchu cieczy naturalnych, opierając teorię tego ruchu w pierwszym wydaniu *Principjów* na pojęciu tarcia wewnętrznego sąsiednich strug. Tarcie te określił mówiąc: „Opór, pochodzący z niedostatecznej płynności (*ex defectu lubri-*

citatis), przy jednakich innych okolicznościach jest proporcjonalny do prędkości względnej cząstek."

Podczas gdy w Cambridge, wśród ciszy uniwersyteckiej, pracował Newton, jego współzawodnik w odkryciu rachunków wyższych Gottfried Wilhelm Leibniz używał rozgłośnej sławy w Europie, jako uczony i filozof. O cztery lata młodszy od Newtona, bibliotekarz dworu hanowerskiego, doradca w sprawach naukowych różnych monarchów (nawet Piotr Wielki mianował go tajnym sówietnikiem), Leibniz zajmował się żywo kwestjami mechanicznymi. Między innymi, razem z naszym Kochańskim, z którym prowadził naukową korespondencję, brał udział w rozprawach nad rozkładem ciśnień kuli, umieszczonej na dwóch równiach pochyłych. Rozprawy te prowadzone były na łamach czasopisma lipskiego *Acta Eruditorum* w latach 1684—1693 i nie doprowadziły do ścisłego rozwiązania zadania pomimo, że prawo równoległoboku sił było już znane w r. 1687. Z większym powodzeniem podjął Leibniz inną kwestję mechaniczną, wywołując 57 lat trwający spór uczonych o dwa pojęcia: ilości ruchu i siły żywej.

W artykule, podanym w *Acta Eruditorum* z r. 1686 p. t. Krótki dowód słynnego błędu Descartesa i innych, dotyczącego mniemania o prawa natury, jakoby Bóg używał zawsze tej samej ilości ruchu prawa stosowanego przez nich myślenie, nawet w mechanice, zwrócił uwagę Leibniz, że w maszynach w równowadze obciążenia są w stosunku odwrotnym prędkości przesunięć. Z faktu tego wyciągnąć można wniosek, że iloczyn z „ciała“ (t. j. masy) przez prędkość jest miarą siły. Descartes pożytywał ten iloczyn za ilość niezmienną, lecz Leibniz wnosił, że tylko przypadkowo przy rozważaniu maszyn taka miara siły jest po-

prawną. Dla Leibniza prawdziwa miara siły jest inna i wyznaczać ją należy w funkcji drogi, podobnie jak to robili: Galileusz i Huyghens. Prędkością, nabytą przy spadku, ciało podnieść się może do wysokości, z jakiej spadło. Jeżeli więc przyjmujemy, że jedna i ta sama siła potrzebną jest dla podniesienia pewnego ciężaru do pewnej wysokości, co i ciężaru cztery razy większego do wysokości cztery razy mniejszej, to za miarę siły wziąć należy iloczyn z „ciała” przez kwadrat z prędkości, gdyż biorąc za miarę siły iloczyn z „ciała” przez prędkość, otrzymalibyśmy prędkość, nabytą w spadku, tylko dwa razy większą.

Wracając do tego przedmiotu w następnym artykule z r. 1695, odróżnia Leibniz proste ciśnienie, czyli siłę martwą od siły, jaką ma ciało w ruchu, czyli siły żywej, uważając, że ta ostatnia jest sumą popędów kolejnych ciśnień. Popędy te wytwarzają w rzeczywistości impet mv , ale ten impet nie jest w żadnym razie prawdziwą miarą siły, a ponieważ przyczyna odpowiadać powinna skutkowi, to tę prawdziwą miarę stanowi iloczyn mv^2 . Leibniz zwraca przytem uwagę, że przyjęcie tylko tej miary siły wyłącza możliwość ruchu nieustającego.

Leibniz tak samo, jak Descartes, nie miał jeszcze rzetelnego pojęcia o masie. Mówił o ciałach, o obciążeniach, o ciałach nierównej wielkości, mających jednaki ciężar gatunkowy i t. p., lecz wyraz „masa” użyty przezeń został raz tylko w drugim artykule i prawdopodobnie zapożyczony od Newtona. Dla nadania wyrażeniom Leibniza ściśle określonego znaczenia wypadałoby wprowadzić do nich masę, co też uczynili jego następcy. Zresztą metoda Leibniza jest więcej naukową od Descartes'a, chociaż w artykułach, o których była mowa, pomieszane zostały dwie kwestje: jedna, dotycząca miary siły, a druga — niezmienności obu iloczynów: ilości ruchu i siły żywej.

W rzeczywistości te dwie sprawy nie mają nic wspólnego. Miary siły, podawane przez Descartes'a i Leibniza, a raczej miary zdolności czynnej ciała w ruchu, są obie poprawne, lecz mają każda inne znaczenie. Leibniz zaznaczył wyraźnie, że nie należy ich mieszać ze zwykłą Newtonowską miarą siły. Co się tyczy kwestji niezmienności, ilości ruchu lub siły żywej, to Newton dowiódł już poprzednio, że ilość ruchu jest istotnie stałą dla systemów materialnych swobodnych, nie poddanych żadnemu działaniu zewnętrznemu. Zasada, na której Huyghens oparł teorię wahadła fizycznego, wykazała, że siła żywa pozostaje również niezmienną, gdy jej nie narusza praca, przez siły wykonana. Spór, wszczęty przez Leibniza, ze zwolennikami Descartes'a, polegał więc tylko, jak mówi Mach, na prostych błędach w zrozumieniu znaczenia pojęć: ilości ruchu i siły żywej, a jednak ciągnął się aż do wydania *Dynamiki* d'Alemberta w r. 1743. Wprowadzona wszakże do mechaniki przez Leibniza siła żywa, przemianowana za naszych czasów na energję, stała się zawiązkiem znacznych postępów w różnych działach wiedzy.

W ruchu naukowym, ześrodkowującym się w drugiej połowie XVII w. w czasopiśmie lipskiem *Acta Eruditorum*, żywy udział przyjinowali obok Leibniza matematycy Jakub i Jan Bernoulliowie. Rodzina holenderska Bernoullich, wypędzona dawniej ze swego kraju przez Hiszpanów, osiadła w Bazylei i tam ur. w 1654 r. Jakub Bernoulli był profesorem matematyki; w fizyce był on zwolennikiem poglądów Descartes'a. W swem piśmie *De gravitate Aetheris* z r. 1683 upatrywał przyczynę ciężkości ciał w działaniu otaczającego je płynu sprężystego, który nazywał eterem. W dziedzinie mechaniki zajmował się określonym przez Huyghensa środkiem wahań, nie znajdując, aby była dostatecznie pewną przyjęta za podstawę tego określenia zasada, iż środek cięż-

kości pewnego systemu ciężarów nie może się nigdy wznosić do wysokości większej, niż ta, z której spadał. Rozpatrzył więc gruntownie teorię Huyghensa i usiłował ją wywieść z zasadniczych praw statyki. Po wielu nieudanych próbach doszedł do pierwszego bezpośredniego i ścisłego rozwiązania zadania środka wahań, tem więcej zasługującego na uwagę, że mieści ono w sobie związek głównej zasady dynamiki, mianowicie zasady d'Alemberta. Jakub Bernoulli wziął pod uwagę ruchy, jakie ciężkość nadaje w każdej chwili ciężarom, tworzącym wahadło złożone, — a ponieważ te ciężary, jako związane ze sobą, nie mogą tych ruchów uskutecznić w całości, — rozważał przeto ich ruchy, jako złożone z ruchów, jakie ciężary mogą wykonywać i z innych ruchów, które zostają unicestwione i w skutku których wahadło pozostaje w równowadze. Zadanie sprowadzone zostało w ten sposób do zasad statyki. Jakub Bernoulli doszedł tą drogą do wzorów ogólnych na środek wahań ciężarów wszelkich kształtów, wykazał ich zgodność z zasadą Huyghensa i dowiódł tożsamości środka wahań i środka uderzenia.

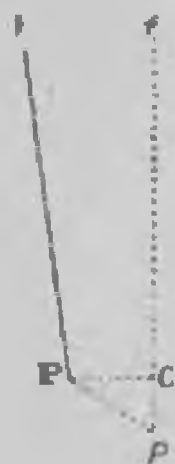
O trzynaście lat młodszy brat Jakuba, Jan Bernoulli, był profesorem matematyki w Gröningen, a później objął katedrę po bracie w Bazylei. Obaj Bernoullowie zajmowali się stosowaniem nowej analizy do rozwiązywania różnych zadań mechaniki a głównie do wyznaczania linii krzywych, czyniących zadość pewnym warunkom. Jakubowi zawdzięczamy izochronę i krzywą sprężystości. Janowi brachistochronę. Jan Bernoulli upamiętnił nadto swe imię, w dziejowym rozwoju mechaniki, przez pierwsze zupełnie ogólne wyrażenie zasady przesunąć przygotowanych.

O różnych kolejach, jakie przechodziła ta zasada, wielokrotnie już przyszło mi wspominać, poczynając od pierwszego jej zawiązku w *P r o b l e m a t a c h M e c h a*

nicznych Arystotelesa, a kończąc na wyrażeniu przez Descartes'a zasady pracy mechanicznej, w którym stosunek prędkości zastąpiony był stosunkiem dróg przebieżonych. Varignon w swym *Projekcie nowej mechaniki*, ogłoszonym w r. 1687, opierał się więcej na Arystotelesie, niż na Descartesie i dopiero w jego „*Nowej Mechanice*” podany został list Jana Bernoulliego z 26 stycznia 1717 r., mieszczący w sobie w całej ogólności pełną zasadę przesunień przygotowanych.

„Wyobraźmy sobie,” mówi Jan Bernoulli, „wiele różnych sił, działających w różne strony i w różnych kierunkach, dla utrzymania w równowadze pewnego punktu, linii, powierzchni, lub ciała; przypuśćmy także, że całemu systemowi tych sił nadamy jakikolwiek ruch bardzo mały, czyto równoległy do pewnej stałej prostej, czy też obrotowy około pewnego stałego punktu. Skutkiem tego ruchu każda z sił posunie się naprzód albo się cofnie po swoim kierunku, o ile nie działa prostopadle do małego ruchu; w tym bowiem przypadku siły nie ulegną zmianie, gdyż posunięcia naprzód lub cofnięcia, które nazywam prędkościami wirtualnymi, są tylko powiększeniami lub zmniejszeniami długości, przedstawiających te siły, a owe powiększenia lub zmniejszenia otrzymać można, prowadząc przez koniec linii, przedstawiającej każdą siłę, prostopadłą do zmniejszonego przez mały ruch kierunku tejże siły. Ta prostopadła odcetnie na nowym kierunku siły pewną małą długość, która będzie miarą prędkości wirtualnej tejże siły. Niech będzie np. P , jakikolwiek punkt systemu, utrzymującego się w równowadze, F jedna z sił, popychających lub przyciągających punkt P w kierunku FP lub PF ; Pp mała linia prosta, którą przebiega punkt P , skutkiem nadanego systemowi małego ruchu. Ruch ten przenosi kierunek siły PF do położenia pF , które będzie ściśle równoległe do PF , jeżeli mały ruch

odbywa się równoległe do pewnej danej prostej, albo też czynić będzie z FP pewien kąt bardzo mały, jeżeli ruch jest obrotem około punktu stałego. Prowadząc PC prostopadło do fp , otrzymamy Cp jako prędkość wirtualną siły F , tak, że iloczyn $F \times Cp$ daie to, co nazywam energią



Rys 30.

(a co my nazywamy pracą przygotowaną). Zauważmy, że Cp jest dodatne lub odjemne względem innych: jest dodatne, jeżeli punkt P jest popychany przez siłę F i kąt FPp rozwarty — a odjemne, gdy kąt FPp jest ostry.

Przeciwnie zaś gdy punkt P jest ciągniony, Cp będzie odjemne przy rozwartym kącie FPp a dodatne przy ostrym. Zważywszy to wszystko, stawiam podanie ogólne następujące: Przy każdej równowadze jakichkolwiek sił, w jakikolwiek sposób przyłożonych i działających według jakichkolwiek kierunków, jedne na drugie, pośrednio lub bezpośrednio, suma energii dodatnich będzie równa sumie energii odjemnych, wziętych ze znakiem przeciwnym."

Jeżeli w to podanie Jana Bernoulliego z r. 1717, które dosłownie przytoczyłem, zamiast „energji”, oznaczającej dziś inne pojęcie w mechanice, wstawimy „pracę wirtualną”, otrzymamy twierdzenie prac przygotowanych, jak jest wyrażane w dzisiejszych podręcznikach mechaniki.

Mówiąc o pracach Huyghensa nad środkiem wahań, zwracałem uwagę, że zasada, na której oparł teorię wahadła fizycznego, polegająca na równości spadku i podniesienia wielu ciał, spadających razem a potem podnoszących się każde oddzielnie z prędkością, nabytą podczas spadku, — sprowadza się do tego, że w ruchu ciał wazkich suma iloczynów z mas przez kwadraty z prędkości w każdej chwili pozostaje bez zmiany, podczas gdy ciała poruszają

się razem w jakikolwiek sposób, lub gdy przebiegają swobodnie też same wysokości pionowe. Zaznaczył to sam Huyghens w piśmie, odnoszącem się do metod, użytych przez Jakuba Bernoulliego i margrabiego de l'Hopital w ich pracach, dotyczących środka wahań. Wniosek ten uważany był jako jedno z twierdzeń mechaniki, lecz skoro Jan Bernoulli przyjął ustalone przez Leibniza różnice między pojęciem sił martwych, czyli ciśnień, działających bez wytwarzania ruchu i sił żywych, towarzyszących ruchowi, — jak również mierzenie sił żywych iloczynami z mas przez kwadraty z prędkości, — doprowadziło go to do uznania powyższego wniosku za wynik teorii sił żywych i ogólne prawo natury, według którego suma sił żywych wielu ciał utrzymuje się niezmienną, podczas gdy te ciała działają jedno na drugie przez proste ciśnienie, a jest stale równa sile żywej, wynikającej z działania tych sił, które nadają ruch ciałom. Jan Bernoulli dał tej zasadzie nazwę zachowania sił żywych i posługiwał się nią z powodzeniem przy rozwiązywaniu niektórych zadań, nie dających się przedtem rozwiązać innemi metodami.

Przechodzę do rozwoju innych działów mechaniki w wieku XVII. Doświadczenia nad tarciem, o których wspominałem, mówiąc o Leonardzie Vincim, podjął fizyk francuski Amontons, a wyniki, do jakich doszedł w r. 1699, potwierdziły wnioski Leonarda, że tarcie jest proporcjonalne do ciśnienia a niezależne od wymiarów powierzchni w zetknięciu. Nad podaniami Amontons'a rozprawiali spółcześni uczeni, nie dochodząc wszakże do ustalenia praw tarcia, na które cały wiek jeszcze czekać przyszło. La Hire powątpiewał o niezależności tarcia od wymiarów powierzchni w zetknięciu; Parent określał współczynnik tarcia jako styczną kąta nachylenia płaszczyzny, przy którym ciało na płaszczyźnie ześlizguje się po niej; jeden Leibniz tylko zwrócił uwagę na nieporuszoną przedtem

okoliczność, że własności fizyczne ciał w zetknięciu nie są bez wpływu na wielkość współczynnika tarcia, który nie może być dla wszystkich ciał jednaki, jak w teorii Amontons'a. Leibniz także pierwszy odróżnił tarcie posuwiste od tarcia potoczystego.

Zainicjowaną przez Galileusza nauką o wytrzymałości tworzyw zajmował się w drugiej połowie XVII w. Robert Hooke i odkrył prawdziwe podstawy teorii wygięcia belki. Opisując w r. 1678 heljoskop i inne narzędzia, jakie zbudował, wygłosił prawo proporcjonalności wydłużeń lub skurczeń, do nateżeń, sprawiających te odkształcenia i zauważył, że pręt wygięty rozciąga się po stronie wypukłej a kurczy po stronie wklęsłej. Wkrótce potem, bo w r. 1680, wspomniany już jako hydraulik Edme Mariotte spostrzegł przy robieniu doświadczeń nad prętami drewnianymi i szklanymi, że stosunek ciężarów, potrzebnych do zerwania i złamania, jest daleko większy, niż w teorii Galileusza, i że najtwardsze nawet ciała wyciągają się i kurczą proporcjonalnie do obciążeń, a po odjęciu ciężarów wracają do pierwotnego stanu. W swoim *Traité du mouvement des eaux*, w rozdziale, poświęconym wytrzymałości rur wodociągowych, mówi wyraźnie Mariotte, że pręt wyginany kurczy się po stronie wklęsłej, a rozciąga po wypukłej, i na zasadzie tych spostrzeżeń umieszcza włókna obojętne w połowie wysokości przecięcia poprzecznego pręta. Przez długi czas jednak nie uznawano zupełnie włókna obojętne i mniemano uporczywie, że w belce wyginanej wszystkie włókna rozciągają się w stosunku rosnącym, począwszy od ściany wklęsłej do wypukłej. Dopiero Parent w rozprawie p. t. *De la véritable mécanique des résistances relatifs des solides* z r. 1713 dowiódł, że suma oporów włókien rozciąganych, musi być

rowna sumie oporów włókien, które się kurczą, ustalając przez to w nauce teorię Mariotte'a.

W tym krótkim przeglądzie dziejów mechaniki, teoretycznej i stosowanej, zajmowały nas dotąd ciała stałe i ciecze. Z dziedziny mechaniki gazów i par wzmiankować mogłem tylko coilpilę Herona, jako pierwszy przyrząd, w którym ruch obrotowy wywołany został przez wypływ pary, — przyrządy oparte na działaniu ciśnienia powietrza, jakie opisywali Heron i Philon z Bizancjum i armatę parową naszkicowaną przez Leonarda Vinci. Z pompami powietrznymi, których niejasne zarysy przeglądały w pismach Herona i Philona, ściślejsze doświadczenia wykonywali w XVII w. Boyle w Anglii i Guericke w Niemczech. Huyghens, bawiąc w 1661 r. w Londynie, zapoznał się z wynikami prac Boyla i, wróciwszy do Haagi, poświęcił wiele pracy budowie maszyny pneumatycznej, posługując się przytem pomocą Dionizego Papina, którego dawniej poznał w Paryżu.

Papin, urodzony w Blois w 1647 r., doktor medycyny, pracował razem z Huyghensem a następnie z Boylem nad budową pompy powietrznej. W Anglii doszedł w r. 1680 do zbudowania pompy dwucylindrowej. Protestant, po odwołaniu edyktu nantejskiego nie mogąc wracać do Francji, powołany został przez Landgraфа heskiego na katedrę w Marburgu. W r. 1684 zbudował pierwszą pompę obrotową oraz wentylator do przewietrzania kopalń. Nastąpiła później budowa dzwonu powietrznego do poszukiwań podwodnych, silnika, opartego na sile wybuchowej prochu, wreszcie prace nad maszyną parową.

Pierwszą myśl spożytkowania prężności pary do podnoszenia wody powziął w początku XVII w. inżynier francuski Salomon de Caus, pozostający na służbie przy ówczesnym władcy Palatynatu Fryderyku V-ym. W swem dziele p. t. *Les raisons des forces mouvantes*

t e s, ogłoszonym w r. 1624 we Frankfurcie, opisał „kulę miedzianą, wewnątrz pustą, starannie oblutowaną z otworem do nalewania wody, który można było zamykać — i rurką pionową, przechodzącą przez szczyt kuli, której koniec dolny dochodzi prawie do spodu jej wnętrza. Po napełnieniu kuli wodą i starannem zamknięciu wzmiankowanego otworu kulę ustawiano na ogniu, a wywiązująca się para, wypychała wodę przez rurkę nazewnątrz.“ Pomysł Salomona de Caus, zapożyczony od Herona, wprowadzony został w życie w Anglii przez margrabiego Worcester. Para, wychodząca z kotła, przeprowadzana była dwiema rurami, zaopatrzonemi w krany, kolejno do dwóch naczyń, z których wypychała wodę do rury, idącej w górę. Z dwóch kranów zawsze jeden tylko był otwarty tak, że, podczas gdy para z jednego naczynia wypychała wodę, to drugie przez ten czas pozostawało pełne. Nadzieje, pokładane przez Worcestera w przyszłość jego maszyny, nie spełniły się i wynalazek został zapomniany, podczas gdy jego autor umierał w r. 1667.

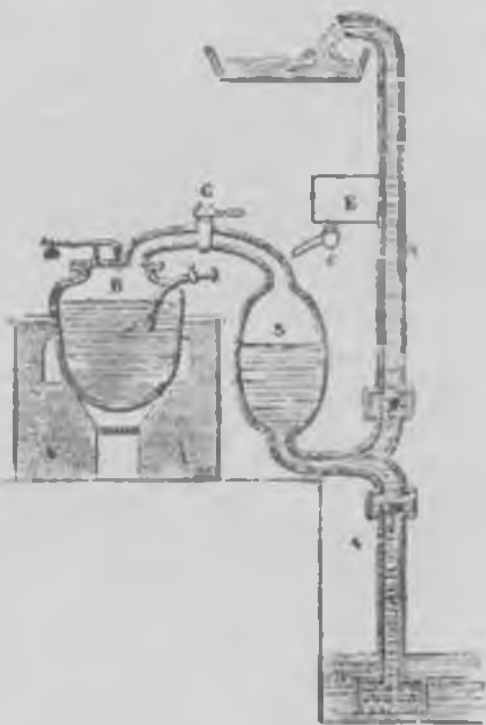
Ponad te wysiłki wzniosły się prowadzone w Marburgu prace Papina. W r. 1690 ogłosił on w lipskich *Acta Eruditorum* artykuł p. t. Nowa metoda otrzymania tanio znacznych sił, w którym, opisawszy swe próby wytwarzania próżni pod tłokiem w cylindrze pompy, za pośrednictwem wybuchu prochu, temi słowy wyraża swą myśl twórczą: „Ponieważ woda, zamieniona w parę, przy użyciu ognia, ma własność wywierania ciśnienia, podobnie jak powietrze, a następnie własność tę traci, gdy się ją skrapla przez oziębianie, — sądziłem, że nietrudno będzie zbudować maszyny, w których zapomocą umiarkowanego i taniego ogrzewania woda wytwarzać będzie próżnię doskonałą, którą niepotrzebnie usiłowano otrzymywać przy użyciu prochu armatniego.“ Mówi dalej, że z pomiędzy różnych ustrojów, jakie można

obmyśleć w tym celu, najlepszym wydał mi się następujący: W cylindrze pionowym *A*, u spodu zamkniętym, porusza się tłok *B*, szczelnie przylegający do ścian cylindra. Dług tłoka *D* przechodzi przez otwór w pokrywie *II*. Gdy tłok jest podniesiony do góry, można go zatrzymać w tem położeniu zapomocą drążka poziomego *C*, umieszczonego na pokrywie, wchodzącego w wycięcie, zrobione w drągu tłoka i przyciskającego do tego drąga sprężyną *G*, umieszczoną również na pokrywie cylindra. Sprężyna ta wypycha drążek w wycięcie, gdy tylko tłok tak wysoko się podniesie, że wycięcie staje nad pokrywą. W tłoku zrobiony jest otwór *L*, przez który wychodzi powietrze z pod tłoka, gdy tłok się opuszcza. Jeżeli do cylindra *A* nalejemy trochę wody i wprowadzimy tłok, opuszczając go aż do ukazania się wody przez otwór *L*, zamykamy wtedy ten otwór drążkiem *M* i nakładamy pokrywę *II*, mającą wszystkie potrzebne otwory, aby zamykała cylinder bez trudności. Wtedy podkładamy pod cylinder umiarkowany ogień, który go szybko rozgrzewa i znajdująca się pod tłokiem woda zamienia się w parę. Ciśnienie tej pary, pokonywując działające na tłok ciśnienie atmosfery, wypycha tłok do góry, dopóki wycięcie w drągu tłoka nie ukaże się nad pokrywą. Wtedy sprężyna *G* wciska drążek *C* w wycięcie i zatrzymuje tłok. Po usunięciu ognia, lekki cylinder szybko stygnie, kondensuje się w nim para i wytwarza się próżnia. Wysuwając wtedy z wycięcia drążek *C*, dajemy tłokowi swobodę ruchu i ciśnienie powietrza spycha tłok na spód cylindra.



Rys. 31

Jak łatwo wnosić można z opisu, wynalazek Papina niemożliwym był do urzeczywistnienia w praktyce, tkwiła w nim jednak myśl genialna wytwarzania próżni za pomocą pary, na której się oparły późniejsze prace nad maszyną parową. W Anglii tymczasem, rozwijając ideje Salomona de Caus i margrabiego Worcestera, opatentował w r. 1698 kapitan Savery pompę parową, złożoną z kotła *B*, oziębialnika *S*, rury ssącej, która schodzi do zbiornika *R* i rury tłoczącej *A*. Gdy oziębialnik *S* jest napełniony do połowy, para, dochodząca z kotła *B* przy



Rys. 32

otwartym kurku *C*, wchodzi nad wodę i na nią ciśnie. Pod tem ciśnieniem woda zamyka przepustnik dolny, a otwiera górny i podnosi się w rurze *A*. Po wyjściu wody z oziębialnika zamyka się kurek *C*; umieszczony nad oziębialnikiem zbiornik wody zimnej *E* wypuszcza tę wodę po otwarciu kurka *e* i oziębialnik chłodzi. Para, wypełniająca oziębialnik *S* zostaje skroploną i w oziębialniku wytwarza się próżnia. Ciśnienie powietrza na poziom wody w zbiorniku *R* wpycha wtedy tę wodę

do rury ssącej, woda otwiera przepustnik dolny, zamyka górny i wypełnia oziębialnik *S*. Taki był pomysł kapitana Savery, którego główną oryginalność stanowił zewnętrzny napływ wody zimnej na oziębialnik a w którym ciśnienie powietrza na poziom wody w zbiorniku dolnym, odpowiadało takiemuż ciśnieniu na tłok w cylindrze Papina.

Maszyna parowa Saveryego była pierwszą zastosowaną w Anglii do podnoszenia wody. W zastosowaniu pomysł pierwotny został rozszerzony, przez zdwojenie oziębialnika, co pozwalało, podczas gdy jeden oziębialnik był ochłodzony, podnosić tymczasem wodę wypełniającą drugi. Maszyna jednak przedstawiała też samą własność, jaką się odznaczały pomysły Salomona de Caus i margrabiego Worcestera. Jakkolwiek nie podnosiła wody gorącej wprost z kotła, to jednak stykanie się pary z wodą, wypełniającą oziębialnik, rozgrzewało tę wodę, gdyż prężność pary rozpoczynała swe działanie w oziębialniku dopiero po skropleniu się znacznej jej ilości. Nad usunięciem tego braku pracować zaczął Papin, a o tych jego nowych pracach przyjdzie mi mówić, przedstawiając rozwój mechaniki w XVIII stuleciu.

VI. EULER — D'ALEMBERT. — DANIEL BERNOULLI. — CLAIRAUT. — WATT.

W poprzednim wykładzie mówiłem o pracach najznakomitszego z twórców mechaniki Newtona, który przez odkrycie ciężenia poszechnego rozszerzył zakres mechaniki fizycznej i wygłosił prawa, stanowiące do dziś podstawę nauki o ruchu. Wywody jego były, podobnie jak Huyghensa, czysto geometryczne. Wielki twórca analizy matematycznej do zadań mechaniki stosował wyłącznie syntezę; stosowaniem zaś do tych zadań nowych metod analitycznych zajmowali się Jakub i Jan Bernoulliowie. Znakomicie rozwinięte przez nich te metody zawładnęły w XVIII w. całym obszarem mechaniki teoretycznej; na czele zaś promotorów tego ruchu stanęli znakomici matematycy ówcześni Euler, d'Alembert i Daniel Bernoulli.

Leonard Euler urodził się w r. 1707 w Bazylei. Dwudziestoletniego uczonego Szwajcara pociągęli za sobą do Petersburga koledzy rodacy, dwaj synowie Jana Bernoulliego, Daniel i Mikołaj, którzy obaj byli tam członkami świeżo założonej za poradą Leibniza Akademii Nauk. Wkrótce Daniel Bernoulli, nie mogąc znieść klimatu petersburskiego, wrócił do Bazylei — a Euler objął po nim w uniwersytecie katedrę matematyki wyższej.

Lecz i jemu nie sprzyjał Petersburg; gdy z nadmiaru pracy zapadł na zdrowiu, w chorobie tej utracił prawie oko. W r. 1741 powołała Eulera Akademia berlińska na dyrektora klasy matematyki. Pracował tam przez lat 25, a gdy, wezwany ponownie do Petersburga w r. 1766, w przejeździe bawił przez 10 dni w Warszawie, przyjmowany był przez Stanisława Augusta. Zaraz po przybyciu do Petersburga, poddał się operacji zdjęcia katarakty na lewym oku; operacja się nie udała i Euler został prawie zupełnie niewidomym. Na czarnej tablicy mógł dojrzeć zaledwie grubą białą linię, lecz dzięki nadzwyczajnej pamięci i wyobraźni pracował i tworzył do zgonu, który nastąpił w r. 1783. Liczba pism, rozpraw i dzieł Eulera, pisanych po łacinie, francusku i niemiecku, dochodzi prawie do ośmiuset. Niemal wszystkie osobno wydane jego dzieła stały się klasycznymi, wywarły wielki wpływ na postęp nauki i dziś jeszcze czytane być mogą z korzyścią, dla bogactwa treści, oryginalności spostrzeżeń i niezrównanej jasności wykładu.

Szereg prac nad mechaniką analityczną rozpoczął Euler dziełem: *Mechanica sive motus scientia analitice exposita*, wydanem w Petersburgu w r. 1736. Traktował w nim wyłącznie analitycznie zadania, które przed nim Newton i Herrman, również Szwejcar, autor *Foronomji* wydanej w Amsterdamie w 1716, rozwiązywali metodą syntetyczną. W dwóch księgach tego dzieła rozważa ruchy punktu fizycznego, w księdze pierwszej punktu swobodnego, a w księdze drugiej — przebiegającego wyznaczoną drogą. Rozkłada przytem ruchy według kierunków, odpowiadających poszczególnym zadaniom i najczęściej używa rozkładu według stycznej i normalnej do krążnej. Rzuty ruchow na trzy osie prostokątne nie były jeszcze znane, zostały po raz pierwszy przez Maclaurina



matematyki w Edynburgu, w jego dziele *Treatise on Fluxions* z r. 1742.

W tych czasach także wprowadzoną została do mechaniki, dziś już pomijana w podręcznikach, zasada najmniejszego działania. Twórcą jej był prezes berlińskiej Akademii Nauk, matematyk francuski Maupertuis — a brzmienie czysto metafizyczne: „Gdy jaka zmiana następuje w naturze, to potrzebna dla jej dokonania ilość pracy jest możliwie najmniejszą.” Pracę określał Maupertuis, jako iloczyn z masy, prędkości i drogi przebieżonej, a zasadę opierał na mądrości Stwórcy i Rządcy świata, który nie dopuszcza marnowania pracy. Analitycznie zasada Maupertuisa polegała na tem, że w ruchu ciał, działających jedne na drugie, suma iloczynów z mas przez prędkości i przebieżone drogi, jest minimum. W zastosowaniu schodziła się z zasadą prędkości przygotowanych, co zwłaszcza było wyraźnem dla przypadku równowagi w tak zwanem „prawie spokoju” następującem: „Warunki równowagi są wypełnione, jeżeli potrzebna do jej naruszenia ilość pracy w pobliżu położenia równowagi jest minimum.” Byłaby też ta zasada przeminęła bez śladu, gdyby nie Euler. Ten wielki mąż, pozostawiając zasadzie jej nazwę a Maupertuisowi chwałę odkrycia, wytworzył z niej zasadę nową, praktyczną i dającą się spożytkować. W swym traktacie o izoperimetrach: *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes* z r. 1744, rzucił Euler pierwszą myśl zasady, polegającej na tem, że w krążnych, obieganych przez ciała pod działaniem sił centralnych, całka prędkości pomnożona przez element krzywej, daje zawsze maximum lub minimum. Prosty przykład pozwala zdać sobie sprawę z tej zasady Eulera. Skoro ciało podczas ruchu nie może opuszczać danej powierzchni, jego ruch pod

działaniem jakiegokolwiek impulsu będzie taki, że między punktem wyjścia a dojścia przebiegnie drogę najkrótszą. Zasadą tą posługują się teorie wiatrów i prądów morskich.

Przy badaniu ruchów dynamika abstrahowała zrazu kształt ciał i rozważała tylko ruchy niepodzielnych punktów. Im bliższymi wszakże ukończenia stawały się te poszukiwania, tem więcej starano się wyznaczać także ogólne ruchy całych systemów punktów czyli ciał. Ruchy wszakże niezmiennych systemów punktów, czyli ciał absolutnie sztywnych, które najprzód badać zaczęto, okazały się trudniejszymi do rozpatrzenia, od wszystkich innych zadań mechanicznych dotąd traktowanych, a to przede wszystkim dlatego, że szło tu o wprowadzenie do wzorów matematycznych nie tylko ruchów prostoliniowych postępowych, ale także ruchów obrotowych, wielokrotnie składanych. Gdy ciało, na które siła w sposób ciągły nie działa, porusza się w skutku otrzymanego uderzenia, to nie tylko bieży naprzód w przestrzeń, ale także, w jakikolwiekby sposób obraca się około osi stałych lub zmiennych. Huyghens, rozważając wahadło fizyczne, zapoczątkował tę dziedzinę, a jakkolwiek szło tam tylko o obrót około jednej osi stałej bez ruchu postępowego, to jednak miał do zwalczenia znaczne trudności. Tymczasem, mechanika musiała się zająć temi kwestjami, — astronomja zwłaszcza domagała się ich rozpatrzenia. Dopóki planety przyjmowano za kule geometryczne, można je było traktować jako punkty, w których środkowywała się ich masa. Gdy wszakże zauważono nieregularności kształtu, jak spłaszczenie, musiano sobie postawić pytanie, jaki to ma wpływ na ich obrót, i spodziewano się znaleźć w odpowiedzi objaśnienie wielu nieprawidłowości ich ruchu, jak np. poprzedzania punktów równonocnych. Daniel Bernoulli i Euler wykazali już w r. 1737 że ciało, po otrzymaniu ukośnego uderzenia

poddane jest w swym ruchu dwóm prawom: 1. środek ciężkości ciała porusza się w ten sposób, jak gdyby uderzenie było nań wprost skierowane, 2. jednocześnie ciało obraca się około swego środka ciężkości, jakby tenże był nieruchomy. Chodziło więc o dalsze rozwinięcie teorii podobnego obrotu około jednego punktu. Obrót ten może się dokonywać około stałej osi, przechodzącej przez środek ciężkości, ale także może być złożony, t. j. oś obrotu może jednocześnie zmieniać swe położenie. Zawsze wszakże obrót rozłożony być może, podobnie jak ruch postępowy, według trzech osi, — to jest, zastąpić go można trzema równoczesnymi obrotami około trzech osi, do siebie prostopadłych, a przechodzących przez środek ciężkości. Tę teorię osi głównych obrotu z dalszemi jej rozwinięciami ufundował Euler w swem znakomitem dziele *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum* z r. 1765. Był to pierwszy systematyczny wykład mechaniki systemów niezmiennych. Nadmienić trzeba wszakże, że o trzech osiach głównych obrotu pisał już w r. 1753 Segner, Węgier, wynalazca koła wodnego o oddziaływaniu, w dziele *Specimen theoriae turbine*.

Wśród słynnych matematyków XVIII stulecia po Eulerze pierwsze miejsce zajął d'Alembert. W r. 1717 w Paryżu nad znalezionem na stopniach kościoła St. Jean le Rond, wątlęciem dzieckiem zlitował się komisarz policji i zamiast je odesłać do domu podrzutków powierzył na odchowanie żonie biednego rzemieślnika. Pod jej macierzyńską opieką słaby zrazu chłopczyk wnet przyszedł do sił i zdrowia a że zadziwiające okazywał zdolności, w dwunastym roku życia oddany został przez dobroczynne osoby do Collège Mazarin, gdzie we wszystkich klasach odbierał pierwsze nagrody. Wyrósłszy na młodzieńca, najprzód poświęcał się prawu, następnie medy-

cynie aż wreszcie dwie prace matematyczno-fizyczne zwróciły nań powszechną uwagę. Były to rozprawy: o ruchu ciał stałych w płynach i o rachunku całkowym, które Akademia Nauk oceniła tak wysoko, że dwudziesto-czteroletniego ich autora, Jana le Rond d'Alemberta, obrała swoim członkiem. Dalsze jego prace wywarły wielki wpływ na rozwój matematyki, mechaniki i mechaniki niebieskiej.

W swem dziele *Traité de dynamique* z r. 1743 rozstrzygnął długotrwały spór Leibniza ze zwolennikami Descartes'a w kwestji: czy działanie siły jest proporcjonalne do prędkości, jaką siła nadaje ciału, czy też do kwadratu z tej prędkości — i wykazał, że spór ten w istocie rzeczy jest bezprzedmiotowy, bo jeżeli siły działają na jednakie masy przez czas jednak, działanie ich jest proporcjonalne do prędkości, jakie masom nadają; jeżeli zaś działają na masy w ciągu ich ruchu po jednakich drogach, to są proporcjonalne do kwadratu z prędkości. W temże dziele wyłożył słynną swą zasadę, która dała metodę ogólną rozwiązywania zadań, tyczących się ruchu układów ciał, połączonych ze sobą jakimkolwiek sposobem. Zadania tego rodzaju zaprzętały długo uwagę najznakomitszych uczonych, jak tego przykład przedstawiałem, mówiąc o pracach Huyghensa i Jakuba Bernoulliego nad środkiem wahań. Trudność polegała na wykryciu sił, któremi zastąpić należało połączenia, aby badanie ruchu ciał, związanych ze sobą, sprowadzić do ruchu punktów materialnych, zupełnie swobodnych. Pokonywano tę trudność w szczególnych przypadkach, lecz dopiero d'Alembert podał zasadę ogólną badania ruchu ilukolwiek ciał, działających na siebie w sposób jakikolwiek. Zasada ta wyrażaną dziś bywa w krótkich słowach: „W każdej chwili w skutku połączeń zachodzi równowaga między siłami wprost przyłożonemi a siłami bezwładności.“

Oprócz zasady, noszącej jego imię, dał jeszcze d'Alembert, w swojej *Dynamice*, rozszerzenie zasady newtonowskiej, orzekającej, że stan spoczynku lub ruchu środka ciężkości wielu ciał nie ulega zmianie, przy jakimkolwiek wzajemnem działaniu na siebie tych ciał, tak że środek ciężkości ciał, działających jedne na drugie w jakikolwiek sposób, czyto przez nitki, czy przez pręty, albo przez wzajemne przyciąganie, gdy niema żadnego działania ani żadnej przeszkody zewnętrznej, pozostaje zawsze w spoczynku, lub w ruchu jednostajnym po linii prostej. D'Alembert wykazał, że jeżeli na każde ciało działa siła przyśpieszająca stała, równoległa do sił, działających na inne ciała, lub skierowana wraz z niemi do stałego punktu i działa w stosunku do odległości, to środek ciężkości wszystkich ciał opisuje tę samą krzywą, jak gdyby wszystkie ciała były swobodne.

Trzeci z wybitnych matematyków pierwszej połowy XVIII w. Daniel Bernoulli, syn Jana, urodzony w r. 1700, o którym parokrotnie już przyszło mi wspominać, pozostawiwszy swego młodego kolegę Eulera na swem miejscu w Petersburgu, wrócił do Bazylei i tam pracował do zgonu w r. 1772. Równocześnie z Eulerem i francuskim matematykiem, kawalerem d'Arcy, wprowadził do mechaniki w r. 1746 nową zasadę, zwaną zasadą zachowania momentu ruchu obrotowego. Z trzech matematyków, o których mowa, Bernoulli i Euler uważali, że przy ruchu wielu ciał około pewnego środka stałego suma iloczynów z masy każdego ciała, przez prędkość obrotu około środka i przez odległość od tegoż jest zawsze niezależna od działań wzajemnych, jakie wywierają na siebie ciała jedne na drugie, i pozostaje stałą, gdy niema żadnego działania ani żadnej przeszkody z zewnątrz. Do postawienia tej zasady doprowadziło ich obu badanie ruchu wielu ciał, poruszających się wewnątrz rury o danym przekroju, która może

się tylko obracać około jednego punktu, czyli stałego środka obrotu. Kawaler d'Arcy wyraził tę zasadę inaczej, twierdząc, że suma iloczynów z masy każdego ciała przez powierzchnię, jaką zakreśla jego promień, wodzący w ruchu około stałego środka, jest zawsze proporcjonalną do czasu. Tak wyrażona zasada jest uogólnieniem twierdzenia Newtona o powierzchniach, zakreślanych przy działaniu jakichkolwiek sił dośrodkowych, a jej analogję, a raczej tożsamość z zasadą Daniela Bernoulliego i Eulera dostrzec można, zważywszy, że prędkość obrotu wyraża się ilorazem z elementu łuku koła przez element czasu i że pierwszy z tych elementów, pomnożony przez odległość od środka, daje element powierzchni, opisaney wokół tego środka.

Zasadę zachowania sił żywych, której autorem był jego ojciec, uogólnił Daniel Bernoulli w r. 1748, wykazując, jak stosować ją można do ruchu ciał, uskutecznianego pod działaniem jakichkolwiek wzajemnych przyciągań, lub też przyciągań do środków stałych, przyczem przyciągania są proporcjonalne do jakichkolwiek funkcji odległości od tych środków.

Od mechaniki ciał stałych przechodząc do hydromechaniki, przypomnieć winieniem, że z pomocą zasady prędkości przygotowanych w kształcie, nadanym jej jeszcze przez Descartes'a, objaśnił Pascal główną własność cieczy, mianowicie równomierne rozchodzenie się w nich ciśnienia we wszystkich kierunkach. Z tej własności wyprowadzoną być mogła cała hydrostatyka, dalsze jednak prace uczonych podążały do tego celu innemi drogami. Ścisłym przedmiotem tych prac była słynna kwestja określenia kształtu ziemi, uważanej jako masa cieczy, która pozostaje wciąż w równowadze pod działaniem na każdą cząsteczkę siły ciężkości i siły odśrodkowej ruchu obrotowego. Pracując nad określeniem kształtu ziemi, przyjął

Huyghens za zasadę równowagi masy ciekłej, prostopadłość ciśnienia do powierzchni, a Newton równość ciężarów słupów cieczy, schodzących się w środku ziemi. Bouguer zauważył, że oddzielne stosowanie każdej z tych zasad dawać może niejednaki wynik, i wnosił, że dla określenia równowagi masy ciekłej przyjąć trzeba jednocześnie obie zasady i ich zgodność przy ustalaniu kształtu powierzchni zewnętrznej. Clairaut dowiódł, że i przy tej zgodności równowaga w niektórych przypadkach nie zostaje osiągniętą, a Maclaurin uogólnił zasadę Newtona, ustalając, że w masie ciekłej w równowadze każda cząstka winna być jednakowo naciskana przez wszystkie prostopadłości słupów cieczy, które się na niej opierają, a których wierzchołki leżą na powierzchni zewnętrznej masy ciekłej.

Jak w mechanice ciał stałych, tak i w hydromechanice nie ustawało dążenie do ściślejszego dowodzenia zasad, dostatecznie sprawdzonych doświadczeniem. Prawo równowagi cieczy w naczyniach połączonych wyprowadzał Daniel Bernoulli z zasady, że powierzchnia cieczy w spoczynku jest poziomą, a d'Alembert, znajdując, że to dowodzenie nie jest wystarczającym, przybierał do pomocy zasadę Pascala, równomiernego rozchodzenia się na wszystkie strony ciśnień w płynach. W słynnej pracy Clairauta *Théorie de la figure de la terre, tirée des principes de l'hydrostatique* z r. 1743 spotykamy pierwsze usiłowania sprowadzenia zasad hydrostatyki do ogólnych praw statyki. Chodzi tam najprzód o podporządkowanie wzmiankowanych hipotez Huyghensa i Newtona pewnej rozleglejszej i pełniejszej zasadzie. Clairaut więc przyjmuje zasadę następującą: warunkiem równowagi całej masy ciekłej jest równowaga cieczy w jakimkolwiek dowolnym kanalik idealnym, idącym od środka masy do powierzchni zewnętrznej, lub tworzącym obwód zamknięty, wewnątrz

którego wszystkie dążenia cząstek do poruszania się wzajemnie się znoszą. Opierając się na tej zasadzie, wywiódł Clairaut prawa równowagi masy ciekłej, na której wszystkie cząstki działają jakiekolwiek siły, i podał pierwszy znane trzy równania hydrostatyki o pochodnych cząstkowych. On także dał nazwę powierzchni poziomym powierzchniom w płynie, których wszystkie punkty ponoszą jednakie ciśnienie.

Kanalik Clairauta zastąpić można bezpośrednio zasadą prostszą, przypominającą wzmiankowany pomysł Maclaurina. Można mianowicie, wychodząc z zasady równości ciśnień we wszystkich kierunkach, przyjmować ciecz, jako rozłożoną na nieskończenie małe prostościány, i dla dwóch ścianek przeciwległych brać pod uwagę ciśnienie, przeciwcisknienie i siłę zewnętrzną. Sumy rzutów tych sił na każdą z trzech osi współrzędnych, przyrównane do zera, dają żądane trzy równania równowagi. W ten sposób wywiódł Euler równania równowagi cieczy, wprowadzając do nich po raz pierwszy w miejsce przyjmowanego do jego czasów pojęcia ciśnienia, jako ciężaru słupa cieczy, ciśnienie na jednostkę powierzchni, wielkość niezależną od kierunku, która pomnożona przez prostopadły do niej element powierzchni daje ciśnienie na ten element. Wywód Eulera, podany w jego rozprawie *Principes généraux de l'état de l'équilibre des fluides* z r. 1755 powtarza się do dziś przy wykładach hydrostatyki.

Teorję stateczności równowagi ciał pływających podał pierwszy wspomniany matematyk i fizyk francuski Bouguer w swem dziele *Traité du navire* z roku 1746. On to nazwał metacentrem punkt przecięcia wyporu z osią pływania na przekroju poprzecznym ciała pływającego.

Z hydrodynamiki, mówiąc o pracach Newtona, opisywałem jak usiłował on wywieść teoretycznie twierdzenie Torricelliego o wypływie wody z naczyń. Proponowana przez Newtona teoria, stanowiąc najmniej zadowalniający ustęp jego pomnikowego dzieła, ma jednak pewne historyczne znaczenie. Porównywując bowiem jej wyniki z wypadkami doświadczeń, Newton pierwszy zauważył ciekawe zjawisko ścieśnienia żyły wodnej, wychodzącej przez otwór w cienkiej ścianie i o zjawisku tem podał wiadomość w drugim wydaniu *Principjów* z r. 1714.

Twierdzenie Torricelli'ego, dotąd doświadczalnie tylko sprawdzone, okazało się szczególnym przypadkiem wywiedzionego przez Daniela Bernoulliego w jego dziele *Hydrodynamica* z r. 1728 ogólniejszego twierdzenia, dającego prędkość na któremkolwiek przecięciu żyły wodnej. Nie znając ani liczby, ani kształtu cząstek cieczy i nie mogąc określić ruchu każdej z nich po szczególe, Bernoulli wziął pod uwagę wypływ cieczy przez otwór w dnie naczynia, w którym powierzchnia poziomu utrzymywana jest na niezmiennej wysokości. Wyobraziwszy sobie całą masę cieczy, podzieloną na nieskończoną liczbę warstw poziomych, jednakiej objętości, przyjął, że podczas wypływu warstwy te pozostają stale w zetknięciu jedna z drugą, a wszystkie ich punkty obniżają się w kierunkach pionowych z prędkościami, odwrotnie proporcjonalnymi do przekrojów poziomych naczynia. Do oznaczenia ruchu którejkolwiek warstwy zastosował zasadę, nazwaną przez jego ojca Jana Bernoulliego zasadą zachowania sił żywych, i doszedł do twierdzenia, noszącego imię Daniela Bernoulliego, na którem się do dziś opiera większość podań hydrauliki.

Przyjętej przez Daniela Bernoulliego hipotezy równoległości warstw trzymał się jeszcze d'Alembert w swem dziele: *Traité de l'équilibre et du mouvement*

des fluides z r. 1744; podaną w niem wszakże teorię ruchu płynów oparł już na noszącej jego imię zasadzie, która przez wprowadzenie pozornych sił bezwładności pozwala sprowadzać zadania ruchu do zadań równowagi. Zastosowanie tej zasady do wywiedzionych wtedy właśnie przez Clairauta równań ogólnych równowagi płynów pozwoliło otrzymać natychmiast zasadnicze równania hydrodynamiki. W ten też sposób doszedł do tych równań d'Alembert w rozprawie: *Essai d'une nouvelle théorie sur la resistance des fluides* z r. 1753. Euler uzupełnił je, iak to uczynił dla równań hydrostatyki, przez ściśle określenie ciśnienia w płynach.

Naukę o wytrzymałości tworzyw zbogaciły w omawianym perjodzie pierwsze poszukiwania w przedmiocie stałości sklepień i podpór sklepieniowych. Jakkolwiek bowiem zasady budowy sklepień były już znane w starożytności, to jednak dopiero Lahire podał w r. 1712 pierwsze sposoby geometryczne sprawdzania ich stałości. Wychodził on z przypuszczenia, iż każde sklepienie, nie mogące utrzymać się w równowadze, pęka w połowie łuku, między kluczem a podporą — i, uważając część górną łuku za jedną bryłę, a część dolną wraz z podporą za drugą bryłę klinowatą, obliczał ciśnienie jednej na drugą z zupełnem pominięciem tarcia w stosudze pęknięcia. Taki sposób uważania rzeczy prowadził naturalnie do wypadków bardzo niepewnych, a przytem teoria ta nie dawała prawdziwego punktu przyłożenia wypadkowej ciśnień ani w stosudze pęknięcia, ani w kluczu i łożysku oporowem, a tem samem nie mogła służyć do sprawdzenia wywrotności zworników. Mimo jednak te braki, teoria Lahire'a utrzymywała się w nauce przez pół wieku przeszło. W ciągu tego czasu jeden, tylko Couplet starał się ją sprostować, przedstawiając Akademji w r. 1729 nową teorię sklepień, opartą na przypuszczeniu, że w chwili

zerwania równowagi zworniki sklepienia obracają się około swych krawędzi. Praca jego wszakże, jakkolwiek obfitująca w poglądy, spożytkowane przez późniejszych autorów, przeszła niepostrzeżenie.

W teorii belek prostych utrzymywały się tymczasem wyniki prac Mariotte'a, poprawione przez Parenta, lecz nie poparte dostateczną liczbą doświadczeń. Zwrócono się też do fizycznego próbowania mocy tworzyw i w r. 1720, fizyk holenderski Musschenbroek opisał długi szereg wykonanych doświadczeń nad łamaniem, rozrywaniem i zgniataniem drzew różnego gatunku, żelaza, surowca, różnych metali a nawet płyt szklanych. Doświadczenia te posłużyły do obliczenia mocy bezwzględnej tworzywa, wykazując przytem ciekawą własność ciał sprężystych, iż wytrzymałość prętów podłużnie ściskanych jest odwrotnie proporcjonalna do kwadratu z długości, czego później dowiódł Euler. Równocześnie francuski artylerzysta Belidor ogłaszał swoje próby nad wyginaniem małych beleczek drewnianych i układał tablice wytrzymałości do praktycznego użytku, a Włoch Poleni doświadczał mocy pasów żelaznych, przeznaczonych do wzmocnienia kopuły Ś-go Piotra w Rzymie. Wszakże najważniejszymi ze wszystkich były prace Buffona z lat 1740/1. W doświadczeniach swych uwzględniał Buffon wiek i gęstość drzewa, rozróżniał rdzeń od biału a wierzchołek od pnia drzewnego. Twierdząc, iż z powodu gnicia słoików obsadzanie drzewa w murze nie przedstawia tyle korzyści, ile mu teoria przypisuje, dochodził tylko mocy sztuk, wolno leżących na dwóch podporach, do czego jednak używał belek wielkości naturalnej, a nie zmniejszonych modeli, jak jego poprzednicy. Doświadczenia te wykazały zgodnic z twierdzeniem Galileusza iż ciężary, odpowiadające złamaniu, są proporcjonalne do szerokości, do kwadratu z wysokości a odwrotnie proporcjonalne do długości belki. — i że,

w belkach mocno obciążonych strzałka wygięcia rośnie czasami aż do zupełnego złamania.

W tym czasie także prowadzone były badania „krzywych sprężystych,” t. j. krzywych, według których wyginają się obciążone belki proste. Już Jakub Bernoulli wykazał główne własności tych krzywych, opierając się na zasadzie, której dowiódł, że: „w jakimkolwiek punkcie promień krzywizny jest odwrotnie proporcjonalny do momentu siły wyginającej, branego względem tego punktu”. Wszakże dopiero Euler w dodatku do wspomnianego dzieła o izoperimetrach z r. 1744 podał dokładną klasyfikację krzywych sprężystych płaskich i dowiódł, że dla tych krzywych „całka elementu łuku, podzielona przez kwadrat z promienia krzywizny, jest minimum.” Z pośród tych krzywych zwróciła na siebie uwagę geometrow krzywa, odnosząca się do słupów, obciążonych pionowo, w których siła zewnętrzna czyni kąt bardzo mały z kierunkiem włókna środkowego. Krzywa ta bowiem nie może się utworzyć, zanim siły zewnętrzne nie osiągną pożądanego nateżenia — a raz utworzona, powiększa ustawicznie swą krzywiznę, bo moment sił zewnętrznych rośnie wskutek wygięcia. Ta napozór szczególna okoliczność, że nateżenie musi przejść pewne granice, zależne od sprężystości, aby pręt prosty, podłużnie ściskany, zaczął się wyginać, wywołała liczne spory naukowe, które Euler dopiero w r. 1757 zwycięsko zakończył, dowiodłszy, że siła, potrzebna do wygięcia słupa, zależy nie tylko od sprężystości materji, ale jest nadto odwrotnie proporcjonalna do kwadratu z długości słupa.

Powstanie hydromechaniki stosowanej, czyli hydrauliki, przedstawiałem w poprzednim perjodzie, wymieniając prace Castelliego, Torricelliego Pascala i Mariotte'a. Wydane w r. 1718 przez Lahire'a pośmiertne dzieło Mariotte'a: *Traité du mouvement des eaux*

et des autres corps fluides uważane być może jako pierwszy podręcznik hydrauliki. Nazwy: hydrodynamika i hydraulika nie miały jeszcze ustalonego znaczenia — a *Hydrodynamica* Daniela Bernoulliego z r. 1729 nie różniła się zakresem treści od dzieła: *Hydraulica* jego ojca Jana z r. 1743. W obu tych dziełach podane twierdzenie Daniela Bernoulliego dało podstawę teoretyczną dalszemu rozwojowi hydrauliki w dzisiejszym jej znaczeniu, stanowiącej zbiór prawideł które kierować mogą inżyniera, przy rozwiązywaniu zadań dotyczących równowagi i ruchu płynów. Równocześnie z pośmiertnem wydaniem Mariotte'a, wyszło dzieło: *De castellis per quae derivantur fluviorum aquae*, Jana Poleniego z Wenecji, który pierwszy zauważył że wydatek otworu w cienkiej ścianie powiększa się przez dodanie przystawki walcowej. Nad rurami wodociągowemi w Wersalu zrobił w r. 1732 Couplet kilka doświadczeń i przekonał się, że prawo prędkości Torricelliego nie może być stosowane do biegu wody w rurach. Wyniki tych doświadczeń posłużyły później następcom Coupleta do wyprowadzenia doświadczalnych praw tego biegu. Większe znaczenie miały dla biegu wody w kanałach prace Pitota. W jednej z nich, z r. 1732, opisał Pitot wynaleziony przez siebie przyrząd, do dziś używaną rurkę, noszącą jego imię a służącą do mierzenia prędkości na różnych głębokościach w rzece, i podał tablicę prędkości, odpowiadających wysokościom spadku, która ułatwia czynione z pomocą tego przyrządu obserwacje. Pitot przekonał się, że wzdłuż jednej pionowej prędkości zmniejszają się, postępując od powierzchni do dna, i przypisał to zmniejszanie tarcia wody o ściany koryta. Równocześnie hydraulik włoski Guido Grandi obmyślił swą skrzynkę piezometryczną, przyrząd służący

do tego samego celu, co rurka Pitota, nie nadający się jednak do takiego udoskonalenia, jak ta rurka.

Z maszyn wodnych powstały w tym czasie koła o oddziaływaniu. Wspomniany już Segner, profesor w Getyndze, a następnie Euler w r. 1752 zajęli się badaniem tych maszyn. Dla sprawdzenia wyników swych poszukiwań teoretycznych zbudował Euler w r. 1754 turbinę, noszącą jego imię. Z maszyn do podnoszenia wody zajmowano się ulepszeniem koła ślimakowego, dawnego rzymskiego Tympanum, opisanego w 1665 przez jezuیتę Jana François. Zmieniony został kształt tej maszyny a twórcą tych poprawek był Jan de la Faye w r. 1717. Lahire w r. 1716 opisywał pompy o podwójnem działaniu, a Denissart i Deville w r. 1731 — maszyny słupowodne. Pierwotny pomysł tych maszyn rozwinął Belidor w swem dziele: *Architecture hydraulique* z r. 1732 i wytłumaczył ich zasadę i znaczenie. W dziesięć lat później niemiecki inżynier Hoell zbudował pierwszą maszynę słupowodną w Schemnitz na Węgrzech.

W poprzednim wykładzie mówiłem o maszynie parowej Savery'ego i o ważnym jej braku, wynikającym z bezpośredniego działania pary na wodę. W r. 1705 Leibniz, będąc w Anglii, widział tam w ruchu te maszyny i przysłał rysunek jednej z nich Papinowi do Marburga. Pobudziło to niestrudzonego wynalazcę do obmyślenia ulepszeń, jakie należało wprowadzić do oziębialnika Savery'ego, aby uniknąć bezpośredniego stykania się pary z zimną wodą. W miejsce dalszego rozwijania dwóch świetnych pomysłów, jakie tkwiły w niemożliwym do urzeczywistnienia jego projekcie maszyn parowej z roku 1690, polegających: pierwszy — na bezpośredniem działaniu pary na tłok w cylindrze, a drugi — na wytwarzaniu próżni przez skraplanie pary, — projektował Papin w swem piśmie: *Nouvelle manière pour lever l'eau*

par le moyen du feu, wydanem w Cassel w r. 1707, umieszczenie w oziębialniku Savery'ego pływaka, nie dopuszczającego bezpośredniego stykania się pary z wodą. Oziębialnik Papina był cylindryczny, na kotle umieszczoną była stanowiąca również jego wynalazek kłapa bezpieczeństwa. Maszyna podnosić miała wodę do zbiornika górnego, skąd woda spadałaby na koło wodne, mające dostarczać pracy. Nie przyjęły się jednak proponowane ulepszenia; maszynę Savery'ego zastępować zaczęła już inna, urzeczywistniająca pierwotny pomysł Papina z roku 1690.

Przed swym zgonem, który nastąpił w r. 1714, zaprojektował jeszcze Papin maszynę parową o wysokiem ciśnieniu, dwucylindrową, z dwoma wahaczami, komunikującemi ruch tłokom dwóch pomp tłoczących, które podnosiły wodę. W maszynie tej para podnosiła tłok w jednym z cylindrów, podczas gdy z drugiego wychodziła swobodnie na powietrze i tłok opadał własnym ciężarem. Rysunek tej maszyny Papina o wysokiem ciśnieniu podał Leupold w dziewiątym tomie swego wielkiego dzieła *Theatrum machinarum universale* z roku 1730.

Maszyna Savery'ego nie mogła podnosić wody na większe wysokości i nie nadawała się dla kopalń. To też od samego początku XVIII w. pracowano w Anglii nad zbudowaniem innej. Jednego z pracowników, Tomasza Newcommena, ślusarza w Darmouth, zaznajomił wspomniany już uczoney Robert Hooke z projektem Papina z r. 1690. Cylinder, który u Papina miał być bezpośrednio ogrzewany a następnie chłodzony przez usunięcie ognia i oblewanie wodą, połączył Newcommen z oddzielnym kotłem rurą, zamykaną kurkiem. Więc, gdy kurek otwarty, para z kotła wchodzi do cylindra i podnosi tłok, wiszący na wahaczu. Drugie ramię wahacza wtedy się obniża,

wraz z zawieszoną na nim przeciwwagą. Gdy tłok dochodzi do wierzchu cylindra, kurek zostaje zamknięty, a puszczonej na cylinder strumień wody zimnej wywołuje skroplenie pary i wytwarza próżnię pod tłokiem. Powietrze atmosferyczne ciśnie na tłok i spycha tłok napowrót do spodu cylindra.

Newcommen obmyślił tę maszynę wspólnie ze szkłem Cawleyem; nie mogli oni jednak uzyskać na nią patentu wynalazku z powodu wydanego przedtem Savery'emu i zmuszeni byli przypuścić go do spółki. W roku 1712 nowa ta maszyna atmosferyczna pompowała już wodę w Wolwerhampton. Cylinder miał sporą średnicę, ciśnienie powietrza, działające na dużą powierzchnię tłoka, podnosiło za każdym ruchem wahacza znaczną ilość wody — i z maszyny zadowoleni byli właściciele kopalń, jakkolwiek pracowała wolno, bo wahacz nie robił więcej poruszeń jak dwa lub trzy na minutę. Newcommen i Cawley, obserwujący często bieg maszyny, zauważyli raz nagle zwiększenie się energii i nie mogli zdać sobie z niego sprawy. Po długich badaniach, przekonali się, że tłok miał pęknięcia, przez które woda oziębiająca cylinder dostawała się do jego wnętrza i przyśpieszała skraplanie pary. Wprowadzili więc zaraz ulepszenie, zamieniając oblewanie cylindra z zewnątrz, wstrzykiwaniem wody zimnej do jego wnętrza. Podnosiło to liczbę ruchów wahacza, który mógł już wykonywać ich pięć do sześciu na minutę.

Kolejne otwieranie i zamykanie kurków od pary i od wody zimnej skutecznianem było ręcznie, co nie mogło zapewniać regularnego ruchu maszyny. W r. 1713 przy jednej z maszyn Newcommena pracę tę wykonywał młody chłopiec Humphry Potter. Znudzony tą robotą, przemysłiwając jakby się od niej uwolnić, doszedł do zauważenia, że położenia wahacza i kurków pozostają

ze sobą w związku i że przez połączenie zapomocą sznurków pewnych punktów wahacza z kurkami osiągnąć można automatyczne ich otwieranie i zamykanie. Newcommen zastąpił sznurki prętami i maszyna mogła działać bez ciągłej pomocy robotnika. Tak ulepszona rozpowszechniała się zwolna w Anglii, służąc początkowo wyłącznie do pompowania wody z kopalń. W r. 1718 Brighton zaopatrzył ją w klapę bezpieczeństwa i ulepszył stawidła automatyczne. Wkrótce potem pojawiają się te maszyny we Francji i w Niemczech. Do innych zastosowań, jak do podnoszenia wody, brakło im jeszcze korby i koła rozprędogo. Proponował zastosowanie tych organów w roku 1736 Jonathan Hulls, a w r. 1752 opisywał Fitzgerald, w jaki sposób z ich pomocą regulować można ruch maszyn, lecz aż do czasów Watta na pomysły te nie zwracano uwagi a zdaje się, że i sam wielki wynalazca nie miał o nich wiadomości.

James Watt urodził się w r. 1736 w Greenok w Szkocji. Jako osiemnastoletni młodzian przybył do Londynu na naukę do fabrykanta narzędzi fizycznych. Dla słabego zdrowia wrócił wkrótce do Glasgow, gdzie pracował jako mechanik. Naprawiając różne modele i przyrządy dla uniwersytetu, dał się poznać niektórym profesorom i korzystał z ich pomocy, aby się wykształcić. Prof. Black, zajmujący się wtedy w Glasgowie badaniami nad cieplikiem utajonym, skierował jego uwagę na maszynę parową. Zapoznał się więc z opisami tej maszyny w dziełach Desaguliersa i Belidora, mierzył siłę pary w kociołku Papina i ułożył tablice sprężystości pary. W roku 1764 gabinet fizyczny uniwersytetu dał mu do naprawy model maszyny Newcommena i to go pobudziło do pracy nad jej ulepszeniem. Wiadomości z fizyki, jakie posiadał, pozwoliły mu ocenić, ile pary traci się w maszynie atmosferycznej przez wstrzykiwanie wody zimnej do cylindra.

Doprowadziło go to naprzód do oddzielenia cylindra od skraplacza, a następnie do zamiany ciśnienia powietrza na ciśnienie pary, co było urzeczywistnieniem pierwszego z dwóch pomysłów Papina z r. 1690. Zamknął więc zwierzchu cylinder, uszczelnił tłok w cylindrze a jego drążek w pokrywie. Obciążanie drugiego ramienia wahacza, służące do podciągania tłoka w górę, stało się zbyt ciężkiem po sztywnem związaniu drążka tłoka z wahaczem, gdyż para działać mogła na obie strony tłoka. Cały ten szereg zmian i ulepszeń zamknął Watt swem stawidłem automatycznym i równoległobokiem, noszącym jego imię, i w ten sposób z maszyny atmosferycznej Newcommena powstała pierwotna maszyna parowa Watta. W r. 1768 w spółce z dr. Roebuckiem zbudował ją Watt dla kopalń węgla księcia Hamilton'a; w r. następnym ządał dla niej patentu, lecz stan majątkowy Roebucka wstrzymał dalszy bieg przedsiębiorstwa. Dopiero spółka z Boultonem, zawarta w r. 1773, umożliwiła rozpowszechnienie w przemyśle maszyny parowej Watta i dalszy jej rozwój, którego dzieje nie wchodzą już w zakres moich wykładów

VII. LAGRANGE. — LAPLACE. — COULOMB. — BOSSUT. — DUBUAT.

Staralem się przedstawić w poprzednim wykładzie prace uczonych pierwszej połowy XVIII w., na których czele stali: Euler, d'Alembert i Daniel Bernoulli. Dostarczyły one dość materiału by mógł być z niego wzniesiony okazały gmach mechaniki analitycznej, którego budowę podjął Lagrange. Dawało mu do tego prawo stanowisko, jakie zajmował wśród matematyków, temi słowy określone przez Jana Śniadeckiego: „Lagrange, najsubtelniejsze Eulera myśli zgruntowawszy, zapuścił się i przeniknął jeszcze w większą ich głębię; i jednych niedokładność dopełnił, drugich zapory i trudności przełamał; odkrył nowe drogi i sposoby w sztuce rachunkowej; któremi jego genjusz tak dzielnie władał, iż najtrudniejsze napomknięcia w nieśmiertelnem dziele Newtona objaśnił, sprostował, albo ich dowiódł; wiele zawiłych pytań w układzie świata rozwiązał, astronomji fizycznej, mechanice i całej sztuce analitycznej nadał postać trudniejszą prawdą, ale śmielszą, głębszą i dzielniejszą.“

Józef Ludwik de Lagrange, ur. 1736 r. w Turynie, mając lat szesnaście wykładał tam już matematykę w królewskiej Szkole Artylerji. Po kilku latach zwrócił na siebie uwagę roztrząsaniem pracy Eulera o izoperimetrach.

Gdy Euler, wezwany do Petersburga, opuszczał Berlin, Fryderyk II powołał Lagrange'a na przewodniczącego klasy matematyczno-fizycznej Akademji. Przez lat dwadzieścia pracował Lagrange w Berlinie i dopiero w 1787 r. przybył do Paryża, w celu przypilnowania drukującej się tam jego *Mechaniki Analitycznej*. Odtąd do zgonu w 1813 r. pozostawał we Francji. Terror rewolucji dotknął go silnie — a najdotkliwszym ciosem była dlań śmierć jego przyjaciela Lavoisiera. „Miły Boże (mówił do Delambre'a) potrzeba było tylko chwili czasu na strącenie tej głowy, na jakiej utworzenie ledwo się wick cały zdobędzie.“ Należał do pierwszego grona profesorów Szkoły Politechnicznej, za Napoleona został hrabią i senatorem. W ostatnich latach życia zajął się doskonaleniem, rozszerzeniem i powtórным wydaniem mechaniki analitycznej, którego końca druku już nie dożył.

Wśród gromadzonych w pierwszej połowie XVIII w. materiałów do wytworzenia całokształtu umiejętności mechaniki stały na pierwszym miejscu zasady ogólne, umożliwiające rozwiązywanie różnorodnych zadań drogą czysto analityczną, przez proste działania rachunkowe. Wielcy matematycy, o pracach o których mówiłem w poprzednim wykładzie, zajmowali się tworzeniem tych zasad i prowadzili spory o to, które z nich są najogólniejsze i najwięcej odpowiednic, by utworzyć podstawy nauki. Całą potęgę swego talentu użył Lagrange, by dowieść, że zasada prędkości przygotowanych obejmuje w sobie wszystkie inne i wystarcza do rozwiązania wszystkich zagadnień mechanicznych. Dowiódł tego w swem wiekopomnem dziele: *Mécanique analytique* z roku 1788. Ściśle analityczny charakter tego dzieła odbił się na całej mechanice ówczesnej. Usunięta z niej została prawie zupełnie metoda syntetyczno-geometryczna, którą posługiwali się z takim powodzeniem, Huyghens i Newton,

Program swój jasno określił Lagrange w przedmowie. „Mamy już wiele wykładów mechaniki,” mówi: „lecz plan tej książki jest zupełnie nowy. Postawiłem sobie jako cel sprowadzić teorię tej umiejętności i sztukę rozwiązywania, odnoszących się do niej zadań, do wzorów ogólnych, przez proste rozwinięcie których otrzymać można wszystkie równania, potrzebne dla rozwiązania każdego zadania... Dzieło to odda inną jeszcze usługę, zbierając i przedstawiając z jednego punktu widzenia rozliczne zasady, znalezione dotąd dla ułatwienia rozwiązywania kwestyj mechanicznych, wykazując ich związek i wzajemną zależność i pozwalając wnioskować o ich słuszności i zakresie... W dziele tem niema żadnych figur. Metody, jakie przedstawiam, nie wymagają ani wykresów, ani wywodów geometrycznych lub mechanicznych. Posługują się one wyłącznie działaniami algebraicznymi, prowadzonymi regularnie i jednostajnie.”

Wykład mechaniki podzielił Lagrange na dwie części: statykę i dynamikę, a w każdej z tych części zajmuje się najprzód ciałami stałymi, a następnie cieczami i gazami. Poszczególne rozdziały obu części ściśle sobie odpowiadają, z jednym tylko wyjątkiem rozdziału szóstego dynamiki, o obrocie ciał, który nie ma odpowiadającego w statyce.

Pierwsze rozdziały obu części dają przegląd historyczny rozwoju zasad mechaniki przed Lagrange'm. Uważając równowagę za wynik zniszczenia wielu sił, które ze sobą walczą i działania jednych na drugie wzajemnie unicestwiają stawia Lagrange za cel statyki podanie praw, według których to zniszczenie następuje. Prawa te opierają się na zasadach ogólnych, które sprowadzić można do trzech, mianowicie — równowagi drąga, składania sił i prędkości przygotowanych. Tę ostatnią tak wyraża: „Jeżeli jakikolwiek system ilukolwiek ciał lub punktów,

poddanych działaniu jakichkolwiek sił jest w równowadze. — i jeżeli nadamy temu systemowi jakikolwiek ruch bardzo mały, w skutku którego każdy punkt przebiegnie przestrzeń nieskończenie małą, wyrażającą jego prędkość przygotowaną, to suma wszystkich sił, pomnożonych każda przez drogę, jaką przebiega jej punkt przyłożenia wzdłuż jej kierunku, będzie zawsze równa zeru, skoro przyjmujemy za dodatne drogi, przebieżone w kierunku działania sił, a za odjemne — drogi, przebieżone w kierunku przeciwnym.“

Drugi rozdział statyki wyraża tę zasadę wzorem, przyrównującym do zera sumę wszystkich prac przygotowanych sił, działających na ciało, i podaje sposoby użycia tego wzoru. Odpowiedni rozdział dynamiki doprowadza do zasadniczego równania ruchu przez przyrównanie sumy prac przygotowanych sił, działających na ciało, do sumy prac przygotowanych dokonywanych ruchów. Jeżeli ten ostatni wyraz ze zmienionym znakiem przeniesiemy na lewą stronę równania, to wzór streszczać w sobie będzie zasadę d'Alemberta, którą Lagrange uważa jako sposób ogólny sprowadzania zadań dynamiki do zadań statyki. W trzech rozdziałach obu części wywiedzione zostają z równania podstawowego ogólne własności równowagi i ruchu. W statyce otrzymuje się sześć równań, przy których przesunięcie lub obrót ciała nie są możliwe, a w dynamice trzy zasadnicze równania ruchu. Wyprowadzone są nadto zasady ogólne: zachowania ruchu środka ciężkości, zachowania momentu ruchu obrotowego, sił żywych i najmniejszego działania, a także badane są ruchy ciał w odniesieniu do ich głównych osi.

Czwarte rozdziały zajmują się stosowaniem równań równowagi i ruchu do ciał, nieporuszających się swobodnie, lecz związanych pewnemi warunkami. Stosując tu wynalezioną przez siebie metodę czynników nieoznaczonych,

Lagrange mnoży warjacje wszystkich równań warunkowych, którym ciała w swym ruchu muszą czynić zadość, przez czynniki nieoznaczone, dołącza te iloczyny do równań ruchu ciała i tak uzupełnione równania traktuje, jakby się odnosiły do ruchu ciała zupełnie swobodnego. Piąte rozdziały obejmują zastosowanie wzoru głównego do przypadków szczególnych; rozdział piąty statyki zajmuje się równowagą pojedynczego punktu, systemu punktów, połączonych nitkami lub prętami, równowagą nici, której wszystkie punkty są ciągnione przez jakiekolwiek siły, wreszcie równowagą ciała sztywnego skończonych wymiarów; rozdział piąty dynamiki poświęcony jest badaniu: ruchu ciała wykonywującego nieskończenie małe wahania, ruchu ciał swobodnych pod wpływem sił przyciągania i wreszcie ruchu ciał, działających jedno na drugie, czyto przez przyciąganie, czy też przez połączenie nimi lub prętami. Szóstemu rozdziałowi dynamiki, traktującemu o obrocie ciał, oczywiście nie odpowiada zaden w statyce i to jest jedyne naruszenie symetrii układu dzieła.

Trzy ostatnie rozdziały obu części poświęcone są mechanice, płynów a pierwsze z nich — historycznemu rozwojowi odnośnych zasad. Następne wykazują, że ogólne równania statyki i dynamiki stosować się dają bezpośrednio do płynów nieściśliwych po dodaniu wyrazu, odpowiadającego równaniu warunkowemu, które wyraża niezmiennosc objętości cząstki cieczy. Dla mechaniki płynów sprężystych wywiedzione są w ostatnich rozdziałach równania zasadnicze, podobne do równań dla cieczy. Różnica pomiędzy gazami a cieczami polega na tem, że pierwsze mają zmienną objętość cząstki, odpowiadającą współczynnikowi sprężystości. Podstawowe równanie hydrodynamiki wchodzi przeto do aerodynamiki po zastąpieniu wyrazu, określającego niezmiennosc objętości cząstki,

innym, wyrażającym dążenie cząstki do zmiany swej objętości.

Mechanika analityczna Lagrange'a jest dziełem tak mocno zbudowanym i tak ściśle wypełnionem, że niemożliwem się wydaje wprowadzenie do niego jakichkolwiek ulepszeń. Umiejętność przedstawia się w nim jako zupełnie wykończona, a gdzie jakiego zadania nie udało się rozwiązać, winna w tem tylko matematyka, nie mogąca wywiedzionych wzorów ogólnych przystosować do poszczególnych przypadków; Lagrange bowiem, zgodnie z zapowiedzią w przedmowie, zamienił wszystkie trudności mechaniczne na czysto matematyczne. Z drugiej znów strony systematyczna pełność dzieła wytwarza pewną jednostronność, a przez to i pewien brak. Wyłączenie zupełne metody geometryczno-syntetycznej sprawiło, że autor w wielu zadaniach używać musiał szerokich rozwinięć, z jądrem rzeczy nie mających związku, podczas gdy metoda syntetyczna byłaby w tych przypadkach bezpośrednio i więcej celowo doprowadziła do rozwiązania. I inny jeszcze niedostatek objawił się w tej wspaniałej budowie. Jak zaznaczałem, w poprzednim okresie rozwoju mechaniki, wszystkie zasady ogólne, z których tę umiejętność usiłowano wywodzić, nie były wolne od zarzutów, podkopujących ich prawo egzystencji, nie były uważane za ściśle dowiedzione. W tem samym położeniu znalazła się i zasada prędkości przygotowanych, którą Lagrange wziął za kamień węgielny swego dzieła. Krążyła ona wciąż, podobnie jak i inne, między trzema biegunami: aksjomat, twierdzenie, wynik doświadczenia. W pierwszym wydaniu mechaniki analitycznej podał Lagrange szczegółowo historję tej zasady, wykazując, jak stopniowo z prawa równowagi drąga przekształcała się na prawo składania prędkości, aż wreszcie objęła w sobie wszystkie inne. Wywód ten wszakże nie odpo-

wiadał duchowi dzieła, któremu zasada prędkości przygotowanych służyła za główną podstawę. To też już w r. 1796 próbował Lagrange wywodzić ją samodzielnie, zastępując siły, działające na poszczególne cząstki ciała, przez nateżenia nici, przewiniętych przez te cząstki, i przyrównywując do zera sumę algebraiczną wydłużeń lub skróceń tych nici. Dla uwidocznienia wyводу przyjmował, że każdy punkt połączony jest z umocowanym w nim krążkiem, przez co cały system stawał się podobnym do nader złożonego wielokrążka. W r. 1813, w drugim wydaniu swej *Théorie des fonctions analytique*, przedstawił znów ten ustrój, przyjmując że krążki są nieskończenie małe, lub, że nici przewijają się bez tarcia przez cząstki ciała. Szczegóły wszakże tych wywodów nie przestały podlegać krytyce, później zaś większość matematyków, z Gaussem na czele, doszła do wniosku, że zasadę prędkości przygotowanych przyjmować można za prawdę podstawową, bez jej dowodzenia.

Równocześnie z powstaniem mechaniki analitycznej opartą została na trwałych podstawach nauka o tarcii. Mówiąc o pracach Amontonsa, wspominałem o rozprawach nad jego wnioskami, nie doprowadzających do stanowczych wyników, na które cały wiek jeszcze czekać przyszło. Wyników tych dostarczyły dopiero prace francuskiego inżyniera wojskowego i uczonego fizyka, Karola Augustyna Coulomba (1736—1806). Akademia Nauk w Paryżu ogłaszała w latach 1779 i 1782 konkurs na teorię maszyn prostych z uwzględnieniem skutków tarcia i sztywności lin. Nagrodzona na tym konkursie praca Coulomba podana została w r. 1785 w *Pamiętnikach Akademii*. Opisane są w niej szczegółowo liczne doświadczenia, wykonane w Rochefort według starannie obmyślanej metody nad różnemi gatunkami drzewa i metalami, używanemi przy budowie maszyn, czyto stykanemi na sucho

czy z różnemi smarowidłami, a również nad skórami. Z porównania wyników wywiódł Coulomb trzy zasadnicze prawa, czekające, że: 1) tarcie jest proporcjonalne do ciśnienia, 2) niezależne od rozległości powierzchni w zetknięciu, 3) niezależne od prędkości. Zaznaczył nadto, że tarcie w chwili rozpoczynania ruchu jest większe niż podczas ruchu, zwłaszcza po upływie pewnego czasu spoczynku i gdy jedno z ciał jest bardzo ściśliwe; sprawdził, że tarcie w chwili rozpoczynania ruchu jest proporcjonalne do ciśnienia. Zdawało mu się przytem, że to tarcie składa się z dwóch części: jednej — proporcjonalnej do rozległości powierzchni w zetknięciu, którą nazywał przyleganiem, i drugiej — niezależnej od tej rozległości.

Jak wzmiankowałem, podając treść ostatnich trzech rozdziałów każdej z dwóch części *Mechaniki Analitycznej*, związał Lagrange w jedną całość hydro-mechaniką z mechaniką ciał stałych, wywodząc zasadnicze jej równania z ogólnego wzoru pracy przygotowanej. W krótkim rysie historycznym rozwoju zasad hydrostatyki wspomina on o użyciu przez Pascala zasady prędkości przygotowanych do objaśnienia tej głównej własności cieczy, że jakiegokolwiek ciśnienie, przyłożone w jednym punkcie, przechodzi równomiernie do wszystkich innych punktów, — przytacza zasadę Clairauta, według której warunkiem równowagi całej masy ciekłej jest równowaga cieczy w jakimkolwiek dowolnym kanaliu idealnym, idącym od środka masy do powierzchni zewnętrznej, lub tworzącym obwód zamknięty, wewnątrz którego wszystkie dążenia cząstek do poruszania się pod działaniem sił wzajemnie się znoszą, — i wkońcu mówi: „Zasada Clairaut’a jest tylko naturalnym wnioskiem zasady równości ciśnień we wszystkich kierunkach. To też d’Alembert wywiódł odrazu z tej ostatniej też same równania różniczkowe, które otrzymał Clairaut, i przyznać

trzeba, że ta zasada obejmuje w sobie własność najprostszą i najogólniejszą, jaką wykryło doświadczenie w cieczeniach, pozostających w równowadze. Czy wszakże znajomość tej własności jest niezbędną przy poszukiwaniu praw równowagi płynów i czy nie można wywieść wprost tych praw z samej natury płynów, uważanych jako zbiór cząstek bardzo małych, niezależnych jedne od drugich i doskonale ruchliwych we wszystkich kierunkach?"

To też wzięwszy najprzód pod uwagę kanalik Clairauta i doszedłszy tą metodą do praw ogólnych równowagi jakiegokolwiek masy płynnej, przechodzi zaraz Lagrange do przedstawienia własnego wywodu równań równowagi z najogólniejszego kształtu równania pracy przygotowanej. Wywód ten polega jedynie na zręcznem dobraniu takiego ogólnego kształtu równania warunkowego, że różniczka tego równania, zaopatrzona w nieokreślony współczynnik, daje ten sam moment przygotowany, który służył w statyce do otrzymania najogólniejszego kształtu głównych równań równowagi.

Lagrange odróżnia dwa rodzaje płynów: ciecze i gazy. Ciecze mają stałą gęstość, skąd wypływa równanie warunkowe. W gazach zamiast niezmienniej objętości występuje rozprężliwość, która dołączoną zostaje jako siła, wraz z jej momentem przygotowanym, do innych sił danych. W obu razach wyraz, uzupełniający równanie ogólne, zachowuje ten sam kształt, tak że każdy system płynny należałoby uważać jako grupę punktów materialnych, zupełnie swobodnych i w każdym kierunku ruchliwych, gdyby, jako szczególna własność systemu, nie dochodził wewnętrzny wzajemny związek, określający objętość, jaką te punkty w każdej chwili zajmują. Aksjomat więc równości ciśnień we wszystkich kierunkach zastąpiony być może przypuszczeniem wszechstronnej ruchliwości cząstek, czyli tak zwanej płynności doskonałej, skoro

tylko, jak to uczynił Lagrange, wprowadzi się do ogólnego równania na zwykłych zasadach mechanicznych tę wszechstronną ruchliwość, a zarazem zewnętrzne związki, określające objętość. Tym sposobem równość ciśnień we wszystkich kierunkach przestaje być założeniem, a staje się wynikiem i zamiast służyć jako środek pomocniczy przy wywodzie praw równowagi otrzymuje się jako twierdzenie, wynikające z tych praw.

W rozwoju historycznym zasad hydrodynamiki zaznacza Lagrange, że rozwiązanie zadania ruchu cieczy przez Daniela Bernoulliego w r. 1738 opiera się na następujących dwóch przypuszczeniach: 1) że różne warstwy cieczy w ruchu zachowują ściśle swą równoległość, tak że każda warstwa wstępuje zawsze na miejsce tej, która ją poprzedza, 2) że prędkość każdej warstwy nie zmienia kierunku, czyli że wszystkie punkty jednej i tej samej warstwy mają prędkości równe i równoległe. Przypuszczenia te są możliwe w przypadku naczyń lub rur o niewielkim przekroju i doświadczenie zdaje się je stwierdzać; w innych przypadkach wszakże nie są zgodne z rzeczywistością i dla wyznaczenia ruchu cieczy badać przychodzi ruch każdej poszczególniej cząstki. Z równań równowagi cieczy, podanych przez Clairauta w 1743, trzeba więc było przy pomocy zasady d'Alemberta przejść do równań ruchu, jak to uczynił d'Alembert w 1752. Przez to odkrycie cała hydromechanika sprowadzoną została do jednego punktu analizy i, gdyby równania, w których ją zawarto, poddawały się całkowaniu, możnaby było we wszystkich przypadkach określić ściśle okoliczności i działania płynu, poruszanego przez jakiekolwiek siły. Lagrange wywiódł te równania z ogólnego równania dynamiki, zaznaczając, „że okazały się tak krnąbrnymi, iż dotąd nie zdołano ich zcałkować.” Od równań Eulera, z którymi razem podawane są do dziś w ogólnych wykładach mechaniki, różni

je dobór zmiennych niezależnych; droga zaś, wiodąca w dynamice od równań ogólnych ruchu do zasady zachowania sił żywych, doprowadza do otrzymania z równań hydrodynamiki twierdzenia Daniela Bernoulliego.

Równocześnie z Lagrange'm, zajmował się hydrodynamiką astronom Laplace (1749—1827) i w rozprawie *Sur les ondes* z r. 1776 rozwinął, na podstawie równania ciągłości dla dwóch wymiarów, pierwszą teorię matematyczną fal wodnych małej obszerności przy stałej głębokości kanału. Z teorii tej wynikło do dziś używane wyrażenie na prędkość rozchodzenia się fal. Lagrange, krytykujący w swej *Mechanice Analitycznej* nieudane próby Newtona w tym zakresie, podał teorię fal wodnych, niezupełnie wykończoną, a różniącą się od Laplace'owskiej głównie wprowadzeniem, choć nienazwanego tak jeszcze, potencjału prędkości. Wykazał bowiem, że ruch fal małej obszerności cieczy idealnych należy do formy ruchów, badanej przez Eulera, przy której składowe prędkości są cząstkowymi pochodnymi pewnej oznaczonej funkcji. Zauważył również Lagrange stałość tego ruchu, o ile pomijaną jest lepkość cieczy.

Natężenia powierzchniowe, określające razem z ciężkością kształt kropel, baniek lub błonek, zauważone już były przez Clairauta, ale dopiero Laplace doszedł do zestawienia pełnej teorii zjawisk włoskowatości w swojej *Théorie de l'action capillaire*, podanej jako dodatek do *Mechaniki niebieskiej* (r. 1806/7). Znalazło tam zastosowanie tak pojęcie natężenia powierzchniowego, jak i jego zależność od głównego promienia krzywizny swobodnej powierzchni; samo pojęcie zaś określone już było przez Segnera w r. 1751.

Jeszcze przed wydaniem *Mechaniki Analitycznej* zajmował się Lagrange teorią wytrzymałości tworzyw. W r. 1769 potwierdził i uprościł pracę Eulera

o krzywych sprężystych, o której mówiłem w poprzednim wykładzie, i w rozprawie *Sur la force des ressorts pliés* otrzymał pierwsze całki równania krzywej sprężystej w sposób bardzo prosty, przez funkcje łuku i kąta, jaki tworzy styczna z pewną prostą stałą. W innej rozprawie, ogłoszonej w roku następnym, udoskonalił teorię Eulera, uwidoczniając przytem prawdziwy związek między strzałką wygięcia, długością pręta i siłą wyginającą, — związek, dowodzący, że strzałka jest urojona dla wszystkich sił, większych od granicy, przez Eulera określonej. W rozprawie tej znajdujemy po raz pierwszy wzmiankę o przeginianiu się krzywej sprężystej w przypadku pręta wpodłuż ściskanego i o tworzeniu się garbów, naprzemian wklęsłych i wypukłych, co rzeczywiście ma miejsce, gdy kilka punktów pręta nie może zbaczać ze stałego położenia.

Wymieniany dziś autor praw tarcia Coulomb w rozprawie *Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de Statique*, z r. 1773 zajmował się najważniejszymi zadaniami z dziedziny wytrzymałości tworzyw. Statyka w postaci, w jaką ją obłókł Lagrange, nie istniała jeszcze i Coulomb wyjaśniał najprzód mało wtedy znane twierdzenie o warunku równowagi układu materialnego, polegającym na przyrównaniu do zera sumy rzutów sił na trzy osie prostopadłe. Dowodził następnie z pomocą tego twierdzenia, że na każdym przecięciu poprzecznym belki, jednym końcem wmurowanej, suma nateżeń rozciągających jest równa sumie nateżeń ściskających i znajdował położenie włókna obojętnego. Według Coulomba oś obrotu przecięć niezawsze leży w połowie wysokości belki; zmienia ona swe położenie w miarę, jak ustaje prawo proporcjonalności

ściskania i kurczenia się włókien, ale nigdy nie leży na krawędzi przecięcia.

W rozprawie swej podał Coulomb pierwszą teorię skręcenia. Jego rozumowanie, zarówno proste, jak racjonalne, prowadzi do twierdzenia, że momenty sił wewnętrznych, brane względem osi walca skręcanego, są proporcjonalne do kąta skręcenia i do czwartych potęg średnicy. Prawidło to, uważane w granicach, jakie mu nakreślił, to jest stosowane do samych tylko walców kołowych, jest zupełnie zgodne z późniejszymi poszukiwaniami, ale się nie może stosować do przecięć innego kształtu, bo wtedy punkty, najwięcej odległe od środka figury, nie są najwięcej wyteżone i przecięcia, pierwotnie płaskie, zamieniają się na powierzchnie krzywe, podobne do paraboloid hyperbolicznych.

Wyłożona w rozprawie Coulomba teoria sklepień jest epokową w historii budownictwa. W miejsce błędów i niedokładności, które Lahire przed kilkudziesięciu laty uświęcił powagą swego imienia, znajdujemy tu prawdziwe określenie warunków równowagi, polegających na otwieraniu się stosug, wskutek obrotu zworników, zgodnie z dawnymi pojęciami Coupleta. Coulomb nie bierze już dowolnie, jak Lahire, pewnych stosug za najslabsze, ale szuka ich rachunkiem, oznacza parcie w kluczu i określa warunki równowagi każdej części sklepienia. Wziąwszy dowolnie na podniebieniu jeden punkt za krawędź obrotu i drugi punkt, leżący nieco wyżej, oblicza on parcie, odpowiadające obydwóm przypuszczeniom i porównywa znalezione wypadki. „Jeżeli pierwsze z nich jest mniejsze od drugiego“, mówi Coulomb: „stosuga pęknięcia leży z pewnością między kluczem i punktem niższym.“ Jest to więc metoda, polegająca na porównywaniu wypadków, otrzymanych przez robienie różnych przypuszczeń co do położenia stosug słabych.

Równocześnie robione były w Paryżu pierwsze próby wytrzymałości kamieni na zgniecenie, przez Gautheya, Soufflota i Perroneta; gdy jednak spostrzeżono, że maszyna, do tych prób używana, polegająca na zasadzie drąga, nie była odpowiednią, obmyślił Rondelet w 1780 nową maszynę, z którą wykonał doświadczenia, w ciągu całego wieku potem uważane za klasyczne. Wyniki tych doświadczeń, tudzież prób, robionych w r. 1787 nad mocą zapraw wapiennych i gipsowych, ogłosił Rondelet w swem dziele *Art de bâtir*, t. I z r. 1802.

Coulombowi zawdzięczamy także pierwszą teorię ciśnienia ziemi, opartą na istnieniu tak zwanego „graniastosłupa o największem parciu.” Nie była to teoria ogólna i wyczerpująca, bo stosowała się tylko do ziemi poziomo układanej z zupełnie pionową skarpą, a przytem nie uwzględniała tarcia ziemi o mur oporowy, — ale jej zasada była w gruncie rzeczy podstawą wszystkich prac, później podejmowanych w przedmiocie ciśnienia ziemi. Dzięki tylu pomysłom Coulomba nauka o wytrzymałości tworzyw stała już w końcu XVIII w. na mocnych podstawach i oczyściła się z mnóstwa błędów i niedorzeczności, niedopatrzonych w ciemnocie wieków średnich.

Hydromechanika stosowana, czyli hydraulika, pozyskawszy podstawę teoretyczną we wzorach Daniela Bernoulliego i d'Alemberta, nie mogła zrazu z niej korzystać z powodu braku danych doświadczalnych, których gromadzeniem zajmowano się też głównie w omawianym perjodzie, przyczem z wyników doświadczeń starano się wyciągać wzory praktyczne. Jan Karol Borda sprawdzał ilość wypływu przez otwór z naczynia, obliczoną według teorii, z wynikami doświadczeń, jakie wykonał, a spostrzegłszy niezgodności, wyciągnął z danych doświadczalnych wzór praktyczny, do dziś powtarzany w podręcznikach. Badał on ścieśnienie żyły wodnej i wy-

plyw przez przystawkę walcową, wchodzącą do wnętrza naczyń. Jego *Mémoire sur l'écoulement des fluides par les orifices des vases*, ogłoszony był w Pamiętnikach Akademii paryskiej z r. 1706. Pierwszy poważniejszy szereg doświadczeń nad biegiem wody w kanałach przeprowadził, pod opieką króla Sardynji Franciszek Domenico Michelotti, matematyk, profesor uniwersytetu w Turynie, i ogłosił ich wyniki w dwutomowym dziele: *Sperimenti hydraulici diretti principalmente a confirmare la theoria et facilitare la practica del misurare le aque correnti*, wydanem w latach 1767 i 1771.

Jezuita, ks. Karol Bossut, profesor matematyki w szkole wojskowej w Mézières, wspierany przez rząd francuski, wykonał wiele doświadczeń nad biegiem wody w rurach, kanałach i wypływem przez otwory. Wyniki tych świadczeń, ogłaszane częściowo od 1771 do 1778 r., podane zostały w całości w dziele: *Traité théorique et experimental d'Hydrodynamique*, które się ukazało w dwóch tomach w Paryżu w latach 1786 i 1787. Według tytułów poszczególnych części w tomie pierwszym podana jest hydrostatyka i hydraulika a w tomie drugim hydraulika doświadczalna; istotnie zaś dzieło, zatytułowane „Hydrodynamika”, jest wykładem hydrauliki z wiadomościami wstępnymi z hydrostatyki i nauką o maszynach wodnych. Z hydrodynamiki jest tylko we wstępie wzmianka o równaniach różniczkowych Eulera, o których mówi Bossut, że „na nieszczęście rachunki te z samej natury rzeczy są tak złożone i uważać je należy za prawdy geometryczne, same w sobie cenne, a nie za symbole, nadające się do zobrazowania istotnego ruchu fizycznego płynu.” Treść nie jest jeszcze ułożona w porządku, przyjętym później w podręcznikach. I tak, w hy-

drostatyce podaje Bossut najprzód ogólne warunki równowagi płynów, warunki równowagi płynów ważkich, mówi o ciśnieniu na ściany i dno naczynia, równowadze mieszanin i płynów o zmiennej gęstości, o grubości ścianek rur, mających wytrzymywać ciśnienie zamkniętych w nich płynów, o równowadze płynów w naczyniach giętkich i równowadze powietrza; podaje następnie wiadomości o pompach, pompie ssąco-tłoczącej, wysokości podnoszenia wody przez pompy, gęstości atmosfery, barometrach, termometrach, równowadze ciał pływających, stateczności tej równowagi, przyczem streszcza odnośne prace D. Bernoulliego, Eulera i d'Alemberta, wreszcie o kształcie ziemi, o ile tenże zależy od praw hydrostatyki. W hydraulice mówi o wypływie przez otwory, ruchu wody w naczyniach połączonych, wypływie z naczyń w ruchu, wahaniach cieczy w syfonie, tarciu o brzegi otworu i o ściany rury, ruchu gazów a głównie powietrza, rozchodzeniu się drgań powietrza w rurach, według D. Bernoulliego, uderzeniu i oporze płynów; dalej podaje ogólne uwagi o maszynach wodnych, teorię maszyn poruszanych uderzeniem wody, naukę o kołach pionowych i poziomych, kołach poruszanych ciężarem wody, maszynach o oddziaływaniu, wreszcie wyklada teorię ruchu wody w rurach pomp. W hydraulice doświadczalnej podaje wyniki doświadczeń nad wypływem wody przez otwory i przystawki, wiadomości, dotyczące wodociągów i wytrysków, doświadczenia nad biegiem wody w rurach i kanałach; mówi o uderzeniu i oporze płynów, oporze przy ruchu statków i przy obrocie kół podsiebiernych i nasiebiernych. W dodatku podaje: 1) Treść zbioru rozpraw włoskich o ruchu wody, 2) Tablicę wysokości odpowiadających prędkościom spadku, 3) Opis maszyny Savery'ego w kopalniach Fresne, koło Condé, udzielony przez Dubuata.

Równocześnie z Bossutem pracować zaczął nad hydrauliką Ludwik Gabrjel hr. Dubuat - Nançay i pierwszy wygłosił jasno zasadę, że gdy woda płynie ruchem jednostajnym w jakimkolwiek łożysku, to siła przyśpieszająca, która wywołuje ten ruch, jest równa sumie oporów, ponoszonych przez wodę, czyto w skutku lepkości, to jest tarcia wewnętrznego, czy też z powodu tarcia o ściany łożyska. Dla zestawienia wzoru na ten ruch jednostajny użył Dubuat wyników doświadczeń Bossuta nad biegiem wody w rurach i kanałach, zaznaczając, że te ostatnie nie obejmowały ważnej danej, mianowicie głębokości prądu. Ogłosivszy swą pracę p. t. *Principes d'hydraulique* w r. 1774, uzyskał pomoc rządową i w latach 1780—1783 przeprowadził doświadczenia, do dziś jeszcze uważane za podstawę hydrauliki praktycznej. Wyniki ich ogłoszone były w drugim wydaniu dzieła, dwutomowem, z r. 1786 i trzeciem — trzytomowem z r. 1816. To ostatnie nosiło tytuł: *Principes d'hydraulique et de pyrodynamique* i obejmowało w tomie trzecim wiadomości: o cieple, parze, powietrzu, termometrach i barometrach. Dwa pierwsze tomy zawierały naukę o ruchu jednostajnym i zmiennym wód bieżących, szczegóły doświadczeń i naukę o oporze płynów. Dubuat wprowadził do hydrauliki pojęcie prędkości średniej na przecięciu poprzecznem prądu; drogą doświadczalną doszedł do wzorów, wyrażających związek pomiędzy tą prędkością a prędkościami na powierzchni i na dnie; przy wywodzeniu wzoru na ruch jednostajny przyjmował, że spadek poziomu wody wystarcza do przezwyciężenia wszelkich oporów ruchu; robił doświadczenia nad ruchem zmiennym, oznaczał wysokość i długość podniesienia osi prądu przy zastawie.

Wzory Dubuat'a nie utrzymały się jednak w praktyce i pierwszy wzór na ruch jednostajny, jaki się przyjął, podał

w r. 1775, dyrektor paryskiej szkoły dróg i mostów, Antoni de Chezy. We wzorze tym całkowity opór ruchu był proporcjonalny do kwadratu z prędkości średniej, a odwrotnie proporcjonalny do promienia średniego przecięcia poprzecznego prądu. Sprawą tą zajmował się również Coulomb, który w r. 1800 badając opór płynów przy ruchu ciała w nich zanurzonego, zwracał uwagę, że lepkość płynu w wyrażeniu oporu wymaga obok wyrazu, proporcjonalnego do kwadratu z prędkości, drugiego jeszcze, proporcjonalnego do pierwszej potęgi z tejże prędkości.

Przystawki walcowe i ostrokątowe pierwszy zbadał dokładnie Jan Baptysta Venturi, profesor fizyki w Modenie, i oparł ich teorię w r. 1798 na odkrytej przez siebie zasadzie bocznego udzielania się ruchu w płynach. Jako rodaka, wymienić tu winienem generała Michała Sokolnickiego, który w swem dziełku: *Opuscules sur quelques parties de l'hydrodynamique*, wydanem w Paryżu w r. 1880, opisał doświadczenia, jakie wykonał dla poparcia swego pomysłu przystawki z dzwonem powietrznym. Sokolnicki korespondował w sprawie przystawki z inż. Girardem, kierownikiem budowy kanału między rzekami Ourcq i Sekwaną, a w sprawie drugiego swego pomysłu — trąby hydraulicznej, opartej na zasadzie Venturiego bocznego udzielania się ruchu w płynach, z senatorem Fossombronim, członkiem komisji, kierującej wówczas osuszaniem błót pontyńskich (Paludi Pontine). Pomysły te jednak pozostały bez urzeczywistnienia.

Nad oporem płynów pierwszy pracował Newton, w kwestji wszakże uderzenia żyły wodnej o ciała stałe nie dał ścisłych wskazówek i dopiero Daniel Bernoulli, Euler i Lagrange opracowali gruntownie tę teorię. Oporem przy ruchu statków w wodzie zajmował się Euler w swojej *Scientia navalis* z r. 1740. Niektóre rozdziały tego

działa i dziś jeszcze dostarczyć mogą cennych wskazówek w tej kwestji. Doświadczalnie badali ją Bossut i Borda a w roku 1775 wyznaczona przez rząd francuski komisja, złożona z członków akademji d'Alemberta, Condorceta i Bossuta. Co do oporu przy ruchu ciał stałych w powietrzu, który Newton określił, równie jak w wodzie, jako proporcjonalny do kwadratu z prędkości, kwestja ta opracowywaną była przez Daniela Bernoulliego i Eulera, a następnie przez Bordę i anglików Robinsa, Huttona i Smeaton'a. Całą naukę o oporze płynów z końca XVIII w., przedstawił Karol Chrystjan Langsdorf w swej *Hydraulice* z r. 1794. Nadmienić należy, że pierwotnie urzędnik warzelni soli, a następnie profesor konstrukcji maszyn w Erlangen, był Langsdorf w latach 1804—1806, profesorem naszego Uniwersytetu Wileńskiego i wykładał po łacinie mechanikę i technologję mechaniczną. Cenione były jego wykłady i Uniwersytet z żalem pożegnał uczonego profesora, przenoszącego się do Heidelberga. Langsdorf ogłosił liczne prace z dziedziny matematyki, mechaniki i hydrauliki, a między niemi w Wilnie po łacinie wykłady mechaniki i technologii w r. 1806.

Do mierzenia prędkości wody w rzekach na różnych głębokościach dawniejsi hydraulicy włoscy, a po nich Michelotti używali wahadła hydrometrycznego, zwanego także kwadrantem prądowym. Niezadowolony z tego przyrządu Michelotti zbudował tak zwany przezmian hydrauliczny, zasadę którego przystosował inżynier holenderski Brünings do swego tachometru z r. 1789. Przyrządy te, mierzące ciśnienie prądu na ciało, w niem zanurzone, okazały się mniej dogodnemi od rurki Pitota, do której Michelotti wprowadził doświadczalny współczynnik poprawki. Istotnie praktycznym okazał się tylko młynek Reinharda Woltmanna, dyrektora budownictwa w Hamburgu, pozostający w użyciu od r. 1791.

Podjęte również zostały prace około ulepszania znanych oddawna i wciąż w użyciu będących kół wodnych. Bossut, Dubuat i Smeaton byli pierwszymi pracownikami na tym polu, a ich doświadczenia, próby i wnioski były podstawą, na której się oparła późniejsza budowa tych kół. Z machin do podnoszenia wody śrubę Archimedesesa przerobił w r. 1746 jeden blacharz w Zurichu na pompę, zwaną spiralną, a teorię tej maszyny podał Daniel Bernoulli. Ulepszali później tę nawiniętą na walec rurę Nicander w Szwecji i Eytelwein w Niemczech, a jakkolwiek ten ostatni starał się o jej rozpowszechnienie i zbudował jedną maszynę w Moskwie w r. 1784, nie znalazła jednak rozpowszechnienia. Patent na pompę o tłoku nurzającym wziął w r. 1775 Moreland w Londynie; pompy odśrodkowe zbudowali pierwsi Bramah w Anglii i Dietz we Francji. Taran hydrauliczny, wynaleziony w r. 1772 przez zegarmistrza Whitehursta w Derby, ulepszony został w r. 1797 przez Montgolfiera.

Mechanika w Polsce, mająca w XVII stuleciu tak poważnych przedstawicieli, jak Kochański i Solski, w XVIII w. objawia się zaledwie w postaci podręczników szkolnych. W czterotomowym dziele jezuita, ks. Józefa Rogalińskiego: *Doświadczenia skutków rzeczy pod zmysły podpadających*, wydanem w latach 1765 i 1771, podany został rozwlekły wykład mechaniki metodą doświadczalną, przepełniony drobiazgowymi opisaniami doświadczeń i szczegółami obliczeń. Treściwy i systematyczny kurs mechaniki, oparty na rachunku wyższym i odpowiadający ówczesnemu stanowi nauki, znalazł się dopiero w przekładzie również czterotomowego francuskiego dzieła Bézouta, dokonany w latach 1781/2 przez ks. Józefa Jakubowskiego, który słownictwo mechaniczne zaczerpnął u Solskiego a w części i u Rogalińskiego. Mechanika dla szkół średnich wyłożoną została w wy-

bornej książce p. t. *Fizyka dla szkół narodowych. Część I. Mechanika*, wydanej przez Towarzystwo do ksiąg elementarnych w r. 1792. Towarzystwo, ogłosiwszy konkurs na napisanie podręcznika, otrzymało tą drogą znakomitą pracę łacińską Michała Hubego, sekretarza królewskiego m. Torunia, a później dyrektora nauk w Szkole Kadetów w Warszawie. Praca ta, starannie przełożona na język polski przez ks. Koca, utworzyła podręcznik niepospolitej wartości, odpowiadający społecznemu stanowi nauki, a do dziś stanowiący główne źródło naszego słownictwa mechanicznego.

VIII. MECHANIKA TEORETYCZNA W PIERWSZEJ POŁOWIE XIX W.

Omawiane w poprzednim wykładzie dzieło Lagrange'a dało mechanice analitycznej postać zupełnie ukończonej umiejętności. Jednym wzorem objęte zostały wszystkie zadania statyki i z jednego także, ściśle z tamtym związanego, wypływały rozwiązania wszystkich zadań dynamicznych. Objawiła się w tym dziele cała potęga analizy, mogącej przez jedno ogólne rozważanie; rozwiązywać wszystkie poszczególne zagadnienia; równocześnie wszakże uwydatniły się jej niedostatki, często nie pozwalające godzić jej metod ze specjalnymi warunkami zadań, — powodujące niejasności i niedostateczną przejrzystość wyników. To też gdy Lagrange, zmuszony był pracowicie wywodzić z ogólnej zasady prędkości przygotowanych, sześć znanych równań warunkowych równowagi, — Poincaré, zwróciwszy się do metody syntetycznej, wyprowadził te równania geometrycznie z możliwości poszczególnych rodzajów ruchu ciała.

Ludwik Poincaré, urodzony w r. 1777, profesor analizy i mechaniki w Szkole Politechnicznej paryskiej, wydał w r. 1804 dzieło: *Elements de statique*. Po zgonie Lagrange'a w r. 1813 wszedł na jego miejsce do Akademii. W 1852 został senatorem, a zmarł w 1859. Do

mechaniki wprowadził Poincaré nowe pojęcie pary sił. Wynikło ono z następującego rozważania. Jeżeli wszystkie działające siły są przyłożone do jednego punktu ciała, lub przynajmniej w jednym punkcie schodzą się ich kierunki, to można je łatwo dodawać do siebie zapomocą równoległoboku sił i graficznie wyznaczyć ogólne ich działanie. W przeciwnym razie, trzeba przed dodawaniem sprowadzić najprzód wszystkie siły do jednego punktu ciała, a to jest nie możliwe bez wprowadzenia nowej siły. Jeżeli chcemy siłę AB przenieść do punktu A' tegoż samego ciała, to niemożemy zrobić tego inaczej, jak przyjmując, że w A' przyłożone są dwie siły, równe, równoległe



Rys. 33

i w przeciwnych kierunkach działające. Otrzymuje się więc oprócz siły $A'B'$ przyjętej, jako przeniesiona siła AB , jeszcze system sił AB i $A'B''$. Te równe i wprost przeciwne siły równoległe nie mają żadnej wypadkowej, nie można ich zastąpić żadną siłą pojedynczą, nie wywołują więc żadnego przesunięcia, lecz tylko obrót ciała. Poincaré nazwał ten system parą sił. Jej moment obrotu jest propor-

cjonalny do iloczynu, z wielkości sił działających przez ich odległość. Wykazać można przez proste wykreślenie, że para sił na swojej płaszczyźnie albo też na płaszczyznach równoległych może być dowolnie przesuwana lub obracana, — że więc działanie jej zależy tylko od jej momentu i położenia jej płaszczyzny. Jeżeli wyobrazimy

sobie do tej płaszczyzny wystawioną prostopadłą i na niej odciętą długość, proporcjonalną do wielkości momentu, to ta długość i jej kierunek wyznaczają w zupełności parę sił. Poincot nazwał tę długość osią pary. Dodawanie par sił, położonych na płaszczyznach równoległych, sprowadza się tym sposobem do dodawania długości. Dalej, przez prosty wykres dowiedzionem zostało, że pary, połączone na płaszczyznach do siebie nierównoległych, sprowadzić się dają do jednej pary, której oś otrzymana być może z osi par składowych zapomocą równoległoboku sił.

Jakiegokolwiek siły działają na ciało, sprowadzić je można zawsze do jednej siły i jednej pary sił. Warunkiem więc równowagi jest zniknięcie siły wypadkowej i pary wypadkowej, czyli, wyrażając się geometrycznie, niemożność ruchu postępowego i obrotowego. Rzucając wypadkową sił na trzy osie współrzędnych, a wypadkową par na trzy płaszczyzny współrzędnych i przyrównywując do zera każdą z otrzymanych sześciu wielkości, otrzymujemy sześć warunków równowagi mechaniki analitycznej, które wyrażają, że ani przesunięcia w trzech prostopadłych do siebie kierunkach, ani obrót około osi równoległych do tych kierunków nie mogą mieć miejsca.

W drugim wydaniu statyki z r. 1824 pomieścił jeszcze Poincot oddzielną rozprawę: *Mémoire sur la composition des moments et des aires*, a to tak dla rozjaśnienia teorii par sił, jak i dla podania ogólnych nader interesujących twierdzeń, dotyczących wielkości pary wypadkowej oraz dla rozwinięcia zastosowania pary sił do zadań dynamicznych. Znaczenie i wartość swej nowej metody w mechanice, scharakteryzował w przedmowie: „Dana będzie“ mówił: „sposobność do przekonania się, że para sił ma znaczenie nie pojedynczego przypadku, lecz istotnego elementu, którego brakło dotąd w mechanice... Zauważyć przytem łatwo, że składanie

par sił odpowiada w dynamice składaniu ruchów obrotowych... i że następnie, ponieważ ruchu ciała nie możemy sobie inaczej uzmysłwić, jak tylko jako równoczesne posuwanie i obrót około jednego punktu, przeto równoległobok sił i równoległobok par stanowią dwie nierozdzielne zasady zupełnej analizy ruchu ciała wymiarów skończonych, wynikające z samej natury rzeczy. Wkońcu zauważyć będzie można, jak łatwą jest metoda par sił i o ile jest wyższą od dawnej metody, jeżeli zobaczymy, jak z niej wypływają bezpośrednio: wszystkie własności równowagi, twierdzenie Eulera o odniesionej do poszczególnych osi sumie momentów systemu sił, moment maximum i płaszczyzna pól niezmienna Laplace'a, — jak ona daje nam możność uzupełnić te części mechaniki nowymi twierdzeniami, odnoszącemi się do tak nazwanej przez nas osi centralnej momentów i do jedynej płaszczyzny pola minimum, wśród nieskończonej liczby pól maximum, względem wszystkich ognisk możliwych w przestrzeni".

Do rozważania widocznego ruchu ciała, możliwego przechodzenia tegoż z jednego oznaczonego położenia do drugiego, o czym także była wzmianka w przedmowie, której urywki przytoczyłem, przystąpił Poincaré wyczerpująco w innej poważnej rozprawie: *Théorie nouvelle de la rotation des corps* z r. 1834. Traktuje tam przede wszystkim składanie i rozkładanie obrotów, jakoteż ruch ciała około punktu stałego. Dla tego ostatniego rozwija najprzód charakterystyczne twierdzenie, według którego obrót ciała około punktu stałego urzeczywistniony być może przez toczenie się nierozdzielnie związanego z ciałem ostrokągu po innym ostrokągu stałym, którego wierzchołek schodzi się zawsze z wierzchołkiem pierwszego.

Zainicjowanych przez Poincaréa we Francji metod geometryczno-syntetycznych trzymano się stale w Anglii

od czasów Newtona, przykładając największą wagę do wyczerpującego rozwiązywania poszczególnych zadań mechaniki, zaczerpniętych z fizykalno-technicznej rzeczywistości. Pogląd Poincota na tę sprawę taki był mniej więcej. Nie dość jest sprowadzić zadanie dynamiki do układu równań, zawierających obok wyrazów skończonych co najwyżej kwadratury, i nierównie więcej chodzi o przedstawienie badanego ruchu w sposób widoczny tak, aby się miało przed oczyma cały jego przebieg, w czasie i przestrzeni. Dążenia te popierane były wymaganiami pedagogicznymi, częściowo przynajmniej, gdyż często w podręcznikach lub zbiorach zadań spotykano wiele przykładów schematycznych, nie zaczerpniętych z doświadczenia, lub podawane były dla wprawy pewne ogólne i ściśle metody całkowania, w nader małym stopniu uwzględniające stosunki rzeczywiste. Kierunek syntetyczny w mechanice popierany był także potrzebami fizyki i techniki, które w XIX stuleciu, obok wynikających dawniej wyłącznie z astronomji, coraz więcej się uwydatniały. Doprowadziły one nawet do wytworzenia odrębnych gałęzi mechaniki: fizycznej i technicznej, stojących względem mechaniki teoretycznej nie w przeciwieństwie, lecz w zwykłym stosunku nauk stosowanych do ich podstaw teoretycznych.

Różne sposoby weszły w użycie przy rozwiązywaniu zadań dynamiki. Były to najprzód obrazowania geometryczne, związane z rozkwitem nowej geometrii i szkołą twórcy geometrii wykreślnej Gasparda Monge'a. Podawana dziś na wstępie podręczników mechaniki teoria wektorów opiera się na pracach Poincota, Chasles'a i Moebius'a. Prace Poincot'a ugruntowały czysto geometryczną teorię ruchu, nieuwzględniającą ani czasu, ani siły. Niektóre jej szczegóły podawał już Arystoteles. Galileusza teoria spadku ciał była także przeważnie geome-

tryczną a wiele podobnych twierdzeń spotyka się w piśmach Descartes'a, Roberval'a, Huyghensa, Jana Bernoulliego i Eulera. Na potrzebę wytworzenia nauki o ruchu bez względu na siły, które ten ruch powodują, pierwszy zwrócił uwagę filozof Kant, dzieląc w swej pracy *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft* z r. 1786 całą naukę o ruchu na cztery części: 1) foronomję, uważającą ruch jako czystą ilość, 2) dynamikę, traktującą ruch jako jedną z własności materji, 3) mechanikę, rozważającą związek między materją a siłą i 4) fenomenologję, o ruchu jako zjawisku, przedstawiającem się naszemu zmysłom. Nazwa „foronomji“ używaną była już dawniej na oznaczenie nauki o ruchu, i mówiąc o Eulerze, wspominałem wydane w 1716 dzieło Herrmana pod tym tytułem, zawierające rozwiązania zadań mechaniki metodą syntetyczną. Słynny organizator zwycięstwa z czasów rewolucji francuskiej, matematyk Lazare Carnot, w dziele *Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement* z r. 1803, rozwijał pomysł czysto geometrycznej nauki o ruchu, a nasz filozof Hoene Wroński, w pierwszym numerze swego czasopisma *Sphinx* z r. 1818, w artykule: *System architektoniczny bezwzględny wiedzy ludzkiej*, podzielił matematykę czystą na geometrję, algorytmję i foronomję. Ta ostatnia nazwa utrzymywała się dość długo, aż dopiero Ampère w swoim *Essai sur la philosophie des sciences* z r. 1834 wprowadził nazwę kinematyki (od greckiego *κίνημα*=ruch), odtąd powszechnie przyjętą.

Matematyk francuski Michał Chasles (1793—1880), twórca nowej geometrji, zbogacił kinematykę pojęciami: osi chwilowej obrotu i ślizgania i teorią środka chwilowego obrotu, której jeden przypadek rozważany był już przez Descartes'a; związał własności układów linii prostych,

plaszczyn i punktów z ruchem ciała stałego. W Niemczech, przez czas pewien jedynym przedstawicielem kinematyki był astronom lipski Jan August Moebius (1790—1868). Wprowadził on do nauki pojęcie wektora i pracował nad metodami analizy geometrycznej, które stały się drugim środkiem pomocniczym, używanym do wywodów przy rozwiązywaniu zadań mechaniki. Metod tych dostarczyły: analiza wektorów Hamiltona, rachunek barycentryczny Moebiusa i nauka o wielkościach rozciągłych matematyka szczecińskiego Hermana Grassmanna (1809—1877).

Obok obrazowań geometrycznych przyjęły udział w rozwoju kierunku syntetycznego mechaniki pojęcia czysto mechaniczne, na czele których stoi pojęcie pracy. Pierwszy określił je ściśle inżynier i profesor Szkoły Dróg i Mostów w Paryżu Gustaw Coriolis (1792—1843), autor dwóch dzieł: *Traité de la mécanique des corps solides et du calcul de l'effet des machines* z r. 1829 i *Théorie mathématique des effets du jeu de billard* z r. 1835. W tem drugim dziele opracowany był wyczerpująco ruch kuli na płaszczyźnie poziomej z uwzględnieniem tarcia. Zbogacił nadto Coriolis mechanikę twierdzeniem o przyśpieszeniu, powtarzanem we wszystkich podręcznikach. Praca, której pojęcie ustalił, używaną była już dawniej przy rozwiązywaniu zadań, jako iloczyn z siły przez drogę przebieżoną. Carnot w r. 1781 nazywał ten iloczyn momentem aktywności, Monge — skutkiem dynamicznym, dopiero inżynier wojskowy francuski Jan Wiktor Poncelet (1788—1867) w swych wykładach w Szkole Artylerji w Metz wprowadził w r. 1826 nazwę pracy, którą wszakże spotyka się wcześniej, w pismach angielskiego lekarza Tomasza Younga. W dziele Younga *Lectures on natural philosophy* z r. 1807 czytamy: „We wszystkich prawie przypadkach,

napotykanym w mechanice praktycznej, praca, którą należy zużyć dla wywołania ruchu, jest proporcjonalna nie do momentu ale do energii ruchu, jaką daje... wyraz energia (wszakże) użyty być winien na oznaczenie iloczynu z masy lub ciężaru ciała przez kwadrat z liczby, wyrażającej jego prędkość."

Tę równowagę pracy i siły żywej (lub energii) użył Poncelet jako wyborny środek pomocniczy do rozwiązywania zadań mechaniczno-technicznych w swym słynnym dziele: *Introduction à la mécanique industrielle* (Metz 1829), stawiając w niem ogólną zasadę przenoszenia pracy mechanicznej, jako prawo podstawowe. Co do ogólności tej zasady wyraża się on charakterystycznie: „Zasada prędkości przygotowanych, stosowana do rzeczywistych ruchów ciał, przy uwzględnieniu wszystkich sił wewnętrznych i zewnętrznych, które ruch przyspieszają i opóźniają, prowadzi istotnie przez proste i czysto elementarne sumowanie otrzymanych ilości pracy do zasady przenoszenia pracy, do równości sumy sił żywych ($m v^2$) i zdwojonej sumy algebraicznej wszystkich prac. Rozważana w ten sposób, mieści w sobie ta zasada wszystkie prawa wzajemnego działania sił i to w takim kształcie, który ułatwia ich zastosowanie w mechanice technicznej, to jest w tej części mechaniki, którąby właśnie nazwać należało nauką o pracy sił." Przy końcu teoretycznej części swego dzieła wraca raz jeszcze Poncelet do sprawy przekształcenia pracy i wykazuje, że nigdy ani pracy, ani siły żywej nie można z niczego otrzymać ani jej absolutnie zniszczyć i że wszelkie wytwarzanie pracy lub siły żywej polega tylko na ich przekształceniu.

W rzędzie obrazowań mechanicznych stały także metody statyki wykreślnej, polegające właściwie na zastosowaniu wieloboków sił i wieloboków sznurowych.

Opracowywali je. Lamé i Clapayron, Poncelet, Brix i inni, opierając się na twierdzeniu Varignon'a, o którym wspominałem, mówiąc o jego *Nouvelle mécanique* z roku 1725. Poncelet starał się z szeregów wyrażań rachunkowych wyciągać wykresy — a w swych wykładach w Szkole Wojskowej w Metz stosował wielobok sznurowy do wyznaczania środka ciężkości.

Obok zapoczątkowanego przez Poinsota we Francji kierunku geometryczno-syntetycznego rozwijały się dalej w pierwszej połowie XIX w. metody analityczne. Na drogę, wytkniętą przez Lagrange'a, wstępuje najprzód jego uczeń Simeon Dionizy Poisson (1781—1842), autor wydanego w r. 1811 w Paryżu *Traité de Mécanique* i wielu rozpraw z dziedziny matematyki, fizyki i astronomji. Przez poparcie wywodów analitycznych przystępnym tekstem i licznymi figurami książka Poissona przyczyniła się więcej do rozpowszechnienia zasad nauki, od podstawowego dzieła Lagrange'a. Wyłożona w niej balistyka utrzymuje się dotąd w podręcznikach. Poisson zbogacił mechanikę licznymi poszukiwaniami. Zajmując się teorią przeszkód w biegu ciał niebieskich zapoczątkował przekształcenie równań dynamicznych Lagrange'a, dokończone następnie przez Hamiltona; rozwiązał powtórnie zadanie ruchu obrotowego ciała stałego około jakiegokolwiek punktu jego osi niezależnie od rozwiązania, jakie podał Lagrange; pierwszy badał ruch ciała wazkiego w zetknięciu z płaszczyzną stałą i opracował z pełnem powodzeniem teorię baka, kręcącego się na płaszczyźnie, którą to teorię usiłował zapoczątkować Euler; podał pierwszą teorię ogólną uderzenia ciał sztywnych. Równania Poissona, odnoszące się do ruchu obrotowego, zastosował później Cournot (1801—1877) do przypadku, gdy się uwzględnia tarcie, a Puiseux (1820—1883) do ruchu bryły obrotowej na płaszczyźnie poziomej gładkiej.

badając przytem głównie zmiany kąta, jaki oś obrotu czyni z pionową. Imię Poissona nosi także jedno z równań teorii potencjału.

Słynny matematyk getyngeski, Karol Fryderyk Gauss (ur. 1777, zm. 1855) wprowadził do mechaniki nową zasadę, obejmującą jednocześnie ogólne prawo równowagi i ruchu i wyrażającą je w sposób najogólniejszy. Ogłoszona w r. 1829 zasada ta, nazwana przez autora zasadą najmniejszego przymusu, brzmiała: „Ruch układu punktów materialnych, związanych ze sobą w jakikolwiek sposób i poddanych jakimkolwiek wpływom, odbywa się w każdej chwili w najdoskonalszej możliwej zgodności z ruchem, jakiby miały te punkty, gdyby były wszystkie swobodne, to jest przy jak najmniejszym przymusie, przyjmując za miarę przymusu, ponoszonego w ciągu nieskończenie małego czasu, sumę iloczynów z masy każdego punktu przez kwadrat ze zboczenia tego punktu od położenia, któreby zajął będąc zupełnie swobodnym.” Sprawiedliwy sąd o tej zasadzie ogłosił sam jej autor w tych słowach: „Zasada prędkości przygotowanych przekształciła wszelkie zagadnienia statyki na kwestję matematyki czystej, a przez zasadę d'Alemberta dynamika zostaje sprowadzoną do statyki. Stąd wynika, że żadna zasada podstawowa równowagi i ruchu w istocie swej nie może być różna od tych dwóch zasad i, jakakolwiek ona jest, można ją zawsze uważać za ich następstwo, mniej lub więcej pośrednie. Nie należy jednak wnosić stąd, żeby wszelkie inne zasady były już niepotrzebne.” Stopniowo też uznawano potrzebę zasady Gaussa, którą Bertrand w trzecim wydaniu *Mechaniki Analitycznej* Lagrange'a z r. 1855 podniósł jako najogólniejsze i najzgrabniejsze wyrażenie, streszczające prawa równowagi i ruchu, a którą Hertz przyjął w nieco zmienionym kształcie za podstawę swej dynamiki. Mechanika

oprócz zasady najmniejszego przymusu zawdzięcza Gaussowi teorię przyciągania ciał sferoidalnych jednorodnych i udoskonalenie teorii potencjału.

Podczas gdy zasada Gaussa zwolna zaledwie się przyjmowała, nowa zasada, a właściwie przekształcenie i rozszerzenie jednej z dawniejszych, przez Williama Rowana Hamiltona, profesora astronomji w Dublinie (1805—1867) zyskało szybko rozpowszechnienie. Zasadę najmniejszego działania Maupertuisa, nazywając ją zasadą „stałego działania“, zastąpił Hamilton zasadą szerszą, której dał nazwę zasady „zmiennego działania“. Pierwsza brzmiała: „Przy każdym swobodnym ruchu układu, z oznaczonego położenia początkowego do położenia innego, działanie jest z konieczności stałe (t. j. jego zmienność znika), jeżeli siły wewnętrzne układu są stałe (t. j. takie, że w równych czasach wykonywują równą pracę)“. Zasada zmiennego działania wyznacza znów zmienność tych sił, jeżeli początek i koniec ruchu swobodnego, jak również praca sił, są zmienne. Lecz wyraz „działanie“, jak to już zauważono za czasów Maupertuisa, nie był tu właściwym; najważniejszem i decydującem w tej sprawie było matematyczne ujęcie samego pojęcia przez Hamiltona. Gdy on wyraził działanie przez funkcję sumy natężeń i sił żywych układu, okazało się, że nie tylko zasada najmniejszego działania, zasada d'Alemberta i równania ruchu Lagrange'a są w gruncie rzeczy identyczne, lecz że nadto kształt, jaki Hamilton nadał swej zasadzie, jest najdogodniejszy przy powszechnem ich stosowaniu. Według Kirchhoffa wielki pożytek zasady Hamiltona polega na tem, że z jej pomocą, do różniczkowych równań ruchu układu punktów materialnych, zamiast współrzędnych prostokątnych, względnie łatwo wprowadzić można inne zmienne. Helmholtz twierdzi, że zasada najmniejszego działania (w Hamiltonowskim kształ-

cie) jest najprawdopodobniej ogólnem prawem wszystkich procesów natury (co najmniej wszystkich odwracalnych). „Wynika stąd już teraz,” mówi Helmholtz: „że możliwość stosowania zasady najmniejszego działania wykracza daleko poza granice mechaniki ciał wazkich i że wysoko sięgające nadzieje Maupertuisa co do powszechnej, absolutnej stosowalności jego zasady zbliżają się do urzeczywistnienia, jakkolwiek niedostatecznymi były wywody mechaniczne a pełnymi sprzeczności spekulacje metafizyczne, na których Maupertuis usiłował w swoim czasie opierać swą zasadę.”

Prace Hamiltona nad przekształcaniem i całkowaniem równań różniczkowych dynamiki miały równie, jak wzmiankowane poprzednio prace Poissona w tym zakresie, charakter analitycznej ogólności. Ruch punktu na danej powierzchni przedstawił Hamilton przez cztery równania różniczkowe pierwszego rzędu między pięcioma zmiennymi, nazwane równaniami kanonicznymi. Ścisłe i dogodne sformułowanie pojęcia „działania”, które uczyniło pożyteczną jego zasadę, osiągnął Hamilton przez wprowadzenie nowych funkcji, a przede wszystkim funkcji, nazwanej przezeń funkcją sił. Wyprzedził go w tem matematyk angielski Jerzy Green (1793—1841), który w r. 1828 funkcji tej używał i dał jej nazwę funkcji potencjalnej. Wszakże tak na prace Greena, jak i na prace Hamiltona, początkowo nie zwracano uwagi. Ogólne rozpowszechnienie zyskała ta funkcja dopiero w r. 1840, gdy Gauss dał jej nazwę potencjału. Zajmowali się nią: Lagrange, Laplace i Poisson. Matematycy określili potencjał jako funkcję, której pochodne, wzięte względem współrzędnych, są równe składowym siły działającej, równoległym do osi współrzędnych. Jako siłę działającą uważano ciężenie, a potencjał używany był tylko do rozwiązywania zagadnień przyciągania.

Przekształceniem i całkowaniem równań różniczkowych dynamiki zajmował się jeszcze w pierwszej połowie XIX w. profesor matematyki w Królewcu Gustaw Jacobi (1804–1851). Gdy wszakże Poisson miał na względzie astronomję, a Hamilton optykę i obaj prowadzili swe badania w związku ze światem rzeczywistym, to u Jacobiego panował wszechwładnie kierunek abstrakcyjno-matematyczny. Wyraził on ściśle zasadę Maupertuisa; forma kanoniczna równań ruchu doprowadziła go do twierdzenia, noszącego jego imię; rozwiązał ostatecznie zadanie ruchu bryły około punktu stałego przez użycie funkcji eliptycznych, których był twórcą.

(1) oparciu na trwałych podstawach nauki o tarcu, równocześnie z powstaniem mechaniki analitycznej mówiłem w poprzednim wykładzie. Dla rozjaśnienia wątpliwości, jakie pozostawać mogły po doświadczeniach Coulomba, oraz dla rozciągnięcia poszukiwań w tym przedmiocie na większą liczbę ciał, podjął tę sprawę w latach 1831-4, francuski oficer artylerji Morin i wykonał w Metz szereg nowych doświadczeń, opartych na użyciu metod Coulomba, z wprowadzeniem wszakże wielu ważnych ulepszeń.

Przechodząc do hydromechaniki, przypominam o rozpoczęciu przez Laplace'a i Lagrange'a prac nad teorią fal wodnych, którą ci wielcy analitycy budowali na drodze czysto dedukcyjnej. Równocześnie holender Flaugergues (1755–1835) w pracy swej z r. 1793 starał się wywieść teorię fal z doświadczenia. Niedosć dokładne obserwacje doprowadziły go do poglądu, że ruch fal, na powierzchni przynajmniej, polega tylko na pionowych wahaniach cząstek, a pogląd ten wpłynął niekorzystnie na ścisłość wniosków Flaugerguesa. W niezauważonej w swoim czasie pracy pośmiertnej francuskiego inżyniera dróg i mostów Bremontiera (1738–1809) podana była, oparta

na obserwowaniu fal morskich, charakterystyka grup fal w tych słowach: „Fala nigdy nie posuwa się sama, lecz zawsze rozchodzi się ich wiele, tworząc grupę. Największe, średnie i najmniejsze — przedstawiają się, jakby tworzyły układ i zależały wzajemnie jedno od drugich.” Profesor instytutu politechnicznego w Pradze, Franciszek Gerstner (1756—1832), w wydanej w r. 1804 *Theorie der Wellen und Deichprofile*, skarżąc się w tej pracy na brak danych doświadczalnych, przedsięwziął syntetyczne badanie kwestji fal wodnych i doszedł do oznaczenia cykloidalnego profilu fali. Jakkolwiek wnioski Gerstnera niezupełnie się zgadzały z obserwacjami, to jednak jego teoria, dająca prędkość rozchodzenia się fal na powierzchni, w przypuszczeniu nieskończenie wielkiej głębokości, do dziś utrzymuje się w hydrodynamice.

Badania Laplace’a, Lagrange’a i Gerstnera opierały się na warunkach ruchu potencjalnego cieczy, w skutku czego kwestja powstawania fal nie była braną pod uwagę. Kwestja ta wskutek konkursu, ogłoszonego przez Akademię Nauk paryską, podjęta została przez Poissona, w jego *Mémoire sur la théorie des ondes* z r. 1816. Śledził on rozszerzanie się małego wzburzenia złożonemi rachunkami, które następnie rozwinął słynny matematyk francuski, inżynier dróg i m. Augustyn Cauchy (1789—1857). Cauchy wprowadził do nauki pojęcie obrotu średniego, nazwanego później wirem przez Helmholtza, a, co większe jeszcze ma znaczenie, uogólnił zapoczątkowaną przez Lagrange’a w zastosowaniu do cieczy, giętkich nitek i płyt, mechanikę ośrodków ciągłych, i związał ją z teorią sprężystości o czem będzie mowa przy mechanice stosowanej.

Na dalszy rozwój nauki o falach po pracach Poissona i Cauchyego największy wpływ wywarły spostrzeżenia inżyniera angielskiego John Scott-Russela (1808-1882),

zebrane w rozprawie *On Waves* z r. 1844. Opisane tam zostało po raz pierwszy zjawisko tak nazwanej fali pojedynczej, powstające przez nagłe podniesienie powierzchni wody bieżącej. Co do fal o małej obszerności (amplitudzie) to, jak wspominałem w poprzednim wykładzie, już Lagrange wykazał, że ruch tych fal w cieczach idealnych należy do formy ruchów, badanej przez Eulera, przy której składowe prędkości są cząstkowymi pochodnymi pewnej oznaczonej funkcji, którą później Helmholtz nazwał potencjałem prędkości. Twierdzenie Lagrange'a, dotyczące ruchu cieczy, w przypadku istnienia tej funkcji dowiedzionem zostało ściśle przez Cauchyego, podczas gdy wymieniany już matematyk angielski Green wykazał zależność takich ruchów cieczy, rozważanych jako dwuwymiarowe od potencjałów logarytmowych, a jako trójwymiarowe od potencjałów newtonowskich. Tym sposobem wytkniętą została droga dalszego rozwoju teorii prądu potencjalnego. Szybko posunęły ją naprzód prace profesora w Cambridge Jerzego Stokesa (1819-1903), który obok zastosowania teorii do ruchów osiowo-symetrycznych (1842) oraz wprowadzenia funkcji prądowej, podporządkowanej potencjałowi prędkości (1847), dał przekształcenie całki linjowej prędkości na całką powierzchniową (1854).

Badania nad teorią fal wodnych zwróciły uwagę na opory, powstające w skutku lepkości cieczy naturalnych. Pierwszy określił te opory Newton, stawiając na początku sekcji II księgi swoich *Principjów*, hipotezę: „Opór w skutku niezupełnej płynności (*ex defectu lubricitatis*) cząstek cieczy niech będzie przy równych innych okolicznościach proporcjonalny do ich prędkości względnej.” Pierwsze badania ruchu cieczy naturalnych zawdzięczamy inżynierowi i profesorowi Szkoły Dróg i Mostów w Paryżu Ludwikowi Navierowi (1785–1836). On to, w swoim

Mémoire sur les lois du mouvement des fluides z r. 1822 starał się ogólne równania różniczkowe ruchu płynów, wywiedzione w przypuszczeniu płynów idealnych, bez tarcia między cząsteczkami, uzupełnić czynnikiem uwzględniającym to tarcie. Przyjął w tym celu, że między dwiema cząsteczkami, dostatecznie bliskimi, oprócz działania hydrostatycznego ma jeszcze miejsce działanie dynamiczne, którego wyrażenie jest funkcją ich odległości, pomnożoną przez prędkość, z jaką się te cząsteczki zbliżają lub oddalają jedna od drugiej w danej chwili. Otrzymał tym sposobem na tarcie dwóch warstw wyrażenie, zgodne z przypuszczeniem Newtona. Przy stałej zmianie prędkości hipoteza ta prowadzi do proporcjonalności tarcia do pochodnych, z których się składają, jak to wykazał Cauchy (1827), składowe prędkości odkształcenia. Zwracał na to uwagę później (1843), inżynier francuski Barré de Saint Venant (1797—1886), podczas gdy Poisson (1832) starał się, podobnie jak Navier, opierać teorię ruchu cieczy naturalnych na rozważaniu działań międzycząsteczkowych. Z tych działań także wyciągnął Stokes (1845) związek linijny składowych nateżeń z prędkością odkształcenia i wywiódł powtórnie równania Naviera, których zupełną zgodność z powolnym ruchem cieczy w cienkich rurkach wykazały badania doświadczalne Poiseuille'a (1846).

Mówiąc o rozwoju hydromechaniki w epoce Lagrange'a, wspomniałem o poglądach Clairauta i Laplace'a na nateżenie powierzchniowe. Analogia tego pojęcia z nateżeniem cienkiej błonki, zaznaczoną została przez Th. Younga w jego piśmie *Essay on the cohesion of fluids* z r. 1803. Do tych samych wyników, co Laplace, doszedł także Gauss, który warunki równowagi w swoich *Principia generalia theoriae figurae fluidorum in statu aequilibrio*

(1830) wywiódł z zasady przesunięć przygotowanych i dowiódł przytem stałości tak zwanego kąta krawędziowego. Podczas gdy wszyscy ci badacze uważali ciecz, jako jednorodną, to Poisson w swojej *Nouvelle théorie de l'action capillaire* (1831) wykazał, że pod wpływem sił międzycząsteczkowych na powierzchni cieczy tworzyć się winno zgęszczenie. Interesujący wpływ dynamiczny włoskowatości na ruch fal zaobserwował Scott Russel (1844) i przedstawił jasno we wzmiankowanej rozprawie *On Waves*, o czem przyjdzie mi jeszcze wspominać.

U nas, w dziedzinie mechaniki teoretycznej pojawiła się w tym czasie jedna tylko praca, lecz niepośledniej wartości. Prof. Uniw. Jag. Karol Hube, syn Michała, o którym wspominałem, czytał w r. 1826 w Tow. Nauk. Krak. rozprawę: *O fenomenach niektórych, pochodzących z ruchu wirowego ciał, z przydaniem uwag nad przerobieniem spólrzędnych i niektórymi twierdzeniami, tyczącemi się momentów*. Praca ta zawierała wiele rzeczy nowych, mianowicie dokładne obliczenie stałych dla ruchu bąka i rozwiązanie zadań, dotyczących oscylacji elipsoidy ciężkiej na płaszczyźnie pochylej i toczenia się krążka po jego krawędzi. Zasady mechaniki analitycznej oraz te części mechaniki stosowanej, które były najpotrzebniejsze dla przyszłych oficerów artylerji i inżynierji, wykładał w Szkole Wojskowej Aplikacyjnej w Warszawie przed r. 1830 ks. Rafał Skolimowski. Wykłady te w r. 1824 były litografowane i tworzą foljał o 1054 stronach. Kurs to ścisły, starannie ułożony, zawierający wiele materiału dla słownictwa. Krótki i przystępny wykład początków mechaniki praktycznej p. t. *Teorja machin, podająca łatwe ich wyrachowanie dla gospodarzy, mechaniki*

ków praktycznych i konstruktorów maszyn wydał w 1827 r. w Krzemieńcu Franciszek Miechowicz, nauczyciel i rządca instytutu mechaników w Liceum Wołyńskim a później profesor Uniwersytetu kijowskiego.

IX. MECHANIKA STOSOWANA W PIERWSZEJ POŁOWIE XIX W.

Mówiąc o rozwoju nauki o wytrzymałości tworzyw w drugiej połowie XVIII w., zaznaczyłem, że dzięki pomysłom Coulomba nauka ta stanęła na prawdziwych podstawach i oczyściła się z mnóstwa błędów i niedorzeczności, niedopatrzonych w ciemnocie wieków średnich. Nie od razu wszakże umiano skorzystać ze słowa prawdy i pozbyć się nawyknień, wyrobionych przez długą rutynę, którą uświęciło tyle imion sławnych budowniczych, w każdym razie jednak obudziła się w ówczesnych uczonych pewna nieufność do dawnych prawideł i chęć sprawdzenia nowoodkrytych teoryj. Dowodem tego była najprzód książka wymienianego parokrotnie w poprzednim wykładzie lekarza angielskiego Tomasza Younga: *A course of natural philosophy and the mechanical Arts* z r. 1807, w której jest mowa po raz pierwszy o module sprężystości belek wyginanych; a następnie doświadczenia inżyniera marynarki Karola Dupin (1811) i inżyniera dróg i mostów Alfonsa Duleau (1813), przeprowadzone w duchu prawdziwie badawczym i naukowym. Badania Dupina odnosiły się do mocy i sprężystości drzewa, Duleau znów wykonał doświadczenia nad żelazem kutem. Z innych poszukiwań

zwracały na siebie uwagę doświadczenia Minarda i Desormes'a, robione w r. 1815, nad wytrzymałością drzew i metali na rozciąganie. Jeszcze ważniejszymi były doświadczenia angielskie Barlowa (1817), mające na celu oznaczenie mocy włókien w drzewie przeciw rozerwaniu w kierunku podłużnym i poprzecznym, tudzież oznaczenie włókien obojętnych i wygięcia belek prostych, w chwili złamania albo też przed złamaniem. Wyniki tych poszukiwań okazały się zgodnymi z temi, jakie otrzymali Dupin i Duleau. Barlow robił także doświadczenia nad belkami drewnianymi, sztucznie wygiętymi, tudzież składanymi z dwóch tarcic, związanych sznurem, a wkońcu dochodził mocy drutów przy nagłym ich szarpaniu. Do ważnych zdobyczy na polu doświadczenia należą też prace inżyniera angielskiego Tomasza Tredgolda (1823), tyjące się wytrzymałości drutów i mocy prętów surowcowych przeciw złamaniu. Tredgold pierwszy zauważył, że żelazo lane, pomimo swej twardości i ziarnistego ustroju może zmieniać swój kształt niepowrotnie, gdy tylko obciążenie przechodzi pewne granice, którą to własność samemu tylko żelazu kutemu przypisywano. Równocześnie, próbując mocy drutów żelaznych i sztab surowcowych, odkrył to ważne zjawisko, iż przyrost długości sprawiony obciążeniem pręta, jest wprawdzie z początku proporcjonalny do obciążenia, lecz następnie rosnać zaczyna w daleko szybszym stosunku i nie znika już całkowicie po odjęciu ciężarów. Inne znów doświadczenia francuskie, Dufoura (1824) nad wytrzymałością drutów miedzianych i mosiężnych, wykazały, że przegrzewanie zmniejsza znacznie ciągliwość tych metali. Z doświadczeń pomniejszych wymienię doświadczenia Lagerhjelm'a, robione w Szwecji dla porównania tamtejszego żelaza z żelazem walcowanym angielskiem. W Warszawie porucznik artylerji Antoni Kranz, krakowianin, z pole-

cenia dyrektora materiału artylerji jenerała Bontemps wykonał w r. 1825/6 doświadczenia z wytrzymałością żelaza kutego, stali i drzewa i podał ich wyniki w pierwszym naszym czasopiśmie technicznym: *I z y s P o l s k a* z roku 1827. Odnosiły się one do drzew krajowych i żelaza suchedniowskiego.

We Francji przez długi czas pozostająca w zapomnieniu teoria sklepień Coulomba, przystosowana została do potrzeb praktyki przez inż. Audoy (1820), stwierdzoną doświadczeniami inż. Bastarda (1822), wreszcie rozwiniętą analitycznie w r. 1823 przez inżynierów Lamego i Clapeyrona. Poisson i Cauchy zakładali wtedy podstawy teorii sprężystości; istotnym wszakże twórcą tej nowej nauki był wymieniany w poprzednim wykładzie Ludwik Navier. W r. 1821 przedstawił on Akademji rozprawę: *Mémoire sur les lois de l'équilibre et du mouvement des corps solides élastiques*, stanowiącą punkt wyjścia dla prac Poissona i Cauchyego. Opierając się na tem, że ciało sprężyste składa się z cząstek, a między dwiema cząstkami sąsiednimi działają siły, proporcjonalne do zmiany wzajemnej odległości cząstek, wyprowadził Navier równania równowagi dla każdego punktu wewnętrznego, a także równania dla cząstek na powierzchni ciała, wyrażające tak zwane warunki krańcowe. Nie mniejszą jego zasługą było związanie zasad teorii sprężystości z nauką o wytrzymałości tworzyw, z której uczynił istotną podstawę dzisiejszej techniki.

Zajmując się dotąd głównie wytrzymałością na złamanie, mniej zwracano uwagi na sprężystość belek wyginanych. Wprawdzie Young w początku stulecia wprowadził już do nauki tak zwany moduł sprężystości i podał dokładne wzory na wygięcie, ale stosowało się to tylko do przecięć symetrycznych względem linii poziomej włókien obo-

jętnych. Dopiero Navier w swoich wykładach z r. 1824 określił znaczenie wytrzymałości na złamanie wobec wygięcia i rozwiązał wiele zadań, nieporuszonych jeszcze z powodu nieznajomości rozkładu nateżeń w różnych częściach przecięć poprzecznych. Najważniejsze z tych zadań dotyczyły belek, leżących na kilku podporach, i łuków. Teorii belek prostych, leżących na kilku podporach, dał Navier pierwsze podstawy. Zajawszy się teorią łuków, spostrzegł, że zadania, tyczące się wszystkich krzywych płaskich, dają się sprowadzić do kwadratury, gdy tylko wygięcie jest małe. Dopelniał tę teorię Barré de Saint Venant, podając w swym wykładzie mechaniki z r. 1837 wyrażenie poprawne parcia poziomego, jaki wywiera łuk paraboliczny, albo kołowy, obciążony w samym środku — i to z uwzględnieniem nie tylko kurczenia się osi łuku, ale także ślizgania się włókien jednych po drugich. Co do sklepień, przyjmując teorię, polegającą na obracaniu się zworników około krawędzi, Navier tak wyraził swój pogląd: „Zworniki kamienne nie są w istocie ciałami zupełnie twardymi, a więc ich krawędzie geometryczne nie mogą znosić całego ciśnienia jednej części sklepienia na drugą. Przy szukaniu nateżeń w różnych częściach bryły trzeba by mieć wzgląd na sprężystość materji i badać dokładnie skutki, wywołane działaniem danego układu sił; ale że zadanie to nie jest jeszcze rozwiązane, trzeba się uciec do przypuszczeń, mających niejaki podobieństwo do prawdy. Dlatego przyjmujemy, że zworniki kluczowe nie wywierają na siebie żadnego ciśnienia w krawędzi dolnej i że w stosudze pęknięcia, która, jak wiadomo, leży blisko podpór, ciśnienie jest także równe zeru w całej krawędzi górnej.” Pogląd ten mimo widocznego braku podstawy przyjęty został przez ogół ówczesnych budowniczych.

W swych wykładach z r. 1833 podał Navier opis kilku doświadczeń nad rozciąganiem żelaza, miedzi i ołowiu, tudzież wyniki prób ze sztabami żelaznymi przy budowie mostu Inwalidów w Paryżu. Równocześnie podobne doświadczenia prowadził słynny wynalazca zapraw cementowych, inż. dr. i m. Ludwik Vicat (1781—1861) i podał ich opis w r. 1834. Vicat, nie zadowolniając się mierzeniem chwilowego przyrostu długości, pozawieszał na drutach żelaznych ciężary, większe od jednej czwartej lub jednej trzeciej obciążenia, odpowiadającego zerwaniu, — i, zostawiwszy je w tym stanie przez lat kilka, stwierdził nie tylko stopniowe wydłużanie się drutów pod wpływem czasu, lecz zauważył zarazem nieproporcjonalność wydłużeń, skoro tylko obciążenie przechodzi pewne granice, zależne od wymiarów i rodzaju drutu.

Teorią skrećenia, która nie postąpiła naprzód od czasów Coulomba i nie godziła się już z wynikami doświadczeń, zajął się Cauchy i ogłosił w r. 1829 nową teorię, opartą na przypuszczeniu, że natężenia wewnętrzne dają się wyrazić przez szeregi zbieżne potęg całkowitych z dwóch rzędnych. Przypuszczenie to nie było matematycznie ściśle w znaczeniu ogólnem, wszakże rozprawa Cauchyego określiła prawdziwe granice wzorów Coulomba i przyczyniła się znakomicie do rozwoju teorii skrećenia.

Rozwijająca się podówczas budowa mostów żelaznych wymagała dokładnych wiadomości o przymiotach i wadach materiałów budowlanych i wciąż mnożyły się doświadczenia, na czele których stanęły prace Fairbairna i Hodgkinsona w Anglii. Konstruktor pierwszego okrętu z żelaza, fabrykant maszyn w Manchester, Sir William Fairbairn (1789—1874), robił już oddawna doświadczenia nad wytrzymałością tworzyw. Dla powiększenia ich zakresu zaprosił do współpracownictwa profesora maszynoznawstwa Eatona Hodgkinsona (1789—1861), znanego

z wielu prac a zwłaszcza z opisu doświadczeń, przedsięwziętych w r. 1830 dla zbadania najlepszego kształtu belek surowcowych. W r. 1837 ukazały się rozprawy Fairbairna i Hodgkinsona zawierające opis ich wspólnych doświadczeń, które dostarczyły danych praktycznych, dotyczących rozmaitych gatunków surowca. Hodgkinson podjął następnie doświadczenia nad wytrzymałością słupów z żelaza lanego; zbadał zgniatanie krótkich graniastosłupów z drzewa i żelaza i różne sposoby ich rozpadania się, pękanie słupów żelaznych w sposób pośredni pomiędzy zgnieceniem a złamaniem i podał wzór doświadczalny na ich wytrzymałość. Równocześnie profesor berlińskiej Akademii Budowlanej, znany wynalazca alkoholometru Adolf Brix (1798—1870) wyczerpał kwestję mocy i sprężystości drutów, używanych do mostów wiszących.

Podczas chwilowej przerwy w rozwoju doświadczeń angielskich podjęte zostały prace we Francji nad teorią parcia ziemi i stałości sklepień. Pierwsza z tych teoryj, wytworzona przez Coulomba, odnosiła się do brył ziemnych zakończonych u góry powierzchnią poziomą, przechodzącą przez szczyt muru, a tem samem nie wystarczała do obliczenia stałości wałów, pokrytych ziemią do pewnej wysokości. Poncelet, chcąc właśnie ocenić wpływ tego rodzaju nasypów na stałość murów fortecznych, rozebrał w r. 1840 przypadek najogólniejszy. Teorią sklepień zajęli się w tym czasie: inż. dr. i m. Edward Mery (1805—1866) i w Anglii Henryk Moseley (1801—1872). Wpadli oni na myśl szczęśliwą połączenia w jedną linię ciągłą wszystkich punktów przyłożenia ciśnień wypadkowych i utworzenia tym sposobem metody wykreślnej, któraby obejmowała w sobie wszystkie warunki równowagi każdej części sklepienia. Moseley pierwszy o tem wspomniął w swem piśmie z r. 1833, ale rękopis Meryego, wydany w r. 1840, datowany był w r. 1827 i zawierał zu-

pełne rozwinięcie tego przedmiotu. Rzut oka na krzywą ciśnień wystarcza do ocenienia stanu równowagi tak pod względem wywrotności i ślizgowatości zworników, jakoteż pod względem wytrzymałości kamienia. Pomysł Meryego stosował się nie tylko do samych sklepień, ale także do murów podporowych i podwałowych, których teoria wobec ulepszeń, zrobionych przez Moscleya w roku 1843, a polegających na uwzględnieniu tarcia ziemi, istotnie potrzebowała uprzystępnienia w kierunku praktycznym. W zastosowaniu jednak do sklepień metoda Mery'ego nie była jeszcze doskonałą, gdyż wymagała znajomości dwóch krańcowych punktów krzywej ciśnień, punktów, nie dających się wyznaczyć teoretycznie w braku dostatecznych wiadomości o odkształcaniu się brył murywanych. Poprzestawano więc na przypuszczeniach. We Francji przyjmowano według Naviera, że parcie wypadkowe przechodzi przez $\frac{1}{3}$ łożyska oporowego, licząc od podniebienia, i że spotyka przecięcie kluczowe w jednej trzeciej jego wysokości, licząc od grzbietu; w Niemczech zaś trzymano się więcej Hagena, który w rozprawie z roku 1844 przeprowadzał krzywą ciśnień przez środek klucza i przez środek łożyska oporowego.

W dalszym ciągu prac doświadczalnych nad wytrzymałością metali, wykonane były w Paryżu niezwykle ściśle doświadczenia, przez naturalizowanego we Francji fizyka wiedeńskiego Wilhelma Wertheima (1815—1861). W Anglii, w r. 1847, wypadek załamania się belki z żelaza lanego, w moście pod drogą żelazną, spowodował wyznaczenie przez rząd specjalnej komisji, złożonej z najwybitniejszych inżynierów, dla zbadania warunków, w jakich żelazo i surowiec stosowane być mogą w budowie mostów. Komisja ogłosiła w r. 1849 sprawozdanie, podpisane przez Renniego, Hodgkinsona i innych, zawierające szczegółowe opisy doświadczeń i orzeczenia powołanych biegłych,

zwłaszcza co się tyczy szkodliwego wpływu drgania na wytrzymałość żelaza. Równocześnie Fairbairn, uproszony przez Roberta Stephensona, wykończył niemniej ważne doświadczenia, nad wytrzymałością żelaza walcowanego, przygotowanego do budowy słynnego mostu Britannia, nad cieśniną Menay. Ogłoszone w r. 1850 doświadczenia te polegały głównie na łamaniu różnych rur z blachy żelaznej, kładzionych poziomo i obciążanych we środku między podporami. Przekrój eliptyczny, skierowany większą osią ku górze okazał się korzystniejszym od kołowego, a przekrój prostokątny, mający większą wysokość od szerokości, jeszcze lepszym. Ponieważ złamanie następowało zawsze wskutek zgniecenia albo raczej zupełnego pofałdowania się pasa górnego, postanowiono pas ten zastąpić szeregiem rur czworograniastych, mocno do siebie przynitowanych i sporządzono w tym celu model w jednej szóstej naturalnej wielkości. Teraz już pękał nie pas górny, ale dolny, ze zbytniego wysiłku, co skłoniło Stephensona do przyjęcia jednakiej konstrukcji obu pasów, w belkach rurowych mostu Britannia.

Mówiąc o rozwoju mechaniki stosowanej w epoce Lagrange'a, podnosiłem prace ojców hydrauliki: Bossuta i Dubuata. Obok nich stanął w początku XIX w. istotny twórca nauki o ruchu wody w rurach i kanałach, dyrektor szkoły dróg i mostów po de Chezym, baron Gaspard Riche de Prony. W swem dziele: *Recherches physiques mathématiques sur la théorie du mouvement des eaux courantes* z r. 1804, podjąwszy z jednej strony ideje Coulomb'a, a z drugiej idąc, pod względem dążności do prostoty we wzorach, za przykładem de Chezy'ego i opierając się na wynikach doświadczeń, jakie zostawili: Couplet, Bossut i Dubuat, doszedł do postawienia wzorów, powtarzanych do dziś w podręcznikach inżynierskich. Sprawdzeniem i popra-

wieniem współczynników tych wzorów, zajmował się w r. 1814 dyrektor budownictwa w Berlinie Jan Albert Eitelwein, przyjmując za podstawę większą liczbę doświadczeń a mianowicie, oprócz tych, któremi posługiwał się de Prony, doświadczenia: Woltmanna (1791), Brüningsa (1798) wreszcie członka deputacji budowlanej w Berlinie Funka (1808). Otrzymane przez Eitelweina wyniki, sprawdzone znów zostały przez de Prony'ego, który do całego zebranego materiału dołączył jeszcze doświadczenia hydraulików włoskich i ostateczne rezultaty podał w swoim *Recueil de cinq tables* z r. 1825, stanowiącym przez długi szereg lat jedyny podręcznik dla obliczeń hydraulicznych.

Nad ulepszeniem wzorów de Prony'ego dla biegu wody w rurach pracowali następnie we Francji, d'Aubuisson, Saint Venant i Dupuit. Na podstawie wyników doświadczeń, wykonanych wspólnie z inż. Castel'em w Tuluzie, podał d'Aubuisson nowe wartości współczynników tych wzorów, w swym podręczniku hydrauliki z r. 1840. Saint Venant zmienił dwuwyrazowy wzór de Prony'ego na jednowyrazowy, z potęgą ułamkową prędkości i ogłosił w swoich *Formules et tables* z r. 1851. Dupuit, autor cennych *Etudes pratiques et théoriques* z r. 1848, proponował wzór jednowyrazowy z prędkością w kwadracie i wzór ten utrzymuje się dotąd z powodu swej prostoty. W Niemczech pracowali nad tym przedmiotem Weisbach (1840) i Hagen (1850). Nową podstawę doświadczalną prac nad biegiem wody w rurach wytworzył inżynier wodociągów w Dijon Henryk Darcy (1803—1858), przystępując w r. 1849 do wykonania doświadczeń, w których zmieniane były: materiał rur, ich średnice, napory i prędkości. Doświadczenia te, wykonane w Paryżu w liczbie 198 a ukończone w roku 1851, wykazały wpływ na wydatek rur osadu, tworzącego

się na ich ścianach, i doprowadziły do wzorów, przez długie lata używanych, ze współczynnikami odmiennymi dla rur nowych i dla pokrytych osadem. Nad przechodzeniem wody przez zasuwy, krany, klapy i przepustniki wykonał doświadczenia Weisbach, dochodząc do wzorów, podawanych do dziś w podręcznikach technicznych.

Tymczasem wzory na bieg wody w kanałach, podane przez de Chezyego, de Pronyego i Eitelweina, pozostały niezmienione. We Włoszech wzór de Chezyego otrzymał nazwę wzoru Tadini'ego, który go podał w swej pracy: *Del movimento e della misura delle acque correnti* z r. 1816. Później Weisbach wprowadził w użycie w Niemczech wzór dający podobne wyniki. Wzór Dubuata, dający prędkość średnią w funkcji prędkości na powierzchni, poprawiany był przez de Pronyego, lecz nie został doprowadzony do pożądanej ogólności. Rozkład prędkości na pionowej badali następnie, podając nowe wzory: Defontaine (1833), Sonnet (1843) i Dupuit (1848).

Około r. 1827 Bélanger i Poncelet we Francji a Masetti we Włoszech doszli odmiennymi drogami do wyprowadzenia zasadniczego równania ruchu zmiennego wody bieżącej. Później Coriolis (1836) uzupełnił tę teorię przez wprowadzenie zmiany prędkości na przecięciu poprzecznym prądu. W dalszym ciągu zajmowali się tym przedmiotem Dupuit i Saint Venant. Przypadek ruchu zmiennego w kanałach odkrytych zaobserwował po raz pierwszy, profesor matematyki w Turynie Giorgio Bidone (1820).

Wyływ przez różnego rodzaju otwory i przystawki badali w początku ubiegłego stulecia: we Francji Hachette (1805), w Niemczech Eitelwein (1814), we Włoszech Bidone (1824). Największy szereg doświadczeń w tym dziale wykonali Poncelet i Lesbros w Metz, w latach 1827—1834. Doświadczenia nad wyływem przez przewody większych wymiarów przeprowadzili Castel i d'Aubuis-

son (1840) w Tuluzie. Nad całym tym przedmiotem pracować wtedy zaczął Juljusz Weisbach (1806—1871) we Freibergu a wyniki prac ogłosił w swem dziele *Ingénieur-Mechanik*, którego tom pierwszy ukazał się w r. 1846. Wpływ przez przewał był jeszcze badany przez francuskiego artylerzystę, następcę Lesbrosa w Metz kapitana Boileau (1845).

Ruchem gazów zajmował się w swem dziele Dubuat, następnie pracowali nad tym przedmiotem wymieniani już: Lagerhjelm, Piotr Girard, Tomasz Young i d'Aubuisson a nadto w Niemczech profesor getyngeski Jan Schmidt (1828) i radca górniczy brunświcki Fryderyk Koch (1833). Teorią ruchu gazów, opartą na twierdzeniu Bernoulliego, podał Navier (1830). Całkowanie równania różniczkowego, obrazującego ruch strugi gazowej, nastroczało pewne trudności, gdyż gęstość gazu, będąca funkcją dwóch zmiennych: temperatury i ciśnienia, nie mogła być uważana za stałą. To też Navier, wprowadzając przypuszczenie jednostajnego rozprężania się gazu przy niezmienniej temperaturze według prawa Mariotte'a a wbrew zasadom nieznanej wtedy jeszcze teorii mechanicznej ciepła, usunął wszystkie trudności i ułatwił całkowanie równania ruchu. Prace Samt-Venanta, Wantzela i Pesqueura we Francji dowiodły, że w zastosowaniach uważać można gaz jako ciecz o stałej gęstości. Ułatwiło to rozwiązywanie kwestyj napotykanych w praktyce, ale nie posunęło naprzód teorii ruchu gazów.

Kwestją uderzenia żyły wodnej o ciała stałe zajmowali się: Coriolis i Navier, a od r. 1846 Weisbach, którego wywody powtarzane są do dziś w podręcznikach. Opór przy ruchu statków badał w Anglii jeszcze w XVIII w. Beaufoy, a praca jego *Nautical and hydraulic experiments* ogłoszoną została dopiero w r. 1837. Nad oporem przy ruchu ciał stałych w powietrzu praco-

wali we Francji Thibaut i Duchemin. Poważne doświadczenia nad tym przedmiotem wykonali w latach 1835—1839 w Metz oficerowie artylerji: Piobert, Morin i Didion.

Mówiąc o maszynach wodnych drugiej połowy XVIII wieku, wymieniałem ulepszenie śruby Archimedes'a, próbowane przez Eitelweina w Moskwie. Niemożność budowania takiej śruby, dostatecznie długiej, aby podnosiła wodę na potrzebną wysokość, zmuszała do rozkładania pracy na szereg krótkich śrub, podnoszących wodę stopniowo do coraz wyżej ustawionych zbiorników. Niedogodność tę usiłował usunąć wspomniany w początkowych dziejach maszyny parowej margrabia Worcester, proponując złożenie śruby z dwóch części o różnych średnicach, lecz dopiero francuski inżynier dróg i mostów Pattu urzeczywistnił ten projekt w r. 1815.

W maszynach ślupowodnych udoskonalenia, polegające na użyciu regulatorów tłokowych, wprowadził inżynier badeński von Reichenbach (1772—1826), budując takie maszyny między Rosenheim a Berchtesgaden w Bawarii. Według rad Reichenbacha francuski inżynier dróg i mostów Juncker wystawił w r. 1831 w Huelgoat w Bretanii maszynę ślupowodną o pojedynczem działaniu. W tym też czasie obok nowych typów kół wodnych, jak podsiębierne Ponceleta i śródbierne Sagebiena, wchodziły w życie koła o oddziaływaniu, które już w połowie XVIII w. Segner nazywał turbinami, a których teorię podał Euler wraz ze szkicem schematycznym turbiny osiowej. W r. 1824 francuski inżynier górniczy Burdin projektował podobną maszynę, którą wtedy nazywano „turbina o oddziaływaniu“, a w parę lat potem uczeń Burdina, Fournayron zajął się budową turbin promieniowych odśrodkowych noszących dotąd jego imię. Poncelet przedstawił Akademji w r. 1828 swą rozprawę o skutkach mechanicznych turbiny Fournayrona,

a teorię tę, opartą na zasadzie równoległości strug, uzupełnił w r. 1843 Combes, wprowadzając otrzymane przez d'Aubuissona i Weisbacha współczynniki oporu. Combes pierwszy wydobył z zapomnienia prace Eulera o turbinach i wziął pod uwagę szkodliwość uderzeń przy wchodzeniu wody na łopatki. Badania Ponceleta i Combes'a rozwinął w r. 1844 Redtenbacher (1810—1863) dyrektor Politechniki w Carlsruhe. Dzieła Redtenbachera o kołach wodnych i o turbinach oddały ważne usługi konstruktorom tych maszyn; niezależnie wszakże od zawartych tam wskazówek naukowych projektowany był cały szereg nowych typów, jak turbiny Fontaine'a i Jonvala (1837) będące udoskonaleniem turbiny Eulera, oraz turbina dośrodkowa inżyniera amerykańskiego Francis'a. A gdy już wymieniam turbinę Fontaine'a, dodać muszę, że wśród doświadczeń, wykonanych nad tym silnikiem we Francji, przytaczane są doświadczenia inż. Wincentego Sławęckiego, dawnego ucznia pierwszej politechniki polskiej przed 1830 r., który po rewolucji kończył Szkołę Centralną paryską. U nas o wytrzymałości tworzyw i o hydraulice podał wiele ścisłych wiadomości ks. Rafał Skolimowski we wspomnianym Kursie Szkoły Wojskowej Aplikacyjnej. Wydana w r. 1836 w Warszawie Nauka o ruchu i sile pływów przez N. Boquillon w dobrym przekładzie z angielskiego, dokonanym przez wspomnianego już Antoniego Krauza, jest pierwszą książką polską, traktującą wyłącznie o hydraulice.

X. ROZWÓJ MECHANIKI TEORETYCZNEJ I STOSOWANEJ PO R. 1850

Uprawiany przez Poissona, Gaussa, Hamiltona i Jacobiego kierunek analityczny rozwijał się w dalszym ciągu w drugiej połowie XIX w., lecz na zmienionych podstawach. Mówiąc o Descartes'ie zaznaczałem uznaną przezeń zasadę niezniszczalności ruchu. Zasada ta wynikała następnie jako wniosek z przyjętej w mechanice od czasów Newtona zasady bezwładności. Podczas gdy w mechanice niezmiennosc ruchu była jednoznaczna z zasadą zachowania siły, uważanej jako przyczyna ruchu, inaczej rzecz się miała w fizyce. Gdy tam ukształtowała się zapoczątkowana przez Ampère'a elektrodynamika a Mayer i Joule wytworzyli przewidywaną już przez Sadi Carnota w r. 1830 termodynamikę, zaszła wtedy potrzeba rozszerzenia na te działy fizyki zasady zachowania siły, uważanej nie jako przyczyna ruchu, lecz jako ogólna zdolność do pracy. Taką ogólną zdolność do pracy miał na myśli Herman Ludwik von Helmholtz (1821–1894), w swej rozprawie z r. 1847, zatytułowanej: *Ueber die Erhaltung der Kraft*, a przyjęta przezeń w tytule niewłaściwa nazwa ulec musiała zmianie. Ogólną zdolność do pracy nazywał jeszcze w r. 1807 Tomasz Young energją i fizycy, zatrzymując nazwę siły dla

elementarnych własności materji, uznali za właściwe dać zasadzie, o której mowa, nazwę zasady zachowania energii. Inżynier cywilny w Glasgowie William Rankine (1820-1872) w pracy *On the law of the transformation of energy* z r. 1853 nazwał połowę siły żywej energją kinetyczną, albo aktualną, potencjał sił wewnętrznych — energją potencjalną, a sumę energii kinetycznej i potencjalnej — energją całkowitą albo poprostu energją. Przy tem słownictwie twierdzenie sił żywych tak się wyraża: Zmienność energii jest równa pracy sił zewnętrznych. Gdy zaś niema tych sił, lub praca ich jest równa zeru, wtedy energja jest stałą i to właśnie stanowi zasadę zachowania energii.

Rankine dał w swej pracy następujące określenia: „Energją jest każda własność materji, stanowiąca siłę, lub dająca się przyrównać do siły, która może wywoływać zmiany takie, że przy nich pokonanym być musi opór. Energja aktualna jest własnością materji dającą się mierzyć, przenosić lub przekształcać; obecność jej w materji wywołuje skłonność do zmiany stanu, pod jednym lub wieloma względami. Z nastąpieniem tej zmiany energja aktualna znika i zastąpioną zostaje przez energję potencjalną, którą się mierzy wielkością zmiany w stanie danej materji, w związku z wielkością skłonności albo siły, która wywołała w mowie będącą zmianę.” Wygłasza następnie Rankine prawo zachowania energii w słowach: „Suma wszystkich energii (potencjalnej i aktualnej) we wszechświecie jest niezmienną.” Cel tych nowych określeń objaśnił w dwa lata później, mówiąc, że na miejsce hipotetycznych atomów i ich sił, wprowadzone zostały nowe abstrakcje nie mające już nic hipotetycznego, lecz wyciągnięte z rzeczywistości.

Nowe pojęcia zyskały szybko ogólne uznanie. Gotowość, z jaką zostały przyjęte i wprowadzane w życie,

wykazała jasno, że niewiele już można było wyciągnąć z dawnych pojęć sił elementarnych i że ich usunięcie było na czasie. Słownictwo Rankine'a przyjęli w swych pismach wielcy uczeni angielscy: William Thomson, późniejszy lord Kelwin i James Clark Maxwell (1831—1870). W Niemczech uznał je Helmholtz jako „starannie dobrane“, choć nie podzielał filozoficznych poglądów Rankine'a, a przyjął odrazu Rudolf Clausius (1822—1888), lecz te nowe pojęcia rozpowszechniały się tam wolniej niż w Anglii, gdzie je stosowali w swych pracach oprócz Thomsona i Maxwella fizyk Stevart i matematyk Clifford. Ten ostatni usiłował usunąć zupełnie z nauki wszelki ślad pojęcia siły. „Wszystko,” mówił: „co wiemy o sile i ruchu, jest to, że pewne ugrupowanie ciał otaczających wytwarza pewną zmianę w ruchu danego ciała. Można więc powiedzieć, że to ugrupowanie ciał otaczających wytwarza pewną siłę, a ta siła powoduje zmianę ruchu. Ale pocóż to pośrednictwo! Czemu nie przejść odrazu od okoliczności otoczenia do następującej w ich skutku zmiany ruchu.“ Wracano więc do zdrowego poglądu Newtona, który unikał wszelkich hipotez, a powrót ten ułatwiało rozpowszechnienie pojęcia energii, wywołujące w XIX w. tak znaczny rozwój nauk fizycznych.

Pracownicy nasi przyjęli także udział w rozpowszechnianiu nowych pojęć. Profesor Politechniki lwowskiej Jan Nepomucen Franke opierał się na tych pojęciach w swej *Mechanice Teoretycznej* z r. 1889, przytaczając odnośne prace Władysława Gosiewskiego i Edwarda Habicha, podane w *Pamiętniku Towarzystwa Nauk ścisłych w Paryżu*, a zasady energetyki przedstawił prof. Władysław Natanson w swoim *Wstępie do Fizyki teoretycznej* z r. 1890.

Wracając do prac Helmholtza nad zasadami mechaniki, zaznaczyć tu należy najważniejsze z jego rozpraw w tym

przedmiocie, mianowicie: Zasady statyki układów monocyklicznych z r. 1884, O znaczeniu fizycznym zasady najmniejszego działania z r. 1886, Zasada najmniejszego działania w elektrodynamice z r. 1892. Wpływ Helmholtza na rozwój mechaniki teoretycznej odbił się najsilniej w pracach jego ucznia Henryka Hertza. W roku 1894 ukazało się dzieło Hertza: *Die Principien der Mechanik in neuem Zusammenhang dargestellt*, ostatnia praca w samym początku tegoż roku zmarłego, młodego, bo zaledwie 37-letniego profesora fizyki w Bonn. Przedmowę z poglądem na prace autora napisał Helmholtz. Hertz postawił sobie za zadanie - zbudować mechanikę z pominięciem pojęcia siły. Do wzorów wprowadza te tylko wielkości, które mogą być istotnie dostrzegane i posługuje się wyłącznie pojęciami: czasu, przestrzeni i masy. Naukę opiera na jednej zasadzie ogólnej, którą uważać można za kombinację zasady bezwładności z zasadą najmniejszego przymusu Gaussa. Masy swobodne poruszają się jednostajnie w linii prostej. Jeżeli są poddane jakimkolwiek związkom, to według zasady Gaussa odchylają się jak najmniej od ruchu jednostajnego i prostoliniowego: ich ruch rzeczywisty jest więcej zbliżony do ruchu swobodnego niż wszelki inny, jakiby można wymyśleć. Hertz mówi, że przy danych związkach ruch mas jest możliwie jak najwięcej prostoliniowy, a skoro która masa odchyła się w jakikolwiek sposób od tego ruchu, to odchylenia tego nie przypisuje sile, lecz związkom nieodkształcalnym z innymi masami; a gdy te związki są niewidzialne, przyjmuje masy ukryte, ożywione ukrytymi ruchami. Wszystkie siły fizyczne przyjmuje za skutki tego rodzaju związków. W jego wykładzie siła, funkcja sił, energia, są tylko koncepcjami pomocniczymi

i dodatkowemi. Oto co mówi Mach o tej nowej mechanice: „W tym wspaniałym, idealnym ustroju mechaniki, rozwiniętym przez Hertza, treść fizyczna tak dalece została ścieśnioną, że zaledwie można ją zauważyć. Descartes niewątpliwie, gdyby żył jeszcze, ujrzałby w mechanice Hertza swój własny ideał, wyraźniej niż w mechanice Lagrange'a, tej geometrii analitycznej czterowymiarowej. Descartes, walczący z ukrytymi „jakościami“ filozofii scholastycznej, odmawiał przypisywania materji innych własności, jak tylko rozciągłość i ruch, i chciał oprzeć całą mechanikę i fizykę na geometrii ruchu, przyjmując za jedyną hipotezę swą zasadę niezniszczalności ruchu... Jako program idealny, mechanika Hertza jest piękniejszą i więcej spójną od mechaniki zwykłej, lecz ta ostatnia przewyższa ją w zastosowaniach, jak to przyznał sam Hertz z cechującą go szczerością w zakończeniu wstępu do swego dzieła z r. 1894.“

W końcu ubiegłego stulecia zajmowano się żywo kwestją, dotyczącą istoty siły. Według poglądów antropomorficznych pojęcie siły jest pierwotnem, nie dajacem się wyrazić ani określić: wszyscy wiemy, co to jest siła, odczuwamy ją bezpośrednio we własnym wysiłku mięśniowym. Poglądy te prowadzą do statycznego sposobu pojmowania siły, polegającego na odkształceniu, wytwarzaniem przez ciągnięcie lub ściskanie; gdy przeciwnie, w mechanice Newtona i Lagrange'a siła pojętą została dynamicznie, jako przyczyna przyśpieszenia. Statyczny sposób pojmowania siły wytworzył obok mechaniki klasycznej tak nazwaną przez Andrade'a mechanikę związków albo mechanikę nici. Mechanika ta zapatruje się na siłę, jako na nateżenie nici, której kierunek schodzi się z kierunkiem siły, a której względne wydłużenie mierzy wielkość siły. Jeżeli siła zamiast ciągnąć popycha swój punkt przyłożenia, rozważa się

wtedy zamiast nici pręt sprężysty ale sztywny. Mechanikę nici rozwinął systematycznie inżynier marynarki francuskiej Fryderyk Reech w swym Kursie Mechaniki z r. 1852, a podnosił jej znaczenie profesor w Rennes Juljusz Andrade w swych Lekcjach mechaniki fizycznej z r. 1898. Najznakomitszy matematyk naszych czasów Henryk Poincaré (1854—1912), roztrząsając te poglądy, zaznaczył, że jeżeli nie zadawalniają one potrzeb logicznych naszego umysłu, to jednak pozwalają nam lepiej zrozumieć genezę historyczną podstawowych zasad mechaniki. Uwagi, jakie nasuwają, wykazują, jak umysł ludzki wznosił się od naiwnego antropomorfizmu do obecnych pojęć nauki. „Na początku (mówi Poincaré) ukazuje się nam doświadczenie, bardzo szczegółowe i w rezultacie dość prostacze. Na końcu widzimy prawo już zupełnie ogólne i ściśle, którego prawdziwość uważamy za absolutną. Tę prawdziwość nadaliśmy owemu prawu my sami przyjmując je za umowę. Czyż więc prawo przyspieszeń, prawo rozkładu sił są tylko dowolnymi umowami? Umowami — tak, dowolnymi — nie! Byłyby takimi, gdyby zapomniano o doświadczeniach, które twórców mechaniki doprowadziły do przyjęcia tych praw. Doświadczenia te, jakkolwiek niedoskonałe, wystarczają jednak do usprawiedliwienia praw z nich wywiedzionych. Dobrze też jest, że od czasu do czasu zwrócić musimy uwagę na doświadczalne źródło tych umów.”

Wymieniany już kilkakrotnie, jako historyk zasad statyki, francuski fizyk Duhem w swej pracy p. t. *Évolution de la Mécanique*, której posiadamy przekład polski z r. 1904, rozważał rozwój mechaniki w ostatnich latach z punktu widzenia ogólnofizycznego i rozpatrzywszy kolejno tak poglądy Arystotelesa, Descartes'a Newtona i Lagrange'a jak i wpływ nowych teoryj mechanicznych ciepła i elektryczności i zaakcentowany przez Williama

Thomsona powrót do atomizmu i kartezjanizmu, zaznaczał, że wprowadzenie do zasady d'Alembert'a zmian, wskazanych w pewnej mierze przez hipotezy, poczynione przez Naviera w budowie płynów lepkich, wytworzyło podstawy nowej dynamiki, nazwanej dynamiką ogólną. Naszkicowaną ona została w krótkości przez Helmholtza, a wypowiedzianą wyraźnie w badaniach Duhema, których dalszym ciągiem były prace prof. Uniw. Jag. Wł. Natanson. Tę nową dynamikę postawił Duhem obok statyki amerykańskiego prof. Gibbsa, przewidującej tak nazwane stany równowagi prawdziwej. Nie mogąc tu wkraczać w te sfery ogólnie fizycznych dociekań, poprzestaję na tej wzmiance.

Kierunek analityczny uprawiał nasz wybitny pracownik w dziedzinie mechaniki Władysław Gosiewski (1844—1911). Wśród wielu cennych prac, jakie zostawił ten uczony matematyk, kilka odnosi się do mechaniki teoretycznej. Najwięcej z nich cenioną była rozprawa O związku między zasadą najmniejszego działania i najprawdopodobniejszym układem, podana w tomie I Prac matematyczno-fizycznych z r. 1888, a stanowiąca pierwsze zastosowanie rachunku prawdopodobieństwa do mechaniki.

Mówiąc o zapoczątkowanym przez Poinsoła kierunku syntetycznym rozwoju mechaniki, przytaczałem pogląd tego uczonego, że nie dość jest sprowadzić zadanie dynamiki do układu równań możliwych do zcałkowania, — nierównie więcej chodzi o przedstawienie badanego ruchu w sposób widoczny, tak aby się miało przed oczyma cały jego przebieg w czasie i przestrzeni. Podzielili później ten pogląd znakomici fizycy angielscy: William Thomson i Piotr Tait (1831—1901) w swoim *Treatise on natural philosophy* z r. 1867, „starający się, według słów Helmholtza, wprowadzać do nauki takie pojęcia,

które można uwidocznic. Praca nad takimi pojeciami jest poczatkowo trudniejsza od przeprowadzania rachunku wedlug danych metod analitycznych, lecz zato daje przejrzystosc wynikow, bedaca trwalym zyskiem." Silniej jeszcze wyrazili sie autorowie elementarnego podrecznika mechaniki we Francji, Appel i Chapuis, mowiac, ze „naduzywanie metod geometrii analitycznej niszczy intuicje i zmysl wynalazczy." Lecz gdy podrecznikami elementarnymi kierunek syntetyczny z natury rzeczy zawladnac musial. odkad zaczely sie pojawiac, jak sie to uwidocznia w naszych ksiazkach: *T e o r j a m a c h i n* Miechowicza (1828) i *M e c h a n i k a O g o l n a* Puchewicza (1861), to w kursach akademickich rozwijal sie stopniowo, postepujac od slabego zawiązku w dawniejszych: Niewegłowski (1873) Frankego (1889) i litografowanych *W y k l a d a c h m e c h a n i k i o g o l n e j* prof. Bötchera we Lwowie (1905) do pelnego rozwoju w nowoczesnych: prof. Czopowskiego (1911) i prof. Straszewicza (1918).

O kinematyce i wektorach z pierwszej polowy XIX w. mowilem juz w poprzednich wykladach. Dalszy swój rozwój zawdzięcza kinematyka pracom O. Rodrigues'a, A. Transona i innych, a jako nauka przedstawiona zostala w calosci przez inż. górn. A. Résala w dziele: *T r a i t é d e c i n e m a t i q u e p u r e* z r. 1862. Powaznemi przyczynkami zbozabili ja i nasi pracownicy, J. N. Franke i Ed. Habich. Analiza wektorow zajmowali sie wspomniani: W. R. Hamilton, H. Grassmann, J. W. Gibbs. U nas, w r. 1908 Ludwik Silberstein wydal *K r ó t k i z a r y s m e c h a n i k i w j e z y k u w e k t o r o w*.

Mowiac o zawiązkach statyki wykreślnej, wspominalem, ze Poncelet staral sie z szeregow wyrazow rachunkowych, wyciagac wykresy, a w swych wykladach w Szkole Woj-skowej w Metz stosowal wielobok sznurowy do wyznaczania sredka cięzkości. Pierwszym, który wykazal,

że wielobok sznurowy może być stosowany do ogólnych zadań statyki, był inżynier i profesor Szkoły Politechnicznej w Zurichu, Karol Culmann (1821—1881) uczeń Ponceleta ze szkoły w Metz. Culmann uważał wielobok sznurowy wyłącznie, jako środek wykresowy, niezależnie od jego znaczenia, jako figury równowagi sznura i dlatego poczytywany być winien za twórcę statyki wykreślnej, którą wyłożył w dziele swem: *Graphische Statik* z r. 1864. Po nim w zastosowaniach statyki największe położyli zasługi: we Włoszech Luigi Cremona, autor rozprawy *Le figure reciproche nella statica grafica* (1872); w Anglii James Clerk Maxwell (1831—1871), stosujący tę wzajemną odwrotność figur do pól sił kratownic; w Szwajcarji W. Ritter, pracujący nad zastosowaniami statyki wykreślnej w rozwinięciu idei Culmanna, wreszcie w Niemczech: O. Mohr, H. Müller-Breslau i L. Henneberg. W zastosowaniach wielkie zasługi położył J. Clerk Maxwell przez wprowadzenie wzajemnych planów sił przy obliczaniu kratownic.

U nas późniejszy wynalazca integratu i znany elektrotechnik Bruno Abakanowicz (1852—1900), wykładając jako docent w Politechnice lwowskiej statykę wykreślną, wydał w r. 1876 streszczenie swych wykładów. Jego *Zarys statyki wykreślnej*, pierwszy w języku polskim, ułożony był według dzieł Culmanna i wykładów Rittera z uwzględnieniem prac Cremony, Mohra, Winklera i innych. W *Pamiętniku Towarzystwa Nauk Ścisłych w Paryżu* rozpoczęli w r. 1878 inżynierowie Aleksander Martynowski i Mieczysław Szybstowski druk pracy: *Rachunek wykreślny na płaszczyźnie*, której część tylko ukazała się z powodu przerwania wydawnictwa *Pamiętnika*. Na pracę prof. Karola Skibińskiego *O wieloboku odkształceń i jego zastosowaniu do wykreślnego*

obliczania statycznie niewyznaczalnych kratownic, podaną w Czasopiśmie Austriackich Inżynierów i Architektów z r. 1883, powołuje się M. Grüning w Teorii ustrojów budowlanych, podanej w części IV czwartego tomu niemieckiej Encyklopedji nauk matematycznych z r. 1912. O statyce wykreślnej pisał jeszcze w Przeglądzie Technicznym inż. Alexander Pragłowski (1883) a inż. Józef Słowikowski (1843—1905) ogłosił prace: Suwak rachunkowy według Culmanna (1901) i Zasady rachunku graficznego według Cremony (1902). Przed trzema laty wreszcie wyszedł podręcznik inż. Artura Popławskiego.

Przechodząc do hydromechaniki, przypominam opartą na obserwowaniu fal morskich charakterystykę grup fal Bremoniera. Teorię tego zjawiska podał znacznie później, współczesny fizyk angielski, następca Maxwella na katedrze w Cambridge, lord Rayleigh. Wzmiankowana także poprzednio a otrzymana na drodze indukcyjnej teoria fal Gerstnera była dwukrotnie w XIX w. wywodzoną na nowo przez Rankine'a (1863) i inżyniera niemieckiego Hagena (1797—1888) w rozprawie *Wellen auf Gewässern von gleichmässiger Tiefe*. Rachunki, któremi Poisson śledził rozszerzanie się małego wzburzenia, rozwijane przez Cauchyego, opracowywał William Thomson (1887). Kształt i ruch zaobserwowanej przez Johna Scott Russela fali pojedynczej, powstającej przez nagłe podniesienie powierzchni wody bieżącej, starał się określić rachunkiem współczesny matematyk francuski Józef Boussinesq, w swej pracy: *Théorie des ondes et du remous, qui se propagent le long d'un canal horizontal*, z r. 1873. Boussinesq zwrócił uwagę na podobieństwo tej fali do pojawiających się przy przyplywie i odpływie mo-

rza fal długich, które opisywał dyrektor obserwatorium w Greenwich Sir Georg Airy (1801 — 1842) w artykule *On Tides and Waves* angielskiej Encyklopedji Metropolitanej z r. 1845. Z bogatej literatury, traktującej o tym przedmiocie, wymienię jeszcze pracę Stokesa z r. 1847, w której podana została pełna prostoty teoria fal oscylacyjnych, oraz cenną rozprawę Helmholtza z r. 1889 *Zur Theorie von Wind und Wellen*, w której ruch fal rozważany jest jako wynik ruchu względnego dwóch stykających się płynów różnej gęstości, t. j. wody i powietrza.

Teorię prądu potencjalnego, o której szybkim postępie dzięki pracom Stokesa była już mowa, dalej posuwali naprzód William Thomson, Helmholtz i Kirchhof (1824—1887). Thomson zbadał własności całki linjowej, nazwanej przezeń cyrkulacyjną; podczas gdy Helmholtz (1868) i Kirchhof (1869) badali nieciągłe ruchy cieczy i żyły metodą kątowo-zgodnych obrazów. Tu należą jeszcze niektóre prace matematyków getyngeskich: Dirichleta (1805—1859) nad ruchem kul w cieczy i Riemann'a (1826—1866) nad ruchem elipsoid w cieczy idealnej, do których przyłączył się spółczesny fizyk norweski C. A. Bjerkness ze swoją oryginalną teorią kul pulsujących w cieczy, którą wytworzył w różnych swych rozprawach z lat 1861—1874 i której całość podał jego syn V. Bjerkness w swych wykładach *Hydrodynamische Fernkräfte* (1900) wraz z doświadczeniami uzupełniającymi.

Nowe zupełnie drogi badaniom hydrodynamicznym otworzył Helmholtz swą słynną rozprawą *Ueber Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche Wirbelbewegungen entsprechen* (1858), w której zauważone już przez Eulera i Lagrange'a ruchy cieczy bez potencjału pręd-

kości poddał ścisłym badaniom. Wynikiem tej pracy była pełna analiza ruchu wirowego cieczy doskonałych z zastosowaniem do różnych szczególnych przypadków i powołaniem się na doświadczalne sprawdzenie teorii. W dalszym rozwoju teorii wirów, która wkrótce przez klasyczne prace Maxwella spożytkowana być mogła w nauce elektryczności, przyjął udział szczególnie Willjam Thomson przez swą rozprawę *On vortex motion* (1868) oraz drugi fizyk angielski tegoż nazwiska Józef Jan Thomson, w swoim *Treatise on the motion of vortex rings* (1883), którzy obaj z teoretycznej niezniszczalności wirów w cieczach doskonałych wyciągnęli daleko sięgające wnioski co do układu atomów, podczas gdy spółczesny fizyk niemiecki Wilhelm Wien w swej *Hydrodynamice* z r. 1900, wyprowadził z ruchu wirowego przybliżoną teorię cyklonów w powietrzu, zakładając, że jest nieściśliwe. Do ruchu wirowego należy jeszcze teoria figur równowagi, wolno unoszących się i obracających mas ciekłych, pozostających pod jedynym wpływem wzajemnego przyciągania cząstek, która po jej utworzeniu przez Clairauta i Maclaurina, rozwiniętą została głównie przez Jacobiego (1834). On to dowiódł, że trójosiowa elipsoida, obracająca się około osi najmniejszej, może także istnieć. Poszukiwania warunków stateczności podobnej elipsoidy doprowadziło słynnego matematyka francuskiego Henryka Poincarégo (1885) do gruszkowatych figur równowagi, które w przybliżeniu przedstawić sobie można jako dwa obracające się koło siebie środki przyciągania.

O powtórnem wyprowadzeniu przez Stokesa równań Naviera dla ruchu cieczy naturalnych i o doświadczeniach Poiseuille'a, które wykazały zgodność tych równań z dowolnym ruchem cieczy w cienkich rurkach, była już mowa. Stokes, wyciągnąwszy z działań międzycząsteczkowych

związek liniowy składowych nateżeń z prędkością odkształcenia, wykazał jeszcze (1898), że średnia prędkość prądu między dwiema płytami, bliskimi sobie, ma potencjał prędkości, — tak, że Hele Shaw mógł otrzymać takie ruchy na drodze doświadczalnej. Przy założeniach przyjętych można było oczekiwać, że równania Naviera nie będą wystarczały dla większych prędkości; wszakże zaskoczyło to wszystkich, że po przekroczeniu przewidywanej przez Hagena (1839), a ściśle określonej przez społecznego inżyniera angielskiego Osborne'a Reynoldsa (1877) prędkości krytycznej, bez stopniowego przejścia ustala się odmienny zupełnie ruch cieczy, z którym technicy, nie bacząc na matematyczno-fizyczne poszukiwania nad lepkością, dawno się już liczyli, nie badając zresztą jego istoty. Badania tego tak zwanego ruchu burzliwego wchodzi już w zakres hydrauliki.

Mówiąc o dawniejszych pracach nad nateżeniem powierzchniowem, wspomniałem o wykazaniu przez Poissona, że pod wpływem sił międzycząsteczkowych na powierzchni cieczy tworzyć się winno zgęszczenie. Pogląd ten, podzielony następnie przez Maxwella (1875) i lorda Rayleigha (1892), okazał się nader owocnym w rękach społecznego fizyka holenderskiego Jana van der Waalsa, który zeń wywiódł Teorię termodynamiczną włoškowości, w założeniu stałej zmiany gęstości (1893) a przedtem jeszcze, w dziele p. t. Ciągłość stanu gazowego i ciekłego (1873) odkrył związek nateżenia powierzchniowego z termodynamicznem równaniem stanu. Że działanie nateżenia powierzchniowego rozciąga się nie tylko na ciecze w spokoju, wykazały doświadczenia fizyka belgijskiego Józefa Plateau (1801 — 1885) z obracającymi się kroplami oliwy w innej cieczy, tegoż samego ciężaru gatunkowego, tak że działanie ciężkości było unicestwione. Opisał to

w wyczerpującem dziele: *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires* (1873), obejmującym przytem ogólny przegląd całego zakresu wiadomości, dotyczących napięcia powierzchniowego. Wspomnieć tu wypada jeszcze o znanem uspokajaniu powierzchni wody poruszonej, przez pokrycie jej cienką warstwą oliwy. Uspokajanie to może się dalej rozszerzać przez zwiększanie napięcia powierzchniowego. Teoretycznie studjowali to postępowanie, jak i inne pokrewne: W. Thomson (1871), O. Reynolds (1880) i lord Rayleigh (1885).

W ostatnich czasach występowali i nasi uczeni z poważnemi pracami w dziedzinie hydrodynamiki: Inż. Łukasz Bodaszewski (1849—1908), profesor Politechniki lwowskiej, ogłosił w r. 1902 *Teorję ruchu wody na zasadzie ruchu falowego*. Część I. Podstawę tej zupełnie samodzielnej teorii stanowiło przyjęcie „centrów repulsyjnych i atrakcyjnych“, t. j. miejsc, gdzie ciecz wpływa do danej przestrzeni, lub z niej wycieka, czyli źródeł i odpływów. W r. 1903 profesor Politechniki lwowskiej dr. Maksymiljan Huber pisał w *Czasopiśmie Technicznem lwowskiem* O najważniejszych technicznych wynikach teoretycznej hydrokinetyki, ze szczególnem uwzględnieniem zagadnień ruchu wody w rzekach i kanałach, rozbiegając w dwóch ostatnich rozdziałach swej pracy teorję Bodaszewskiego i zaznaczając z uznaniem, że jest ona u nas pierwszą próbą uwolnienia hydrauliki od nadmiaru wzorów doświadczalnych. W *Przeglądzie Technicznym* z r. 1919 pisał prof. C. Witożyński O ruchu cylindrów w cieczy doskonałej.

W mechanice stosowanej, na początku omawianego perjodu, spotykamy najprzód prace nad teorią sklepień; podjęte we Francji przez Yvona Villarceau w r. 1850 nie dały pożądaných wyników, równie jak badania Weisbacha i Schefflera w Niemczech i Barlowa w Anglii. Zato teoria sprężystości rozwinięta została w wykładach Lamé'go, ogłoszonych w r. 1852, a znaczne postępy uczyniła teoria łuków żelaznych przez pracę inż. dr. i m. Jakóba Bresse'a (1822—1883): *Recherches analytiques sur la fléxion et la résistance des pièces courbes* z r. 1854. Teoria belek prostych, leżących na kilku podporach, której Navier dał pierwsze podstawy, oczekiwała również ulepszeń wobec wchodzących w użycie mostów belkowych ciągłych na drogach żelaznych. Rachunek mostu o siedmiu przęsłach był jeszcze bardzo trudnym do zrobienia. Clapayron wpadł na myśl szczęśliwą uważania momentu zgięcia na podporach i pochylenia włókna środkowego za ilości nieznanne pomocnicze, wskutek czego zmniejszył rzeczywistą liczbę niewiadomych i otrzymał równanie o wiele prostsze od równań Naviera; skorzystawszy następnie z twierdzenia trzech momentów, dowiedzionego w r. 1855 przez Bertot'a sprowadził liczbę niewiadomych do liczby momentów na podporach pośrednich, czem niezmiernie uprościł rachunki. Ale metoda Clapayrona nie mogła jeszcze być stosowaną do mostów żelaznych, bo różność przypuszczeń, robionych nad częściowem obciążeniem przęsła, dawała zbyt wielką liczbę momentów zgięcia w każdym przecięciu. Dopiero Bresse znalazł w r. 1861, że każde przęsło mostowe z wyjątkiem przęsła skrajnych może być podzielone na takie pięć części, że dla każdej z nich wielkość i jakość najniekorzystniejszego obciążenia staje się rzeczą wiadomą i że przęsła skrajne dzielą się na dwie części tegoż samego ro-

dzaju. Sprowadziwszy tym sposobem do minimum liczbę przypuszczeń rzeczywiście użytecznych, podał sposób kreślenia krzywej, obwijającej wszystkie momenty, i ułożył tablice liczbowe dla osiemdziesięciu belek, mających od trzech do dwunastu przęseł.

W tym czasie także w Konserwatorium Sztuk i Rzemiosł robił doświadczenia generał Morin (1795—1880) celem dokładnego sprawdzenia wzorów teoretycznych. Ostatnie z tych doświadczeń, robione wspólnie z inż. Henrykiem Tresca (1814—1885), należą do pierwszorzędnych, tak pod względem wymiarów belek próbowanych, jak i dokładności użytych przyrządów. Przekonano się, że przyrosty długości sprężyste są proporcjonalne do obciążeń, że przyrosty trwałe są bardzo małe w porównaniu ze skutkami nawet drobnych zmian temperatury i że prawo proporcjonalności Hooke'a (*ut tensio sic vis*) stosuje się do wszystkich małych skurczeń i wydłużeń zupełnie zgodnie z wynikami teoretycznymi działań międzycząsteczkowych. Stwierdziły to także doświadczenia inż. Bouniceau, nad skręcaniem prętów drewnianych, wykazując zgodnie z poglądami teoretycznymi, że skręcenia są proporcjonalne do sił w pewnych granicach, że w prętach, mających przecięcie kwadratowe, kąty skręcenia są odwrotnie proporcjonalne do czwartych potęg z boku podstawy i że natężenia, odpowiadające pełnemu skręceniu, są proporcjonalne do sześciątów z tegoż wymiaru.

Nad teorią łuków pracowali dalej we Francji inżynierowie Darcel i Albaret. Pierwszy z nich w rozprawie z r. 1862 oprócz metody obliczania łuków o zmiennym przecięciu podał teorię łuków z łożyskami płaskimi, t. j. dotykających się podpory dużą powierzchnią a nie jednym punktem, jak w teorii Bresse'a; drugi znów w tymże roku utworzył nową metodę dochodzenia największych natężeń wskutek obciążenia mostu ciężarami

przypadkowemi. W sprawie sklepień kamiennych inż. Durand-Claye wpadł w r. 1867 na myśl usunięcia niepewności z metody Meryego i użycia krzywej ciśnień do oceniania możebności równowagi, a to przez robienie kolejno wszystkich możebnych przypuszczeń co do jej położenia. Ciekawa ta metoda pozwalała ocenić możebność równowagi sklepienia, lecz nie mogła służyć do wyznaczenia tej równowagi; wskazywała wszakże, iż przyczyna, najwięcej wpływająca na zmianę położenia krzywej ciśnień, leży w niepewnych skutkach osadzania się sklepień po zdjęciu krążyn.

Rozwijająca się budowa mostów krętowych wymagała szybszych metod obliczania ich wytrzymałości, aniżeli dostarczane przez prace analityczne. Z pomocą przyszła wytworzona przez Culmanna statyka wykreslna, o której była już mowa. Z pracujących nad teorią wytrzymałości wymieniany już parokrotnie Barré de Saint Venant określił dokładnie pojęcia zasadnicze, co do których zachodziła pewna niejasność, i podał metodę, pozwalającą rozwiązać wiele trudnych zagadnień o ciałach sprężystych bez całkowania bezpośredniego wszystkich równań, a profesor gotyngieński Alfred Clebsch (1833—1873) uogólnił metodę Saint Venanta, rozwiązując następujące zadania ogólne: wyznaczyć układy sił, jakie trzeba przyłożyć do przekrojów krańcowych graniastosłupa, żeby w razie, gdy jego ściany boczne są swobodne, wewnętrzne przekroje podłużne nie doznawały natężeń prostopadłych do krawędzi i podać przesunięcia, wynikające z przyłożenia tych sił. Zadanie to nazwał Clebsch zadaniem Saint-Venanta. Słynny fizyk niemiecki Gustaw Kirchhof rozważał bezpośrednio przesunięcia, których punkty ciała sprężystego doznają w przestrzeni, i utworzył kinematykę ciał sprężystych; w pracach swych nad sprężystością ciał, których wymiary poprzeczne są nieskończenie małe, wykazał

mistrzostwo w stosowaniu analizy do najtrudniejszych zadań mechaniki. Potencjał sprężystości dla ciał równozwrotnych (izotropowych) wywodził już Navier. Używał tego potencjału przy wyprowadzaniu równań dla ciał różn zwrotnych (anizotropowych) profesor dubliński Samuel Haughton, a dawniej jeszcze bez względu na naturę sił sprężystości, działających wewnątrz ciał odkształcanych, wzmiankowany już Jerzy Green. Profesor dubliński Jan Jellet oparł potencjał sprężystości na działaniach międzycząsteczkowych, a wreszcie pracowali nad tym przedmiotem Józef Boussinesq i Henryk Poincaré. Do rozwoju teorii sprężystości przyczynili się nadto: w Anglii William Thomson wspólnie z Piotrem Taitem i August Love, w Niemczech Franz Neumann i Jakób Weyrauch, we Włoszech A. Castigliano i Ernesto Cesaro.

U nas teorię sprężystości zajmował się wzmiankowany już Wł. Gosiewski, ogłaszając swe prace w *Pamiętniku Towarzystwa Nauk Ścisłych w Paryżu*, *Pamiętniku i Rozprawach Akademii Umiejętności* i w *Pracach Matematyczno-Fizycznych*. Nadto w r. 1873 wyszedł w Paryżu zeszyt pierwszy jego dzieła p. t. *Wykład mechaniki cząsteczkowej (molekularnej) Tom I, część różniczkowa*, w którym, zastanawiając się nad odkształceniami nieskończenie małego elementu ciała, wywiódł równania równowagi i ruchu tak tego elementu, jakoteż błony i włókna. Pracujący w zakresie wytrzymałości tworzyw i statyki budowli technicy nasi wkraczali oczywiście w dziedzinę teorii sprężystości, lecz po jednym z nich tylko pozostała pamiątka, obejmująca całość tej nauki. Kurs teorii sprężystości, ułożony w końcu ubiegłego stulecia dla słuchaczy Instytutu Technologicznego w Petersburgu przez prof. Hipolita Jewniewicza, przełożony został na język polski i wydany w r. 1910

p. t. Teorja sprężystości i jej zastosowanie do nauki o wytrzymałości materiałów budowlanych, oraz do zasad głównych statyki cieczy i dynamiki cieczy.

O związaniu przez Cauchyego teorji sprężystości z mechaniką ośrodków ciągłych mówiłem przy hydrodynamicie. Nowa ta gałąź mechaniki objęła twierdzenia ogólne, odnoszące się nie tylko do ciał sprężystych i cieczy, lecz i do różnych zjawisk fizycznych w ośrodkach ciągłych. Przyczynili się do jej rozwoju w ostatnich czasach: Walde-mar Voigt z Getyngi (1895-6), Eugenjusz Cosserat z Tuluzy (1909) i wielokrotnie wspominany Piotr Duhem z Bordeaux (1911).

Z teorją sprężystości wiązała się coraz ściślej nauka o wytrzymałości tworzyw, co się uwidatniało w tytułach znakomitych dzieł i podręczników niemieckich (*Elasticität und Festigkeit*): Winklera, Grashofa, Tetmajera, Bacha i angielskich (*Elasticity and resistance*) Burra. Prace doświadczalne iść zaczęły równoległe z teoretycznymi, gdyż urządzane przy politechnikach pracownie mechaniczne pozwalały na bezpośrednie sprawdzanie wyników teorji przez samych autorów. Obok wymienionych oraz wzmiankowanych przy teorji sprężystości pracowali jeszcze nad wytrzymałością tworzyw i statyką budowli we Francji J. Résal, w Niemczech A. Föppl, w Anglii J. A. Eving. Teorją belek mostowych, kratownic, wiązań dachowych i łuków żelaznych zajmowali się oprócz wymienionych już przy statyce wykreślnej (W. Rittera, O. Mohra i H. Müller-Breslaua, we Francji inżynierowie Ch. Duguet (1882) i Mesnager (1901), w Belgji A. Vierendel (1897), w Niemczech G. I. Mehrtens (1903), W. Schlink (1907), H. Seipp (1910), H. Zimmermann (1901), A. Zschetsche (1912), we Włoszech A. Castiglano (1879), general Menabrea (1884) i L. Via-

nello (1905). Nad ciśnieniem ziemi pracowali we Francji A. Considère (1870) i inż. Rabut (1910), w Niemczech Fr. Kötter (1893). Teorią sklepień zajmowali się w Niemczech Fr. Engesser (1909), W. Schachenmeier (1910), H. Ritter (1911); żelazobetonem — L. Hotopp (1910), L. v. Emperger (1912). Ten ostatni, w artykule niemieckiej *Encyklopedji Umiejętności Matematycznych* z r. 1914, omawiającym specjalne zadania z teorii kratownic, statyki sklepień, murów oporowych i żelazobetonu, zauważył, że gdy w ostatnich czasach teoria kratownic stale posuwała się naprzód, to teoria budowli murowanych i żelazobetonowych zatrzymywała się na każdym kroku wobec coraz to nowych różnorodnych przeszkód. Tem też objaśnia, że jego referat mógł być tylko możliwie ściśle przedstawieniem niewielkiej liczby pewnych wyników a zato wielu nierozwiązanych pytań i wątpliwości. Wkońcu pyta: „A co będzie dalej?” i tak odpowiada: „Oczywiście spostrzeżenia i doświadczenia, będące nieodzownymi doradcami we wszystkich zadaniach praktyki, dostarczą wielu cennych podstaw racjonalnej teorii, lecz istotne jej wytworzenie dopóty nie będzie możliwe, dopóki nie zdołamy rozwiązywać w szerszym zakresie, niż dotąd, zadań całkowania, jakie się przedstawiają w mechanice ośrodków ciągłych. Przytem trzeba będzie się zająć innemi ośrodkami ciągłemi, aniżeli badane dotąd ciała sprężyste, jak sypkim piaskiem, mniej lub więcej spoistą ziemią, a nawet ośrodkami, przedstawiającymi pewną plastyczność, którą np. przypisywać można niezupełnie wyschniętej zaprawie wapiennej.”

Z pracowników naszych w dziedzinie wytrzymałości tworzyw i statyki budowli wymienić należy najprzód Tadeusza Chrzanowskiego (1822—1892), który w r. 1860 pisał O wyznaczeniu sił, działających w krzyżulcach i ścianach pełnych pio-

nowych belek mostów systemu amerykańskiego, w 1876 r. — O wyznaczeniu grubości ścian murowanych, podtrzymujących nasypy, a w 1877 r. wydał oryginalną Teorię sklepień, uważając w niej część wierzchnią sklepienia jako belkę, posiadającą wszystkie trzy składowe elementy (pas górny — samo sklepienie, pas dolny — działanie bocznych części sklepienia, krzyżulce — nadmurowanie sklepienia). Równocześnie w Paryżu ukazał się pierwszy podręcznik polski do nauki o wytrzymałości tworzyw Władysława Klugera; metody wykreślne, wtedy jeszcze zbyt młode, nie miały w nim zastosowania. Wprowadził je częściowo do swego podręcznika, w r. 1886, prof. Maksymiljan Thullie, a książka ta doczekała się w r. 1917 trzeciego wydania. W najnowszej wreszcie Wytrzymałości tworzyw prof. Leona Karasińskiego, wydanej w 1919 i 1921 r., ponunięte zostały działy, wkraczające w dziedzinę matematycznej teorii odkształceń, gdyż autor nosi się z zamiarem wydania *Spółzysłości tworzyw* „opartej na podstawach zgoła odmiennych od zwykłych, dotychczas obowiązujących.“ Poważne przyczynki do nauki o wytrzymałości tworzyw zawdzięczamy nieżyjącym już inżynierom: Kazimierzowi Obrębowiczowi i Feliksowi Jasińskiemu, a nie przestają ich dostarczać profesorowie Maksymiljan Huber, Leon Karasiński i inżynier Bolesław Milkowski.

Przechodzę do hydrauliki. Wzmiankowane przy hydrodynamice doświadczenia dr. Poisscuille'a (1846), podjęte jako wstęp do badań nad cyrkulacją krwi w naczyniach włoskowatych, odnosiły się do ruchów powolnych w rurkach szklanych, których średnica nie dochodziła do jednego milimetra. Z wyników tych doświadczeń wyciągnął dr. Poisscuille prawa ruchu wody w podobnych rurkach, a wzór, streszczający te prawa, wywiódł Boussinesq (1867)

z równań Naviera. Na różnicę, zachodzącą między ruchem regularnym wody w rurkach o małej średnicy a ruchem burzliwym w wielkich rurach, zwracał już uwagę Henryk Darcy a różnicę tę uwidocznili w r. 1883 Osborne Reynolds, wprowadzając do rury szklanej, przez którą płynęła woda, cienką strugę cieczy zafarbowanej. Struga ta przy ruchu powolnym cieczy w rurce była równa i prosta; gdy wszakże prędkość prądu się zwiększała i przekraczała pewną granicę, wtedy struga zafarbowana się przerywała i cząstki kolorowe rozpraszały się pod postacią wirów. Doświadczenia Reynoldsa wykazały, że ruch regularny wody w rurach przechodzi w burzliwy przy pewnej prędkości, nazwanej przezeń prędkością krytyczną, — pozwoliły wyrazić tę prędkość w funkcji średnicy rury i tak nazwanego przez Maxwella kinematycznego współczynnika tarcia, — wreszcie doprowadziły Reynoldsa do wykrycia ciekawego prawa podobieństwa prądów. Zjawiskami burzliwego ruchu cieczy, stanowiącemi w nauce, jak się wyraził Saint-Venant „rozpaczliwą zagadką“, zajmował się Bousinesq i, uwzględniając wszystkie przyczyny wzburzeń, doszedł do ogólnego wyrażenia na współczynnik tarcia w rurach (1877).

Inżynierowie tymczasem nie ustawali w pracy nad wyciąganiem z wciąż wzrastającej liczby doświadczeń wzorów praktycznych na bieg wody w rurach. W Szwajcarii Ganguillet i Kutter podali w r. 1869 wzór do dziś używany, a rodak nasz Henryk Merczyng, profesor Instytutu Dróg i Komunikacji w Petersburgu, proponował w r. 1890 wzór, odnoszący się nie tylko do wody ale i do nafty i ropy. W ostatnich czasach cieszyły się największym rozpowszechnieniem wzory: Reynoldsa, Flamanta, Biela i Langa, a inżynierowie lwowscy Biegeleisen i Bukowski po rozstrząśnieniu doświadczeń w liczbie 1761 i krytycz-

nym rozbiórze 21 dawniejszych wzorów podali nowy własny w r. 1914.

Nad ruchem zmiennym wody w rurach pracował wspominany już kilkakrotnie inż. Dupuit; straty naporu w miejscach rozgałęzień rur rozważał Belanger. W ostatnich latach ciekawe badania nad rozkładem ciśnień w prądzie dwuwymiarowym, przechodzącym przez kolana i łuki o przekroju wewnętrznym prostokątnym, wykonał w Niemczech inż. dr. H. Grether (1909). We Francji margrabia Caligny badał wahania słupów wodnych w zbiornikach połączonych (1883). Ścisłą teorię uderzenia wodnego w rurach podał inżynier włoski Lorenzo Allievi (1909).

Współpracownik Darcyego inż. Henryk Bazin wykonał po zgonie swego mistrza przeszło 700 doświadczeń nad biegiem wody w kanałach ze ścianami z różnych materiałów i podał ich wyniki w swoich *Recherches hydrauliques* z r. 1865; wzór zaś jaki wywiódł do dziś jest używany. Obok niego używane są także wzory Kuttera i Manninga. Z pomiędzy wzorów na bieg wody w rzekach, do których zamiast promienia średniego przekroju poprzecznego wprowadzoną została średnia głębokość, wymienię wzór profesora Politechniki lwowskiej Maksymiljana Matkiewicza z r. 1906. W przedmiocie rozkładu prędkości na jednej pionowej inż. Wł. Witkowski wspólnie z inżynierami Surzyckim, Falkowskim i Jul. Majewskim przeprowadził w r. 1862 doświadczenia na Wiśle przy stanie jej zamarznięciu pod lodem i wywiódł wzory dla koryta zamarzniętego, jak i otwartego. Liczne wszakże doświadczenia Bazin'a we Francji, Cunninghama na kanale Gangesu oraz Humphreysa i Abbota na Mississipi wykazały, że streszczenie prawa rozkładu prędkości na przecięciu poprzecznym rzeki lub kanału w jednym wzorze ogólnym nie jest możebne.

Teorię ruchu zmiennego wody w kanałach i rzekach podał profesor gandawski Boudin w swej rozprawie *O osi hydraulicznej prądów* z r. 1863. Stosowanie teorii w praktyce uprzystępniał Bresse tablicą zamieszczoną w *Kursie Hydrauliczki* z r. 1868. Ścisłejsze, lecz mniej przystępne dla praktyki wzory wywiódł Boussinesq z doświadczeń Bazina. Weszły one, równie jak wyniki innych badań Boussinesq'a, do wydanej w r. 1909 *Hydrauliki ogólnej* A. Boulanger'a.

Wyptyw przez przewal był przedmiotem badań inżyniera amerykańskiego J. B. Francis'a (1855) w Bostonie, prof. Braschmana w Moskwie (1860), wreszcie ucznia i następcy Weisbacha we Freibergu, Bornemanna (1870). Najwięcej wyczerpującymi wszakże były doświadczenia Bazina, na których oparte zostały wywody Boussinesq'a.

Podstawę teorii ruchu wód wglębnych założył Henryk Darcy, podając w r. 1856 dowód doświadczalny proporcjonalności ilości przepływu do spadku. Na tej podstawie objaśniał Dupuit (1863) lekkie nachylenie poziomu w sąsiedztwie studzien. Objaśnienia te okazały się zgodnymi ze specjalnymi rozwiązaniami wywiedzionego przez Forchheimera w r. 1886 równania ciągłości przy pominięciu ruchu pionowego, a także z wynikami poszukiwań A. Thicma (1879) i Theveneta (1884). Teorię tę zastosował później Boussinesq (1903) do prądów zmiennych przy uwzględnieniu zmian opadów na powierzchni, a Maillet (1902) do wielu przypadków, spotykanych w praktyce.

Nad ruchem gazów podjął systematyczną pracę fizyk francuski Regnault (1810—1878) na podstawie, wytworzonej przez Meyera i Joule'a, a opracowanej przez Rankine'a, Clausiusa i Hirna termodynamiki. Ostateczne wykończenie zawdzięcza teorii ruchu gazów Zeunerowi, który w swej pracy *Lokomotiven-Blasrohr* z r. 1863 zespółił pomyślnie równania hydrodynamiki

z termodynamicznymi i jeszcze w 1900 r. zajmował się dalszym rozwijaniem tej teorii. W ostatnich czasach pracowali nad nią: w Zurichu Albert Fliegner a w Niemczech Stodola, Lewitzki i Hans Lorenz.

Opór przy ruchu okrętów badali: we Francji Bourgeois (1857), a w Anglii Merrifield (1864), Rankine (1870) i Froude (1878); wpływ fal na ruch statków — W. Thomson (1891), Michell (1898), Calvert (1893), i Hans Lorenz (1907). Rozwój żeglugi powietrznej pobudził do badań oporu powietrza przy ruchu aeroplanów. Znaczna liczba doświadczeń nad tym przedmiotem wykonana była w ostatnich czasach przez Eiffela i Ch. Renarda we Francji, prof. Prandtla (w pracowni getyngueńskiej), R. v. Lössla i Franka w Niemczech, Irmingera w Kopenhadze. Metody i przyrządy odnoszące się do mierzenia prędkości prądów zyskały również wiele udoskonaleń. Znany już od r. 1740 młynek Woltmanna ulepszany był przez Amslera (1871) i Harlachera (1881) i w ulepszonej swej postaci pozostaje w użyciu. Z rurki Pitota, proponowanej jeszcze w 1732 r., uczynił Henryk Darcy przyrząd ścisły, który wszedł w powszechne użycie, jako tak nazwany „pitot”. Przyrząd ten, ulepszony przez Rittera, znalazł szersze zastosowanie w Ameryce, podczas gdy w Europie używane są przeważnie młynki. Do mierzenia prędkości wody w rurach używać zaczęto wodomiarów różnych systemów, wśród których ceniony jest dla swej dokładności wodomiar *Venturi*, tak nazwany na cześć wspomnianego hydraulika włoskiego XVIII w. a zbudowany przez inżyniera amerykańskiego C. Herschella (1887). Prędkość prądów gazowych mierzona bywa za pomocą tak zwanej „tarczy spiętrzającej” Krella lub Prandtla.

Z pośród nowych typów silników wodnych wymienić należy koła wodne inż. cyw. Dominika Girarda (1851)

i Amerykanina Peltona (1882), a także pompy odśrodkowe Gwynne'a (1862). Najpoważniejsze badania nad teorią kół wodnych przeprowadził Bach (1886) a nad teorią turbin Zeuner (1899). W ostatnich czasach pracowali nad teorią turbin: Prášil (1903), Hans Lorenz (1906), Pfarr (1907), Stodola (1907).

U nas w zakresie hydrauliki i teorii maszyn wodnych ogłaszali artykuły w Pamiętniku Towarzystwa Nauk Ścisłych w Paryżu: Kluger (1873), Kucharzewski (1873/4), Martynowski (1873/4); w Przeglądzie technicznym Rechniewski (1881), Jewniewicz (1889–1891), Czopowski (1902), Lewandowski (1905), Witoszyński (1916); w Czasopiśmie technicznym lwowskim Pomianowski (1903), Matakiewicz (1906, 1910). Obszerny podręcznik wydali w r. 1873 w Paryżu Kluger i Kucharzewski, krótszy Kucharzewskiego wyszedł w Warszawie w r. 1918. O zakładach wodnych pisali Uderski (1880), Nadolski (1910), o siłach wodnych Galicji Pomianowski (1906).

Temi krótkimi wzmiankami, których mnogość niedopuszczała szerszego, przedmiotowego rozwinięcia, zamykając przedstawiony w szeregu wykładów zarys rozwoju mechaniki, wspomnieć pragnę jeszcze o poglądach, dotyczących jej przyszłości wobec naporu nowych teorii fizycznych na niewzruszone od czasów Newtona zasady mechaniki. Przy obecnym stanie nauki, przy ścisłości dokonywanych pomiarów twierdzić można, że mechanika nowoczesna dostarcza co najmniej pierwszego i to znacznego przybliżenia istotnych praw równowagi i ruchu. Na to godzą się wszyscy; rozprawy toczą się tylko o najlepszych sposobach wyrażania praw zasadniczych i o trudności pogodzenia dynamicznego określenia siły z określeniem statycznym. Samą istotą siły nie zajmuje się mechanika, ograniczając się do badania jej skutków. Nie

pytamy się także, czy mogą istnieć w naturze siły dotąd nieznane; dość będzie czasu zająć się nimi, gdy wykazane zostaną dowodnie ich skutki.

A jednak najnowsze odkrycia fizyki dążą do podcięcia zaufania, jakie mamy do zasad mechaniki. Masa ma utracić swój charakter absolutnej niezmienności. Równość działania i oddziaływania winnaby zniknąć z powodu czasu użytego na przesылkę sił innych, jak przyciąganie powszechne. Zachowaniu energii nawet przeczą, wedle niektórych fizyków, własności radium i tak dalej.

Ciekawe jest zestawienie pod tym względem poglądów, wygłoszonych w 40 lat jeden po drugim przez dwóch mistrzów mechaniki francuskiej, twórcy teorii sprężystości Lamégo i inżyniera Maurycego Levy. Lamé, otwierając swoje ostatnie wykłady fizyki matematycznej w Sorbonie, przepowiadał, że z końcem XIX w. prawa ciężenia, elektryczności i optyki zleją się w jedno uniwersalne prawo materji. Ale wiek XIX się skończył i przepowiednia nie została spełnioną. Ciężenie nie przestało stać na uboczu poza innemi siłami natury, a nawet teoria elektryczności naparła na same prawa Newtona. Zaznaczył to Maurycy Levy, otwierając w r. 1908 międzynarodowy kongres elektryczny w Marsylji a następnie tak się wyraził: „Mechanika newtonowska nie przestanie służyć dla wszystkich zadań, jakie stawia przyroda lub przemysł, o ile w te zadania wchodzi prędkości możliwe do urzeczywistnienia dla ciał ważkich. Gdy się wszakże pojawia prędkość płynu elektrycznego, wynosząca około 300 000 kilometrów na sekundę, wtedy powstają nowe siły, których mechanika nasza nie przewiduje. W tych przypadkach wypadłoby zastąpić punkt materialny naszej mechaniki cząsteczką elektryczną, którą sobie wyobrażamy jako mały światek, złożony z jądra naelektryzowanego dodatnio, otoczonego księżycami, naelektryzowanemi odjemnie, które

pod wpływem przyciągań elektrycznych, przy nieskończeniu małych masach otrzymują prędkości tegoż samego rzędu, co prędkość światła. Kiedy się zjawi mesjasz tej nowej mechaniki, więcej złożonej od tej, jaką zostawił Newton i jego wielcy następcy. Czy na niego czekać będziemy lata, czy wieki, trudno przewidzieć. Można tylko przypuszczać, że przyjdzie wtedy, gdy wszystko już będzie gotowe na jego przyjęcie, gdy nagromadzone przez naukę doświadczalną nowe fakty będą dość liczne, by mu pozwoliły na dokonanie nowej syntezy."

Do tych słów, wygłoszonych 12 lat temu, dodać należy, że dynamika elektronów, z wnioskami jakie z niej wyciągnięto co do zmienności mas i niemożności urzeczywistnienia prędkości większych od prędkości światła, nie jest już ostatniem słowem nowych teoryj. Przyszła następnie teoria kwantów niemieckiego fizyka Plancka, burząca samo pojęcie energii, która nie byłaby już dla danego ciała ilością, zmieniającą się w sposób ciągły, lecz podlegałaby zmianie nagłemi skokami. Równania różniczkowe ruchu należałoby zastąpić równaniami o różnicach skończonych, trudniejszymi jeszcze do rozwiązania. Przyszła wreszcie zasada względności Einsteina, doprowadzająca do równań jeszcze więcej złożonych, z których jednak jako pierwsze przybliżenie wypadają prawa Newtona. Poincaré w jednym z pism swoich, roztrząsawszy stosunek nowych teoryj fizycznych do mechaniki newtonowskiej, takie wyraził życzenie: „Przypuśćmy, że kiedyś teorie te poddane zostaną nowym próbom i wyjdą z nich zwycięsko; wtedy nasze wykształcenie średnie wystawione zostanie na wielkie niebezpieczeństwo. Niektórzy nauczyciele będą chcieli niewątpliwie pomicieć w niem nowe teorie, bo nowości są pociągające i tak przykro jest przedstawiać się nie dość postępowym. Co najmniej nauczyciele będą chcieli zapoznać uczniów w ogólnych zarysach

z nowymi teorjami i przed rozpoczęciem kursu dotychczasowej mechaniki będą uprzedzali, że ta mechanika już się przeżyła i że była wystarczającą co najwyżej dla starego safandudy Laplace'a. A wtedy uczniowie nie zżyją się z mechaniką. Otóż, czy należy uprzedzać ich o tem, że ta mechanika jest tylko przybliżoną?" Poincaré twierdzi, „że tak, ale dopiero wtedy, gdy nią będą przeniknięci do szpiku, gdy przywykną do myślenia na podstawie jej zasad, gdy już nie będą mogli o niej zapomnieć. Wtedy bez szkody można im wskazać jej granice. Życ bowiem muszą z mechaniką zwykłą, ją tylko jedną przyjdzie im stosować. Jakiegokolwiek będą postępy w budowie samochodów i samolotów, nie dosięgną one nigdy tych prędkości, przy których zwykła mechanika przestaje być prawdziwą. Nowe teorje są pewnego rodzaju zbytkiem — a o zbytku myśleć można wtedy tylko, gdy to nie może szkodzić codziennej potrzebie."

D O D A T E K

W wygłoszonych w Politechnice Warszawskiej, w lutym i marcu 1921 r., Wykładach o rozwoju historycznym mechaniki wzmiankowane były ogólnikowo tylko nowe teorie fizyczne i możliwy ich wpływ na dalszy rozwój mechaniki. Z pomiędzy tych teoryj coraz żywsze zainteresowanie budzić zaczynała wtedy teoria Einsteina, o której znaczeniu dla przyszłego rozwoju nauki mówił parokrotnie w końcu 1921 r. Painlevé w Akademji Nauk w Paryżu. W roku następnym filozof Bergson w swej książce: *Durée et simultanéité à propos de la théorie d'Einstein* poddał poważnej krytyce Einsteina pojęcie czasu. Dla uzupełnienia więc Wykładów dołącza tu autor sprawozdania, jakie o komunikatach Painlevégo i krytyce Bergsona помещał w swoim czasie w *Przeglądzie Technicznym* w Nr. Nr. 47 i 50 z 1921 r. i Nr. 1 z 1923 r.

I.

PAINLEVÉ O EINSTEINIE.

Na posiedzeniu paryskiej Akademji Umiejętności w dn. 24 października 1921 r. słuchano z wielkiem zajęciem Painlevégo, rozwijającego swe poglądy na teorię Einsteina i porównyującego je z mechaniką klasyczną. Zdaniem uczonego francuskiego pomysły Einsteina doprowadzają do wzo-

rów, wiążących liczne fakty, — i wzory te, może z niektórymi zmianami, zleją się z pozytywną umiejętnością przyszłości, przyczem wszakże nie utrzymają się zasady i wywody filozoficzne, proklamowane przez Einsteina, zaś więcej jeszcze przez jego uczniów, jako podstawa lub wynik teorii.

Krytyka więc Painlevégo nie ma na celu zniszczenia dzieła Einsteina, lecz dąży do uwydatnienia tego, co jest pozytywne i co w nim zostało osiągnięte, aby to porównać z wynikami mechaniki Newtona. Niezbędnem jest w tym celu wyraźne oddzielenie nowych pomysłów teorii od osłaniających je, a często zaciemniających komplikacji matematycznych.

Teoria, którą Einstein nazwał uogólnioną teorią względności, opiera się na zasadzie, że miary nasze konstatują tylko zgodność dwóch zjawisk w pewnym punkcie przestrzeni i w pewnej chwili. Ale ta zgodność, skoro raz ma miejsce, utrzymuje się, jakikolwiek będzie nasz sposób odniesienia przestrzeni i czasu. Nawet jeżeli pomieszczymy w sposób jak najdowolniejszy odniesienie przestrzeni i czasu, które Einstein i Minkowski uważają za nierozłączne, nadać będzie można prawom natury kształt, pozostający niezmiennym, jakiegokolwiek przyjęto odniesienie.

Zasada ta jest dla Painlevégo niezaprzeczalną oczywistością. Prawa natury wywodzić można z wzorów niezmiennych, które określają te prawa z przybliżeniem dowolnego przekształcenia odniesienia „przestrzeń-czas”. Wzory te więc w istocie swej są niewystarczające do zupełnego określenia tych praw, gdyż nie pozwalająby zrobić wyboru między dwoma prawami, któreby się wyrażały przez też same wzory, lecz w których mieszczące się ilości przedstawiałyby zupełnie różne miary.

Tak rozumiana zasada nie podlega wątpliwości, ale też nie można z niej nie wyciągnąć bez dołączenia postu-

latów, które z niej wcale nie wynikają. Nie tak wszakże pojmują ją wielu uczniów Einsteina. Przyjmują oni wyrażenie niepewne i niebezpieczne, mianowicie, że wszystkie sposoby odniesienia przestrzeni są równowarte, że niema osi uprzywilejowanych, że nauki Galileusza i Newtona, przypisujące pewnym osiom wyjątkowe własności, wynikające z ich pojęć o ruchu absolutnym, są tylko iluzjami, którym fakty zaprzeczają.

Wielu zwolenników Einsteina myśli i pisze tak, jakby sądzili, że zasada względności uogólnionej jest istotnie rozszerzeniem zasady względności ograniczonej, która tak się wyraża: czy przyjmiemy oś, uważane według Newtona jako absolutnie stałe, czy też oś, ożywione względem tamtych ruchem prostoliniowym i jednostajnym, to prawa natury są ściśle też same dla obserwatora, unoszonego przez jeden lub drugi przyjęty system osi.

Wyraźniej rzecz można, że dla dwóch obserwatorów, z których jeden należy do świata absolutnie stałego, w znaczeniu newtonowskim, a drugi ożywiony jest ruchem prostoliniowym i jednostajnym względem pierwszego, prawa te będą ściśle też same. W szczególności światło rozchodzić się będzie prostoliniowo z tą samą prędkością we wszystkich kierunkach dla obu obserwatorów.

A jest to fakt fizyczny, pozytywny, zadziwiający, wyciągnięty z doświadczenia Michelsona. Fakt ten wykazuje, że przy odniesieniu przestrzeni i czasu, jednakowym przez obu obserwatorów, ruch światła jest dla obu jednaki. Przeciwnie zasada względności uogólnionej, poprawnie wyrażona, byłaby prawdziwą, nawet gdyby doświadczenie Michelsona dało było wynik odwrotny.

Jeżeli dwóch obserwatorów, z których każdy unoszony jest przez gwiazdę, do której się odnosi, ma jeden względem drugiego ruch nie będący prostym przesunięciem, prostoliniowym i jednostajnym, i jeżeli ci dwaj obserwa-

rowie odnoszą jednakimi metodami i określeniami przestrzeń i czas, to ich obserwacje wyrażą się różnymi wzorami. Jeden np. widzieć będzie, że element materialny, bardzo oddalony od wszystkich innych, opisuje linię prostą. Drugi ujrzy ten sam element opisujący spiralną.

Zasada względności uogólnionej wskazuje nam tylko, że można będzie między odniesieniami dwóch obserwatorów ustalić związek, pozwalający na przejście od wzorów jednego do wzorów drugiego, związek, który zresztą może być bardzo skomplikowany.

Po tych uwagach ogólnych przypomniat Poincaré przywileje, przypisywane *a priori* przez newtonczyków pewnemu odniesieniu przestrzeni i czasu, odpowiadającemu dla nich pojęciom przestrzeni i czasu absolutnego. Starali się oni podciągnąć zjawiska ruchu pod zasadę przyczynowości; „też same przyczyny, przeniesione w przestrzeń, wywołują też same skutki”. Jako wniosek, symetria przyczyn odtwarza się w ich skutkach. Wychodząc z tego faktu doświadczalnego, że w zjawiskach, do których wchodzi sam ruch, warunkami początkowymi są położenia i prędkości początkowe elementów materialnych, utrzymują oni *a priori*, że ruch absolutny elementu materialnego, bardzo odległego od wszystkich innych, jest prostoliniowy i jednostajny, że element pozostaje w spoczynku, jeżeli był w nim pierwotnie, że jeżeli warunki początkowe systemu materialnego są symetryczne względem płaszczyzny, linii prostej lub punktu, to ruch absolutny systemu przedstawiać będzie też samą symetrię w każdej chwili i t. p.

Inaczej mówiąc, twierdzą oni *a priori*, że można raz na zawsze i dla całego wszechświata określić miary odległości, czasu i sposób odniesienia, to jest osie współrzędnych takie, że zasada przyczynowości będzie zawsze i wszędzie prawdziwą, i takie zwłaszcza, że wszelka sy-

metrja warunków początkowych utrzyma się w ruchach w ten sposób odniesionych. Twierdzenie to, jak dotąd, sprawdza się doświadczalnie. Istnieją osie, jak przechodzące przez środek ciężkości systemu słonecznego, i stałe kierunki względem gwiazd, posiadające wszystkie te własności, które przypisywane są a priori osiom absolutnie stałym.

Nie roztrzasając kwestji metafizycznej, czy pojęcie ruchu absolutnego jest tylko iluzją, czy też zawiera się w naszym stwierdzeniu rzeczywistości świata zewnętrznego, zaznaczymy tę zgodność i zupełną harmonję między przewidywaniami a priori absolutystów i dokonaniem doświadczeniami. Harmonja ta nie dziwi wcale tych, którzy przywiązują wagę do pojęcia ruchu absolutnego, innym wydaje się ona cudem, którego sobie nie tłumaczą.

Czy temu istnieniu osi uprzywilejowanych przeczy teoria Einsteina? Bynajmniej. Tak dla Einsteina, jak i dla Galileusza i Newtona istnieją osie uprzywilejowane, przy których światło rozchodzi się w linii prostej, przy których element materialny, nieskończenie odległy od innych, ożywiony jest ruchem prostolinijnym i jednostajnym, podczas gdy się to nie sprawdza przy innych sposobach odniesienia.

Czy względność unicastwia newtonowskie wyjaśnienie wszechświata? Painlevé odpowiada, że nie, bo zwolennicy Einsteina zapożyczyli od systemu newtonowskiego zasadę przyczynowości.

W jaki sposób dochodzą uczniowie Einsteina do zasady ciężenia? Z najściślejszej zasady względności uogólnionej nie można wyciągnąć. To też dołączają oni do niej postulaty, mianowicie, że prawa niezmiennie natury mają kształt matematyczny bardzo specjalny, na który właśnie naprowadzają ze znacznem przybliżeniem wzory mecha-

niki newtonowskiej. Nadto, aby dojść do wyniku, zmuszeni są przyjmować:

1) że odniesienie przestrzeni może być oddzielone od odniesienia czasu w ten sposób, że czas nie figuruje wyraźnie w ich wzorze podstawowym, czyli tak, że zasada, wyrażająca też same przyczyny przeniesione w czasie, odtwarza też same skutki;

2) że mogą odnosić przestrzeń w ten sposób, aby w przypadku jednego środka ciężenia wzory ich były symetryczne wokół tego środka. To zaś sprawdza się tylko wtedy, gdy środek ciężenia jest ruchomy i ożywiony ruchem prostoliniowym i jednostajnym względem osi absolutnych newtonowskich i gdy nadto osie odniesienia, wychodzące z tego środka, mają stałe kierunki względem gwiazd.

W przeciwnym razie to się nie sprawdza. A więc rachunki Einsteina przypuszczają, że wśród sposobów odniesień przestrzennych istnieje jeden sposób uprzywilejowany, posiadający te własności, które Newton przypisywał osiom absolutnym.

Wzór Einsteina na ciężenie w przypadku jedynego środka otrzymał, jak wiadomo, dwa rozgłośnie sprawdzenia: ruch perihelium Merkurego i odchylenie promieni światła przez słońce. Ale zwolennicy Einsteina sądzą, że będą mogli wyciągnąć z tego wzoru wnioski, niezależne od rozchodzenia się światła, mianowicie: zmiany częstotliwości promieniowań świetlnych, modyfikację geometrii ciał niezmiennych pod wpływem ciężenia i t. p.

Tak np. według Einsteina długości miar się kurczą, gdy ziemia zbliża się do słońca, a przeciwnie wydłużają się, gdy się ziemia od słońca oddala.

Einstein twierdził, że drgania świetlne tegoż samego atomu są dłuższe na słońcu, niż na ziemi. Zapowiedział, że w widmie słonecznym ściśle pomiary wykazać winny zboczenie pasków widmowych ku części czerwonej widma.

Ze wspaniałą odwagą i tą piękną szczerością umysłu, która go charakteryzuje, oświadczył Einstein, że, gdyby się nie spełniło to przewidywanie, upadnie teoria względności.

Painlevé nie sądzi bynajmniej, aby nieurzeczywistnienie tych koniecznych wyników teorii względności nawet przy całkowitem jej przyjmowaniu wywołać miało upadek tej teorii. Na tym punkcie rozchodzi się on z Einsteinem. Nawet gdyby wzór na ciążenie był jedynym wzorem, narzuconym przez teorię względności, to tylko w mowie będące wnioski wydają mu się ryzykownymi, lecz nie wyniki teorii.

Painlevé idzie dalej i to jest częścią najwięcej interesującą jego komunikatu. Wykazuje on, że nauka Einsteina, uzupełniona nawet przypuszczeniem, że wzór podstawowy nie powinien zawierać w sobie wyraźnie czasu i ma przedstawiać wokół środka ciążenia przestrzenną symetrię kuli, pozwala wybierać pomiędzy nieskończenie wieloma wzorami, wśród których są równie proste, jak przyjęty przez Einsteina, i niezależne jak ten ostatni od jednego tylko dowolnego współczynnika. Wzory te uzyskalyby też same sprawdzenia, co i wzór Einsteina, doprowadzając, odnośnie do zmiany równoczesnej długości miar, pod wpływem ciążenia, do tego wniosku, że ta zmiana wcale nie istnieje, albo że jest odwrotną od wskazanej przez Einsteina.

Uczony matematyk nie uznaje do pewnego stopnia logiki wewnętrznej wzorów Einsteina. Sądzi, że stosowanie pomysłów Einsteina, przy użyciu innych wzorów, doprowadziłoby do wniosków wprost przeciwnych. Podnosi wszakże wybitne wyniki jakie dała einsteinowska teoria ciążenia.

Po raz drugi, d. 16 listopada 1921 r., przemawiał Painlevé w Akademii paryskiej o teorii względności i zaznaczył na wstępie, że główny powód nieporozumienia, utrzymującego

się dotąd co do tej teorii, stąd pochodzi, że wielu powierzchownych czytelników przyjmowało zbyt literalnie śmiało i zbyt zwięźle wyrażone twierdzenia Einsteina, jak np. następujące: „Wyrażenie praw natury jest niezależne od przyjętych systemów odniesienia.” Wnioskują oni stąd, że jakiegokolwiek wybrane zostały osie, zawsze światło rozchodzi się w liniach prostych z tą samą prędkością, dla obserwatorów, unoszonych przez te osie. Jest to zaś zupełnie fałszywa interpretacja teorii względności.

Weźmy pod uwagę glob rzucony w przestrzeń, unoszonych przez ten glob obserwatorów, jak również ich miary i zegary. — i przyjmijmy, że glob jest nieskończenie oddalony od wszystkich ciał materialnych i że się nie obraca w odniesieniu do gwiazd. Jeżeli ci obserwatorowie odnosić będą do swego globu wszystkie ruchy, to zauważą, że ruch punktu materialnego, nieskończenie odległego, a także rozchodzenie się światła są prostolinijne i jednostajne.

Inni obserwatorowie, znajdujący się na innym podobnym globie, zauważą też samo, jeżeli ten drugi glob, podobnie jak pierwszy, nie ma ruchu obrotowego względem gwiazd i jest oddalony od wszystkich ciał. Ale gdyby glob S obracał się w odniesieniu do gwiazd (jak np. ziemia), wtedy dla obserwatorów światło opisywałoby pewien rodzaj linii spiralnej, którą łatwo oblicza teoria klasyczna i której różnice z naszymi pomiarami krążnej, przewidzianej przez Einsteina, są niedostrzegalne.

W rezultacie, z pomiędzy wszystkich możliwych sposobów odniesienia, mechanika einsteinowska przyjmuje istnienie odniesień uprzywilejowanych, posiadających własności, przypisywane przez newtonczyków odniesieniu, uznanemu przez nich za absolutne i praktycznie odniesienia te są też same. Jednym słowem, według teorii Einsteina, obserwatorowie, unoszeni przez glob S, sprawdzają wszystkie

zasadnicze aksjomaty mechaniki klasycznej, w przypadku gdy przyjęty trójścian odniesienia jest stały i nieruchomy względem eteru.

Różnica między dwiema teorjami odnosi się tylko do jednego punktu, mianowicie do stałości prędkości światła. Dla einsteinczyków obserwatorowie tak pierwszego, jak i drugiego globu zauważą, że ta prędkość jest jednakowa we wszystkich kierunkach. W teorii klasycznej, jeżeli, jest to prawdziwem dla obserwatorów globu S , to nie może być takim dla obserwatorów globu S' , chyba gdyby ten ostatni był nieruchomy względem pierwszego. Einsteinscy wnoszą stąd, że nie jest możliwem, aby pomiary obserwatorów globu S i globu S' mogły się zgadzać: jedno i toż samo zjawisko, zmierzone przez te dwie grupy obserwatorów, nie będzie miało ani tych samych wymiarów, ani tegoż samego czasu trwania. Sam fakt, że jeden z tych światów zmienia swe położenie względem drugiego, wywołuje według Einsteina na stosunki ich pomiarów jednakowy wpływ, jakakolwiek jest natura i materia użytych narzędzi i wpływ ten uwydatnia się przez oznaczoną odpowiedniość ich pomiarów.

Poinlevé wykazuje, że einsteinowskie prawo ciężenia poczytywane być może za modyfikacją mechaniki klasycznej, nie będącą z tą mechaniką w sprzeczności, i że teorię ciężenia Einsteina rozwinąć można w sposób, zupełnie niezależny od doświadczenia Michelsona i wynikających z niego wniosków. Przyjmując, że doświadczenie Michelsona dało wyniki, nie rzeczywiście otrzymane, ale wprost przeciwne i że wykazało ruch ziemi, można by utrzymać formułę einsteinowską i zgadzałaby się ona z naszymi obserwacjami astronomicznemi z tem zastrzeżeniem tylko, że prędkość ruchu ziemi jest bardzo małą w stosunku do prędkości światła.

Painlevé odróżnia wyraźnie w nauce Einsteina dwie części: jedną, wynikającą z doświadczenia Michelsona, a drugą, wytworzoną przez wnioski czysto matematyczne, dążącą do poprawienia praw mechaniki przez nadanie im kształtu naturalnego i prostego, niezmiennego dla wielkich zmian czterech zmiennych „przestrzeń—czas”. Do tej drugiej części odnosi się einsteinowska teoria ciążenia i wystarcza przyjmowanie dla jej utrzymania, że istnieje co najmniej jeden trójścian odniesienia, względem którego prędkość światła jest jednakową we wszystkich kierunkach.

Painlevé podkreśla fakt, że nawet po przyjęciu wszystkich hipotez Einsteina prawo ciążenia, do którego doszedł tenże, nie stanowi wyniku koniecznego jego teorii, lecz że ta teoria dopuszcza istnienie dowolnej funkcji odległości słońca od planety. Wykazuje, że tym elementem dowolnym rozporządzić można w ten sposób, aby dwa słynne sprawdzenia teorii Einsteina (perihelium Merkurego, odchylenie promienia świetlnego) były równie doskonale a także wszelkie inne sprawdzenia astronomiczne i aby jednocześnie wszystkie wzmiarki Einsteina, odnoszące się do kurczenia ciał w kierunku słońca, gdy się do niego zbliżają, były zmodyfikowane lub obalone.

Painlevé podaje niektóre z tych nowych wzorów, jakie wywiódł, a zwłaszcza wzór, w którym przyśpieszenie planety skierowane jest ku słońcu tak, jak w przypadku przyciągania newtonowskiego, podczas gdy we wzorze Einsteina przyśpieszenie to nie jest centralnem.

Najwięcej interesującą częścią komunikatu Painlevégo jest ustalone przezń oddzielenie einsteinowskiej teorii ciążenia i jej rozgłosnych sprawdzeń od pojęć przestrzeni i czasu, wywiedzionych przez zwolenników Einsteina z doświadczenia Michelsona. Gdyby to doświadczenie interpretowane było inaczej w przyszłości i doprowadzało

do przyjmowania, że w próżni międzygwiazdowej prędkość światła we wszystkich kierunkach stałą jest tylko względem eteru, to teoria ciężenia mogłaby być utrzymana, niezależnie zatem od wszystkich niezwykle paradoksalnych, wywoływanych przez einsteinowskie pojęcia przestrzeni i czasu.

II.

„CZASY” BERGSONA I EINSTEINA.

W niedawno wydanej książce, poświęconej rozważaniu pojęcia czasu w teorii Einsteina¹⁾, znany filozof francuski H. Bergson dochodzi do wniosku, że różne czasy, brane pod uwagę w szczególnej teorii względności, z wyjątkiem tylko jednego, który upływa dla obserwatora, w miejscu poczytywanem przez tegoż za nieruchome, są to czasy bez trwania, w których nie mogą następować po sobie zjawiska, rzeczy nie mogą istnieć, ani stworzenia nie mogą się starzeć. Według Bergsona „starzenie się i trwanie należy do rzędu jakości, a żaden wysiłek analizy nie może ich sprowadzić do czystej ilości. Descartes sprowadził materję w danej chwili do przestrzeni i według niego fizyka o tyle dosięgała rzeczywistości, o ile była geometryczną. W ogólnej teorii względności, sprowadzając ciężenie do bezwładności, Einstein pozwolił fizyce stać się geometrią, jest więc pod tym względem następcą Descartes’a”.

Fizyk francuski Ed. Guillaume²⁾, w rozwinięciu tego poglądu Bergsona, wysoko podnosząc jego znaczenie,

¹⁾ Henri Bergson. *Durée et simultanéité à propos de la théorie d'Einstein*. Paris, Alcan, 1922.

²⁾ Ed. Guillaume. *La question du Temps d'après M. Bergson* (Revue générale des sciences Nr 20, 30 Octobre 1922).

bierze pod uwagę zegar H' , nieruchomy w początku O' systemu współrzędnych S' i stosuje do tego zegaru przekształcenie Lorentza w kształcie, który się wywodzi z wzorów (8), podanych na str. 81 broszury Einsteina³⁾:

$$c t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = c t' + \frac{v}{c} x'.$$

Dla zegaru H' , nieruchomego w O' , początku systemu S' :

$$x' = 0, \quad (I)$$

tak, że między czasem t' , jaki daje zegar obserwatora w S' a czasem t upływającym dla obserwatora w systemie S , względem którego zegar H' porusza się z szybkością v , zachodzi związek:

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (II)$$

Wnosił stąd Einstein⁴⁾, że zegar w ruchu z prędkością v względem systemu współrzędnych S idzie względem tego systemu.

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \text{ razy wolniej,}$$

niż gdyby się znajdował w spoczynku w tym systemie S , a przechodząc do drgań tego zegaru N i N' w obu systemach S i S' , stawiał wzór

$$N = N' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad (III)$$

³⁾ A. Einstein. O szczególnej i ogólnej teorii względności. Przekład inż. dr. M. F. Hubera, 2-e wyd. Lwów-Warszawa 1922.

⁴⁾ Wniosek podany przez Einsteina w jego rozprawie: Ueber das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen, drukowanej w Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik z r. 1907 (4. str. 411).

który proponował sprawdzać przez badanie objawów świetlnych ciałek drgających w radioaktywnych promieniach kanałowych, ciałek stanowiących pewnego rodzaju zegary. Wzór zaś szczególnej teorii względności, wiążący się z doświadczeniami Fizeau i zasadą Dopplera⁵⁾, daje między perjazdami Θ i Θ' źródła światła w ruchu, dla obserwatora kierującego spektroskop prostopadle do krążnej światła, związek:

$$\Theta = \frac{\Theta'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (IV)$$

kształtem swym podobny do wzoru (II).

Zwracając się do poglądu Bergsona, zastanawia się Guillaume nad znaczeniem różnicy $t - t'$. Jeżeli jest ona fikcyjną, czasem, którego nikt nie przeżywa, „rozszerzoną nicością“ jak ją nazywa Bergson, to nie mieści się w niej żadne nowe drganie zegaru H' . Liczba więc drgań zegaru H' będzie jednakową dla S , jak i dla S' i związki (II) i (III) stają się fikcyjnymi. Oba wyrazy wzoru (III) są tylko różnymi wyrażeniami jednej i tej samej liczby drgań a związki (II) i (IV), mające jednaki kształt, posiadają jednak różne znaczenia i utożsamianie ich byłoby błędem. Wnosi stąd Guillaume, że spółrzędna x' może być pojmowaną dwojako. Dla Einsteina jest to spółrzędna zegaru (ciałka radioaktywnego, jonu, elektronu, drgającego atomu). Należy jednak zdać sobie sprawę, że w spektroskopie widziane jest nie samo to ciało drgające, lecz światło, które z niego wychodzi. Więc x' przedstawia rzut

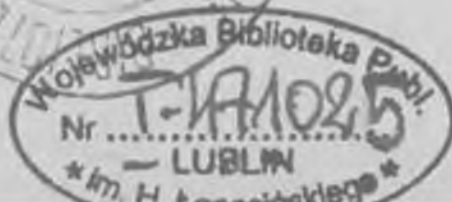
⁵⁾ O zasadzie Dopplera i doświadczeniach Fizeau jest mowa w broszurze inż. d-ra M. T. Hubera: *Czas, przestrzeń, materia i kosmos* Einsteinowskiej teorii względności. Lwów 1921, strona 42—45.

na oś $O'x'$ kierunku ct' szeregu fal świetlnych. Uwzględniając ten fakt zasadniczy dochodzi się do niezmienności (inwariantu):

$$t \Theta = t' \Theta',$$

zgadzającego się w zupełności z wnioskami Bergsona. Są zatem t i t' różnymi miarami tegoż samego trwania, t. j. miarami wziętymi przez zegary o różnych perjodach, a te perjody są perjodami Θ i Θ' szeregu fal świetlnych dla obserwatorów znajdujących się w systemach S i S' .

Einstein wywodzi z wzoru (II) przesunięcie względne prążków widmowych źródła umieszczonego na słońcu względem takiegoż źródła umieszczonego na ziemi. Gdyby jednak wzór ten nie wyrażał żadnej rzeczywistości a tylko prostą zmianę jednostek, wnosiłoby należało, że oczekiwane przesunięcie nie zostanie sprawdzonem. Jak wiadomo, St. John, znany spektroskopista obserwatorium Mount Wilson, nie podzielający poglądu innych obserwatorów, którzy skonstatowali wzmiankowane przesunięcie, żądanej wielkości, na niektórych liniach słońca, podjął dla rozstrzygnięcia kwestji ogólne zbadanie widma słonecznego. Guillaume sądzi, że gdyby nawet to przesunięcie zostało sprawdzone, to nie upadłby jednak pogląd Bergsona lecz wypadłoby zmienić teorię Einsteina i kończy swe sprawozdanie temi słowy: „Genjalna intuicja doprowadziła Einsteina do odgadnięcia prawdziwego wzoru, lecz nie należy tego wzoru utożsamiać z wzorem, jaki się wywodzi z ogólnej teorii względności, ani też nie można utożsamiać identycznych na pozór wzorów (II) i (IV) szczególnej teorii względności.”



T R E S C

I.	Pierwsze narzędzia i maszyny. Arystoteles. Archimedes.	5
II.	Heron z Aleksandrii. Jordanus Nemorarius. Leonard Vinci	25
III.	Galileusz. Stevin. Descartes.	47
IV.	Torricelli. Pascal. Wallis. Wren. Huyghens. Szkoła jezuicka. Kochański. Sol ski	69
V.	Newton. Leibniz. Jakób i Jan Bernouillio wie. Maszyna parowa. Papin. Savery.	91
VI.	Euler. D'Alembert. Daniel Bernoulli. Clairaut. Watt.	112
VII.	Lagrange. Laplace. Coulomb. Bossut. Dubuat. .	132
VIII.	Mechanika teoretyczna w pierwszej połowie XIX w.	153
IX.	Mechanika stosowana w pierwszej połowie XIX w.	171
X.	Rozwój mechaniki teoretycznej i stosowanej po roku 1850	184
	Dodatek	213