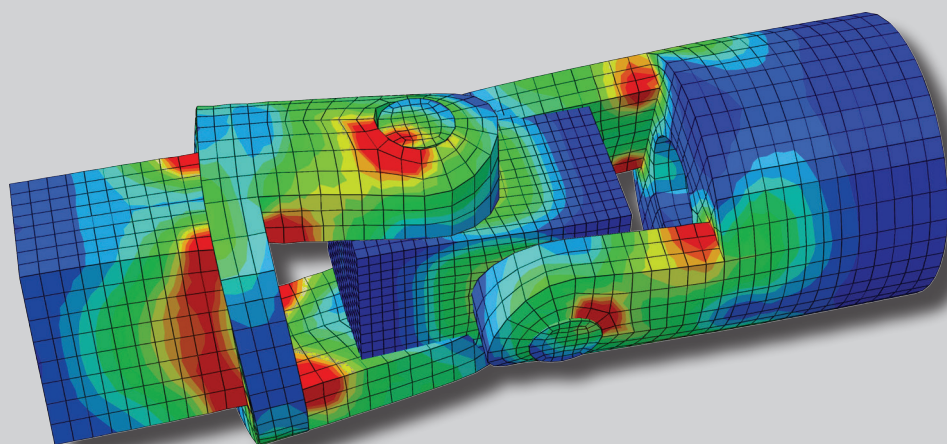




*Hubert Dębski, Grzegorz Ponieważ
Patryk Różyło, Andrzej Wójcik*

Podstawy metody elementów skończonych – przykłady obliczeń numerycznych w programie Abaqus®



PODRECZNIKI

Podstawy metody elementów skończonych – przykłady obliczeń numerycznych w programie Abaqus®

Podręczniki – Politechnika Lubelska



Politechnika Lubelska
Wydział Mechaniczny
ul. Nadbystrzycka 36
20-618 LUBLIN

Hubert Dębski, Grzegorz Ponieważ
Patryk Różyło, Andrzej Wójcik

Podstawy metody elementów skończonych – przykłady obliczeń numerycznych w programie Abaqus®



Politechnika Lubelska
Lublin 2015

Recenzent:

prof. dr hab. inż. Józef Jonak, Politechnika Lubelska

Publikacja wydana za zgodą Rektora Politechniki Lubelskiej

© Copyright by Politechnika Lubelska 2015

ISBN: 978-83-7947-150-8

Wydawca: Politechnika Lubelska

ul. Nadbystrzycka 38D, 20-618 Lublin

Realizacja: Biblioteka Politechniki Lubelskiej

Ośrodek ds. Wydawnictw i Biblioteki Cyfrowej

ul. Nadbystrzycka 36C, 20-618 Lublin

tel. (81) 538-46-59, email: wydawca@pollub.pl

www.biblioteka.pollub.pl

Druk: TOP Agencja Reklamowa Agnieszka Łuczak

www.agencjatop.pl

Elektroniczna wersja książki dostępna w Bibliotece Cyfrowej PL www.bc.pollub.pl

Nakład: 100 egz. Ark. wyd. 7,95.

1. WPROWADZENIE	9
2. PODSTAWOWE ZASADY PRACY W PROGRAMIE ABAQUS®	12
3. ANALIZA STATYCZNA BELKI WSPORNIKOWEJ – model bryłowy	18
3.1 Wprowadzenie	18
3.2 Budowa modelu geometrycznego – <i>moduł Part</i>	19
3.3 Definicja właściwości materiałowych – <i>moduł Property</i>	19
3.4 Tworzenie instancji części – <i>moduł Assembly</i>	20
3.5 Definicja analizy numerycznej – <i>moduł Step</i>	21
3.6 Definicja warunków brzegowych i obciążenia modelu – <i>moduł Load</i>	21
3.7 Budowa siatki elementów skończonych – <i>moduł Mesh</i>	23
3.8 Wykonanie obliczeń numerycznych – <i>moduł Job</i>	25
3.9 Edycja wyników obliczeń MES – <i>moduł Visualization</i>	26
4. ANALIZA STATYCZNA BELKI WSPORNIKOWEJ – model belkowy.....	28
4.1 Wprowadzenie	28
4.2 Budowa modelu geometrycznego – <i>moduł Part</i>	28
4.3 Definicja parametrów geometrycznych przekroju poprzecznego oraz właściwości materiałowych – <i>moduł Property</i>	29
4.4 Tworzenie instancji części – <i>moduł Assembly</i>	31
4.5 Definicja analizy numerycznej – <i>moduł Step</i>	32
4.6 Definicja warunków brzegowych i obciążenia modelu – <i>moduł Load</i>	32
4.7 Budowa siatki elementów skończonych – <i>moduł Mesh</i>	33
4.8 Wykonanie obliczeń numerycznych – <i>moduł Job</i>	35
4.9 Edycja wyników obliczeń numerycznych – <i>moduł Visualization</i>	35
5. ANALIZA STATYCZNA BELKI WSPORNIKOWEJ – model powłokowy	37
5.1 Wprowadzenie	37
5.2 Budowa modelu geometrycznego – <i>moduł Part</i>	37
5.3 Definicja właściwości materiałowych – <i>moduł Property</i>	39
5.4 Tworzenie instancji części – <i>moduł Assembly</i>	40
5.5 Definicja analizy numerycznej – <i>moduł Step</i>	40
5.6 Definicja warunków brzegowych i obciążenia modelu – <i>moduł Load</i>	40
5.7 Budowa siatki elementów skończonych – <i>moduł Mesh</i>	42

5.8 Wykonanie obliczeń numerycznych – <i>moduł Job</i>	43
5.9 Edycja wyników obliczeń numerycznych – <i>moduł Visualization</i>	44
5.10 Analiza statyczna belki – podsumowanie	45
5.11 Model analityczny belki wspornikowej	45
5.12 Zadanie do rozwiązania	48
6. PŁASKI STAN NAPRĘŻENIA	50
6.1 Wprowadzenie	50
6.2 Budowa modelu geometrycznego – <i>moduł Part</i>	50
6.3 Definicja właściwości materiałowych – <i>moduł Property</i>	52
6.4 Tworzenie instancji części – <i>moduł Assembly</i>	52
6.5 Definicja analizy numerycznej – <i>moduł Step</i>	53
6.6 Definicja warunków brzegowych i obciążenia modelu – <i>moduł Load</i>	53
6.7 Budowa siatki elementów skończonych – <i>moduł Mesh</i>	56
6.8 Wykonanie obliczeń numerycznych – <i>moduł Job</i>	57
6.9 Wyniki obliczeń numerycznych – <i>moduł Visualization</i>	58
7. ELEMENTY OSIOWOSYMETRYCZNE – analiza ściskanej tulei	62
7.1 Wprowadzenie	62
7.2 Budowa modelu geometrycznego – <i>moduł Part</i>	62
7.3 Definicja właściwości materiałowych – <i>moduł Property</i>	64
7.4 Tworzenie instancji części – <i>moduł Assembly</i>	64
7.5 Definicja analizy numerycznej – <i>moduł Step</i>	65
7.6 Definicja warunków brzegowych i obciążenia modelu – <i>moduł Load</i>	65
7.7 Budowa siatki elementów skończonych – <i>moduł Mesh</i>	67
7.8 Wykonanie obliczeń numerycznych – <i>moduł Job</i>	68
7.9 Wyników obliczeń numerycznych – <i>moduł Visualization</i>	69
8. ANALIZA STATYCZNA ROZCIĄGANEJ PRÓBKII	73
8.1 Wprowadzenie	73
8.2 Budowa modelu geometrycznego – <i>moduł Part</i>	73
8.3 Definicja właściwości materiałowych – <i>moduł Property</i>	74
8.4 Tworzenie instancji części – <i>moduł Assembly</i>	75
8.5 Definicja analizy numerycznej – <i>moduł Step</i>	76

8.6 Definicja warunków brzegowych i obciążenia modelu – <i>moduł Load</i>	76
8.7 Budowa siatki elementów skończonych – <i>moduł Mesh</i>	78
8.8 Wykonanie obliczeń numerycznych – <i>moduł Job</i>	80
8.9 Edycja wyników obliczeń numerycznych – <i>moduł Visualization</i>	80
8.10 Zadanie do samodzielnego rozwiązania	83
9. ANALIZA RAMY Z PROFILI CIENKOŚCIENNYCH – model powierzchniowy ..	85
9.1 Wprowadzenie	85
9.2 Budowa modelu geometrycznego	85
9.3 Definicja właściwości materiałowych – <i>moduł Property</i>	89
9.4 Tworzenie instancji części – <i>moduł Assembly</i>	91
9.5 Definicja analizy numerycznej – <i>moduł Step</i>	93
9.6 Definicja relacji pomiędzy instancjami – <i>moduł Interaction</i>	93
9.7 Definicja warunków brzegowych i obciążenia modelu – <i>moduł Load</i>	95
9.8 Budowa siatki elementów skończonych – <i>moduł Mesh</i>	96
9.9 Wykonanie obliczeń numerycznych – <i>moduł Job</i>	99
9.10 Edycja wyników obliczeń numerycznych – <i>moduł Visualization</i>	100
10. ANALIZA STATYCZNA ZAPINKI	102
10.1 Wprowadzenie	102
10.2 Budowa modelu geometrycznego – <i>moduł Part</i>	102
10.3 Definicja właściwości materiałowych – <i>moduł Property</i>	104
10.4 Tworzenie instancji części – <i>moduł Assembly</i>	104
10.5 Definicja analizy numerycznej – <i>moduł Step</i>	105
10.6 Interakcje pomiędzy współpracującymi częściami modelu – <i>moduł Interaction</i>	106
10.7 Definicja warunków brzegowych i obciążenia modelu – <i>moduł Load</i>	108
10.8 Budowa siatki elementów skończonych – <i>moduł Mesh</i>	110
10.9 Wykonanie obliczeń numerycznych – <i>moduł Job</i>	111
10.10 Edycja wyników obliczeń numerycznych – <i>moduł Visualization</i>	112
11. ANALIZA STATYCZNA WAŁU CARDANA.....	114
11.1 Wprowadzenie	114
11.2 Budowa modelu geometrycznego – <i>moduł Part</i>	114

11.3 Definicja właściwości materiałowych – <i>moduł Property</i>	127
11.4 Tworzenie instancji części – <i>moduł Assembly</i>	128
11.5 Definicja analizy numerycznej – <i>moduł Step</i>	134
11.6 Budowa siatki elementów skończonych – <i>moduł Mesh</i>	134
11.7 Ustalanie interakcji pomiędzy częściami modelu – <i>moduł Interaction</i>	145
11.8 Definicja warunków brzegowych i obciążenia modelu – <i>moduł Load</i>	148
11.9 Wykonanie obliczeń numerycznych – <i>moduł Job</i>	150
11.10 Edycja wyników obliczeń numerycznych – <i>moduł Visualization</i>	151
12. ANALIZA DRGAŃ WŁASNYCH WSPORNIKA	154
12.1 Wprowadzenie	154
12.2 Budowa modelu geometrycznego – <i>moduł Part</i>	154
12.3 Definicja właściwości materiałowych – <i>moduł Property</i>	156
12.4 Tworzenie instancji części – <i>moduł Assembly</i>	157
12.5 Definicja analizy numerycznej – <i>moduł Step</i>	157
12.6 Definicja warunków brzegowych modelu – <i>moduł Load</i>	158
12.7 Budowa siatki elementów skończonych – <i>moduł Mesh</i>	158
12.8 Obliczenia numeryczne – <i>moduł Job</i>	159
12.9 Wyniki obliczeń numerycznych – <i>moduł Visualization</i>	160
LITERATURA	162

1. WPROWADZENIE

Metoda elementów skończonych MES jest jedną z wielu metod przybliżonych, stosowanych do rozwiązywania zagadnień mechaniki z wykorzystaniem procedur numerycznych. Ze względu na swoje zalety znalazła najszerze zastosowanie spośród innych metod, jak m.in. MEB – metody elementów brzegowych, czy MRS – metody różnic skończonych, które historycznie były wcześniej stosowane w rozwiązaniach praktycznych niż MES.

Koncepcja metody elementów skończonych zakłada, że każdy obszar ciągły modelu fizycznego można aproksymować modelem dyskretnym, złożonym ze skończonej liczby elementów oraz węzłów. Każdy element opisany jest za pomocą funkcji ciągłych zwanych funkcjami kształtu elementu, określających wielkości fizyczne, jak np. przemieszczenie, odkształcenie, naprężenie, itp. zdefiniowane w węzłach modelu dyskretnego. Prowadzi to do układu równań różniczkowych cząstkowych (statyki, dynamiki), dla których jednoznaczność rozwiązania otrzymuje się poprzez uzupełnienie układu równań o warunki początkowe i brzegowe modelu dyskretnego. Przeprowadzenie analizy z wykorzystaniem MES polega zatem na aproksymacji ośrodka ciągłego (obiektu rzeczywistego) modelem dyskretnym, zaś proces obliczeń stanowi rozwiązanie zagadnienia dyskretnego.

Analizy zagadnień wytrzymałościowych, termicznych, zmęczeniowych, drgań własnych i innych, realizowane są z wykorzystaniem oprogramowania określanego jako CAE – *Computer Aided Engineering*. Programy CAE umożliwiające realizację obliczeń numerycznych bazują na metodach rozwiązywania zagadnień dyskretnych, z których najszerzej stosowaną jest metoda elementów skończonych.

Oprogramowanie CAE stanowi zazwyczaj system złożony z trzech modułów: preprocesora, solvera i postprocesora:

- **preprocesor** – jest modułem programu (lub niezależnym programem) umożliwiającym budowę modelu dyskretnego obiektu, jak również przygotowanie zadania obliczeniowego. Zasadnicze przeznaczenie preprocesorów polega na możliwości budowy modelu dyskretnego na podstawie modelu geometrycznego obiektu. W zależności od oprogramowania CAE projektant ma do dyspozycji mniej lub bardziej złożone rodzaje elementów skończonych, techniki generowania i łączenia siatki elementów skończonych oraz możliwości budowania wzajemnych interakcji pomiędzy elementami modelu. Dotyczy to również biblioteki dostępnych materiałów (lub możliwości wprowadzania materiałów zdefiniowanych przez użytkownika), a także formułowania dowolnych sekwencji warunków brzegowych i obciążenia modelu. Istnieje również możliwość importu geometrii wykonanej w innych programach CAD.

W takich sytuacjach użytkownik może skorzystać z uniwersalnych translatorów zapisu geometrii, takich jak min.: DXF, IGES, SAT, STP, STEP czy z bezpośrednich translatorów, dedykowanych przesyłaniu zapisu geometrii pomiędzy konkretnymi programami.

- **solver** – jest modulem programu CAE, za pomocą którego realizowany jest proces obliczeń numerycznych (program obliczeniowy). Głównym zadaniem *solvera* jest rozwiązanie układu równań. Wykorzystanie w obliczeniach odpowiedniej metody rozwiązania zależy od specyfiki analizowanego zagadnienia i rozmiaru układu równań. W zagadnieniach wytrzymałości konstrukcji najogólniej można wyróżnić układy równań dotyczące:
 - statyki konstrukcji,
 - dynamiki konstrukcji (równania ruchu),
 - nieliniowości geometrycznej (duże przemieszczenia, zagadnienia kontaktowe),
 - nieliniowości fizycznej (nieliniowa charakterystyka materiału *naprężenie-odkształcenie*).

W rozwiązywaniu zagadnień liniowych, w których obowiązuje prawo Hooke’a najczęściej do rozwiązywania układów równań wykorzystywane są metody bezpośrednie oraz iteracyjne. Do najbardziej znanych metod bezpośrednich można zaliczyć metodę Gaussa oraz metodę Cholesky’ego. Wśród metod iteracyjnych stosuje się metody stacjonarne, skalarne i cykliczne.

Rozwiązywanie równań ruchu układu dyskretnego realizowane jest najczęściej z wykorzystaniem następujących metod:

- do obliczeń częstości drgań własnych: metoda Ritza, metody kondensacji, metoda Stodoli, metoda podprzestrzennych iteracji,
- w przypadku równań ruchu drgań wymuszonych: metoda bezpośredniego całkowania, metoda transformacji Fouriera czy metoda modalna.

W rozwiązywaniu nieliniowych zagadnień MES stosowane są przyrostowe procedury obliczeniowe oparte na metodzie zmiennej sztywności lub metodzie obciążeń początkowych. Wśród metod zmiennej sztywności można wymienić metodę jawną (zwaną całkowaniem Eulera „w przód”) oraz metodę Newtona-Raphsona i zmodyfikowaną metodę Newtona-Raphsona.

Procedury rozwiązywania układów równań stosowane w systemach CAE są nieustannie rozwijane i ulepszone w celu zwiększenia możliwości rozwiązywania coraz bardziej skomplikowanych zagadnień i usprawniania procesu obliczeń coraz większych układów równań, z jakimi mamy do czynienia we współczesnych zadaniach obliczeniowych.

- **postprocessor** – jest modulem programu CAE umożliwiającym edycję otrzymanych wyników obliczeń. Współczesne postprocesory posiadają bardzo duże możliwości graficznej prezentacji wyników zarówno w formie przestrzennej, jak również w postaci wykresów, tabel czy opisów. Wyniki takich wielkości jak: przemieszczenia, naprężenia, rozkłady temperatury, itp., prezentowane są zazwyczaj w postaci kolorowych map konturowych na tle odkształconego modelu. Użytkownik ma możliwości wizualizacji otrzymanych wyników w najbardziej dogodnej formie ułatwiającej ich interpretację.

Rozwój nowoczesnych metod numerycznych, zwłaszcza w zakresie obliczeń nieliniowych powoduje, że oprogramowanie CAE jest coraz częściej wykorzystywane, wspomagając w szerokim zakresie działania inżynierskie w procesie projektowania. W wielu przypadkach wykonanie symulacji numerycznej może zastąpić przeprowadzanie znacznie bardziej kosztownych i pracochłonnych badań eksperymentalnych. Wspomaganie procesu projektowania w zakresie obliczeń numerycznych pozwala wyeliminować błędne rozwiązania konstrukcyjne, zwiększając możliwość otrzymania produktu optymalnego.

Niniejsze opracowanie zawiera przykłady symulacji numerycznych MES wybranych zagadnień inżynierskich z wykorzystaniem pakietu oprogramowania ABAQUS®. Program ABAQUS® firmy Dassault Systemes (www.simulia.com) jest komercyjnym pakietem obliczeniowym wykorzystującym metodę elementów skończonych. Umożliwia realizację złożonych zagadnień mechaniki ciała stałego, przepływów ciepła, mechaniki płynów oraz analiz sprzężonych w zakresie liniowym i nieliniowym. Na wydziale Mechanicznym Politechniki Lubelskiej program ABAQUS® wykorzystywany jest w procesie dydaktycznym zarówno w zakresie zajęć przedmiotowych, jak również w pracach przejściowych, inżynierskich i magisterskich oraz w działalności naukowej pracowników Wydziału Mechanicznego.

2. PODSTAWOWE ZASADY PRACY W PROGRAMIE ABAQUS®

ABAQUS® jest komercyjnym pakietem programów wykorzystujących metodę elementów skończonych, posiadających typową strukturę oprogramowania z grupy CAE, złożonych z trzech podstawowych modułów:

1. **Preprocessor:** program **ABAQUS/CAE** – moduł umożliwiający przygotowanie modelu numerycznego oraz zadania obliczeniowego, monitorowanie przebiegu procesu obliczeń oraz wizualizację otrzymanych wyników (moduł *Visualization*).
2. **Solver:** moduły realizujące zadania obliczeniowe. Podstawowymi i historycznie najstarszymi solverami programu ABAQUS® są:
 - **ABAQUS/Standard** – program przeznaczony do rozwiązywania klasycznych zagadnień statycznych i dynamicznych metodą *Implicit*,
 - **ABAQUS/Explicit** – program przeznaczony do analizy szybkich zagadnień dynamicznych metodą *Explicit*.
3. **Postprocessor:** **ABAQUS/Viewer** – moduł umożliwiający wizualizację otrzymanych wyników obliczeń – stanowi również integralny moduł programu ABAQUS/CAE.

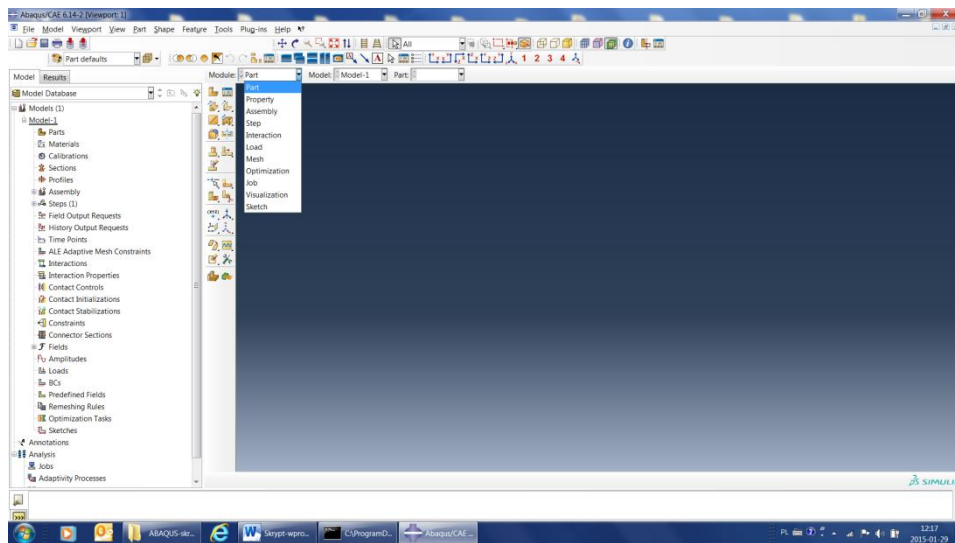
Podczas pracy w środowisku programu ABAQUS® w katalogu roboczym, w którym zapisywane są zazwyczaj bazy CAE oraz wyniki obliczeń numerycznych, tworzone są przez program dodatkowe pliki robocze, związane z rozwiązywanym zagadnieniem numerycznym. Pliki te, posiadające nazwę realizowanego zadania obliczeniowego (z wyjątkiem bazy CAE oraz pliku Journal) różnią się rozszerzeniem. Należą do nich m.in.:

- *.**cae** (model database) – plik zawierający bazę modeli obliczeniowych,
- *.**jnl** (journal file) – zapis wszystkich komend niezbędnych do odtworzenia modelu – nie powinno się tego pliku usuwać, gdy istnieje baza *.cae,
- *.**rpj** (replay file) – zapis wszystkich wykonanych komend z 1 sesji pracy w ABAQUS/CAE.
- *.**rec** (recover file) – plik zawierający informacje z ostatniej sesji, niezbędne do odtworzenia modelu w przypadku np. zawieszenia się programu, czy braku zasilania – program po uruchomieniu pliku *.cae automatycznie proponuje odtworzenie modelu, uzupełniając go o niezapisane dane,
- *.**inp** (input file) – plik tekstowy, zawierający przygotowane zadanie obliczeniowe – jest to plik z którego uruchamiane są obliczenia w programie ABAQUS®,

- *.**odb** (output database) – plik zawierający wyniki obliczeń w formie binarnej, umożliwiający ich wizualizację w ABAQUS/CAE lub ABAQUS/Viewer,
- *.**fil** (results file) – plik zawierający wyniki obliczeń w formie binarnej,
- *.**dat** (printed output file) – plik zawierający wyniki obliczeń w formie tekstowej (zawiera również informacje o ewentualnych błędach),
- *.**msg** (message file) – plik zawierający zapis przebiegu obliczeń oraz zapis błędów i ostrzeżeń,
- *.**res** (restart file) – plik zawierający wyniki umożliwiające kontynuację obliczeń (np. przerwanych) lub uruchamianie kolejnej analizy z uwzględnieniem już przeprowadzonych obliczeń,
- *.**sta** (status file) – plik zawierający zapis kroków obliczeniowych i ich parametrów – umożliwiający śledzenie przebiegu obliczeń,
- *.**log** (log file) – plik zawierający informacje o przeprowadzanych obliczeniach (data, godzina, używane moduły, itp.),
- *.**023** – plik tymczasowy, który jest wykasowany automatycznie po zrealizowanych obliczeniach numerycznych.

Program ABAQUS/CAE stanowi zintegrowany preprocesor i postprocesor oprogramowania ABAQUS®, umożliwiający kompleksowe przygotowanie modelu dyskretnego oraz zadania obliczeniowego pod kątem realizacji obliczeń we wszystkich dostępnych solverach ABAQUS'a, jak również wizualizację otrzymanych wyników obliczeń.

Filozofia pracy w programie ABAQUS/CAE polega na przechodzeniu przez kolejne moduły programu, przedstawione na rys.2.1. Taki sposób postępowania umożliwia definicję całego zadania obliczeniowego, obejmującego budowę modelu geometrycznego oraz jego cech fizycznych, ustalenie typu i parametrów analizy numerycznej, definicję warunków brzegowych i obciążenia modelu, dyskretyzację modelu geometrycznego oraz wykonanie obliczeń i edycję wyników bezpośrednio z poziomu programu ABAQUS/CAE. Zachowanie kolejności pracy w modułach nie jest warunkiem koniecznym, jednakże pozwala uporządkować tok postępowania oraz uniknąć nieprzewidzianych komplikacji, zwłaszcza przez początkującego użytkownika programu.

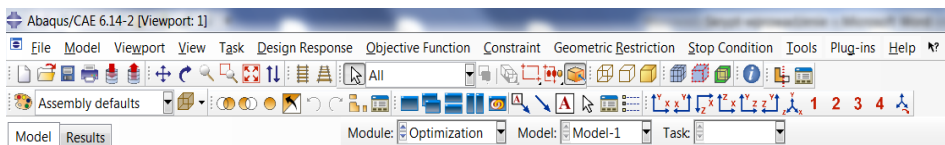


Rys. 2.1. Środowisko programu ABAQUS/CAE – wersja 6.14-2

Każdy moduł programu ABAQUS/CAE posiada własne menu, zawierające narzędzia realizujące zadania, zgodnie z przeznaczeniem używanego modułu. Poszczególne moduły programu można wstępnie scharakteryzować w sposób następujący:

- **moduł Part:** przeznaczony jest do tworzenia modeli geometrycznych, tzw. części (*Part*) bezpośrednio w środowisku programu ABAQUS/CAE. Podobnie jak w większości programów CAD tworzone modele geometryczne są sparametryzowane oraz posiadają historię tworzenia części zapisaną w drzewie struktury modelu. Geometria wykonana w module Part programu ABAQUS/CAE nosi nazwę geometrii natywnej (*native geometry*) i jest w pełni modyfikowalna. W ramach jednego modelu budowanego w środowisku CAE może występować dowolna liczba Part'ów (części), przy czym w jednym Part mogą występować dowolne typy reprezentacji geometrii, tzn. bryły, powłoki czy obiekty typu wireframe;
- **moduł Property:** przeznaczony jest do definiowania właściwości fizycznych części, tj. właściwości materiałowych oraz m.in. przekrojów geometrycznych;
- **moduł Assembly:** przeznaczony jest do tworzenia tzw. *Instancji* części oraz budowy złożów modelu geometrycznego, z określeniem wzajemnych relacji położenia poszczególnych części w modelu. W jednym modelu można zdefiniować tylko jedno złożenie (*Assembly*), na bazie którego budowany jest model numeryczny. Złożenie natomiast może składać się z dowolnej liczby instancji części wzajemnie wobec siebie zorientowanych. Poszczególne części mogą być wstawiane kilkakrotnie do złożenia w formie ich instancji;

- **moduł Step:** przeznaczony jest do definiowania zadania (typu) analizy numerycznej oraz określenia wielkości, które mają zostać wyprowadzone w formie wyników obliczeń. Całe zadanie obliczeniowe może zawierać dowolną liczbę kroków (*Step*), stanowiących każdy odrębną analizę. W przypadku obliczeń realizowanych w kilku krokach, każdy kolejny krok obliczeniowy bazuje na odkształconym modelu konstrukcji, otrzymanym w wyniku rozwiązania w kroku poprzedzającym. Każdy model posiada tzw. *initial step* (krok podstawowy), tworzony automatycznie przez program, w którym definiowane są warunki początkowe modelu, jak np. warunki brzegowe, interakcje, itp.
 - **moduł Interaction:** jest modulem umożliwiającym definiowanie interakcji pomiędzy elementami modelu. Definiowane interakcje dotyczą m.in. zagadnień kontaktowych, więzów, czy nadawania wzajemnych zależności pomiędzy elementami modelu w postaci konektorów (elementów łączących) o różnych własnościach fizycznych czy kinematycznych (np. sprężystych, tłumiących);
 - **moduł Load:** jest modulem przeznaczonym do definiowania warunków brzegowych, początkowych oraz obciążenia modelu numerycznego;
 - **moduł Mesh:** umożliwia przeprowadzenie procesu dyskretyzacji modelu geometrycznego. Narzędzia modułu umożliwiają zdefiniowanie zarówno rodzaju i gęstości siatki elementów skończonych, jak również wybór odpowiedniego typu elementu oraz weryfikację poprawności przeprowadzonego procesu dyskretyzacji;
 - **moduł Optimization:** umożliwia definiowanie i przeprowadzenie procesu optymalizacji modelu;
 - **moduł Job:** przeznaczony jest do definiowania zadania obliczeniowego oraz uruchamiania obliczeń modelu numerycznego, bezpośrednio z programu ABAQUS/CAE;
 - **moduł Visualization:** pełni rolę zintegrowanego z programem ABAQUS/CAE postprocessora, umożliwiającego edycję otrzymanych wyników obliczeń numerycznych w formie graficznej. W celu edycji wyników, po uruchomieniu modułu Visualization należy wczytać bazę wyników, czyli plik z rozszerzeniem *.odb;
 - **moduł Sketch:** przeznaczony jest do tworzenia geometrii podstawowej – tzw. szkiców, stanowiących przede wszystkim profile, na podstawie których wykonywane są obiekty przestrzenne (bryły, powierzchnie).
- Oprócz narzędzi modułowych w górnym menu programu ABAQUS/CAE dostępne są narzędzia ogólne programu, przeznaczone do zarządzania trybem edycji modelu, na każdym etapie jego tworzenia – rys.2.2.



Rys. 2.2. Górne menu programu ABAQUS/CAE – wersja 6.14-2

Wśród podstawowych narzędzi górnego menu programu, zgrupowanych w tzw. belkach narzędziowych, można wymienić:



Rys. 2.3. Narzędzia standardowe programu ABAQUS/CAE

- 1 – **New Model Database** – otwieranie nowej bazy CAE,
- 2 – **Open** – otwieranie istniejących baz CAE,
- 3 – **Save Model Database** – zapisywanie bazy danych CAE,
- 4 – **Print** – drukowanie ekranu (na drukarce lub do pliku),
- 5 – **Save Session Object** – zapisanie ustawień aktualnej sesji,
- 6 – **Load Session Object** – wczytanie zapisanych ustawień sesji.



Rys. 2.4. Narzędzia do transformacji obiektów w przestrzeni roboczej programu

- 1 – **Pan View** – przesuwanie obiektów w przestrzeni roboczej,
- 2 – **Rotate View** – obrót obiektów w przestrzeni roboczej,
- 3 – **Magnify View** – wykonywanie płynnych powiększeń modelu.
- 4 – **Box Zoom View** – wykonywanie powiększeń obszaru zaznaczonego prostokątem,
- 5 – **Auto Fit View** – odświeżanie ekranu z jednoczesnym dostosowaniem wielkości modelu do rozmiarów okna roboczego,
- 6 – **Cycle Through Previous Views** – wyświetlanie widoków po kolei.



1 2 Rys. 2.5. Narzędzia umożliwiające zmianę widoku modelu

1 – Turn Perspective Off – wyłączanie widoku perspektywicznego (włączanie widoku równoległego),

2 – Turn Perspective On – włączanie widoku perspektywicznego.



1 2 3 Rys. 2.6. Narzędzia umożliwiające zmianę sposobu wizualizacji obiektów

1 – Render Model:Wireframe – wyświetlanie modelu w formie krawędziowej,

2 – Render Model:Hidden – wyświetlanie modelu w formie krawędziowej bez niewidocznych krawędzi,

3 – Render Model:Shaded – wyświetlanie modelu w formie zacięniowanej.



Rys. 2.7. Narzędzie *Query information*

Query information – narzędzie umożliwiające uzyskanie informacji dotyczących obiektów w bazie CAE (np. odległość punktów, dane węzłów, elementów, itp).

Program ABAQUS® nie posiada jednostek, w związku z czym przed przystąpieniem do budowy modelu numerycznego użytkownik powinien sam określić jednostki, w jakich będą wprowadzane dane wejściowe. Aby otrzymane wyniki obliczeń np. przemieszczenia czy naprężenia zostały wyprowadzone w spodziewanych przez użytkownika jednostkach, należy konsekwentnie w poszczególnych modułach wprowadzać dane wejściowe, jak m.in.: wymiary, właściwości materiałowe, obciążenie, itp. Decyzję o zastosowanych jednostkach użytkownik podejmuje przed rozpoczęciem pracy w programie ABAQUS/CAE, czego konsekwencją są otrzymywane wyniki obliczeń numerycznych.

3. ANALIZA STATYCZNA BELKI WSPORNIKOWEJ – model bryłowy

3.1 Wprowadzenie

Przedmiotem analizy numerycznej jest zginana belka wspornikowa o przekroju dwuteowym, obciążona równomiernie ciśnieniem na górnej powierzchni. Prezentowany układ jest typowym przykładem dyskretyzacji konstrukcji z wykorzystaniem trójwymiarowych elementów bryłowych, umożliwiających przestrzenne modelowanie elementów konstrukcyjnych w praktyce inżynierskiej. Elementy bryłowe posiadają po trzy translacyjne stopnie swobody w węźle elementu i mogą być opisane funkcją kształtu pierwszego (*linear*) lub drugiego (*quadratic*) rzędu. W bibliotece programu ABAQUS® do podstawowych elementów bryłowych można zaliczyć elementy typu *hexagonalnego* (C3D8 – element 8-węzłowy pierwszego rzędu, C3D20 – element 20-węzłowy drugiego rzędu) lub elementy typu *tetragonalnego* (C4 – element 4-węzłowy pierwszego rzędu, C3D10 – element 10-węzłowy drugiego rzędu). Elementy z funkcją kształtu drugiego rzędu zapewniają większą dokładność rozwiązania zagadnienia numerycznego, jednakże należy mieć na uwadze fakt, że ze względu na większą ilość węzłów w elemencie w istotny sposób zwiększają rozmiar zadania obliczeniowego.

Analizowany przykład rozwiązany zostanie jako zagadnienie statyczne liniowe, spełniające założenia małych odkształceń konstrukcji oraz liniowo-sprężystej charakterystyki materiału. Sformułowane w ten sposób zagadnienie stanowi podstawowe zadanie inżynierskie, w którym w wyniku rozwiązania liniowego układu równań otrzymuje się rozkłady naprężenia oraz przemieszczenia w obszarze konstrukcji. Etap przygotowania modelu numerycznego obejmuje w tym przypadku opracowanie modelu geometrycznego, definicję modelu materiału, jak również określenie warunków brzegowych i sposobu obciążenia modelu, przypisanych do modelu geometrycznego (niezależnych od siatki elementów skończonych). Ostatnim etapem jest generacja siatki MES, polegająca na dyskretyzacji modelu geometrycznego z wykorzystaniem przyjętych parametrów procesu dyskretyzacji, do których zaliczamy m.in.: gęstość oraz rodzaj siatki elementów skończonych, typ elementu skończonego oraz rząd przyjętej funkcji kształtu elementu. Poszczególne etapy przygotowania zadania obliczeniowego przedstawione zostaną w kolejności ich wykonywania w programie ABAQUS®.

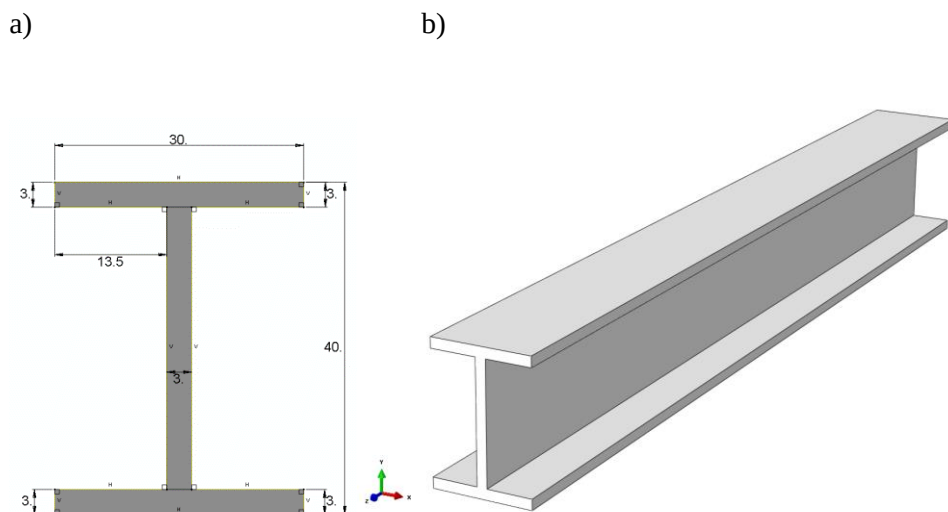
3.2 Budowa modelu geometrycznego – *moduł Part*

Model geometryczny belki o przekroju dwuteowym należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Create Part*  jako przestrzenną część bryłową (3D,Solid) o nazwie *Belka*, ciało o właściwościach odkształcalnych (*Deformable*) metodą wyciągnięcia (*Extrusion*) przekroju poprzecznego, którego parametry geometryczne przedstawiono na rys. 3.1. Długość belki $L = 300$ mm.

W celu wykonania przekroju poprzecznego belki należy narysować kształt dwuteownika z wykorzystaniem narzędzia *Create Lines:Connected* .

Narysowany przekrój należy zwymiarować za pomocą narzędzia *Add Dimension* , a następnie zmodyfikować wymiary do wartości przedstawionych na rys. 3.1a – narzędzie *Edit Dimension Value* .

Po ustaleniu wymiarów należy zaakceptować wykonywanie *sketchu* poprzez wciśnięcie przycisku *Done* na dole ekranu, a następnie wpisać długość wyciągania profilu *Depth: 300*. Wynikiem wykonanych operacji będzie model przestrzenny belki dwuteowej przedstawiony na rys. 3.1b.



Rys. 3.1. Model geometryczny belki dwuteowej: a) przekrój poprzeczny, b) model 3D

3.3 Definicja właściwości materiałowych – *moduł Property*

W obliczeniach należy przyjąć, że belka wykonana jest ze stali, dla której zdefiniowany zostanie model materiału o charakterystyce liniowo-sprężystej.

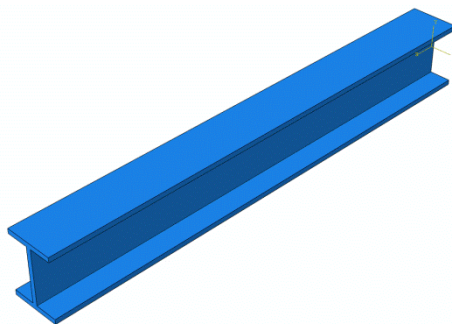
W celu zdefiniowania modelu materiału belki należy wykorzystując narzędzie *Create Material*  wybrać opcję *Mechanical/Elasticity/Elastic*, oraz zdefiniować właściwości liniowo-sprężyste materiału poprzez podanie dwóch niezależnych parametrów materiałowych: modułu Younga $E=210\,000$ MPa oraz liczby Poisson'a $\nu=0.3$. Edycji i modyfikacji właściwości zdefiniowanego materiału można dokonać z wykorzystaniem narzędzia *Material Manager* . Zdefiniowany model materiału stanowi w prowadzonych obliczeniach numerycznych zagadnienie fizycznie liniowe.

Kolejnym etapem definiowania właściwości fizycznych belki jest utworzenie tzw. sekcji, łączącej cechy geometryczne modelu ze zdefiniowanym modelem materiału. W tym celu należy wykorzystując narzędzie *Create Section* , zdefiniować sekcję typu *Solid* (geometria bryłowa 3D), przypisując do niej utworzony model materiału.

Ostatni etap stanowi przypisanie utworzonej sekcji z właściwościami materiałowymi do modelu geometrycznego belki. W tym celu wykorzystując narzędzie *Assign Section* , należy zaznaczyć cały model belki, akceptując działanie poprzez wciśnięcie polecenia *Done*, a następnie *OK*. Model części z przypisanymi właściwościami materiałowymi zmienia kolor na zielony.

3.4 Tworzenie instancji części – *moduł Assembly*

Model dyskretny budowany jest na tzw. instancji, będącej reprezentacją utworzonej wcześniej części z wszystkimi jej cechami geometrycznymi i fizycznymi. W celu utworzenia instancji części należy wykorzystując narzędzie *Instance Part*  wybrać z listy nazwę części *Belka* i zatwierdzić budowę instancji z ustawieniami *Dependent (mesh on part)*, zatwierdzając operację poleceniem *OK*. Zbudowana w powyższy sposób instancja części jest zależna od części, tzn. wszelkich modyfikacji parametrów geometrycznych, czy właściwości materiałowych, a także dyskretyzacji obiektu można dokonywać tylko na części, a nie na instancji. Tworzeniu instancji części, na których budowany będzie model obliczeniowy towarzyszy również ustalenie globalnego położenia modelu w przestrzeni 3D, względem budowanego automatycznie przez program układu współrzędnych X,Y,Z , oznaczonego kolorem żółtym. Utworzona instancja części posiada domyślnie kolor niebieski – rys. 3.2.



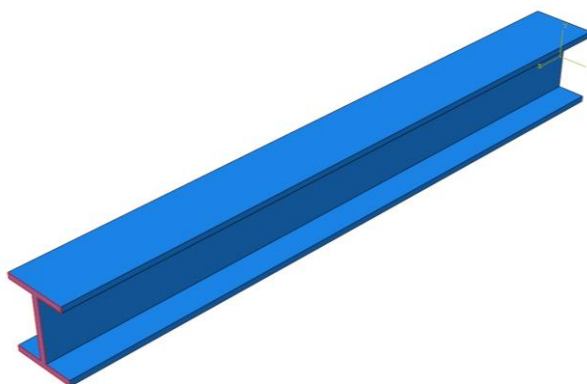
Rys. 3.2. Instancja części z globalnym układem współrzędnych modelu

3.5 Definicja analizy numerycznej – *moduł Step*

Analiza numeryczna przeprowadzona zostanie w zakresie obliczeń statycznych. W tym celu należy zdefiniować typ i parametry obliczeń z wykorzystaniem narzędzia *Create Step* , wybierając typ analizy jako *Static, General* i po zatwierdzeniu poleceniem *Continue* wybrać opcję *Nlgeom=Off* (zagadnienie geometrycznie liniowe), zatwierdzając parametry wybranej analizy poleceniem *OK*.

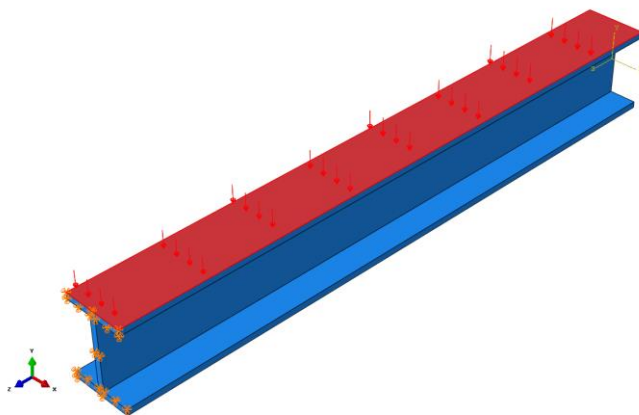
3.6 Definicja warunków brzegowych i obciążenia modelu – *moduł Load*

Warunki brzegowe modelu numerycznego odpowiadają utwierdzeniu przekroju końcowego belki, poprzez zablokowanie węzłom znajdującym się na powierzchni utwierdzonej translacyjnych stopni swobody, odpowiednio na kierunkach U_x , U_y i U_z globalnego układu współrzędnych modelu (elementy bryłowe posiadają tylko translacyjne stopnie swobody w węźle). Definicję warunków brzegowych przeprowadza się z wykorzystaniem narzędzia *Create Boundary Condition* , w kroku *Step:Initial*, wybierając procedurę blokowania stopni swobody w węźle *Displacement/Rotation* i zatwierdzając poleceniem *Continue*. Po wskazaniu powierzchni czołowej belki i zatwierdzeniu jej poleceniem *Done* należy zablokować pierwsze trzy stopnie swobody węzłów zaznaczając w tabeli odpowiednio $U1$, $U2$, $U3$ oraz zatwierdzić wykonanie operacji poleceniem *OK* – rys.3.3.



Rys. 3.3. Definicja warunków brzegowych modelu numerycznego

Obciążenie modelu stanowi ciśnienie rozłożone równomiernie na górnej powierzchni dwuteownika o wartości $p = 0.5$ MPa. Definicję obciążenia należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Create Load*  w kroku *Step:Step-1*, wybierając w kategorii *Mechanical* typ obciążenia *Pressure* i zatwierdzając poleceniem *Continue*. Po wskazaniu górnej powierzchni belki i zatwierdzeniu jej poleceniem *Done* należy wpisać wartość obciążenia 0.5 i zatwierdzić poleceniem *OK* – rys. 3.4.



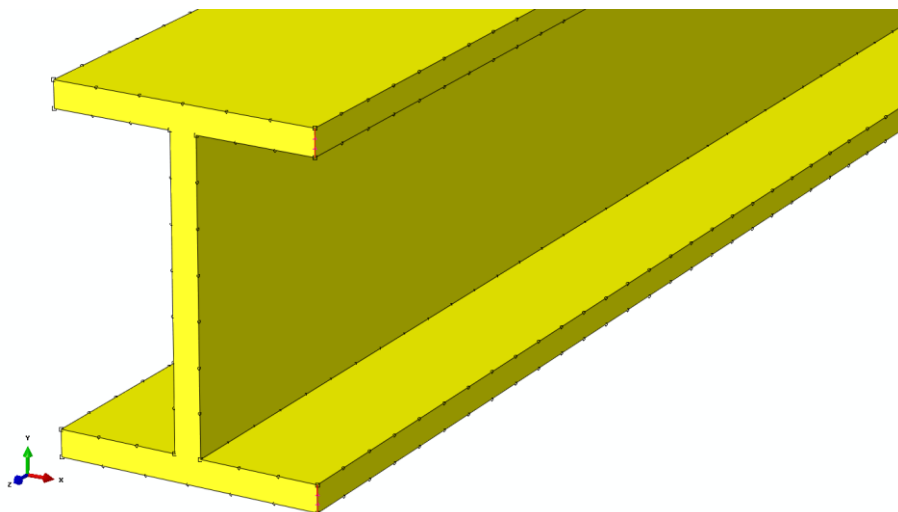
Rys. 3.4. Obciążenie modelu numerycznego

Zdefiniowane w powyższy sposób warunki brzegowe i obciążenie modelu numerycznego przypisane zostały do modelu geometrycznego i są niezależne od siatki elementów skończonych.

3.7 Budowa siatki elementów skończonych – *moduł Mesh*

W procesie dyskretyzacji modelu geometrycznego należy uwzględnić charakter obciążenia belki, powodujący jej zginanie. Ze względu, iż elementy bryłowe nie posiadają rotacyjnych stopni swobody w węźle elementu, w celu dokładniejszego uwzględnienia oddziaływań gnących w konstrukcji belki należy zapewnić odpowiednią strukturę siatki elementów skończonych. W tym celu zastosowana zostanie procedura zapewniająca podział na trzy elementy po grubości ścianek dwuteownika (dotyczy to przede wszystkim pasa górnego i dolnego profilu dwuteowego). Wymaga to oprócz zdefiniowania ogólnej gęstości siatki dla całego modelu dodatkowego określenia rozmiaru elementu skończonego na odpowiednich krawędziach modelu geometrycznego, tzn. zagęszczenia siatki MES w wybranych obszarach.

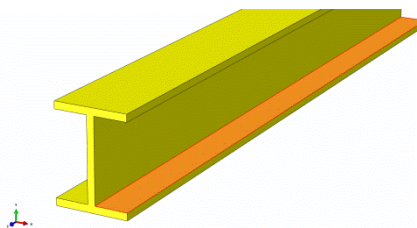
Ze względu na zastosowany w modelu typ instancji *Dependent* proces dyskretyzacji przeprowadza się na części, a nie na instancji. W tym celu nad ekranem roboczym należy wybrać opcję *Object: Part*. Definicję ogólnej gęstości siatki elementów skończonych dla całego modelu wykonuje się z wykorzystaniem narzędzia *Seed Part* , określając przybliżony rozmiar krawędzi elementu skończonego *Approximate global size: 5* i zatwierdzając poleceniem OK. Następnie z wykorzystaniem narzędzia *Seed Edges* , należy zagęścić siatkę elementów skończonych na pionowych krawędziach górnej i dolnej półki dwuteownika, przyjmując rozmiar krawędzi elementu skończonego *Approximate element size: 1* i zatwierdzając poleceniem OK – rys.3.5.



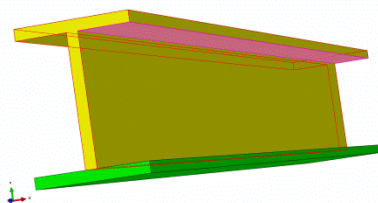
Rys. 3.5. Określenie lokalnej gęstości siatki elementów skończonych

Kolejny etap stanowi definicja parametrów siatki elementów skończonych. W celu zapewnienia wysokiej jakości siatki MES, co dla prostych geometrycznie modeli nie stanowi skomplikowanego zagadnienia, należy dokonać operacji partycjonowania modelu geometrycznego na proste geometrycznie podobszary. Operacja partycjonowania części przeprowadzona zostanie z wykorzystaniem narzędzia *Partition Cell:Extend Face* , używając jako narzędzia do partycjonowania istniejących powierzchni półek dwuteownika. W tym celu należy wskazać ściankę dolnego pasa i zatwierdzić operację poleceniem *Create Partition* – rys. 3.6a. W kolejnym kroku należy wskazać objętość do partycjonowania – w tym przypadku górną część dwuteownika i zatwierdzić poleceniem *Done*, a następnie wskazać ściankę górnego pasa i zatwierdzić operację poleceniem *Create Partition* – rys. 3.6b. W wyniku przeprowadzonych operacji wszystkie partycje dwuteownika powinny mieć kolor zielony.

a)



b)

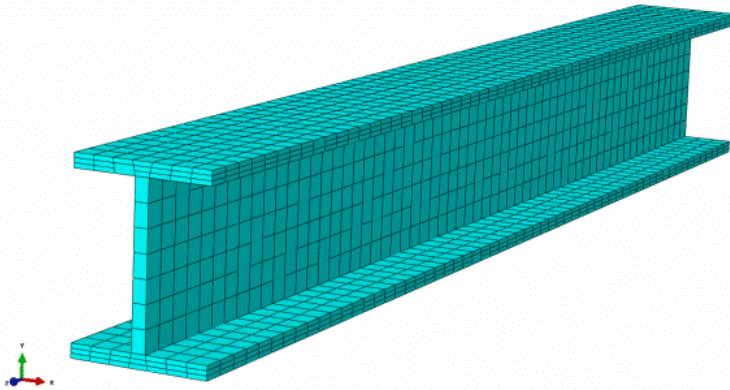


Rys. 3.6. Określenie lokalnej gęstości siatki elementów skończonych

Dla wyodrębnionych prostych geometrycznie partycji modelu belki należy wykorzystując narzędzie *Assign Mesh Controls* , po zaznaczeniu wszystkich utworzonych partycji i zatwierdzeniu poleceniem *Done* zdefiniować regularną siatkę elementów skończonych typu *Structured*, wykorzystując elementy typu heksagonalnego *Hex* oraz zatwierdzić przyjęte parametry siatki poleceniem *OK*.

Kolejnym krokiem jest ustalenie rodzaju elementu skończonego zastosowanego w procesie dyskretyzacji modelu belki. Używając narzędzia *Assign Element Type*  i zaznaczeniu wszystkich partycji belki oraz zatwierdzeniu poleceniem *Done* należy wybrać typ elementu skończonego *Family:3D Stress* z ustawieniami *Geometric Order: Linear* oraz *Hex: Reduced integration*. Zastosowany w procesie dyskretyzacji typ elementu skończonego stanowi przestrzenny element bryłowy z liniową funkcją kształtu i zredukowanym całkowaniem – C3D8R. Po ustaleniu powyższych parametrów należy zatwierdzić operację poleceniem *OK*.

Ostatnim etapem jest przeprowadzenie procesu dyskretyzacji modelu geometrycznego belki. W tym celu wykorzystując narzędzie *Mesh Part* należy zatwierdzić poleceniem *OK* wykonanie siatki elementów skończonych wg ustalonych wcześniej parametrów. Otrzymany model dyskretny belki przedstawia rys. 3.7.



Rys. 3.7. Model dyskretny belki dwuteowej

3.8 Wykonanie obliczeń numerycznych – *moduł Job*

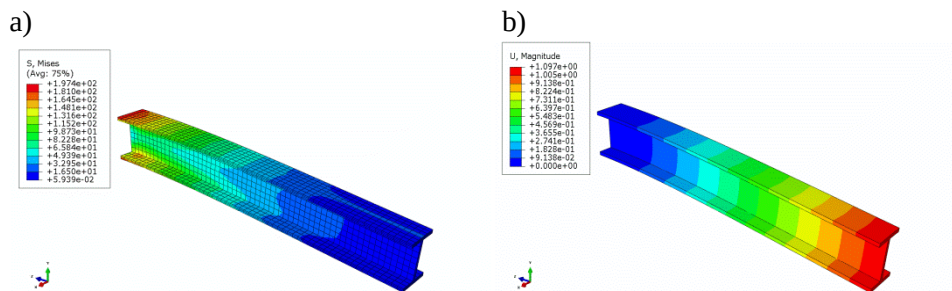
W celu przygotowania zadania obliczeniowego należy wykorzystując narzędzie *Create Job* wpisać nazwę zadania, np. *Name: Belka*, zatwierdzić poleceniem *Continue*, a następnie zaakceptować zadanie obliczeniowe z ustawieniami domyślnymi poleceniem *OK*. W przypadku możliwości równoległego wykorzystania w procesie obliczeń numerycznych większej liczby rdzeni procesora można w zakładce *Parallelization* wybrać opcję *Use multiple processors* wpisując odpowiednią liczbę rdzeni.

Obliczenia numeryczne należy uruchomić wykorzystując narzędzie *Job Manager* poprzez wybranie polecenia *Submit*. Przebieg procesu obliczeń numerycznych można obserwować poprzez włączenie polecenia *Monitor*. Po zakończeniu procesu obliczeń w celu prezentacji wyników należy włączyć polecenie *Results*.

3.9 Edycja wyników obliczeń MES – *moduł Visualization*

Analiza otrzymanych wyników przeprowadzona zostanie na podstawie rozkładów naprężenia zredukowanego, wyznaczonych wg hipotezy wytrzymałościowej Hubera-Misesa-Hencky’ego (H-M-H) oraz przemieszczeń (ugięć) przekroju końcowego belki. Edycję naprężenia zredukowanego w postaci konturowych map naprężenia prezentowanych na tle odkształconego modelu uzyskuje się włączając narzędzie *Plot Contours on Deformed Shape*  - rys. 3.8a. Opcje tego narzędzia dotyczące parametrów graficznych wyświetlanych map wyników są dostępne po włączeniu ikony znajdującej się z jego prawej strony *Contour Options* . Domyślnie mapy wyników obliczeń wyświetlane są na modelu z widoczną siatką elementów skończonych, która w wielu przypadkach może powodować małą ich czytelność. W takich przypadkach istnieje możliwość prezentacji wyników bez widocznej siatki elementów skończonych, poprzez wykorzystanie narzędzia *Common Options*  z ustawieniem *Visible Edges: Feature edges*. Narzędzie to umożliwia również zwiększenie skali wyświetlanych przemieszczeń poprzez przełączenie opcji *Auto compute* na ustawienie *Uniform* i wpisanie odpowiedniego parametru skali (np. 5 – powiększenie 5-krotne).

Po prezentacji rozkładów naprężenia zredukowanego należy wyedytować rozkład przemieszczeń węzłowych belki poprzez wybranie nad oknem roboczym zmiennej U (naprężenia miały oznaczenie S) z opcją *Magnitude* oznaczającą przemieszczenia wypadkowe – rys. 3.8b. Można również zamiast przemieszczeń wypadkowych wyświetlać poszczególne składowe przemieszczeń $U1$, $U2$ i $U3$.



Rys. 3.8. Wyniki obliczeń: a) rozkład naprężenia H-M-H (z widoczną siatką elementów skończonych), b) ugięcie belki (bez widocznej siatki MES)

Na podstawie otrzymanych wyników obliczeń statycznych belki wspornikowej można dokonać oceny stopnia wyężenia oraz odkształcenia analizowanej konstrukcji. Maksymalne wartości napężenia zredukowanego *Misesa* otrzymano w pobliżu przekroju utwierdzenia belki w górnym (rozciągany) i dolnym (ściskany) pasie dwuteownika. Wartości napężenia w tych obszarach kształtują się na poziomie $\sigma_z \approx 200$ MPa, natomiast maksymalne ugięcie końca belki wyniosło $U \approx 1$ mm.

Jakościowa analiza otrzymanych wyników potwierdza prawidłowy charakter odkształcenia i wyężenia konstrukcji, natomiast ilościowa ocena otrzymanych wartości napężenia zredukowanego potwierdza jej dostateczną wytrzymałość. Maksymalna wartość napężenia zredukowanego kształtuje się na bezpiecznym poziomie, nie przekraczającym granicy plastyczności stali konstrukcyjnej ogólnego przeznaczenia, której podstawowe wartości mechaniczne np. dla stali S315 można przyjąć jako: $R_e = 315$ MPa (granica plastyczności) oraz $R_m = 590$ MPa (granica doraźnej wytrzymałości). Oznacza to, że w przypadku rozważanej belki dwuteowej poziom napężenia zredukowanego w materiale nie zagraża bezpiecznej eksploatacji tego elementu, dla rozważanego w analizie numerycznej przypadku obciążenia.

Zaprezentowana analiza numeryczna nie wyczerpuje możliwości modelowania i symulacji podobnych elementów konstrukcyjnych z wykorzystaniem metody elementów skończonych. To samo zagadnienie można zamodelować z wykorzystaniem innych typów elementów skończonych: elementu belkowego oraz powłokowego. W dalszej kolejności, w celu zaprezentowania metodyki modelowania obiektów ciągłych z wykorzystaniem innych typów reprezentacji geometrycznej, przeprowadzona zostanie analiza numeryczna belki dwuteowej z wykorzystaniem belkowych oraz powłokowych elementów skończonych.

4. ANALIZA STATYCZNA BELKI WSPORNIKOWEJ – model belkowy

4.1 Wprowadzenie

W niniejszym rozdziale zaprezentowany zostanie przykład odwzorowania belki dwuteowej z wykorzystaniem geometrii krawędziowej typu *wireframe*. Ten typ reprezentacji geometrycznej umożliwia modelowanie przestrzennych elementów konstrukcyjnych z wykorzystaniem elementu belkowego i prętowego.

Elementy belkowe posiadają po sześć stopni swobody w węźle elementu (trzy translacyjne i trzy rotacyjne stopnie swobody) i mogą być opisane funkcją kształtu pierwszego (*linear*) lub drugiego (*quadratic*) rzędu.

W bibliotece programu ABAQUS® do podstawowych elementów belkowych można zaliczyć elementy pierwszego rzędu (B31: element 2-węzłowy typu *shear-flexible*, B33: element 2-węzłowy typu *cubic formulation*, (B31OS: element 2-węzłowy typu *shear-flexible, open section*) lub elementy drugiego rzędu (B32: element 3-węzłowy, B32H: element 3-węzłowy, *hybrid formulation*). Elementy *hybrid formulation* stosowane są do opisu bardzo smukłych belek, natomiast elementy typu *open section* stosowane są zazwyczaj do belek, których przekrój poprzeczny stanowi profil otwarty.

Analizowany przykład rozwiązany zostanie jako zagadnienie statyczne liniowe, spełniające założenia możliwości zmiany kąta przekroju poprzecznego belki pod obciążeniem. Sformułowane w ten sposób zagadnienie umożliwi w wyniku rozwiązania liniowego układu równań wyznaczenie rozkładów naprężenia zredukowanego oraz przemieszczeń węzłów belki

4.2 Budowa modelu geometrycznego – *moduł Part*

Model geometryczny belki o przekroju dwuteowym należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Create Part* , jako przestrzenną część krawędziową (3D, *Wire*) o nazwie *Belka-1*, ciało o właściwościach odkształcalnych (*Deformable*). W szkicowniku rysujemy odcinek poziomy o długości $L = 300$ mm.

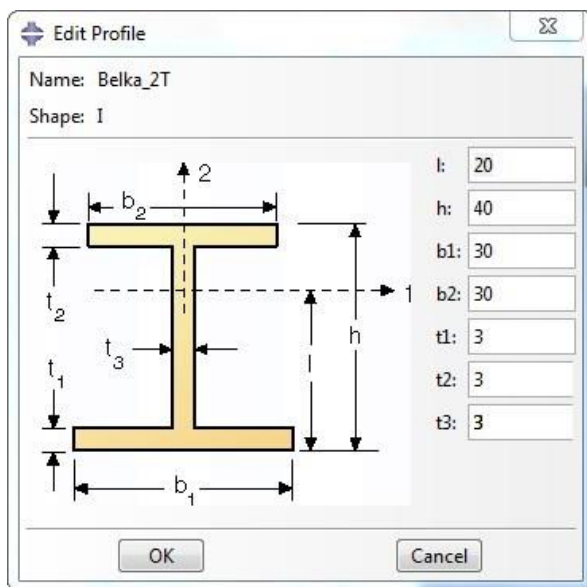
Do narysowania odcinka wykorzystujemy narzędzie *Create Lines: Connected* . Narysowany przekrój należy zwymiarować za pomocą narzędzia *Add Dimension* , a następnie zmodyfikować wymiary do wartości 300 – narzędzie *Edit Dimension Value* .

Po ustaleniu wymiarów należy zakończyć wykonywanie *sketch'u* poprzez wciśnięcie przycisku *Done* na dole ekranu. Wynikiem wykonanych operacji będzie model przestrzenny belki w postaci odcinka.

4.3 Definicja parametrów geometrycznych przekroju poprzecznego oraz właściwości materiałowych – *moduł Property*

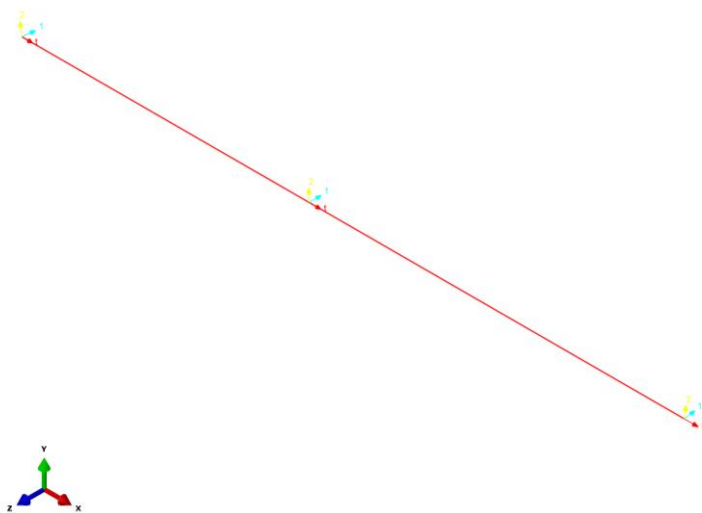
Zastosowanie reprezentacji geometrycznej typu *Wire* wymaga od użytkownika zdefiniowania parametrów geometrycznych przekroju poprzecznego belki. W tym celu z górnego menu programu należy wybrać polecenie *Profile/Create*, a następnie w oknie *Create profile* wybrać kształt przekroju dwuteowego – *I*, nadając mu nazwę *Belka_2T* i zatwierdzając poleceniem *Continue*.

W oknie *Edit Profile* należy wpisać wymiary przekroju poprzecznego w sposób przedstawiony na rys. 4.1, i zatwierdzić dane poleceniem *OK*.



Rys. 4.1. Definicja parametrów geometrycznych przekroju poprzecznego belki dwuteowej

Po zdefiniowaniu przekroju należy zdefiniować położenie jego osi (1,2) w stosunku do globalnego układu współrzędnych, wykorzystując narzędzie *Assign Beam Orientation* . Po wyborze narzędzia wskazujemy belkę i akceptujemy poprzez wciśnięcie polecenia *Done*, zatwierdzamy domyślnie wartości naciskając klawisz *Enter*, a następnie *OK*.



Rys. 4.2. Orientacja przekroju poprzecznego belki dwuteowej

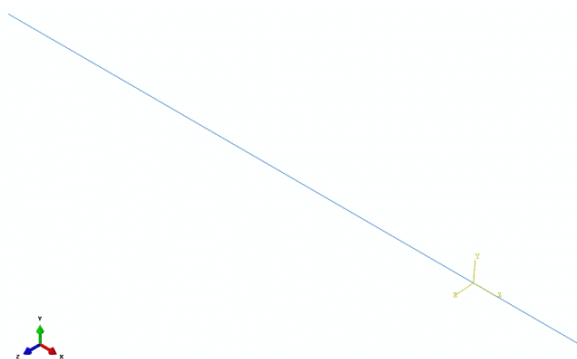
W obliczeniach należy przyjąć, że belka wykonana jest ze stali, dla której zdefiniowany zostanie model materiału o charakterystyce liniowo-sprężystej. W celu zdefiniowania modelu materiału belki należy wykorzystując narzędzie *Create Material*  wybrać opcję *Mechanical/Elasticity/Elastic* oraz zdefiniować właściwości liniowo-sprężyste materiału poprzez podanie dwóch niezależnych parametrów materiałowych: modułu Younga $E=210\,000$ MPa oraz liczby Poisson'a $\nu=0.3$.

Kolejnym etapem definiowania właściwości fizycznych belki jest utworzenie tzw. sekcji, łączącej cechy geometryczne modelu ze zdefiniowanym modelem materiału. W tym celu należy wykorzystując narzędzie *Create Section* , zdefiniować sekcję typu *Beam* (geometria typu *Wire*), przypisując do niej utworzony model materiału.

Ostatni etap stanowi przypisanie utworzonej sekcji z właściwościami materiałowymi do modelu geometrycznego belki. W tym celu wykorzystując narzędzie *Assign Section* , należy zaznaczyć model geometryczny belki, akceptując działanie poprzez wciśnięcie polecenia *Done*, a następnie *OK*. Model części z przypisanymi właściwościami materiałowymi zmieni kolor na zielony.

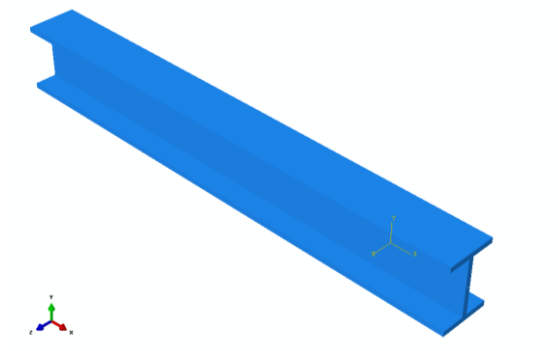
4.4 Tworzenie instancji części – *moduł Assembly*

W celu utworzenia instancji części należy wykorzystując narzędzie *Instance Part*  wybrać z listy nazwę części *Belka-1* i zatwierdzić operację poleceniem *OK* – rys. 4.3.



Rys. 4.3. Instancja części z globalnym układem współrzędnych modelu

Standardowo kształt przekroju poprzecznego belki nie jest wyświetlany, jak przedstawia to powyższy rysunek. Aby wyświetlić model belki z odwzorowaniem profilu dwuteowego należy z górnego menu programu wybrać opcję *View/Assembly Display Options*, a następnie w otwartym oknie w zakładce *General* w grupie *Idealization* zaznaczyć polecenie wyboru *Render beam profiles* i zatwierdzić poleceniem *OK*. Uzyskany efekt przedstawia rys. 4.4.



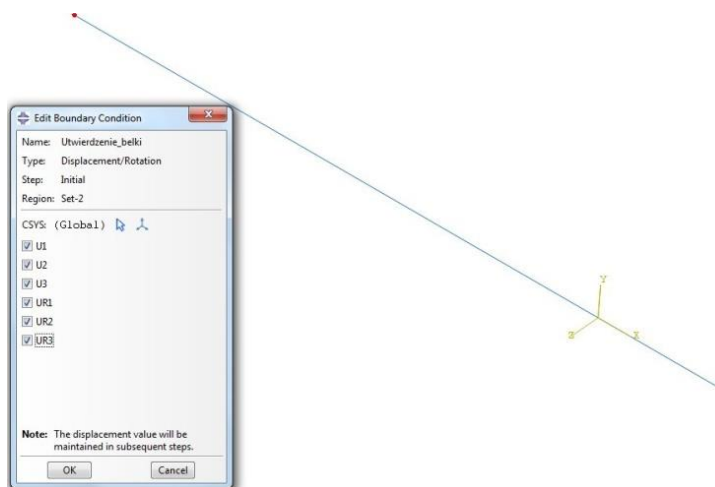
Rys. 4.4. Wizualizacja przekroju poprzecznego instancji belki

4.5 Definicja analizy numerycznej – *moduł Step*

Analiza numeryczna przeprowadzona zostanie w zakresie obliczeń statycznych. W tym celu należy zdefiniować typ i parametry obliczeń z wykorzystaniem narzędzia *Create Step* , wybierając typ analizy jako *Static, General* i po zatwierdzeniu poleceniem *Continue* wybrać opcję *Nlgeom=Off* (zagadnienie geometrycznie liniowe).

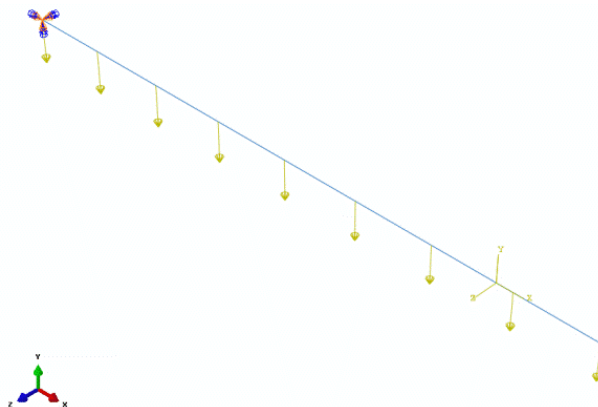
4.6 Definicja warunków brzegowych i obciążenia modelu – *moduł Load*

Warunki brzegowe modelu numerycznego odpowiadają utwierdzeniu przekroju końcowego belki, poprzez zablokowanie węzłowi znajdującemu się na końcu belki trzech translacyjnych i trzech rotacyjnych stopni swobody, (elementy typu *beam* posiadają 6 stopni swobody w węźle elementu). Dla ułatwienia wskazywania węzła należy wyłączyć opcję wyświetlania profilu belki. Definicję warunków brzegowych przeprowadza się z wykorzystaniem narzędzia *Create Boundary Condition* , nadając nazwę *Utwierdzenie_belki* i w kroku *Step:Initial*, wybierając procedurę blokowania stopni swobody w węźle *Displacement/Rotation* oraz zatwierdzając poleceniem *Continue*. Po wskazaniu punktu końcowego belki i zatwierdzeniu poleceniem *Done* należy zablokować 6 stopni swobody (zaznaczając wszystkie stopnie) oraz zatwierdzając poleceniem *OK* – rys.4.5.



Rys. 4.5. Definicja warunków brzegowych modelu numerycznego

Obciążenie modelu stanowi równomiernie obciążenie liniowe na „górnej” krawędzi belki o wartości 15 N/mm. Definicję obciążenia należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Create Load* , nadając nazwę *Obciazenie_belki* w kroku *Step:Step-1*, oraz wybierając w kategorii *Mechanical* typ obciążenia *Line load* i zatwierdzając poleceniem *Continue*. Po wskazaniu modelu belki i zatwierdzeniu go poleceniem *Done* należy wpisać wartość obciążenia dla opcji *Component 2 = -15* (kierunek osi -Y) i zatwierdzić poleceniem *OK* – rys. 4.6. Zdefiniowane w powyższy sposób obciążenie belki odpowiada dokładnie przypadkowi obciążenia modelu bryłowego opisanego w poprzednim rozdziale.

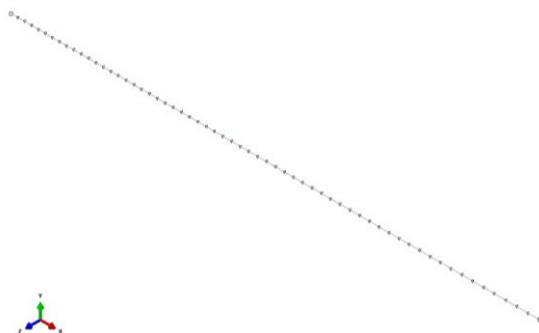


Rys. 4.6. Definicja obciążenia modelu numerycznego

Zdefiniowane w powyższy sposób warunki brzegowe i obciążenie modelu numerycznego przypisane zostały do modelu geometrycznego i są niezależne od siatki elementów skończonych.

4.7 Budowa siatki elementów skończonych – *moduł Mesh*

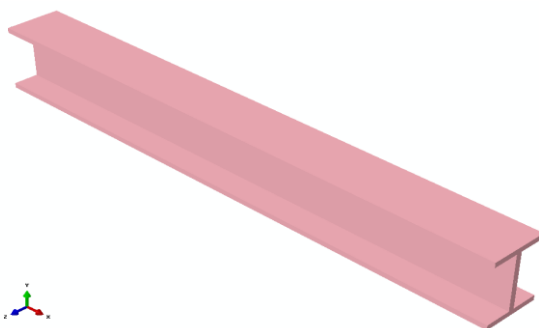
Ze względu na zastosowany w modelu typ instancji części *Dependent* proces dyskretyzacji przeprowadzony zostanie na części, a nie na instancji. W tym celu nad ekranem roboczym należy wybrać opcję *Object: Part*. Definicję ogólnej gęstości siatki elementów skończonych dla całego modelu wykonuje się z wykorzystaniem narzędzia *Seed Part* , określając przybliżony rozmiar krawędzi elementu skończonego *Approximate global size: 5* i zatwierdzając poleceniem *OK* – rys. 4.7



Rys. 4.7. Określenie gęstości siatki elementów skończonych

Kolejnym krokiem jest ustalenie rodzaju elementu skończonego zastosowanego w procesie dyskretyzacji modelu belki. Używając narzędzia *Assign Element Type*  po zaznaczeniu modelu belki oraz zatwierdzeniu poleceniem *Done* należy wybrać typ elementu skończonego: *Family: Beam* z ustawieniami *Geometric Order: Quadratic* (ze względu na obciążenie ciągle przyłożone do boku belki). Zastosowany w procesie dyskretyzacji typ elementu skończonego stanowi element jednowymiarowy, 3-węzłowy z kwadratową funkcją kształtu – B32. Po ustaleniu powyższych parametrów należy zatwierdzić operację poleceniem *OK*.

Ostatnim etapem jest przeprowadzenie procesu dyskretyzacji modelu geometrycznego belki. W tym celu wykorzystując narzędzie *Mesh Part*  należy zatwierdzić poleceniem *OK* wykonanie siatki elementów skończonych wg ustalonych wcześniej parametrów. Otrzymany model dyskretny belki przedstawia rys. 4.8. W przypadku modelu belkowego nie są widoczne poszczególne elementy siatki, niezależnie od ustawienia parametrów edycji profilu belki.



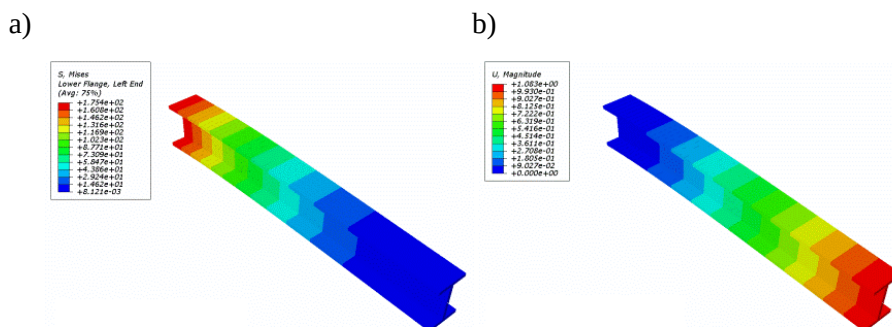
Rys. 4.8. Widok modelu po dokonaniu dyskretyzacji

4.8 Wykonanie obliczeń numerycznych – *moduł Job*

W celu przygotowania zadania obliczeniowego należy wykorzystując narzędzie *Create Job*  wpisać nazwę zadania, np. *Name: Belka-1*, zatwierdzić poleceniem *Continue*, a następnie zaakceptować zadanie obliczeniowe z ustawieniami domyślnymi poleceniem *OK*. W przypadku możliwości równoległego wykorzystania w procesie obliczeń numerycznych większej liczby rdzeni procesora można w zakładce *Parallelization* wybrać opcję *Use multiple processors* wpisując odpowiednią liczbę rdzeni. Obliczenia numeryczne należy uruchomić wykorzystując narzędzie *Job Manager*  poprzez wybranie polecenia *Submit*. Przebieg procesu obliczeń numerycznych można obserwować poprzez włączenie polecenia *Monitor*. Po zakończeniu procesu obliczeń w celu prezentacji wyników należy włączyć polecenie *Results*.

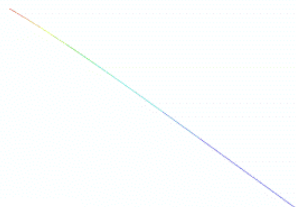
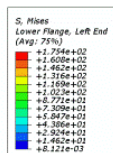
4.9 Edycja wyników obliczeń numerycznych – *moduł Visualization*

Analiza otrzymanych wyników przeprowadzona zostanie na podstawie rozkładów naprężenia zredukowanego wyznaczonych wg hipotezy wytrzymałościowej Hubera-Misesa-Hencky'ego (H-M-H) oraz przemieszczeń (ugięć) przekroju końcowego belki. Edycję naprężenia zredukowanego w postaci konturowych map naprężenia usytuowanych na tle odkształconego modelu uzyskuje się włączając narzędzie *Plot Contours on Deformed Shape*  – rys. 4.9a i rys. 4.10a. Po prezentacji rozkładów naprężenia zredukowanego należy wyedytować rozkład przemieszczeń węzłowych belki poprzez wybranie nad oknem roboczym zmiennej *U* (naprężenia miały oznaczenie *S*) z opcją *Magnitude* oznaczającą przemieszczenia wypadkowe – rys. 4.9b i rys. 4.10b.

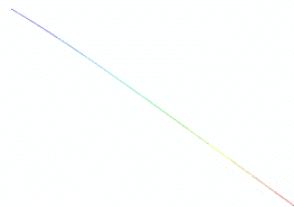
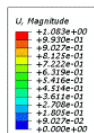


Rys. 4.9. Wyniki obliczeń (z widocznym profilem belki): a) rozkład naprężenia H-M-H, b) ugięcie belki

a)



b)



Rys. 4.10. Wyniki obliczeń (model belkowy): a) rozkład naprężenia H-M-H b) ugięcie belki

Na podstawie otrzymanych wyników obliczeń statycznych belki wspornikowej można dokonać oceny stopnia wyężenia oraz odkształcenia analizowanej konstrukcji. Maksymalne wartości naprężenia zredukowanego Misesa otrzymano w pobliżu przekroju utwierdzenia belki. Wartości naprężenia w tym obszarach kształtują się na poziomie $\sigma_z \approx 175$ MPa, natomiast maksymalne ugięcie końca belki wyniosło $U \approx 1$ mm.

Jakościowa analiza otrzymanych wyników potwierdza prawidłowy charakter odkształcenia i wyężenia konstrukcji, natomiast ilościowa ocena otrzymanych wartości naprężenia zredukowanego potwierdza jej dostateczną wytrzymałość (dla stali S315 granica plastyczności $R_e = 315$ MPa).

Przeprowadzona w niniejszym rozdziale numeryczna analiza zginanej belki wspornikowej stanowi przykład zatasowania elementów belkowych do rozwiązywania podstawowych zagadnień inżynierskich. Zaprezentowana na powyższym przykładzie metodyka modelowania jest klasycznym przypadkiem liniowej analizy statycznej ośrodka ciągłego, gdy jeden z jego wymiarów jest znacznie większy od pozostałych.

5. ANALIZA STATYCZNA BELKI WSPORNIKOWEJ – model powłokowy

5.1 Wprowadzenie

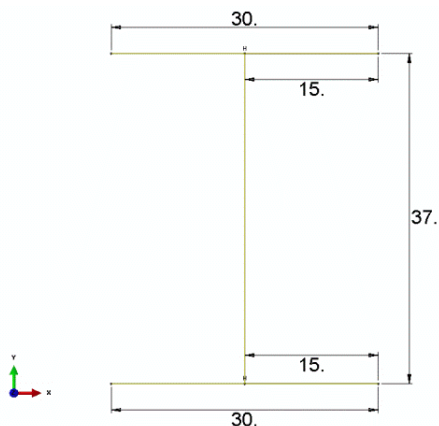
Trzeci sposób modelowania układu zginanej belki wspornikowej o przekroju dwuteowym opiera się na zastosowaniu w procesie dyskretyzacji elementów typu powłokowego – *Shell*. Przestrzenne elementy powłokowe posiadają po 6 stopni swobody w węźle elementu (trzy translacyjne i trzy rotacyjne stopnie swobody) i mogą być opisane funkcją kształtu pierwszego (*linear*) lub drugiego (*quadratic*) rzędu.

Istnieją również elementy powłokowe posiadające 5 stopni swobody w węźle elementu (trzy translacyjne i dwa rotacyjne stopnie swobody). W bibliotece programu ABAQUS® do podstawowych elementów powłokowych można zaliczyć elementy pierwszego rzędu (S3 – element 3-węzłowy, S4R – element 4-węzłowy typu *reduced integration*) lub elementy drugiego rzędu (STR165 – element 6-węzłowy, S8R – element 8-węzłowy, typu *reduced integration*). Do wspomnianych elementów o 5 stopniach swobody w węźle można zaliczyć element o oznaczeniu S8R5. W prezentowanym przykładzie do dyskretyzacji konstrukcji zastosowane zostaną elementy powłokowe posiadające 6 stopni swobody w węźle elementu.

5.2 Budowa modelu geometrycznego – *moduł Part*

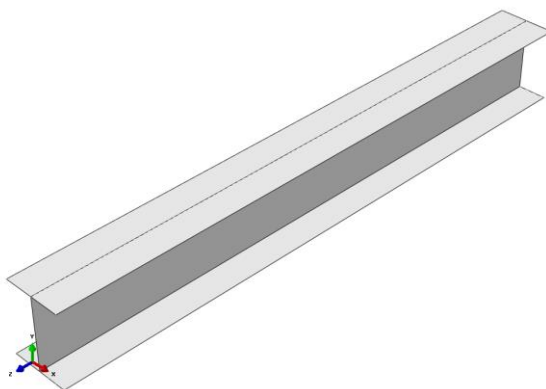
Model geometryczny belki o przekroju dwuteowym należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Create Part* , jako przestrzenną część powierzchniową (*3D, Shell, Extrusion*) o nazwie *Belka-2*, ciało o właściwościach odkształcalnych (*Deformable*).

Rysunek przekroju poprzecznego belki należy wykonać w szkicowniku w sposób przedstawiony na rys. 5.1.



Rys. 5.1. Przekrój poprzeczny belki

Do narysowania poszczególnych odcinków przekroju dwuteowego należy wykorzystać narzędzie *Create Lines:Connected* . Narysowany przekrój należy zwymiarować za pomocą narzędzia *Add Dimension* , a następnie zmodyfikować wymiary do wartości przedstawionych na rys. 5.1 – narzędzie *Edit Dimension Value* . Po ustaleniu wymiarów należy zaakceptować sketch poprzez wciśnięcie przycisku *Done* na dole ekranu. W oknie *Edit Base Extrusion* należy wpisać długość belki $L = 300$ mm i zatwierdzić poleceniem *OK*. Wynikiem wykonanych operacji będzie model przestrzenny belki w postaci cienkościennego modelu dwuteownika – rys. 5.2.



Rys. 5.2. Model geometryczny belki – reprezentacja powierzchniowa

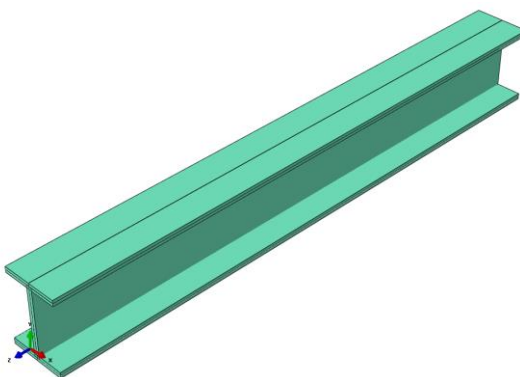
5.3 Definicja właściwości materiałowych – *moduł Property*

W celu zdefiniowania modelu materiału belki należy wykorzystując narzędzie *Create Material* , nadać nazwę materiału *Stal*, wybrać opcję *Mechanical/Elasticity/Elastic*, oraz zdefiniować właściwości liniowo-sprężyste materiału, poprzez podanie dwóch niezależnych parametrów materiałowych: modułu Younga $E=210\,000$ MPa oraz liczby Poisson'a $\nu=0.3$.

Kolejnym etapem definiowania właściwości fizycznych belki jest utworzenie sekcji, łączącej cechy geometryczne modelu ze zdefiniowanym modelem materiału. W tym celu należy wykorzystując narzędzie *Create Section* , utworzyć sekcję typu *Shell/Homogeneous*, przypisując dodatkowo grubość powłoki w postaci parametru *Shell thickness/Value* równą 3 mm i przyporządkowując do sekcji model materiału *Stal*.

Ostatni etap stanowi przypisanie zdefiniowanej sekcji z właściwościami materiałowymi do modelu geometrycznego belki. W tym celu wykorzystując narzędzie *Assign Section* , należy zaznaczyć cały model belki, akceptując działanie poprzez wciśnięcie polecenia *Done*, a następnie *OK*. Podczas przypisania sekcji w polu *Shell offset* należy zadeklarować symetryczny rozkład grubości względem narysowanego elementu powłokowego – *Middle surface*. Model części z przypisanymi właściwościami materiałowymi zmieni kolor na zielony.

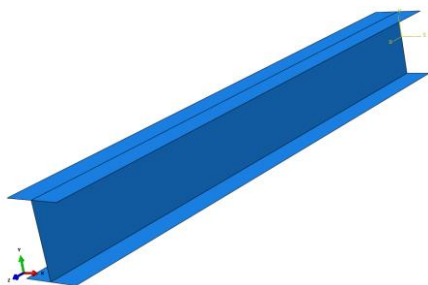
Standardowo grubość elementu powłokowego nie jest wyświetlana, jak przedstawia rys 5.2. Aby wyświetlić grubość ścianki belki należy wybierając z górnego menu programu opcję *View/Part Display Options*, w otwartym oknie w zakładce *General* w grupie *Idealization* zaznaczyć pole wyboru *Render shell profiles* i zatwierdzić poleceniem *OK*. Otrzymana reprezentacja geometryczna belki przedstawiona jest na rys. 5.3.



Rys. 5.3. Model geometryczny belki z widoczną grubością ścian profilu

5.4 Tworzenie instancji części – *moduł Assembly*

W celu utworzenia instancji części należy wykorzystując narzędzie *Instance Part*  wybrać z listy nazwę części *Belka-2* i zatwierdzić operację poleceniem *OK* – rys. 5.4.



Rys. 5.4. Instancja części z globalnym układem współrzędnych modelu

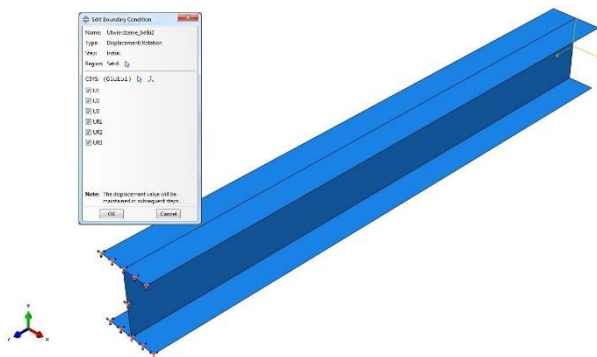
5.5 Definicja analizy numerycznej – *moduł Step*

Analiza numeryczna przeprowadzona zostanie w zakresie obliczeń statycznych. W tym celu należy zdefiniować typ i parametry obliczeń z wykorzystaniem narzędzia *Create Step* , wybierając typ analizy jako *Static, General*. Po zatwierdzeniu poleceniem *Continue* należy wybrać opcję *Nlgeom=Off* (zagadnienie geometrycznie liniowe), zatwierdzając parametry wybranej analizy poleceniem *OK*.

5.6 Definicja warunków brzegowych i obciążenia modelu – *moduł Load*

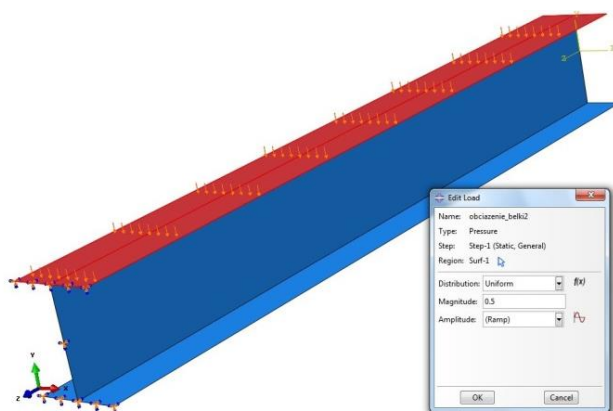
Warunki brzegowe modelu numerycznego odpowiadają utwierdzeniu przekroju końcowego belki, poprzez zablokowanie węzłom znajdującym się na krawędziach przekroju końcowego belki 6 stopni swobody w węźle elementu (trzech translacyjnych i trzech rotacyjnych stopni swobody). Dla ułatwienia wskazywania krawędzi przekroju końcowego belki należy wyłączyć edycję grubości ścian modelu. Definicję warunków brzegowych należy przeprowadzić z wykorzystaniem narzędzia *Create Boundary Condition* , nadając nazwę *Utwierdzenie_Belki2* w kroku *Step:Initial*, oraz wybierając procedurę blokowania stopni swobody w węźle *Displacement/Rotation* i zatwierdzając poleceniem *Continue*. Po wskazaniu wszystkich krawędzi przekroju końcowego belki

(z wciśniętym przyciskiem *Shift* w celu dodawania kolejnych obiektów) i zatwierdzeniu poleceniem *Done* należy zablokować 6 stopni swobody (zaznaczyć wszystkie stopnie), zatwierdzając poleceniem *OK* – rys. 5.5.



Rys. 5.5. Definicja warunków brzegowych modelu numerycznego

Obciążenie modelu stanowi ciśnienie przyłożone do „górnej” półki dwuteownika o wartości $0,5 \text{ N/mm}^2$. Definicję obciążenia należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Create Load* , nadając nazwę *Obciazenie_Belki2* w kroku *Step:Step-1*, oraz wybierając w kategorii *Mechanical* typ obciążenia *Pressure* i zatwierdzając poleceniem *Continue*. Po wskazaniu górnej półki belki i zatwierdzeniu poleceniem *Done* należy wpisać wartość obciążenia *Magnitude* = 0.5 i zatwierdzić poleceniem *OK* – rys. 5.6.

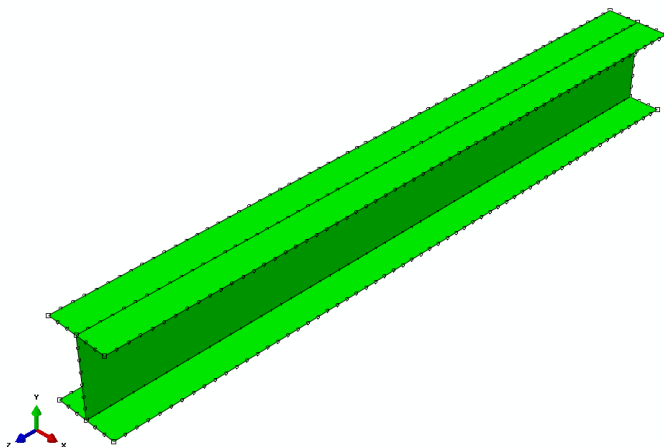


Rys. 5.6. Obciążenie modelu numerycznego

Zdefiniowane w powyższy sposób warunki brzegowe i obciążenie modelu numerycznego przypisane zostały do modelu geometrycznego i są niezależne od siatki elementów skończonych.

5.7 Budowa siatki elementów skończonych – *moduł Mesh*

Ze względu na zastosowany w modelu typ instancji *Dependent* proces dyskretyzacji przeprowadza się na części, a nie na instancji. W tym celu nad ekranem roboczym należy wybrać opcję *Object: Part*. Definicję ogólnej gęstości siatki elementów skończonych dla całego modelu wykonuje się z wykorzystaniem narzędzia *Seed Part* , określając przybliżony rozmiar krawędzi elementu *Approximate global size: 5* i zatwierdzając poleceniem *OK* – rys. 5.7.

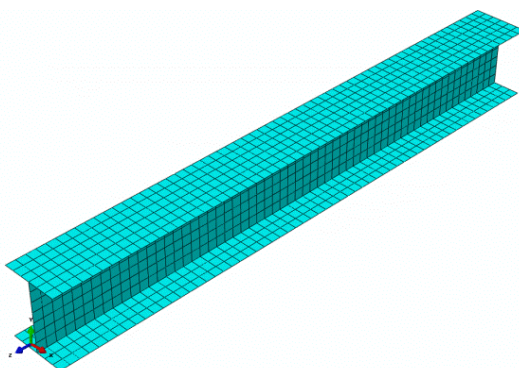


Rys. 5.7. Określenie gęstości siatki elementów skończonych

Dla modelu belki należy wykorzystując narzędzie *Assign Mesh Controls* , po zaznaczeniu wszystkich ścian belki i zatwierdzeniu poleceniem *Done* zdefiniować regularną siatkę elementów skończonych typu *Structured*, wykorzystując elementy typu strukturalnego *Quad* oraz zatwierdzić przyjęte parametry siatki poleceniem *OK*.

Kolejnym krokiem jest ustalenie rodzaju elementu skończonego zastosowanego w procesie dyskretyzacji modelu. Używając narzędzia *Assign Element Type*  należy zaznaczając cały model belki oraz zatwierdzając poleceniem *Done* wybrać typ elementu skończonego: *Family: Shell*

z ustawieniami *Geometric Order: Linear*. Zastosowany w procesie dyskretyzacji typ elementu skończonego stanowi element powłokowy, 4-węzłowy z liniową funkcją kształtu – S4. Po ustaleniu powyższych parametrów należy zatwierdzić operację poleceniem *OK*. Ostatnim etapem jest przeprowadzenie procesu dyskretyzacji modelu geometrycznego belki. W tym celu wykorzystując narzędzie *Mesh Part* , należy zatwierdzić poleceniem *OK* wykonanie siatki elementów skończonych wg ustalonych wcześniej parametrów. Otrzymany model dyskretny belki przedstawia rys. 5.8.



Rys. 5.8. Model dyskretny belki

5.8 Wykonanie obliczeń numerycznych – *moduł Job*

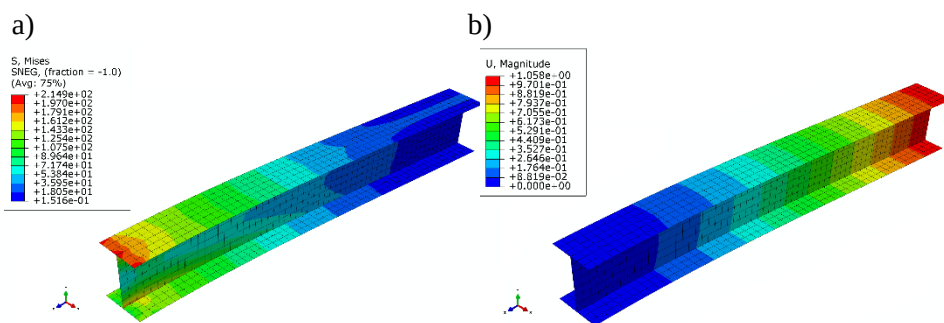
W celu przygotowania zadania obliczeniowego należy wykorzystując narzędzie *Create Job* , wpisać nazwę zadania, np. *Name: Belka-2*, zatwierdzić poleceniem *Continue*, a następnie zaakceptować zadanie obliczeniowe z ustawieniami domyślnymi poleceniem *OK*. W przypadku możliwości równoległego wykorzystania w procesie obliczeń numerycznych większej liczby rdzeni procesora można w zakładce *Parallelization* wybrać opcję *Use multiple processors* wpisując odpowiednią liczbę rdzeni.

Obliczenia numeryczne należy uruchomić wykorzystując narzędzie *Job Manager* , poprzez wybranie polecenia *Submit*. Przebieg procesu obliczeń numerycznych można obserwować poprzez włączenie polecenia *Monitor*. Po zakończeniu procesu obliczeń w celu prezentacji wyników należy włączyć polecenie *Results*.

5.9 Edycja wyników obliczeń numerycznych – *moduł Visualization*

Analiza otrzymanych wyników przeprowadzona zostanie na podstawie rozkładów naprężenia zredukowanego wyznaczonych wg hipotezy wytrzymałościowej Hubera-Misesa-Hencky'ego (H-M-H) oraz przemieszczeń (ugięć) przekroju końcowego belki.

Edycję naprężenia zredukowanego w postaci konturowych map naprężenia usytuowanych na tle odkształconego modelu uzyskuje się włączając narzędzie *Plot Contours on Deformed Shape*  – rys. 5.9a. Po prezentacji rozkładów naprężenia zredukowanego należy wyedytować rozkład przemieszczeń węzłowych belki, poprzez wybranie nad oknem roboczym zmiennej *U* (naprężenia miały oznaczenie *S*) z opcją *Magnitude* oznaczającą przemieszczenia wypadkowe – rys. 5.9b. Analogicznie jak w modelu z wykorzystaniem elementów belkowych, wyniki można wyświetlać dla modelu z widoczną grubością ścian belki (rys. 5.9) lub na modelu powłokowym.



Rys. 5.9. Wyniki obliczeń (z widoczną grubością ścian belki): a) rozkład naprężenia H-M-H, b) ugięcie belki

Na podstawie otrzymanych wyników obliczeń statycznych belki wspornikowej można dokonać oceny stopnia wyężenia oraz odkształcenia analizowanej konstrukcji. Maksymalne wartości naprężenia zredukowanego *Misesa* otrzymano w pobliżu przekroju utwierdzenia belki. Wartości naprężenia w tym obszarach kształtują się na poziomie $\sigma_z \approx 215$ MPa, natomiast maksymalne ugięcie końca belki wyniosło $U \approx 1$ mm.

Jakościowa analiza otrzymanych wyników potwierdza prawidłowy charakter odkształcenia i wyężenia konstrukcji, natomiast ilościowa ocena otrzymanych wartości naprężenia zredukowanego potwierdza jej dostateczną wytrzymałość (dla stali S315 granica plastyczności $R_e = 315$ MPa). Przeprowadzona

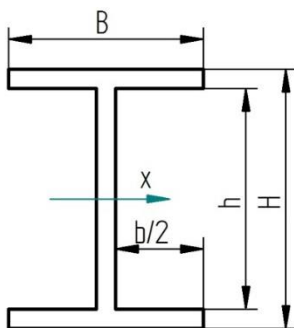
w niniejszym rozdziale numeryczna analiza zginanej belki wspornikowej stanowi przykład zastosowania elementów powłokowych do rozwiązania podstawowych zagadnień inżynierskich.

5.10 Analiza statyczna belki – podsumowanie

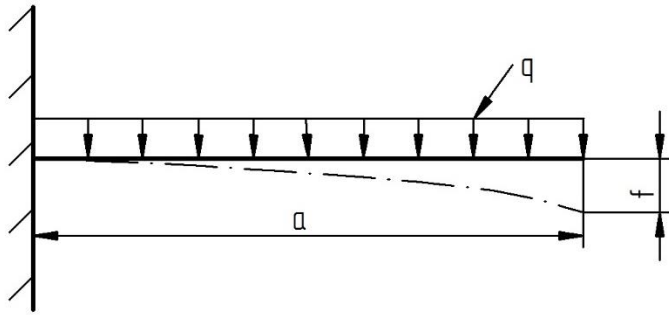
Przeprowadzona w poprzednich rozdziałach statyczna analiza zginanej belki wspornikowej o przekroju dwuteowym stanowi przykład rozwiązania podstawowych zagadnień inżynierskich z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Zaprezentowane obliczenia pokazują możliwości modelowania zagadnień mechaniki ośrodka ciągłego z wykorzystaniem różnych typów reprezentacji geometrycznej obiektu. Otrzymane odpowiednio dla modeli: bryłowego, belkowego oraz powłokowego wyniki obliczeń wykazują pewne różnice, będące wynikiem odmiennych metod dyskretyzacji tego samego zagadnienia. Wynika to bezpośrednio z przybliżonego charakteru metody elementów skończonych, w której tzw. błąd dyskretyzacji może w istotny sposób wpływać na otrzymywane wartości. W celu oceny otrzymanych wyników obliczeń numerycznych przeprowadzono obliczenia analityczne rozważanego układu, w których w celach weryfikacyjnych w stosunku do modeli numerycznych wyznaczono dokładne wartości naprężenia zredukowanego H-M-H oraz strzałkę ugięcia przekroju końcowego belki.

5.11 Model analityczny belki wspornikowej

Schemat ideowy układu dwuteowej belki wspornikowej, wraz z wymiarami gabarytowymi i sposobem obciążenia przedstawiono na rys. 5.10 oraz 5.11.



Rys. 5.10. Przekrój poprzeczny belki dwuteowej



Rys. 5.11. Schemat zamocowania i obciążenia belki w obliczeniach analitycznych

Dla zaprezentowanego na powyższych rysunkach układu i parametrów geometrycznych zginanej belki wspornikowej o przekroju dwuteowym przeprowadzono obliczenia analityczne w sposób następujący:

Moment bezwładności przekroju

$$I_x = \frac{(BH^3 - bh^3)}{12} = \frac{(30 \cdot 40^3 - 27 \cdot 34^3)}{12} = 71566 \text{ mm}^4$$

Wskaźnik bezwładności przekroju względem osi poziomej

$$W_x = \frac{(BH^3 - bh^3)}{6H} = \frac{(30 \cdot 40^3 - 27 \cdot 34^3)}{6 \cdot 40} = 3578,3 \text{ mm}^3$$

Moment gnący

$$M_g = \frac{1}{2} qa^2 = 15 \cdot 300^2 = 675000 \text{ Nmm}$$

Naprężenia zginające

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{675000}{3578,3} = 188,64 \text{ MPa}$$

Naprężenia ścinające

$$\tau_t = \frac{qa}{(BH - bh)} = \frac{15 \cdot 300}{(30 \cdot 40 - 27 \cdot 34)} = 15,96 \text{ MPa}$$

Naprężenia zredukowane

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_g^2 + 3\tau_t^2} = \sqrt{188,64^2 + 3 \cdot 15,96^2} = 190,65 \text{ MPa}$$

Strzałka ugięcia

$$f = \frac{qa^4}{8EI_x} = \frac{15 \cdot 300^4}{8 \cdot 210000 \cdot 71566} = 1,0148 \text{ mm}$$

Zestawienie wyników obliczeń numerycznych oraz analitycznych przedstawiono w tabeli 5.1, poddając analizie wartości naprężenia zredukowanego σ_z , występującego w przekroju utwierdzenia belki oraz wartości strzałki ugięcia swobodnego końca belki f .

Tabela 5.1. Zestawienie wyników obliczeń analitycznych i numerycznych

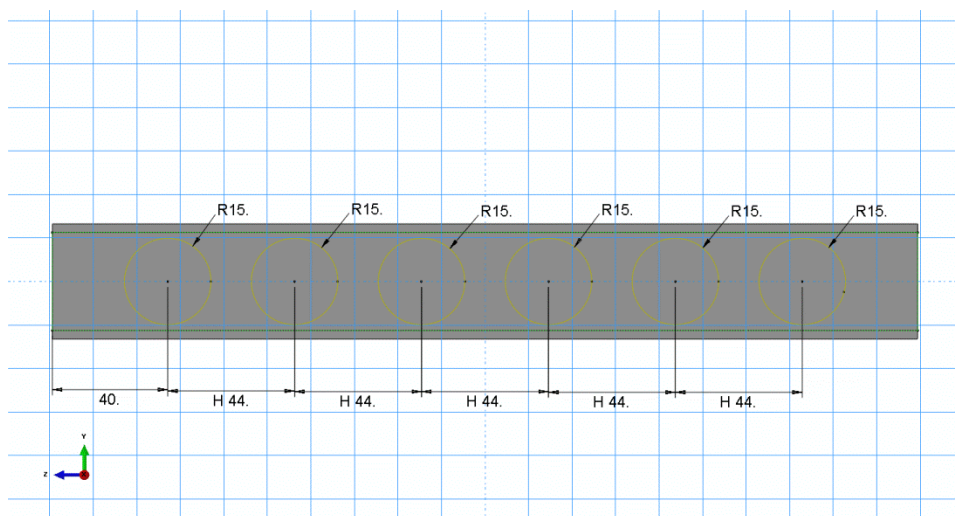
Rodzaj modelu	Maksymalne naprężenie zredukowane w MPa	Różnica naprężeń w stosunku do modelu teoretycznego w %	Maksymalne ugięcie w mm	Różnica odkształceń w stosunku do modelu teoretycznego w %
Teoretyczny	190,65	0,0	1,015	0,0
MES 3D	197,40	3,5	1,097	8,1
MES belkowy	175,40	-8,0	1,063	4,7
MES płytowy	214,90	12,7	1,058	4,2

Analiza porównawcza otrzymanych wyników wyraźnie obrazuje przybliżony charakter prowadzonych obliczeń numerycznych, potwierdzony różnymi wartościami otrzymywanych wyników. Ilościowa analiza wyników wykazała w powyższym przypadku maksymalne rozbieżności w wartościach naprężenia zredukowanego pomiędzy modelem analitycznym i numerycznym na poziomie 13% oraz w przypadku strzałki ugięcia na poziomie 8%, co potwierdza wysoką dokładność przeprowadzonych obliczeń numerycznych.

W rozważanym przypadku najbliższe wartości względem modelu teoretycznego otrzymano dla modelu bryłowego.

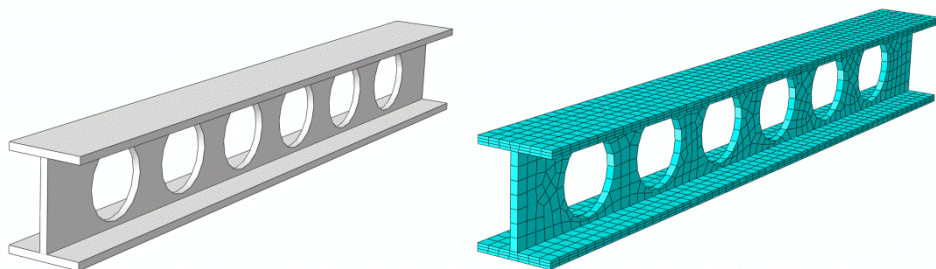
5.12 Zadanie do rozwiązania

Na podstawie powyższego przykładu (model bryłowy i powłokowy) można zauważyć, że w elementach środnika belki dwuteowej występują bardzo niskie poziomy naprężenia zredukowanego. Daje to podstawę do przeprowadzenia optymalizacji konstrukcji, zmierzającej do zmniejszenia jej masy oraz bardziej równomiernego wyłożenia materiału. W związku z powyższym na podstawie modelu bryłowego należy przeprowadzić analizę numeryczną, polegającą na dokonaniu wycięć w środniku belki, co prowadzi do otrzymania tzw. belki ażurowej. W tym celu, w module *Part*, wykorzystując narzędzie *Create Cut: Extrude* , należy na ścianie środnika belki (wskazując ją jako płaszczyznę szkicu, oraz jej prawą pionową krawędź do określenia położenia szkicu) narysować sketch zawierający kontury wycięć co ukazano na rys. 5.12.



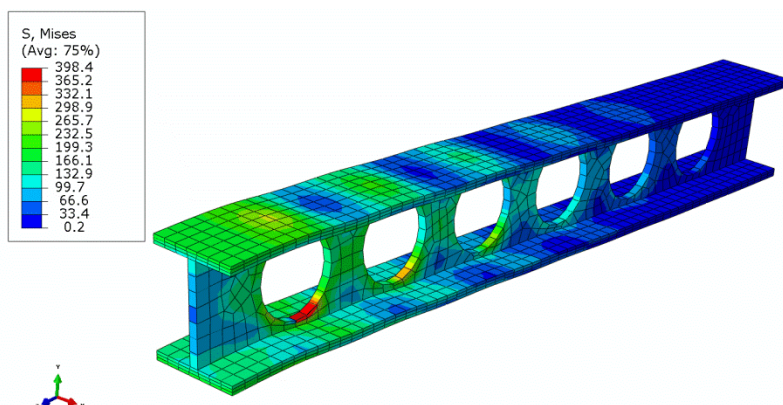
Rys. 5.12. Parametry wycięcia w środniku belki

Otrzymana w wyniku operacji wycinania belka ażurowa przedstawiona jest na rys. 5.13a. Należy przy tym nadmienić, że wszystkie parametry modelu, jak m.in. warunki brzegowe, obciążenie, właściwości materiałowe i inne cechy modelu pozostały niezmienione, z wyjątkiem siatki elementów skończonych, która na skutek modyfikacji geometrii została wykasowana. Należy zatem w module *Mesh* wykonać ponowną dyskretyzację konstrukcji z dotychczasowymi ustawieniami parametrów dyskretyzacji – rys. 5.13b.



Rys. 5.13. Belka dwuteowa ażurowa: a) model geometryczny, b) model dyskretny

Rysunek 5.14 prezentuje rozkład naprężenia zredukowanego w zmodyfikowanej belce dwuteowej.



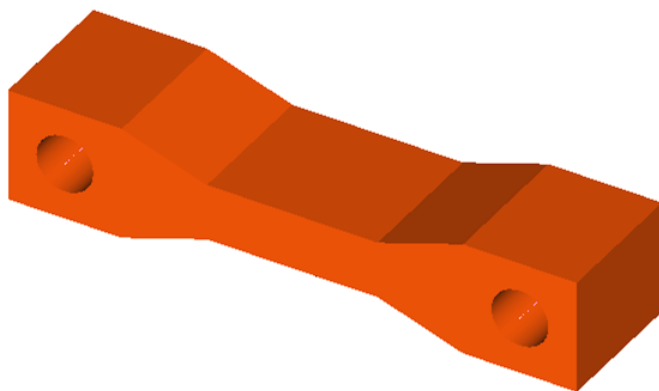
Rys. 5.14. Rozkład naprężenia zredukowanego w belce ażurowej

Jak wynika z poziomu maksymalnego naprężenia, osiągającego wartość $\sigma_z = 398,4$ MPa wprowadzona modyfikacja spowodowała przekroczenie wartości granicy plastyczności materiału, przyjętej we wcześniejszych rozważaniach jako $R_e = 315$ MPa. W związku z powyższym należy zmodyfikować średnicę otworów w środku belki do wartości $R=10$ mm i powtórzyć obliczenia. Modyfikacji należy dokonać wchodząc do sketch'u w drzewie struktury modelu, rozwijając gałęzie *Part/Belka/Features* i wybierając dwukrotnym kliknięciem gałąź *Cut Extrude*. Po wyjściu ze skechera należy zaakceptować wprowadzone zmiany poleceniem z górnego menu *Feature/Regenerate* oraz ponownie wykonać nową siatkę elementów skończonych (ze względu na wprowadzone modyfikacje geometryczne poprzednia siatka została usunięta).

6. PŁASKI STAN NAPRĘŻENIA

6.1 Wprowadzenie

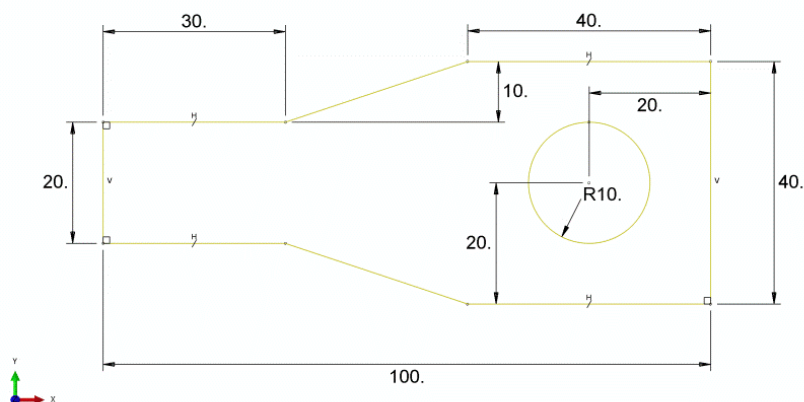
Przedmiotem analizy numerycznej jest element stalowy o grubości 40 mm, obciążony równomiernie ciśnieniem na górnej powierzchni środkowej oraz osadzony obrotowo na sworzniach. Ze względu na kształt geometryczny elementu, analizę można przeprowadzić przy wykorzystaniu elementów 2-wymiarowych, wykorzystując tzw. płaski stan naprężenia (PSN). Zastosowanie elementów 2-wymiarowych pozwala na znaczne zredukowanie rozmiaru realizowanego zadania numerycznego, przy zachowaniu dużej dokładności uzyskiwanych wyników. Dodatkowo w prowadzonej analizie można wykorzystać warunki symetrii geometrycznej modelu. Model geometryczny analizowanego elementu przedstawiono na rysunku 6.1.



Rys. 6.1. Model geometryczny części

6.2 Budowa modelu geometrycznego – *moduł Part*

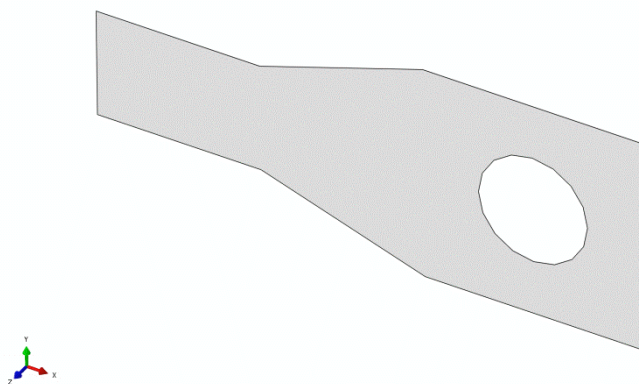
Model geometryczny belki należy wykonać przy wykorzystaniu narzędzia *Create Part* , jako część płaską (*2D Planar, Shell*) o nazwie *Belka*, ciało o właściwościach odkształcalnych (*Deformable*). Ze względu na wykorzystanie warunków symetrii geometrycznej części w tworzonego szkicu należy uwzględnić tylko połowę modelu – rys. 6.2.



Rys. 6.2. Wymiary geometryczne przekroju belki

Szkic profilu części należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Create Lines:Connected*  oraz *Create Circle: Center and Perimeter*  w sposób przedstawiony na rys. A2. Narysowany przekrój należy zwymiarować z wykorzystaniem narzędzia *Add Dimension* , a następnie zmodyfikować wymiary do wartości przedstawionych na rysunku 6.2 – narzędzie *Edit Dimension Value* .

Po ustaleniu wymiarów należy zakończyć wykonywanie szkicu poprzez wciśnięcie przycisku *Done* na dole ekranu. Wynik operacji przedstawiono na rysunku 6.3.

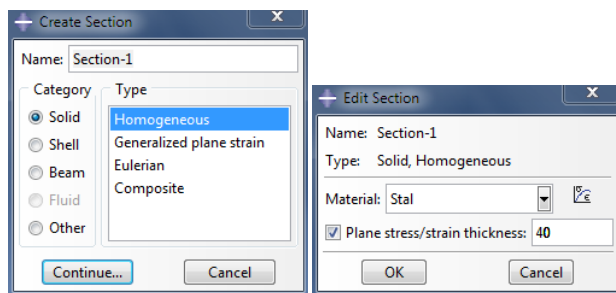


Rys. 6.3. Dwuwymiarowy model belki

6.3 Definicja właściwości materiałowych – *moduł Property*

W prowadzonych obliczeniach zakłada się, że model belki wykonany jest ze stali, dla której zdefiniowany zostanie model materiału o charakterystyce liniowo-sprężystej. W tym celu wykorzystując narzędzie *Create Material*  należy zdefiniować materiał o nazwie *Stal*, dla którego w zakładce *Mechanical/Elasticity/Elastic* należy określić dwa niezależne parametry materiału: moduł sztywności podłużnej *Young's Modulus: $E=210\,000$ MPa* oraz liczbę Poisson'a: *Poisson's Ratio: 0.3*, zatwierdzając wprowadzone ustawienia poleceniem *OK*.

W dalszej kolejności należy utworzyć sekcję łączącą cechy geometryczne modelu z modelem materiałowym wykorzystując polecenie *Create Section* . Konieczne jest przypisanie sekcji typu *Solid:Homogeneous*. Grubość analizowanego elementu należy zdefiniować, zaznaczając opcję *Plane stress/strain thickness* oraz wprowadzając rzeczywistą grubość belki: 40 mm.

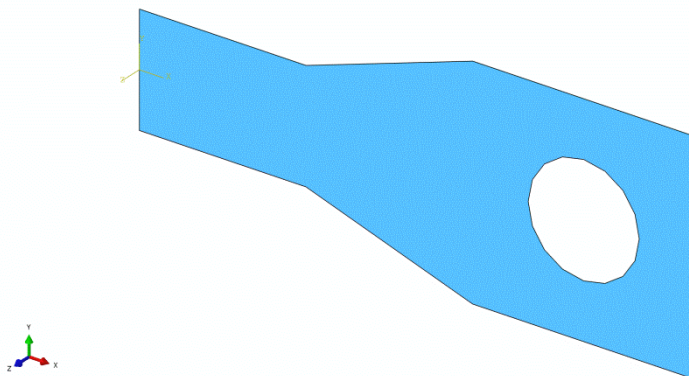


Rys. 6.4. Definicja sekcji

Ostatni etap stanowi przypisanie utworzonej sekcji z właściwościami materiałowymi do modelu geometrycznego belki. W tym celu wykorzystując narzędzie *Assign Section* , należy zaznaczyć model geometryczny belki, akceptując wybór poleceniem *Done*, a następnie zatwierdzając przypisanie sekcji poleceniem *OK*.

6.4 Tworzenie instancji części – *moduł Assembly*

W celu utworzenia instancji części należy wykorzystując narzędzie *Instance Part*  wybrać z listy nazwę części *Belka* i zatwierdzić budowę instancji z ustawieniami *Dependent (mesh on part)*, zatwierdzając operację poleceniem *OK*. Utworzona instancja części przedstawiona została na rysunku 6.5.



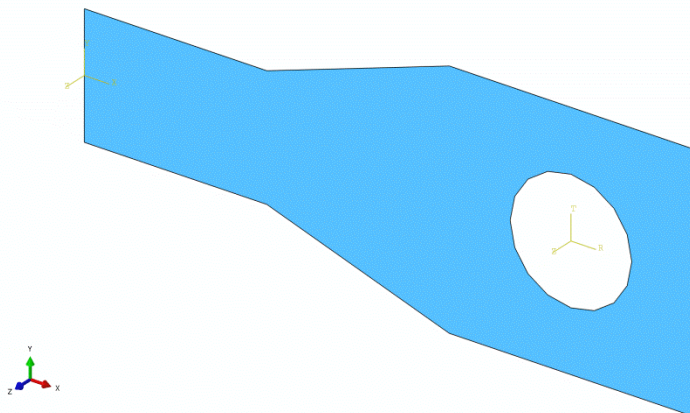
Rys. 6.5. Instancja części z globalnym układem współrzędnych modelu

6.5 Definicja analizy numerycznej – *moduł Step*

Analiza numeryczna przeprowadzona zostanie w zakresie obliczeń statycznych. W tym celu należy zdefiniować typ i parametry obliczeń z wykorzystaniem narzędzia *Create Step* , wybierając typ analizy jako *Static*, *General* i po zatwierdzeniu poleceniem *Continue* wybrać opcję *Nlgeom=Off* (zagadnienie geometrycznie liniowe), zatwierdzając parametry wybranej analizy poleceniem *OK*.

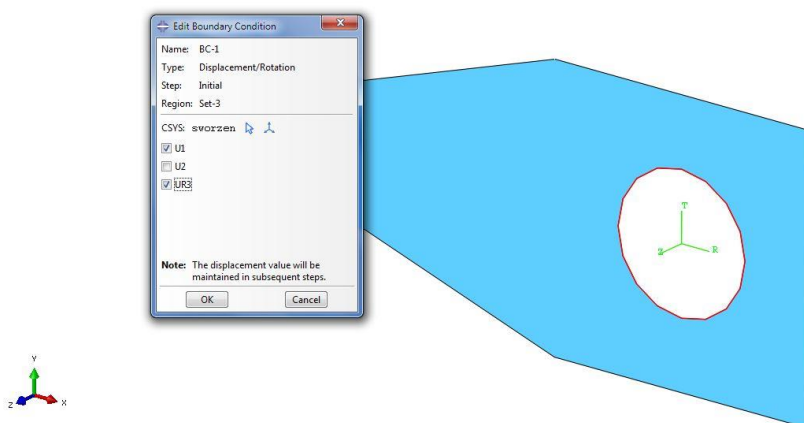
6.6 Definicja warunków brzegowych i obciążenia modelu – *moduł Load*

Warunki brzegowe modelu numerycznego odpowiadają obrotowemu zamocowaniu belki na osadzonych sworzniach oraz uwzględniają warunki symetrii modelu. W celu zdefiniowania więzów obrotowych w otworach należy wprowadzić lokalny, cylindryczny układ współrzędnych, którego początek umieszczony jest w środku otworu. W tym celu wykorzystując narzędzie *Create Datum CSYS: 3 points* , wybierając opcję *Cylindrical* oraz nadając nazwę *sworzen*, należy wskazując punkt środkowy otworu wyznaczyć położenie początku tworzonego układu współrzędnych, a następnie zatwierdzić poleceniem *Create Datum*. Na rysunku 6.6 pokazano utworzony cylindryczny układ współrzędnych.



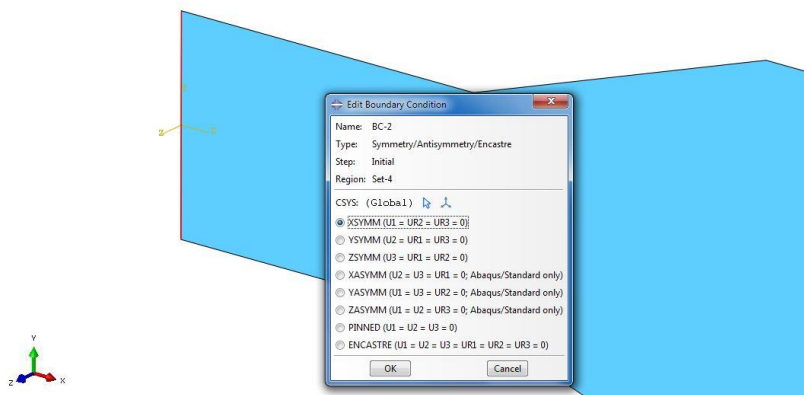
Rys. 6.6. Lokalny cylindryczny układ współrzędnych modelu

W dalszej kolejności należy zdefiniować warunki brzegowe w otworze przy wykorzystaniu narzędzia *Create Boundary Condition* , w kroku *Step:Initial*, wybierając procedurę blokowania odpowiednich stopni swobody w węźle *Displacement/Rotation* i zatwierdzając poleceniem *Continue*. Po wskazaniu krawędzi otworu belki i zatwierdzeniu wyboru poleceniem *Done* należy wybrać lokalny cylindryczny układ współrzędnych, w którym definiowane będą warunki brzegowe (wciskając strzałkę w linii *CSYS* i wybierając z listy układ o nazwie *sworzen*) oraz zablokować stopnie swobody *U1* i *UR3* – rysunek 6.7.



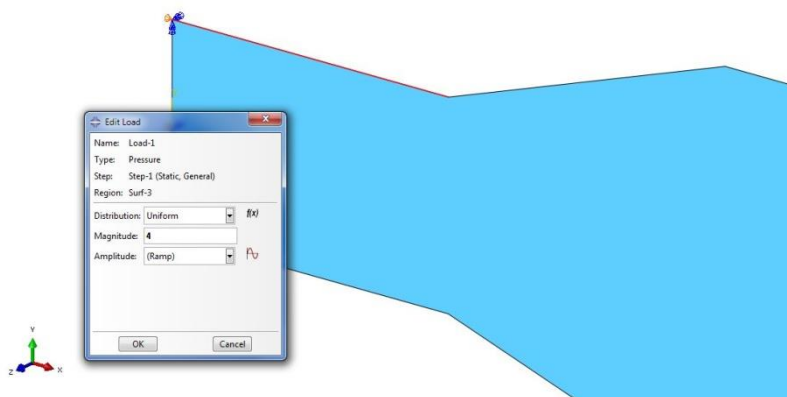
Rys. 6.7. Definicja warunków brzegowych modelu numerycznego

W dalszej kolejności należy zdefiniować warunki symetrii modelu. W tym celu wykorzystując narzędzie *Create Boundary Condition: Symmetry/Antisymmetry/Encastre* należy na pionowej krawędzi, znajdującej się w środku symetrii belki wybrać opcję *XSMM*, zatwierdzając wybór poleceniem *OK* – rysunek 6.8.

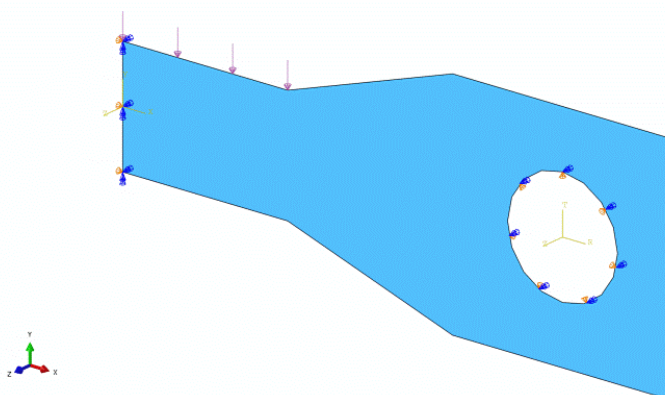


Rys. 6.8. Definicja warunków symetrii modelu numerycznego

Obciążenie modelu stanowi ciśnienie rozłożone równomiernie na górnej środkowej powierzchni belki o wartości $p = 4$ MPa. Należy pamiętać, że przyłożone ciśnienie jest równoważne obciążeniu całkowitemu o wartości 9600 N, przyłożonemu do trójwymiarowego modelu belki (uwzględniając symetrię oraz grubość modelu belki). Definicję obciążenia należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Create Load*  w kroku *Step:Step-1*, wybierając w kategorii *Mechanical* typ obciążenia *Pressure* i zatwierdzając poleceniem *Continue*. Po wskazaniu górnej krawędzi belki i zatwierdzeniu jej poleceniem *Done*, należy wpisać wartość obciążenia 4 i zatwierdzić poleceniem *OK* – rys. 6.9. Na rysunku 6.10 przedstawiono model numeryczny wraz z obciążeniem i warunkami brzegowymi.



Rys. 6.9. Definicja obciążenia modelu numerycznego



Rys. 6.10. Warunki brzegowe i obciążenie modelu numerycznego

6.7 Budowa siatki elementów skończonych – *moduł Mesh*

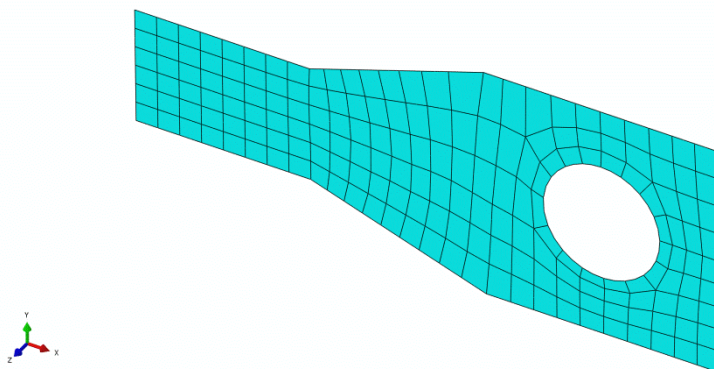
Ze względu na zastosowany w modelu typ instancji *Dependent* proces dyskretyzacji przeprowadza się na części, a nie na instancji. W tym celu nad ekranem roboczym należy wybrać opcję *Object: Part*. Definicję ogólnej gęstości siatki elementów skończonych dla całego modelu wykonuje się z wykorzystaniem narzędzia *Seed Part* , określając przybliżony rozmiar krawędzi elementu skończonego *Approximate global size: 4* i zatwierdzając poleceniem *OK*.

W celu określenia typu i parametrów siatki elementów skończonych należy wykorzystując narzędzie *Assign Mesh Controls*  zaznaczyć cały obiekt oraz zatwierdzając poleceniem *Done* ustawić parametry siatki na *Quad* z algorytmem jej tworzenia *Medial axis* oraz zatwierdzić całość poleceniem *OK*.

Kolejnym krokiem jest ustalenie rodzaju elementu skończonego zastosowanego w procesie dyskretyzacji modelu. Używając narzędzia *Assign Element Type*  i zaznaczeniu modelu oraz zatwierdzeniu poleceniem *Done* należy wybrać typ elementu skończonego *Family: Plane Stress* z ustawieniami *Geometric Order: Quadratic* oraz *Hex: Reduced integration*.

Zastosowany w procesie dyskretyzacji typ elementu skończonego stanowi element płaski z funkcją kształtu drugiego rzędu i zredukowanym całkowaniem – CPS8R. Po ustaleniu powyższych parametrów należy zatwierdzić ustawienie poleceniem *OK*.

Ostatnim etapem jest przeprowadzenie procesu dyskretyzacji modelu geometrycznego belki. W tym celu wykorzystując narzędzie *Mesh Part* , należy zatwierdzić poleceniem *OK* wykonanie siatki elementów skończonych wg ustalonych wcześniej parametrów. Otrzymany model dyskretny belki przedstawia rysunek 6.11.



Rys. 6.11. Model dyskretny belki

6.8 Wykonanie obliczeń numerycznych – *moduł Job*

W celu przygotowania zadania obliczeniowego należy wykorzystując narzędzie *Create Job* wpisać nazwę  zadania, np. *Name: Belka*, zatwierdzić poleceniem *Continue*, a następnie zaakceptować zadanie obliczeniowe z ustawieniami domyślnymi poleceniem *OK*.

W przypadku możliwości równoległego wykorzystania w procesie obliczeń numerycznych większej liczby rdzeni procesora można w zakładce *Parallelization* wybrać opcję *Use multiple processors* wpisując odpowiednią liczbę rdzeni.

Obliczenia numeryczne należy uruchomić wykorzystując narzędzie *Job Manager*  poprzez wybranie polecenia *Submit*. Przebieg procesu obliczeń numerycznych można obserwować poprzez włączenie polecenia *Monitor*. Po zakończeniu procesu obliczeń w celu prezentacji wyników należy włączyć polecenie *Results*.

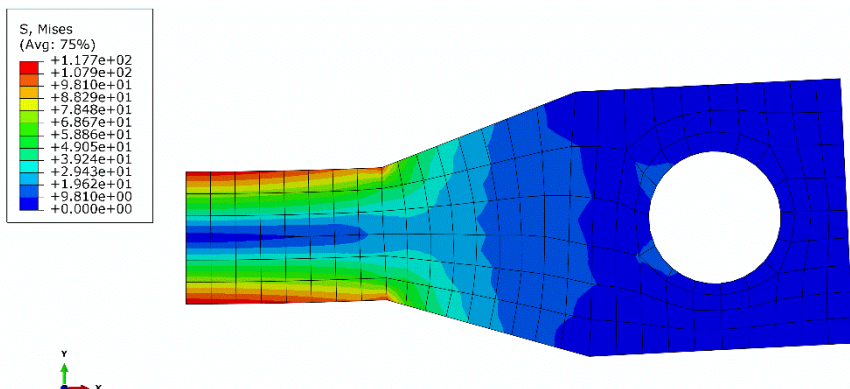
6.9 Wyniki obliczeń numerycznych – *moduł Visualization*

Analiza otrzymanych wyników przeprowadzona zostanie na podstawie rozkładów naprężenia zredukowanego wyznaczonych wg hipotezy wytrzymałościowej Hubera-Misesa-Hencky'ego (H-M-H) oraz przemieszczeń (ugięć) belki.

Wizualizację rozkładów naprężenia zredukowanego H-M-H otrzymamy włączając narzędzie *Plot Contours on Deformed Shape* . Zwiększenie czcionki wyświetlanych wartości liczbowych można uzyskać wykorzystując narzędzie z górnego menu programu *Viewport/Viewport Annotation Options*. W tym celu należy w nowo otwartym oknie dialogowym w zakładce *Legend* zaznaczyć polecenie *Set Font*, po czym podopcję *Size*, zmieniając rozmiar czcionki wyświetlanej na ekranie – zmianę należy zatwierdzić poleceniem *OK*.

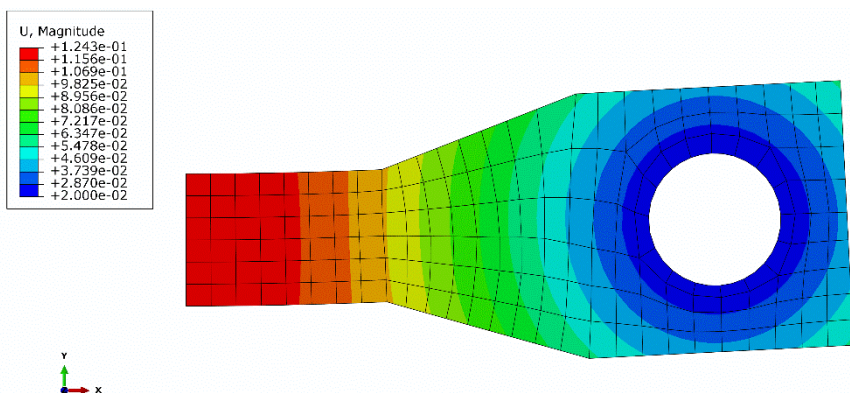
Wyświetlane wartości naprężenia zredukowanego podawane są w tym przypadku w MPa, co wynika bezpośrednio z jednostek wprowadzanych w trakcie przygotowania modelu numerycznego.

Ogólną mapę naprężenia zredukowanego w modelu numerycznym, których maksymalne wartości osiągają poziom 117.7 MPa ($+1.177e+02$ oznacza $1.177 \times 10^2 = 117.7$) przedstawiono na rysunku 6.12.

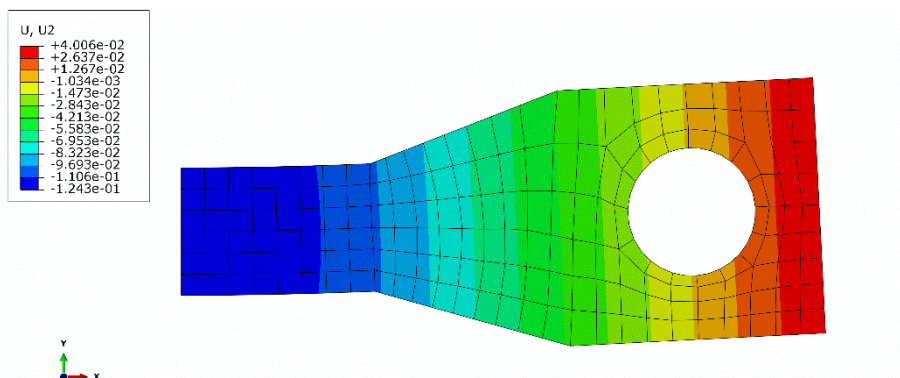


Rys. 6.12. Wyniki obliczeń – naprężenia zredukowane [MPa]

W celu wyświetlenia mapy przemieszczeń modelu numerycznego należy w oknie znajdującym się nad ekranem roboczym zmienić opcję z *S* (oznaczającą naprężenia – *Stress*) na opcję *U* oznaczającą przemieszczenia węzłowe modelu (*Displacement, Magnitude* – przemieszczenia wypadkowe). Mapę przemieszczeń wypadkowych modelu, których maksymalna wartość oznaczona kolorem czerwonym wynosi $U=0.124$ mm prezentuje rysunek 6.13. Na rys. 6.14 zaprezentowano przemieszczenia węzłów modelu w kierunku *Y* globalnego układu współrzędnych, umożliwiające ocenę strzałki ugięcia belki.



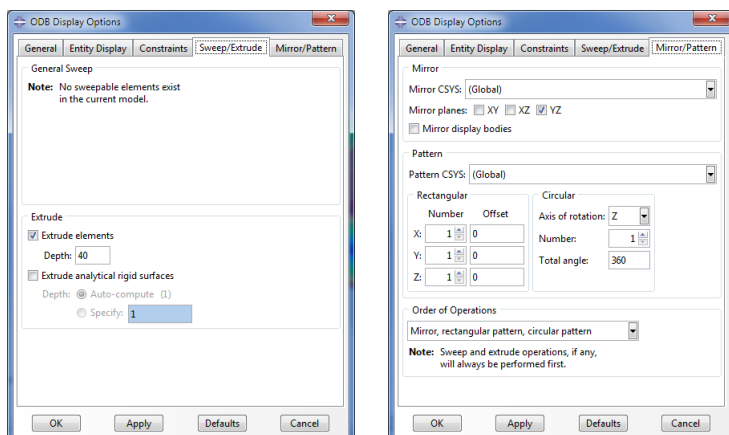
Rys. 6.13. Wyniki obliczeń – przemieszczenia całkowite [mm]



Rys. 6.14. Wyniki obliczeń – przemieszczenia w kierunku Y [mm]

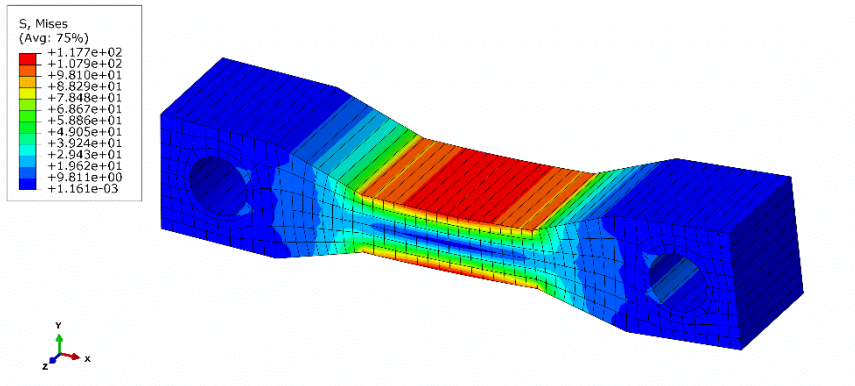
Na podstawie otrzymanych wyników obliczeń numerycznych można dokonać oceny stopnia wyężenia oraz odkształcenia analizowanej konstrukcji. Maksymalne wartości naprężenia zredukowanego H-M-H otrzymano w płaszczyźnie symetrii modelu na poziomie 118 MPa (rys. 6.12), natomiast maksymalne ugięcie w tej płaszczyźnie wyniosło około 0,124 mm (rys. 6.14).

Wyniki obliczeń można również zaprezentować na pełnym modelu 3D, uwzględniając szerokość belki oraz symetrię. W tym celu z górnego menu programu należy wybrać polecenie *ODB Display Options*, a następnie w zakładce *Sweep/Extrude* wpisać rzeczywistą szerokość belki 40 mm (rys. 6.15) oraz w zakładce *Mirror/Pattern* zaznaczyć płaszczyznę YZ.



Rys. 6.15. Opcje polecenia *ODB Display Options*

Na rysunku 6.16 przedstawiono wizualizację wyników wyświetlanych na pełnym modelu belki. Taki sposób prezentacji ułatwia interpretację otrzymywanych wyników obliczeń, zwłaszcza w odniesieniu do modeli o bardziej skomplikowanych kształtach geometrycznych.



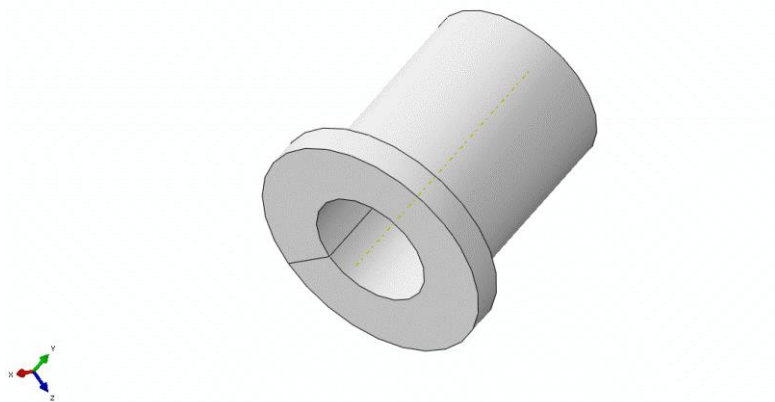
Rys. 6.16. Wyniki obliczeń – naprężenia zredukowane [MPa]

7. ELEMENTY OSIOWOSYMETRYCZNE – analiza ściskanej tulei

7.1 Wprowadzenie

Przedmiotem analizy numerycznej jest element w kształcie tulejki z kołnierzem poddanej ścisnaniu.

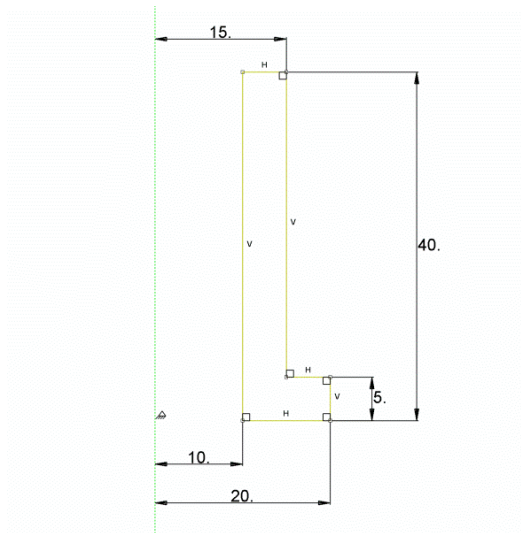
Ze względu na kształt geometryczny elementu, analizę można przeprowadzić przy wykorzystaniu elementów osiowosymetrycznych. Model elementu przedstawiono na rysunku 7.1.



Rys. 7.1. Model geometryczny tulejki

7.2 Budowa modelu geometrycznego – *moduł Part*

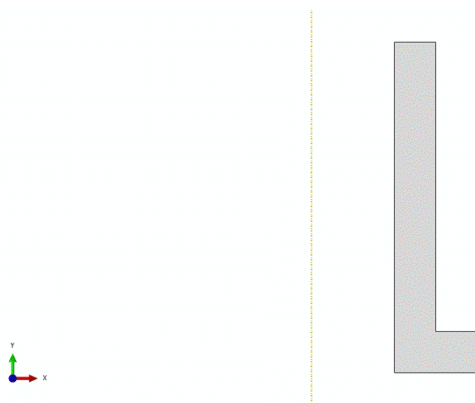
Model geometryczny tulejki należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Create Part* , jako część osiowosymetryczną (*Axisymmetric, Shell*) o nazwie *Tuleja*, ciało o właściwościach odkształcalnych (*Deformable*). Wymiary geometryczne modelu przedstawiono na rysunku 7.2.



Rys. 7.2. Wymiary geometryczne przekroju tulei

Szkic profilu tulei należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Create Lines:Connected*  oraz zwymiarować z wykorzystaniem narzędzia *Add Dimension* , a następnie zmodyfikować wymiary do wartości przedstawionych na rysunku 7.2 – narzędzie *Edit Dimension Value* .

Po ustaleniu wymiarów należy zakończyć wykonywanie szkicu poprzez wciśnięcie przycisku *Done* na dole ekranu. Wynik operacji przedstawiono na rysunku 7.3.

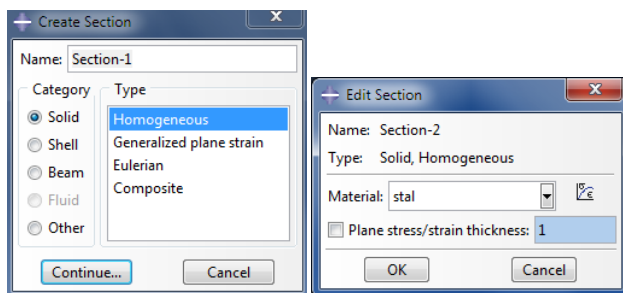


Rys. 7.3. Osiowosymetryczny model tulejki

7.3 Definicja właściwości materiałowych – *moduł Property*

W prowadzonych obliczeniach zakłada się, że model tulei wykonany jest ze stali, dla której zdefiniowany zostanie model materiału o charakterystyce liniowo-sprężystej. W tym celu wykorzystując narzędzie *Create Material*  należy zdefiniować materiał o nazwie *Stal*, dla którego w zakładce *Mechanical/Elasticity/Elastic* należy określić dwa niezależne parametry materiału: moduł sztywności podłużnej *Young's Modulus: $E=210\,000$ MPa* oraz liczbę Poisson'a: *Poisson's Ratio: 0.3*, zatwierdzając wprowadzone ustawienia poleceniem *OK*.

W dalszej kolejności należy utworzyć sekcję łączącą cechy geometryczne modelu z modelem materiałowym wykorzystując polecenie *Create Section* . Konieczne jest przypisanie sekcji typu *Solid:Homogeneous* – rys. 7.4.



Rys. 7.4. Definicja sekcji

Ostatni etap stanowi przypisanie utworzonej sekcji z właściwościami materiałowymi do modelu geometrycznego tulei. W tym celu wykorzystując narzędzie *Assign Section* , należy zaznaczyć model geometryczny tulei, akceptując wybór poleceniem *Done*, a następnie zatwierdzając przypisanie sekcji poleceniem *OK*.

7.4 Tworzenie instancji części – *moduł Assembly*

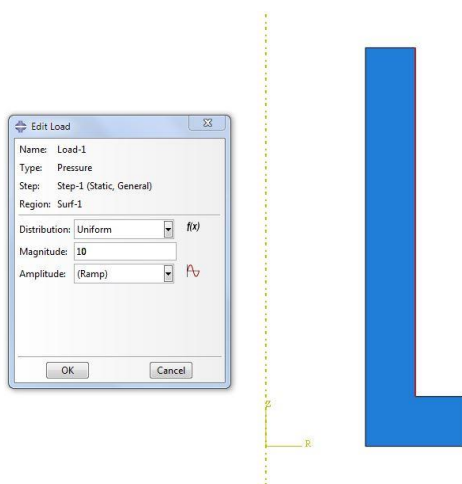
W celu utworzenia instancji części należy wykorzystując narzędzie *Instance Part*  wybrać z listy nazwę części *Tuleja* i zatwierdzić budowę instancji z ustawieniami *Dependent (mesh on part)*, zatwierdzając operację *OK*.

7.5 Definicja analizy numerycznej – *moduł Step*

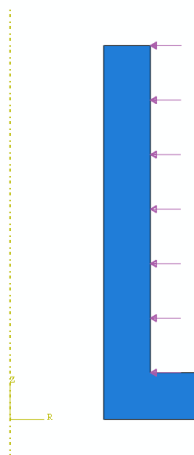
Analiza numeryczna przeprowadzona zostanie w zakresie obliczeń statycznych. W tym celu należy zdefiniować typ i parametry obliczeń z wykorzystaniem narzędzia *Create Step* , wybierając typ analizy jako *Static, General* i po zatwierdzeniu poleceniem *Continue* wybrać opcję *Nlgeom=Off* (zagadnienie geometrycznie liniowe), zatwierdzając parametry wybranej analizy poleceniem *OK*.

7.6 Definicja warunków brzegowych i obciążenia modelu – *moduł Load*

Obciążenie modelu stanowi ciśnienie rozłożone równomiernie na zewnętrznej powierzchni tulei o stałej wartości $p = 10$ MPa. Definicję obciążenia należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Create Load*  w kroku *Step:Step-1*, wybierając w kategorii *Mechanical* typ obciążenia *Pressure* i zatwierdzając poleceniem *Continue*. Po wskazaniu pionowej zewnętrznej krawędzi tulei i zatwierdzeniu jej poleceniem *Done*, należy wpisać wartość obciążenia 10 i zatwierdzić poleceniem *OK* – rys. 7.5. Na rysunku 7.6 przedstawiono model tulei ze zdefiniowanym obciążeniem.

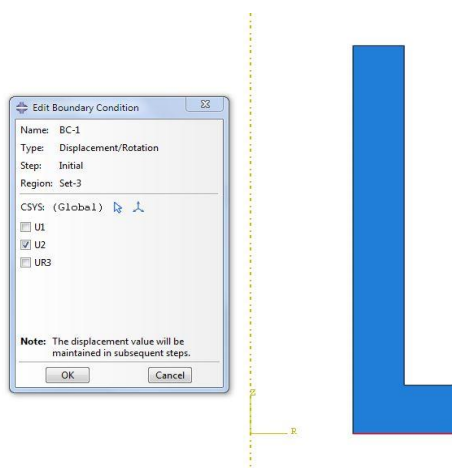


Rys. 7.5. Definicja obciążenia modelu numerycznego

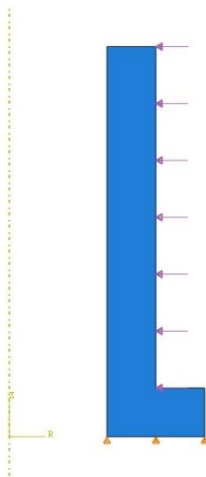


Rys. 7.6. Model tulei ze zdefiniowanym obciążeniem

Warunki brzegowe modelu numerycznego odpowiadają utwierdzeniu powierzchni kołnierza tulei. Definicję warunków brzegowych należy wykonać przy wykorzystaniu narzędzia *Create Boundary Condition* , w kroku *Step:Initial*, wybierając procedurę blokowania odpowiednich stopni swobody w węzle *Displacement/Rotation* i zatwierdzając poleceniem *Continue*. Po wskazaniu dolnej krawędzi tulei i zatwierdzeniu wyboru poleceniem *Done* należy zablokować możliwość przemieszczenia w kierunku osiowym U_2 – rys. 7.7.



Rys. 7.7. Definicja warunków brzegowych modelu



Rys. 7.8. Warunki brzegowe i obciążenie modelu numerycznego

7.7 Budowa siatki elementów skończonych – *moduł Mesh*

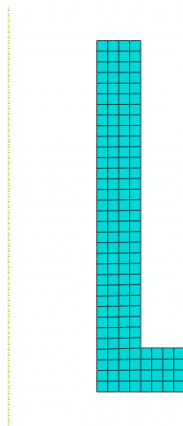
Ze względu na zastosowany w modelu typ instancji *Dependent* proces dyskretyzacji przeprowadza się na części, a nie na instancji. W tym celu nad ekranem roboczym należy wybrać opcję *Object: Part*. Definicję ogólnej gęstości siatki elementów skończonych dla całego modelu wykonuje się z wykorzystaniem narzędzia *Seed Part* , określając przybliżony rozmiar krawędzi elementu skończonego *Approximate global size: 1.2* i zatwierdzając poleceniem *OK*.

W celu określenia typu i parametrów siatki elementów skończonych należy wykorzystując narzędzie *Assign Mesh Controls*  zaznaczyć cały obiekt oraz zatwierdzając poleceniem *Done* ustawić parametry siatki na *Quad* z algorytmem jej tworzenia *Medial axis* oraz zatwierdzić całość poleceniem *OK*.

Kolejnym krokiem jest ustalenie rodzaju elementu skończonego zastosowanego w procesie dyskretyzacji modelu. Używając narzędzia *Assign Element Type*  i zaznaczeniu modelu oraz zatwierdzeniu poleceniem *Done* należy wybrać typ elementu skończonego *Family: Axisymmetric Stress* z ustawieniami *Geometric Order: Quadratic* oraz odznaczoną opcją zredukowanego całkowania.

Zastosowany w procesie dyskretyzacji typ elementu skończonego stanowi element osiowosymetryczny z funkcją kształtu drugiego rzędu oraz z pełnym całkowaniem – *CAX8*. Po ustaleniu powyższych parametrów należy zatwierdzić operację poleceniem *OK*.

Ostatnim etapem jest przeprowadzenie procesu dyskretyzacji modelu geometrycznego belki. W tym celu wykorzystując narzędzie *Mesh Part* należy zatwierdzić poleceniem *OK* wykonanie siatki elementów skończonych wg ustalonych wcześniej parametrów. Otrzymany model dyskretny tulei przedstawia rysunek 7.9.



Rys. 7.9. Model dyskretny tulei

7.8 Wykonanie obliczeń numerycznych – *moduł Job*

W celu przygotowania zadania obliczeniowego należy wykorzystując narzędzie *Create Job* wpisać nazwę zadania, np. *Name: Tuleja*, zatwierdzić poleceniem *Continue*, a następnie zaakceptować zadanie obliczeniowe z ustawieniami domyślnymi poleceniem *OK*. W przypadku możliwości równoległego wykorzystania w procesie obliczeń numerycznych większej liczby rdzeni procesora można w zakładce *Parallelization* wybrać opcję *Use multiple processors* wpisując odpowiednią liczbę rdzeni.

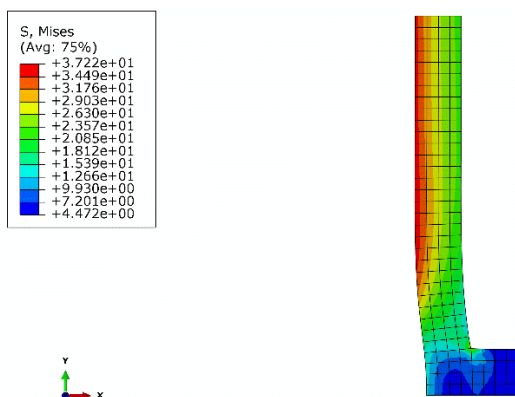
Obliczenia numeryczne należy uruchomić wykorzystując narzędzie *Job Manager* poprzez wybranie polecenia *Submit*. Przebieg procesu obliczeń numerycznych można obserwować poprzez włączenie polecenia *Monitor*. Po zakończeniu procesu obliczeń w celu prezentacji wyników należy włączyć polecenie *Results*.

7.9 Wyników obliczeń numerycznych – *moduł Visualization*

Analiza otrzymanych wyników przeprowadzona zostanie na podstawie rozkładów naprężenia zredukowanego wyznaczonych wg hipotezy wytrzymałościowej Hubera-Misesa-Hencky'ego (H-M-H) oraz przemieszczeń węzłów modelu tulei.

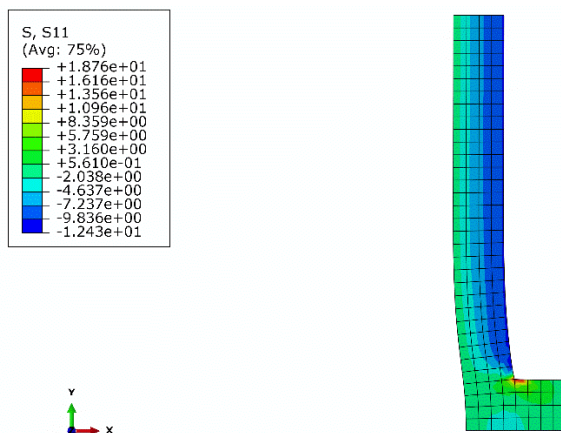
Wizualizację rozkładów naprężenia zredukowanego H-M-H otrzymamy włączając narzędzie *Plot Contours on Deformed Shape*. Zwiększenie czcionki wyświetlanych wartości liczbowych można uzyskać wykorzystując narzędzie z górnego menu programu *Viewport/Viewport Annotation Options*. W tym celu należy w nowo otwartym oknie dialogowym w zakładce *Legend* zaznaczyć polecenie *Set Font*, po czym podopcję *Size*, zmieniając rozmiar czcionki wyświetlanej na ekranie – zmianę należy zatwierdzić poleceniem *OK*.

Wyświetlane wartości naprężenia zredukowanego podawane są w tym przypadku w *MPa*, co wynika bezpośrednio z jednostek wprowadzanych w trakcie przygotowania modelu numerycznego. Ogólną mapę naprężenia zredukowanego w modelu numerycznym, których maksymalne wartości osiągają poziom 37.22 MPa ($+3.722\text{e}+01$ oznacza $3.722 \times 10^1 = 37.22$) przedstawiono na rysunku 7.10.

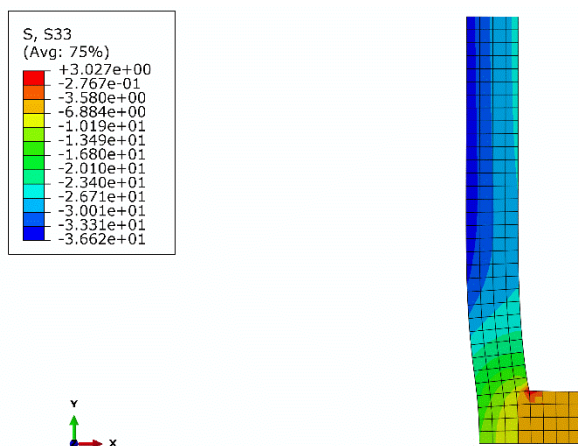


Rys. 7.10. Wyniki obliczeń – naprężenia zredukowane H-M-H [MPa]

Istnieje również możliwość wizualizacji naprężeń promieniowych, wybierając w górnym oknie zamiast opcji *Mises* składową naprężenia *S11* – rys. 7.11, natomiast w przypadku naprężeń obwodowych składową *S33* – rys. 7.12.

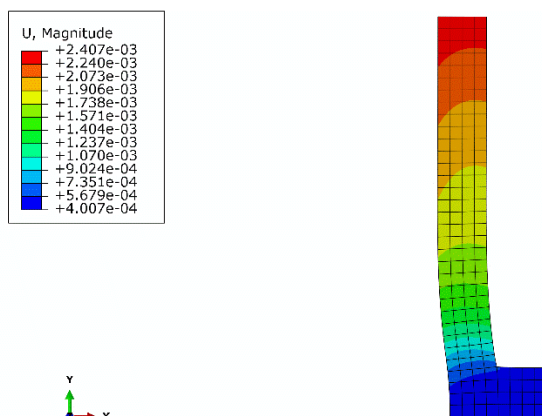


Rys. 7.11. Wyniki obliczeń – naprężenia promieniowe S_{11} [MPa]



Rys. 7.12. Wyniki obliczeń – naprężenia obwodowe S_{33} [MPa]

W celu wyświetlenia mapy przemieszczeń modelu numerycznego należy w oknie znajdującym się nad ekranem roboczym zmienić opcję z S (oznaczającą naprężenia – *Stress*) na opcję U oznaczającą przemieszczenia węzłowe modelu (*Displacement, Magnitude* – przemieszczenia wypadkowe). Mapę przemieszczeń wypadkowych modelu, których maksymalna wartość oznaczona kolorem czerwonym wynosi $U=0.002$ mm prezentuje rysunek 7.13.



Rys. 7.13. Wyniki obliczeń – przemieszczenia całkowite [mm]

Na podstawie otrzymanych wyników obliczeń można dokonać oceny stopnia wyężenia oraz odkształcenia analizowanej konstrukcji. Maksymalne wartości naprężenia zredukowanego H-M-H otrzymano na powierzchni wewnętrznej tulei w płaszczyźnie symetrii na poziomie 37,22 MPa, natomiast na powierzchni zewnętrznej uzyskano naprężenia zredukowane o wartości 22,9 MPa.

Uzyskane wyniki naprężeń zredukowanych można porównać z wynikami wyznaczonymi na podstawie zależności teoretycznych. W przypadku analizowanej ściskanej tulei naprężenia zredukowane na powierzchniach wewnętrznej oraz zewnętrznej wyznaczyć możemy podstawie hipotezy Hubera wg zależności:

- powierzchnia wewnętrzna tulei:

$$\sigma_{z,w} = p(\delta + 1)$$

- powierzchnia zewnętrzna tulei:

$$\sigma_{z,z} = p\sqrt{\delta^2 - \delta + 1}$$

gdzie:

p – ciśnienie,

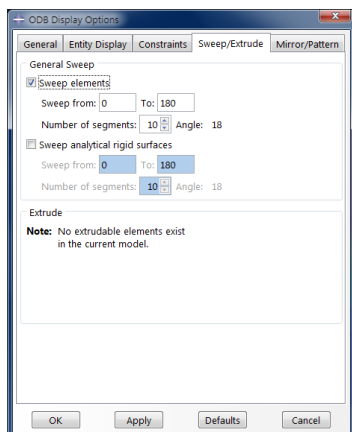
δ – współczynnik geometryczny, $\delta = \frac{1+x^2}{1-x^2}$, $x = \frac{d_w}{d_z}$.

W analizowanym przypadku otrzymamy teoretyczne wartości naprężeń:

$$\sigma_{z,w} = 36 \text{ MPa} \text{ oraz } \sigma_{z,z} = 22,7 \text{ MPa},$$

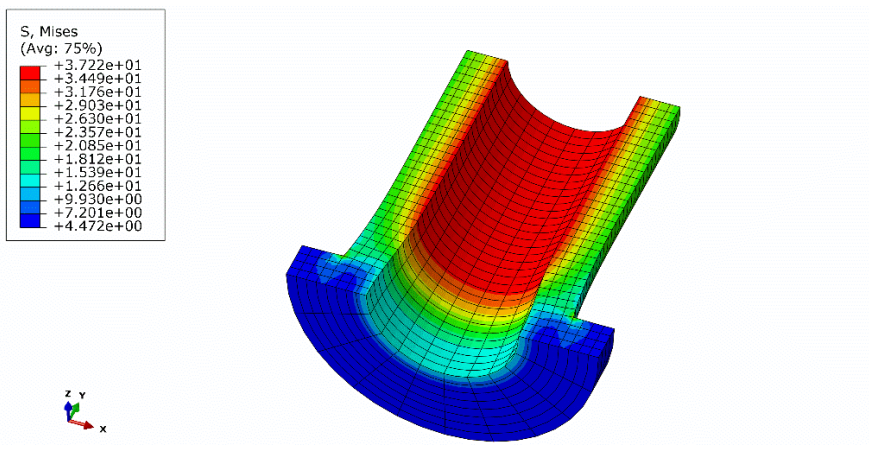
co w zestawieniu z wynikami obliczeń numerycznych daje bardzo wysoką zgodność (maksymalna rozbieżność wynosi $36/37.22 = 0.967$, czyli nie przekracza 3.5%).

Wyniki obliczeń można również zaprezentować na pełnym modelu 3D, uwzględniając osiowosymetryczną geometrię tulei. W tym celu z górnego menu programu należy wybrać polecenie *ODB Display Options*, a następnie w zakładce *Sweep/Extrude* zdefiniować wartości kąta oraz liczbę segmentów – rys. 7.14.



Rys. 7.14. Opcje polecenia *ODB Display Options*

Na rysunku 7.15 przedstawiono wizualizację wyników wyświetlanych na połowie modelu tulei. Taki sposób prezentacji ułatwia interpretację otrzymywanych wyników obliczeń, zwłaszcza w odniesieniu do modeli o bardziej skomplikowanych kształtach geometrycznych.



Rys. 7.15. Wyniki obliczeń – naprężenia zredukowane [MPa]

8. ANALIZA STATYCZNA ROZCIĄGANEJ PRÓBKII

8.1 Wprowadzenie

Przedmiotem analizy numerycznej jest klasyczna próbka do badań wytrzymałościowych, poddana próbie osiowego rozciągania. W wykonanym przykładzie przeprowadzono dyskretyzację konstrukcji przy wykorzystaniu trójwymiarowych elementów bryłowych. W budowie modelu wykorzystano elementy bryłowe C3D8R (elementy ośmiowęzłowe o 3 stopniach swobody w węźle elementu z liniową funkcją kształtu i zredukowanym całkowaniem).

Przykład stanowi rozwiązanie typowej analizy statycznej, w wyniku której możliwe będzie wyznaczenie pól odkształceń i naprężeń, umożliwiających ocenę wytrzymałości badanego elementu. Etapy przygotowania zadania numerycznego przedstawione zostaną w kolejności, w jakiej wykonywano je w programie ABAQUS®.

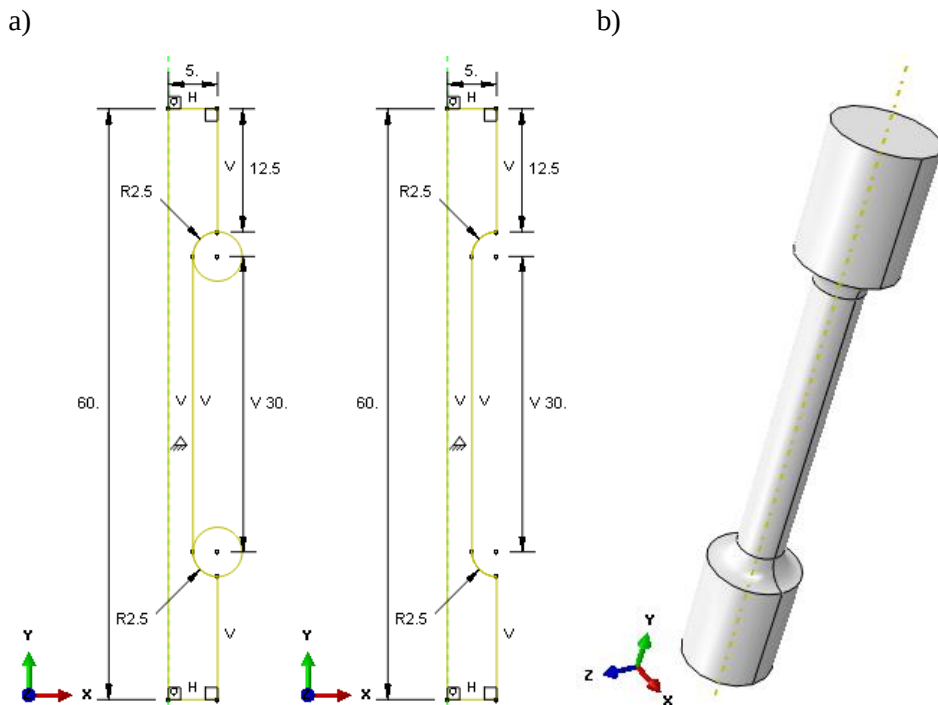
8.2 Budowa modelu geometrycznego – *moduł Part*

Model geometryczny osiowosymetrycznej próbki walcowej zostanie wykonany w module *Part*. Element zaprojektowany zostanie z wykorzystaniem narzędzia *Create Part* . W nowo otwartym oknie należy przypisać nazwę elementu jako „Walek”, po czym kolejno wybrać typ geometrii *3D*, ciało odkształcalne typu *Deformable*, element bryłowy typu *Solid*, wykonywany poprzez obrót przekroju - metoda *Revolution* oraz zaakceptować wprowadzone ustawienia poleceniem *Continue*.

Przekrój poprzeczny próbki należy wykonać z wykorzystaniem dwóch narzędzi szkicownika: *Create Lines: Connected*  oraz *Create Circle*  w sposób pokazany na rys. X1. Niezbędne wymiary należy nanieść z wykorzystaniem narzędzia *Add Dimension* , oraz zmodyfikować ich wartości za pomocą narzędzia *Edit Dimension Value* , poprzez zaznaczenie danego wymiaru i nadanie poprawnej wartości. Niepotrzebne części okręgów należy przyciąć poleceniem *Auto-Trim* , poprzez zaznaczenie zewnętrznej części okręgu która ma zostać wykasowana.

Wykonanie bryły metoda obrotu przekroju odbywa się po zaakceptowaniu szkicu poleceniem *Done* pod ekranem roboczym, poprzez wprowadzenie w nowo otwartym oknie dialogowym wartości kąta obrotu *Angle: 360* i zaakceptowaniu operacji przyciskiem *OK*. Wszystkie wymiary geometryczne modelu podane są w [mm].

W przypadku pomyłki zawsze istnieje możliwość anulowania rysowania klawiszem *Esc* z klawiatury. Postać zwymiarowanego szkicu oraz wykonanego modelu bryłowego przedstawiono na rys. 8.1.



Rys. 8.1. Model geometryczny próbki walcowej: a) szkic wstępny i końcowy próbki walcowej, b) model geometryczny 3D

8.3 Definicja właściwości materiałowych – *moduł Property*

Model materiału zdefiniowany zostanie z wykorzystaniem narzędzia *Create Material* , jako materiał o charakterystyce sprężysto-plastycznej. W nowo otwartym oknie należy wpisać nazwę materiału: „*Aluminium 6061*”, a następnie przejść do definicji zakresu sprężystego oraz plastycznego materiału. Zakres sprężysty definiuje się w zakładce *Mechanical/Elasticity/Elastic*, poprzez podanie dwóch niezależnych parametrów: modułu odkształcalności liniowej – *Young's Modulus: 70000 [MPa]* oraz współczynnika Poissona, stanowiącego stosunek odkształcenia poprzecznego do podłużnego *Poisson's Ratio: 0.33*.

Zakres plastyczny materiału, określający w definiowanej charakterystyce zmianę sztywności (modułu Younga) należy określić poprzez dodanie kolejnych parametrów z wykorzystaniem zakładki *Mechanical/Plasticity/Plastic*.

W pierwszym wierszu w opcji *Yield Stress* należy wpisać wartość granicy plastyczności materiału wynoszącą w tym przypadku 250 [MPa], natomiast odkształcenie plastyczne, odpowiadające poziomowi granicy plastyczności *Plastic Strain* wynosi 0. Po przejściu klawiszem *Enter* z klawiatury do drugiego wiersza, należy zdefiniować *Yield Stress* jako granicę wytrzymałości materiału równą 300 [MPa], przy odpowiadającym jej wydłużeniu plastycznym próbki przy zerwaniu wynoszącym 9%, które musi być zdefiniowane liczbowo w podopcji *Plastic Strain* jako 0.09. Zdefiniowane właściwości materiału o bilinearnej charakterystyce sprężysto-plastycznej należy zatwierdzić się poleceniem *OK*.

Kolejnym etapem będzie utworzenie sekcji z przypisanymi właściwościami materiałowymi.

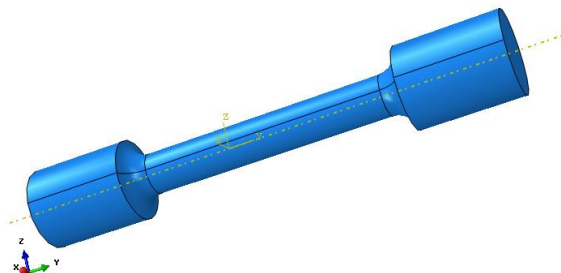
W tym celu należy użyć narzędzia *Create Section* , wprowadzając nazwę sekcji *Aluminium 6061* oraz ustalając jej rodzaj jako *Solid/Homogeneous* i zatwierdzając całość poleceniem *OK*.

Ostatnim etapem w module *Property* jest przypisanie utworzonej sekcji do modelu geometrycznego części. W tym celu wykorzystując narzędzie *Assign Section* , należy zaznaczyć cały model akceptując wybór poleceniem *Done* oraz zatwierdzając przypisanie cech materiałowych do modelu geometrycznego poleceniem *OK* (część z przypisanymi właściwościami fizycznymi zmieni kolor na zielony).

8.4 Tworzenie instancji części – *moduł Assembly*

W bieżącym module dokonać należy wyłącznie utworzenia instancji wykonanego elementu bryłowego. Model numeryczny składa się zaledwie z jednego elementu zatem zostanie zaimportowany jednokrotnie *Walek*.

W tym celu należy wykorzystać narzędzie *Instance Part* , zaznaczając w oknie listy części część o nazwie *Walek* i zatwierdzając wybór poleceniem *OK*. Utworzona instancja części przedstawiona jest na rys. 8.2.



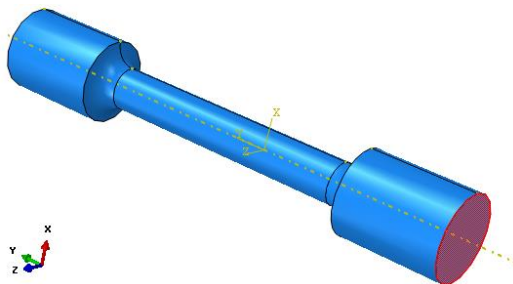
Rys. 8.2. Instancja części *Walek*

8.5 Definicja analizy numerycznej – *moduł Step*

Analiza numeryczna przeprowadzona zostanie wyłącznie w zakresie obliczeń statycznych. Należy zatem zdefiniować typ oraz parametry obliczeń z wykorzystaniem narzędzia *Create Step* , ustalając nazwę kroku obliczeniowego – *Statyka* i wybierając typ analizy jako *Static, General*. Po zatwierdzeniu typu analizy poleceniem *Continue* w nowo otwartym oknie należy ustalić jej parametry jako: *Time period* – wartość *1*, włączyć zagadnienie geometrycznie nieliniowe *Nonlinear*, zaznaczając opcję *On*, oraz w zakładce *Incrementation* ustalić wartość początkowego inkrementu analizy *Increment size: Initial* – wartość *0.05*. Po ustaleniu w powyższy sposób rodzaju i parametrów analizy numerycznej należy zatwierdzić całość poleceniem *OK*.

8.6 Definicja warunków brzegowych i obciążenia modelu – *moduł Load*

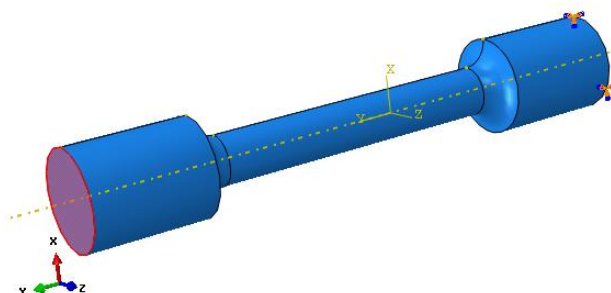
Warunki brzegowe modelu numerycznego zdefiniowane zostaną poprzez zablokowanie wybranych stopni swobody węzłów modelu w module *Load*. W celu odwzorowania warunków osiowego rozciągania próbki walcowej, jeden koniec modelu zostanie utwierdzony, natomiast drugi będzie miał możliwość przemieszczeń jedynie na kierunku osiowym próbki. Definicję warunków brzegowych rozpoczynamy od utwierdzenia płaszczyzny czołowej prawego końca próbki, z wykorzystaniem narzędzia *Create Boundary Condition* , nadając nazwę *Utwierdzenie*, w kroku analizy *Step: Initial*, wybierając metodę definicji warunków brzegowych *Displacement/Rotation*. Po zatwierdzeniu ustawień poleceniem *Continue*, należy zaznaczyć i zatwierdzić poleceniem *Done* powierzchnię utwierdzenia pokazaną na rys. 8.3.



Rys. 8.3. Utwierdzenie prawego końca próbki walcowej

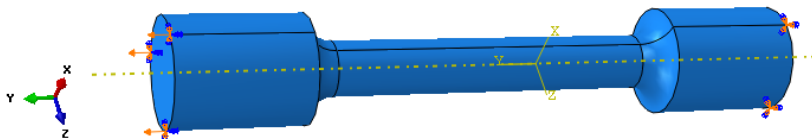
W nowo otwartym oknie dialogowym należy zablokować pierwsze trzy stopnie swobody węzłów, zaznaczając w tabeli odpowiednio $U1$, $U2$, $U3$ oraz zatwierdzając poleceniem *OK*. Zdefiniowane warunki brzegowe stanowią pełne utwierdzenie węzłów czołowej powierzchni próbki, ponieważ elementy bryłowe posiadają w swoim opisie tylko 3 translacyjne stopnie swobody w węźle elementu.

Kolejnym krokiem jest ustalenie obciążenia modelu oraz warunków brzegowych dla przeciwległego końca próbki. W rozważanym przypadku obciążenie zostanie zrealizowane metodą przemieszczeniową, tzn. poprzez narzucenie zadanej wartości przemieszczenia dla czołowej powierzchni nieutwierdzonego przekroju próbki. Definicja obciążenia modelu wykonana zostanie z wykorzystaniem narzędzia *Create Boundary Condition* , w którym należy określić nazwę warunków brzegowych jako *Przemieszczenie*, w kroku analizy *Step: Statyka*, wybierając metodę realizacji warunków brzegowych *Displacement/Rotation*. Po zatwierdzeniu ustawień poleceniem *Continue*, należy wybrać czołową powierzchnię swobodnego końca próbki, zatwierdzając wybór poleceniem *Done* – rys. 8.4.



Rys. 8.4. Warunki brzegowe i obciążenie swobodnego końca próbki

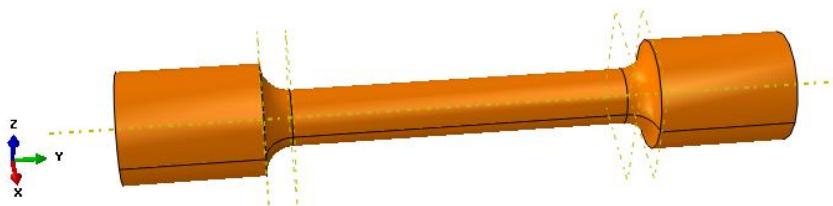
W nowo otwartym oknie dialogowym narzędzia należy włączając odpowiednie pola zadać zerowe przemieszczenia $U1$ i $U3$, zadając jednocześnie przemieszczenie wzdłuż osi próbki (oś Y) o wartości $U2$: 2 mm, zatwierdzając ustalone wartości poleceniem OK.



Rys. 8.5. Warunki brzegowe i obciążenie modelu numerycznego

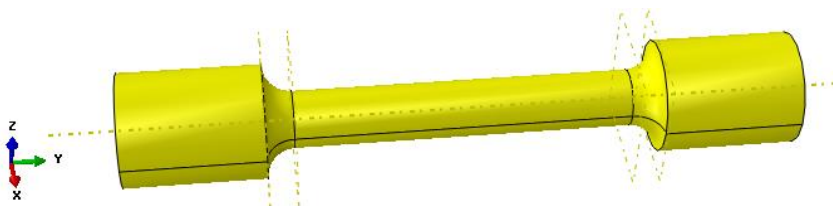
8.7 Budowa siatki elementów skończonych – *moduł Mesh*

W celu przeprowadzenia dyskretyzacji modelu geometrycznego należy nad oknem roboczym programu w pozycji *Object* przełączyć ustawienie z kategorii *Assembly* na opcję *Part: Walek* – dyskretyzacja modelu przeprowadzona zostanie bezpośrednio na części. Uzyskanie wysokich parametrów siatki elementów skończonych wymaga przeprowadzenia procesu partycjonowania części w celu uzyskania prostszych kształtów geometrycznych obiektu. Operacje partycjonowania przeprowadzone zostaną z wykorzystaniem płaszczyzn pomocniczych typu *Datum*, które utworzone zostaną metodą przesunięcia równoległego od istniejącej ścianki modelu. W tym celu wykorzystując narzędzie z górnego menu programu *Tools/Datum* należy wybrać opcję *Plane/Offset from plane*, a następnie wskazując czołową ściankę z lewej strony próbki wybrać polecenie *Enter Value* w dolnej części okna roboczego. W przypadku, gdy kierunek tworzenia płaszczyzny skierowany jest na zewnątrz obiektu niezbędna będzie jego zmiana na przeciwny opcją *Flip*. Po ustaleniu i zaakceptowaniu poleceniem OK kierunku tworzenia płaszczyzny należy wpisać wartość jej przesunięcia względem czołowej ścianki próbki 12.5 oraz zatwierdzić klawiszem *Enter* z klawiatury. Powtarzając powyższe kroki należy wykonać drugą płaszczyznę, odległą od utworzonej o wartość 2.5. W analogiczny sposób należy wykonać dwie płaszczyzny pomocnicze z prawej strony próbki – rys. 8.6.



Rys. 8.6. Utworzenie płaszczyzn pomocniczych typu *Datum*

Następnym etapem jest podział modelu wygenerowanymi wcześniej płaszczyznami. W tym celu wykorzystując narzędzie *Partition Cell: Use Datum Plane* , w pierwszym kroku należy wskazać pierwszą płaszczyznę od lewej strony i wykonać operację partycjonowania poleceniem *Create Partition* znajdującym się pod oknem roboczym programu. Po tej operacji oddzielona część elementu zmieni barwę na kolor żółty. W następnym kroku należy zaznaczyć pozostałą pomarańczową część elementu (z prawej strony) i po zatwierdzeniu poleceniem *Done* wybrać następną płaszczyznę podziału, zatwierdzając operację poleceniem *Create partition* – kolejna część zmieni kolor na żółty. Postępując analogicznie należy wykonać partycjonowanie pozostałymi dwiema płaszczyznami, do uzyskania żółtego koloru w całym elemencie – rys. 8.7.



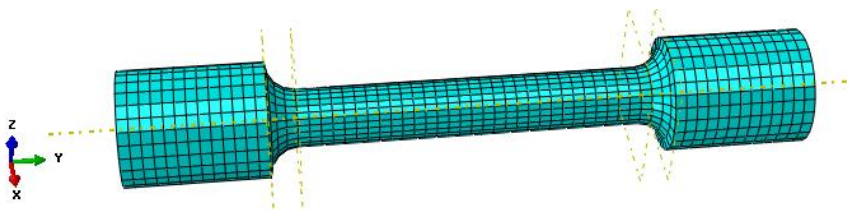
Rys. 8.7. Model geometryczny po operacjach partycjonowania

W celu określenia typu i parametrów siatki elementów skończonych należy wykorzystując narzędzie *Assign Mesh Controls* , zaznaczyć cały obiekt oraz zatwierdzając poleceniem *Done* ustawić parametry siatki na *Hex/Sweep* z algorytmem jej tworzenia względem osi modelu *Medial axis* oraz zatwierdzić całość poleceniem *OK*.

Wykorzystując narzędzie *Seed Part* , należy ustalić globalną gęstość siatki elementów skończonych dyskretyzowanej części w poleceniu *Approximate global size* na wartość 1 i zatwierdzić poleceniem *OK*.

Proces dyskretyzacji części przeprowadzony zostanie z wykorzystaniem narzędzia *Mesh Part* , poprzez zatwierdzenie operacji poleceniem *Yes*,

znajdującym się pod oknem roboczym programu. Model dyskretny próbki walcowej przedstawia rys. 8.8.



Rys. 8.8. Siatka elementów skończonych

8.8 Wykonanie obliczeń numerycznych – *moduł Job*

W celu przygotowania zadania obliczeniowego należy wykorzystując narzędzie *Create Job* , wpisać nazwę zadania *Name: Walek*, zatwierdzić poleceniem *Continue*, a następnie zatwierdzić zadanie obliczeniowe z ustawieniami domyślnymi poleceniem *OK*. W przypadku możliwości równoległego wykorzystania w procesie obliczeń numerycznych większej liczby rdzeni procesora można w zakładce *Parallelization* wybrać opcję *Use multiple processors* wpisując odpowiednią liczbę rdzeni (np. 2).

Obliczenia numeryczne należy uruchomić wykorzystując narzędzie *Job Manager* , poprzez wybranie polecenia *Submit*. Przebieg procesu obliczeń numerycznych można obserwować poprzez włączenie polecenia *Monitor*. Zakończenie procesu obliczeń numerycznych zostanie zasygnalizowane odpowiednim komunikatem w oknie dialogowym *Monitor* oraz przez osiągnięcie w zakładce *Total Time* i *Step Time* wartości 1.

Po zakończeniu procesu obliczeń w celu prezentacji wyników należy włączyć polecenie *Results*.

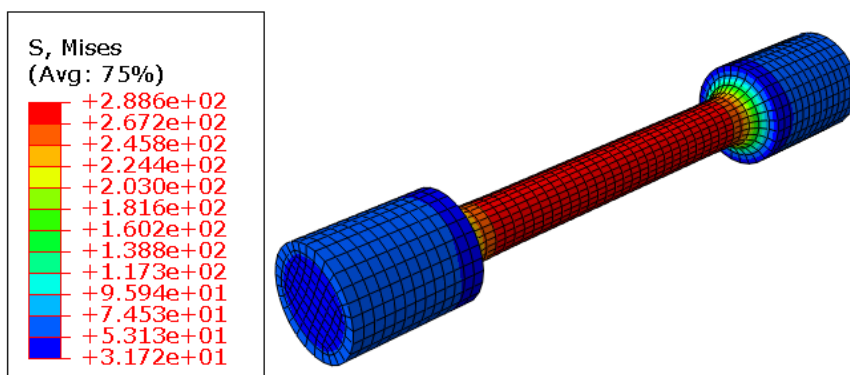
8.9 Edycja wyników obliczeń numerycznych – *moduł Visualization*

Analiza otrzymanych wyników przeprowadzona zostanie na podstawie rozkładów naprężeń zredukowanych, wyznaczonych według hipotezy wytrzymałościowej Hubera-Misesa-Hencky'ego (H-M-H) oraz przemieszczeń węzłowych modelu.

Wizualizację rozkładów naprężenia zredukowanego H-M-H otrzymamy włączając narzędzie *Plot Contours on Deformed Shape* . Zwiększenie czcionki wyświetlanych wartości liczbowych można uzyskać wykorzystując narzędzie

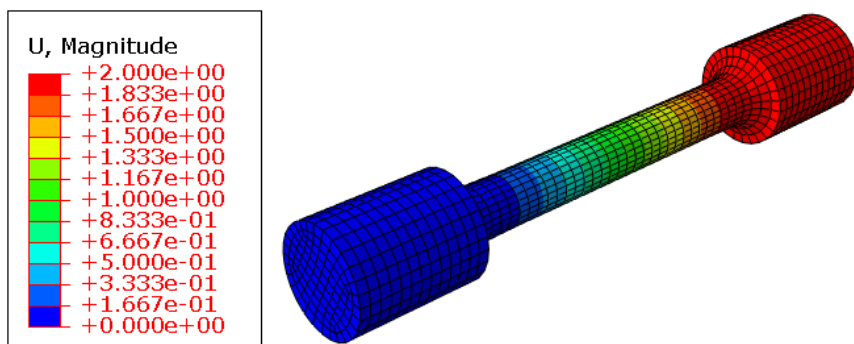
z górnego menu programu *Viewport/Viewport Annotation Options*. W tym celu należy w nowo otwartym oknie dialogowym w zakładce *Legend* zaznaczyć polecenie *Set Font*, po czym podopcję *Size*, zmieniając rozmiar czcionki wyświetlanej na ekranie – zmianę należy zatwierdzić poleceniem *OK*.

W celu obserwacji zachowania się modelu krok po kroku w trakcie procesu obciążania należy posługiwać się przewijaniem klatek animacji przy użyciu opcji *Previous* lub *Next* ◀ ▶, znajdujących się nad oknem roboczym programu. Wyświetlane wartości naprężenia zredukowanego podawane są w tym przypadku w *MPa*, co wynika bezpośrednio z jednostek wprowadzanych w trakcie przygotowania modelu numerycznego. Ogólną mapę naprężenia zredukowanego w modelu numerycznym, których maksymalne wartości osiągają poziom 288.6 MPa ($+2.886e+02$ oznacza $2.886 \times 10^2 = 288.6$) przedstawiono na rysunku 8.9.



Rys. 8.9. Wyniki obliczeń: rozkład naprężeń zredukowanych H-M-H

W celu wyświetlenia mapy przemieszczeń modelu numerycznego należy w oknie znajdującym się nad ekranem roboczym zmienić opcję z *S* (oznaczającą naprężenia – *Stress*) na opcję *U* oznaczającą przemieszczenia węzłowe modelu (*Displacement, Magnitude* – przemieszczenia wypadkowe). Mapę przemieszczeń wypadkowych modelu, których maksymalna wartość oznaczona kolorem czerwonym wynosi $U=2$ mm (tyle wynosiło obciążenie modelu realizowane przesunięciem końca próbki w kierunku osiowym) prezentuje rysunek 8.10.



Rys. 8.10. Wyniki obliczeń: rozkład przemieszczeń węzłowych modelu

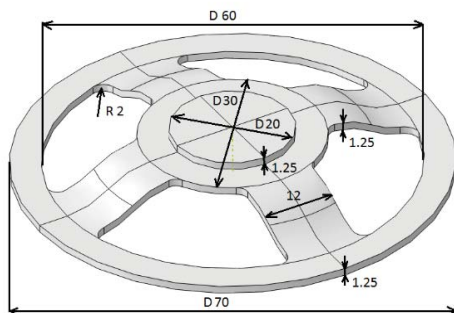
Poddając analizie otrzymane wartości naprężeń zredukowanych w poszczególnych częściach modelu numerycznego należy je odnieść np. do granicy plastyczności materiału, którą dla zastosowanego stopu aluminium 6061 przyjęto $R_e=250$ MPa. Przy założonym przemieszczeniu jednego z końców próbki o wartości 2 mm, model doznaje maksymalnych naprężeń w miejscu o najmniejszej średnicy próbki na poziomie $\sigma_z=288.6$ MPa – rys. 8.9. Porównując maksymalne wartości naprężenia zredukowanego otrzymane w modelu numerycznym z danymi materiałowymi należy stwierdzić, że przekraczają one wartość naprężeń plastycznych materiału, co oznacza, iż zostanie on trwale uplastyczniony.

Przeprowadzona w niniejszym rozdziale numeryczna analiza rozciągania próbki walcowej stanowi przykład rozwiązania podstawowych zagadnień inżynierskich z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Zaprezentowana na powyższym przykładzie metodyka modelowania jest klasycznym przypadkiem analizy statycznej ośrodka ciągłego z wykorzystaniem komercyjnego pakietu wykorzystującego metodę elementów skończonych – programu ABAQUS®.

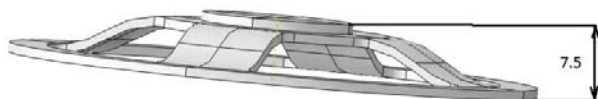
8.10 Zadanie do samodzielnego rozwiązania

Model numeryczny elementu należy zaprojektować zgodnie z poniższymi rysunkami.

a)

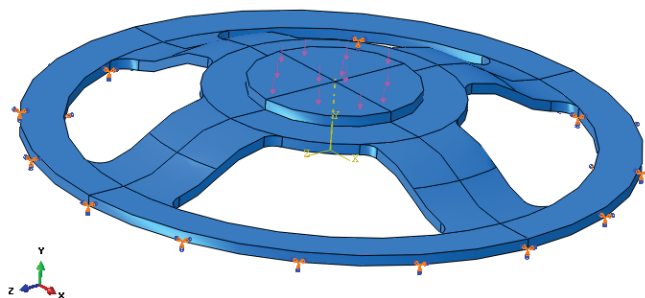


b)



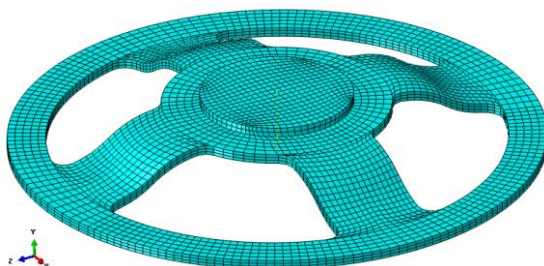
Rys. 8.11. Parametry geometryczne modelu

Właściwości materiałowe są zgodne dla stopu aluminium 6061. Moduł Younga: 70000 [MPa]; współczynnik Poissona: 0.33 ; granica plastyczności materiału: 250 [MPa]; granica wytrzymałości: 300 [MPa]; wydłużenie plastyczne 9% . Analiza numeryczna oparta była o zakres obliczeń statycznych. Warunki brzegowe należy przygotować w oparciu o poniższy rysunek, z przypisanym ciśnieniem 3 [MPa].



Rys. 8.12. Warunki brzegowe

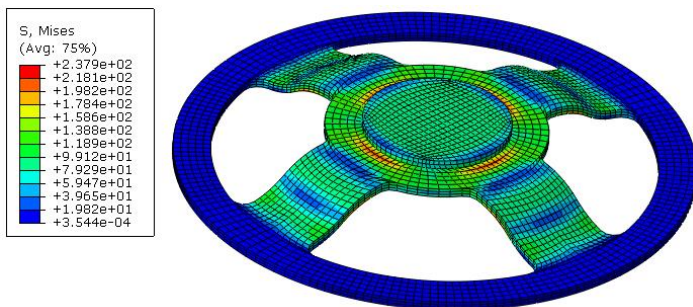
Model należy odpowiednio partycjonować do chwili uzyskania siatki *Hex/Sweep/Medial Axis*. W opcji *Seed Part/Approximate global size* = 1, natomiast po grubości elementu *Seed Edges/Approximate element size* = 0.5.



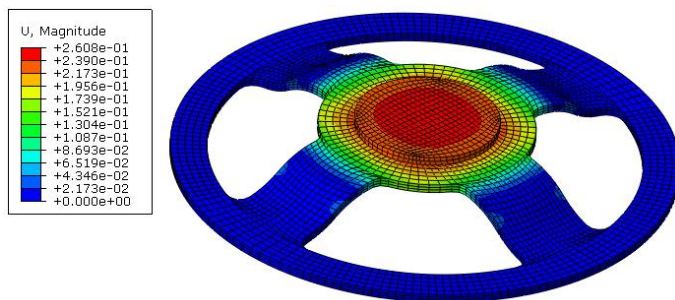
Rys. 8.13. Siatka MES

Wyniki analizy numerycznej przedstawić w postaci naprężeń i przemieszczeń uzyskanych w przygotowanym modelu.

a)



b)



Rys. 8.14. Wyniki analizy MES: a) rozkład naprężeń, b) rozkład przemieszczeń

9. ANALIZA RAMY Z PROFILI CIENKOŚCIENNYCH – model powierzchniowy

9.1 Wprowadzenie

Przedmiotem analizy numerycznej jest rama wykonana z cienkościennych profili stalowych trwale połączonych ze sobą. Konstrukcja obciążona jest siłą pionową. Rama przyspawana jest do części konstrukcji o bardzo dużej sztywności.

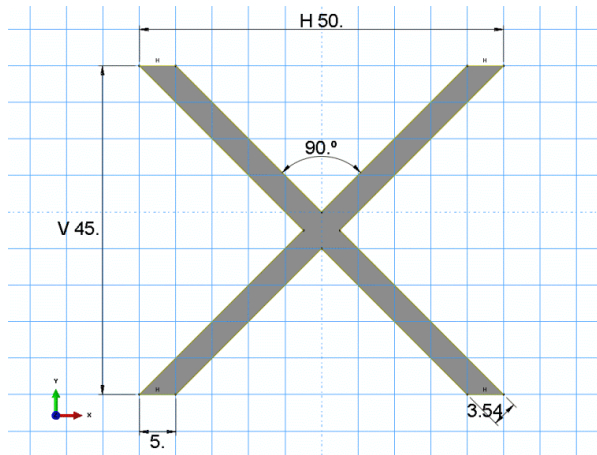
Dyskretyzację konstrukcji przeprowadzono wykorzystując elementy powłokowe (*Shell*) i elementy sztywne (*Discrete rigid*). Zastosowanie elementów płytowych do zamodelowania profili pozwoli na kilkakrotne zmniejszenie ilości elementów w stosunku do modelu z elementów bryłowych. Zastosowanie elementów sztywnych do podzespołów współpracujących z ramą pozwoli na dalsze zmniejszenia zadania obliczeniowego. Prezentowane postępowanie jest przykładem minimalizacji zadania obliczeniowego przez odpowiedni dobór typu zastosowanych elementów skończonych.

Elementy powłokowe oraz sztywne posiadają po trzy translacyjne i trzy rotacyjne stopnie swobody w węźle. Analizowany przykład rozwiązany zostanie jako zagadnienie statyczne liniowe, z zastosowaniem materiału o liniowo-sprężystej charakterystyce. Sformułowane w ten sposób zagadnienie stanowi podstawowe zadanie inżynierskie, w którym w wyniku rozwiązania liniowego układu równań otrzymuje się rozkłady naprężenia oraz przemieszczenia w elementach konstrukcji.

9.2 Budowa modelu geometrycznego

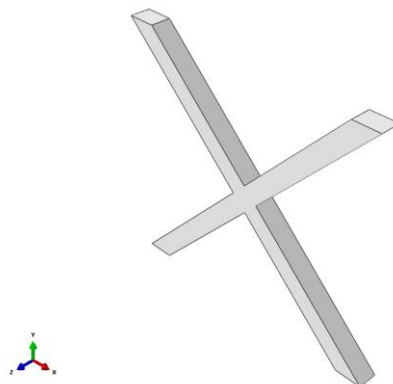
Model geometryczny ramy wykonany zostanie we fragmentach, stanowiących odrębne części: krzyżak, wspornik oraz element sztywny, które zostaną ze sobą odpowiednio połączone w module *Assembly*.

Pierwszą część należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Create Part* , jako przestrzenną część bryłową (*3D, Solid*) o nazwie *Krzyżak*, ciało o właściwościach odkształcalnych (*Deformable*). Zwymiarowany przekrój części przedstawiono na rys. 9.1.



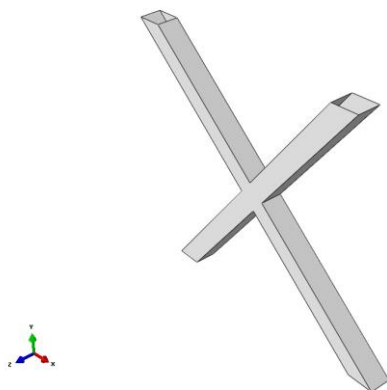
Rys. 9.1. Szkic profilu krzyżaka

Do narysowania szkicu wykorzystujemy narzędzie *Create Lines:Connected* . W celu przyspieszenia rysowania należy wykorzystać punkty przecięcia siatki *Sketchera*. Narysowany przekrój należy zwymiarować za pomocą narzędzia *Add Dimension*  i zmodyfikować wymiary – narzędzie *Edit Dimension Value*  wg rys. 9.1. Po ustaleniu wymiarów należy zakończyć wykonywanie szkicu poprzez wciśnięcie przycisku *Done* na dole ekranu. W oknie *Edit Base Extrusion* należy wpisać grubość krzyżaka 3.54 mm i zatwierdzić wykonanie bryły poleceniem *OK*. Model części przedstawiony został na rys. 9.2.



Rys. 9.2. Model bryłowy krzyżaka

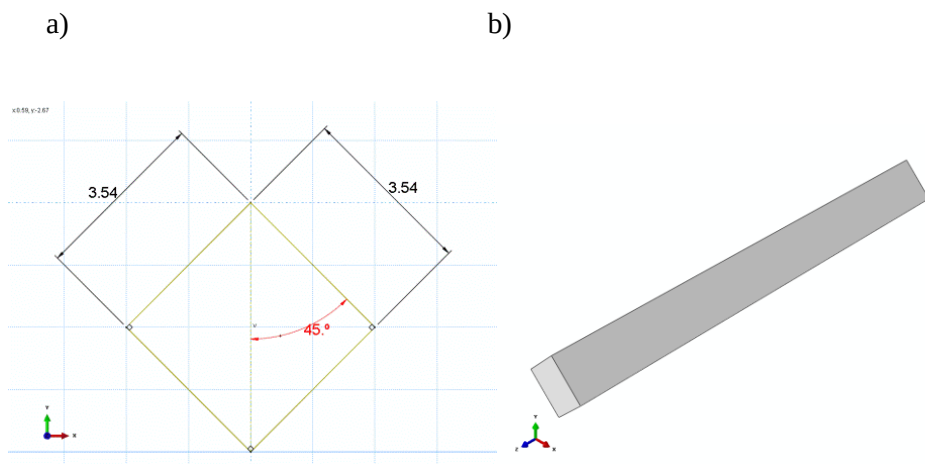
Model powłokowy uzyskany zostanie poprzez zamianę „bryły” na „powierzchnię”. W tym celu z górnego menu programu należy wybrać polecenie *Shape/Shell/From Solid* i zatwierdzić operację poleceniem *Done* na dole ekranu. Uzyskany w ten sposób model powierzchniowy krzyżaka jest zamknięty na końcach kształownika. W celu usunięcia powierzchni czołowych używając narzędzia *Geometry Edit* , z ustawieniami *Category – Face, Method – Remove* należy wskazać cztery powierzchnie zaślepiające profil i zaakceptować wybór poleceniem *Done*, a następnie zatwierdzić operację poleceniem *OK*. Utworzony model powłokowy krzyżaka przedstawia rys. 9.3.



Rys. 9.3. Model powłokowy krzyżaka

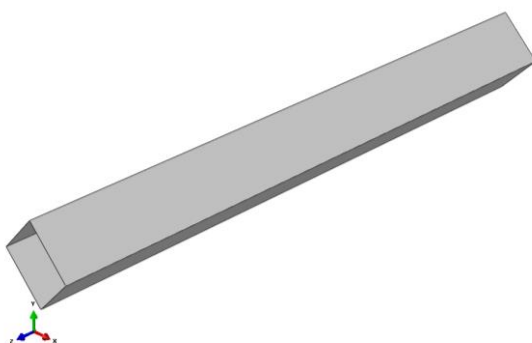
Drugą część modelu należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Create Part* , jako przestrzenną część bryłową (*3D, Solid*) o nazwie *Wspornik*, ciało o właściwościach odkształcalnych (*Deformable*).

Do narysowania szkicu wykorzystujemy narzędzie *Create Lines:Connected* . W celu przyspieszenia rysowania należy wykorzystać punkty przecięcia siatki *Sketchera*. Narysowany przekrój należy zwymiarować za pomocą narzędzia *Add Dimension*  i zmodyfikować wymiary – narzędzie *Edit Dimension Value*  wg rys. 9.4a. Po ustaleniu wymiarów należy zakończyć wykonywanie szkicu poprzez wciśnięcie przycisku *Done* na dole ekranu. W oknie *Edit Base Extrusion* należy wpisać długość wyciągnięcia wspornika 35 mm i zatwierdzić wykonanie bryły poleceniem *OK*. Model części przedstawiony został na rys. 9.4b.



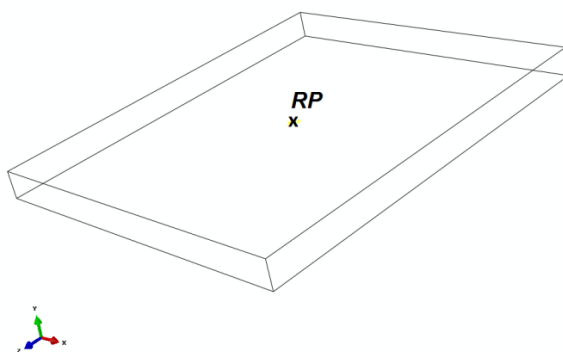
Rys. 9.4. Model wspornika: a) szkic przekroju poprzecznego, b) model bryłowy wspornika

W analogiczny sposób z modelu bryłowego wykonany zostanie model powłokowy wspornika. W tym celu z górnego menu programu należy wybrać polecenie *Shape/Shell/From Solid* i zatwierdzić operację poleceniem *Done* na dole ekranu. Uzyskany w ten sposób model powierzchniowy wspornika jest zamknięty na końcach kształownika. W celu usunięcia powierzchni czołowych używając narzędzia *Geometry Edit* ✂, z ustawieniami *Category – Face, Method – Remove* należy wskazać dwie powierzchnie zasłaniające profil i zaakceptować wybór poleceniem *Done*, a następnie zatwierdzić operację poleceniem *OK*. Utworzony model powłokowy wspornika przedstawia rys. 9.5.



Rys. 9.5. Model powłokowy wspornika

Model geometryczny części sztywnej należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Create Part* , jako przestrzenną część bryłową (3D, Solid) o nazwie *Płyta*, ciało nieodkształcalne (*Discrete rigid*). Płyta ma mieć kształt prostopadłościanu o wymiarach 5 x 60 x 42.08 mm. Po wykonaniu części należy zmienić sposób wyświetlania bryły na *Wireframe*  i wstawić w środku ciężkości punkt z wykorzystaniem narzędzia *Create Datum Point: Midway Between 2 Points*  (wskazując odpowiednie punkty narożne płyty). W utworzonym punkcie, wykorzystując polecenie z górnego menu programu *Tools/Reference Point* należy zdefiniować punkt referencyjny *RP*. Utworzony punkt referencyjny w przypadku ciała sztywnego stanowi punkt reprezentujący w modelu część sztywną. Efekt powyższych operacji przedstawia rys. 9.6.



Rys. 9.6. Model płyty sztywnej

Definiowane części sztywne mogą być wykorzystane w modelu numerycznym jedynie w postaci modelu powłokowego. W tym celu z górnego menu programu, wykorzystując polecenie *Shape/Shell/From Solid* i zatwierdzając operację poleceniem *Done* na dole ekranu wykonujemy zamianę modelu bryłowego na model powłokowy.

9.3 Definicja właściwości materiałowych – *moduł Property*

W obliczeniach należy przyjąć, że rama wykonana jest ze stali, dla której zdefiniowany zostanie model materiału o charakterystyce liniowo-sprężystej. W tym celu wykorzystując narzędzie *Create Material*  należy zdefiniować materiał o nazwie *Stal*, dla którego w zakładce *Mechanical/Elasticity/Elastic*

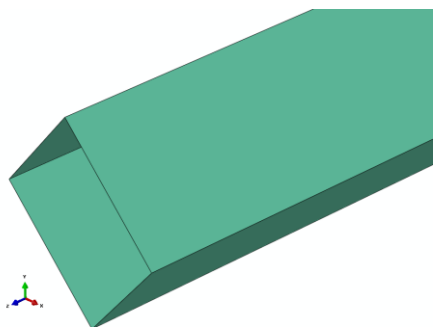
należy określić dwa niezależne parametry materiału: moduł sztywności podłużnej *Young's Modulus*: $E=210\,000$ MPa oraz liczbę Poisson'a: *Poisson's Ratio*: 0.3, zatwierdzając wprowadzone ustawienia poleceniem OK.

Kolejnym etapem definiowania właściwości fizycznych ramy jest utworzenie tzw. sekcji, łączącej cechy geometryczne modelu ze zdefiniowanym modelem materiału. W tym celu należy wykorzystując narzędzie *Create Section* , stworzyć sekcję typu *Shell/Homogeneous*, określając grubość powłoki *Shell thickness/Value* równą 0.5 mm i przypisując do sekcji zdefiniowany model materiału.

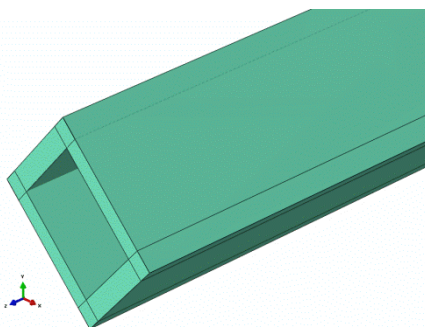
Ostatni etap stanowi przypisanie sekcji z właściwościami materiałowymi do modelu geometrycznego krzyżaka i wspornika. W tym celu wykorzystując narzędzie *Assign Section* , należy zaznaczyć cały model krzyżaka, akceptując wybór poleceniem *Done*, a następnie zatwierdzić operację poleceniem OK. Podczas przypisania sekcji do modelu geometrycznego części w polu *Shell offset* należy zadeklarować niesymetryczny rozkład grubości względem ścianki elementu powłokowego, wybierając ustawienie – *Top surface*. Model części z przypisanymi właściwościami materiałowymi zmienia kolor na zielony. W analogiczny sposób należy przypisać sekcję z właściwościami materiałowymi do modelu geometrycznego wspornika.

Standardowo grubość elementu powłokowego nie jest wyświetlana, jak przedstawia to rys 9.7a. Aby wyświetlić grubość ścianki elementu powłokowego należy z górnego menu programu wybrać polecenie *View/Part Display Options*. W otwartym oknie narzędzia w zakładce *General* w grupie *Idealization* należy zaznaczyć pole wyboru *Render shell profiles* i zatwierdzić poleceniem OK. Uzyskany efekt przedstawia rys. 9.7b.

a)



b)



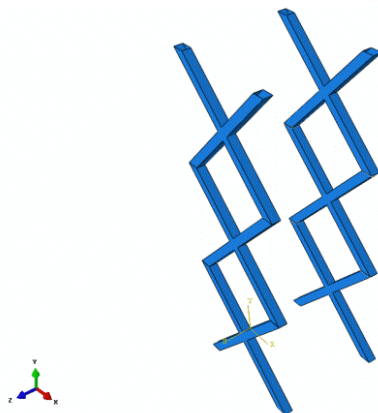
Rys. 9.7. Model geometryczny wspornika po nadaniu właściwości materiałowych: a) model bez widocznej grubości elementu powłokowego, b) model z włączoną wizualizacją grubości elementu powłokowego

Dla elementu sztywnego (*Discrete rigid*) nie definiuje się właściwości materiałowych. W przypadku płyty sztywnej należy zdefiniować jej masę z wykorzystaniem polecenia z górnego menu programu *Specjal/Inertia/Create*. W otwartym oknie *Create Inertia* należy wybierając opcję *Point mass/inertia* po zatwierdzeniu poleceniem *Continue*, wskazać punkt referencyjny reprezentujący część sztywną *RP* i zatwierdzić wybór poleceniem *Done*. W oknie *Edit Inertia* wybierając opcję *Isotropic* należy wpisać masę części *0,0001 T*, zatwierdzając operację poleceniem *OK*.

9.4 Tworzenie instancji części – *moduł Assembly*

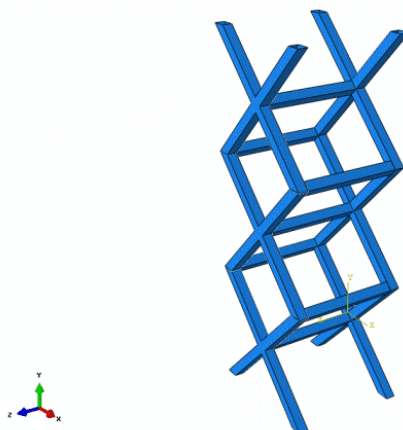
Model dyskretny tworzony jest na tzw. instancjach stanowiących reprezentację utworzonych wcześniej części z wszystkimi ich cechami geometrycznymi i fizycznymi. W modelu ramy stworzone zostanie 6 instancji krzyżaka i 7 instancji wspornika. W celu utworzenia instancji części należy wykorzystując narzędzie *Instance Part*  wybrać z listy nazwę części *Krzyzak* i zatwierdzić operację poleceniem *OK*. Zbudowana w powyższy sposób instancja jest zależna od części, tzn. wszelkich modyfikacji parametrów geometrycznych, czy właściwości materiałowych, a także dyskretyzacji obiektu można dokonywać tylko na części, a nie na instancji. Tak jak powyżej należy wykonać drugą instancję części *Krzyzak*, a następnie należy umieścić ją we właściwym położeniu względem pierwszej instancji. W tym celu należy przesunąć ją do góry, ustawiając na pierwszej instancji z wykorzystaniem narzędzia *Translate Instance* . Po wybraniu instancji i zatwierdzeniu wyboru poleceniem *Done* należy określić wektor przesunięcia, podając w okienku pod ekranem roboczym współrzędne punktu początkowego wektora przesunięcia *(0.0,0.0,0.0)* i akceptując je klawiszem *Enter* z klawiatury, a następnie wpisać współrzędne końca wektora przesunięcia *(0.0,45.0,0.0)* również zatwierdzając je klawiszem *Enter*. Po wykonaniu przesunięcia instancji należy całą operację zatwierdzić poleceniem *OK*. Trzecią instancję tworzymy w analogiczny sposób, podając wartość wektora przesunięcia na kierunku osi *Y* równą *90 mm*.

Kolejne trzy instancje uzyskamy tworząc kopie poprzednich instancji. W tym celu wykorzystując narzędzie *Linear Pattern* , należy zaznaczyć trzy utworzone instancje, oraz w oknie *Linear Pattern* wpisać ilość kopii *2* dla kierunku pierwszego oraz *1* dla kierunku drugiego. Kierunki i wartości przesunięcia tworzonych kopii należy ustalić w sposób następujący: kierunek pierwszy należy zdefiniować naciskając  i wskazując dowolny odcinek modelu (np. krawędź) równoległy do osi *Z*, ustalając wartość przesunięcia *Offset* jako *38.54 mm*. W przypadku konieczności zmiany zwrotu przesunięcia należy wykorzystać opcję . Utworzona instancja części posiada domyślnie kolor niebieski – rys. 9.8.



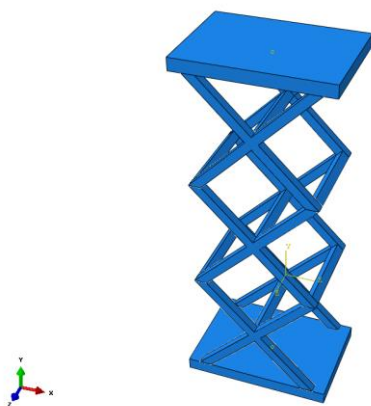
Rys. 9.8. Złożenie instancji 6 krzyżaków

W analogiczny sposób należy wykonać 7 instancji części *Wspornik*, umieszczając je w złożeniu w sposób pokazany na rys. 9.9. Przesunięcia poszczególnych instancji należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Translate Instance* , definiując wektory przesunięcia poprzez wskazanie odpowiednich punktów na wsporniku (początek wektora przesunięcia) oraz punktów na krzyżaku (koniec wektora przesunięcia). Należy pamiętać, że każde przesunięcie powinno być zaakceptowane poleceniem *OK*.



Rys. 9.9. Złożenie – 6 krzyżaków i 7 wsporników

Ostatnim etapem jest wykonanie 2 instancji części sztywnych oraz umieszczenie ich w złożeniu z wykorzystaniem narzędzi *Translate Instance*  i/lub *Rotate Instance* . Kolejność i ilość czynności zależy od położenia początkowego w jakim zostały wczytane instancje. Wstawiane instancje należy rozmieścić symetrycznie na dole i górze ramy – rys. 9.10.



Rys. 9.10. Złożenie kompletne

9.5 Definicja analizy numerycznej – *moduł Step*

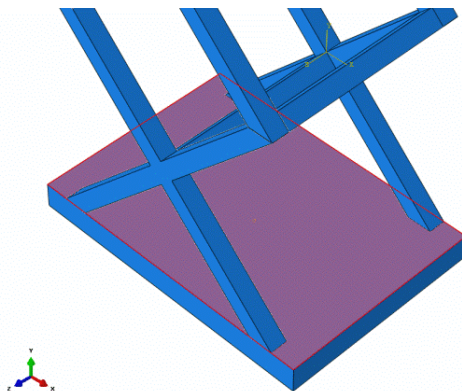
Analiza numeryczna przeprowadzona zostanie w zakresie obliczeń statycznych. W tym celu należy zdefiniować typ i parametry obliczeń z wykorzystaniem narzędzia *Create Step* , wybierając typ analizy jako *Static, General* i po zatwierdzeniu poleceniem *Continue* wybrać opcję *Nlgeom=Off* (zagadnienie geometrycznie liniowe), zatwierdzając parametry wybranej analizy poleceniem *OK*.

9.6 Definicja relacji pomiędzy instancjami – *moduł Interaction*

W analizowanym modelu wszystkie instancje części są ze sobą sztywno połączone, bez możliwości ruchu w połączeniach. W module *Assembly* wykonane zostało właściwe usytuowanie poszczególnych instancji w modelu, natomiast nie wykonane zostały między nimi właściwe połączenia.

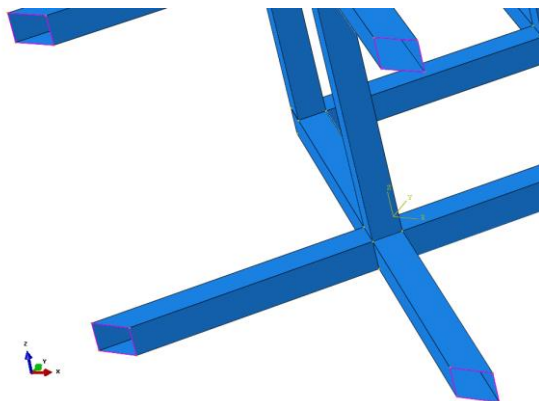
Dla zapewnienia trwałego połączenia pomiędzy poszczególnymi instancjami wykorzystane zostanie połączenie za pomocą interakcji typu *Tie*, stanowiące sztywne połączenie wszystkich stopni swobody pomiędzy łączonymi węzłami.

W celu nadania relacji pomiędzy płytą dolną a krzyżakami należy włączyć narzędzie *Create Constraint* , i po nadaniu nazwy relacji *Płyta_dolna*, należy wybrać typ relacji *Tie*, zatwierdzając wybór poleceniem *Continue*. W celu wykonania połączenia należy wskazać łączone powierzchnie: pierwsza typu *Master*, natomiast druga typu *Slave*. W celu definicji powierzchni typu *Master* należy wybrać pod ekranem roboczym opcję *Surface*, a następnie wskazać powierzchnię dolnej płyty, akceptując wybór poleceniem *Done*. Ponieważ geometria płyty jest elementem powłokowym, należy dodatkowo wskazać stronę płyty, wybierając polecenie *Brown* – rys. 9.11.



Rys. 9.11. Definicja powierzchni typu *Master* –płyta dolna

W celu umożliwienia precyzyjnego wskazania krawędzi dolnych krzyżaków, które mają zostać połączone z powierzchnią płyty, należy chwilowo ukryć widok płyty. Wykorzystując narzędzie nad ekranem roboczym *Remove Selected* , należy wskazać ukrywany obiekt oraz zaakceptować wybór poleceniem *Done*. Po ukryciu płyty dolnej należy zdefiniować powierzchnię połączenia typu *Slave*, stanowiącą grupę wszystkich krawędzi krzyżaków stykających się z powierzchnią płyty. W tym celu pod ekranem roboczym należy zaznaczyć opcję *Surface* i z wciśniętym klawiszem *Shift* z klawiatury wskazać kolejno wszystkie krawędzie krzyżaków (16 sztuk), zatwierdzając wybór opcją *Done* – rys. 9.12.



Rys. 9.12. Definicja powierzchni typu *Slave* – grupa krawędzi krzyżaków

Po wyświetleniu okna *Edit Constraint* należy zatwierdzić wykonanie połączenia poleceniem *OK*. Po wykonaniu połączenia należy wyświetlić cały model z wykorzystaniem narzędzia nad ekranem roboczym *Replace All* .

Operację łączenia pozostałych instancji modelu należy wykonać w sposób analogiczny, wykonując połączenia odpowiednio płyty górnej z krzyżakami, krzyżaków pomiędzy sobą, a następnie wsporników z krzyżakami. W trakcie wykonywania poszczególnych interakcji należy podobnie jak w powyższym przypadku korzystać z możliwości ukrywania niezbędnych instancji w celu precyzyjnego wskazywania łączonych powierzchni.

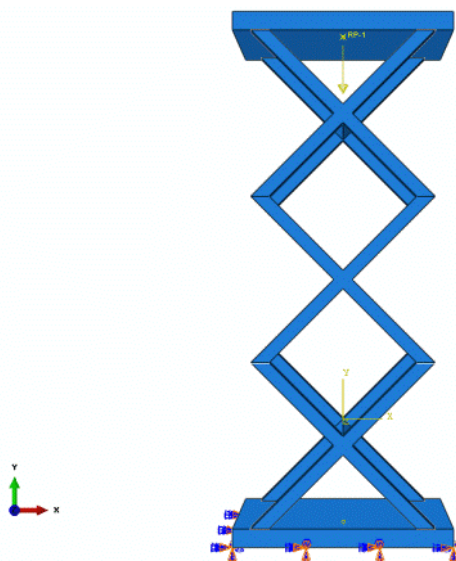
9.7 Definicja warunków brzegowych i obciążenia modelu

– moduł *Load*

Warunki brzegowe modelu numerycznego odpowiadają utwierdzeniu dolnej płyty złożenia, poprzez zablokowanie węzłom znajdującym się na powierzchni utwierdzonej translacyjnych i rotacyjnych stopni swobody. Definicję warunków brzegowych przeprowadza się z wykorzystaniem narzędzia *Create Boundary Condition* , w kroku *Step:Initial*, wybierając procedurę blokowania stopni swobody w węźle *Displacement/Rotation* i zatwierdzając poleceniem *Continue*. Po wskazaniu dolnej powierzchni płyty i zatwierdzeniu wyboru poleceniem *Done* należy zablokować wszystkie stopnie swobody węzłów, zaznaczając w tabeli odpowiednio *U1*, *U2*, *U3*, *UR1*, *UR2*, *UR3* oraz zatwierdzić wykonanie operacji poleceniem *OK* – rys. 9.13.

Obciążenie modelu stanowi siła skupiona przyłożona do punktu w środku górnej płyty – punkt referencyjny *RP*. Definicję obciążenia należy wykonać przy

pomocy narzędzia *Create Load* , nadając nazwę *Obciazenie_1* w kroku *Step:Step-1*, oraz wybierając w kategorii *Mechanical* typ obciążenia *Concentrated Force*. Po zatwierdzeniu ustawień poleceniem *Continue* należy wskazać punkt referencyjny i zatwierdzając wybór poleceniem *Done* należy wpisać wartość obciążenia w pozycji $CF2 = -10$ N, zatwierdzając definicję obciążenia poleceniem *OK* – rys. 9.13.

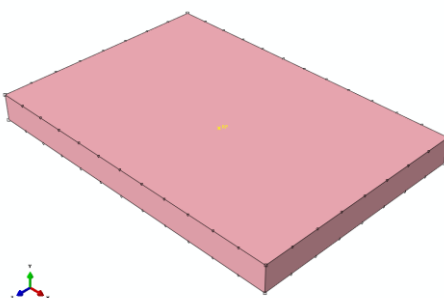


Rys. 9.13. Warunki brzegowe i obciążenie modelu

Zdefiniowane w powyższy sposób warunki brzegowe i obciążenie modelu numerycznego przypisane zostały do modelu geometrycznego i są niezależne od siatki elementów skończonych.

9.8 Budowa siatki elementów skończonych – *moduł Mesh*

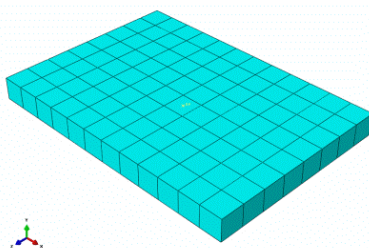
Ze względu na zastosowany w modelu typ instancji *Dependent* proces dyskretyzacji przeprowadza się na części, a nie na instancji. W tym celu nad ekranem roboczym należy w opcji *Object: Part*, wybrać część o nazwie *Płyta*. Definicję ogólnej gęstości siatki elementów skończonych dla całej części wykonuje się z wykorzystaniem narzędzia *Seed Part* , określając przybliżony rozmiar krawędzi elementu skończonego *Approximate global size: 5* i zatwierdzając poleceniem *OK* – rys. 9.14.



Rys. 9.14. Określenie gęstości siatki elementów skończonych

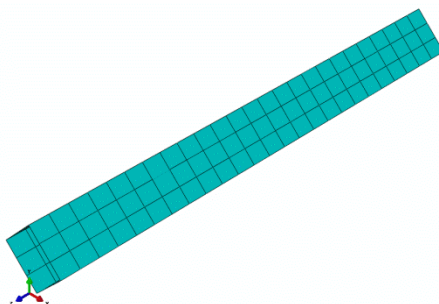
Dla modelu płyty należy wykorzystując narzędzie *Assign Mesh Controls* , po zaznaczeniu całej płyty i zatwierdzeniu poleceniem *Done* zdefiniować regularną siatkę elementów skończonych typu *Structured*, wykorzystując elementy typu heksagonalnego *Quad* oraz zatwierdzić przyjęte parametry siatki poleceniem *OK*.

Kolejnym krokiem jest ustalenie rodzaju elementu skończonego zastosowanego w dyskretyzacji modelu płyty. Używając narzędzia *Assign Element Type*  i zaznaczeniu całej płyty oraz zatwierdzeniu poleceniem *Done* należy wybrać typ elementu skończonego *Family: Discrete Rigid Element* z ustawieniami *Geometric Order: Linear, Quad*. Zastosowany w procesie dyskretyzacji typ elementu skończonego stanowi element dwuwymiarowy, czterowęzłowy z liniową funkcją kształtu – R3D4. Po ustaleniu powyższych parametrów należy zatwierdzić operację poleceniem *OK*. Ostatnim etapem jest przeprowadzenie procesu dyskretyzacji modelu geometrycznego płyty. W tym celu wykorzystując narzędzie *Mesh Part*  należy zatwierdzić poleceniem *OK* wykonanie siatki elementów skończonych wg ustalonych wcześniej parametrów. Otrzymany model dyskretny płyty przedstawia rys. 9.15.



Rys. 9.15. Model dyskretny płyty

Kolejnym etapem jest dyskretyzacja części o nazwie *Wspornik*. W tym celu należy w okienku *Part* znajdującym się nad ekranem roboczym wybrać część o nazwie *Wspornik*. Definicję ogólnej gęstości siatki elementów skończonych dla całej części wykonuje się z wykorzystaniem narzędzia *Seed Part* , określając przybliżony rozmiar krawędzi elementu skończonego *Approximate global size: 1.4* i zatwierdzając poleceniem *OK*. Kolejnym krokiem jest ustalenie rodzaju elementu skończonego zastosowanego w procesie dyskretyzacji modelu wspornika. Z wykorzystaniem narzędzia *Assign Element Type*  należy zaznaczyć całą część i po zatwierdzeniu poleceniem *Done* wybrać typ elementu skończonego *Family: Shell* z ustawieniami *Geometric Order: Linear*. Zastosowany w procesie dyskretyzacji typ elementu skończonego stanowi czterowęzłowy element powłokowy z liniową funkcją kształtu – *S4*. Po ustaleniu powyższych parametrów należy zatwierdzić operację poleceniem *OK*. Ostatnim etapem jest przeprowadzenie procesu dyskretyzacji modelu geometrycznego wspornika. W tym celu wykorzystując narzędzie *Mesh Part*  należy zatwierdzić poleceniem *OK* wykonanie siatki elementów skończonych. Otrzymany model dyskretny belki przedstawia rys. 9.16.



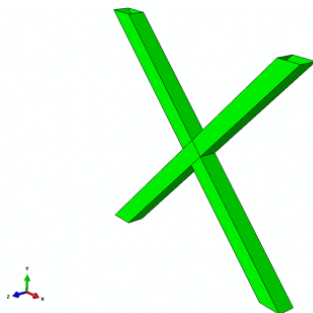
Rys. 9.16. Model dyskretny wspornika

Dla modelu krzyżaka w celu zapewnienia wysokiej jakości siatki elementów skończonych, co dla prostych geometrycznie części nie stanowi skomplikowanego zagadnienia, należy dokonać operacji partycjonowania modelu geometrycznego na proste geometrycznie kształty. Operacja partycjonowania części przeprowadzona zostanie z wykorzystaniem narzędzia *Partition Face:Auto-Partition* . W tym celu należy wskazać ściankę w kształcie *X* i zatwierdzić operację poleceniem *Create Partition*. Operację należy powtórzyć dla przeciwległej ścianki. Po operacji partycjonowania należy ponownie przypisać sekcję do powstałych przez podział powierzchni w module *Property*.

Po wykonaniu partycji należy zdefiniować ogólną gęstość siatki elementów skończonych dla całej części wykorzystując narzędzie *Seed Part* , określając przybliżony rozmiar krawędzi elementu skończonego *Approximate global size: 1.4* i zatwierdzając poleceniem *OK*.

Kolejnym krokiem jest ustalenie rodzaju elementu skończonego zastosowanego w procesie dyskretyzacji modelu krzyżaka. Używając narzędzia *Assign Element Type*  po zaznaczeniu całej części oraz zatwierdzeniu poleceniem *Done* należy wybrać typ elementu skończonego *Family: Shell* z ustawieniami *Geometric Order: Linear*. Zastosowany w procesie dyskretyzacji typ elementu skończonego stanowi czterowęzłowy element powłokowy z liniową funkcją kształtu – S4. Po ustaleniu powyższych parametrów należy zatwierdzić operację poleceniem *OK*.

Ostatnim etapem jest przeprowadzenie procesu dyskretyzacji modelu geometrycznego krzyżaka. W tym celu wykorzystując narzędzie *Mesh Part*  należy zatwierdzić poleceniem *OK* wykonanie siatki elementów skończonych wg ustalonych wcześniej parametrów. Model dyskretny krzyżaka przedstawiono na rys. 9.17.



Rys. 9.17. Model dyskretny krzyżaka

9.9 Wykonanie obliczeń numerycznych – *moduł Job*

W celu przygotowania zadania obliczeniowego należy wykorzystując narzędzie *Create Job*  wpisać nazwę zadania, np. *Name: Rama*, zatwierdzić poleceniem *Continue*, a następnie zaakceptować zadanie obliczeniowe z ustawieniami domyślnymi poleceniem *OK*. W przypadku możliwości równoległego wykorzystania w procesie obliczeń numerycznych większej liczby rdzeni procesora można w zakładce *Parallelization* wybrać opcję *Use multiple processors* wpisując odpowiednią liczbę rdzeni. Obliczenia numeryczne należy uruchomić wykorzystując narzędzie *Job Manager*  poprzez wybranie polecenia *Submit*. Przebieg procesu obliczeń numerycznych można obserwować poprzez

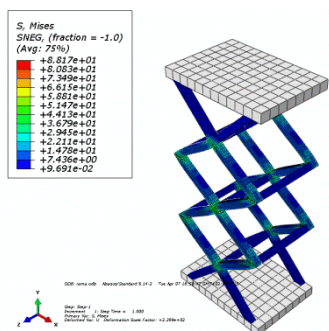
włączenie polecenia *Monitor*. Po zakończeniu procesu obliczeń w celu prezentacji wyników należy włączyć polecenie *Results*.

9.10 Edycja wyników obliczeń numerycznych – *moduł Visualization*

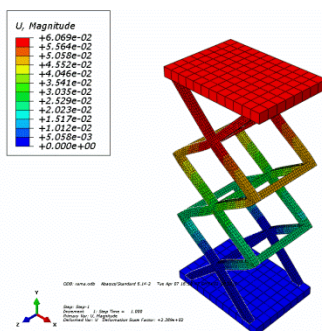
Analiza otrzymanych wyników przeprowadzona zostanie na podstawie rozkładów naprężenia zredukowanego wyznaczonych wg hipotezy wytrzymałościowej Hubera-Misesa-Hencky’ego (H-M-H) oraz przemieszczeń (ugięć) ramy.

Edycję naprężenia zredukowanego w postaci konturowych map naprężenia usytuowanych na tle odkształconego modelu uzyskuje się włączając narzędzie *Plot Contours on Deformed Shape*  – rys. 9.18a. Po prezentacji rozkładów naprężenia zredukowanego należy wyedytować rozkład przemieszczeń węzłowych ramy poprzez wybranie nad oknem roboczym zmiennej *U* (naprężenia miały oznaczenie *S*) z opcją *Magnitude* oznaczającą przemieszczenia wypadkowe – rys. 9.18b.

a)



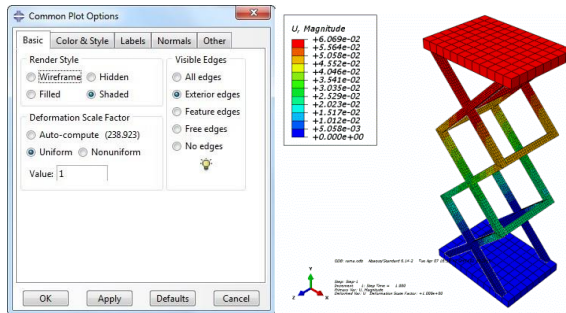
b)



Rys. 9.18. Wyniki obliczeń: a) rozkład naprężenia H-M-H b) mapa przemieszczeń wypadkowych ramy

Jak widać na powyższych rysunkach odkształcenie ramy wyświetlane i jego liczbowa wartość znacznie się od siebie różnią. Jest to domyślne ustawienie wartości, mające na celu lepszą wizualizację charakteru deformacji. Skalę deformacji możemy odczytać na dole ekranu w polu *Deformed Var*: np. 10. Zmiany skali wyświetlania przemieszczeń węzłów modelu można przeprowadzić z wykorzystaniem narzędzia *Common Plot Options* , w zakładce *Basic*,

ustalając w pozycji *Deformation Scale Factor* opcję *Uniform* i wprowadzając dowolną wartość współczynnika skali np. 1. Domyślna wartość widnieje w polu *Auto-compute* – rys. 9.19.



Rys. 9.19. Widok odkształconej ramy dla współczynnika skali wynoszącego 1

Na podstawie otrzymanych wyników obliczeń statycznych ramy można dokonać oceny stopnia wyężenia oraz odkształcenia analizowanej konstrukcji. Maksymalne wartości napężenia zredukowanego H-M-H otrzymano w miejscach połączenia krzyżaków. Wartości napężenia w tych obszarach kształtują się na poziomie $\sigma_z \approx 80$ MPa (rys.9.18a), natomiast maksymalne ugięcie płyty górnej wyniosło $U \approx 0,06$ mm (rys.9.18b). Dla płyt górnej i dolnej ze względu na ich nieodkształcalność nie zostały wyznaczone napężenia i odkształcenia, zostały natomiast wyznaczone przemieszczenia całej płyty.

Jakościowa analiza otrzymanych wyników potwierdza prawidłowy charakter odkształcenia i wyężenia konstrukcji, natomiast ilościowa ocena otrzymanych wartości napężenia zredukowanego potwierdza jej dostateczną wytrzymałość dla zastosowanego materiału – stali. Przeprowadzona w niniejszym rozdziale numeryczna analiza obciążonej ramy stanowi przykład rozwiązania podstawowych zagadnień inżynierskich z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Prezentuje ona możliwość zastosowania elementów powłokowych i elementów sztywnych w modelowaniu konstrukcji. Zaprezentowana na powyższym przykładzie metodyka modelowania pozwoliła na znaczne zmniejszenie ilości węzłów, co prowadzi do znacznego obniżenia rozmiarów zadania obliczeniowego oraz przyspieszenia procesu obliczeń numerycznych.

10. ANALIZA STATYCZNA ZAPINKI

10.1 Wprowadzenie

Przedmiotem analizy numerycznej jest model zapinki, stanowiący przykład rozwiązania zagadnienia kontaktowego współpracujących elementów. W prezentowanym przykładzie przeprowadzono dyskretyzację konstrukcji przy wykorzystaniu trójwymiarowych elementów bryłowych typu C3D8R (elementy ośmiowęzłowe o 3 stopniach swobody w każdym węźle, z liniową funkcją kształtu oraz zredukowanym całkowaniem).

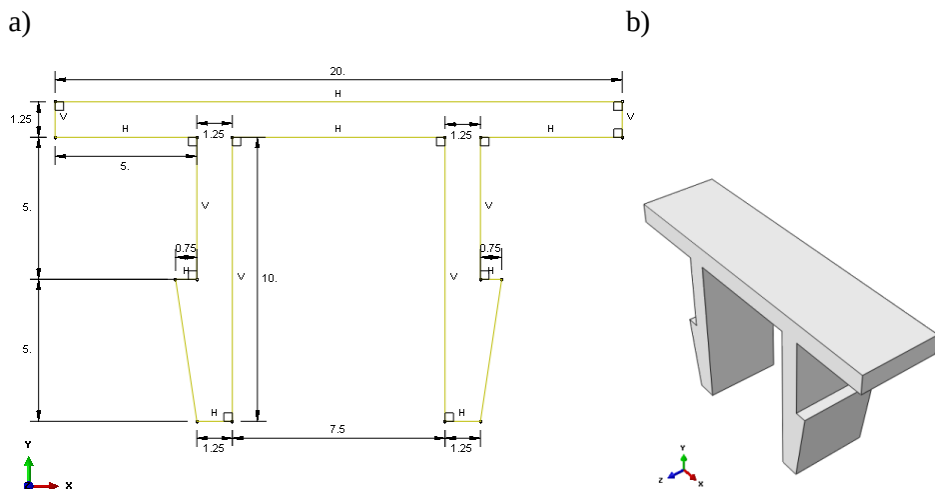
Przykład rozwiązany zostanie jako obliczenia statyczne z wykorzystaniem zagadnienia geometrycznie nieliniowego, z liniowo-sprężystą charakterystyką zastosowanych materiałów (zagadnienie fizycznie liniowe).

10.2 Budowa modelu geometrycznego – *moduł Part*

Model geometryczny kompletnej zapinki składa się z dwóch części, które zostaną wykonane jako elementy bryłowe. Wykorzystując narzędzie *Create Part*  należy wpisać nazwę pierwszego elementu *Wsuwka*, oraz ustalić parametry części jako element *3D*, ciało odkształcalne typu *Deformable*, wykonane jako element bryłowy *Solid* metodą wyciągnięcia profilu *Extrusion*, akceptując ustawienia poleceniem *Continue*.

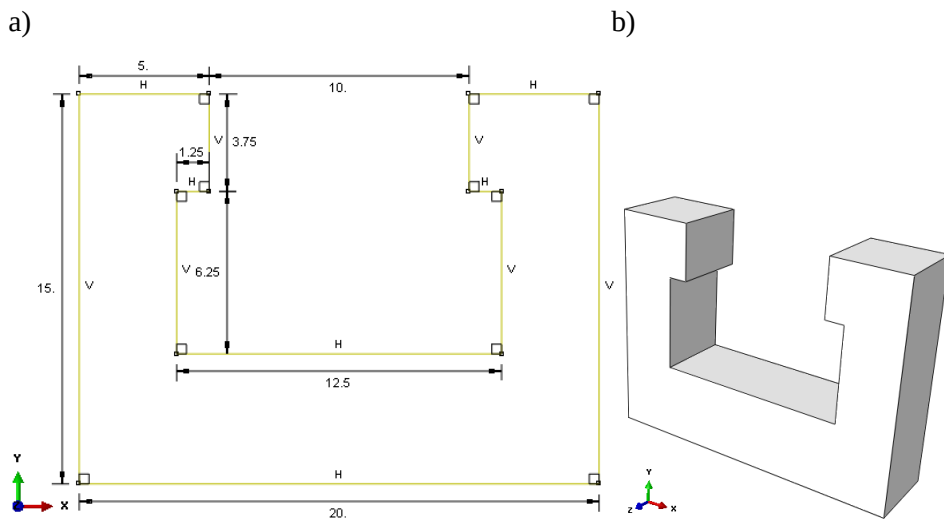
Szkic profilu części należy wykonać z wykorzystaniem jednego narzędzia *Create Lines: Connected* . Niezbędne wymiary należy nanieść przy użyciu narzędzia *Add Dimension* , natomiast edycji oraz modyfikacji wymiarów przeprowadzić narzędziem *Edit Dimension Value* , poprzez zaznaczenie danego wymiaru i nadanie poprawnej jego wartości. Postać zwymiarowanego szkicu przedstawiono na rys. 10.1a.

Po zatwierdzeniu narysowanego profilu poleceniem *Done* w nowo otwartym oknie należy wprowadzić długość wyciągnięcia *Depth*: 5, ustalając tym samym grubość zapinki. Wszelkie wymiary geometryczne dotyczące tworzenia modelu podane są w [mm].



Rys. 10.1. Model geometryczny wsuwki: a) przekrój poprzeczny, b) model 3D

W analogiczny sposób należy wykonać drugą część, nadając jej nazwę *Zapinka*. Przekrój poprzeczny wraz z niezbędnymi wymiarami przedstawiono na rys. 10.2., natomiast grubość elementu wynosi również *Depth: 5*.



Rys. 10.2. Model geometryczny zapinki: a) przekrój poprzeczny, b) model 3D

10.3 Definicja właściwości materiałowych – *moduł Property*

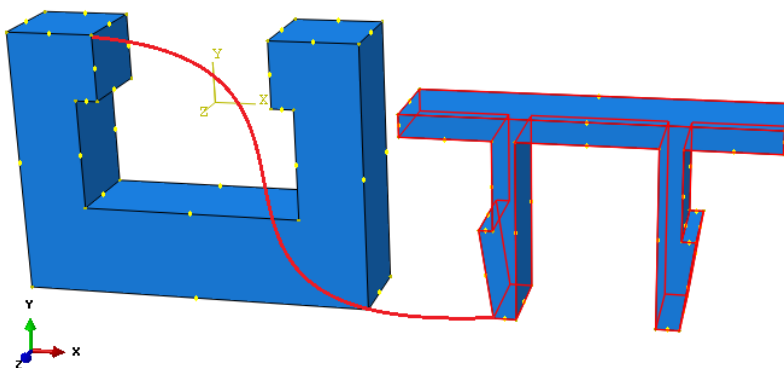
Dla obydwu części zdefiniowany zostanie model materiału o charakterystyce liniowo-sprężystej. W tym celu wykorzystując narzędzie *Create Material*  należy zdefiniować materiał o nazwie *Nylon*, dla którego w zakładce *Mechanical/Elasticity/Elastic* należy określić dwa niezależne parametry materiału: moduł sztywności podłużnej *Young's Modulus: 2000* [MPa] oraz współczynnik Poissona stanowiący stosunek odkształcenia poprzecznego do podłużnego *Poisson's Ratio: 0.39*, zatwierdzając wprowadzone ustawienia poleceniem *OK*.

Sekcję z przypisanymi właściwościami materiałowymi należy zbudować za pomocą narzędzia *Create Section* , przypisując jej nazwę *Nylon* oraz właściwości *Solid/Homogeneous* i materiał o nazwie *Nylon*, zatwierdzając wprowadzone dane poleceniem *OK*.

Utworzoną w powyższy sposób sekcję należy przypisać do obydwu wykonanych części modelu, wybierając kolejno nad ekranem roboczym w okienku *Part* poszczególne części i wykorzystując narzędzie *Assign Section* . Po zaznaczeniu utworzonej części i zatwierdzeniu wyboru poleceniem *Done*, należy zaakceptować przypisanie sekcji poleceniem *OK*. Po wykonaniu powyższych operacji obydwie części powinny zmienić kolor na zielony, co oznacza przypisanie do nich właściwości fizycznych.

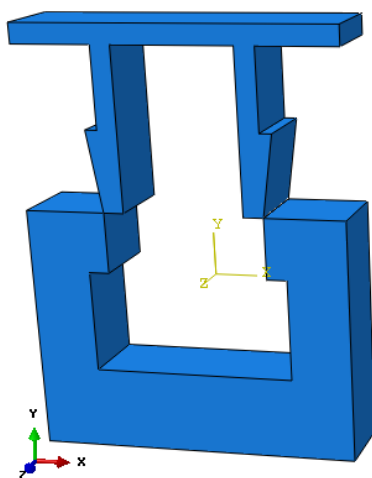
10.4 Tworzenie instancji części – *moduł Assembly*

W module *Assembly* wykonane zostaną instancje obydwu części oraz ich złożenie. Wykorzystując narzędzie *Instance Part*  należy w oknie listy części zaznaczyć z wciśniętym klawiszem *Shift* z klawiatury obydwie części (z zaznaczoną opcją *Auto-offset from other instances*, dzięki której tworzone instancje nie będą się pokrywały na ekranie) i zatwierdzić utworzenie instancji poleceniem *OK*. W celu wykonania złożenia modelu należy wykorzystując narzędzie *Translate Instance*  dokonać odpowiedniego ustawienia części względem siebie. Wybierając jako przesuwaną instancję element o nazwie *Zapinka* i zatwierdzając wybór poleceniem *Done* należy zdefiniować wektor przesunięcia poprzez wskazanie dwóch punktów zgodnie z rysunkiem 10.3.



Rys. 10.3. Wybranie odpowiednich punktów definiujących wektor translacji

Po wyborze odpowiednich punktów należy zatwierdzić ustawienie elementów w przestrzeni poleceniem OK. Otrzymane złożenie zostało przedstawione na rys. 10.4.



Rys. 10.4. Złożenie zapinki

10.5 Definicja analizy numerycznej – *moduł Step*

Analiza numeryczna przeprowadzona zostanie jako klasyczne zadanie statyczne z uwzględnieniem zagadnienia kontaktowego. Wybierając narzędzie *Create Step* , należy ustalić nazwę kroku obliczeniowego jako *Statyka*

i wybrać typ analizy jako *Static*, *General* oraz zatwierdzić wybór poleceniem *Continue*.

W nowo otwartym oknie dialogowym należy ustalić parametry analizy statycznej, wpisując *Time period: 1* oraz włączając poleceniem *ON* opcję *Nonlinear* (zagadnienie geometrycznie nieliniowe), natomiast w zakładce *Incrementation* należy ustalić wartość początkowego inkrementu *Increment size: Initial: 0.05*. Po ustawieniu powyższych parametrów analizy należy zatwierdzić całość poleceniem *OK*.

10.6 Interakcje pomiędzy współpracującymi częściami modelu – *moduł Interaction*

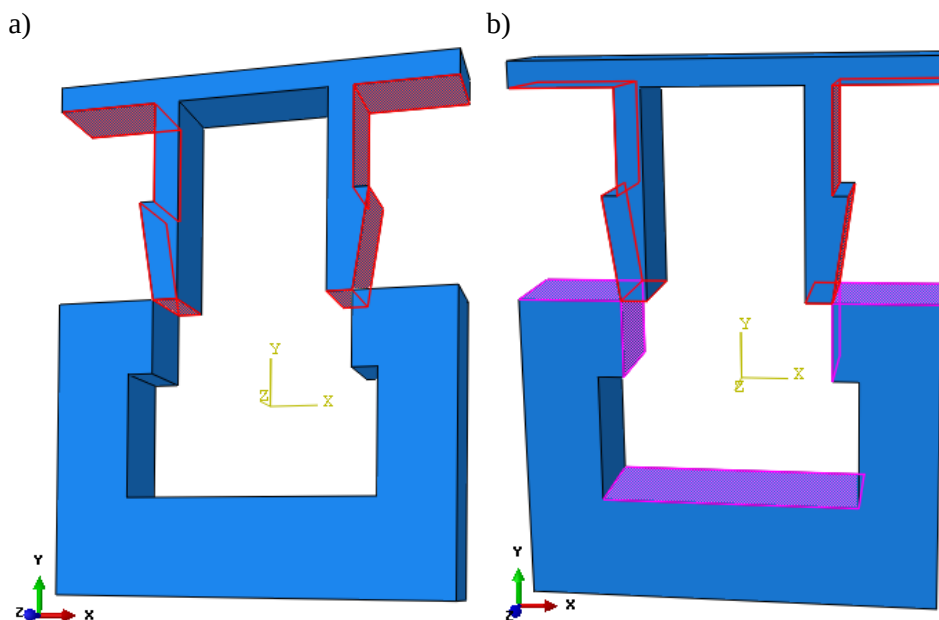
Podstawowym rodzajem interakcji w analizowanym przykładzie są interakcje kontaktowe, które zdefiniowane zostaną jako kontakt powierzchniowy pomiędzy wybranymi indywidualnie parami kontaktowymi.

W pierwszej kolejności zdefiniowane zostaną właściwości fizyczne kontaktu, z wykorzystaniem narzędzia *Create Interaction Property* . Po ustaleniu nazwy interakcji jako *Kontakt* oraz wybraniu z listy typu interakcji o nazwie *Contact* i zatwierdzeniu wyboru poleceniem *Continue* otworzone zostanie okno umożliwiające określenie właściwości definiowanych interakcji kontaktowych. W niniejszym przykładzie zdefiniowane zostaną właściwości kontaktu pomiędzy współpracującymi powierzchniami na kierunku normalnym oraz stycznym. Oddziaływania na kierunku normalnym – naciski, należy zdefiniować poprzez wybór zakładki *Mechanical/Normal Behavior*, z ustawieniami „*Hard*” *Contact* oraz metodą *Penalty (Standard)* w odpowiednich oknach wyboru. Oddziaływania na kierunku stycznym definiuje się poprzez wybór zakładki *Mechanical/Tangential Behavior* z opcją *Frictionless*, pomijającą efekt tarcia pomiędzy powierzchniami, ze względu na dobre właściwości ślizgowe tworzywa sztucznego i znikomy w tym przypadku współczynnik tarcia. Po ustaleniu wszystkich właściwości definiowanego kontaktu całość należy zatwierdzić poleceniem *OK*.

Kolejnym korkiem jest definicja poszczególnych par kontaktowych w modelu, określających obszary współpracy poszczególnych części modelu. Definicja par kontaktowych przeprowadzona zostanie z wykorzystaniem narzędzia *Create Interaction* , w którym należy zdefiniować następujące parametry: w zakładce *Step* wybrać etap analizy, w którym zdefiniowana zostanie para kontaktowa – krok *Initial*, a następnie wybrać rodzaj interakcji kontaktowych jako *Surface-to-surface contact (Standard)* oraz zatwierdzić poleceniem *Continue*.

Pierwszym etapem definicji pary kontaktowej będzie określenie powierzchni nadrzędnych kontaktu – powierzchnia typu *Master*, które należy wybrać z wciśniętym klawiszem *Shift* w części o nazwie *Wsuwka* z klawiatury w sposób pokazany na rys. 10.5a oraz zatwierdzić wybór poleceniem *Done*. W przypadku błędnego zaznaczenia powierzchni, odznaczeń dokonuje się z wciśniętym klawiszem *Ctrl* z klawiatury.

Kolejnym krokiem jest definicja powierzchni podrzędnej kontaktu – powierzchnia typu *Slave*. W tym celu należy pod oknem roboczym wybrać w poleceniu *Choose the slave type* opcję *Surface*, a następnie z wciśniętym klawiszem *Shift* z klawiatury w części o nazwie *Zapinka* wybrać grupę powierzchni w sposób pokazany na rys. 10.5b, zatwierdzając wybór poleceniem *Done*.



Rys. 10.5. Definicja pary kontaktowej:
a) powierzchnia typu *Master*, b) powierzchnia typu *Slave*

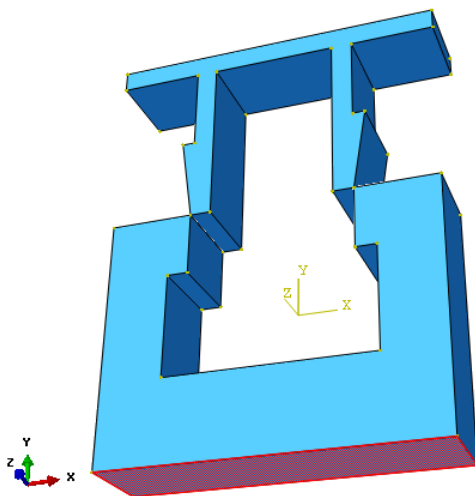
Po zatwierdzeniu wyboru powierzchni kontaktowych w nowo otwartym oknie należy ustalić właściwości pary kontaktowej, poprzez uwzględnienie w obliczeniach automatycznej stabilizacji zagadnienia kontaktowego. W tym celu, nie przerywając definicji pary kontaktowej, należy w drzewie struktury modelu wybrać gałąź o nazwie *Contact Controls*, poprzez dwukrotne jej kliknięcie lewym przyciskiem myszy. W nowo otwartym oknie dialogowym

należy wpisać nazwę *Stabilizacja kontaktu*, zatwierdzając ją poleceniem *Continue*. W zakładce *Stabilization* należy włączyć opcję *Automatic stabilization*, zatwierdzając wybór poleceniem *OK*.

Zdefiniowaną w powyższy sposób stabilizację zagadnienia kontaktowego należy uwzględnić w definiowanej parze kontaktowej, zmieniając w okienku *Contact Controls* opcję z *Default* na *Stabilizacja kontaktu* i zatwierdzając utworzenie pary kontaktowej poleceniem *OK*.

10.7 Definicja warunków brzegowych i obciążenia modelu – moduł *Load*

Warunki brzegowe modelu numerycznego zdefiniowane zostaną poprzez zablokowanie wybranych stopni swobody węzłów modelu w module *Load*. Definicję warunków brzegowych rozpoczynamy od utwierdzenia dolnej płaszczyzny części o nazwie *Zapinka*, z wykorzystaniem narzędzia *Create Boundary Condition* , nadając nazwę *Utwierdzenie*, w kroku analizy *Step: Initial*, wybierając metodę definicji warunków brzegowych *Displacement/Rotation*. Po zatwierdzeniu ustawień poleceniem *Continue*, należy zaznaczyć i zatwierdzić poleceniem *Done* powierzchnię utwierdzenia pokazaną na rys. 10.6.

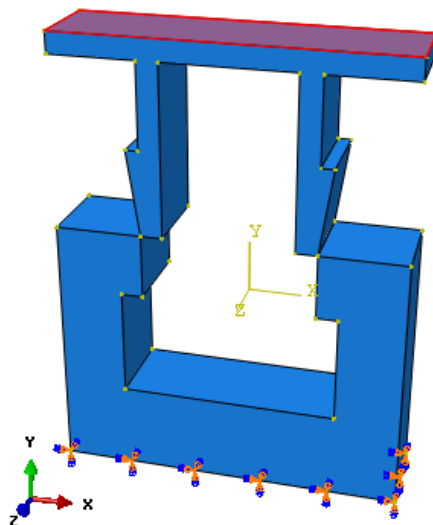


Rys. 10.6. Utwierdzenie części *Zapinka*

W nowo otwartym oknie dialogowym należy zablokować pierwsze trzy stopnie swobody węzłów, zaznaczając w tabeli odpowiednio *U1*, *U2*, *U3* oraz

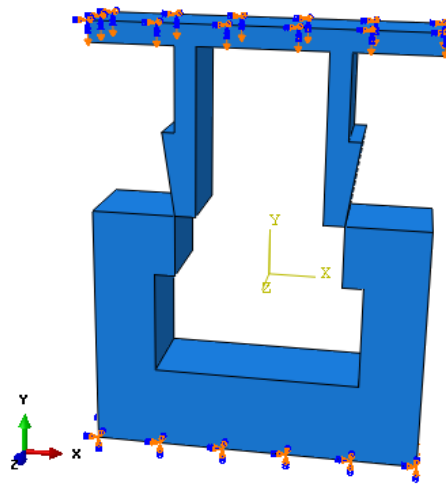
zatwierdzając poleceniem *OK*. Zdefiniowane warunki brzegowe stanowią pełne utwierdzenie węzłów czołowej powierzchni *Zapinki*, ponieważ elementy bryłowe posiadają w swoim opisie tylko 3 translacyjne stopnie swobody w węźle elementu.

Kolejnym krokiem jest ustalenie obciążenia modelu oraz warunków brzegowych dla części o nazwie *Wsuwka*. W rozważanym przypadku obciążenie zostanie zrealizowane metodą przemieszczeniową, tzn. poprzez narzucenie zadanej wartości przemieszczenia dla górnej powierzchni *Wsuwki*. Definicja obciążenia modelu wykonana zostanie z wykorzystaniem narzędzia *Create Boundary Condition* , w którym należy określić nazwę warunków brzegowych jako *Przemieszczenie*, w kroku analizy *Step: Statyka*, wybierając metodę realizacji warunków brzegowych *Displacement/Rotation*. Po zatwierdzeniu ustawień poleceniem *Continue*, należy wybrać czołową powierzchnię części, zatwierdzając wybór poleceniem *Done* – rys. 10.7.



Rys. 10.7. Ustalenie przemieszczenia

W nowo otwartym oknie dialogowym narzędzia należy włączając odpowiednie pola zadać zerowe przemieszczenia *U1* i *U3*, zadając jednocześnie przemieszczenie na kierunku osi *Y* o wartości *U2*: -10 mm, zatwierdzając ustalone wartości poleceniem *OK*.



Rys. 10.8. Warunki brzegowe i obciążenie modelu numerycznego

10.8 Budowa siatki elementów skończonych – *moduł Mesh*

W celu przeprowadzenia dyskretyzacji modelu geometrycznego należy nad oknem roboczym programu w pozycji *Object* przełączyć ustawienie z kategorii *Assembly* na opcję *Part: Zapinka* – dyskretyzacja modelu przeprowadzona zostanie bezpośrednio na części.

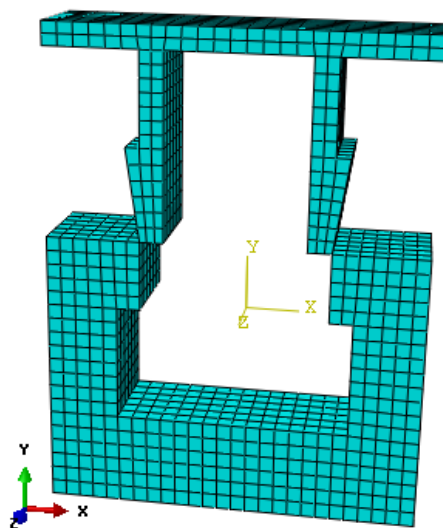
W celu określenia typu i parametrów siatki elementów skończonych należy wykorzystując narzędzie *Assign Mesh Controls*  zaznaczyć cały obiekt oraz zatwierdzając poleceniem *Done* ustawić parametry siatki na *Hex/Sweep* z algorytmem jej tworzenia względem osi symetrii modelu *Medial axis* oraz zatwierdzić całość poleceniem *OK*.

Wykorzystując narzędzie *Seed Part* , należy ustalić globalną gęstość siatki elementów skończonych dyskretyzowanej części w poleceniu *Approximate global size* na wartość *0.8* i zatwierdzić poleceniem *OK*.

Proces dyskretyzacji części przeprowadzony zostanie z wykorzystaniem narzędzia *Mesh Part* , poprzez zatwierdzenie operacji poleceniem *Yes*, znajdującym się pod oknem roboczym programu.

Postępując analogicznie należy z tymi samymi ustawieniami dokonać dyskretyzacji drugiej części, wybierając nad oknem roboczym programu w pozycji *Part: Wsuwka*.

Widok modelu dyskretnego przedstawiono na rys. 10.9.



Rys. 10.9. Model dyskretny zapinki

10.9 Wykonanie obliczeń numerycznych – *moduł Job*

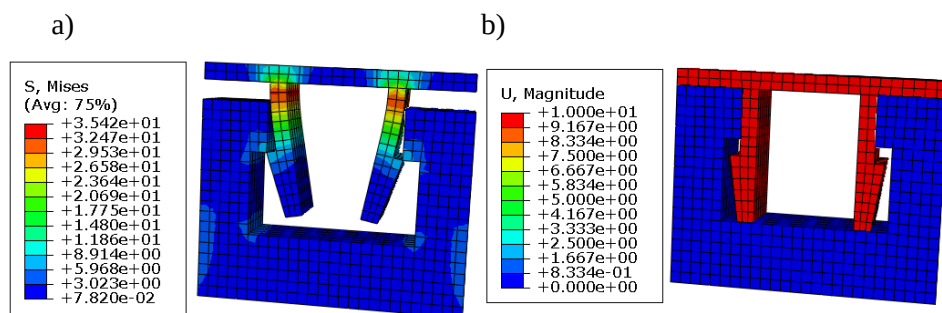
W celu przygotowania zadania obliczeniowego należy wykorzystując narzędzie *Create Job* , wpisać nazwę zadania *Name: Zapinka*, zatwierdzić poleceniem *Continue*, a następnie zatwierdzić zadanie obliczeniowe z ustawieniami domyślnymi poleceniem *OK*. W przypadku możliwości równoległego wykorzystania w procesie obliczeń numerycznych większej liczby rdzeni procesora można w zakładce *Parallelization* wybrać opcję *Use multiple processors* wpisując odpowiednią liczbę rdzeni (np. 2).

Obliczenia numeryczne należy uruchomić wykorzystując narzędzie *Job Manager* , poprzez wybranie polecenia *Submit*. Przebieg procesu obliczeń numerycznych można obserwować poprzez włączenie polecenia *Monitor*. Zakończenie procesu obliczeń numerycznych zostanie zasygnalizowane odpowiednim komunikatem w oknie dialogowym *Monitor* oraz przez osiągnięcie w zakładce *Total Time* i *Step Time* wartości 1.

Po zakończeniu procesu obliczeń w celu prezentacji wyników należy włączyć polecenie *Results*.

10.10 Edycja wyników obliczeń numerycznych – *moduł Visualization*

Analiza otrzymanych wyników przeprowadzona zostanie na podstawie rozkładów naprężeń zredukowanych, wyznaczonych według hipotezy wytrzymałościowej Hubera-Misesa-Hencky'ego (H-M-H) oraz przemieszczeń węzłowych modelu. Wizualizację rozkładów naprężenia zredukowanego H-M-H otrzymamy włączając narzędzie *Plot Contours on Deformed Shape*. Zwiększenie czcionki wyświetlanych wartości liczbowych można uzyskać wykorzystując narzędzie z górnego menu programu *Viewport/Viewport Annotation Options*. W tym celu należy w nowo otwartym oknie dialogowym w zakładce *Legend* zaznaczyć polecenie *Set Font*, po czym podopcję *Size*, zmieniając rozmiar czcionki wyświetlanej na ekranie – zmianę należy zatwierdzić poleceniem *OK*. W celu obserwacji zachowania się modelu krok po kroku w trakcie procesu obciążania należy posługiwać się przewijaniem klatek animacji przy użyciu opcji *Previous* lub *Next*, znajdujących się nad oknem roboczym programu. Wyświetlane wartości naprężenia zredukowanego podawane są w tym przypadku w *MPa*, co wynika bezpośrednio z jednostek wprowadzanych w trakcie przygotowania modelu numerycznego. Ogólną mapę naprężenia zredukowanego w modelu numerycznym, których maksymalne wartości osiągają poziom 35.42 MPa ($+3.542\text{e}+01$ oznacza $3.542 \times 10^1 = 35.42$) przedstawiono na rysunku 10.10a. W celu wyświetlenia mapy przemieszczeń modelu numerycznego należy w oknie znajdującym się nad ekranem roboczym zmienić opcję z *S* (oznaczającą naprężenia – *Stress*) na opcję *U* oznaczającą przemieszczenia węzłowe modelu (*Displacement, Magnitude* – przemieszczenia wypadkowe). Mapę przemieszczeń wypadkowych modelu, których maksymalna wartość oznaczona kolorem czerwonym wynosi $U=10$ mm (tyle wynosiło obciążenie modelu realizowane przesunięciem górnej powierzchni części *Wsuwka* względem osi *Y*) prezentuje rysunek 10.10b.



Rys. 10.10. Wyniki obliczeń: a) rozkład naprężeń zredukowanych H-M-H, b) mapa przemieszczeń węzłowych modelu

Poddając analizie otrzymane wartości naprężeń zredukowanych w poszczególnych częściach modelu numerycznego należy je odnieść np. do granicy plastyczności materiału, którą dla zastosowanego tworzywa *Nylon* przyjęto $R_e=60$ MPa. Przy założonym przemieszczeniu górnej części modelu o wartości 10 mm, zapewniającą całkowite wciśnięcie *Wsuwki* w *Zapinkę*, w modelu numerycznym maksymalne naprężenia zredukowane kształtują się na poziomie $\sigma_z=35.4$ MPa – rys. 10.10a. Porównując maksymalne wartości naprężenia zredukowanego otrzymane w modelu numerycznym z danymi materiałowymi należy stwierdzić, że warunki pracy modelu są poprawne.

Prezentowana w niniejszym rozdziale numeryczna analiza stanowi przykład obliczeń, w których zagadnienia kontaktowe odgrywają istotną rolę w pracy modelowanego zespołu.

11. ANALIZA STATYCZNA WAŁU CARDANA

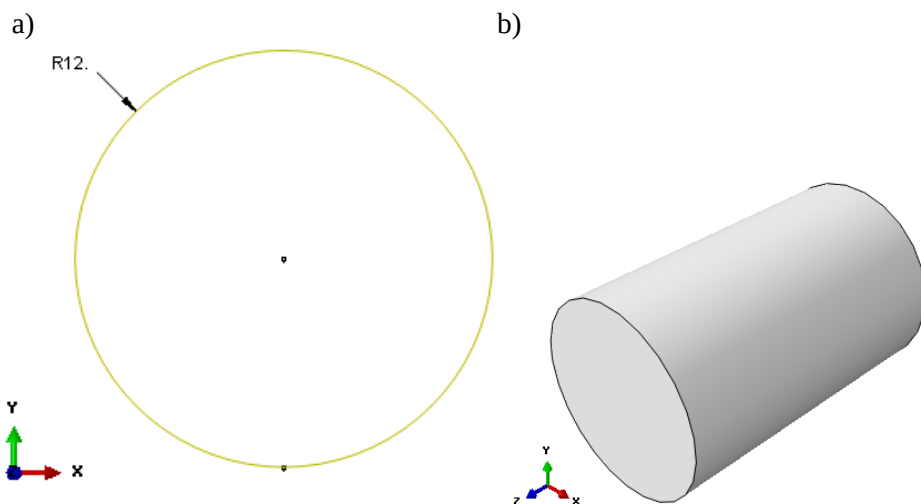
11.1 Wprowadzenie

W niniejszym rozdziale zaprezentowana zostanie numeryczna analiza wału Cardana, poddanego obciążeniu skręcającemu. Dyskretyzację rozważanej konstrukcji przeprowadzono z wykorzystaniem trójwymiarowych elementów bryłowych typu C3D8R – elementy ośmiowęzłowe posiadające po 3 translacyjne stopnie swobody w każdym węźle ze zredukowanym całkowaniem. Podstawowym celem prezentowanego przykładu jest modelowanie układów złożonych z kilku elementów oraz wzajemnych interakcji pomiędzy współpracującymi częściami – zagadnienia kontaktowe. Etapy przygotowania zadania numerycznego przedstawione zostaną w kolejności, w jakiej wykonywano je w programie ABAQUS®.

11.2 Budowa modelu geometrycznego – *moduł Part*

Każdy z 4 elementów projektowanego mechanizmu wykonany zostanie przy użyciu opcji *Create Part* , jako część 3D, element odkształcalny typu *Deformable*, stanowiący geometrię bryłową wygenerowaną poprzez wyciągnięcie przekroju z opcją *Extrusion*.

Pierwszy element wału o nazwie „*Cardan_1*” otrzymany zostanie poprzez wyciągnięcie szkicu stanowiącego okrąg narysowany z wykorzystaniem narzędzia *Create Circle*  – rys. 11.1. Narysowany okrąg należy zwymiarować za pomocą narzędzia *Add Dimension* , a następnie zmodyfikować wartość promienia do wartości 12 mm – narzędzie *Edit Dimension Value* . Po zakończeniu wymiarowania należy zaakceptować wykonywanie *sketchu* poprzez wciśnięcie przycisku *Done* na dole ekranu, a następnie wpisać długość wyciągania profilu *Depth: 38* i zaakceptować poleceniem OK. Wynikiem wykonanych operacji będzie model przestrzenny przedstawiony na rys. 11.1b.



Rys. 11.1. Model geometryczny pierwszego elementu: a) szkic, b) model 3D

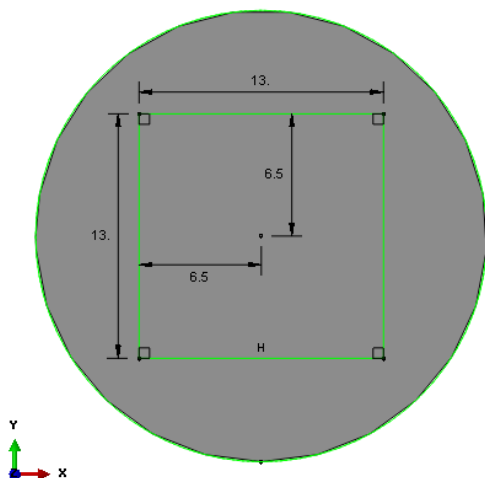
Kolejnym krokiem jest wykonanie wycięcia w wygenerowanej bryle. W tym celu należy użyć opcji *Create Cut: Extrude* , oraz wybrać czołową powierzchnię wykonanego walca, a także wskazać krawędź tej powierzchni.

Używając opcji *Create Lines: Rectangle* , należy narysować kwadrat o długościach boków 13 i odległościach każdego boku, od środka układu współrzędnych 6.5 – rys. 11.2a.

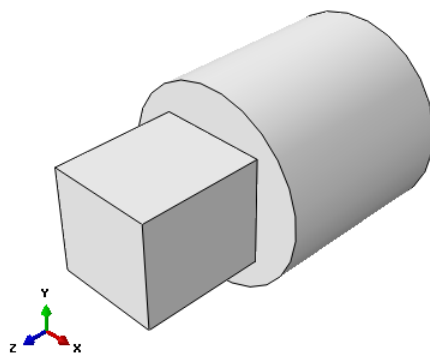
Drugim etapem rysowania szkicu jest rzutowanie krawędzi walca z wykorzystaniem opcji *Project Edges* , i zatwierdzeniu operacji poleceniem *Done*. W celu wykonania wycięcia w istniejącej bryle należy zatwierdzić szkic poleceniem *Done* oraz zdefiniować następujące parametry operacji: typ wycięcia *Blind* oraz wartość wycięcia 15 zatwierdzając poleceniem *OK*.

W przypadku, gdy zwrot operacji wycinania jest ustawiony w stronę przeciwną, niż materiał, należy dokonać zmiany zwrotu z wykorzystaniem polecenia *Extrude Direction*. Wyniki przeprowadzonej operacji przedstawia rys. 11.2b.

a)

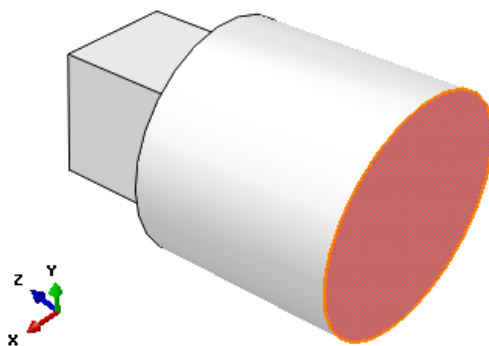


b)



Rys. 11.2. Wykonanie wycięcia: a) *Sketch*, b) wynik operacji wycięcia

Kolejnym etapem tworzenia części jest wykonanie wycięcia z drugiej strony modelu. W tym celu analogicznie do poprzedniej operacji, należy wyznaczyć powierzchnię *Sketch'u*, wykorzystując narzędzie *Create Cut: Extrude* i wskazując czołową płaszczyznę walca oraz jego obwód – rys. 11.3.



Rys. 11.3. Określenie płaszczyzny *Sketch'u*

Szkic należy narysować wykorzystując narzędzie *Create Lines: Connected* oraz wymiarując w sposób przedstawiony na rys. 11.4 z wykorzystaniem narzędzi *Add Dimension* oraz *Edit Dimension Value*. Po zatwierdzeniu szkicu

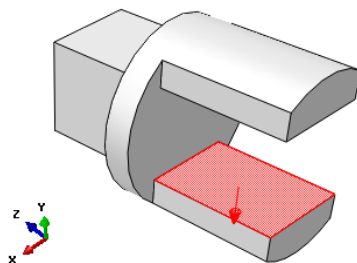


Rys. 11.4. Szkic operacji wycięcia



Rys. 11.5. Model części po operacji wycięcia

Kolejnym etapem wykonywania modelu geometrycznego części jest wykonanie otworów w ściankach elementu. Otwory wykonane zostaną z wykorzystaniem narzędzia *Create Cut: Circular Hole* z opcją *Through All*, na płaszczyźnie zaznaczonej na rys. 11.6.

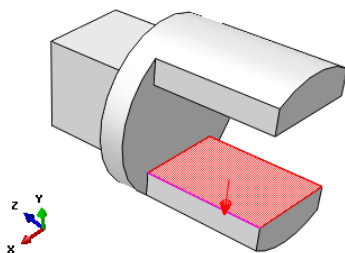


Rys. 11.6. Wybór płaszczyzny do wykonania otworu

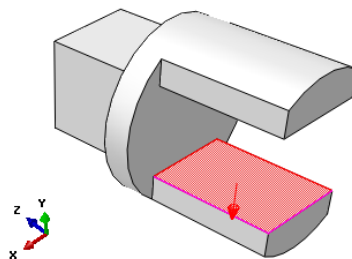
Zatwierdzenie płaszczyzny na której będzie wykonywany otwór należy wykonać poleceniem *OK*, po upewnieniu się, że zwrot strzałki skierowany jest w głąb materiału części (w przeciwnym przypadku przed zatwierdzeniem płaszczyzny należy zmienić zwrot strzałki poleceniem *Flip*).

Kolejnym etapem jest zwymiarowanie położenia środka otworu, które w powyższym przypadku będzie zdefiniowane względem krawędzi wybranej płaszczyzny. W tym celu należy wskazać pierwszą krawędź – rys. 11.7a, ustalając wartość położenia środka okręgu na 6.5 i zatwierdzając klawiszem *Enter* z klawiatury. W analogiczny sposób należy ustalić położenie środka otworu na wartość 6.5 względem drugiej krawędzi wybranej płaszczyzny – rys. 11.7b. Po zatwierdzeniu operacji klawiszem *Enter* należy wprowadzić wartość średnicy otworu 6 również potwierdzając poleceniem *Enter* z klawiatury. Wynik operacji przedstawia rys. 11.8.

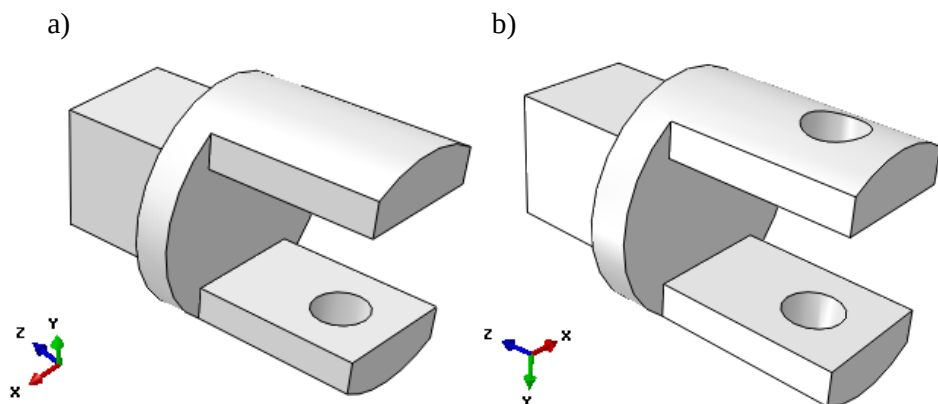
a)



b)

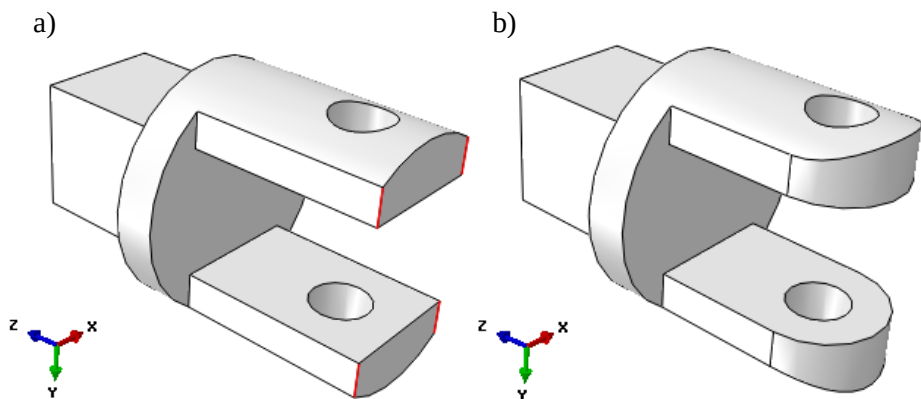


Rys. 11.7. Ustalenie położenia środka otworu



Rys. 11.8. Wynik operacji wycięcia otworów

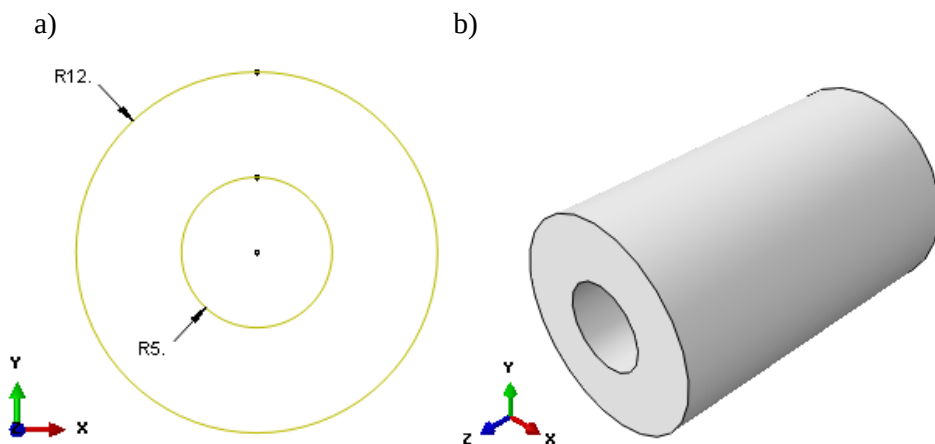
Postępując w sposób analogiczny należy wykonać wycięcie otworu na przeciwległej ścianie części – rys. 11.8b. Ostatnią operacją jest wykonanie promieni zaokrągleń odpowiednich krawędzi w ściankach elementu. Zaokrąglenie krawędzi przedstawionych na rys. 11.9a wykonane zostanie z wykorzystaniem *Create Round or Fillet* . Krawędzie należy wybrać z użyciem klawisza *Shift* z klawiatury, zatwierdzić poleceniem *Done*, a następnie wprowadzić wartość promienia 6.5 oraz zatwierdzić poleceniem *Enter* z klawiatury – rys. 11.9b.



Rys. 11.9. Wykonanie zaokrągleń krawędzi części: a) wybór krawędzi, b) efekt operacji

Drugi element o nazwie „*Cardan_2*” zostanie utworzony w sposób analogiczny jak pierwszy, przy wykorzystaniu narzędzia *Create Part* z ustawieniami: obiekt 3D, element odkształcalny typu *Deformable*, element typu *Solid*, finalnie generowany opcją *Extrusion*.

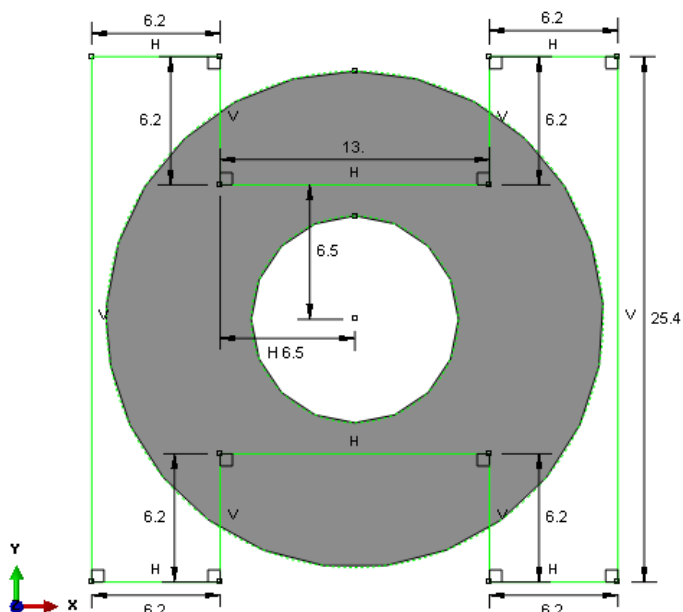
Przekrój poprzeczny elementu stanowią dwa współśrodkowe okręgi, które należy wykonać zaczynając rysowanie w początku układu współrzędnych, z wykorzystaniem narzędzia *Create Circle*. Wymiarowanie okręgów należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Add Dimension* wpisując wartość promienia większego okręgu 12 oraz mniejszego okręgu 5. Po zaakceptowaniu szkicu poleceniem *Done* w dolnej części okna, należy wpisać w nowo otwartym oknie wartość wyciągnięcia *Depth: 38* i zaakceptować poleceniem *OK*. Szkic oraz wynik operacji wyciągania przedstawiono na rys. 11.10.



Rys. 11.10. Model geometryczny drugiego elementu: a) szkic, b) model 3D

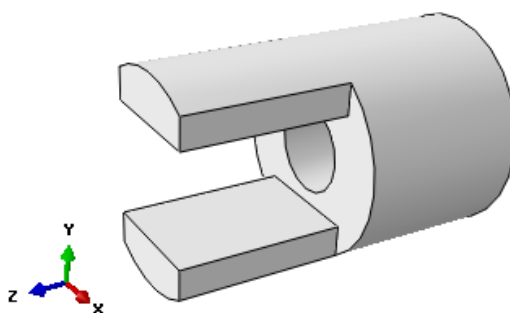
Kolejnym krokiem jest wykonanie wycięcia z wykorzystaniem narzędzia *Create Cut: Extrude*, którego szkic wykonany zostanie na czołowej powierzchni bryły, po wskazaniu płaszczyzny rysowania oraz krawędzi zewnętrznego okręgu w sposób pokazany na rys. 11.11.

Szkic należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Create Lines: Connected* oraz po zwymiarowaniu zatwierdzić poleceniem *Done*.



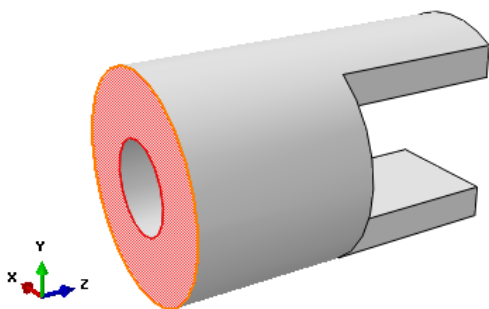
Rys. 11.11. Szkic wycięcia w drugim elemencie

W nowo otwartym oknie konieczna jest zmiana typu wycięcia z opcji *Through All* na *Blind* oraz wpisanie wartości wycięcia 19. W przypadku, gdy kierunek wycięcia nie jest skierowany w głąb materiału bryły, należy zmienić kierunek wycięcia używając opcji *Extrude Direction* oraz zatwierdzić operację wycięcia OK. Obiekt po operacji wycięcia przedstawia rysunek 11.12.



Rys. 11.12. Wynik operacji wycięcia w modelu 3D

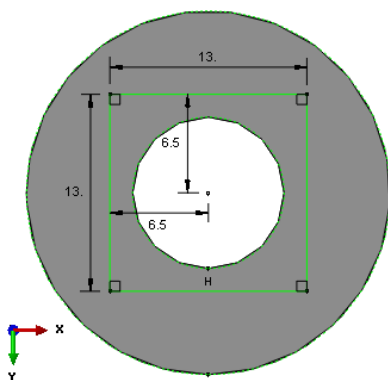
Kolejnym etapem tworzenia części jest wykonanie wycięcia z drugiej strony bryły. W tym celu używając narzędzia *Create Cut: Extrude* , należy wybrać płaską powierzchnię bryły, a także zewnętrzną krawędź tej powierzchni zgodnie z rysunkiem 11.13.



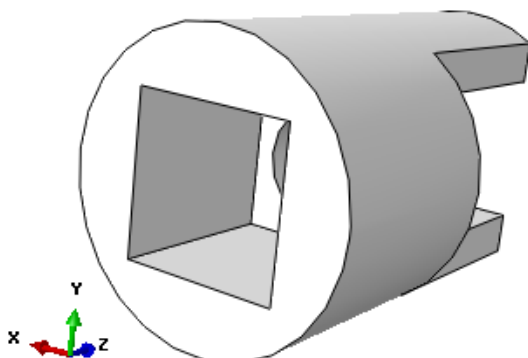
Rys. 11.13. Wybór płaszczyzny i krawędzi drugiego wycięcia w modelu 3D

Na wskazanej płaszczyźnie używając narzędzia *Create Lines: Rectangle* , należy narysować kwadrat o długościach boków 13 i odległościach każdego boku, od środka układu współrzędnych 6.5. Po zaakceptowaniu szkicu poleceniem *Done* w nowo otwartym oknie należy zmienić typ wycięcia z *Through All* na *Blind*, oraz wpisać wartość wycięcia 15, zatwierdzając wykonanie operacji poleceniem *OK*. Szkic wycięcia oraz wynik operacji przedstawia rysunek 11.14.

a)

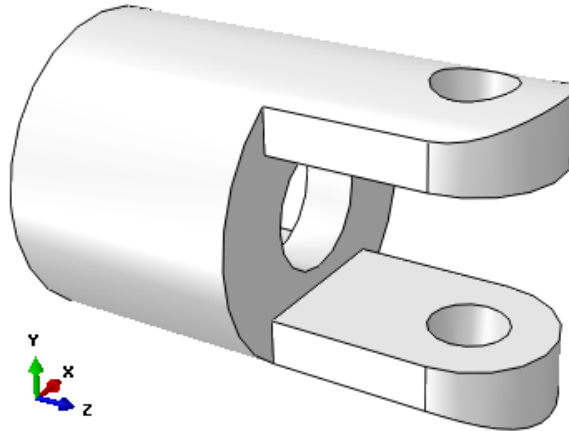


b)



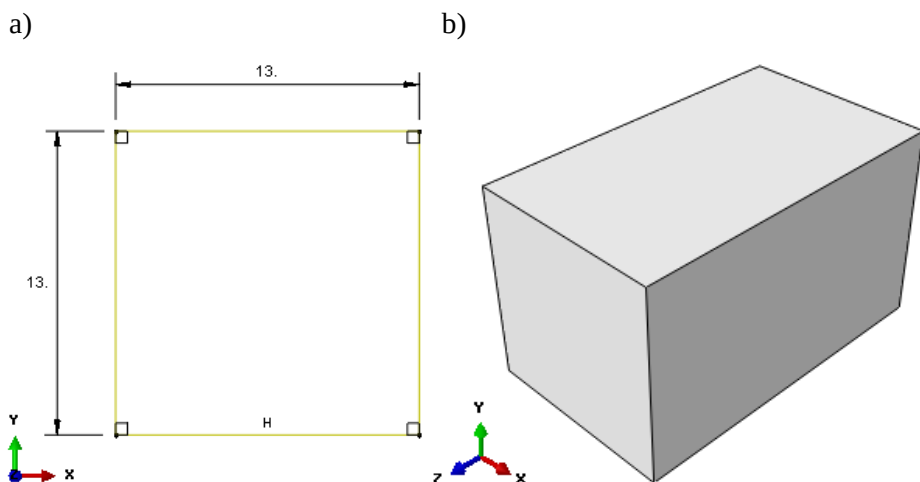
Rys. 11.14. Wycięcie drugie w podzespole drugim: a) szkic, b) model 3D

Kolejnym etapem wykonywania modelu geometrycznego bryły jest wycięcie otworów oraz zaokrąglenie krawędzi, które należy wykonać w sposób identyczny, jak w przypadku pierwszego elementu, postępując analogicznie ze szczegółowym opisem rysunków 11.6–11.9. Pełna postać drugiego zaprojektowanego elementu po wykonaniu otworów i zaokrąglenia została przedstawiona na rysunku 11.15.



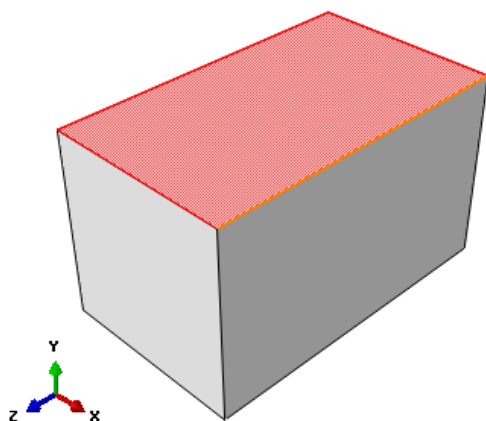
Rys. 11.15. Model 3D drugiej części modelu

Trzeci element modelu o nazwie „Lacznik” wykonany zostanie również w formie elementu bryłowego z wykorzystaniem narzędzia *Create Part* z następującymi parametrami: obiekt 3D, element odkształcalny typu *Deformable*, element typu *Solid* wykonany poprzez wyciągnięcie profilu – opcja *Extrusion*. Szkic bryły należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Create Lines: Rectangle* w formie kwadratu o długościach boków 13. Po zatwierdzeniu szkicu przyciskiem *Done*, w nowo otwartym oknie należy wpisać wartość długości wyciągnięcia 22 i zatwierdzić operację wykonywania części *OK*. Szkic oraz wynik operacji tworzenia części przedstawiono na rys. 11.16.



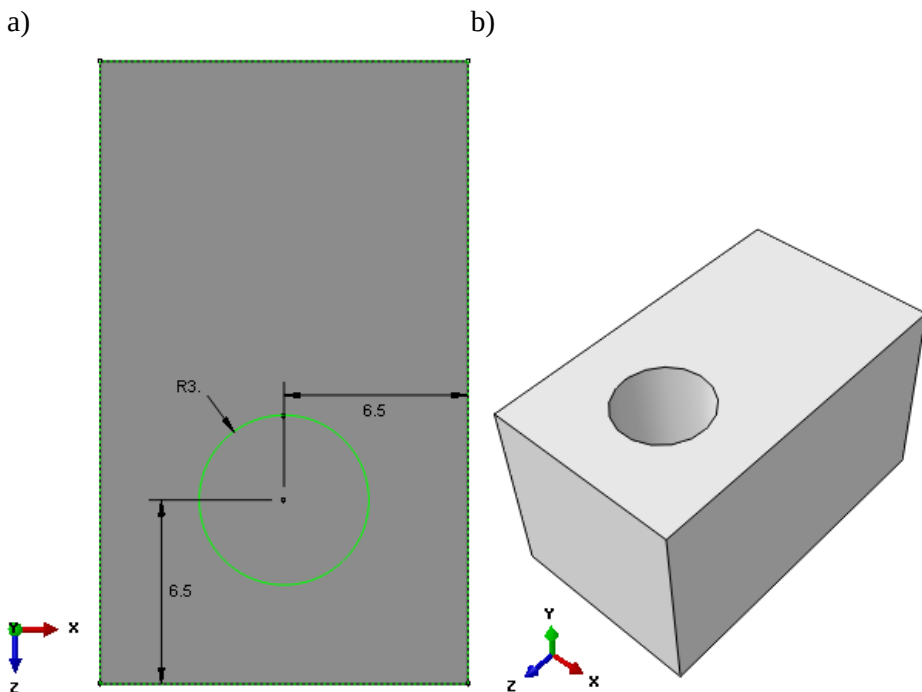
Rys. 11.16. Model geometryczny trzeciego elementu: a) szkic, b) model 3D

W utworzonej bryle należy wykonać wycięcie w postaci otworu z wykorzystaniem narzędzia *Create Cut: Extrude* , którego szkic należy narysować na płaszczyźnie przedstawionej na rysunku 11.17. W celu odpowiedniego zorientowania płaszczyzny szkicu w module Sketcher należy wskazać odpowiednią krawędź bryły, która zostanie zorientowana jako krawędź pionowa, znajdująca się z prawej strony ekranu.



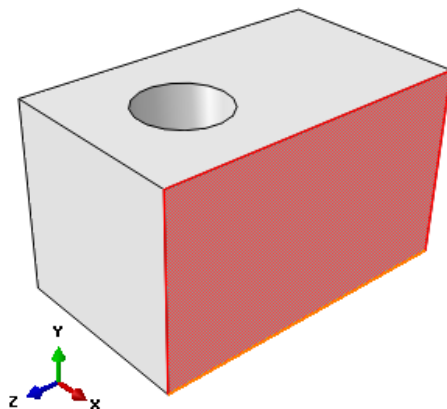
Rys. 11.17. Wybór płaszczyzny szkicu i krawędzi ustalającej jej położenie

Szkic wycięcia należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Create Circle*  oraz zwymiarować z wykorzystaniem narzędzia *Add Dimension*  promień otworu o wartości 3 oraz jego położenie względem krawędzi bryły o wartości 6.5 – rys.11.18. Po zatwierdzeniu szkicu poleceniem *Done* w nowo otwartym oknie należy ustalić typ wyciągnięcia *Through All*, oraz sprawdzić, czy kierunek generowania otworu przebiega do wnętrza materiału. Operację wycięcia należy zatwierdzić poleceniem *OK*. Szkic oraz wynik operacji przedstawiono na rysunku 11.18.

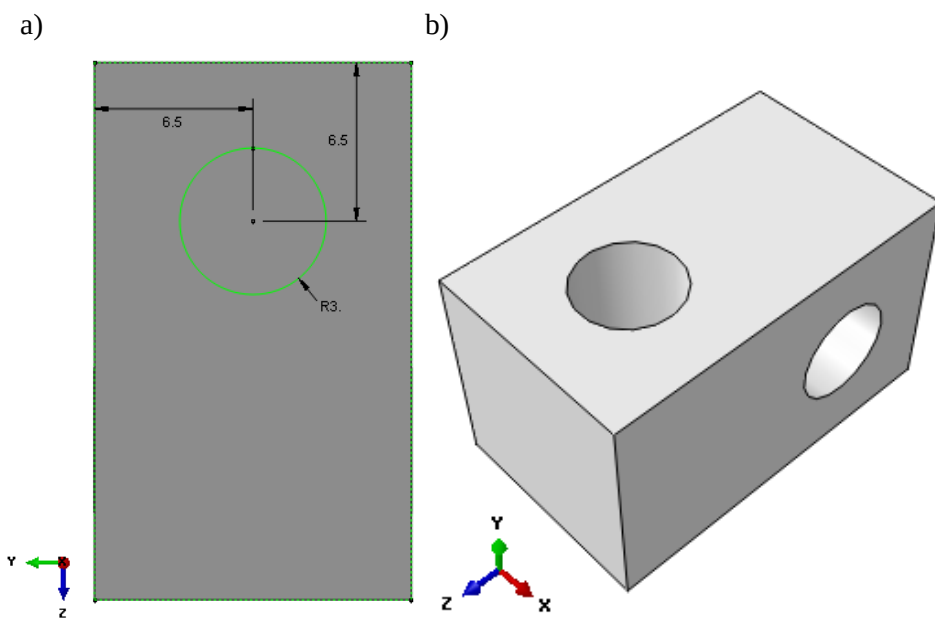


Rys. 11.18. Operacja wycinania otworu: a) szkic wycięcia, b) wynik operacji wycinania

Postępując analogicznie należy wykonać wycięcie na drugiej powierzchni bryły w sposób przedstawiony na rysunkach 11.19 i 11.20.



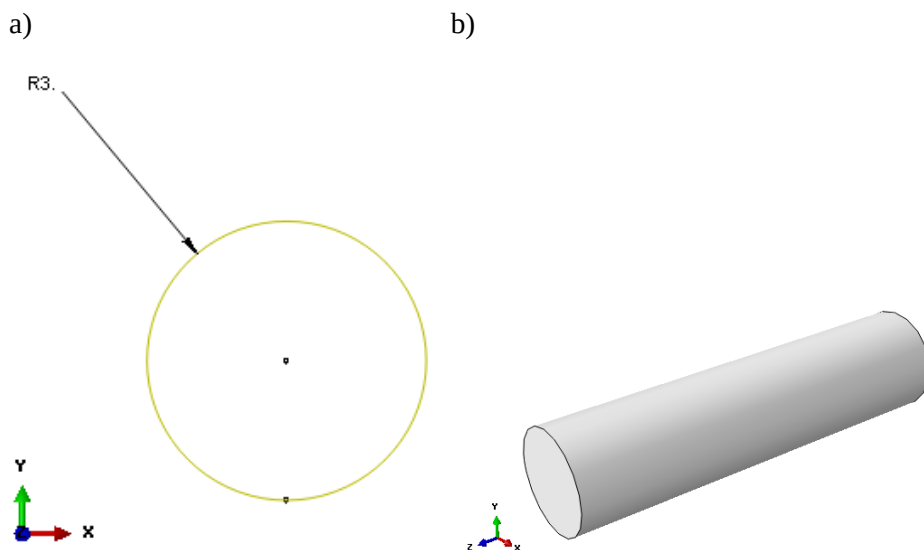
Rys. 11.19. Wybór płaszczyzny szkicu i krawędzi ustalającej jej położenie w module Sketcher



Rys. 11.20. Operacja wycinania otworu: a) szkic wycięcia, b) wynik operacji wycinania

Ostatnim elementem modelu jest element o nazwie „Sworzen”, wykonany z wykorzystaniem narzędzia *Create Part*  z następującymi ustawieniami: obiekt 3D, element odkształcalny typu *Deformable*, element typu *Solid* wykonany poprzez wyciągnięcie profilu – opcja *Extrusion*. Szkic należy wykonać

wykorzystaniem narzędzia *Create Circle*  oraz zwymiarować narzędziem *Add Dimension*  wpisując wartość promienia 3. Po zatwierdzeniu szkicu poleceniem *Done*, w nowo otwartym oknie należy wprowadzić wartość wyciągnięcia 24 i zatwierdzić operację poleceniem *OK*. Szkic przekroju oraz model bryłowy przedstawia rysunek 11.21.



Rys. 11.21. Model geometryczny sworznia: a) szkic, b) model 3D

11.3 Definicja właściwości materiałowych – *moduł Property*

Właściwości materiałowe poszczególnych części modelu zostaną zdefiniowane w module *Property* z wykorzystaniem narzędzia *Create Material* . W obliczeniach należy przyjąć, że poszczególne części wykonane zostaną ze stopu aluminium, dla którego zdefiniowany zostanie model materiału o charakterystyce sprężysto-plastycznej o nazwie „*Aluminium 6061*”. Zakres sprężysty materiału należy zdefiniować wykorzystując zakładkę *Mechanical/Elasticity/Elastic*, poprzez podanie dwóch niezależnych parametrów materiałowych: modułu Younga (*Young's Modulus*) $E=70\,000$ MPa oraz liczby Poisson'a (*Poisson's Ratio*) $\nu=0.33$.

Następnie konieczne jest określenie cech plastycznych materiału w zakładce *Mechanical/Plasticity/Plastic*. W pierwszym wierszu w opcji *Yield Stress* należy wpisać wartość granicy plastyczności materiału wynoszącą $R_e = 250$ MPa, natomiast odkształcenie plastyczne odpowiadające granicy plastyczności *Plastic*

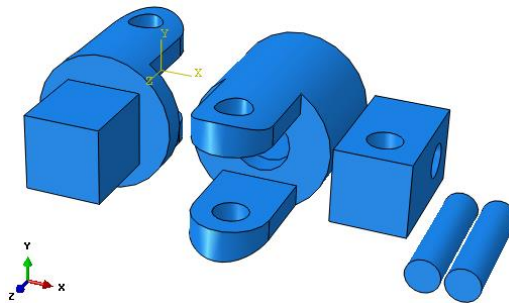
Strain wynosi 0. Zaakceptowanie wprowadzonych właściwości klawiszem *Enter* z klawiatury spowoduje automatyczne utworzenie drugiego wiersza, w którym należy zdefiniować *Yield Stress* jako granicę wytrzymałości materiału $R_m = 300$ MPa, przy odkształceniu plastycznym w momencie zerwania próbki równym 9 %, które należy wprowadzić jako *Plastic Strain* o wartości 0.09. Zdefiniowany w powyższy sposób model materiału należy zatwierdzić poleceniem OK.

Kolejnym etapem będzie utworzenie sekcji z przypisanymi właściwościami materiałowymi. Wykorzystując narzędzie *Create Section*  należy wprowadzić nazwę sekcji „Aluminium 6061” z opcją *Solid/Homogeneous*, następnie po zatwierdzeniu poleceniem *Continue* należy wprowadzić zdefiniowany model materiału „Aluminium 6061”, zatwierdzając tworzenie sekcji poleceniem OK.

Ostatnim krokiem jest przypisanie sekcji z właściwościami materiałowymi do poszczególnych części modelu. W tym celu wykorzystując narzędzie *Assign Section* , należy zaznaczyć cały element geometryczny o nazwie „Cardan_1”, potwierdzić wybór poleceniem *Done* w dolnej części okna roboczego, a następnie zatwierdzić całość poleceniem OK. Postępując analogicznie należy przypisać sekcję z właściwościami materiałowymi do pozostałych części modelu, wybierając je kolejno z nagłówka *Part*, znajdującego się w górnym pasku okna roboczego. Po przypisaniu właściwości fizycznych do części geometrycznych modelu wszystkie elementy powinny zmienić kolor z białego na zielony.

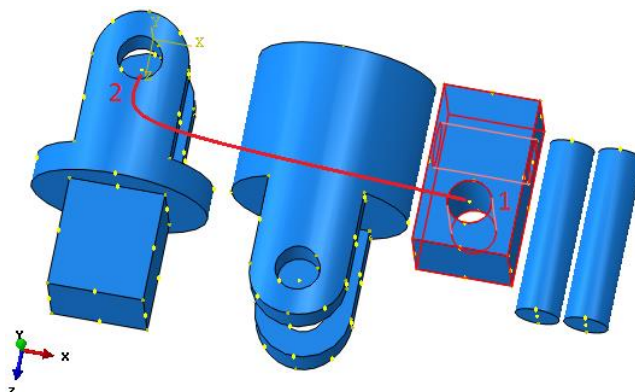
11.4 Tworzenie instancji części – *moduł Assembly*

W bieżącym module dokonane zostanie wczytanie zdefiniowanych wcześniej części modelu oraz wykonanie ich złożenia poprzez odpowiednie usytuowanie poszczególnych elementów w odpowiedniej konfiguracji roboczej. W tym celu utworzone zostaną tzw. instancje poszczególnych części z wykorzystaniem narzędzia *Instance Part*  z włączoną opcją *Auto-offset from other instances* zapobiegającą nakładanie się na siebie wczytywanych kolejnych części. W nowo otwartym oknie z listy części należy z wykorzystaniem klawisza *Shift* z klawiatury zaznaczyć wszystkie cztery elementy i zatwierdzić wybór poleceniem *Apply*, a następnie dodatkowo wybrać ponownie element „Sworzen” i zatwierdzić całość poleceniem OK. Utworzone w powyższy sposób instancje poszczególnych części w przestrzeni 3D zachowają pewne odległości względem siebie, co ułatwi dalsze wykonywanie złożenia – rysunek 11.22.



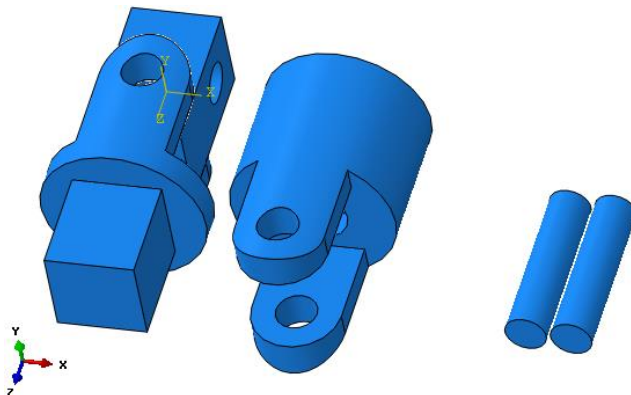
Rys. 11.22. Instancje części utworzone w module *Assembly*

W celu wykonania złożenia wału Cardana należy wykorzystując poszczególne narzędzia modułu *Assembly* przeprowadzić działania, zmierzające do właściwego pozycjonowania poszczególnych części w modelu. Przyjmując jako ustawienie robocze położenie części o nazwie *Cardan_1*, pozostałe elementy modelu będą pozycjonowane względem tej części. W tym celu pierwszą operacją będzie przesunięcie elementu o nazwie *Lacznik* do położenia współosiowego z elementem *Cardan_1*. Włączając narzędzie *Translate Instance*  należy wybrać element o nazwie *Lacznik* i po zatwierdzeniu wyboru poleceniem *Done*, zdefiniować wektor przesunięcia w przestrzeni. Definicja wektora translacji zdefiniowana będzie poprzez podanie punktu początkowego oraz końcowego wektora (punkty znajdujące się w osi otworów) w sposób pokazany na rysunku 11.23.



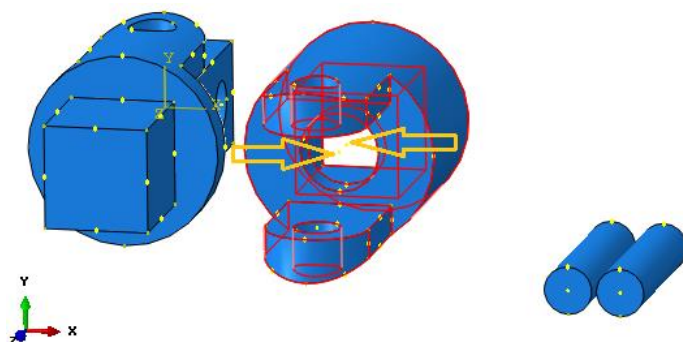
Rys. 11.23. Wykonanie translacji pierwszego elementu

Po wykonanej translacji elementu *Lacznik* w pożądanе miejsce, ustalenie pozycji w przestrzeni należy zaakceptować poleceniem *OK*. Wynik poprawnie wykonanej translacji przedstawiono na rys. 11.24.



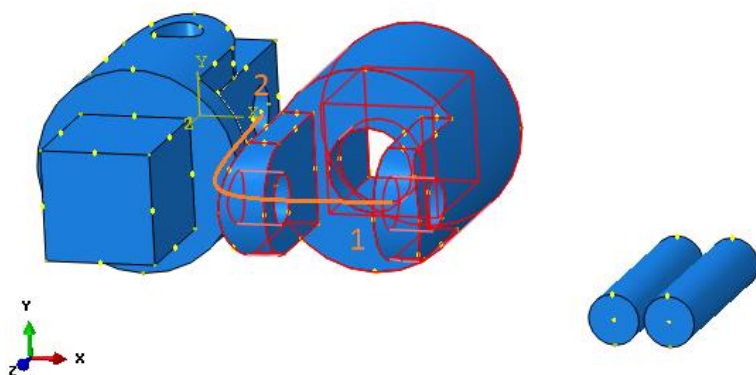
Rys. 11.24. Wynik translacji elementu *Lacznik*

Następnym etapem pozycjonowania części modelu jest zdefiniowanie odpowiedniego obrotu oraz translacji elementu o nazwie *Cardan_2* względem pozostałych elementów. W tym celu wykorzystując narzędzie *Rotate Instance* należy zaznaczyć w/w element, zatwierdzając wybór poleceniem *Done*. Kolejnym krokiem jest definicja osi obrotu części, poprzez wybór dwóch punktów definiujących jednoznacznie położenie osi obrotu w przestrzeni 3D wg rysunku 11.25.



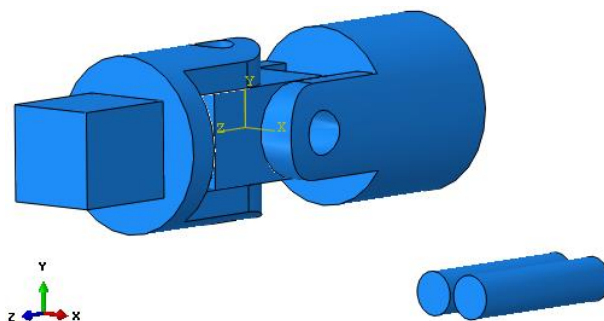
Rys. 11.25. Wybór punktów definiujących oś obrotu elementu *Cardan_2*

Po wyborze odpowiednich punktów, należy w oknie *Angle of rotation*, znajdującym się pod ekranem roboczym wpisać z klawiatury wartość kąta obrotu elementu względem zdefiniowanej osi 90^0 oraz zatwierdzić wpisaną wartość klawiszem *Enter*. Po upewnieniu się, że obrót części został wykonany właściwie, należy całą operację zatwierdzić poleceniem *OK* (w przeciwnym razie operacja zostanie cofnięta do stanu przed obrotem). Następnym etapem jest translacja elementu z wykorzystaniem narzędzia *Translate Instance* . Po zaznaczeniu części *Cardan_2* i zatwierdzeniu wyboru poleceniem *Done* należy zdefiniować wektor przesunięcia w sposób pokazany na rysunku 11.26 (punkty w osi otworów), zatwierdzając operację przesunięcia poleceniem *OK*.



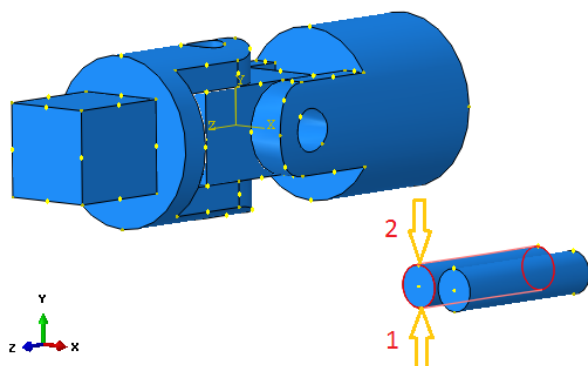
Rys. 11.26. Wybór punktów wektora translacji elementu *Cardan_2*

Wynik operacji przesunięcia elementu *Cardan_2* przedstawiono na rys. 11.27.



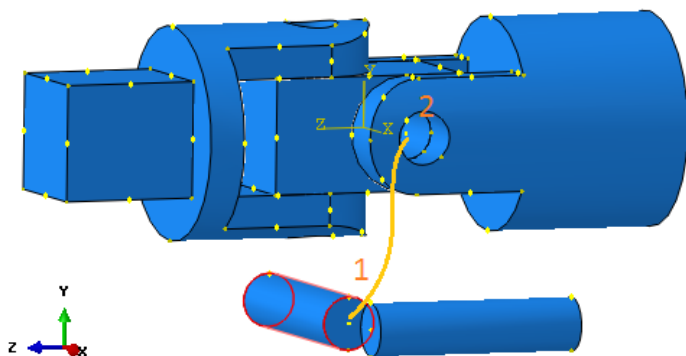
Rys. 11.27. Wynik pozycjonowania elementu *Cardan_2*

W celu wykonania kompletnego złożenia należy odpowiednio umieścić w otworach modelu dwa sworznie. Wykorzystując narzędzie *Rotate Instance*  po wyborze elementu *Sworzen* i zatwierdzeniu wyboru poleceniem *Done* należy zdefiniować oś obrotu wskazując punkty zgodnie z rys. 11.28. W okienku *Angle of rotation* należy wpisać wartość kąta obrotu 90° i zatwierdzić klawiszem *Enter*, a następnie zatwierdzić operację obrotu poleceniem *OK*.



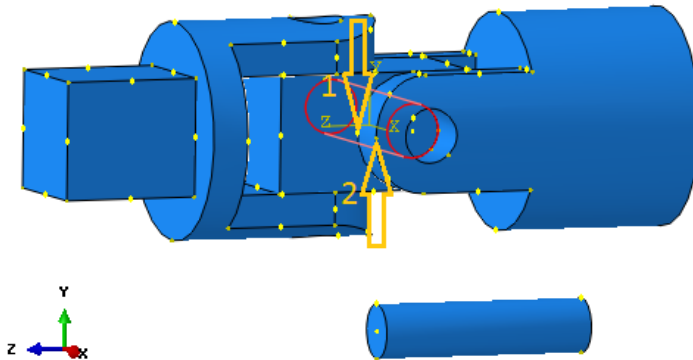
Rys. 11.28. Definicja osi obrotu elementu *Sworzen*

Obrócony sworzeń, znajdujący się w położeniu pokazanym na rys. 11.29, należy przesunąć z wykorzystaniem narzędzia *Translate Instance* , zaznaczając element *Sworzen* oraz zatwierdzając wybór poleceniem *Done*. Sposób definicji wektora translacji poprzez wybór odpowiednich punktów przedstawiono na rysunku 11.29. Operację przesunięcia elementu *Sworzen* należy zatwierdzić poleceniem *OK*.



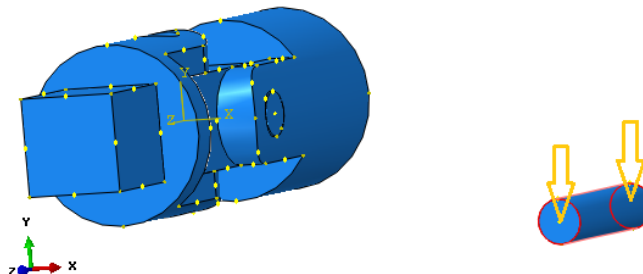
Rys. 11.29. Definicja punktów wektora translacji elementu *Sworzen*

Po umieszczeniu sworznia w otworze niezbędne jest jego symetryczne wysunięcie po obu stronach mechanizmu. W tym celu konieczne jest ponowne jego przesunięcie z wykorzystaniem narzędzia *Translate Instance* . Po zaznaczeniu elementu i zatwierdzeniu wyboru poleceniem *Done* konieczne jest odpowiednie zdefiniowanie wektora przesunięcia w sposób przedstawiony na rys. 11.30 oraz zatwierdzenie całej operacji poleceniem *OK*.



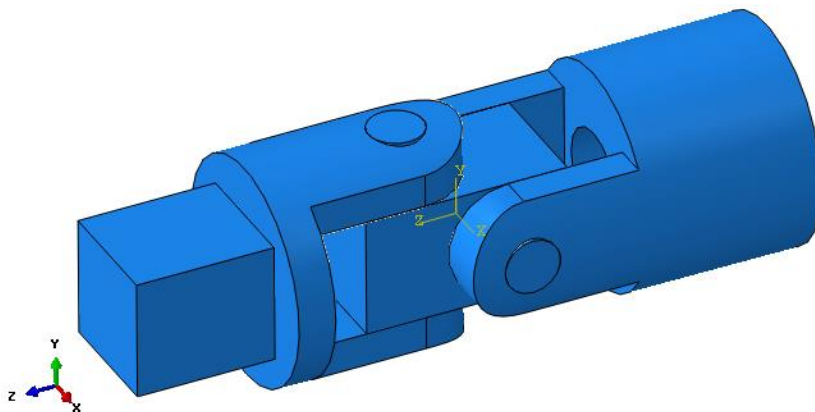
Rys. 11.30. Definicja wektora translacji elementu *Sworzen*

Analogicznie należy postępować przy pozycjonowaniu drugiego sworznia. Różnica polega jedynie na tym, iż początkowo konieczne jest obrócenie drugiego elementu o nazwie *Sworzen* o kąt 90° względem własnej osi obrotu (aby umożliwić dalsze etapy składania mechanizmu w całość) – rys.11.31. Należy zatem użyć narzędzia *Rotate Instance* , wybrać element *Sworzen*, zatwierdzić wybór poleceniem *Done*, a następnie podać wartość kąta obrotu w okienku *Angle of rotation* 90° zatwierdzając klawiszem *Enter* o raz zatwierdzić całość operacji poleceniem *OK*.



Rys. 11.31. Definicja wektora obrotu drugiego elementu *Sworzen*

Po wykonaniu obrotu należy postępować analogicznie, jak przy osadzaniu pierwszego sworznia, wybierając odpowiednie operacje i punkty, celem wstawienia elementu zgodnie z rysunkiem kompletnego złożenia mechanizmu w całość – rys.11.32.



Rys. 11.32. Kompletnie złożenie modelu wału Cardana

11.5 Definicja analizy numerycznej – *moduł Step*

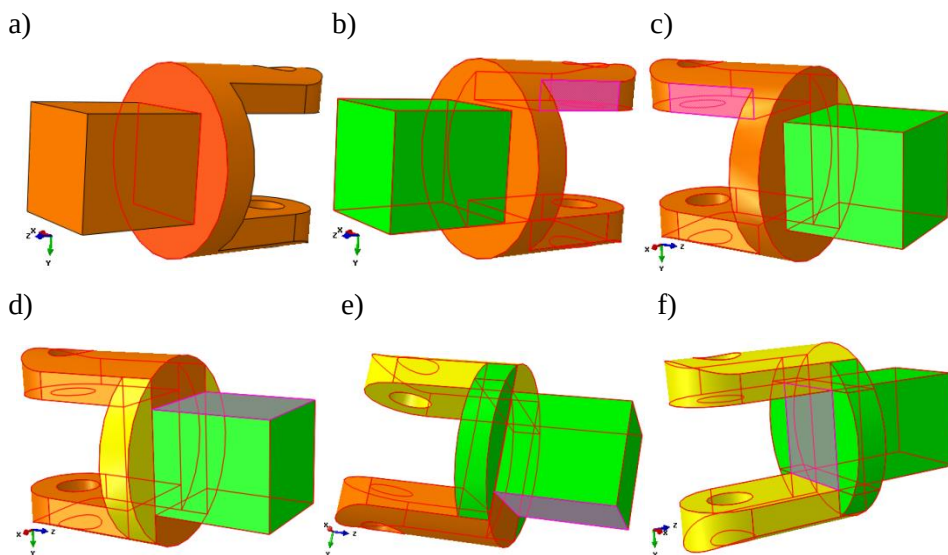
Analiza numeryczna modelu wału Cardana przeprowadzona zostanie w zakresie statycznych obliczeń wytrzymałościowych. W tym celu należy zdefiniować typ oraz parametry zadania obliczeniowego, przy wykorzystaniu narzędzia *Create Step* , ustalając nazwę analizy „*Statyka*” i wybierając typ analizy jako *Static, General*. Po zatwierdzeniu typu analizy poleceniem *Continue*, w nowo otwartym oknie należy w okienku *Time period* wpisać wartość *1* oraz włączyć zagadnienie geometrycznie nieliniowe, poprzez zaznaczenie w opcji *Nonlinear* parametru *On*. W zakładce *Incrementation* należy w poleceniu *Increment size: Initial* ustalić wartość początkowego inkrementu analizy jako *0.05*. Po ustaleniu wszystkich parametrów analizy numerycznej należy zatwierdzić wprowadzone ustawienia poleceniem *OK*.

11.6 Budowa siatki elementów skończonych – *moduł Mesh*

Dyskretyzację modelu geometrycznego przeprowadza się na poszczególnych częściach modelu w module *Mesh*. W celu przeprowadzenia procesu

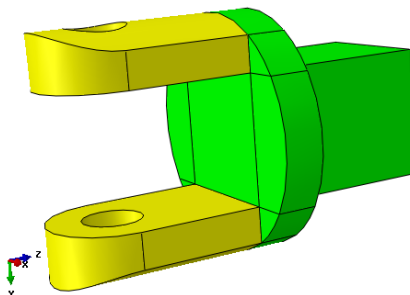
dyskretyzacji poszczególnych części złożenia, należy przełączyć opcję *Object* w górnej części okna roboczego programu z ustawienia *Assembly* na *Part: Cardan_1*. Powyższe ustawienie umożliwi przeprowadzenie procesu dyskretyzacji części modelu o nazwie *Cardan_1*. Dyskretyzację pozostałych części należy wykonać poprzez wybór w powyższym oknie nazwy kolejnych części modelu.

Uzyskanie wysokich parametrów siatki elementów skończonych wymaga przeprowadzenia procesu partycjonowania części o skomplikowanych kształtach, prowadzącego do uzyskania geometrii części złożonej z prostych kształtów geometrycznych. W tym celu z grupy narzędzi do partycjonowania, przytrzymując myszką narzędzie *Partition Cell: Define Cutting Plane* , otrzymamy rozwinięcie paska narzędziowego, z którego należy wybrać narzędzie *Partition Cell: Extend Face* . (wykonywanie partycji poprzez wyciągnięcie istniejącej ścianki modelu) należy zaznaczyć płaszczyznę pokazaną na rys. 11.33a, oraz zatwierdzić operację partycjonowania poleceniem *Create Partition*. Kolejne partycje wykonuje się poprzez zaznaczenie i zatwierdzenie poleceniem *Done* tych obszarów części, które będą partycjonowane, a następnie wskazanie płaszczyzny partycjonującej i zatwierdzenie operacji poleceniem *Create Partition* – rys. 11.33b–11.33f.



Rys. 11.33. Kolejne etapy partycjonowania części *Cardan_1* za pomocą istniejących ścianek modelu

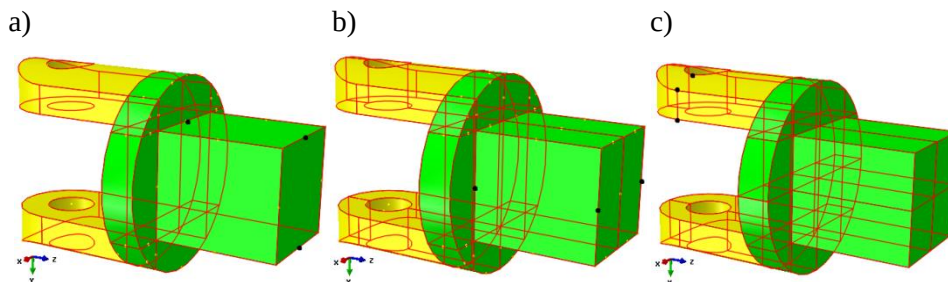
Wynik procesu partycjonowania przedstawia rysunek 11.34. Kolor żółty oznacza możliwość dyskretyzacji geometrii z wykorzystaniem siatki typu *Sweep*, natomiast kolor zielony pozwala wykorzystać w procesie dyskretyzacji siatkę typu *Structured*. W celu uzyskania jednolitej siatki elementów skończonych w obrębie całej części, przeprowadzone zostanie partycjonowanie żółtych obszarów części płaszczyznami wyznaczonymi poprzez wskazanie trzech punktów w przestrzeni.



Rys. 11.34. Postać elementu po pierwszym etapie partycjonowania

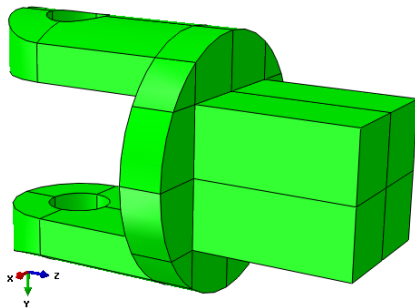
Partycjonowanie żółtych obszarów części przeprowadzone zostanie z wykorzystaniem narzędzia *Partition Cell: Define Cutting Plane* , poprzez wskazanie tych obszarów i zatwierdzenie wyboru poleceniem *Done*, a następnie wyborze opcji *3 Points* pod ekranem roboczym. Kolejnym krokiem jest określenie płaszczyzny partycjonującej poprzez wybór 3 punktów – rys. 11.35a oraz zatwierdzenie operacji poleceniem *Create Partition*.

Kolejne partycje wykonuje się w sposób analogiczny, wybierając punkty określające płaszczyznę partycjonującą w sposób pokazany na rysunkach 11.35b–11.35c.



Rys. 11.35. Wybór punktów definiujących płaszczyzny partycjonowania

Zakończenie procesu partycjonowania części *Cardan_1* umożliwi przeprowadzenie procesu dyskretyzacji części z wykorzystaniem strukturalnej siatki elementów skończonych (kolor zielony części) – rys. 11.36.

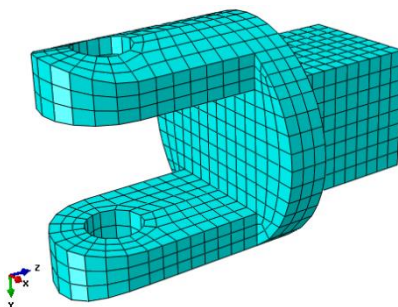


Rys. 11.36. Widok części po operacji partycjonowania

W celu określenia typu i parametrów siatki elementów skończonych należy wykorzystując narzędzie *Assign Mesh Controls* , zaznaczyć cały obiekt oraz zatwierdzając poleceniem *Done* ustawić parametry siatki na *Hex/Structured* (siatka strukturalna wykorzystująca elementy typu heksagonalnego) oraz zatwierdzić całość poleceniem *OK*.

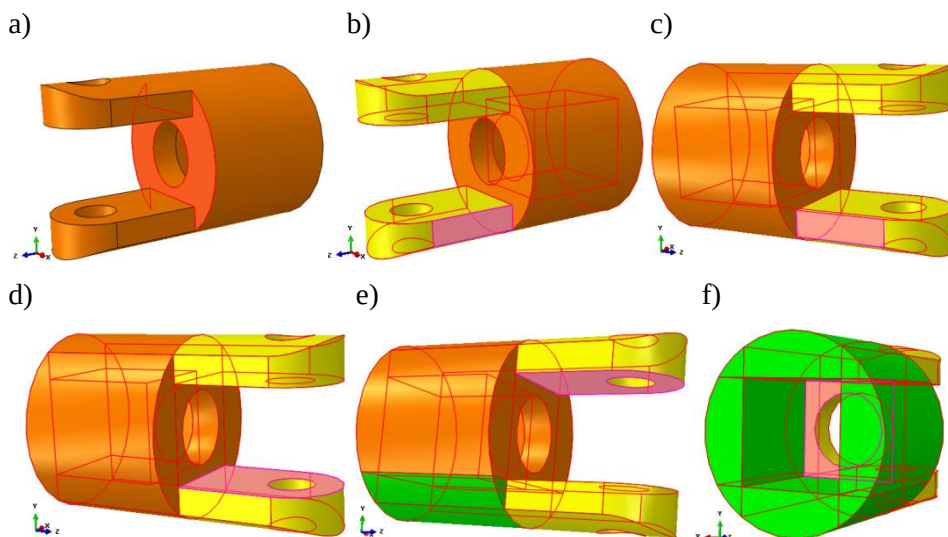
Wykorzystując narzędzie *Seed Part* , należy ustalić globalną gęstość siatki elementów skończonych dyskretyzowanej części w poleceniu *Approximate global size* na wartość 1.5 i zatwierdzić poleceniem *OK*.

Proces dyskretyzacji części przeprowadzony zostanie z wykorzystaniem narzędzia *Mesh Part* , poprzez zatwierdzenie operacji poleceniem *Yes*, znajdującym się pod oknem roboczym programu. Model dyskretny części *Cardan_1* przedstawia rys. 11.37.



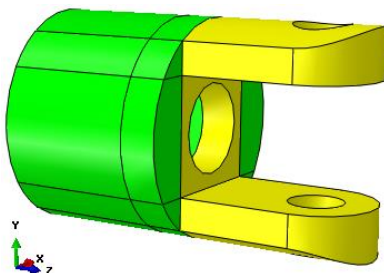
Rys. 11.37. Siatka MES wygenerowana na elemencie *Cardan_1*

W sposób analogiczny należy przeprowadzić proces partycjonowania części o nazwie *Cardan_2*. W tym celu nad ekranem roboczym w okienku *Part* należy wybrać część *Cardan_2*. W pierwszej kolejności, wykorzystując narzędzie *Partition Cell: Extend Face* , należy wykonać odpowiednie partycje za pomocą istniejących ścianek części co ukazano na rysunku 11.38a–11.38f.



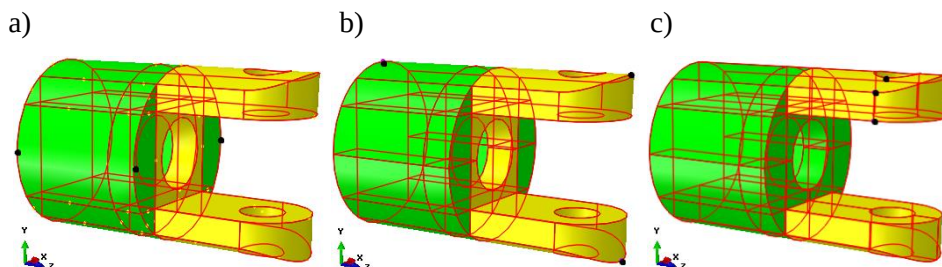
Rys. 11.38. Partycjonowanie części *Cardan_2* z wykorzystaniem istniejących ścianek modelu

Rysunek 11.39 przedstawia część *Cardan_2* po pierwszym etapie partycjonowania. W celu uzyskania jednolitej siatki elementów skończonych w obszarze całej części, żółte obszary należy dodatkowo partycjonować, poprzez definiowanie płaszczyzn partycjonujących za pomocą 3 punktów w przestrzeni.



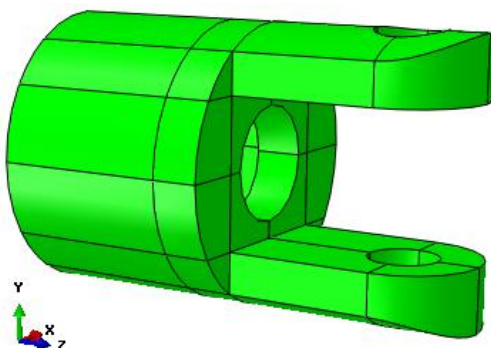
Rys. 11.39. Postać elementu po pierwszym etapie partycjonowania

Etapy partycjonowania żółtych obszarów modelu należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Partition Cell: Define Cutting Plane* , z opcją *3 Points*, wybierając punkty definiujące płaszczyzny partycjonujące w sposób przedstawiony na rysunku 11.40a–11.40c.



Rys. 11.40. Definicja płaszczyzn partycjonujących żółte obszary części *Cardan_2*

Zakończenie procesu partycjonowania części *Cardan_2* umożliwi przeprowadzenie procesu dyskretyzacji części z wykorzystaniem strukturalnej siatki elementów skończonych (kolor zielony części) – rys. 11.41.

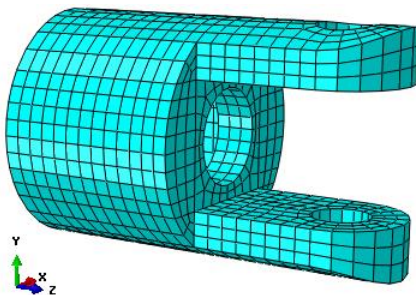


Rys. 11.41. Widok części po operacji partycjonowania

Definicję typu i parametrów siatki elementów skończonych dla części *Cardan_2* przeprowadzamy z wykorzystaniem narzędzia *Assign Mesh Controls* , gdzie po zaznaczeniu całego obiektu i zatwierdzeniu wyboru poleceniem *Done* należy wybrać ustawienia siatki jako *Structured* oraz typ elementu *Hex*, zatwierdzając wybór poleceniem *OK*.

Wykorzystując narzędzie *Seed Part* , należy ustalić globalną gęstość siatki elementów skończonych dyskretyzowanej części w poleceniu *Approximate global size* na wartość 1.5 i zatwierdzić poleceniem OK.

Proces dyskretyzacji części przeprowadzony zostanie z wykorzystaniem narzędzia *Mesh Part* , poprzez zatwierdzenie operacji poleceniem Yes, znajdującym się pod oknem roboczym programu. Model dyskretny części *Cardan_2* przedstawia rys. 11.42.

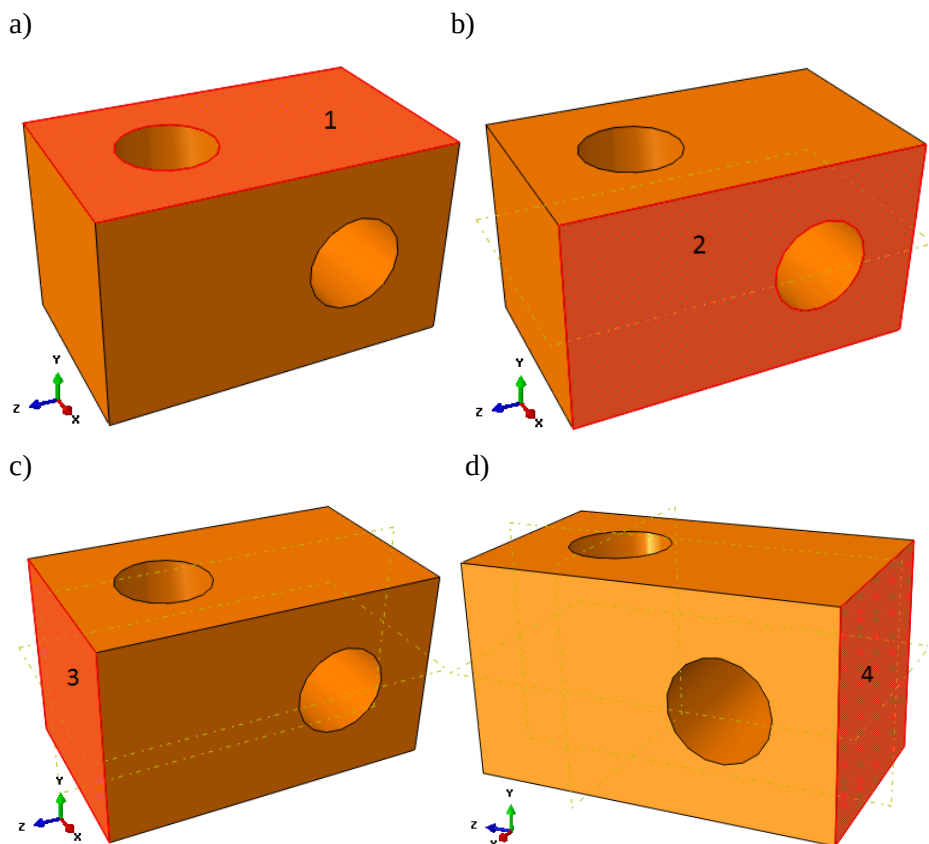


Rys. 11.42. Siatka MES wygenerowana na elemencie *Cardan_2*

W celu dyskretyzacji elementu o nazwie *Lacznik* należy w okienku *Part* znajdującego się nad ekranem roboczym wybrać część o nazwie *Lacznik*. Proces partycjonowania w tym przypadku przeprowadzony zostanie z wykorzystaniem płaszczyzn typu *Datum*, tzn. płaszczyzn pomocniczych, utworzonych poprzez odsunięcie o określony dystans, tzw. *offset* od istniejącej płaszczyzny modelu.

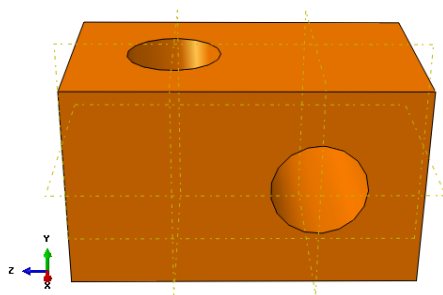
Pierwszą płaszczyznę, za pomocą której wykonana zostanie partycja części należy utworzyć wybierając z górnej listwy programu polecenie *Tools/Datum*, a następnie uruchamiając narzędzie *Plane/Offset from plane*. Zaznaczając górną ściankę elementu – rys. 11.43a, należy wybierając polecenie *Enter Value* z dolnej części okna roboczego potwierdzić poleceniem OK kierunek tworzenia płaszczyzny (jeśli kierunek jest niezgodny z zamierzonym, należy zmienić go poleceniem *Flip* pod ekranem roboczym i zatwierdzić OK), a następnie wpisać wartość przesunięcia 6.5 tworzonej płaszczyzny od wskazanej górnej ścianki modelu, zatwierdzając wpisaną wartość klawiszem *Enter* z klawiatury.

Kolejne płaszczyzny należy utworzyć w sposób analogiczny, zatem konieczne jest wykonanie płaszczyzn odsuniętych o wartość 6.5 od przedniej, lewej oraz prawej ścianki części przedstawionej odpowiednio na rys. 11.43b–11.43d.



Rys. 11.43. Generowanie płaszczyzn podziału elementu *Lacznik*

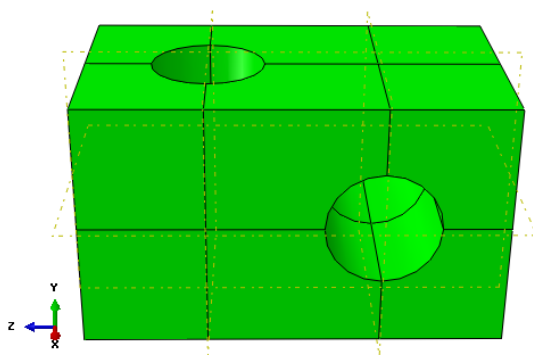
Utworzone w powyższy sposób płaszczyzny partycjonujące element *Lacznik* przedstawiono na rys. 11.44.



Rys. 11.44. Element *Lacznik* z płaszczyznami podziału

Partycjonowanie części utworzonymi płaszczyznami wykonane zostanie z wykorzystaniem narzędzia *Partition Cell: Use Datum Plane* . Pierwszą partycję wykonujemy, wskazując dowolną płaszczyznę partycjonującą i zatwierdzając operację poleceniem *Create Partition*. W kolejnych krokach należy zaznaczyć cały element, zatwierdzając wybór poleceniem *Done*, a następnie wybrać kolejną płaszczyznę i zatwierdzić operację poleceniem *Create Partition*.

W analogiczny sposób należy postępować przy wykonaniu pozostałych partycji. Wynik operacji partycjonowania przedstawiono na rys. 11.45.

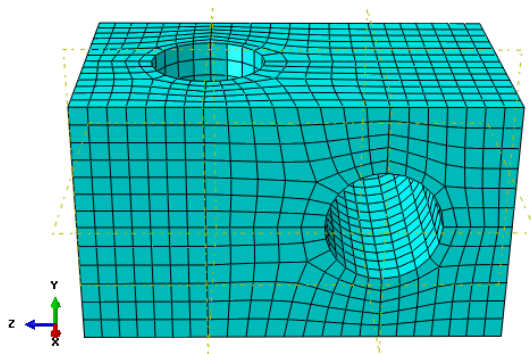


Rys. 11.45. Postać elementu po operacji partycjonowania

Definicję typu i parametrów siatki elementów skończonych dla części *Lacznik* przeprowadzamy z wykorzystaniem narzędzia *Assign Mesh Controls* , gdzie po zaznaczeniu całego obiektu i zatwierdzeniu wyboru poleceniem *Done* należy wybrać ustawienia siatki jako *Structured* oraz typ elementu *Hex*, zatwierdzając wybór poleceniem *OK*.

Wykorzystując narzędzie *Seed Part* , należy ustalić globalną gęstość siatki elementów skończonych dyskretyzowanej części w poleceniu *Approximate global size* na wartość 1 i zatwierdzić poleceniem *OK*.

Proces dyskretyzacji części przeprowadzony zostanie z wykorzystaniem narzędzia *Mesh Part* , poprzez zatwierdzenie operacji poleceniem *Yes*, znajdującym się pod oknem roboczym programu. Model dyskretny części *Lacznik* przedstawia rys. 11.46.

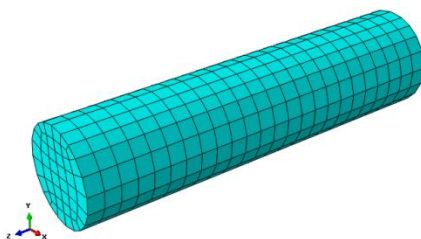


Rys. 11.46. Siatka MES wygenerowana w elemencie *Lacznik*

Ostatnim etapem jest dyskretyzacja części o nazwie *Sworzen*. W tym celu należy w okienku *Part* znajdującym się nad ekranem roboczym wybrać część o nazwie *Sworzen*. Proces dyskretyzacji w tym przypadku nie wymaga partycjonowania geometrii, zatem siatka elementów skończonych zostanie wygenerowana na oryginalnej geometrii części. Definicję typu i parametrów siatki elementów skończonych dla części *Sworzen* przeprowadzamy z wykorzystaniem narzędzia *Assign Mesh Controls* , gdzie po zaznaczeniu całego obiektu i zatwierdzeniu wyboru poleceniem *Done* należy wybrać ustawienia siatki jako *Sweep/Medial axis* oraz typ elementu *Hex*, zatwierdzając wybór poleceniem *OK*.

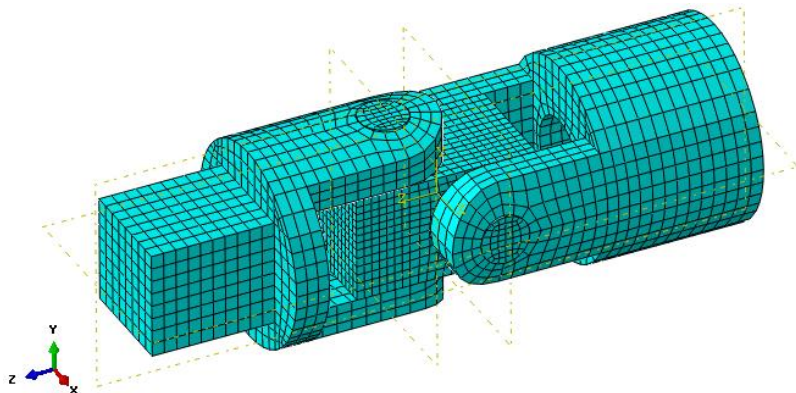
Wykorzystując narzędzie *Seed Part* , należy ustalić globalną gęstość siatki elementów skończonych dyskretyzowanej części w poleceniu *Approximate global size* na wartość 1 i zatwierdzić poleceniem *OK*.

Proces dyskretyzacji części przeprowadzony zostanie z wykorzystaniem narzędzia *Mesh Part* , poprzez zatwierdzenie operacji poleceniem *Yes*, znajdującym się pod oknem roboczym programu. Model dyskretny części *Sworzen* przedstawia rys. 11.47.



Rys. 11.47. Siatka MES wygenerowana w elemencie *Sworzen*

W celu wizualizacji całego modelu wału Cardana należy nad ekranem roboczym w opcji *Object* przełączyć wizualizację z kategorii *Part* na kategorię *Assembly* – rys. 11.48.



Rys. 11.48. Model dyskretny wału Cardana

Edycję parametrów siatki elementów skończonych całego modelu można przeprowadzić z wykorzystaniem narzędzia *Query information* ⓘ, znajdującego się w górnej części nad oknem roboczym, przez wybranie opcji *Mesh* oraz zatwierdzenie poleceniem *Done* znajdującym się pod ekranem roboczym.

Parametry siatki elementów skończonych wyświetlone zostaną w oknie pod ekranem roboczym w postaci przedstawionej na rys. 11.49, oznaczającej odpowiednio:

- *Total number of elements* – liczba elementów skończonych modelu,
- *Total number of nodes* – liczba węzłów modelu,
- typ i nazwa elementu skończonego (C3D8R).

```
Total number of nodes: 12774
Total number of elements: 9341
9341 linear hexahedral elements of type C3D8R
```

Rys. 11.49. Informacje dotyczące siatki MES

11.7 Ustalanie interakcji pomiędzy częściami modelu – *moduł Interaction*

Moduł *Interaction* umożliwia określenie warunków współpracy pomiędzy poszczególnymi częściami modelu. W niniejszym przykładzie zdefiniowane zostaną interakcje kontaktowe, stanowiące więzy jednostronne pomiędzy stykającymi się powierzchniami poszczególnych części modelu. Interakcje kontaktowe zdefiniowane zostaną w formie par kontaktowych dla wybranych indywidualnie powierzchni modelu.

W pierwszej kolejności zdefiniowane zostaną właściwości fizyczne kontaktu, z wykorzystaniem narzędzia *Create Interaction Property* . Po ustaleniu nazwy interakcji jako *Kontakt* oraz wybraniu z listy typu interakcji o nazwie *Contact* i zatwierdzeniu wyboru poleceniem *Continue* otworzone zostanie okno umożliwiające określenie właściwości definiowanych interakcji kontaktowych. W niniejszym przykładzie zdefiniowane zostaną właściwości kontaktu pomiędzy współpracującymi powierzchniami na kierunku normalnym oraz stycznym. Oddziaływania na kierunku normalnym – naciski, należy zdefiniować poprzez wybór zakładki *Mechanical/Normal Behavior*, z ustawieniami „*Hard*” *Contact* oraz metodą *Penalty (Standard)* w odpowiednich oknach wyboru. Oddziaływania na kierunku stycznym definiuje się poprzez wybór zakładki *Mechanical/Tangential Behavior* z opcją *Penalty*, umożliwiającą uwzględnienie efektu tarcia pomiędzy powierzchniami. Wartość współczynnika tarcia należy ustalić w okienku *Friction Coeff*: na *0.15*. Po ustaleniu wszystkich właściwości definiowanego kontaktu całość należy zatwierdzić poleceniem *OK*.

Kolejnym korkiem jest definicja poszczególnych par kontaktowych w modelu, określających obszary współpracy zaprojektowanych podzespołów mechanizmu. Definicja par kontaktowych przeprowadzona zostanie z wykorzystaniem narzędzia *Create Interaction* , w którym należy zdefiniować następujące parametry: w zakładce *Step* wybrać etap analizy, w którym zdefiniowana zostanie para kontaktowa – krok *Initial*, a następnie wybrać rodzaj interakcji kontaktowych jako *Surface-to-surface contact (Standard)* oraz zatwierdzić poleceniem *Continue*.

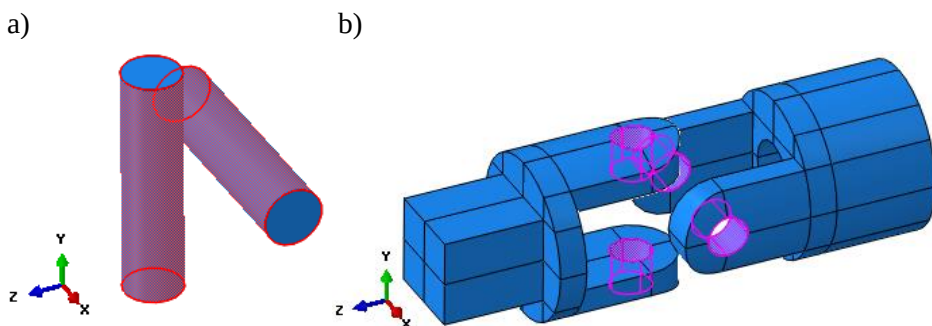
W celu wyboru odpowiednich powierzchni modelu, na których definiowane będą pary kontaktowe niezbędne jest chwilowe ukrycie części uniemożliwiających precyzyjne wskazanie tych powierzchni lub wyświetlenie tylko tych elementów, na których definiowane będą powierzchnie kontaktowe. Używając narzędzia *Create Display Group* , należy z listy wybrać opcję *Part/Model instances* oraz zaznaczyć na rozwiniętej liście instancji obydwie elementy o nazwie *Sworzen* z przytrzymanym klawiszem *Ctrl* z klawiatury. Z dolnego wiersza otwartego okna należy wybrać narzędzie *Replace* oraz zamknąć okno poleceniem *Dismiss*. Wykonanie powyższych operacji spowoduje wyświetlenie na ekranie roboczym tylko elementów o nazwie *Sworzen* w sposób

pokazany na rys. 11.50a, co umożliwi precyzyjny wybór powierzchni do kontaktu.

Powierzchnie sworzni potraktowane zostaną jako powierzchnie nadrzędne w parze kontaktowej, tzn. powierzchnie typu *Master*. Wskazując obydwie powierzchnie walcowe sworzni z wciśniętym klawiszem *Shift* z klawiatury – rys. 11.50a, należy zatwierdzić ich wybór poleceniem *Done*.

W celu zdefiniowania podrzędnych powierzchni kontaktu – typu *Slave*, należy pod oknem roboczym wybrać w poleceniu *Choose the slave type* opcję *Surface*. Aby wyświetlić na ekranie odpowiednie części modelu konieczne jest ponowne użycie narzędzia *Create Display Group* , przejście do zakładki *Part/Model instances*, zaznaczenie elementów o nazwie *Cardan_1* oraz *Cardan_2* z przytrzymanym klawiszem *Ctrl* z klawiatury i ich wyświetlenie poleceniem *Replace*, a następnie zamknięcie narzędzia poleceniem *Dismiss*. Efektem powyższych działań będzie wyświetlenie na ekranie obydwu wybranych elementów – rys. 11.50b.

W celu zdefiniowania powierzchni typu *Slave* należy w obydwu częściach zaznaczyć wewnętrzne powierzchnie otworów współpracujących ze sworzniami – rys. 11.50b, przytrzymując klawisz *Shift* z klawiatury, a następnie zatwierdzić wybór poleceniem *Done*. Po zatwierdzeniu wyboru powierzchni kontaktowych w nowo otwartym oknie należy ustalić właściwości pary kontaktowej, poprzez włączenie opcji *Adjust only to remove overclosure* oraz zatwierdzenie pary kontaktowej poleceniem *OK*.

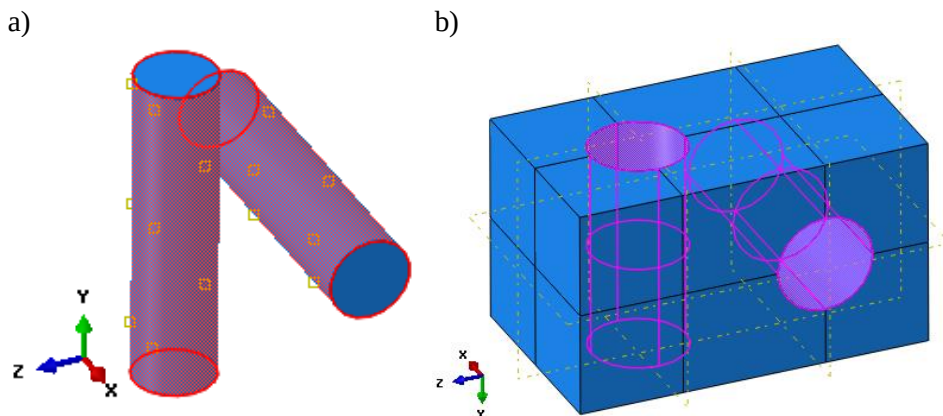


Rys. 11.50. Definicja par kontaktowych: a) powierzchnie typu *Master*, b) powierzchnie typu *Slave*

Ze względu na fakt, iż interakcje kontaktowe wprowadzają efekty nieliniowe oraz nieciągłe w trakcie trwania analizy numerycznej, zdecydowano się na definicję stałego połączenia sworzni z elementem o nazwie *Lacznik*, co wyeliminuje wspomniane powyżej, niekorzystne efekty, mogące mieć bezpośredni wpływ na stabilność prowadzonej analizy numerycznej. Z tych względów połączenie elementów zrealizowane zostanie poprzez „sklejenie” siatek elementów skończonych z wykorzystaniem interakcji typu *Tie*,

zapewniającymi sztywne sprzężenie poszczególnych stopni swobody pomiędzy łączonymi węzłami. W tym celu należy wybrać narzędzie *Create Constraint* , wpisać nazwę interakcji *Połączenie* oraz wybrać z listy interakcję typu *Tie*, zatwierdzając wybór poleceniem *Continue*.

Po zaznaczeniu pod ekranem roboczym opcji *Surface*, należy wykorzystując narzędzie *Create Display Group* , wyświetlić na ekranie obydwa elementy o nazwie *Sworzen*. Na walcowych powierzchniach sworzni należy zdefiniować powierzchnie połączenia typu *Master*, zatwierdzając wybór poleceniem *Done* – rys. 11.51a. Używając ponownie narzędzia *Create Display Group* , po wybraniu opcji *Part/Model instances* należy wskazać instancję o nazwie *Lacznik* i zatwierdzić jej wyświetlenie na ekranie narzędziem *Replace*, wyłączając narzędzie poleceniem *Dismiss*. Wyboru powierzchni typu *Slave*, stanowiących powierzchnie wewnętrzne otworów łącznika dokonujemy zaznaczając pod ekranem roboczym opcję *Surface* i wskazując poszczególne powierzchnie z wykorzystaniem klawisza *Shift* oraz zatwierdzając wybór poleceniem *Done* – rys. 11.51b. Po wyświetleniu w nowym oknie parametrów łączenia wskazanych powierzchni należy zaakceptować utworzenie połączenia (z ustawieniami domyślnymi) poleceniem *OK*.

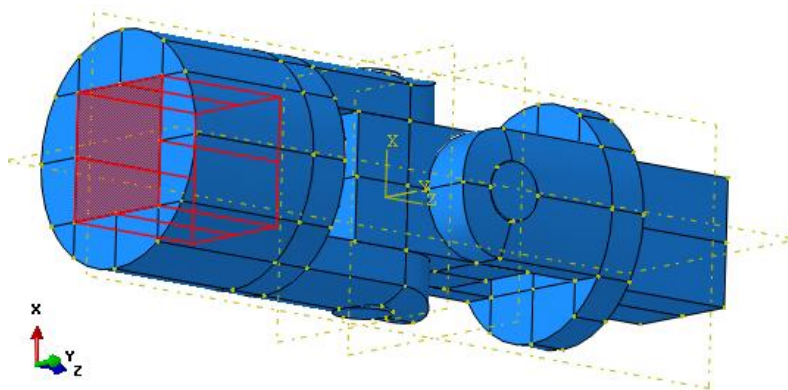


Rys. 11.51. Definicja powierzchni połączenia sworzni i łącznika: a) powierzchnie typu *Master*, b) powierzchnie typu *Slave*

W celu ponownego wyświetlenia na ekranie całego modelu należy włączyć narzędzie *Replace All* , znajdujące się w górnym menu programu nad ekranem roboczym.

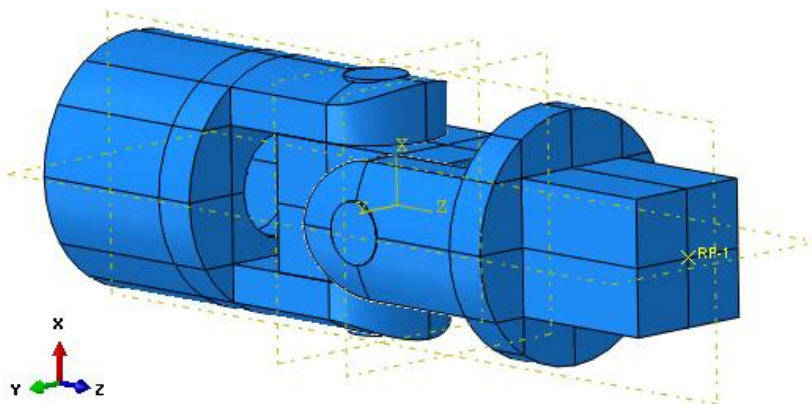
11.8 Definicja warunków brzegowych i obciążenia modelu – moduł *Load*

Warunki brzegowe modelu numerycznego zdefiniowane zostaną poprzez zablokowanie odpowiednich stopni swobody w węzłach znajdujących się na ściankach poszczególnych części złożenia. W tym celu w module *Load* wykorzystując narzędzie *Create Boundary Condition* należy w kroku analizy *Step*: wybrać opcję *Initial*, oraz ustalić formę definicji warunków brzegowych jako *Displacement/Rotation*, zatwierdzając wybór poleceniem *Continue*. Warunki brzegowe zdefiniowane zostaną na wybranych (z wciśniętym klawiszem *Shift*) powierzchniach modelu pokazanych na rys. 11.52 i zatwierdzonych poleceniem *Done*. W nowo otwartym oknie należy zaznaczyć utwierdzenie trzech pierwszych stopni swobody $U1$, $U2$, $U3$, stanowiących translacyjne stopnie swobody w węzłach znajdujących się na wybranych powierzchniach modelu. Rotacyjne stopnie swobody $UR1$, $UR2$, $UR3$ nie są w tym przypadku blokowane, ponieważ elementy bryłowe nie posiadają równań opisujących obroty węzłów elementu. Zatwierdzenie zdefiniowanych warunków brzegowych należy wykonać poleceniem *OK*.



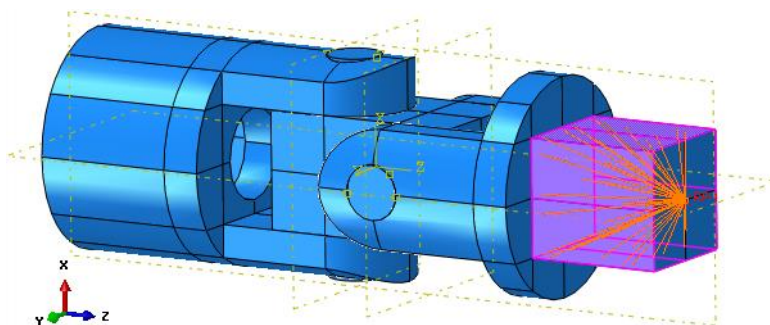
Rys. 11.52. Utwierdzenie powierzchni modelu

Obciążenie modelu stanowić będzie moment skręcający przyłożony w punkcie referencyjnym *RP-1*, który należy utworzyć wykorzystując narzędzie z górnego menu programu *Tools/Reference Point* oraz wybierając i zatwierdzając poleceniem *OK* punkt znajdujący się na środku czołowej powierzchni części *Cardan_1*, w sposób pokazany na rys. 11.53.



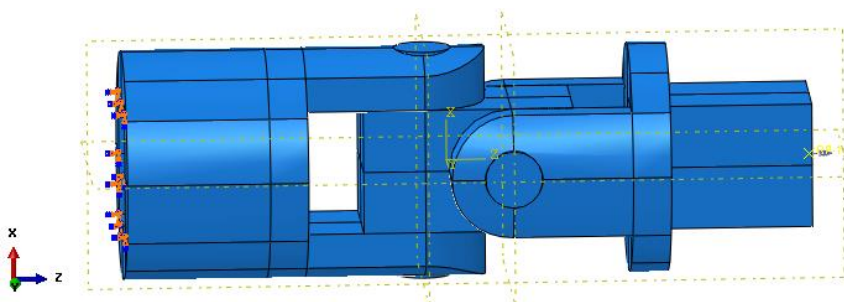
Rys. 11.53. Ustalenie punktu referencyjnego *RP-1*

W celu powiązania utworzonego punktu referencyjnego *RP-1* z grupą powierzchni części *Cardan_1* należy zdefiniować interakcje łączące odpowiednie stopnie swobody punktu referencyjnego z węzłami łączonych powierzchni. Należy zatem wrócić do modułu *Interaction* oraz wykorzystując narzędzie *Create Constraint*  wybrać opcję *Coupling* i po wciśnięciu polecenia *Continue* zaznaczyć punkt *RP-1* zatwierdzając wybór poleceniem *Done*, a następnie wskazać grupę powierzchni (z wciśniętym klawiszem *Shift*), również zatwierdzając wybór poleceniem *Done* – rys. 11.54. W nowo otwartym oknie dialogowym należy wybrać metodę powiązania *Continuum distributing* (umożliwiająca równomierne rozłożenie momentu skręcającego, przyłożonego do punktu *RP-1* na wybrane powierzchnie) i zatwierdzić zdefiniowaną interakcję poleceniem *OK*.



Rys. 11.54. Ustalenie interakcji sprzężenia punktu referencyjnego *RP-1* z grupą powierzchni części *Cardan_1*

Definicja obciążenia modelu przeprowadzona zostanie w module *Load* z wykorzystaniem narzędzia *Create Load* . Nazwę obciążenia należy zdefiniować jako *Moment skracający*, a następnie z listy wybrać rodzaj obciążenia *Moment* i wskazując punkt referencyjny *RP-1* oraz zatwierdzając wybór poleceniem *Done* należy w oknie *CM3* wprowadzić wartość momentu wynoszącą 30000 [Nmm], zatwierdzając całość poleceniem *OK*. Zdefiniowane w powyższy sposób obciążenie modelu stanowi moment skracający model względem podłużnej osi wału – oś Z, rys. 11.55.



Rys. 11.55. Utwierdzenie i obciążenie modelu numerycznego

11.9 Wykonanie obliczeń numerycznych – *moduł Job*

W celu przygotowania zadania obliczeniowego należy wykorzystując narzędzie *Create Job* , wpisać nazwę zadania *Name: Cardan*, zatwierdzić poleceniem *Continue*, a następnie zatwierdzić zadanie obliczeniowe z ustawieniami domyślnymi poleceniem *OK*. W przypadku możliwości równoległego wykorzystania w procesie obliczeń numerycznych większej liczby rdzeni procesora można w zakładce *Parallelization* wybrać opcję *Use multiple processors* wpisując odpowiednią liczbę rdzeni (np. 2). Obliczenia numeryczne należy uruchomić wykorzystując narzędzie *Job Manager* , poprzez wybranie polecenia *Submit*. Przebieg procesu obliczeń numerycznych można obserwować z wykorzystaniem polecenia *Monitor*. Zakończenie procesu obliczeń numerycznych zostanie zasygnalizowane odpowiednim komunikatem w oknie dialogowym *Monitor* oraz przez osiągnięcie w zakładce *Total Time* i *Step Time* wartości 1. Po zakończeniu procesu obliczeń w celu prezentacji wyników należy włączyć polecenie *Results*.

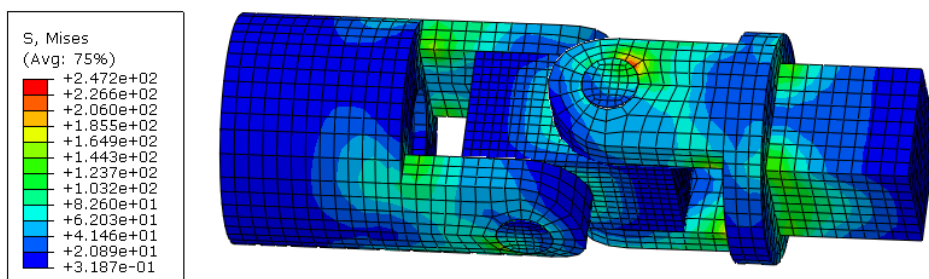
W przypadku błędów analizy należy przypisać drugi punkt referencyjny *RP-2* i dla niego wykonać analogicznie operacje, jakie wystąpiły dla punktu *RP-1* (po uprzednim usunięciu relacji związanych z pierwszym punktem referencyjnym).

11.10 Edycja wyników obliczeń numerycznych – *moduł Visualization*

Analiza otrzymanych wyników przeprowadzona zostanie na podstawie rozkładów naprężeń zredukowanych wyznaczonych według hipotezy wytrzymałościowej Hubera-Misesa-Hencky'ego (H-M-H) oraz przemieszczeń węzłów mechanizmu, wizualizowanych w formie konturowych map naprężeń i przemieszczeń na tle odkształconego modelu.

Wizualizację rozkładów naprężenia zredukowanego H-M-H otrzymamy włączając narzędzie *Plot Contours on Deformed Shape*. Zwiększenie czcionki wyświetlanych wartości liczbowych można uzyskać wykorzystując narzędzie z górnego menu programu *Viewport/Viewport Annotation Options*. W tym celu należy w nowo otwartym oknie dialogowym w zakładce *Legend* zaznaczyć polecenie *Set Font*, po czym podopcję *Size*, zmieniając rozmiar czcionki wyświetlanej na ekranie – zmianę należy zatwierdzić poleceniem *OK*.

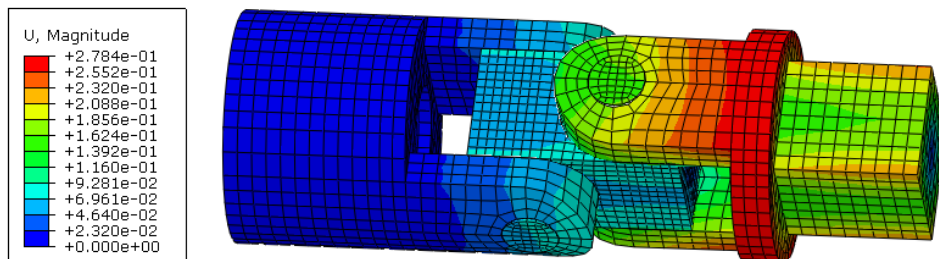
W celu obserwacji zachowania się mechanizmu krok po kroku w trakcie procesu obciążania należy posługiwać się przewijaniem klatek animacji przy użyciu opcji *Previous* lub *Next*, znajdujących się nad oknem roboczym programu. Wyświetlane wartości naprężenia zredukowanego podawane są w tym przypadku w *MPa*, co wynika bezpośrednio z jednostek wprowadzanych w trakcie przygotowania modelu numerycznego. Ogólną mapę naprężenia zredukowanego w modelu numerycznym, których maksymalne wartości osiągają poziom 247.2 MPa ($+2.472e+02$ oznacza $2.472 \times 10^2 = 247.2$) przedstawiono na rysunku 11.56.



Rys. 11.56. Wyniki obliczeń: rozkład naprężeń zredukowanych H-M-H

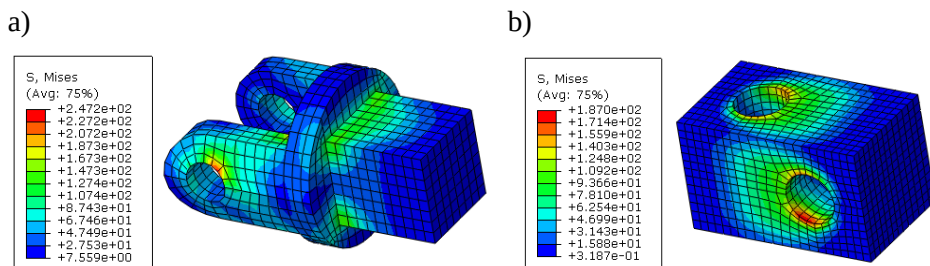
W celu wyświetlenia mapy przemieszczeń modelu numerycznego należy w oknie znajdującym się nad ekranem roboczym zmienić opcję z *S* (oznaczającą naprężenia – *Stress*) na opcję *U* oznaczającą przemieszczenia węzłowe modelu (*Displacement, Magnitude* – przemieszczenia wypadkowe).

Mapę przemieszczeń wypadkowych modelu, których maksymalna wartość oznaczona kolorem czerwonym wynosi $U=0.278$ mm ($+2.784e-01$ oznacza $2.784 \times 10^{-1} = 0.2784$) prezentuje rysunek 11.57.



Rys. 11.57. Wyniki obliczeń: rozkład przemieszczeń węzłowych modelu

W przypadku, gdy w modelu numerycznym znajduje się kilka części, zaleca się analizę wyników obliczeń dla każdej części oddzielnie. W celu wyświetlenia poszczególnych części modelu oddzielnie należy wykorzystując narzędzie *Create Display Group* , przejść do zakładki *Part instances* oraz zaznaczyć jeden z elementów, wyświetlając go poleceniem *Replace* w dolnej części okna i wyłączając narzędzie poleceniem *Dismiss*. Wyświetlanie wyników w powyższy sposób powoduje automatyczne dopasowanie się legendy oraz mapy wyników do wartości występujących w analizowanej części modelu – rys. 11.58.



Rys. 11.58. Mapy naprężeń zredukowanych: a) element *Cardan_1*,
b) element *Łacznik*

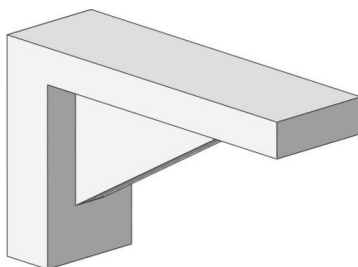
Poddając analizie otrzymane wartości naprężeń zredukowanych w poszczególnych częściach modelu numerycznego należy je odnieść np. do granicy plastyczności materiału, którą dla zastosowanego stopu aluminium 6061 przyjęto $R_e=250$ MPa. Porównując maksymalne wartości naprężenia zredukowanego otrzymane w modelu numerycznym na poziomie $\sigma_z = 247.2$ MPa – rys. 11.56, należy stwierdzić, że nie przekraczają one wartości naprężeń plastycznych materiału. Można zatem wnioskować, że wytrzymałość analizowanego mechanizmu w badanym przypadku obciążenia jest dostateczna, natomiast zbliżenie wartości maksymalnych naprężeń do granicy plastyczności (247.2/250 MPa) może świadczyć o prawidłowo zoptymalizowanych parametrach geometrycznych zaprojektowanego mechanizmu.

Przeprowadzona w niniejszym rozdziale numeryczna analiza mechanizmu wału Cardana stanowi typowy przykład rozwiązywania podstawowych zagadnień inżynierskich z wykorzystaniem metody elementów skończonych.

12. ANALIZA DRGAŃ WŁASNYCH WSPORNIKA

12.1 Wprowadzenie

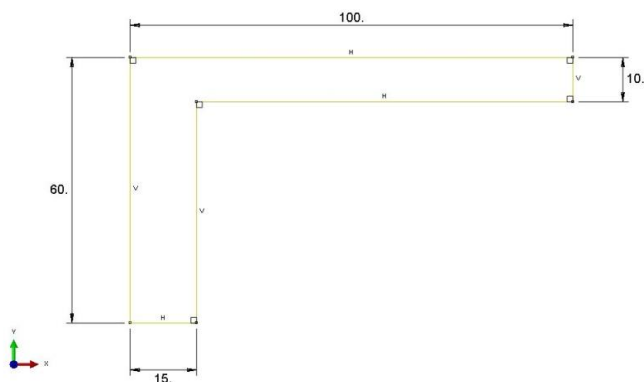
Przedmiotem analizy numerycznej jest rozwiązanie zagadnienia drgań własnych konstrukcji stalowego wspornika, utwierdzonego na powierzchni bocznej. W przykładzie należy wyznaczyć 10 pierwszych częstości oraz postaci drgań własnych. Model geometryczny elementu przedstawiono na rysunku 12.1.



Rys. 12.1. Model geometryczny wspornika

12.2 Budowa modelu geometrycznego – *moduł Part*

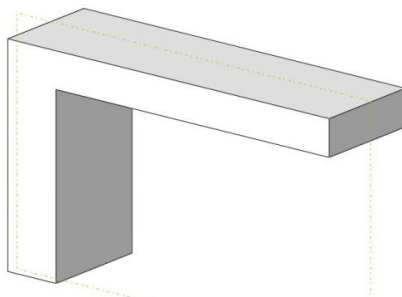
Model geometryczny wspornika należy wykonać przy wykorzystaniu narzędzia *Create Part* , jako część przestrzenną (*3D, Solid, Extrusion*) o nazwie *Wspornik*, ciało o właściwościach odkształcalnych (*Deformable*). Wymiary geometryczne pierwszego szkicu przedstawiono na rysunku 12.2.



Rys. 12.2. Wymiary gabarytowe wspornika

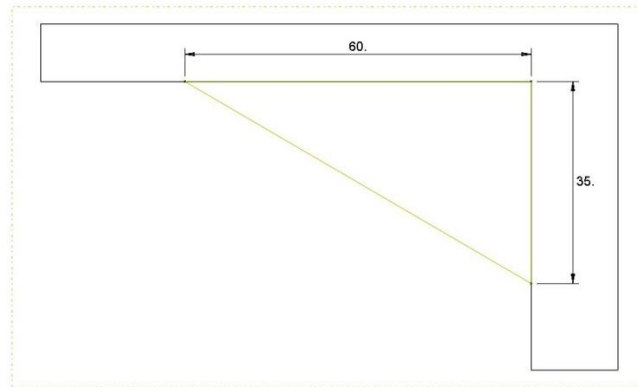
Szkic profilu części należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Create Lines:Connected*  w sposób przedstawiony na rys. 12.2. Narysowany przekrój należy zwymiarować z wykorzystaniem narzędzia *Add Dimension* , a następnie zmodyfikować wymiary do wartości przedstawionych na rysunku 12.2 – narzędzie *Edit Dimension Value* . Po ustaleniu wymiarów należy zakończyć wykonywanie szkicu poprzez wciśnięcie przycisku *Done* na dole ekranu oraz wprowadzić wartość wyciągnięcia (*Depth*) 30 mm.

W celu zamodelowania symetrycznego żebra o grubości 10 mm należy wprowadzić płaszczyznę pomocniczą za pomocą polecenia *Create Datum Plane:Offset From Plane* . Powyższa opcja umożliwia tworzenie płaszczyzny oddległej o daną wartość od istniejącej płaszczyzny lub ścianki bryły. W tym celu należy wskazać boczną ściankę wspornika oraz wprowadzić wartość przesunięcia (*Offset*) 10 mm oraz wybrać właściwy kierunek (w głąb materiału) i zatwierdzić poleceniem *OK*. Wynik operacji przedstawiono na rysunku 12.3.

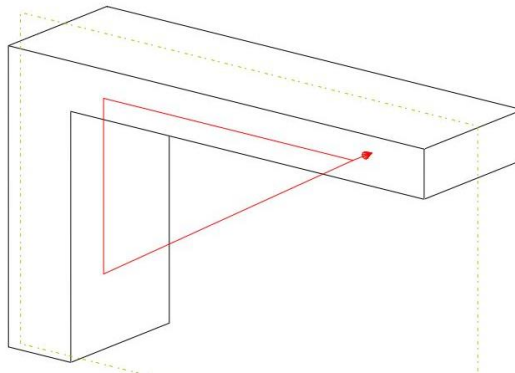


Rys. 12.3. Płaszczyzna pomocnicza typu *Datum Plane*

Szkic żebra należy wykonać z wykorzystaniem narzędzia *Create Solid: Extrude* , wskazując jako płaszczyznę szkicu utworzoną płaszczyznę pomocniczą. W pierwszej kolejności za pomocą narzędzia *Project Edges*  należy rzutować na płaszczyznę szkicu krawędzie wewnętrzne wspornika, a następnie narzędziem *Create Lines:Connected*  dorysować linię łączącą obydwie krawędzie. Narysowany szkic należy zwymiarować z wykorzystaniem narzędzia *Add Dimension* , a następnie zmodyfikować wymiary do wartości przedstawionych na rysunku 12.4 – narzędzie *Edit Dimension Value* . Po ustaleniu wymiarów należy dociąć zbędne krawędzie, leżące na zewnątrz zbudowanego trójkąta z wykorzystaniem narzędzia *Auto-trim* , a następnie zakończyć wykonywanie szkicu poleceniem *Done* na dole ekranu oraz wprowadzić wartość wyciągnięcia (*Depth*) 10 mm, określając właściwy kierunek wyciągnięcia – rys. 12.5.



Rys. 12.4. Wymiary żebra



Rys. 12.5. Parametry wyciągnięcia żebra

12.3 Definicja właściwości materiałowych – *moduł Property*

W prowadzonych obliczeniach zakłada się, że wspornik wykonany jest ze stali, dla której zdefiniowany zostanie model materiału o charakterystyce liniowo-sprężystej. W tym celu wykorzystując narzędzie *Create Material*  należy zdefiniować materiał o nazwie *Stal*, dla którego w zakładce *Mechanical/Elasticity/Elastic* należy określić dwa niezależne parametry materiału: moduł sztywności podłużnej *Young's Modulus*: $E=210\,000$ MPa oraz liczbę Poisson'a: *Poisson's Ratio*: 0.3 . Ze względu na fakt, że zagadnienie drgań własnych należy do zagadnień dynamicznych, niezbędne jest również wprowadzenie gęstości materiału w odpowiednich jednostkach: *General/Density* $7.8E-9$ t/mm³. Wprowadzone wartości należy zatwierdzić poleceniem OK.

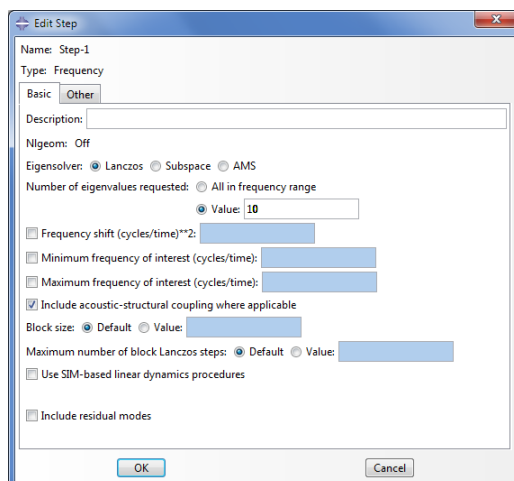
W dalszej kolejności należy utworzyć sekcję łączącą cechy geometryczne modelu z modelem materiałowym wykorzystując polecenie *Create Section* . Konieczne jest przypisanie sekcji typu *Solid:Homogeneous*. Ostatni etap stanowi przypisanie utworzonej sekcji z właściwościami materiałowymi do modelu geometrycznego wspornika. W tym celu wykorzystując narzędzie *Assign Section* , należy zaznaczyć cały model geometryczny, akceptując wybór poleceniem *Done*, a następnie zatwierdzając przypisanie sekcji poleceniem *OK*.

12.4 Tworzenie instancji części – *moduł Assembly*

W celu utworzenia instancji części należy wykorzystując narzędzie *Instance Part*  wybrać z listy nazwę części *Wspornik* i zatwierdzić budowę instancji z ustawieniami *Dependent (mesh on part)*, zatwierdzając operację opcją *OK*.

12.5 Definicja analizy numerycznej – *moduł Step*

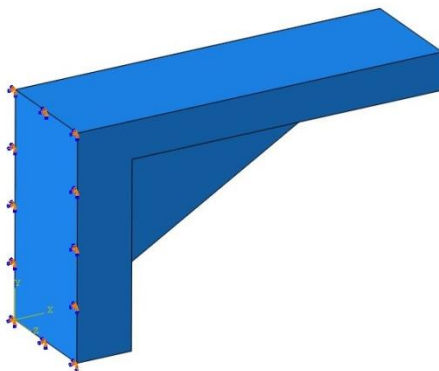
Analiza numeryczna stanowi w powyższym przypadku zagadnienie liniowe drgań własnych. W tym celu należy zdefiniować typ i parametry obliczeń z wykorzystaniem narzędzia *Create Step* , wybierając typ analizy jako *Linear perturbation/Frequency* i po zatwierdzeniu poleceniem *Continue* zdefiniować w okienku *Value* żadaną liczbę postaci drgań własnych, zatwierdzając parametry wybranej analizy poleceniem *OK* – rys. 12.6. Wybrany w tym przypadku solverem rozwiązującym zagadnienie własne jest *Eigensolver* o nazwie *Lanczos*.



Rys. 12.6. Parametry analizy drgań własnych.

12.6 Definicja warunków brzegowych modelu – *moduł Load*

Warunki brzegowe modelu numerycznego odpowiadają utwierdzeniu tylnej ściany wspornika, poprzez zablokowanie węzłom znajdującym się na powierzchni utwierdzonej translacyjnych stopni swobody, odpowiednio na kierunkach U_x , U_y i U_z globalnego układu współrzędnych modelu (elementy bryłowe posiadają tylko translacyjne stopnie swobody w węźle). Definicję warunków brzegowych przeprowadza się z wykorzystaniem narzędzia *Create Boundary Condition* , w kroku *Step:Initial*, wybierając procedurę blokowania stopni swobody w węźle *Displacement/Rotation* i zatwierdzając poleceniem *Continue*. Po wskazaniu tylnej ściany wspornika i zatwierdzeniu jej poleceniem *Done* należy zablokować pierwsze trzy stopnie swobody węzłów zaznaczając w tabeli odpowiednio $U1$, $U2$, $U3$ oraz zatwierdzając poleceniem *OK* – rys. 12.7.



Rys. 12.7. Warunki brzegowe modelu numerycznego

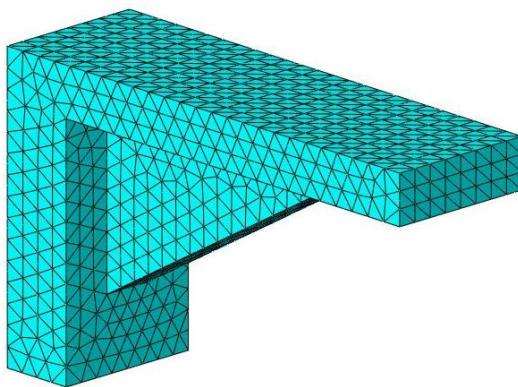
12.7 Budowa siatki elementów skończonych – *moduł Mesh*

Ze względu na zastosowany w modelu typ instancji *Dependent* proces dyskretyzacji przeprowadza się na części, a nie na instancji. W tym celu nad ekranem roboczym należy wybrać opcję *Object: Part*. Definicję ogólnej gęstości siatki elementów skończonych dla całego modelu wykonuje się z wykorzystaniem narzędzia *Seed Part* , określając przybliżony rozmiar krawędzi elementu skończonego *Approximate global size: 4* i zatwierdzając poleceniem *OK*.

W celu określenia typu i parametrów siatki elementów skończonych należy wykorzystując narzędzie *Assign Mesh Controls*  zaznaczyć cały obiekt oraz zatwierdzając poleceniem *Done* ustawić parametry siatki na *Tet* z domyślnymi ustawieniami oraz zatwierdzić całość poleceniem *OK*. Zastosowany sposób dyskretyzacji obiektu oparty jest na elementach trójkątnych typu tetragonalnego.

Kolejnym krokiem jest ustalenie rodzaju elementu skończonego zastosowanego w procesie dyskretyzacji modelu. Używając narzędzia *Assign Element Type*  i zaznaczeniu modelu oraz zatwierdzeniu poleceniem *Done* należy wybrać typ elementu skończonego *Family: 3D Stress* z ustawieniami *Geometric Order: Quadrati12*. Po ustaleniu powyższych parametrów należy zatwierdzić operację poleceniem *OK*.

Ostatnim etapem jest przeprowadzenie procesu dyskretyzacji modelu geometrycznego wspornika. W tym celu wykorzystując narzędzie *Mesh Part* , należy zatwierdzić poleceniem *OK* wykonanie siatki elementów skończonych wg ustalonych wcześniej parametrów. Otrzymany model dyskretny wspornika przedstawia rysunek 12.8.



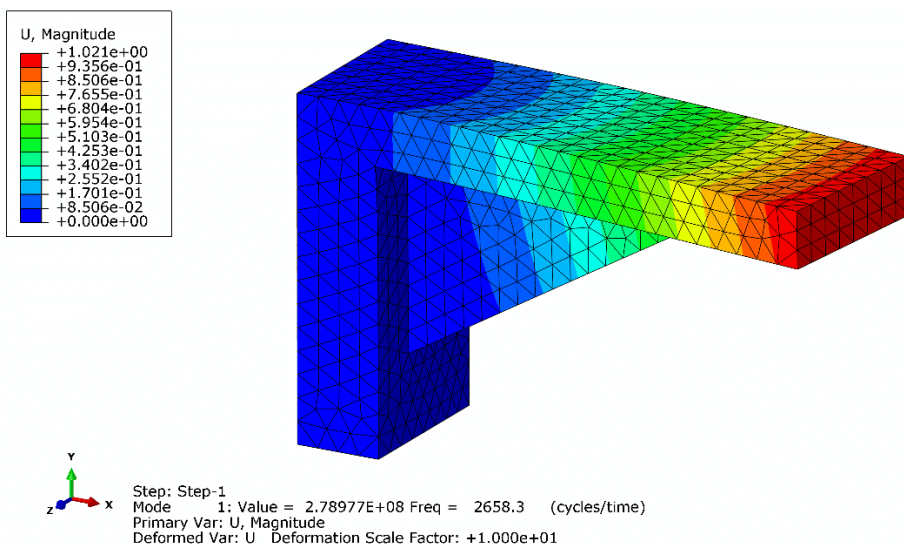
Rys. 12.8. Model dyskretny wspornika

12.8 Obliczenia numeryczne – *moduł Job*

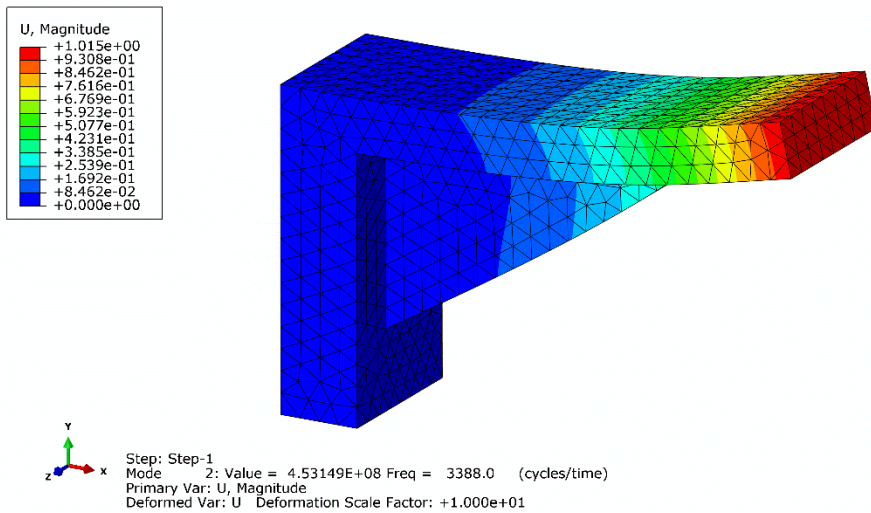
W celu przygotowania zadania obliczeniowego należy wykorzystując narzędzie *Create Job* wpisać nazwę  zadania, np. *Name: Wspornik*, zatwierdzić poleceniem *Continue*, a następnie zaakceptować zadanie obliczeniowe z ustawieniami domyślnymi poleceniem *OK*. Obliczenia numeryczne należy uruchomić wykorzystując narzędzie *Job Manager*  poprzez wybranie polecenia *Submit*. Przebieg procesu obliczeń numerycznych można obserwować poprzez włączenie polecenia *Monitor*. Po zakończeniu procesu obliczeń w celu prezentacji wyników należy włączyć polecenie *Results*.

12.9 Wyniki obliczeń numerycznych – *moduł Visualization*

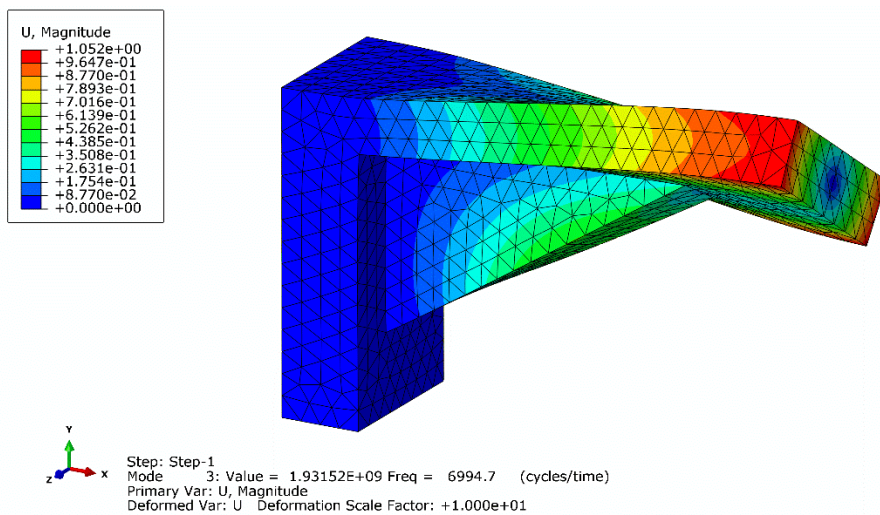
Na rysunku 12.9, 12.10 i 12.11 przedstawiono trzy pierwsze postacie drgań własnych analizowanego wspornika. Na podstawie map przemieszczeń możemy określić, jaka forma drgań jest dominująca dla danej postaci. Analizując otrzymane wyniki można stwierdzić, że w przypadku postaci pierwszej oraz drugiej dominuje forma giętna drgań własnych, natomiast w przypadku trzeciej postaci drgań dominuje forma skrętna. Ponadto dla wyznaczonych postaci określone zostały częstotliwości drgań własnych w Hz, które można odczytać w linii komentarza pod rysunkiem jako np.: $Freq = 2658.3$ (cycles/time) – rys. 12.9. Analogicznie częstotliwości drgań własnych odczytujemy dla kolejnych postaci – rys. 12.10 i 12.11.



Rys. 12.9. Pierwsza postać drgań własnych – częstotliwość 2658.3 Hz



Rys. 12.10. Druga postać drgań własnych – częstotliwość 3388 Hz



Rys. 12.11. Trzecia postać drgań własnych – częstotliwość 6994.7 Hz

LITERATURA

1. Banaszek J.: *Przykłady obliczeń z podstaw konstrukcji maszyn cz. 2*, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Lubelskiej, Lublin 1996.
2. Czarnigowski J., Ferdynus M., Kuśmierz L., Ponieważ G.: *Podstawy Konstrukcji Maszyn – Zbiór Zadań*, Otwock 2008.
3. Dietrich M.: *Podstawy Konstrukcji Maszyn "t. 1–3"*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1999.
4. Niezgodziński M. E., Niezgodziński T.: *Wzory, Wykresy i Tablice Wytrzymałościowe*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1996.
5. Skoć A., Spalek J.: *Podstawy konstrukcji maszyn "t. 1"*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2006.
6. Skoć A., Spalek J., Markusik S.: *Podstawy konstrukcji maszyn "t. 2"*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2008.
7. Abaqus HTML Documentation.