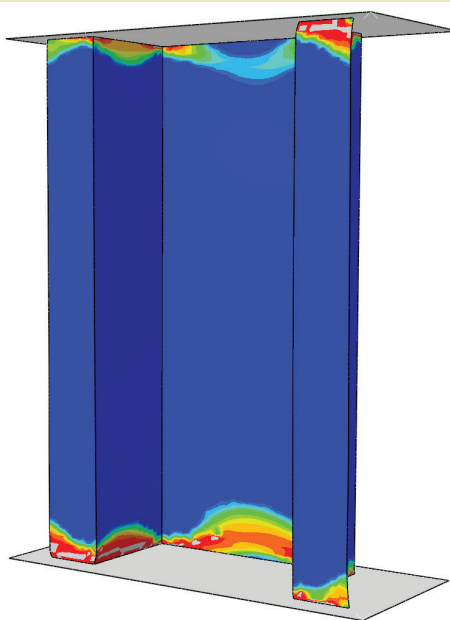
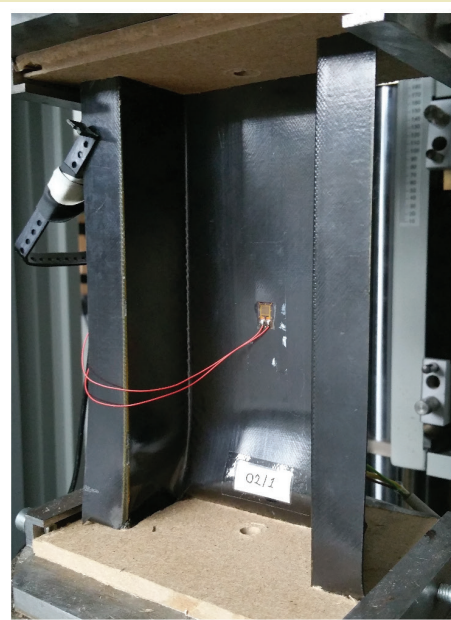


Patryk Różyło

Stateczność i stany graniczne ściskanych cienkościennych profili kompozytowych



Serdeczne podziękowania składam

*Panu Promotorowi dr hab. inż. Hubertowi Dębskiemu,
za nieocenioną wszechstronną pomoc, opiekę naukową, życzliwość, czas
poświęcony na dyskusje i za cenne rady oraz za wsparcie i wyrozumiałość.*

*Dziękuję również Panom Recenzentom – Panu Prof. dr hab. inż. W. Barnatowi
oraz Panu dr hab. inż. R. J. Manii, za recenzje przedstawianej pracy oraz
wszelkie cenne wskazówki i sugestie, udzielone w ramach przygotowanych
recenzji.*

*Pragnę również podziękować wszystkim osobom,
z którymi współpracowałem w czasie
realizacji niniejszej pracy,
za okazaną pomoc,
życzliwość i cenne wskazówki
oraz mojej Rodzinie i Przyjaciółom za wsparcie i cierpliwość.*

dr inż. Patryk Różyło

Monografie – Politechnika Lubelska



Politechnika Lubelska
Wydział Mechaniczny
ul. Nadbystrzycka 36
20-618 LUBLIN

Patryk Różyło

Stateczność i stany graniczne ściskanych cienkościennych profili kompozytowych



Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej
Lublin 2019

Recenzenci:

prof. dr hab. inż. Wiesław Barnat, Wojskowa Akademia Techniczna

dr hab. inż. Radosław Julian Mania, prof. Politechniki Łódzkiej

Badania zostały sfinansowane z Projektu Politechnika Lubelska – Regionalna Inicjatywa Dokończenia ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19

Publikacja wydana za zgodą Rektora Politechniki Lubelskiej

© Copyright by Politechnika Lubelska 2019

ISBN: 978-83-7947-362-5

Wydawca: Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej

www.biblioteka.pollub.pl/wydawnictwa

ul. Nadbystrzycka 36C, 20-618 Lublin

tel. (81) 538-46-59

Druk: TOP Agencja Reklamowa Agnieszka Łuczak

www.agencjatop.pl

Elektroniczna wersja książki dostępna w Bibliotece Cyfrowej PL www.bc.pollub.pl

Nakład: 100 egz.

Spis Treści

1. Wprowadzenie	7
2. Przegląd literatury	9
2.1. Mechanika i zniszczenie laminatów	10
2.2. Stateczność i stany graniczne cienkościennych profili nośnych	13
2.3. Numeryczne symulacje stanów granicznych	15
3. Cel i zakres pracy	17
4. Zniszczenie laminatów	19
4.1. Kryteria zniszczenia laminatów	19
4.1.1. Kryterium maksymalnych naprężeń	19
4.1.2. Kryterium maksymalnych odkształceń	20
4.1.3. Kryterium Hill'a	20
4.1.4. Kryterium Tsai-Hill'a	20
4.1.5. Kryterium Azzi-Tsai-Hill'a	21
4.1.6. Kryterium Hoffman'a	21
4.1.7. Kryterium Tsai-Wu	22
4.1.8. Kryterium Hashin'a	24
4.1.9. Kryterium Puck'a	26
4.1.10. Kryterium MDE	28
4.1.11. Progresywna analiza zniszczenia	28
5. Badania doświadczalne ściskanych cienkościennych słupów kompozytowych	33
5.1. Przedmiot badań	33
5.2. Metodyka badań doświadczalnych	35
5.2.1. Analiza doświadczalna stanu krytycznego	37
5.2.2. Analiza doświadczalna stanu krytycznego	39
6. Numeryczna analiza stanu krytycznego i zakrytycznego	41
6.1. Metoda elementów skończonych	41
6.2. Wyboczenie konstrukcji – rozwiązanie zagadnienia własnego	42
6.3. Stan zakrytyczny – nieliniowa analiza stateczności	43
6.4. Stan graniczny – zniszczenie konstrukcji	44
6.5. Modele dyskretne konstrukcji cienkościennych	47
7. Wyniki stateczności i zniszczenia ściskanych profili kompozytowych	50
7.1. Wyniki stanu krytycznego	50
7.2. Utrata nośności ściskanych słupów kompozytowych – ocena stanu zniszczenia konstrukcji	59
7.2.1. Ocena inicjacji uszkodzenia	59
7.2.2. Ewolucja zniszczenia struktury kompozytu	71

8. Podsumowanie	84
8.1. Ocena stanu krytycznego.....	84
8.2. Praca konstrukcji w zakresie zakrytych.....	85
8.3. Utrata nośności konstrukcji – analiza zniszczenia.....	86
9. Literatura	88

1. Wprowadzenie

Konstrukcje cienkościenne należą do grupy ustrojów nośnych, posiadających szerokie zastosowanie przede wszystkim w obszarze współczesnej techniki, jak m.in.: konstrukcjach lotniczych, rozwiązaniach budowlanych oraz motoryzacyjnych. Struktury cienkościenne należą do ustrojów charakteryzujących się wysokimi właściwościami wytrzymałościowymi, stanowiących o wysokim poziomie nośności, przy jednoczesnym zachowaniu stosunkowo niskiego ciężaru własnego. W przypadku konstrukcji cienkościennych szczególnego znaczenia nabiera analiza poszczególnych stanów pracy struktury. Rozróżnia się trzy podstawowe stany pracy konstrukcji cienkościennych: dokrytyczny, krytyczny i pokrytyczny. Stan pierwszy to taki, w którym obciążenie powoduje tylko ściskanie ścianek konstrukcji, a ugięcia wynikające ze zginania są zerowe – stan błonowy. Stan krytyczny charakteryzuje się wystąpieniem zjawiska utraty stateczności, poprzez osiągnięcie punktu bifurkacji (przejścia z liniowego zachowania się struktury na zakres nieliniowy). W stanie pokrytycznym możliwa jest dalsza praca konstrukcji w przypadku, gdy nowa pokrytyczna ścieżka równowagi jest stateczna, tzn. gdy przyrostowi ugięć towarzyszy równoczesny przyrost obciążenia. Rzadziej spotykane są przypadki, gdzie mowa o niestatecznym zachowaniu konstrukcji, co odpowiada zmniejszającemu się poziomowi obciążenia, przy wzroście przemieszczenia. Analizie stateczności konstrukcji ustrojów cienkościennych zostało poświęconych wiele prac naukowych, w których obszernie przedstawiono tematykę omawianego zagadnienia [74, 86].

Stały rozwój metod projektowania i wytwarzania nowoczesnych cienkościennych konstrukcji nośnych wyznacza całkowicie nowe trendy w odniesieniu do możliwości pozyskiwania materiałów, charakteryzujących się wysoką wytrzymałością przy niskim ciężarze własnym. Pożądane jest ukierunkowanie procesu wytwarzania, na uzyskanie materiałów o strukturach niejednorodnych, składających się, z co najmniej dwóch różnych materiałów, zwanych dalej kompozytami. Dążenie do ciągłej poprawy właściwości mechanicznych materiałów, prowadzi do zaawansowanych badań nad polepszeniem właściwości kompozytów, powszechnie stosowanych w projektowaniu struktur cienkościennych. Grupę najpowszechniej stosowanych materiałów kompozytowych stanowią obecnie kompozyty o osnowie polimerowej wzmocnionej włóknem węglowym (CFRP), szklanym (GFRP), lub aramidowym (Kevlar). Przykład współczesnego wykorzystania kompozytów polimerowych w nowoczesnych konstrukcjach mogą stanowić m.in. konstrukcje samolotów Boeing czy Airbus (przemysł lotniczy), składające się w przeważającej części z kompozytowych materiałów włóknistych [5, 21, 22], jak również konstrukcje bolidów Formuły 1 (przemysł motoryzacyjny).

W niniejszej pracy przedstawiono opis zagadnienia stateczności i stanów granicznych cienkościennych kompozytowych profili o złożonych kształtach przekroju poprzecznego (profile otwarte) poddanych osiowemu ściskaniu. Badania prowadzono w zakresie badań doświadczalnych na fizycznych modelach profili

wykonanych z kompozytu węglowo-epoksydowego techniką autoklawową, oraz badaniach numerycznych z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Badania doświadczalnie prowadzono na uniwersalnej maszynie wytrzymałościowej, rejestrując parametry pracy konstrukcji w pełnym zakresie obciążenia, do zniszczenia. Do oceny inicjacji procesu zniszczenia materiału kompozytowego wykorzystano Metodę Emisji Akustycznej (MEA). Równolegle realizowano proces symulacji numerycznych z wykorzystaniem kryteriów zniszczenia dedykowanych dla materiałów kompozytowych. Zastosowanym narzędziem numerycznym był komercyjny pakiet obliczeniowy – program ABAQUS®. Prowadzone badania doświadczalne oraz analizy numeryczne umożliwiły dokonanie opisu zagadnienia stateczności oraz zniszczenia konstrukcji kompozytowej. Otrzymane wyniki wskazują pewną metodykę badania tego typu struktur, z wykorzystaniem współczesnych narzędzi badawczych. W szczególności prowadzenie równolegle badań numerycznych i eksperymentalnych umożliwiło walidację opracowanych modeli numerycznych, pozwalając na dokonanie analizy pracy konstrukcji w pełnym zakresie obciążenia, włącznie z fazą zniszczenia. Podjęte w pracy zagadnienia badawcze wpisują się w prezentowane w literaturze badania dotyczące identyfikacji mechanizmów zniszczenia materiałów kompozytowych, dla których nie została dotychczas opracowana jednoznaczna metodyka badawcza.

2. Przegląd literatury

Początek wykorzystywania w przemyśle kompozytowych materiałów włóknistych przypada w drugiej połowie dwudziestego wieku. Pierwotnie włókniste materiały kompozytowe były znane pod angielską nazwą FRC (Fiber Reinforced Composites) i stanowiły fundament możliwości wytwarzania materiałów anizotropowych. W odróżnieniu od materiału kompozytowego pochodzącego ze źródeł naturalnych, jakim jest np. drewno, przewaga wytwarzanych techniką autoklawową kompozytów pozwala na uzyskanie materiału o bardzo wysokich właściwościach mechanicznych.

Pierwsze pozycje literaturowe dotyczące wytwarzania i badań nad materiałami kompozytowymi sięgają ostatnich lat pierwszej połowy dwudziestego wieku, gdy w roku 1938 Owens-Corning wynalazł włókno szklane, które początkowo stosowano w energetyce [58]. Jednakże fundamentalne początki rozwoju nowoczesnych materiałów kompozytowych przypadają na lata 50. i 60. XX wieku, gdzie zostały wyprodukowane włókna borowe, węglowe oraz aramidowe. Pierwotny opis mechaniki materiałów kompozytowych związany był z opracowaniem równań konstytutywnych, określających zależności wstępne między naprężeniami i odkształceniami. Początki teorii kompozytów związane były z wyprowadzeniem opisu mechaniki struktur kompozytowych oraz zjawiskiem zniszczenia laminatów. Wszelkie opracowane podstawy teoretyczne, stanowiły fundament szeregu prowadzonych badań eksperymentalnych. Stały rozwój techniki pozwolił na dalsze analizy, prowadzone nad nowoczesnymi kompozytowymi materiałami włóknistymi, prowadząc do powstania dziedziny nauki zajmującej się zagadnieniami mechaniki i zniszczenia materiałów kompozytowych. Opis mechaniki laminatów można dzisiaj znaleźć w wielu znaczących pozycjach literaturowych, poczynając od starszych prac Reddy'ego [112, 113], Hashin'a [53], Hyla [64], aż po pozycje bieżące, m.in. Germana [47], Jonesa [67], Muca [103], Wilczyńskiego [157] oraz Dębskiego [33].

Powszechne zainteresowanie włóknistymi materiałami kompozytowymi wynika w głównej mierze ze specyfiki kształtowania ich właściwości mechanicznych. Pomimo korzystnych cech, jak np. wysoka wytrzymałość przy niskiej masie własnej, występuje dodatkowa możliwość wpływania na polepszenie chociażby ich właściwości sztywnościowych. Możliwość kreowania właściwości sztywnościowych lub energochłonnych struktur kompozytowych, wykazuje przewagę nad tradycyjnymi materiałami inżynierskimi o właściwościach izotropowych. Kompozyty mogą składać się z kilku do kilkudziesięciu cienkich warstw, przy jednoczesnym zachowaniu niskiej grubości struktury. Zmiana konfiguracji warstw laminatu ma bezpośredni wpływ na zwiększenie lub zmniejszenie właściwości użytkowych – co stanowi o możliwości wpływu na spełnianie funkcje, w zależności od zapotrzebowania. Początkowe badania, prowadzone na materiałach kompozytowych i podstawy teoretyczne, którymi się kierowano, dały możliwość dal-

szegego rozwoju naukowego, który doprowadził do wykorzystania potencjału numerycznych technik symulacyjnych w modelowaniu nowoczesnych struktur kompozytowych.

2.1. Mechanika i zniszczenie laminatów

Materiały kompozytowe stanowią szczególną grupę materiałów o strukturze niejednorodnej, składających się z przynajmniej dwóch komponentów, charakteryzujących się zróżnicowanymi właściwościami. Powszechnie wiadomo, że niektóre składowe komponenty kompozytu mają bezpośredni wpływ na spajanie struktury w całość – osnowa, a inne stosuje się w celu podniesienia właściwości wytrzymałościowych – włókna. Wpływ na zachowanie materiału kompozytowego, pod działaniem obciążenia, na obydwie jego składniki oraz pełnią rolę i wszelkie funkcje tych składników w ramach struktury laminatu, przedstawiła Hyla [64]. Kompozyt, jako całość (osnowa oraz ukierunkowane włókna) cechuje się uśrednionymi właściwościami wytrzymałościowymi z materiału matrycy (osnowy) oraz zbrojenia (włókien), co wykazał w swojej pracy Wilczyński [157]. Opisem wzajemnych interakcji, które zachodzą pomiędzy osnową i włóknami, badań na poziomie mikrostruktury oraz wszelkich zjawisk zachodzących między osnową i włóknami, zajmowali się m.in. Jones [67], Vasiliev [152] oraz Vinson [154]. Początkowymi próbami oszacowania uśrednionych właściwości mechanicznych kompozytu zajmowali się przede wszystkim Voight, który określił stałość odkształcenia w warstwach laminatu oraz Reuss, który przedstawił stałość naprężenia, co wnikliwie zawarł w swojej pracy Wilczyński [157]. Próbę wyznaczenia podstawowych właściwości mechanicznych początkowo podjęli Hashin i Rosen [55] oraz Christensen [26].

Analiza struktur o właściwościach anizotropowych, którą zajmowali się m.in. Huber [62] oraz Reddy [112], przyczyniła się do rozwoju teorii, powszechnie znanej, jako klasyczna teoria laminatu. Rozwój teorii bazującej na tematyce włóknistych materiałów kompozytowych, sięga pierwotnie ustanowionej klasycznej teorii laminatu CLT (Classical Lamination Theory) [109]. Opis modelu CLT zakłada, iż laminat w ogólnym ujęciu jest złożony z dwóch połączonych ze sobą warstw, przy czym każda z nich posiada właściwości anizotropowe lub też izotropowe. Zależności sił wewnętrznych od odkształceń określonych w warstwie środkowej, pozwalają na określenie uśrednionych parametrów materiałowych, jakimi charakteryzuje się laminat symetryczny. Zagadnienia mechaniki laminatów według CLT rozpatruje się z uwzględnieniem liniowej teorii Kirchhoffa, bądź też nieliniowej teorii Karmana, co zostało szczegółowo przedstawione w pracach Kołakowskiego, Królaka i Kowal-Michalskiej [74, 86]. Z uwagi na to, iż teoria bazująca na CLT nie uwzględniała zjawiska ścinania międzywarstwowego, konieczny był jej rozwój, czym zajęli w swojej pracy się przede wszystkim Whitney i Pagano [159]. Teoria określająca zjawisko ścinania pierwszego rzędu, w przypadku laminatów znana, jako FSDT (First Order Shear Deformation), była rozwijana, czego

konsekwencją było pojawienie się teorii ścinania wyższych rzędów HSDT – Reddy [112]. Postęp w rozwoju teorii laminatów skutkował wprowadzeniem dalszych zagadnień, jakimi bez wątpienia stały się zagadnienia związane z próbą opisu zniszczenia materiału kompozytowego.

Identyfikacja parametrów powodujących inicjację procesu zniszczenia struktury laminatu stanowi problem opisywany przez współczesnych badaczy, ze względu na złożony charakter zniszczenia materiału kompozytowego, zależny od wielu czynników, co utrudnia jednoznaczną interpretację całego procesu. Do podstawowych form zniszczenia materiałów kompozytowych prezentowanych w literaturze można przede wszystkim zaliczyć: rozerwanie lub wyboczenie włókien, pęknięcie osnowy, delaminację międzywarstwową lub zerwanie połączenia na granicy włókno-osnowa. W przypadku struktur kompozytowych poddanych działaniu złożonych stanów obciążenia (struktury lotnicze lub motoryzacyjne) w fazie zniszczenia może występować jednocześnie kilka form uszkodzenia materiału, co utrudnia określenie jednoznacznych mechanizmów prowadzących do identyfikacji przyczyn uszkodzenia struktury.

Podstawową teorią zniszczenia laminatów prezentowaną w literaturze jest teoria FPF (First Ply Failure), według której kompozyt ulega zniszczeniu w przypadku uszkodzenia pierwszej jego warstwy, co zostało przedstawione przez Reddy'ego i Pandey'a [113]. Jednakże w wielu przypadkach wykazano, że zniszczenie pierwszej warstwy nie wyczerpuje nośności struktury kompozytowej, która jest nadal zdolna do dalszego przenoszenia obciążenia, co zostało wykazane m.in. w pracach Dębskiego i innych [33-36, 39-41]. Prezentowane w literaturze różne modele uszkodzenia materiału kompozytowego, bazują najczęściej na teorii kontynualnej mechaniki uszkodzeń CDM (Continuum Damage Mechanics), zaproponowanej początkowo przez Kachanov'a [68], a następnie rozwijanej przez Lemaitre'a i Chaboche'a [95]. Teoria CDM zapoczątkowała powiązanie właściwości mechanicznych z opisem mechanizmu zniszczenia laminatu.

Opis zjawiska zniszczenia kompozytu prowadzony jest zazwyczaj na podstawie parametrów granicznych materiału, określonych w badaniach doświadczalnych. Szereg standardowych prób: ściskania, rozciągania, zginania itp. pozwala na wyznaczenie nie tylko danych materiałowych, ale także parametrów niezbędnych do dalszego opisu stanu uszkodzenia struktury, co wykazał Davis [30], Greenhalgh [50] oraz Hinton i inni [60]. Ocena stopnia zniszczenia materiału odbywa się zarówno na podstawie spełnienia zastosowanych kryteriów, badań makroskopowych oraz badań z wykorzystaniem emisji akustycznej, pomiarów odkształceń czy testach wytrzymałościowych, co przedstawił Adams [3] oraz Zureick i Nettles [165].

Powszechnie dostępna jest znaczna ilość kryteriów opisujących inicjację i propagację zniszczenia oraz metod bardziej zaawansowanych, pozwalających na bardziej realne odwzorowanie rzeczywistych uszkodzeń zachodzących w materiałach kompozytowych. Kryteria opisujące zniszczenie dzielą się na kilka

głównych grup. Pierwsza z nich dotyczy zniszczenia zachodzącego na skutek ściśnięcia i rozciągania włókien i osnowy, z czego kluczowe kryteria to: maksymalnych naprężeń i odkształceń zaproponowane przez Jenkins'a [66], Hashin'a [53, 54, 56], czy Puck'a [110, 111]. Druga grupa to kryteria pozwalające na opis zniszczenia w odniesieniu do ścinania międzywarstwowego: maksymalnych naprężeń i odkształceń stycznych, Hashin'a [53, 54, 56], Chang Lessard'a [24]. Trzecią grupę stanowią kryteria umożliwiające opis mechanizmu zniszczenia pierwszej warstwy kompozytu – tzw. kryteria inicjacyjne: kryterium Hill'a stanowiące uogólnienie kryterium wyężenia Hubera-Misesa-Hencky'ego na materiały ortotropowe [59], Tsai-Hill'a [149], Tsai-Wu [150], Hoffman'a [61], Sandhu [131] czy Christensen'a [27]. Wykorzystanie tych kryteriów do oceny stanów granicznych ściskanych i zginanych profili kompozytowych, zweryfikowane badaniami doświadczalnymi przedstawiono m.in. w pracach [35, 39, 40, 89, 139]. Kolejna grupa opisuje inicjację zjawiska delaminacji w odniesieniu do kryteriów: Hashin'a [53, 54, 56], Lee [94], czy Tong'a [146]. Ostatnia grupa pozwalająca na opis stanu rozwoju delaminacji to kryteria m.in.: Hahn'a [52], Donaldson'a [42] oraz White'a [158].

Powszechne spojrzenie na znane modele zniszczenia, bazujące na zniszczeniu pierwszej warstwy kompozytu, pozwala na stwierdzenie o braku doprowadzenia do kompletnego uszkodzenia struktury kompozytu, co wykazali w swojej pracy m.in. Reddy i Pandey [113]. Praktyczne wykorzystanie modeli opisujących inicjacyjne kryteria zniszczenia znalazło szerokie zastosowanie w komercyjnych programach obliczeniowych wykorzystujących metodę elementów skończonych, w których najszerze wykorzystanie znalazły m.in. kryterium Tsai-Wu, Hashin'a oraz maksymalnych naprężeń. Największe znaczenie praktyczne w odniesieniu do kryteriów bazujących na zniszczeniu pierwszej warstwy laminatu, przy jednoczesnym zachowaniu braku zjawiska delaminacji, ma tensorowe kryterium Tsai-Wu [150].

Progresywne uszkodzenie laminatu, związane z redukcją sztywności uszkodzonego kompozytu, stanowi obecnie zaawansowaną technikę opisującą ewolucję zniszczenia, którą zajmowali się początkowo Bazant i Oh [12] oraz później German i Mikulski [48]. Rozwój kontynualnej mechaniki uszkodzeń CDM zapoczątkowanej przez Kachanov'a [68], stał się podstawą opracowania kryterium zniszczenia, pozwalającego na badanie progresywnego stanu uszkodzenia kompozytu. W myśl tej teorii proces ewolucji zniszczenia polega na redukcji sztywności uszkodzonej warstwy laminatu na skutek energii dyssypacji, po wcześniejszej inicjacji zniszczenia. Opisanie progresywnego mechanizmu zniszczenia, gdzie ewolucja parametrów uszkodzenia jest sterowana przez ekwiwalentne przemieszczenie, co umożliwia określenie stanu obniżenia sztywności materiału i pełnego zniszczenia, zajmowano się m.in. w pracach [12, 25, 48, 91, 92, 97, 107, 155, 161, 164]. Progresywna analiza zniszczenia stanowi obecnie jeden z bardziej zaawansowanych opisów uszkodzenia materiału kompozytowego, wykorzystywany sze-

roko we współczesnych metodach numerycznych. Dalsze kierunki badań dotyczące opisu mechanizmów zniszczenia materiałów, w tym kompozytowych stanowią metody bazujące na modelach kohezyjnych (ang. CZM – Cohesive Zone Method), metodzie VCCT (ang. Virtual Crack Closure Technique) czy rozszerzonej metodzie elementów skończonych XFEM (Extended Finite Element Method), umożliwiającymi również modelowanie delaminacji międzywarstwowych.

2.2. Stateczność i stany graniczne cienkościennych profili nośnych

Analiza zagadnienia stateczności konstrukcji cienkościennych stanowi niezwykle istotny problem badawczy, którego początki sięgają XVIII wieku. Ustroje cienkościenne charakteryzuje w głównej mierze to, iż zachowują wysokie właściwości wytrzymałościowe, przy stosunkowo niskiej masie własnej. Utrata stateczności cienkościennych elementów konstrukcyjnych i jej następstwa zrodziły konieczność analizowania zachowania tych konstrukcji, już na etapie ich projektowania. Pierwsze prace, które poświęcono teorii stateczności sprężystej, dotyczące opisu teoretycznego oraz badań doświadczalnych, pojawiły się stosunkowo niedawno, czego opis stanu wiedzy do lat siedemdziesiątych XX wieku, przedstawił m.in. Hutchinson i Koiter [63]. Analiza zjawiska wyboczenia oparta o nieliniową teorię stateczności Koiter’a [69, 70], stanowi fundament opisu ogólnego charakteru utraty stateczności, co zostało omówione w publikacji van der Heijden’a [151] oraz Królaka [86].

Dalszym rozwojem teorii stateczności zajmowali się Byskov i Hutchinson [18], dokonując opisu teorii opartej na rozwinięciu pokrytycznej ścieżki równowagi. W ramach prowadzonych rozważań przedstawiono istotę określenia punktu bifurkacji oraz wykazano, iż stateczność układu zachowawczego zależy od znaku drugiej pochodnej energii potencjalnej układu. Badaniem stateczności ściskanych płyt, zajmowali się m.in. Thompson i Hunt [145], natomiast analizę wyboczenia słupów pryzmatycznych podjęli w swoich pracach Goltermann i Mollman [49, 101] oraz Byskov [16, 17].

Praktyczne podejście do zagadnienia stateczności wymagało jego uproszczonej postaci, opartej na interakcyjnych zależnościach, celem określenia zmiany sztywności ustroju, czym zajmowali się Wang i inni [156]. W ramach rozwoju metod analityczno-numerycznych, na podstawie których możliwe było początkowe określenie stateczności układów zachowawczych, zaczęto rozwijać w tym zakresie metody obliczeń numerycznych, jak m.in. metodę elementów skończonych, którą początkowo zajmowali się Barsoum i Gallagher [8]. Rozwój technik obliczeniowych oraz komputerów spowodował rozwój analiz numerycznych w zakresie wyboczenia profili płytowych, w przypadku globalnej postaci giętnej i giętno-skrętnej - Batoz i inni [10] oraz Lee i inni [93], a także zachowania ustrojów o złożonych kształtach przekroju poprzecznego, z uwzględnieniem lokalnej

postaci wyboczenia, czego podjął się Pignataro i inni [106]. Tematykę wnikliwych badań wyboczenia, uwzględniających pojawienie się wyższych postaci wyboczenia lokalnego podjęli m.in. Koiter [70] oraz polscy badacze, m.in. Króla [85] i Kołakowski [71]. Wykazano, iż globalna giętą postać wyboczenia związana jest z wystąpieniem parzystej liczby postaci lokalnych oraz globalna postać giętno-skrętna, wiąże się z wystąpieniem par postaci lokalnych. Opis teorii wyboczenia cienkościennych konstrukcji zawarto w znaczącej ilości prac tych autorów [71–74, 76, 77, 103, 143].

Równolegle do badań nad analitycznym podejściem, w ramach modelu matematycznego zagadnienia stateczności ściskanych cienkościennych konstrukcji, podjęto próby walidacji opracowanego modelu badaniami eksperymentalnymi, zarówno dla konstrukcji izotropowych, jak i kompozytowych, co przedstawiono w pracy Singer'a i innych [135, 136]. Analizy prowadzone na konstrukcjach rzeczywistych nie pozwalają na jednoznaczną możliwość określenia wartości obciążeń krytycznych, przez niemożność zaobserwowania zjawiska bifurkacji drogą makroskopową. Wyraźnego rozróżnienia stanów pracy konstrukcji rzeczywistych można dokonać poprzez zastosowanie znanych metod aproksymacyjnych, pozwalających na przybliżone wyznaczenie obciążeń krytycznych. Wraz z rozwojem badań opartych na prowadzonych testach doświadczalnych, nastąpił rozwój metod umożliwiających wyznaczenie przybliżonych wartości obciążeń krytycznych, których przykłady w swoich pracach przedstawili Venkataramaiah i Roorda [153], Kołakowski i Kowal-Michalska [75] oraz Zaráś, Króla i Kotelko [162]. W literaturze przedmiotu opisano kilka podstawowych metod aproksymacyjnych, służących do oszacowania wartości obciążeń krytycznych w przypadku struktur rzeczywistych. Należą do nich m.in.: metoda Southwell'a [117], metoda stycznej pionowej [162], metoda przecięcia prostych [28], metoda punktu przegięcia [162], metoda Tereszowskiego [138], metody $P-w_c^2$ oraz $P-w_c^3$ [162] oraz metoda Koiter'a [69, 70, 151]. Praktyczne zastosowanie kilku wybranych metod aproksymacyjnych oraz weryfikacja wyników uzyskanych podjętymi do badań metodami, zostały przedstawione w pracy Paszkiewicz i Kubiaka [105].

Badaniami zagadnienia stateczności profili cienkościennych w warunkach obciążeń eksploatacyjnie dopuszczalnych, zajmowano się szeroko w publikacjach [37, 40, 41, 45, 79, 80, 88, 102, 119, 121, 123, 126, 127, 140, 142, 160], w ramach których autorzy przedstawili opis pracy cienkościennych struktur o skomplikowanych, otwartych i zamkniętych przekrojach poprzecznych. Główny aspekt realizowany w wymienionych pozycjach literaturowych stanowiła analiza nieliniowej stateczności cienkościennych profili w ujęciu numerycznym i doświadczalnym. Wnikliwą analizą stanu krytycznego, pokrytycznego oraz zjawiskiem zniszczenia profili kompozytowych zajmowano się również w pracach [6, 34, 37, 40, 41, 44, 45, 81, 82, 98, 119, 122, 139], w których autorzy podjęli w głównej mierze tematykę zachowania cienkościennych struktur w stanie zakrytycznym, przy uwzględnieniu występującego zjawiska zniszczenia materiału kompozytowego. W wy-

mienionych publikacjach prowadzono szczegółowe badania stanu głęboko pokrytycznego oraz analizę wyników zniszczenia, w oparciu o kryterium zniszczenia pierwszej warstwy laminatu (bazując głównie na teorii inicjacji zniszczenia Tsai-Wu). Opisywaną problematykę, w przypadku cienkościennych profili kompozytowych o poprzecznych przekrojach otwartych, podjęli m.in. Banat i Mania [6], badając struktury o zetowym przekroju poprzecznym, Dębski i inni [41], a także Teter i inni [139] – w odniesieniu do profili o omegowym przekroju poprzecznym oraz Dębski [34] i Dębski i inni [37, 40], analizując stateczność słupów o ceowym przekroju poprzecznym. W przedstawionych pracach badawczych, wszelkie analizy realizowano zarówno drogą badań eksperymentalnych, jak i MES.

2.3. Numeryczne symulacje stanów granicznych

Analiza stanów głęboko pokrytycznych i granicznych zwykle jest związana z silnie nieliniową pracą konstrukcji. Jedną z metod pozwalających na ocenę pracy konstrukcji cienkościennych w ramach nieliniowego zakresu pracy, jest metoda elementów skończonych (MES), która stanowi nowoczesne narzędzie umożliwiające określenie zjawiska zniszczenia struktury kompozytów wzmocnionych włóknami FRC, co wykazali m.in. Kreja [83], czy Barbero [7]. W ramach modelowania struktur kompozytowych na drodze obliczeń numerycznych, stosowana jest powszechnie klasyczna teoria laminatu CLT, co przedstawione zostało w pracach m.in. Jones'a [67] i Reddy'ego [112]. W przypadku analiz numerycznych wykorzystywane są także teorie ścinania pierwszego rzędu FSDT – Kreja i inni [84], czy Haas i Lee [51] oraz wyższych rzędów HSDT – Tsai i inni [147]. W pracy Basar i inni [9] przedstawiono numeryczne zastosowanie modelu DLT.

Zagadnieniom dotyczącym opisu stanów granicznych z wykorzystaniem inicjacyjnych kryteriów zniszczenia poświęcone są przede wszystkim prace [19, 35, 39, 90, 92–94, 115, 122, 132, 134, 139]. Autorzy wymienionych publikacji dokonali walidacji modeli numerycznych, na podstawie rezultatów badań doświadczalnych oraz przedstawili pokrytyczne charakterystyki pracy cienkościennych struktur kompozytowych, dokonując jednocześnie identyfikacji obszarów zniszczenia. Numeryczną możliwością oszacowania stanu krytycznego oraz dalszą pracą struktur w zakresie głęboko pokrytycznym, w ramach którego pojawiają się pierwsze oznaki zniszczenia materiału, zajmowano się w znaczącej ilości publikacji naukowych [14, 29, 35, 36, 39–41, 45, 78–80, 90, 98, 126, 140, 141, 156, 160]. W prezentowanych pracach najczęściej wykorzystywanymi inicjacyjnymi kryteriami zniszczenia były kryterium Hashin'a [54, 56, 118] oraz kryterium Tsai-Wu [149, 150].

Opis stanów granicznych konstrukcji cienkościennych wiąże się przede wszystkim z możliwością opisu procesu ewolucji zniszczenia materiału. Symulacje numeryczne procesu ewolucji zniszczenia materiału kompozytowego prowadzone są najczęściej z wykorzystaniem progresywnej analizy zniszczenia,

uwzględniającej postępującą degradację macierzy sztywności, co zostało wnikliwie przedstawione w pracy Germana [48]. Szeroki opis dotyczący określania stanów granicznych w przypadku zastosowania progresywnej analizy zniszczenia, przedstawiono w publikacjach [11, 25, 48, 91, 92, 97, 102, 107, 115, 137, 155, 161, 164]. Szeroki przegląd prac dotyczących badań stateczności i stanów zakrytych z uwzględnieniem procesów zniszczenia laminatu przedstawili w swej pracy Orifici i inni [104].

Rozwój obliczeń z wykorzystaniem metody elementów skończonych, uwzględniających teorię CMD, przyczynił się do dalszych możliwości oszacowania degradacji stopnia sztywności badanego elementu. Prowadzono również prace zmierzające do uwzględnienia zagadnień związanych z możliwością wystąpienia delaminacji międzywarstwowych w strukturze kompozytu. Wynikiem tych badań było opracowanie numerycznych modeli zniszczenia, uwzględniających przede wszystkim wytrzymałość połączenia adhezyjnego na granicy warstw laminatu. Jedną z podstawowych technik obliczeniowych, uwzględniających powyższe zjawiska była metoda określana, jako CZM (Cohesive Zone Method). Jako pierwszy, pojęcie strefy kohezijnej wprowadził Dugdale [43], w której zaproponowany model zniszczenia wykorzystywał prawo Traction – Separation. Alternatywną metodą w tym zakresie była metoda VCCT (Virtual Crack Closure Technique), którą zaproponowali Rybicki i Kanninen [130]. Zastosowanie opisywanej metody przedstawiono szczególnie w pracach Krueger’a [87] i Leski’ego [96]. Najbardziej zaawansowaną metodę opisu zjawiska zniszczenia materiału, stanowi metoda XFEM (eXtended Finite Element Method), umożliwiającą opis inicjacji i propagacji procesu pęknięcia struktury materiału, w sposób niezależny od siatki elementów skończonych, co przedstawili Moës i Belytschko [100]. Szeroki opis wykorzystania powyższych metod w analizie procesu zniszczenia zarówno materiałów o właściwościach izotropowych, jak również ortotropowych można znaleźć m.in. w pracach badawczych [2, 4, 13, 20, 31–33, 38, 87, 96, 100, 116, 120, 125, 128, 133].

Przedstawiony w niniejszym rozdziale przegląd literatury, wykazuje obszerność zagadnień związanych z tematyką badawczą prezentowanej pracy. Poruszenie powyższej problematyki przez wielu współczesnych badaczy potwierdza aktualność tych zagadnień. Lektura prezentowanych prac wykazuje jednakże brak uniwersalnych metod badania i oceny procesu zniszczenia cienkościennych struktur wykonanych z materiałów kompozytowych. Zatem podjęcie w ramach niniejszej pracy badań zmierzających do pogłębienia opisu stanów granicznych cienkościennych profili wykonanych z materiałów kompozytowych, z wykorzystaniem metod numerycznych i doświadczalnych, wydaje się uzasadnione.

3. Cel i zakres pracy

Celem niniejszej pracy jest analiza stanów granicznych oraz opis zjawiska zniszczenia ściskanych cienkościennych słupów kompozytowych o złożonych kształtach przekroju poprzecznego, wykonanych z kompozytu węglowo-epoksydowego. Opracowane zostaną techniki modelowania procesu zniszczenia kompozytu, z wykorzystaniem kryteriów zniszczenia zaimplementowanych w programie wykorzystującym metodę elementów skończonych. Prowadzone badania dotyczą opisu zagadnienia nieliniowej stateczności cienkościennych profili kompozytowych, poddanych osiowemu ściskaniu z wykorzystaniem metod numerycznych i badań doświadczalnych. Badania doświadczalne, prowadzone na fizycznych modelach konstrukcji, umożliwią przeprowadzenie weryfikacji otrzymywanych wyników obliczeń numerycznych oraz walidację opracowanych modeli numerycznych badanych struktur kompozytowych.

Postawiono tezę, że możliwy jest opis mechanizmów zniszczenia cienkościennych struktur kompozytowych z wykorzystaniem modeli numerycznych zweryfikowanych doświadczalnie.

Uzasadniając sformułowaną tezę należy stwierdzić, iż wszelkie istniejące teoretyczne rozwiązania, zwłaszcza te odnoszące się do opisu stanów głęboko zakrytycznych oraz granicznych, są prezentowane w literaturze stosunkowo skromnie. Zarówno opracowanie adekwatnych technik modelowania zjawiska zniszczenia, jak również wymóg doświadczalnej walidacji opracowanych modeli numerycznych, stanowi o konieczności przeprowadzenia dogłębnych analiz w ramach postawionego celu i tezy pracy.

Zakres pracy obejmuje doświadczalno-numeryczną analizę nieliniowej stateczności i nośności ściskanych cienkościennych słupów kompozytowych. W ramach prowadzonych badań realizowane będą badania doświadczalne pracy ściskanych konstrukcji kompozytowych w pełnym zakresie obciążenia – do zniszczenia. Na tej podstawie wyznaczone zostaną wartości obciążenia krytycznego i granicznego konstrukcji, jak również zidentyfikowane obszary uszkodzenia materiału kompozytowego. Dodatkowo z wykorzystaniem tensometrii oporowej wyznaczone zostaną pokrytyczne ścieżki równowagi, umożliwiające opis pracy konstrukcji w trakcie procesu obciążania. Do oceny momentu inicjacji zniszczenia kompozytu wykorzystana zostanie metoda emisji akustycznej. Otrzymane wyniki badań doświadczalnych umożliwią przeprowadzenie walidacji opracowanych modeli numerycznych.

Badania numeryczne z wykorzystaniem metody elementów skończonych realizowane będą z wykorzystaniem komercyjnego pakietu obliczeniowego – ABAQUS® [1]. Zakres obliczeń numerycznych będzie obejmował liniową analizę zagadnienia własnego – stan krytyczny, jak również rozwiązanie zagadnienia nieliniowej stateczności, z wykorzystaniem przyrostowo-iteracyjnej metody Newtona-Raphsona [129, 163]. Do oceny zniszczenia materiału kompozytowego wykorzystane zostaną kryteria zniszczenia kompozytu zaimplementowane

w programie ABAQUS® (kryterium Tsai-Wu, kryterium Hashin'a oraz kryterium progresywne). Zastosowane procedury obliczeniowe umożliwią dokonanie opisu zjawiska zniszczenia kompozytu, natomiast otrzymane wyniki zostaną zweryfikowane z wynikami badań doświadczalnych. Takie podejście zdaniem Autora umożliwi opracowanie adekwatnych technik modelowania procesu zniszczenia materiału kompozytowego.

4. Zniszczenie laminatów

4.1. Kryteria zniszczenia laminatów

Zniszczenie laminatu stanowi pojęcie ściśle związane z przekroczeniem wytrzymałości warstw kompozytu w ramach zadanych obciążeń. W przypadku rozpatrywanych kompozytów włóknistych, opis stanu wyężenia oraz zniszczenia cienkościennych konstrukcji kompozytowych, stanowi bardzo złożone zagadnienie, w głównej mierze z powodu zróżnicowanych właściwości mechanicznych poszczególnych komponentów laminatu. Badania literaturowe przedstawiają najczęstsze formy trwałego uszkodzenia materiałów kompozytowych, jako pęknięcie włókien, uszkodzenie osnowy, lub delaminacja [19, 35, 40, 90, 139, 155]. Zazwyczaj trwałe uszkodzenie cienkościennych struktur kompozytowych wiąże się z kombinacją przynajmniej dwóch lub więcej przypadków zniszczenia, co niezwykle utrudnia bezpośredni i klarowny opis zachodzącego zjawiska. Dodatkowym utrudnieniem jest różnorodność występujących w literaturze kryteriów zniszczenia, co wymaga zazwyczaj prowadzenia weryfikacji eksperymentalnej otrzymywanych wyników obliczeń. Wszystkie te czynniki w istotnym stopniu komplikują prowadzenie badań i analiz umożliwiających opis mechanizmów zniszczenia, w stosunku do tradycyjnych materiałów o właściwościach izotropowych (np. metali). Określenie poziomu obciążenia inicjującego proces progresywnego uszkodzenia laminatu, którym zajmowali się wnikliwie German i Mikulski [48], odbywa się na podstawie różnych mechanizmów zniszczenia wewnątrzwarstwowego. Precyzyjna definicja uszkodzenia materiału, w odniesieniu do gęstości objętościowej mikropęknięć lub efektywnego ubytku pola przekroju, jaką zaproponował Kachanov [68] w ramach kontynualnej mechaniki uszkodzeń CDM, przyczyniła się do rozwoju inicjacyjnych i progresywnych kryteriów zniszczenia. Już w latach pięćdziesiątych XX wieku, określono skalarny parametr uszkodzenia, przyjmujący wartości z przedziału $\langle 0-1 \rangle$, gdzie osiągnięcie wartości 1 oznacza pojawienie się oznak uszkodzenia struktury, na skutek inicjacji zniszczenia.

4.1.1. Kryterium maksymalnych naprężeń

Pierwszym sformułowanym kryterium wytrzymałościowym, umożliwiającym badanie zniszczenia materiałów kompozytowych, było kryterium maksymalnych naprężeń zaproponowane przez Jenkins'a [66] oraz przedstawione w pracach [47, 65]. Stanowi ono jedno z najprostszych kryteriów dedykowanych dla materiałów ortotropowych, rozpatrywane wyłącznie w płaskim stanie naprężenia. W każdej ze składowych warstw kompozytu na kierunkach głównych, zgodnych z kierunkiem ułożenia włókien 1 i kierunkiem prostopadłym 2 kompozytu, naprężenia mają być mniejsze od odpowiednich wartości granicznych. Zależności pozwalające na opis warunku, w ramach którego kompozyt nie ulegnie uszkodzeniu przedstawiają poniżej zestawione nierówności:

$$-X_c < \sigma_1 < X_t, \quad -Y_c < \sigma_2 < Y_t, \quad -S < \tau_{12} < S \quad (4.1)$$

gdzie: σ_1 i σ_2 – naprężenia w głównych kierunkach ortotropii, τ_{12} – naprężenia ścinające w płaszczyźnie warstwy.

Możliwy jest analogiczny opis powyższego kryterium, zarówno w przestrzeni naprężeń (4.1), jak i odkształceń (4.2).

4.1.2. Kryterium maksymalnych odkształceń

Kolejne kryterium, w pełni analogiczne do kryterium maksymalnych naprężeń, stanowi kryterium maksymalnych odkształceń [47, 65, 66]. Kryterium to charakteryzuje się zbliżonym opisem matematycznym:

$$-X_{\varepsilon c} < \varepsilon_1 < X_{\varepsilon t}, \quad -Y_{\varepsilon c} < \varepsilon_2 < Y_{\varepsilon t}, \quad -S_{\varepsilon} < \gamma_{12} < S_{\varepsilon} \quad (4.2)$$

gdzie: $X_{\varepsilon c}$, $Y_{\varepsilon c}$ oraz $X_{\varepsilon t}$, $Y_{\varepsilon t}$ – odkształcenia dopuszczalne na głównych kierunkach ortotropii materiału kompozytowego na ściskanie i rozciąganie, S_{ε} – graniczny kąt określający odkształcenie postaciowe w płaszczyźnie warstwy, ε_1 i ε_2 – odkształcenia w głównych kierunkach ortotropii, $\gamma_{12} = 2\varepsilon_{12}$ – parametr opisujący kąt odkształcenia postaciowego.

4.1.3. Kryterium Hill'a

Jednym z podstawowych kryteriów dedykowanych do badań kompozytowych struktur o ortotropowej charakterystyce materiału jest kryterium Hill'a [59, 74]. W odniesieniu do opisywanego kryterium, możliwe jest przedstawienie naprężeń zredukowanych σ_r w płaskim stanie naprężenia w postaci:

$$\sigma_r^2 = a_{a1}\sigma_1^2 + a_{a2}\sigma_2^2 - a_{12}\sigma_1\sigma_2 + 3a_{a3}\tau_{12}^2 \quad (4.3)$$

gdzie: a_{a1} , a_{a2} i a_{a3} – parametry anizotropii, których wyznaczenie odbywa się na podstawie kilku niezależnych prób wytrzymałościowych, pozwalających na wyznaczenie granic plastyczności w głównych kierunkach ortotropii materiału.

W przypadku, gdyby powyższe składowe określone jako parametry anizotropii, były równe jedności, zależność (4.3) opisująca powyższe kryterium, sprowadziłaby się do kryterium Hubera-Misesa-Hencky'ego dla materiałów izotropowych.

4.1.4. Kryterium Tsai-Hill'a

Następstwem kryterium Hill'a był rozwój hipotezy uwzględniającej zróżnicowanie poziomu wytrzymałości warstwy kompozytu w głównych kierunkach orto-

tropii materiału, rozwinięte przez Tsai [148]. Postać warunku opisującego omawiane kryterium, ze względu na znaczą złożoność opisu, uwzględniła wartości graniczne laminatu na kierunkach głównych:

$$\frac{\sigma_1^2}{X^2} + \frac{\sigma_2^2}{Y^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} = 1 \quad (4.4)$$

gdzie: współczynniki X , Y oraz S stanowią graniczne parametry wytrzymałości laminatu odpowiednio w głównych kierunkach: 1 – w kierunku włókien, 2 – prostopadle do kierunku włókien oraz S – w płaszczyźnie warstwy.

4.1.5. Kryterium Azzi-Tsai-Hill'a

Ostatnie rozwinięcie równania opisującego kryterium Tsai-Hilla (4.4), jak wykazał w dalszym etapie Azzi oraz Tsai [47], pozwoliło na uwzględnienie różnych wartości wytrzymałości, zarówno na rozciąganie i ściskanie w głównych kierunkach laminatu. Kryterium to ma główne założenie, iż o wytrzymałości kompozytu decyduje wyłącznie osiągnięcie granicznego stanu liniowo-sprężystego. Postać zależności opisującej kryterium Azzi-Tsai-Hill'a można przedstawić następująco:

$$\frac{\sigma_1^2}{X^2} + \frac{\sigma_2^2}{Y^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} = 1 \quad (4.5)$$

przy czym należy uwzględnić odpowiednie rozwinięcia parametrów granicznych:

$$X = \begin{cases} X_t & \text{dla } \sigma_1 > 0 \\ X_c & \text{dla } \sigma_1 < 0 \end{cases} \quad \text{oraz} \quad Y = \begin{cases} Y_t & \text{dla } \sigma_2 > 0 \\ Y_c & \text{dla } \sigma_2 < 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

gdzie: X_t , X_c i Y_t , Y_c – oznaczają parametry graniczne, odpowiednio dla rozciągania i ściskania w kierunku wzdłużnym oraz prostopadłym do włókien.

4.1.6. Kryterium Hoffman'a

Dalszy rozwój kryteriów zniszczenia laminatów, był ściśle związany z potrzebą możliwości uwzględnienia różnic między naprężeniami ściskającymi oraz rozciągającymi, działającymi w tych samych kierunkach. Rozwojem tej tematyki zajął się Hoffman [61], który znacząco rozwinął postać równania (4.4) opisującego kryterium Tsai-Hill'a do postaci określanej, jako kryterium Hoffman'a. Istotą kryterium było ściśle uwzględnienie ujemnych wartości parametrów granicznych, pochodzących od ściskania, zatem X_c oraz Y_c posiadały z góry przypisany znak ujemny, natomiast parametry od rozciągania pozostawały bez zmian. Zależność opisująca kryterium dla płaskiego stanu naprężenia przyjmuje postać:

$$-\frac{\sigma_1^2}{X_c X_t} + \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X_c X_t} - \frac{\sigma_2^2}{Y_c Y_t} + \frac{X_c + X_t}{X_c X_t} \sigma_1 + \frac{Y_c + Y_t}{Y_c Y_t} \sigma_2 + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} = 1 \quad (4.7)$$

4.1.7. Kryterium Tsai-Wu

Tensorowym rozwiązaniem zagadnienia zniszczenia zajmowali się m.in. Tsai oraz Wu [47, 150]. Nowe podejście ustanowione przez badaczy, zawiera w ramach omawianego kryterium wszelkie interakcje, które zachodzą między składowymi tensora naprężeń w głównych kierunkach σ_1 i σ_2 . U podstaw omawianego kryterium leżało dążenie do najlepszego dopasowania teoretycznych krzywych zniszczenia do wyników eksperymentalnych. Wprowadzone zmiany w kryterium zniszczenia, związane były z określeniem nowych charakterystyk wytrzymałościowych. Charakterystyki zawierały współzależności między naprężeniami, w odniesieniu do wieloosiowych stanów naprężeń, w postaci tensorów wytrzymałości. W nawiązaniu do płaskiego stanu naprężeń, w kompozycie o ortotropowej charakterystyce materiałowej, równanie opisujące powyższe kryterium przybiera postać:

$$F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2 + F_6 \tau_{12} + F_{11} \sigma_{11}^2 + F_{22} \sigma_{22}^2 + F_{66} \tau_{12}^2 + 2F_{12} \sigma_1 \sigma_2 = 1 \quad (4.8)$$

gdzie: F_1, F_2, F_6 oraz F_{11}, F_{22}, F_{66} – stanowią składowe tensorów wytrzymałości, możliwe do wyznaczenia w próbie wytrzymałościowej jednoosiowego ściskania, rozciągania i ścinania; F_{12} – składowa tensora wytrzymałości związana z interakcją naprężeń normalnych σ_1 i σ_2 , możliwa do wyznaczenia w teście dwuosiowym.

Zależności pozwalające na wyznaczenie poszczególnych składowych, związane są z przeprowadzeniem prostych prób wytrzymałościowych, w odniesieniu do pierwotnej postaci równania (4.8). W ramach prób jednoosiowego rozciągania oraz ściskania na kierunku osi 1 – wzdłuż włókien, zależności przedstawiane są następująco:

$$\begin{cases} F_1 X_t + F_{11} X_t^2 = 1 \\ F_1 (-X_c) + F_{11} (-X_c)^2 = 1 \end{cases} \quad (4.9)$$

przy czym wynik rozwiązania układu równań (4.9) umożliwił wyznaczenie dwóch składowych tensorów wytrzymałości w postaci:

$$F_1 = \frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c}, \quad F_{11} = \frac{1}{X_t X_c}. \quad (4.10)$$

W odniesieniu do prób jednoosiowego ściskania i rozciągania w kierunku osi 2 – poprzecznie do włókien, zależności pozwalające na wyznaczenie kolejnych

składowych tensorów wytrzymałości, wyrażone są w pełni analogiczne do równań na kierunku osi 1. Jedyną różnicą polega na adekwatnej zamianie indeksów, przypisanych parametrom oraz oznaczeniu wartości granicznych. Wyznaczone w ten sposób współczynniki przedstawiono następująco:

$$F_2 = \frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c}, \quad F_{22} = \frac{1}{Y_t Y_c}. \quad (4.11)$$

Uwzględniając fakt, iż wytrzymałość na ścinanie w płaszczyźnie warstwy laminatu, nie zależy od zwrotu naprężeń pochodzących od ścinania, zniszczenie materiału kompozytowego nastąpi z chwilą osiągnięcia przez te naprężenia granicznej wartości, oznaczonej jako S .

W związku z powyższym możliwe jest określenie niezbędnych zależności na podstawie równania (4.8) w postaci układu równań:

$$\begin{cases} F_6 S + F_{66} S^2 = 1 \\ F_6 (-S) + F_{66} (-S)^2 = 1 \end{cases} \quad (4.12)$$

przy czym wynik rozwiązania układu równań (4.12) wykazał, że jego spełnienie następuje wyłącznie w chwili, gdy określone składowe tensorów wytrzymałości wynoszą:

$$F_6 = 0, \quad F_{66} = \frac{1}{S^2}. \quad (4.13)$$

Wyznaczenie ostatniej niezbędnej składowej F_{12} , możliwe jest wyłącznie w ramach przeprowadzenia skomplikowanego testu dwuosiowego, gdzie $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$, dla którego równanie (4.8) przyjmuje postać:

$$(F_1 + F_2)\sigma + (F_{11} + F_{22} + 2F_{12})\sigma^2 = 1. \quad (4.14)$$

W ramach przekształcenia zależności (4.14), wyznaczono współczynnik F_{12} w postaci:

$$F_{12} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sigma^2} - \frac{(F_1 + F_2)}{\sigma} - (F_{11} + F_{22}) \right]. \quad (4.15)$$

Istnieje wiele propozycji wyznaczenia współczynnika F_{12} , przy czym każda z nich pozwala na uzyskanie rezultatu ze stosunkowo dużą zbieżnością względem pozostałych przypadków. Zgodnie z propozycją Tsai i Wu [47, 103, 150], zależność pozwalającą na bezpośrednie wyznaczenie przybliżonej wartości omawianego współczynnika została przedstawiona następująco:

$$F_{12} = \sqrt{\frac{1}{X_t X_c Y_t Y_c}}. \quad (4.16)$$

Całkiem inną propozycję wyznaczenia opisywanego współczynnika, można zaobserwować w przypadku kryterium Hoffman'a [61, 103]:

$$F_{12} = \frac{1}{X_t X_c}. \quad (4.17)$$

4.1.8. Kryterium Hashin'a

Kolejnym z omawianych inicjacyjnych kryteriów zniszczenia jest kryterium Hashin'a [54, 56]. Model teoretyczny kryterium zniszczenia zaproponowany przez Hashin'a, oparty jest ściśle na doświadczeniach przedstawionych w ramach zaproponowanego kryterium Tsai-Wu, ze względu na wykazanie izotropowego podejścia w ramach naprężeń pochodzących od rozciągania. Kryterium Hashin'a odnosi się wyłącznie do rozciągania i ściskania włókien oraz osnowy. Kryterium to ściśle dotyczy poziomu maksymalnych składowych naprężeń, po osiągnięciu których następuje zniszczenie. Omawiane kryterium jest stosowane wyłącznie w przypadkach dotyczących materiałów kompozytowych wzmocnianych włóknami, co przedstawił German i Mikulski [48].

W modelu zniszczenia, główne podejście sprowadza się do tego, iż w każdym punkcie/elemente/obszarze tworzącym strukturę, zniszczenie nastąpi wyłącznie wtedy, gdy wszystkie równania opisujące proces zniszczenia zostaną spełnione. Bazując na kryterium Hashin'a, występuje dalsza możliwość opisu procesu ewolucji zniszczenia w oparciu o progresywną analizę zniszczenia, uwzględniającę propagującą obniżenie sztywności, aż do całkowitego zniszczenia. Kryterium to znalazło szczególnie szerokie zastosowanie w numerycznych systemach obliczeniowych. Ogólna zależność, na której bazuje kryterium sprowadza się do związku określającego tensor naprężeń efektywnych w materiale kompozytowym, zgodnie z równaniem [48]:

$$\sigma^* = M \cdot \sigma; \quad \sigma^* = \frac{1}{1-d} \sigma_0, \quad (4.18)$$

gdzie: σ^* – stanowi naprężenie efektywne (przy obciążeniu, przenoszonym przez nieuszkodzoną część powierzchni przekroju), σ i σ_0 – naprężenia nominalne, d – parametr uszkodzenia, M – operator uszkodzenia w postaci jawnej.

Równanie (4.18) określające zależność między naprężeniem efektywnym a nominalnym przedstawione w jawnej postaci, w ramach którego możliwy jest dalszy opis procesu inicjacji uszkodzenia, przedstawiono poniżej (4.19) [46, 48]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11}^* \\ \sigma_{22}^* \\ \tau_{12}^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-d_f} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-d_m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1-d_s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}. \quad (4.19)$$

Równania inicjacji zniszczenia na rozciąganie włókien F_{ft} (4.20), ściskanie włókien F_{fc} (4.21), rozciąganie osnowy F_{mt} (4.22) oraz ściskanie osnowy F_{mc} (4.23), opisujące omówione powyżej kryterium przyjmują następującą postać:

$$F_{Ft} = \left(\frac{\sigma_{11}^*}{X_t} \right)^2 + \alpha \left(\frac{\tau_{12}^*}{S_l} \right)^2 = 1, \quad \sigma_{11}^* \geq 0, \quad (4.20)$$

$$F_{Fc} = \left(\frac{\sigma_{11}^*}{X_c} \right)^2 = 1, \quad \sigma_{11}^* < 0, \quad (4.21)$$

$$F_{Mt} = \left(\frac{\sigma_{22}^*}{Y_t} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}^*}{S_l} \right)^2 = 1, \quad \sigma_{22}^* \geq 0, \quad (4.22)$$

$$F_{Mc} = \left(\frac{\sigma_{22}^*}{2S_t} \right)^2 + \left[\left(\frac{Y_c}{2S_t} \right)^2 - 1 \right] \frac{\sigma_{22}^*}{Y_c} + \left(\frac{\tau_{12}^*}{S_l} \right)^2 = 1, \quad \sigma_{22}^* < 0, \quad (4.23)$$

gdzie: σ_{11}^* , σ_{22}^* , τ_{12}^* – stanowią elementy tensora efektywnych naprężeń, natomiast S_l i S_t – oznaczają odpowiednio wartości naprężeń maksymalnych ścinających w płaszczyźnie warstwy i ścinających w kierunku poprzecznym; pozostałe parametry zostały opisane w ramach poprzednich kryteriów, zaś współczynnik α – stanowi udział naprężeń ścinających.

W równaniu opisującym ściskanie osnowy (4.23), występujący parametr S_t , określający wytrzymałość na ścinanie w płaszczyźnie poprzecznej do płaszczyzny warstwy, możliwy jest do wyznaczenia w ramach dodatkowego eksperymentu. Badanie doświadczalne jest w tym przypadku bardzo trudne do przeprowadzenia, jak zauważył Thom [144]. Zaproponowano zatem przyjęcie wartości omawianego współczynnika analogicznie, jak dla parametru granicznego przy rozciąganiu poprzecznym do kierunku włókien Y_t , zgodnie z analizami prowadzonymi przez Puck'a [57, 110, 111].

4.1.9. Kryterium Puck'a

Kryterium sformułowane przez Puck'a [111], rozróżnia postępujące zniszczenie zachodzące we włóknach i osnowie kompozytu. Dodatkowo dowiedziono, iż jedyny stan naprężeń, jaki ma wpływ na uszkodzenie włókien pochodzi od naprężenia w kierunku zgodnym z ułożeniem włókien. Ogólne ujęcie omawianego kryterium zakłada, że stanowi ono połączenie kryteriów maksymalnego naprężenia i odkształcenia, które przedstawiono w rozdziałach 4.1.1 oraz 4.1.2. Ogólna postać kryterium jest zgodna z równaniem (4.24):

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_1}{X} + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_L} \right) = 1, \quad (4.24)$$

gdzie: X – stanowi wartość graniczną związaną ze ściskaniem włókien X_c lub rozciąganiem X_t , natomiast ε_L – odkształcenie niszczące.

W odniesieniu do zniszczenia osnowy przyjęto, iż niszczy się na skutek oddziaływań pochodzących od naprężeń ścinających, a także poprzecznych do włókien. Puck sformułował odpowiednio krzywe graniczne, zależne od jednego z trzech przypadków uszkodzenia laminatu. Pierwszy przypadek zakłada zniszczenie osnowy na skutek naprężeń ścinających i rozciągających (4.25):

$$\sqrt{\left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 + \left(1 - p_{12}^+ \frac{Y_t}{S}\right)^2 \left(\frac{\sigma_2}{Y_t}\right)^2} + p_{12}^+ \frac{\sigma_2}{S} = 1, \quad \sigma_2 > 0, \quad (4.25)$$

gdzie: p_{12}^+ – stanowi wartość bezwzględną współczynnika nachylenia stycznej do krzywej granicznej (po stronie naprężeń rozciągających), w jej punkcie przecięcia z osią naprężeń stycznych, którą stanowi parametr τ_{12} (w przypadku braku możliwości wyznaczenia współczynnika eksperymentalnie należy przyjąć wartość $p_{12}^+ = 0,3$).

Drugi przypadek dotyczy działania naprężeń ścinających i ściskających o stosunkowo niewielkich wartościach (4.26):

$$\frac{1}{S} \left(\sqrt{\tau_{12}^2 + (p_{12}^- \sigma_2)^2} + p_{12}^- \sigma_2 \right) = 1, \quad \left(\sigma_2 < 0, 0 < \left| \frac{\sigma_2}{\tau_{12}} \right| \leq \frac{R_{23}}{S \sqrt{1 + 2p_{23}^-}} \right), \quad (4.26)$$

gdzie: p_{12}^- – stanowi wartość bezwzględną współczynnika nachylenia stycznej do krzywej granicznej (po stronie naprężeń ściskających), w jej punkcie przecięcia z osią naprężeń stycznych, którą stanowi parametr τ_{12} (w przypadku braku możliwości wyznaczenia współczynnika eksperymentalnie należy przyjąć wartość $p_{12}^- = 0,2$), R_{23} – stanowi odporność materiału na zjawisko poślizgu

w ramach poprzecznego ścinania, p_{23}^- – współczynnik nie posiadający interpretacji geometrycznej, związany ściśle z parametrami S , p_{12}^- oraz p_{12}^+ .

Zarówno parametr R_{23} oraz p_{23}^- można wyznaczyć odpowiednio z przedstawionych zależności (4.27 i 4.28):

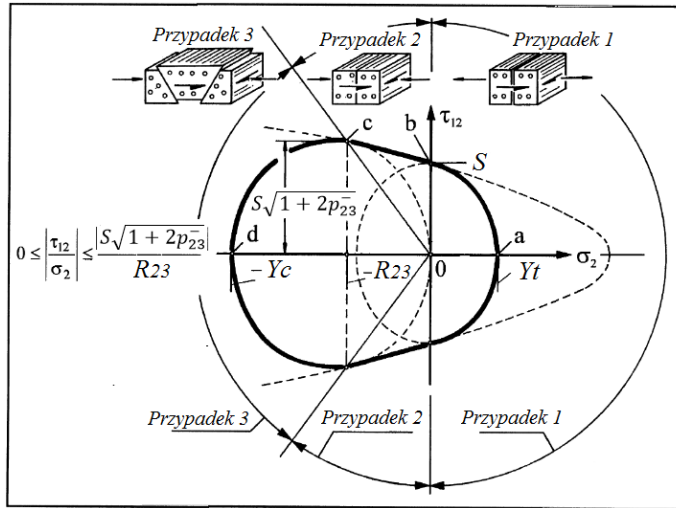
$$R_{23} = \frac{S}{2p_{12}^-} \left(\sqrt{1 + 2p_{12}^- \frac{Y_c}{S}} - 1 \right), \quad (4.27)$$

$$p_{23}^- = p_{12}^- \frac{R_{23}}{S}. \quad (4.28)$$

Ostatni trzeci przypadek zakłada udział naprężeń ścinających oraz ściskających o stosunkowo wysokich wartościach (4.29):

$$\left[\left(\frac{\tau_{12}}{2(1 + p_{23}^-)S} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y_c} \right)^2 \right] \frac{Y_c}{-\sigma_2} = 1, \left(\sigma_2 < 0, \left| \frac{\sigma_2}{\tau_{12}} \right| \geq \frac{R_{23}}{S\sqrt{1 + 2p_{23}^-}} \right). \quad (4.29)$$

Kryterium Pucka w przestrzeni naprężeń (σ_2, τ_{12}) można przedstawić za pomocą obwiedni granicznej – przypadki zniszczenia laminatu (rys. 4.1).



Rys. 4.1. Graficzna prezentacja obwiedni granicznej kryterium Pucka [111]

4.1.10. Kryterium MDE

Kryterium MDE (*Modified Distortion Energy*) zostało opracowane przez Chamisa [23]. Stanowi ono modyfikację kryterium energetycznego Tsai-Hill'a, polegającą na sposobie uwzględniania interakcji pomiędzy naprężeniami na kierunkach głównych. W przypadku kryterium MDE interakcja odniesiona została do iloczynu wytrzymałości w kierunku wzdłużnym i poprzecznym do włókien. Dla płaskiego stanu naprężeń kryterium przybiera postać zgodną z równaniem (4.30):

$$\frac{\sigma_1^2}{X^2} + \frac{\sigma_2^2}{Y^2} - K_{12} \frac{\sigma_1 \sigma_2}{XY} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} = 1, \quad (4.30)$$

gdzie współczynnik K_{12} reprezentujący funkcję charakterystyk sztywnościowych materiału jest zgodny z równaniem (4.31):

$$K_{12} = \frac{(1 + 4\nu_{12} - \nu_{13})E_2 + (1 - \nu_{23})E_1}{\sqrt{E_1 E_2 (2 + \nu_{12} + \nu_{13})(2 + \nu_{21} + \nu_{23})}}. \quad (4.31)$$

Współczynnik K_{12} zależy zarówno od odpowiednio większego współczynnika Poissona ν_{12} i mniejszego ν_{21} , jak i od współczynników związanych z kierunkami prostopadłymi do płaszczyzny warstwy ν_{13} oraz ν_{23} .

4.1.11. Progresywna analiza zniszczenia

Pierwszy etap w ramach analizy progresywnego modelu zniszczenia, stanowi inicjacja uszkodzenia. Proces inicjacji oparty na teorii Hashin'a [54] uwzględnia cztery składowe mechanizmy zniszczenia: zerwanie włókien rozciąganych, wyboczenie włókien ściskanych, pęknięcie matrycy przy rozciąganiu oraz przy ścisaniu.

Po inicjacji zniszczenia, następuje redukcja sztywności uszkodzonej warstwy laminatu, zgodnie z modelem zaproponowanym przez Matzenmiller'a i innych [99]. Redukcja sztywności jest początkowo ściśle związana z wyznaczeniem odpowiedniej postaci zdegradowanej macierzy podatności S , przedstawionej w formie równania (4.32) [46, 48]:

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1 - d_f)E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{(1 - d_m)E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1 - d_s)G_{12}} \end{bmatrix}. \quad (4.32)$$

Na podstawie określonej uprzednio macierzy podatności, konieczne było wprowadzenie jawnej postaci macierzy sztywności, oznaczonej jako Q , zgodnie z zależnością (4.33):

$$Q = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} (1 - d_f)E_1 & (1 - d_f)(1 - d_m)v_{21}E_1 & 0 \\ (1 - d_f)(1 - d_m)v_{12}E_2 & (1 - d_m)E_2 & 0 \\ 0 & 0 & D(1 - d_s)G_{12} \end{bmatrix}, \quad (4.33)$$

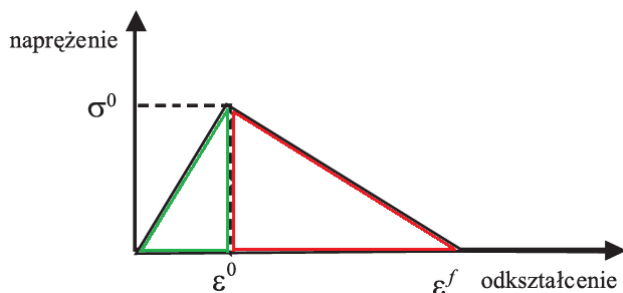
gdzie: parametr D wyrażony jest zależnością: $1 - (1 - d_f)(1 - d_m)v_{12}v_{21}$.

Parametry uszkodzenia odpowiadające za zniszczenie włókien i matrycy, oznaczone odpowiednio, jako d_f i d_m mogą posiadać różne znaki, w zależności od ściskania (d_{fc} , d_{mc}) lub rozciągania (d_{ft} , d_{mt}).

Niezależność parametru zniszczenia, związanego ze współczynnikiem odpowiadającym za ścinanie międzywarstwowe, oznaczone jako d_s umożliwia wyrażenie go poprzez pozostałe parametry. Parametry zniszczenia laminatu, wyrażono następującymi relacjami (4.34):

$$\begin{aligned} d_f &= \begin{cases} \frac{d_{ft}}{d_{fc}} & \text{dla } \sigma_{11}^* \geq 0 \\ & \sigma_{11}^* < 0 \end{cases} \\ d_m &= \begin{cases} \frac{d_{mt}}{d_{mc}} & \text{dla } \sigma_{22}^* \geq 0 \\ & \sigma_{22}^* < 0 \end{cases} \\ d_s &= 1 - (1 - d_{ft})(1 - d_{fc})(1 - d_{mt})(1 - d_{mc}). \end{aligned} \quad (4.34)$$

Dalszy opis ewolucji zniszczenia, w odniesieniu do bieżącego kryterium zniszczenia, jest oparty na energii zniszczenia, która jest dyssypowana w procesie uszkodzania laminatu, co początkowo w postaci związku konstytutywnego naprężenie – odkształcenie, w przypadku materiału z liniowym osłabieniem, zostało wykazane m.in. przez Camanho i Davila [20]:



Rys. 4.2. Zależność naprężenie – odkształcenie materiału z liniowym osłabieniem [48]

gdzie: σ^0 stanowi parametr granicznego naprężenia, ε^0 parametr odkształcenia granicznego, natomiast ε^f stanowi parametr odkształcenia niszczącego.

Na podstawie zależności wynikających bezpośrednio z rys. 4.2 można zauważyć, iż wraz ze wzrostem odkształcenia następuje równoległy wzrost naprężenia (liniowo sprężyste), do momentu osiągnięcia wartości granicznej σ^0 . Następnie wartość naprężenia maleje (liniowo), aż do osiągnięcia wartości zerowej, odpowiadającej odkształceniu niszczącemu ε^f .

Energia dyssypacji jest proporcjonalna do objętości uszkodzonego elementu skończonego, co w ujęciu MES wiąże się tym, że energia dyssypowana w zagęszczonej strefie uszkodzenia, zmniejszałaby się ze wzrostem zagęszczenia siatki, skutkiem czego byłoby zmniejszanie objętości elementu do wartości zerowej. Dalszym rozwojem zagadnienia progresywnego zniszczenia, poprzez wykazanie związku energii dyssypacji przypadającej na jednostkę objętości z energią zniszczenia materiału, zajmowali się Bazant i Oh [12]. Powyższe rozważania doprowadziły do wyprowadzenia zależności na gęstość dyssypowanej energii w procesie zniszczenia (4.35):

$$g = \int_0^{\varepsilon^f} \sigma d\varepsilon = \frac{1}{2} \sigma^0 \varepsilon^f. \quad (4.35)$$

Na podstawie zależności (4.35), możliwe jest określenie odkształcenia niszczącego, zgodnie z warunkiem (4.36):

$$\varepsilon^f = \frac{2G^c}{\sigma^0 L^c}, \quad (4.36)$$

gdzie parametry oznaczone, jako G^c i L^c oznaczają odpowiednio odporność materiału na pękanie oraz charakterystyczną długość elementu skończonego. W celu poprawnej realizacji procesu zniszczenia, konieczna jest znajomość wartości energii zniszczenia w każdym ze sposobów zniszczenia (ściskanie i rozciąganie włókien oraz osnowy). Próbę wyznaczenia parametrów energii zniszczenia w każdym z przypadków uszkodzenia (G_{fc}^c – energia zniszczenia włókien ściskanych, G_{ft}^c – energia zniszczenia włókien rozciąganych, G_{mc}^c – energia zniszczenia matrycy ściskanej, G_{mt}^c – energia zniszczenia matrycy rozciąganej) podjął Pinho [108].

W odniesieniu do metody elementów skończonych, niezbędny jest odpowiedni opis elementu skończonego, poprzez wyznaczenie jego długości charakterystycznej. Zgromadzona energia sprężysta w chwili inicjacji zniszczenia nie może przekraczać energii zniszczenia, co zostało przedstawione za pomocą zależności (4.37):

$$\frac{1}{2} \varepsilon_x^0 \sigma_x^0 \leq \frac{G_x^0}{L^c}, \quad (4.37)$$

oraz zależności określającej parametr odkształcenia (4.38):

$$\varepsilon_x^0 = \frac{\sigma_x^0}{E_x}, \quad (4.38)$$

gdzie: indeks dolny, oznaczony jako x stanowi sposób zniszczenia (fc – zniszczenie ściskanych włókien, ft – zniszczenie włókien rozciąganych, mc – zniszczenie ściskanej matrycy, mt – zniszczenie matrycy rozciąganej), zaś ε_x^0 i σ_x^0 oznaczają odpowiednio ekwiwalentne odkształcenie i naprężenie.

Z nierówności (4.37) i równania (4.38) możliwe jest wyznaczenie zależności opisującej parametr długości charakterystycznej elementu skończonego, zgodnie z poniższym warunkiem (4.39):

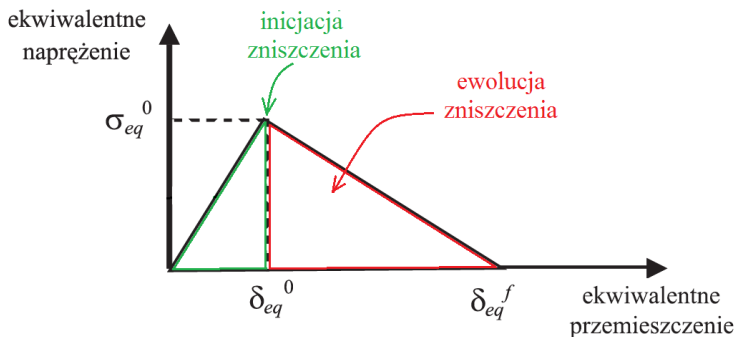
$$L^c \leq \frac{2E_x G_x^c}{(\sigma_x^0)^2}. \quad (4.39)$$

W przypadku braku spełnienia zależności (4.37) oraz (4.39) niezbędne jest obniżenie wartości parametru naprężenia ekwiwalentnego inicjującego uszkodzenie na podstawie warunku (4.40):

$$\sigma_x^0 = \sqrt{\frac{2E_x G_x^c}{L^c}}. \quad (4.40)$$

Przedstawiony powyżej opis umożliwia realizację procesu progresywnego zniszczenia w ujęciu MES. Dzięki spełnieniu przedstawionych zależności parametr uszkodzenia może przyjmować wyłącznie wartość $d_x = 0$, gdy kryterium inicjacji zniszczenia dla dowolnego sposobu zniszczenia w oparciu o równania (4.20) – (4.23) jest mniejsze od jedności $F_x < 1$, lub wartość $d_x = 1$ w przypadku, gdy $F_x = 1$. Oznacza to, iż brak inicjacji uszkodzenia wykazuje brak wystąpienia zjawiska ewolucji zniszczenia, natomiast w przypadku zainicjowanego procesu uszkodzenia następuje ewolucja zniszczenia materiału, co wnikliwie wykazali Bazant i Oh [12] oraz German i Mikulski [48].

W progresywnym kryterium zniszczenia zaimplementowanym do programu MES – ABAQUS®, ewolucja zniszczenia opisana jest związkiem konstytutywnym: *ekwiwalentne naprężenie* – *ekwiwalentne przemieszczenie*, co przedstawiono na rys. 4.3.



Rys. 4.3. Zależność ekwiwalentne napężenie – ekwiwalentne przemieszczenie [48]

W odniesieniu do rys. 4.3, parametr σ_{eq}^0 i δ_{eq}^0 stanowią odpowiednio ekwiwalentne napężenie i przemieszczenie, przy którym kryterium inicjacji zostaje spełnione, natomiast δ_{eq}^f stanowi parametr ekwiwalentnego przemieszczenia, przy którym materiał ulega całkowitemu zniszczeniu, czyli gdy $d_x = 1$. Opis matematyczny zależności przedstawionej na rys. 4.3, w odniesieniu do parametru uszkodzenia d_x , dla dowolnego z czterech możliwych sposobów uszkodzenia przedstawiono w postaci poniższej zależności (4.41) [1]:

$$d_x = \frac{\delta_{eq\ x}^f (\delta_{eq\ x} - \delta_{eq\ x}^0)}{\delta_{eq\ x} (\delta_{eq\ x}^f - \delta_{eq\ x}^0)}, \quad \delta_{eq\ x}^0 \leq \delta_{eq\ x} \leq \delta_{eq\ x}^f. \quad (4.41)$$

Z uwagi na konieczność wyznaczenia w równaniu (4.41), parametru $\delta_{eq\ x}^f$, przy znanej wartości energii zniszczenia G_x^c , dla dowolnego sposobu uszkodzenia opis warunku umożliwiającego określenie pożądanego parametru, będzie zgodny z zależnością (4.42):

$$\delta_{eq\ x}^f = \frac{2G_x^c}{\sigma_{eq\ x}^0}. \quad (4.42)$$

5. Badania doświadczalne ściskanych cienkościennych słupów kompozytowych

5.1. Przedmiot badań

W ramach pracy zajmowano się cienkościennymi strukturami zbudowanymi z kompozytu węglowo-epoksydowego. Laminat wykonano techniką autoklawową na Politechnice Lubelskiej. Kompozyt węglowo-epoksydowy wykonany z jednokierunkowej taśmy wykonanej systemem HexPly, posiadał oznaczenie M12/35%/UD134/AS7. Grubość pojedynczej warstwy wynosiła 0,131 mm, przy czym całkowita grubość struktury kompozytowej 1,048 mm, ze względu na osiem warstw, wchodzących w jego skład. Cienkościennne słupy kompozytowe charakteryzował otwarty kształt przekroju poprzecznego – profile o przekroju omegowym. Badane profile kompozytowe charakteryzowały się dodatkowo zastosowaniem kilku konfiguracji ułożenia warstw o symetrycznym układzie względem płaszczyzny środkowej. Dla wytworzonych struktur węglowo-epoksydowych wyznaczono doświadczalnie właściwości mechaniczne i graniczne materiału kompozytowego wg normy ISO. Badania obejmowały testy rozciągania i ściskania w próbek o układach 0° , $\pm 45^\circ$ i 90° , umożliwiające wyznaczenia modułów Younga, Kirchhoffa liczb Poissona oraz parametrów granicznych w głównych kierunkach ortotropii materiału. Szczegółowy opis dotyczący wytwarzania badanych struktur kompozytowych oraz określenia właściwości mechanicznych przedstawiono w pracy [33]. Wyznaczone właściwości mechaniczne i graniczne przedstawiono w postaci tabeli (tab. 5.1).

Tabela 5.1. Właściwości wytrzymałościowe kompozytu węglowo-epoksydowego

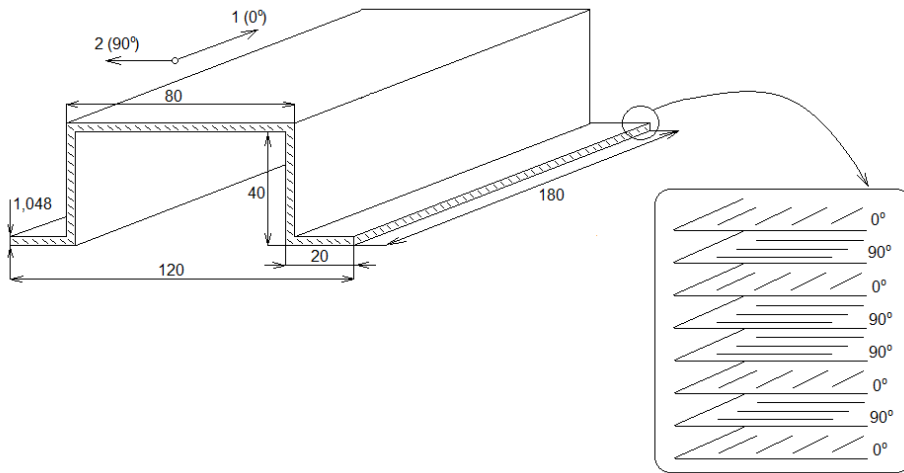
Moduł Younga [MPa]		Współczynnik Poissona	Moduł Kirchhoffa [MPa]	Wytrzymałość na rozciąganie [MPa]		Wytrzymałość na ściskanie [MPa]		Wytrzymałość na ścinanie [MPa]
$E_1(0^\circ)$	$E_2(90^\circ)$	$\nu(0^\circ)$	$G(\pm 45^\circ)$	$F_t(0^\circ)$	$F_t(90^\circ)$	$F_c(0^\circ)$	$F_c(90^\circ)$	$F_s(\pm 45^\circ)$
130710	6360	0,32	4180	1867,2	25,97	1531	214	100,15

Próbki badawcze cechowały się stałym przekrojem poprzecznym o określonych parametrach geometrycznych. Wymiary przekroju poprzecznego próbek wynosiły odpowiednio: 80x40x20mm. Dodatkowym parametrem związanym ściśle z wytworzonymi strukturami była stała wysokość próbek, która wynosiła 180 mm. Długości próbek dobrano w ten sposób, aby dla każdej konfiguracji warstw zapewnić możliwość wystąpienia w momencie utraty stateczności, co najmniej jednej półfali na kierunku wzdłużnym słupa. Badania prowadzono dla 3 konfiguracji warstw kompozytu w symetrycznym układzie warstw względem płaszczyzny środkowej układu – tab. 5.2.

Tabela 5.2. Oznaczenie konfiguracji warstw kompozytu

Oznaczenie próbek	Konfiguracja ułożenia warstw laminatu
Omega	
O1	[0/-45/45/90]s
O2	[90/-45/45/0]s
O3	[0/90/0/90]s

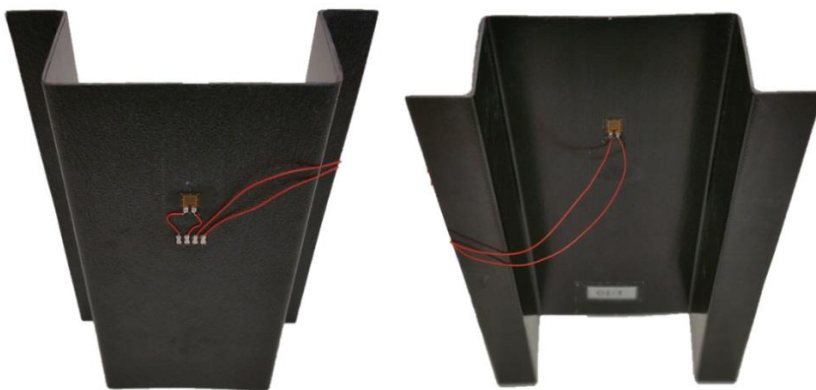
Przykładowy schemat profilu kompozytowego zaprezentowano na rys. 5.1.



Rys. 5.1. Wizualizacja słupa o przekroju omegowym

Po wytworzeniu serii próbek badawczych, konieczne było dalsze ich przygotowanie do doświadczalnych badań wytrzymałościowych. Proces przygotowawczy obejmował oczyszczenie i odtłuszczenie powierzchni próbek preparatem Loc-tite 7061 pod tensometry oporowe. Czujnikami do pomiaru poziomu odkształceń były tensometry o oznaczeniu CEA-06-125UW-350 i CEA-06-250UW-350.

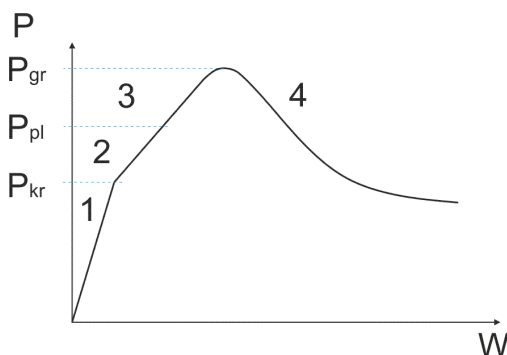
Tensometry wraz z mostkami naklejono preparatem (klejem) M-Bond AE 10 na oczyszczone powierzchnie próbek, po dwóch przeciwnych stronach średnika próbki. Następny etap stanowiło sprawdzenie wykonanych połączeń elektrycznych oraz zakresu oporności tensometrów. Przykładową próbkę do badań eksperymentalnych przedstawiono na rys. 5.2.



Rys. 5.2 Przykładowa próbka słupa do badań eksperymentalnych

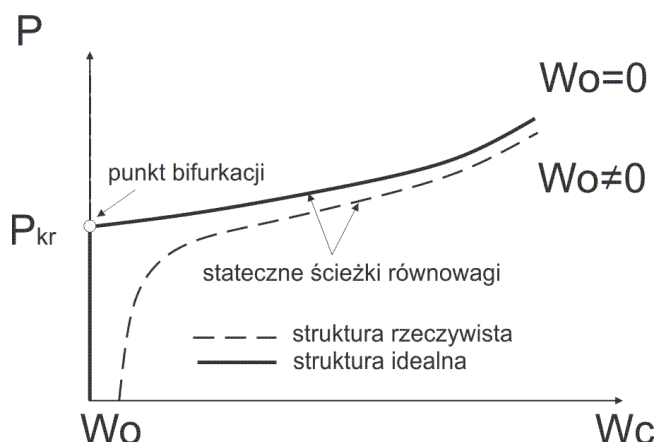
5.2. Metodyka badań doświadczalnych

W przypadku cienkościennych profili nośnych, m.in. ustrojów o otwartych przekrojach poprzecznych, istotne zagadnienie stanowi możliwość wyboczenia konstrukcji – stan, w którym konstrukcja traci stateczność, pod wpływem osiowo działającego ściskającego obciążenia zewnętrznego. Zdecydowana większość cienkościennych elementów o ścianach płaskich charakteryzuje potencjalna możliwość pracy po osiągnięciu punktu bifurkacji i przejściu ustroju w zakres pokrytyczny sprężysty. Analiza stanów krytycznych oraz pokrytycznych struktur stanowi najczęściej zagadnienie złożone, które wymaga wnikliwych badań doświadczalnych w pełnym zakresie obciążenia – do zniszczenia. Przykładowa charakterystyka pracy cienkościennej struktury została przedstawiona na rys. 5.3 (gdzie P_{kr} , P_{pl} oraz P_{gr} , oznaczają kolejno – obciążenie krytyczne, plastyczne i graniczne).



Rys. 5.3. Charakterystyka pracy cienkościennej konstrukcji przy uwzględnieniu wyboczenia o charakterze sprężystym [114, 162]

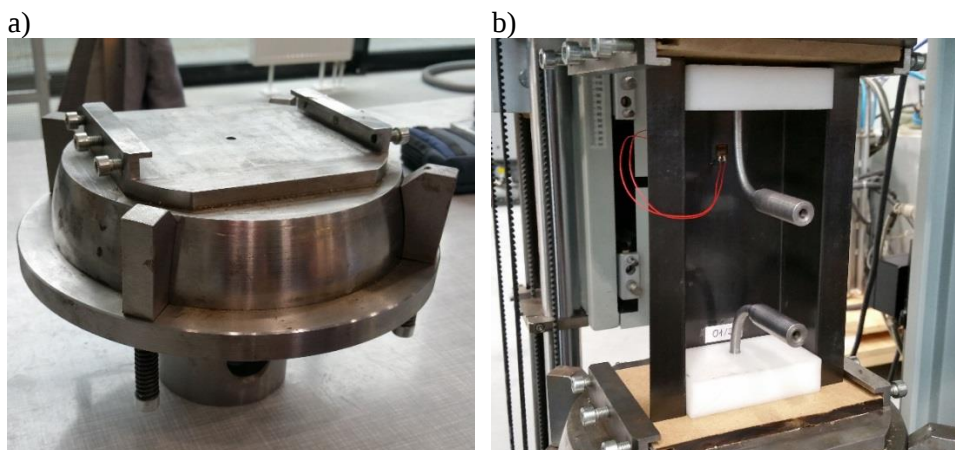
Oznaczenia 1–4 przedstawione na rys. 5.3 stanowią kolejno fazę: 1 – dokrytyczną, 2 – zakrytyczną sprężystą, 3 – zakrytyczną sprężysto-plastyczną oraz 4 – zniszczenia. W przypadku cienkościennej struktury kompozytowej plastyczny zakres pracy nie występuje. O statecznej pracy konstrukcji kompozytowych w zakresie pokrytycznym jest mowa w przypadku, gdy przyrostowi ugięcia ścianek struktury cienkościennej, towarzyszy jednocześnie przyrost obciążenia. Zakres pracy wyidealizowanej cienkościennej struktury kompozytowej można podzielić zasadniczo na trzy główne etapy – rys. 5.4. Pierwszy etap następuje w przypadku, gdy ścianki obciążanej konstrukcji są wyłącznie ściskane, natomiast ugięcia wynikające bezpośrednio ze zginania wynoszą zero – stan dokrytyczny ($P < P_{kr}$). Stan, do którego prowadzi dalsze obciążanie układu to stan krytyczny ($P = P_{kr}$), w którym osiągnięty zostaje punkt bifurkacji, co jest jednoznaczne z utratą stateczności. Konsekwencją dalszego obciążania konstrukcji jest praca układu w stanie pokrytycznym ($P > P_{kr}$), gdzie narastają ugięcia wynikające ze zginania. Następnym etapem dalszego obciążania struktury w stanie pokrytycznym jest jej zniszczenie, po osiągnięciu obciążenia granicznego.



Rys. 5.4. Pokrytyczna ścieżka równowagi idealnej płytowej struktury bez ugięć wstępnych oraz konstrukcji rzeczywistej (z ugięciami wstępnymi W_o) [114, 124, 162]

Badania eksperymentalne kompozytowych profili cienkościennej prowadzono na uniwersalnej maszynie wytrzymałościowej Zwick Z100 o zakresie pomiarowym do 100 kN. Oprogramowanie, które wspomagało pracę maszyny wytrzymałościowej stanowił program testXpert II. W celu zapewnienia przegubowego podparcia przekrojów końcowych słupów kompozytowych stanowisko badawcze wyposażono w specjalne uchwyty, zapewniające sztywne podparcie końców słupa. W uchwytach badawczych zamocowano elementy ustalające wykonane z teflonu, umożliwiające poprawne centrowanie próbek badawczych względem sworzni maszyny wytrzymałościowej. Wszelkie niedokładności wykonania

krawędzi przekrojów końcowych próbek, niwelowano poprzez wykorzystanie specjalnie przygotowanych prostokątnych wkładów panelowych wykonanych ze sklejki. Zacisk wstępny, umożliwiający poprawne ułożenie się próbek w ramach przygotowanego stanowiska badawczego wynosił 200 N. Widok stanowiska badawczego z modelem fizycznym słupa przedstawiono na rys. 5.5.



Rys. 5.5. Stanowisko badawcze: a) uchwyt zapewniający sztywne podparcie końców słupa, b) widok ogólny stanowiska do badań doświadczalnych z zamocowaną próbką badawczą

W celu otrzymania charakterystyk pracy ściskanej konstrukcji kompozytowej w trakcie próby rejestrowano parametry umożliwiające identyfikację poszczególnych stanów odkształcenia konstrukcji cienkościennej. W tym celu próbki badawcze posiadały odpowiednio usytuowane tensometry oporowe, w obszarze potencjalnie największych możliwych ugięć środka po jego przeciwnych stronach (co zostało uprzednio wyznaczone na podstawie wstępnych badań numerycznych). W trakcie badań dokonywano rejestracji następujących parametrów próby: siły ściskającej, czasu trwania pomiaru, odkształceń środka profilu oraz przemieszczenia trawersy. Rejestrację pomiarów tensometrycznych prowadzono z wykorzystaniem układu pomiarowego MGCplus, wspomaganego oprogramowaniem CatMan, z częstotliwością próbkowania wynoszącą 5 Hz.

5.2.1. Analiza doświadczalna stanu krytycznego

Początkowy etap badań doświadczalnych obejmujący analizę stanu krytycznego i słabo pokrytycznego, przeprowadzono w zakresie obciążenia wynoszącego ok. 150% potencjalnej wartości obciążenia krytycznego, określonego w badaniach numerycznych. Przyjęty zakres obciążenia pozwalał na wyznaczenie charakterystyki pracy konstrukcji, umożliwiającej wyznaczenie wartości obciążenia krytycznego z wykorzystaniem metod aproksymacyjnych.

Badania doświadczalne realizowano na kompozytowych profilach o przekroju omegowym, które posiadały zróżnicowaną konfigurację ułożenia warstw laminatu – symetryczną względem środkowej płaszczyzny układu. Z uwagi na dysponowanie określoną liczbą próbek badawczych, w trzech różnych konfiguracjach warstw laminatu (tabela 5.2), dla każdej próbki przeprowadzono po trzy pomiary. Takie podejście umożliwiło wystarczająco dokładne odwzorowanie zachowania się poszczególnych konstrukcji w stanie krytycznym i słabo pokrytycznym.

Proces wyznaczania obciążenia krytycznego polegał na aproksymowaniu efektywnych zakresów wyznaczonych eksperymentalnie charakterystyk *obciążenie – odkształcenie* za pomocą określonych funkcji, zgodnie z zastosowaną metodą aproksymacji [105, 114, 124]. W analizowanych przypadkach zastosowano metodę aproksymacji Koiter’a drugiego rzędu [69, 70, 151, 162], metodę $P-w_c^2$ [105, 114, 124, 162] i metodę $P-w_c^3$ [105, 114, 124, 162]. Generalnie, proces aproksymacji polegał na dopasowywaniu funkcji aproksymujących do wyznaczonej eksperymentalnie pokrytycznej ścieżki równowagi konstrukcji w jej zakresie efektywnym.

Metoda Koiter’a jest związana ściśle z pokrytyczną ścieżką równowagi określającej zależność *obciążenie – różnica odkształceń* zmierzonych po przeciwnych stronach ścianki środknika słupa. Wyniki uzyskiwane na drodze analizy stanu słabo pokrytycznego, są przybliżone opisem przebiegu funkcji kwadratowej w przypadku metody Koiter’a drugiego rzędu o następującym równaniu [105, 114, 124]:

$$P = P_{cr} \frac{a_2}{a_0} w^2 + P_{cr} \frac{a_1}{a_0} w + P_{cr}, \quad (5.1)$$

gdzie: a_0 , a_1 , a_2 – stanowią nieznane parametry funkcji, P – siła obciążająca, P_{cr} – nieznane obciążenie krytyczne, $w \sim (e_1 - e_2)$ – przyrost ugięcia.

Obciążenie krytyczne w przypadku metody Koiter’a może być oszacowane jako miejsce przecięcia powyższej funkcji oraz pionowej osi wykresu, tzn. osi obciążenia. Dokładność oszacowania wartości obciążenia krytycznego zależy m.in. od dobranego zakresu funkcji aproksymacji, dla której w przypadku statecznej pracy konstrukcji, współczynnik kierunkowy wielomianu stopnia drugiego musi być dodatnio określony.

W przypadku metod $P-w_c^2$ i $P-w_c^3$ oszacowanie przybliżonej wartości siły krytycznej bazuje na charakterystyce *obciążenie – kwadrat różnicy odkształceń* (metoda $P-w_c^2$) lub *obciążenie – sześcián różnicy odkształceń* (metoda $P-w_c^3$).

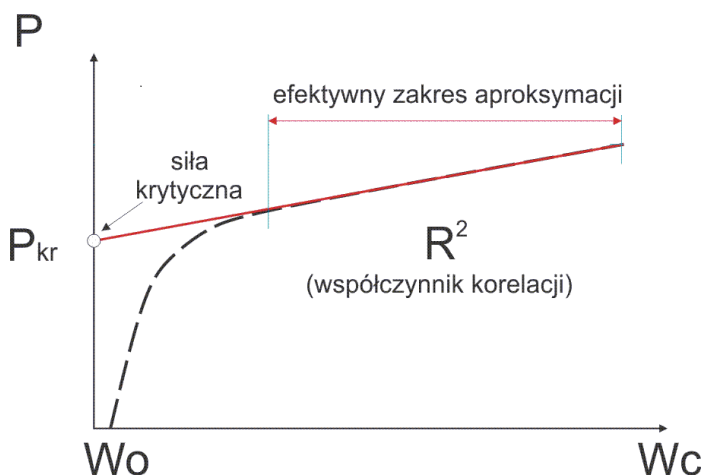
W przypadku opisywanych metod, wyniki aproksymacji są zgodne z przebiegiem funkcji liniowej o równaniu (5.2) [105, 114, 124]:

$$P = P_{cr} \frac{a_1}{a_0} w + P_{cr}, \quad (5.2)$$

gdzie: a_0, a_1 – stanowią nieznane parametry, P – siła obciążająca, P_{cr} – nieznane obciążenie krytyczne, $w \sim (e_1 - e_2)^2$ – przyrost ugięcia (dla metody P- w_c^2), $w \sim (e_1 - e_2)^3$ – przyrost ugięcia (dla metody P- w_c^3).

Obciążenie krytyczne w przypadku metod P- w_c^2 i P- w_c^3 , analogicznie jak w przypadku metody Koiter’a można z dużą dokładnością określić, jako punkt przecięcia powyżej przedstawionej funkcji aproksymacji z pionową osią układu – osią obciążenia. Ogólne ujęcie sposobu wyznaczania wartości obciążenia krytycznego przedstawiono na rys. 5.6.

W procesie wyznaczania obciążeń krytycznych istotny jest odpowiedni dobór zakresu aproksymacyjnego pierwotnej krzywej tak, aby współczynnik korelacji $R^2 \geq 0.95$, co zapewnia zgodność funkcji aproksymacyjnej z aproksymowaną charakterystyką na poziomie co najmniej 95% [105, 114, 124].



Rys. 5.6. Graficzna prezentacja wyznaczania obciążenia krytycznego na podstawie charakterystyki doświadczalnej

5.2.2. Analiza doświadczalna stanu krytycznego

Badania doświadczalne kompozytowych profili cienkościennych poddanych osiowemu ścisłaniu prowadzono w pełnym zakresie obciążenia, aż do całkowitej utraty nośności konstrukcji. W trakcie badań wyznaczano pokrytyczne ścieżki równowagi konstrukcji, umożliwiające opis jej pracy. Utrata nośności konstrukcji oznaczała w tym przypadku utratę możliwości dalszego przenoszenia obciążenia, spowodowaną degradacją jej sztywności.

W odróżnieniu od badań stanu krytycznego i słabo pokrytycznego, każda z próbek obciążana była jednokrotnie do wartości obciążenia niszczącego. Badania doświadczalne stanu pokrytycznego prowadzono przy wykorzystaniu dwóch niezależnych metod badawczych, umożliwiających rejestrację parametrów próby,

umożliwiających identyfikację charakteru zjawiska zniszczenia. Rejestrowano odczyty pomiarów odkształceń, jak również parametry metody emisji akustycznej.

W przypadku pomiarów tensometrycznych dokonano rejestracji odkształceń z tensometrów oporowych usytuowanych po przeciwnych stronach środka w miejscu jego maksymalnych ugięć. W pracy nie dokonywano bezpośredniego pomiaru przyrostu ugięcia – posilkowano się proporcjonalnym parametrem stanowiącym przyrost odkształceń [67]. Na podstawie przeprowadzonych badań wyznaczono pokrytyczne ścieżki równowagi, stanowiące charakterystyki *siła ściskająca – odkształcenie*, umożliwiające na ocenę charakteru pracy konstrukcji, aż do jej całkowitego zniszczenia.

Z uwagi na fakt, iż sam proces zniszczenia cienkościennych konstrukcji kompozytowych jest zazwyczaj krótkotrwały, w celu rejestracji symptomów uszkodzenia kompozytu wykorzystano metodę emisji akustycznej, umożliwiającą rejestrację pomiaru fal sprężystych, powstających na skutek pojawienia się złożonych stanów uszkodzenia materiału – pękanie włókien, matrycy lub zjawisko delaminacji [15]. Badania metodą emisji akustycznej prowadzono przy użyciu zestawu pomiarowego AMSY-5 wykorzystującym oprogramowanie VisualAE. Pomiaru efektów akustycznych wykonywano za pomocą czujnika piezoelektrycznego zamocowanego bezpośrednio do badanego obiektu. Piezoelektryczny pomiar sygnałów (w postaci fal mechanicznych), był następnie zamieniany na sygnały elektryczne, które rejestrowano w czasie rzeczywistym. W ramach MEA jednocześnie dokonywano rejestracji kilku niezależnych parametrów, umożliwiających ocenę pracy struktury. Oprócz charakterystyki obciążenia ściskającego, rejestrowano również wielkości akustyczne, takie jak: liczba zliczeń i zdarzeń, energia oraz amplituda sygnałów akustycznych. Na podstawie przeprowadzonych badań, opracowano charakterystyki mierzonych parametrów, zestawionych z przebiegiem obciążenia ściskającego w czasie rzeczywistym.

Opracowane wyniki badań umożliwiły dokonanie wiarygodnej oceny zachowania się konstrukcji w stanie zakrytym oraz w fazie zniszczenia konstrukcji. Obserwacja lokalnych zakłóceń w przebiegu pokrytycznych ścieżek równowagi, przy jednoczesnym uwzględnieniu parametrów emisji akustycznej umożliwiła interpretację zjawisk określających proces inicjacji i ewolucji zniszczenia materiału kompozytowego.

6. Numeryczna analiza stanu krytycznego i zakrytycznego

6.1. Metoda elementów skończonych

Przeprowadzanie analiz konstrukcji ze szczególnym uwzględnieniem zagadnień nieliniowych, stało się coraz powszechniej stosowane, głównie dzięki rozwojowi metod numerycznych, a w szczególności metod bazujących na dyskretyzacji modelu ciągłego. Spośród wielu metod obliczeń bazujących na modelach dyskretnych, obecnie najczęściej i najefektywniej stosowaną jest metoda elementów skończonych (MES) [1].

Metoda elementów skończonych stanowi proces aproksymacji ośrodka ciągłego, posiadającego nieskończoną liczbę stopni swobody, modelem dyskretnym, który posiada skończoną liczbę elementów [129]. W ramach metody elementów skończonych, formułowane są równania opisujące zachowanie poszczególnych węzłów, tworzących struktury geometryczne. Podstawowe równanie równowagi opisujące liniowe zagadnienia statyki ciała odkształcalnego, analizowanego za pomocą metody elementów skończonych, zostało przedstawione w następującej postaci:

$$[P] = [K][U], \quad (6.1)$$

gdzie: $[K]$ oznacza globalną macierz sztywności układu, $[U]$ stanowi macierz przemieszczeń węzłowych, natomiast $[P]$ – wektor obciążeń zewnętrznych lub innymi słowy sił węzłowych.

W przypadku, gdy zachodzi potrzeba rozwiązania zagadnień nieliniowych, równanie (6.1), przybiera postać:

$$[P] = [K][U] + f_N[U], \quad (6.2)$$

gdzie: $f_N[U]$ oznacza nieliniową funkcję przemieszczeń węzłowych (uwzględnione zostają nieliniowe funkcje odkształceń, jako pochodne cząstkowe).

Obliczenia metodą elementów skończonych, dzięki zastosowaniu zaimplementowanych w środowiskach numerycznych funkcji kształtu, umożliwiają aproksymację wyników z węzłów do wnętrza każdego elementu skończonego struktury (punkty Gauss'a). Zdecydowana przewaga metody elementów skończonych nad innymi metodami obliczeniowymi, związana jest przede wszystkim z możliwością modelowania konstrukcji o dowolnych właściwościach materiałowych, przy jednoczesnej możliwości realizacji zarówno pojedynczych, jak i sprzężonych analiz. Umożliwia to realizację badań m. in. w zakresie wytrzymałości konstrukcji, dynamiki, termiki, akustyki, przepływów czy oddziaływań elektromechanicznych.

6.2. Wyboczenie konstrukcji – rozwiązanie zagadnienia własnego

Istnieje kilka podstawowych założeń liniowej analizy wyboczenia. Głównie z założeń dotyczy tego, iż obciążenie jest jednoparametrowe (jednostkowe), zmieniające się wprost proporcjonalnie do parametru obciążenia (6.3):

$$P = \lambda \cdot P^*, \quad (6.3)$$

gdzie: λ – parametr obciążenia, P^* – obciążenie konfiguracyjne odpowiadające stanowi, gdy $\lambda=1$.

W ramach analizy wyboczeniowej istotnym założeniem jest to, iż obciążenie jest zachowawcze, co oznacza brak zmiany jego kierunku na skutek postępującego odkształcania się konstrukcji. Ostatnie z generalnych założeń stanowi o tym, że ustrój cienkościenny (pręt, tarcza, powłoka) jest idealny, bez geometrycznych, materiałowych lub obciążeniowych imperfekcji, które mogłyby zaburzać idealny stan przed wyboczeniowy.

Analiza stanu wyboczenia konstrukcji jest ściśle związana z wyznaczeniem siły krytycznej, po osiągnięciu której zachodzi jawne przejście liniowego zakresu pracy struktury na nieliniowy (rys. 5.4). Cechą charakterystyczną utraty stateczności przez wyboczenie jest zasadnicza zmiana formy deformacji układu z naprężeniami ściskającymi w całym układzie lub jego części. Obciążenie krytyczne P_{kr} , przy którym występuje wyboczenie opisane jest zależnością (6.4):

$$P_{kr} = \lambda_{kr} \cdot P^*, \quad (6.4)$$

gdzie: λ_{kr} – parametr obciążenia krytycznego.

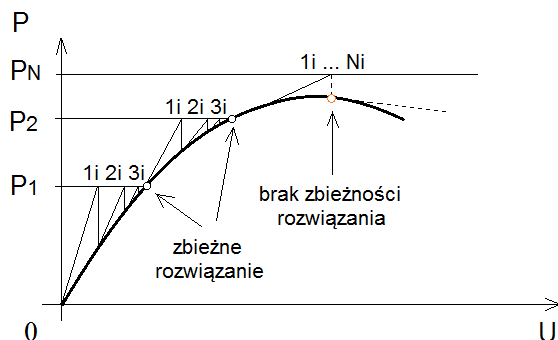
W ogólnym ujęciu określenie obciążenia krytycznego w ramach MES odbywa się poprzez rozwiązanie liniowego zagadnienia własnego (*Eigenvalue*). Analiza stateczności konstrukcji w ramach rozwiązania zagadnienia własnego, bazuje na kryterium minimum energii potencjalnej układu. W tym przypadku możliwość wyznaczenia minimum energii potencjalnej wynika z zasady zachowania energii mechanicznej. Numeryczne rozwiązanie zjawiska utraty stateczności, wiąże się z wyznaczeniem zarówno wartości siły krytycznej, jak i towarzyszącej obciążeniu krytycznemu postaci wyboczenia konstrukcji. Analiza sprężysto-liniowa zagadnienia bifurkacyjnej utraty stateczności, wykorzystuje warunek minimum energii potencjalnej układu, przy jednoczesnym uwzględnieniu nieliniowych związków między zachodzącymi odkształceniami i przemieszczeniami. Równanie stanowiące uogólniony opis zagadnienia stateczności można przedstawić w następującej postaci:

$$[K] + \lambda[H] = 0, \quad (6.5)$$

gdzie: $[H]$ oznacza macierz sztywności geometrycznej, λ – parametr krytyczny.

6.3. Stan zakrytyczny – nieliniowa analiza stateczności

W przypadku analizy zagadnienia stateczności konstrukcji cienkościennych, niezwykle ważna jest znajomość wszelkich zjawisk zachodzących po osiągnięciu obciążenia krytycznego. Zważając na fakt, iż po osiągnięciu punktu bifurkacji występuje zmiana charakterystyki pracy struktury na zakres geometrycznie nieliniowy, zatem występuje konieczność przeprowadzenia dalszych badań po utracie stateczności, polegająca na rozwiązaniu zagadnienia geometrycznie nieliniowego, tzn. określenia nieliniowych zależności pomiędzy przemieszczeniami i odkształceniami. Obliczenia w zakresie zakrytycznym są ściśle związane z inicjacją wstępnych niedoskonałości geometrycznych (imperfekcji), odpowiadających zazwyczaj najniższej postaci wyboczenia ustroju. Zagadnienie utraty stateczności sprężystej konstrukcji w ujęciu MES, ze względu na nieliniowy charakter analizy rozwiązywane jest z wykorzystaniem metod przyrostowo-iteracyjnych, z których najpowszechniej stosowana w programach MES jest metoda Newtona-Raphsona (analiza dużych odkształceń) [129, 163]. Opisane w rozdziale 6.2 zjawisko wyboczenia, stanowi inicjacyjny etap pracy konstrukcji w zakresie pokrytycznym. Istotę algorytmu Newtona-Raphsona przedstawiono jako charakterystykę obciążeniowo-przemieszczeniową (rys. 6.1).



Rys. 6.1. Ilustracja metody Newtona-Raphsona

Powszechność stosowania omawianego algorytmu w większości spotykanych w praktyce przypadków z zakresu mechaniki konstrukcji, podyktowana jest możliwością uzyskiwania dokładnych wyników, przy szybkim osiąganiu zbieżności obliczeń. Rys. 6.1 ilustruje zasadę działania metody przyrostowo-iteracyjnej. Metoda sprowadza się do przykładania kolejnych porcji obciążeń ($P_1, P_2, \dots, P_N$), do momentu uzyskania zbieżności rozwiązań z określeniem szacunkowej wartości przemieszczeń. Proces iteracyjno-przyrostowy ($1_i, 2_i$, itd.)

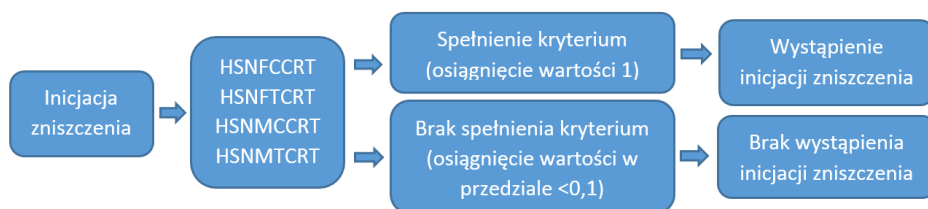
trwa do chwili całkowitego rozwiązania zagadnienia (przyłożenia pełnego obciążenia), bądź do braku zbieżności.

6.4. Stan graniczny – zniszczenie konstrukcji

Możliwość dokonania pełnego opisu zagadnienia stateczności kompozytowych konstrukcji cienkościennych, wymaga kontynuowania badań w pełnym zakresie obciążenia – do zniszczenia. Zwiększony poziom obciążeń, realizowany w zakresie głęboko pokrytycznej pracy struktury, najczęściej powoduje osiągnięcie efektów świadczących o całkowitej utracie nośności konstrukcji. Nawiązując do numerycznej możliwości oszacowania stanów granicznych, niezbędne jest wykorzystanie procedur obliczeniowych, bezpośrednio związanych z kryteriami zniszczenia materiałów kompozytowych, zaimplementowanymi w programach metody elementów skończonych.

W przypadku analiz numerycznych, rozróżnia się zarówno kryteria inicjacji, jak i ewolucji zniszczenia. Kryteria inicjacyjne dostępne w programie Abaqus®: TSAIW – Tsai-Wu [47, 150], TSAIH – Tsai-Hill’a [148], AZZIT – Azzi-Tsai-Hill’a [47], MSTRS – maksymalnych naprężeń [47, 66], pozwalają na identyfikację obszaru możliwości wystąpienia inicjacji zniszczenia pojedynczej warstwy kompozytu. Zdecydowana większość kryteriów inicjacyjnych zakłada, iż inicjacja uszkodzenia nawet jednej warstwy laminatu, oznacza zniszczenie całej struktury kompozytowej [113]. Każde kryterium może prowadzić do różnorodnych wyników, w zależności od rodzaju zastosowanego materiału kompozytowego, dlatego niezbędne jest stałe konfrontowanie uzyskiwanych wyników numerycznych z wynikami badań eksperymentalnych.

W analizach numerycznych, jednym z najbardziej zaawansowanych kryteriów inicjacji zniszczenia, jest kryterium Hashin’a [48, 54, 56], uwzględniające w opisie procesu zniszczenia cztery parametry uszkodzenia materiału kompozytowego: (HSNFTCRTC – uszkodzenie kompozytu na skutek rozciągania włókien, HSNFCCRTC – uszkodzenie na skutek ściskania włókien, HSNMTCRTC – uszkodzenie na skutek rozciągania matrycy, HSNMCCRTC – uszkodzenie na skutek ściskania matrycy) – rys. 6.2.

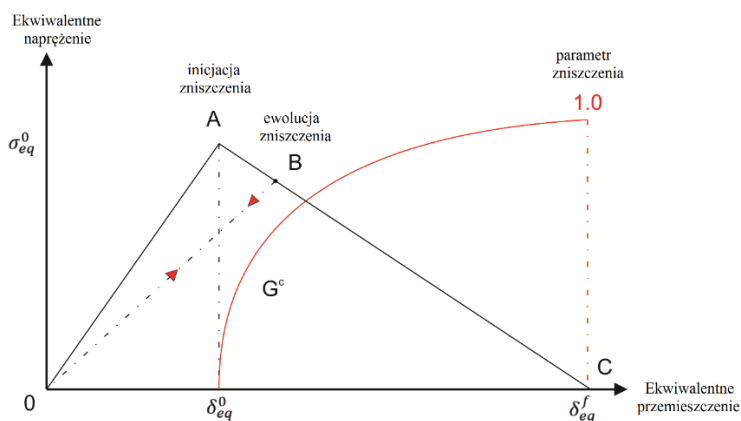


Rys. 6.2. Schemat inicjacji zniszczenia wg kryterium Hashin’a

Osiągnięcie wartości 1 w przypadku dowolnej składowej kryterium, stanowi spełnienie warunku inicjacji zniszczenia, natomiast uzyskanie wyniku w przedziale $<0-1>$ oznacza brak inicjacji zniszczenia materiału kompozytowego. Omawiane kryterium umożliwia dokonanie oceny inicjacji uszkodzenia warstw, przy jednoczesnej identyfikacji przyczyny uszkodzenia kompozytu, tj. uszkodzenia włókien oraz osnowy.

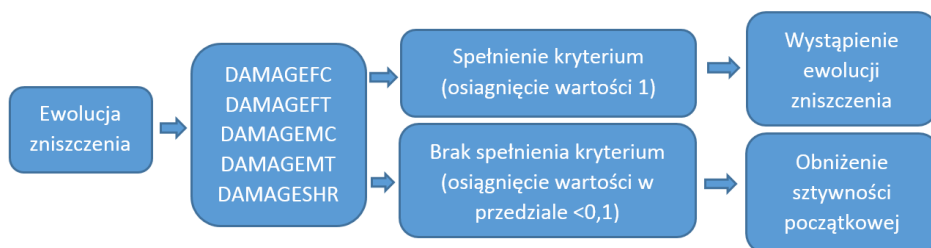
Obliczenia numeryczne po spełnieniu kryterium inicjacyjnego, pozwalające na dalsze określenie procentowej utraty sztywności struktury, względem sztywności początkowej, a także oszacowanie wartości obciążenia granicznego, odpowiadającego całkowitej utracie nośności konstrukcji, prowadzone są z wykorzystaniem progresywnej analizy zniszczenia. Analiza progresywna, umożliwiająca w programie ABAQUS® opis ewolucji uszkodzeń, bazuje na kryterium energetycznym. Główne założenia analizy progresywnej zakłada, iż energia dyssypacji w procesie zniszczenia jest proporcjonalna do objętości uszkodzonego materiału. W obliczeniach numerycznych ewolucja zniszczenia jest sterowana przez ekwiwalentne przemieszczenie, dlatego też sam proces obliczeń oparty jest na związku konstytutywnym „*ekwiwalentne naprężenie-ekwiwalentne przemieszczenie*” [48] – rys. 6.3.

Progresywna analiza zniszczenia uwzględnia pięć parametrów ewolucji uszkodzenia materiału: DAMAGEFT – zniszczenie na skutek rozciągania włókien, DAMAGEFC – zniszczenie na skutek ściskania włókien, DAMAGEMT – zniszczenie wywołane rozciąganiem matrycy, DAMAGEMC – zniszczenie wywołane ściskaniem matrycy, DAMAGESHR – zniszczenie na skutek ścinania warstwowego. Osiągnięcie wartości z przedziału $<0-1>$ oznacza wyłącznie procentową utratę sztywności początkowej materiału, natomiast osiągnięcie wartości 1, jest równoważne z uzyskaniem 100% utraty sztywności, czyli całkowitym zniszczeniem.



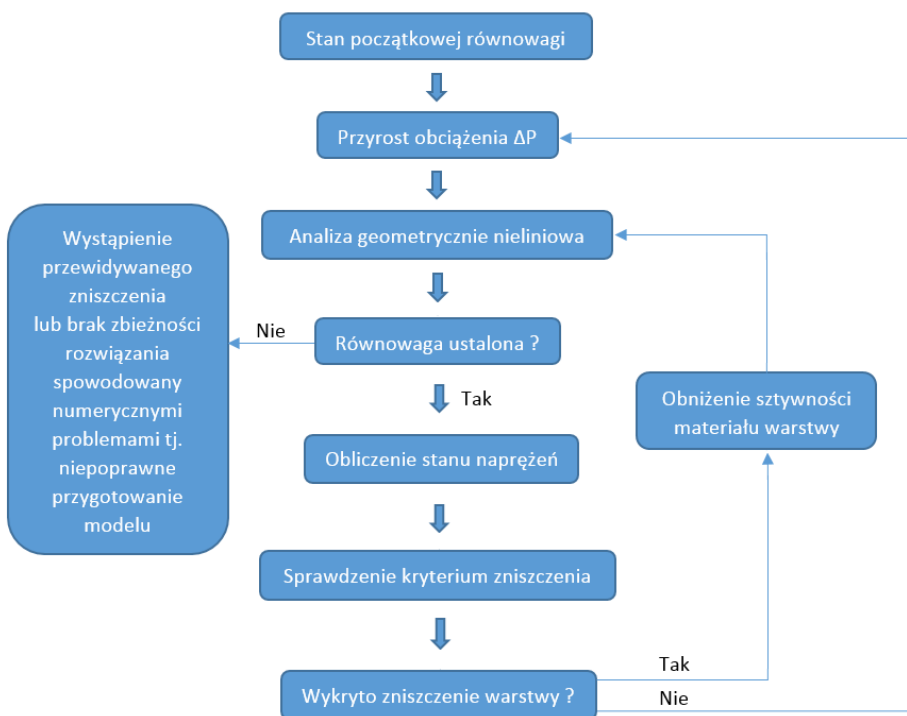
Rys. 6.3. Graficzna prezentacja inicjacji i ewolucji zniszczenia

Schemat zasady funkcjonowania progresywnej analizy zniszczenia przedstawiono na rys. 6.4.



Rys. 6.4. Schemat ewolucji zniszczenia w analizie progresywnej

Ogólny algorytm obliczeń z wykorzystaniem progresywnej analizy zniszczenia w programie ABAQUS® przedstawiono na rys. 6.5.



Rys. 6.5. Algorytm obliczeń progresywnej analizy zniszczenia

Przedstawiony algorytm progresywnej analizy zniszczenia, umożliwia określenie w trakcie obliczeń stopnia degradacji sztywności materiału kompozytowego, poprzez sukcesywne spełnianie poszczególnych kryteriów składowych analizy progresywnej.

Powyższa metodologia obliczeń numerycznych została wykorzystana w niniejszej pracy do opisu stanów granicznych ściskanych cienkościennych profili kompozytowych.

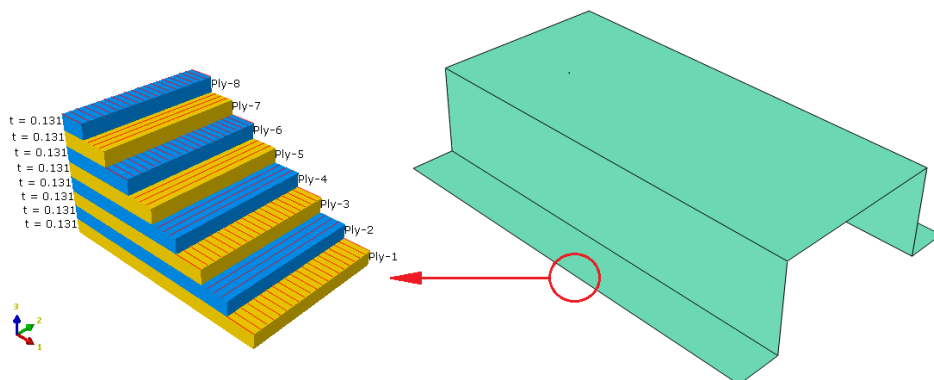
6.5. Modele dyskretne konstrukcji cienkościennych

Numeryczne odwzorowanie rzeczywistych kompozytowych konstrukcji cienkościennych w metodzie elementów skończonych odbywa się zazwyczaj przy wykorzystaniu elementów powłokowych. W procesie dyskretyzacji środnika i ścian słupa kompozytowego wykorzystano powłokowe elementy skończone typu *SHELL*. Zastosowany typ elementu skończonego o oznaczeniu *S8R* stanowił element 8-węzłowy, drugiego rzędu ze zredukowanym całkowaniem, posiadającym po 6 stopni swobody w węźle elementu. Zastosowana w elemencie skończonym technika zredukowanego całkowania umożliwia usuwanie fałszywych form deformacji elementu, dzięki zastosowaniu niższego rzędu całkowania (eliminowanie składowych wielomianów wyższych rzędów) w opisie funkcji elementu skończonego [163].

Dodatkowo w modelu numerycznym wykorzystano nieodkształcalne elementy powłokowe o liniowej funkcji kształtu – *R3D4*, zastosowane do dyskretyzacji podzespołów stanowiących sztywne podpory słupa. W opracowanych modelach numerycznych przyjęto równomierną siatkę elementów skończonych, w której wymiar pojedynczego elementu powłokowego wynosił 3x3 mm, zaś dla nieodkształcalnych płyt 1,5x1,5 mm (zastosowany podział zapewniał przyporządkowanie każdemu z węzłów przekroju poprzecznego słupa odpowiedni węzeł płyty). Opracowany model dyskretny złożony był z 11620 elementów skończonych i 20187 węzłów. Zastosowany podział siatki uwarunkowany był stosunkowo dużą liczbą przeprowadzonych uprzednio analiz, dotyczących kompozytowych konstrukcji cienkościennych [37,124,126,160].

Strukturę kompozytu odwzorowano po grubości elementu powłokowego, wykorzystując tzw. technikę *Layup-Ply*. Przyjęta procedura modelowania umożliwia niezależną definicję poszczególnych warstw kompozytu z uwzględnieniem parametrów opisujących grubość warstwy, rodzaj zastosowanego materiału oraz kierunku ułożenia włókien w warstwie. Zamodelowana struktura laminatu złożona była z 8 warstw o zadeklarowanej grubości nominalnej wynoszącej 0.131 mm. W opracowanym modelu numerycznym dla pojedynczej warstwy laminatu zdefiniowano model materiału ortotropowego w płaskim stanie naprężenia, przyjmując wyznaczone doświadczalnie właściwości mechaniczne materiału kompozytowego [33].

Przykładowy model struktury kompozytu o konfiguracji ułożenia warstw $[0/90/0/90]_s$ został przedstawiony na rys. 6.6.



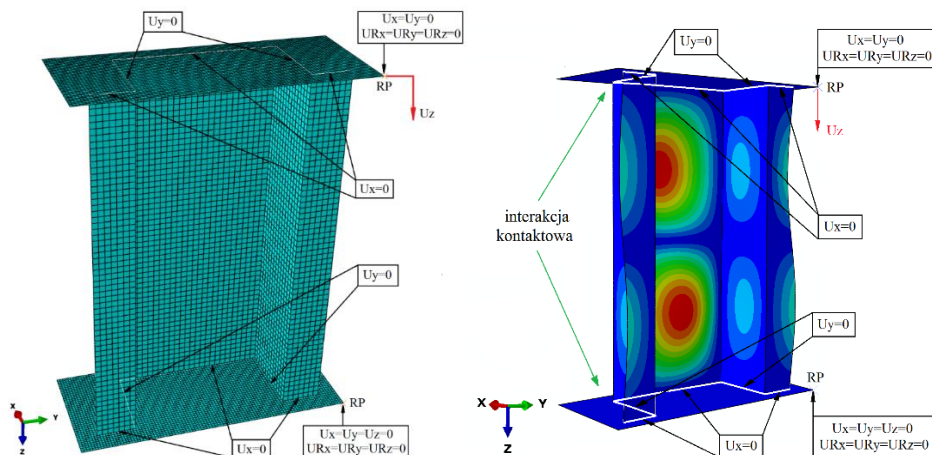
Rys. 6.6. Model struktury laminatu w konfiguracji $[0/90/0/90]_s$

Zdefiniowane dla modelu numerycznego warunki brzegowe stanowiły adekwatne odwzorowanie badań doświadczalnych. Model dyskretny słupa omegowego oparty był w obydwu przekrojach końcowych na sztywnych płytach, dla których warunki brzegowe, zdefiniowano w punktach referencyjnych przypisanych do każdej z płyt. Płyta dolna została całkowicie utwierdzona, poprzez zablokowanie wszystkich stopni swobody w punkcie referencyjnym, natomiast płycie górnej pozostawiono wyłączną możliwość przemieszczania na kierunku realizacji obciążenia ściskającego, tzn. wzdłuż podłużnej osi słupa (oś Z).

Obciążenie ściskające realizowano poprzez przemieszczenie górnej płyty na kierunku osi Z. Krawędzie przekrojów końcowych słupa były swobodnie oparte o powierzchnie nieodkształcalnych płyt, gdzie dodatkowo na styku krawędzi z powierzchnią płyty zdefiniowano interakcje kontaktowe (kontakt na kierunku stycznym i normalnym bez uwzględnienia współczynnika tarcia).

W celu zapewnienia niezmienności kształtu przekrojów końcowych słupa w procesie obciążania, węzłom znajdującym się na krawędziach przekrojów końcowych zablokowano możliwości przemieszczeń na kierunkach prostopadłych do płaszczyzny ścian konstrukcji, dopuszczając jednocześnie możliwość ich obrotu względem krawędzi przekrojów końcowych.

Graficzną prezentację zdefiniowanych warunków brzegowych przedstawia rys. 6.7.



Rys. 6.7. Warunki brzegowe modelu dyskretnego słupa o przekroju omegowym (warunki modelu podstawowego oraz wizualizacja warunków z utratą stateczności)

W obliczeniach stanu krytycznego (zagadnienie własne) w punkcie referencyjnym górnej płyty, zamiast przemieszczenia powodującego ściskanie konstrukcji (co było uwzględniane w ramach obliczeń nieliniowych) zdefiniowano wartość obciążenia jednostkowego, działającego zgodnie z kierunkiem osi Z. Obliczenia numeryczne stanu pokrytycznego (zagadnienie nieliniowej stateczności) prowadzono przy uwzględnieniu imperfekcji wstępnych (niedoskonałości geometrycznych) wynoszących 5% grubości ściany profilu, odpowiadających pierwszej postaci wyboczenia.

7. Wyniki stateczności i zniszczenia ściskanych profili kompozytowych

W celu dokonania opisu zagadnienia stateczności i zniszczenia ściskanych cienkościennych słupów kompozytowych przeprowadzono pogłębioną analizę jakościową oraz ilościową wyników obliczeń numerycznych, konfrontując je z uzyskanymi wynikami badań doświadczalnych.

W tym celu porównano otrzymane postacie utraty stateczności ściskanych konstrukcji oraz odpowiadające im wartości obciążenia krytycznego. Dodatkowo, w celu opisu pracy konstrukcji w pełnym zakresie obciążenia opracowano pokrytyczne ścieżki równowagi konstrukcji, jak również wyznaczono wartości obciążeń niszczących, przy których badane konstrukcje traciły nośność.

Przeprowadzone badania obejmowały również analizę wpływu konfiguracji ułożenia warstw laminatu na zachowanie konstrukcji w stanie krytycznym i pokrytycznym oraz w fazie zniszczenia (uwzględniając efekty wynikające z inicjacji zniszczenia, jak i ewolucji uszkodzenia materiału kompozytowego).

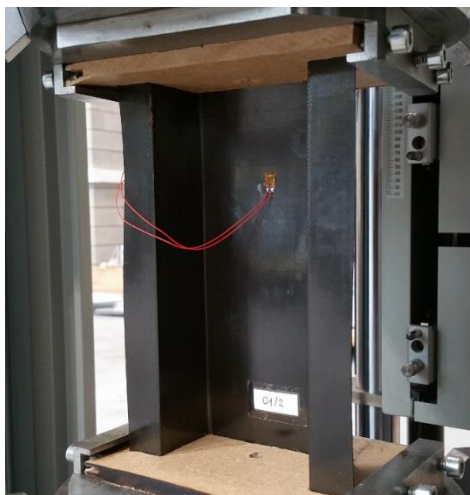
7.1. Wyniki stanu krytycznego

Doświadczalne badania stanu krytycznego przeprowadzono w oparciu o pomiar odkształceń oraz makroskopową ocenę deformacji konstrukcji. Na podstawie pomiarów tensometrycznych możliwe było wyznaczenie wartości obciążeń krytycznych konstrukcji rzeczywistej przy wykorzystaniu metod aproksymacyjnych opisanych w rozdziale 5.2.1. Numeryczny zakres prowadzonych badań stanowiła analiza stanu krytycznego w oparciu o rozwiązanie liniowego zagadnienia własnego.

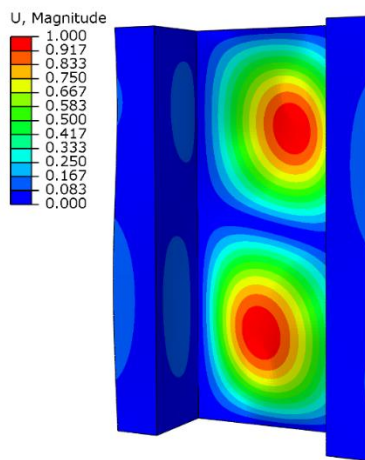
Przeprowadzone badania stanu krytycznego wykazały, iż najniższa wartość obciążenia krytycznego we wszystkich badanych przypadkach odpowiada lokalnej postaci wyboczenia konstrukcji, przejawiającej się powstawaniem odpowiedniej ilości półfal na środku i ścianach konstrukcji w kierunku wzdłużnym słupa.

Uzyskane wyniki utraty stateczności w zależności od przyjętej konfiguracji ułożenia warstw laminatu przedstawiono na poniżej zaprezentowanych rysunkach (rys. 7.1–7.3).

a)

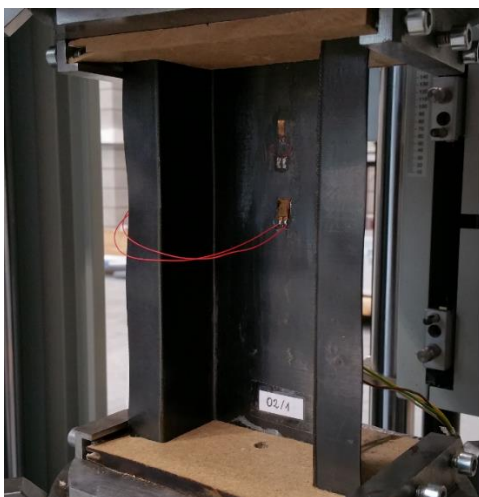


b)

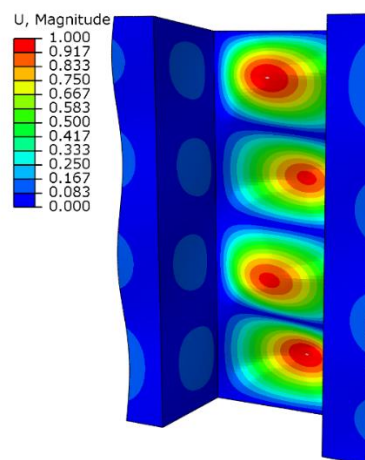


**Rys. 7.1. Postać wyboczenia profilu o przekroju omegowym dla konfiguracji O1:
a) eksperyment, b) MES**

a)

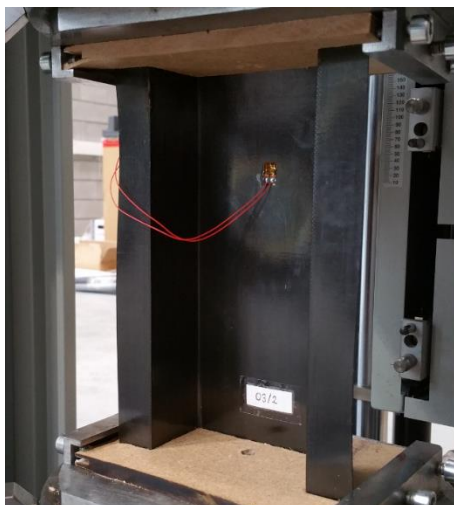


b)

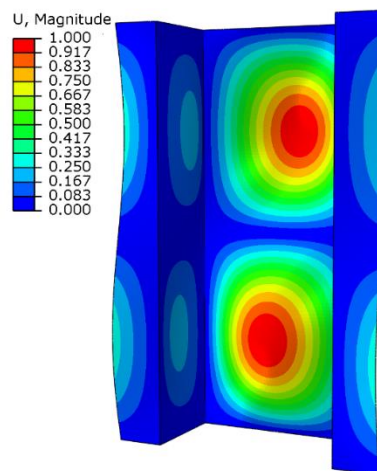


**Rys. 7.2. Postać wyboczenia profilu o przekroju omegowym dla konfiguracji O2:
a) eksperyment, b) MES**

a)



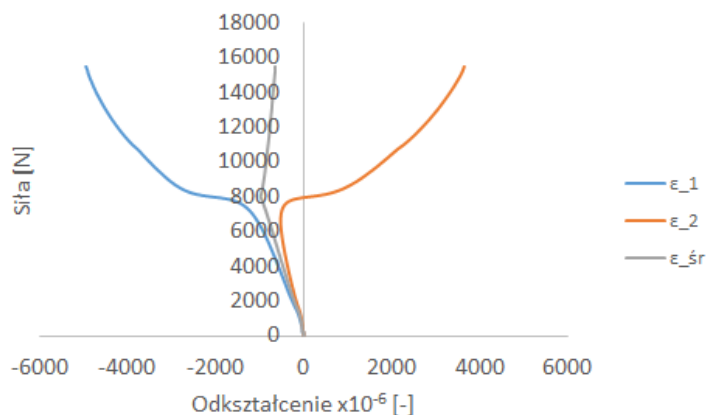
b)



**Rys. 7.3. Postać wybożenia profilu o przekroju omegowym dla konfiguracji O3:
a) eksperyment, b) MES**

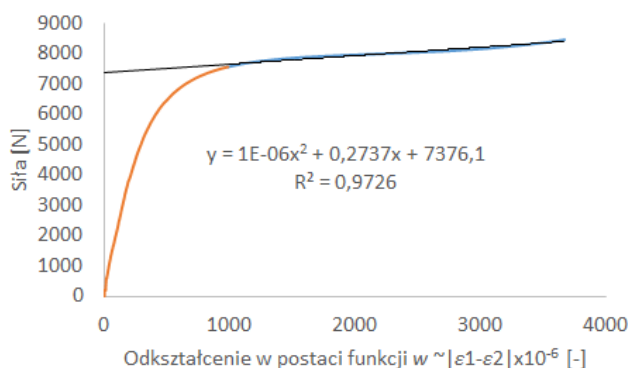
Otrzymane w wyniku obliczeń numerycznych postacie utraty stateczności cienkościennych profili kompozytowych o przekroju omegowym, wykazują analogiczny charakter deformacji, jak w przypadku konstrukcji rzeczywistych. W ramach przeprowadzonych analiz MES i prób eksperymentalnych uzyskano jednakowe ilości półfal w kierunku wzdłużnym słupa, zależnie od przyjętej konfiguracji laminatu.

W przypadku badań doświadczalnych stanu krytycznego, możliwe było wyznaczenie obciążeń krytycznych konstrukcji rzeczywistej, poprzez zastosowanie odpowiednich procedur aproksymacyjnych, przeprowadzonych na uzyskanych w pomiarach tensometrycznych krzywych doświadczalnych *obciążenie–odkształcenie*. O poprawności przeprowadzania procesu aproksymacji dla poszczególnych metod, świadczył odpowiedni dobór efektywnego zakresu aproksymacji tych krzywych. Wyznacznikiem optymalnego doboru zakresu aproksymacji było zachowanie możliwie najwyższego współczynnika korelacji R^2 . Przykładowe wyniki pomiarów odkształceń tensometrycznych słupa O2 ([90/-45/45/0]_s), w funkcji obciążenia ściskającego przedstawiono na rys. 7.4.

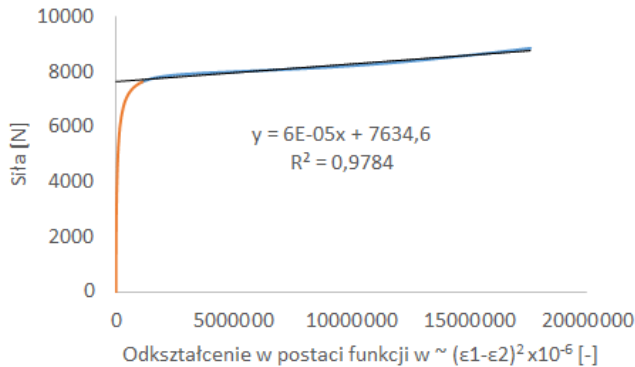


Rys. 7.4. Zależność siły ściskającej od odkształceń – słup O2 ([90/-45/45/0]s)

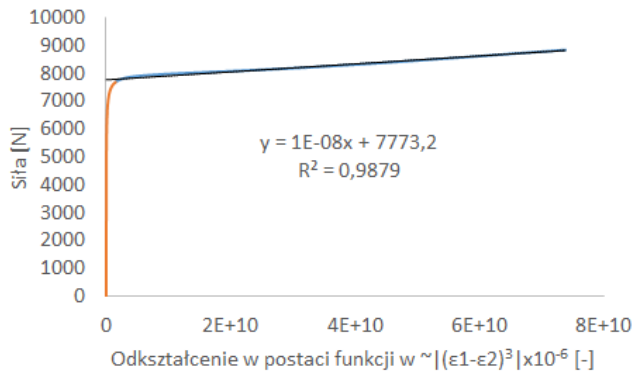
Przedstawione na rys. 7.4 parametry oznaczone kolejno jako ε_1 , ε_2 i ε_{sr} stanowią wartości odkształceń mierzonych odpowiednio tensometrem pierwszym i drugim, znajdującymi się po przeciwnych stronach środka w miejscu największych jego ugięć oraz wyznaczoną wartość średnią tych odkształceń. Na podstawie otrzymanych charakterystyk doświadczalnych przeprowadzono proces aproksymacji w oparciu o trzy niezależne metody badawcze (Koiter'a, P-w_c² i P-w_c³). Rezultat prowadzonej aproksymacji przedstawiono na poniższych wykresach, wyznaczając uprzednio charakterystykę *obciążenie-ugięcie* (jako funkcja odkształcenia), oznaczone jako w (rys. 7.5–7.7).



Rys. 7.5. Zależność obciążenia ściskającego od wartości bezwzględnej z różnicy odkształceń: metoda Koiter'a



Rys. 7.6. Zależność obciążenia ściskającego od kwadratu różnicy odkształceń: metoda P- w_c^2

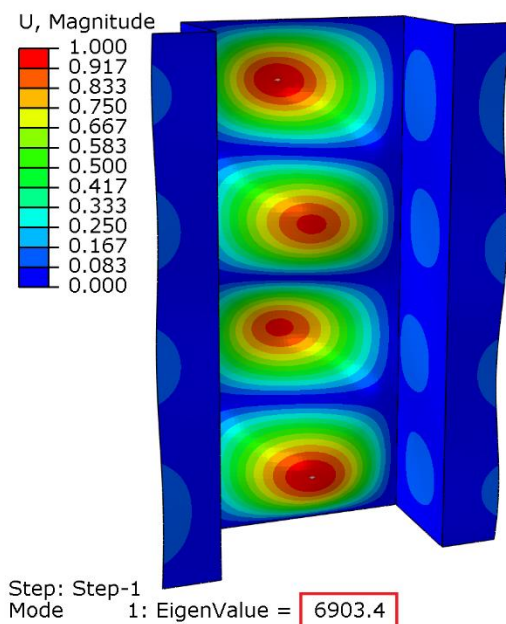


Rys. 7.7. Zależność obciążenia ściskającego od wartości bezwzględnej z sześciannu różnicy odkształceń: metoda P- w_c^3

Przedstawiona na rys. 7.5–7.7 niebieska krzywa stanowi dobrany efektywny zakres aproksymacji w przypadku każdej z zastosowanych metod. Oznaczona czarnym kolorem krzywa (wielomian stopnia drugiego) w przypadku metody Koiter’a oraz prosta w przypadku pozostałych dwóch metod, stanowi funkcję aproksymacji zależną od danej metody aproksymacyjnej. Wyraz wolny w przypadku wyznaczonych równań opisujących funkcje aproksymacji, określa przybliżoną wartość obciążenia krytycznego. Wartość wyznaczonego obciążenia krytycznego stanowi zarazem miejsce przecięcia zastosowanych funkcji aproksymacji, z pionową osią układu współrzędnych. W przeprowadzonym procesie aproksymacji zachowano wartość współczynnika korelacji na poziomie $R^2 \geq 0.95$.

W przypadku obliczeń MES stanu krytycznego, wyznaczenie obciążenia krytycznego przeprowadzone zostało na podstawie rozwiązania liniowego zagadnienia własnego, co opisano w rozdziale 6.2.

W ramach przeprowadzonych analiz, uzyskano zarówno postać wyboczenia profilu o danej konfiguracji ułożenia warstw, jak również odpowiadającą jej wartość obciążenia krytycznego. Przykładowe wyniki analiz numerycznych dla profilu o konfiguracji O2 – [90/-45/45/0]_s, zaprezentowano na rys. 7.8.



Rys. 7.8. Postać wyboczenia profilu o konfiguracji [90/-45/45/0]_s z wyznaczoną wartością siły krytycznej

Badania stanu krytycznego przeprowadzono dla wszystkich badanych przypadków konfiguracji warstw laminatu.

Szczegółowe zestawienie wyników badań doświadczalnych oraz obliczeń numerycznych, opisujących stan utraty stateczności badanych konstrukcji zestawiono w formie tabelarycznej – tab. 7.1.

Tabela 7.1. Wartości obciążeń krytycznych

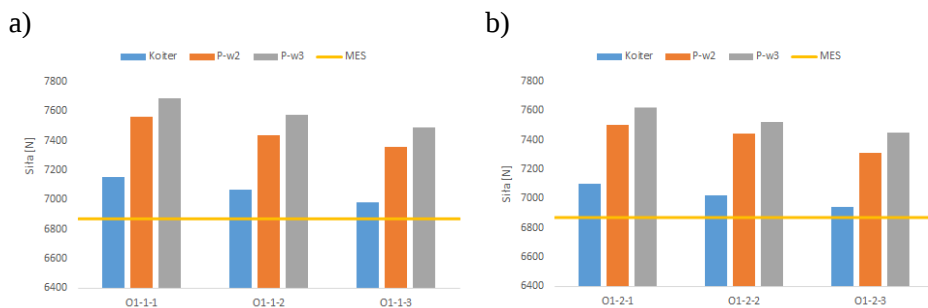
			Koiter ²	Koiter ² /MES	R ²	P-w ²	P-w ² /MES	R ²	P-w ³	P-w ³ /MES	R ²	MES
Układ	Próbka	Próba	[N]	[%]	[-]	[N]	[%]	[-]	[N]	[%]	[-]	[N]
O1	1	1	7154,3	3,97	0,99	7561,2	9,14	0,96	7689,1	10,65	0,97	6870,2
		2	7065,7	2,77	0,99	7437,1	7,62	0,97	7577,4	9,33	0,98	
		3	6978,8	1,56	0,98	7355,5	6,60	0,97	7491,3	8,29	0,98	
	2	1	7099,6	3,23	0,99	7501,2	8,41	0,97	7623,4	9,88	0,96	
		2	7023,8	2,19	0,98	7444,7	7,72	0,98	7521,2	8,66	0,96	
		3	6943,7	1,06	0,98	7313,8	6,07	0,98	7448,9	7,77	0,97	
O2	1	1	7376,1	6,41	0,97	7634,6	9,58	0,98	7773,2	11,19	0,99	6903,4
		2	7303,6	5,48	0,98	7538,4	8,42	0,98	7672,8	10,03	0,98	
		3	7142,6	3,35	0,98	7388,6	6,57	0,98	7500,2	7,96	0,98	
O3	1	1	7195,8	4,39	0,99	7780	11,57	0,97	8065,9	14,70	0,95	6880
		2	7006,8	1,81	1,00	7273,7	5,41	1,00	7521,5	8,53	0,97	
		3	6905,2	0,36	1,00	7132,9	3,55	0,99	7454,4	7,71	0,96	
	2	1	6978,7	1,41	0,99	7321,8	6,03	0,97	8085	14,90	1,00	
		2	6897,7	0,26	0,99	7411,8	7,18	0,97	7980,6	13,79	1,00	
		3	6897,7	0,26	0,99	7461,8	7,80	0,97	7846	12,31	1,00	
	3	1	7268,8	5,35	1,00	7769,2	11,45	0,97	8086,3	14,92	0,95	
		2	7005,9	1,80	0,99	7639,6	9,94	0,97	8021,2	14,23	0,95	
		3	6911,3	0,45	0,99	7550,4	8,88	0,96	8007,7	14,08	0,95	

Zaprezentowane wyniki badań pozwalają dokonać oceny stanu krytycznego analizowanych konstrukcji. Ilościowa ocena doświadczalnie wyznaczonych obciążeń krytycznych w przypadku profilu o konfiguracji O1 [0/-45/45/90]_s wykazała wartości w przedziale 6943,7–7689,1 N. Maksymalna rozbieżność wyników doświadczalnych i numerycznych MES wynosiła 10,59% (metoda P-w_c³), zaś minimalna 1,06% (metoda Koiter'a). W przypadku profilu o układzie warstw O2 [90/-45/45/0]_s wartości sił krytycznych wyznaczonych na podstawie badań doświadczalnych kształtowały się na poziomie 7142,6–7773,2 N, co oznacza maksymalną rozbieżność wyników w odniesieniu do obliczeń numerycznych MES na poziomie 11,19% (metoda P-w_c³), natomiast różnica minimalna wyniosła 3,35% (metoda Koiter'a). W przypadku konfiguracji O3 [0/90/0/90]_s zakres wartości sił krytycznych wyznaczonych dla konstrukcji rzeczywistej zawierał się w przedziale 6897,7–8086,3 N.

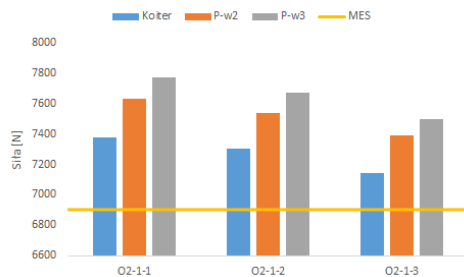
Wartość maksymalnego obciążenia krytycznego – 8086,3 N i minimalnego – 6897,7 N wyznaczonego doświadczalnie, stanowi odpowiednio 14,92% oraz 0,26% rozbieżności względem obciążenia 6880 N, uzyskanego drogą obliczeń MES. Najwyższa zbieżność wyników została uzyskana w przypadku metody Koiter’a, gdzie wartość doświadczalnie wyznaczonej siły krytycznej wynosiła 6897,7 N, co stanowi jedynie 0,26% rozbieżności z wartością obciążenia wyznaczoną numerycznie.

Przeprowadzona analiza stanu krytycznego wykazała, iż aproksymacyjną metodą doświadczalną wykazującą najbardziej zbieżne wyniki z obliczeniami MES, w przypadku wszystkich konfiguracji ułożenia warstw laminatu, jest metoda Koiter’a. Maksymalne rozbieżności otrzymanych wyników doświadczalnych w stosunku do obliczeń numerycznych MES, nie przekroczyły 6,41%, co potwierdza wysoką skuteczność zastosowanej w tym przypadku metody aproksymacyjnej. Pozostałe metody aproksymacyjne $P-w_c^2$ i $P-w_c^3$ pozwalają na oszacowanie obciążenia krytycznego ściskanych konstrukcji kompozytowych z mniejszą dokładnością, w stosunku do metody Koiter’a. Fakt ten oznacza, że wyznaczenie wartości obciążenia krytycznego konstrukcji rzeczywistej powinno być oparte na zastosowaniu kilku niezależnych metod aproksymacyjnych, w celu doboru metody optymalnej, zapewniającej możliwie najwyższą dokładność wyników.

Na podstawie przeprowadzonych badań doświadczalnych opracowano wykresy umożliwiające porównanie wartości obciążeń krytycznych wyznaczonych różnymi metodami aproksymacyjnymi, zestawiając je z wynikami obliczeń MES. Wyniki dla poszczególnych słupów zestawiono na rys. 7.9–7.11.

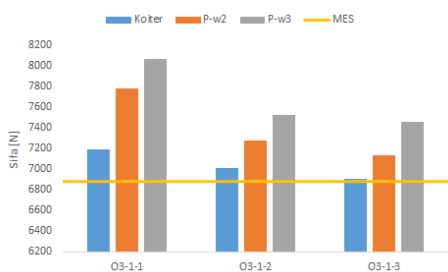


Rys. 7.9. Wartości obciążenia krytycznego wyznaczonego różnymi metodami (słup O1): a) próbka 1, b) próbka 2

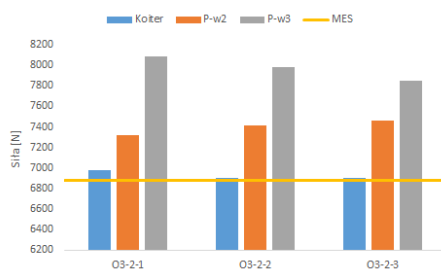


Rys. 7.10. Wartości obciążenia krytycznego wyznaczonego różnymi metodami (słup O2)

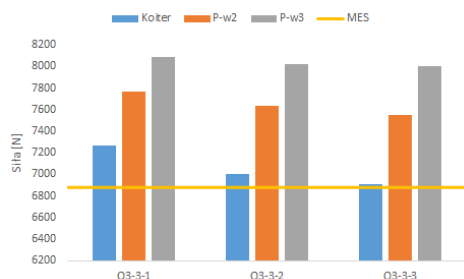
a)



b)



c)



**Rys. 7.11. Wartości obciążenia krytycznego wyznaczonego różnymi metodami (słup O3):
a) próbka 1, b) próbka 2, c) próbka 3**

Na podstawie uzyskanych rezultatów zaobserwowano, iż prezentowane konfiguracje ułożenia warstw laminatu (O1, O2 oraz O3), mają nieznaczny wpływ na wartość obciążenia krytycznego, szczególnie w przypadku obliczeń MES.

Rozbieżność pomiędzy minimalną wartością obciążenia krytycznego dla konfiguracji O1 wynoszącą 6870,2 N, a maksymalną w przypadku konfiguracji O2 –

6903,4 N stanowi zaledwie 0,5%. Zdecydowanie większa rozbieżność wyników występuje w przypadku zastosowanych metod aproksymacyjnych, w których maksymalna rozbieżność wyników osiąga wartość 14,7%, występująca w przypadku próbki o oznaczeniu O3-2-2 – metoda Koiter’a oraz próbki oznaczonej jako O3-3-1 – metoda $P-w_c^3$.

Podsumowując, w przypadku każdej z prezentowanych konfiguracji ułożenia warstw laminatu wykazano, iż doświadczalna metoda aproksymacyjna Koiter’a umożliwia na wyznaczenie wartości obciążeń, które są najbliższe wartości obciążenia bifurkacyjnego konstrukcji idealnej, wyznaczonego w obliczeniach MES (rys. 7.9–7.11). Metody doświadczalne $P-w_c^2$ i $P-w_c^3$ wykazują mniejszą zbieżność z obliczeniami numerycznymi. Zaobserwowano także, iż realizacja każdej kolejnej próby badawczej w ramach każdej z próbek, powoduje nieznaczne obniżenie wyznaczonych doświadczalnie wartości obciążeń krytycznych, czego bezpośrednim skutkiem jest osiągnięcie rezultatów bardziej zbieżnych z obliczeniami MES.

7.2. Utrata nośności ściskanych słupów kompozytowych – ocena stanu zniszczenia konstrukcji

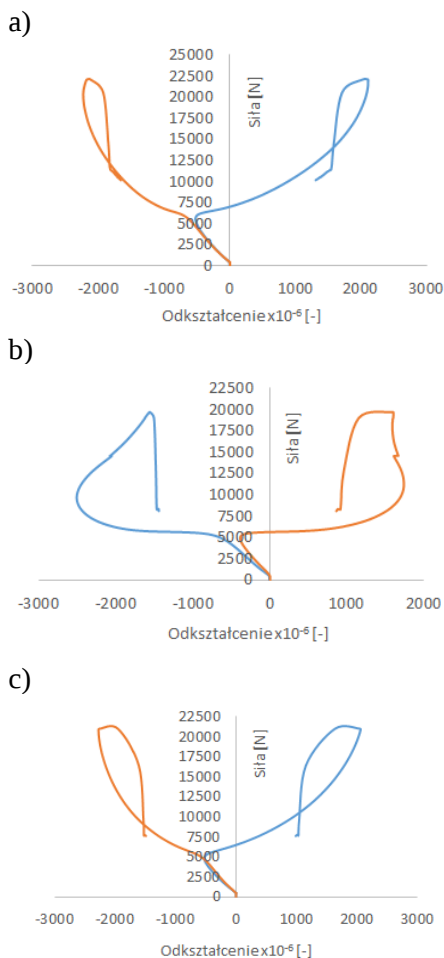
7.2.1. Ocena inicjacji uszkodzenia

Doświadczalne badania ściskania słupów kompozytowych w pełnym zakresie obciążenia – do momentu utraty nośności konstrukcji prowadzono przy wykorzystaniu dwóch niezależnych metod badawczych. Nawiązując do powyższego, jednocześnie rejestrowano odczyt odkształceń środka słupa z wykorzystaniem pomiarów tensometrycznych, jak również sygnały emisji akustycznej, mogące świadczyć bezpośrednio o występowaniu pewnych zjawisk w strukturze wewnętrznej materiału kompozytowego. Opis obydwu doświadczalnych metod badawczych przedstawiono szczegółowo w rozdziale 5.2.2.

Niezależną metodą badawczą, prowadzoną równolegle z badaniami doświadczalnymi, umożliwiającą dodatkową ocenę mechanizmów zniszczenia materiału kompozytowego, stanowiła nieliniowa analiza stateczności konstrukcji z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Zakres badań numerycznych obejmował wykorzystanie inicjacyjnych kryteriów zniszczenia kompozytu, pozwalających zidentyfikować moment inicjacji zniszczenia materiału oraz analizy progresywnej, umożliwiającego opis ewolucji zniszczenia, opisanych w rozdziale 6.4.

Wykorzystanie wspomnianych metod doświadczalnych i symulacji numerycznych, umożliwiających przeprowadzenie szczegółowej oceny zniszczenia ściskanych cienkościennych profili kompozytowych, stanowi wkład autora zarówno w przygotowanie, przeprowadzenie, jak i interpretację wyników badań zniszczenia analizowanych konstrukcji kompozytowych.

Parametry prób doświadczalnych, rejestrowane w pełnym zakresie obciążenia umożliwiły opracowanie charakterystyk konstrukcji, na podstawie których dokonano oceny jej pracy w stanie zakrytycznym oraz w fazie zniszczenia. W przypadku pierwszej z metod – pomiaru odkształceń tensometrycznych, wyniki przedstawiono w formie wykresów *siła ściskająca – odkształcenie* (ε_1 i ε_2). Otrzymane charakterystyki dla przypadku próbek o konfiguracji O3 [0/90/0/90]_s przedstawiono na rys. 7.12.

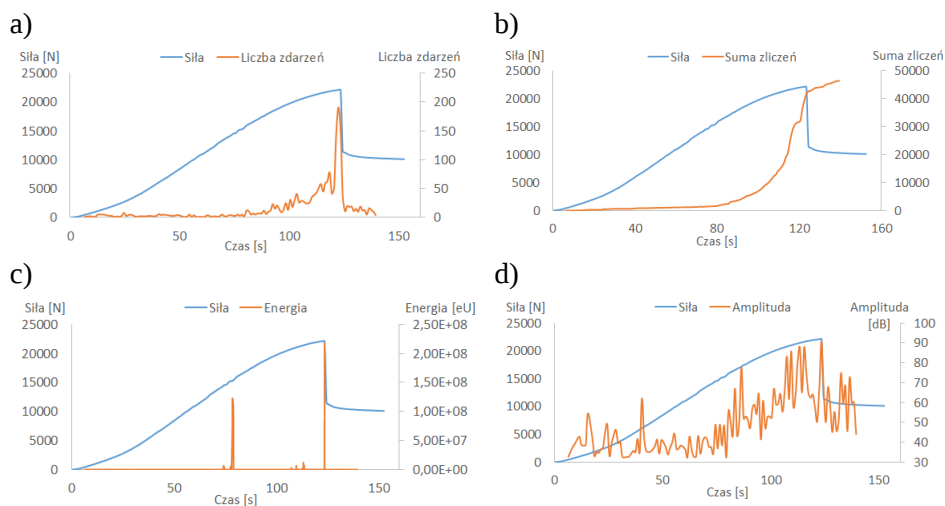


**Rys. 7.12. Charakterystyka siła ściskająca – odkształcenie dla słupa O3:
a) próbka 1, b) próbka 2, c) próbka 3**

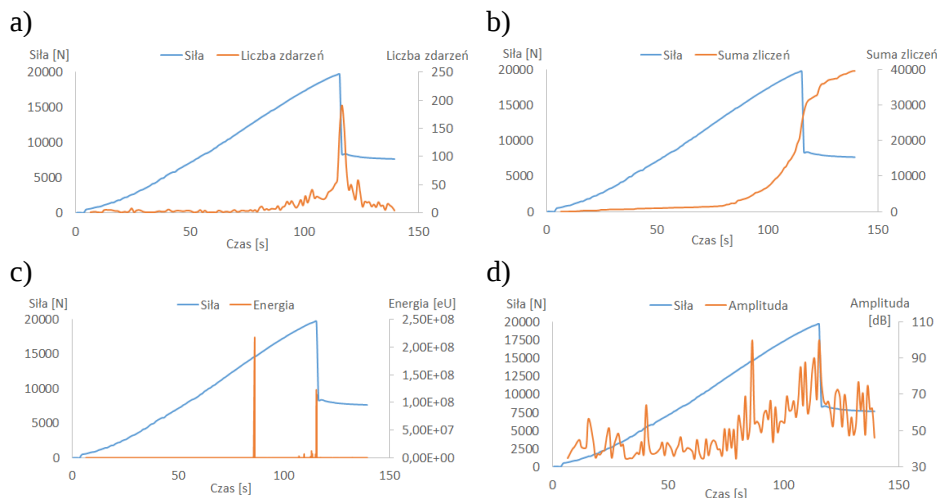
Początkowa faza pomiarów odkształceń świadczy o tym, iż obydwie strony ścianek konstrukcji podlegają wyłącznie ściskaniu – stan dokrytyczny. W kolejnym etapie następuje załamanie charakterystyk, z jednoczesną zmianą kierunku przyrostu odkształceń w przypadku jednego z czujników tensometrycznych – stan krytyczny. Ostatni etap o najdłuższym przebiegu wykazuje gwałtowny przyrost odkształceń, wynikających ze zginania – stan pokrytyczny, aż do momentu utraty nośności słupa, o czym świadczy gwałtowny spadek siły obciążającej.

Z uwagi na złożony charakter procesu zniszczenia cienkościennych konstrukcji kompozytowych, istotna jest możliwość rejestracji zarówno momentu inicjacji zniszczenia materiału kompozytowego, jak i samej utraty nośności konstrukcji. W tym celu równoległe do pomiaru odkształceń tensometrycznych prowadzono pomiar sygnałów emisji akustycznej (MEA). Czujnik piezoelektryczny umieszczony bezpośrednio na półkach próbek badawczych umożliwił rejestrację parametrów próby, takich jak: liczba zliczeń i zdarzeń (forma skumulowana), energia i amplituda sygnału.

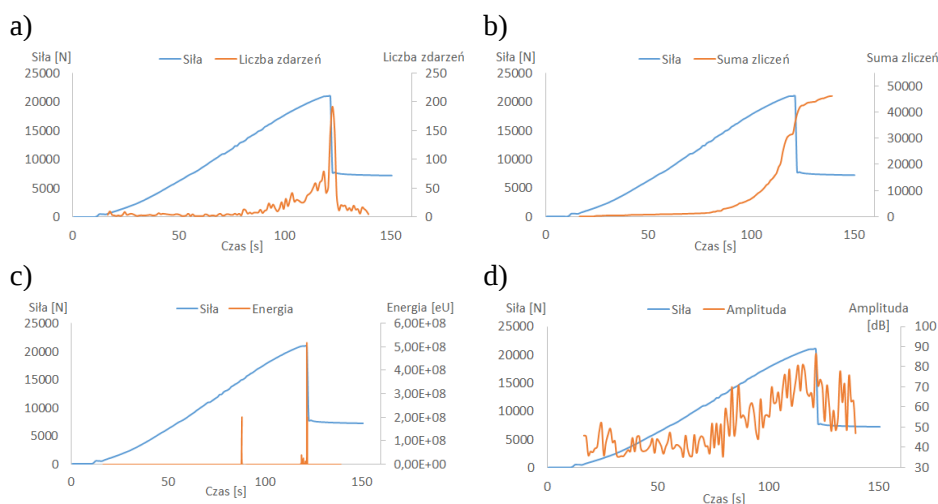
Przykładowe charakterystyki zarejestrowanych parametrów emisji akustycznej w funkcji siły ściskającej, mierzone w czasie rzeczywistym (rezultaty badań dotyczące słupa o konfiguracji O3 [0/90/0/90]_s), przedstawiono na rys. 7.13–7.15.



Rys. 7.13. Zależność siły ściskającej i parametrów MEA w czasie rzeczywistym – próbka 1 (O3): a) liczba zdarzeń, b) suma zliczeń, c) energia, d) amplituda sygnału



Rys. 7.14. Zależność siły ściskającej i parametrów MEA w czasie rzeczywistym – próbka 2 (O3): a) liczba zdarzeń, b) suma zliczeń, c) energia, d) amplituda sygnału

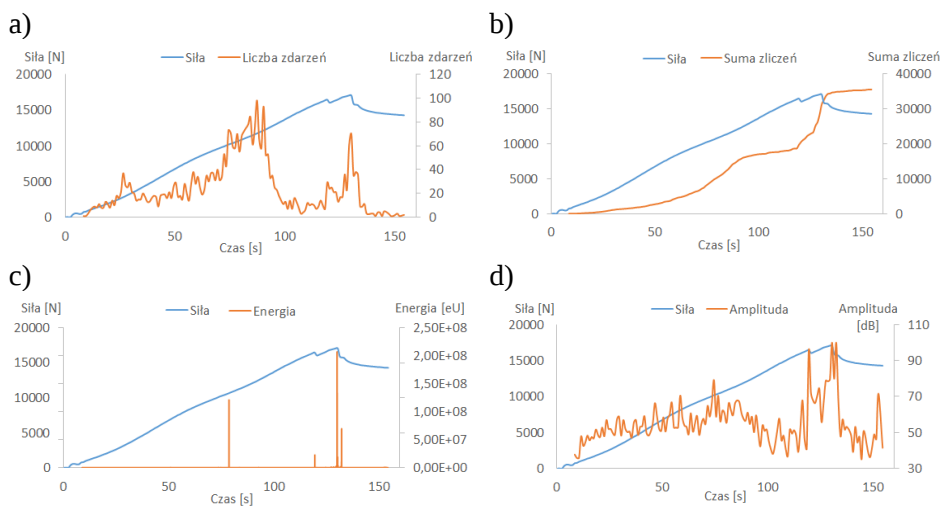


Rys. 7.15. Zależność siły ściskającej i parametrów MEA w czasie rzeczywistym – próbka 3 (O3): a) liczba zdarzeń, b) suma zliczeń, c) energia, d) amplituda sygnału

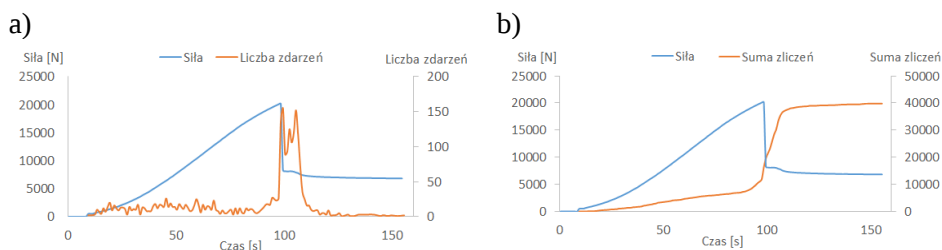
Poddając analizie zarejestrowane parametry MEA można dokonać oceny stanu struktury kompozytu w trakcie procesu obciążania. W przypadku pierwszej analizowanej próbki badawczej (rys. 7.13a) zaobserwowano znaczny przyrost liczby rejestrowanych zdarzeń, w momencie załamania się charakterystyki siły, czyli w fazie zniszczenia konstrukcji. Dodatkowo na wykresie prezentującym przebieg

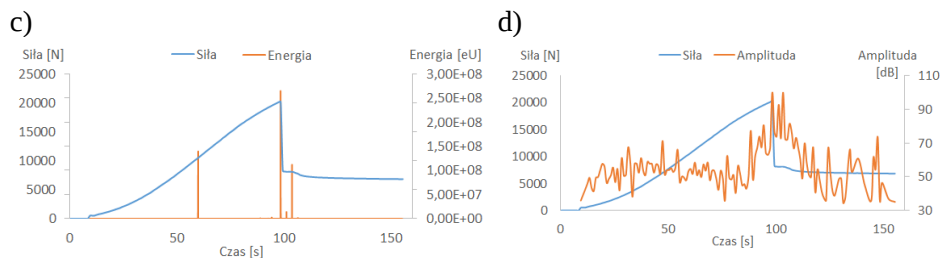
energii (rys. 7.13c) można zauważyć występowanie dwóch charakterystycznych „pików” tego parametru, mogących oznaczać początkową i końcową fazę uszkodzenia materiału kompozytowego (inicjację i zniszczenie). Przyrost wartości pozostałych parametrów określonych jako suma zdarzeń i amplituda, skonfrontowany z przebiegiem obciążenia ściskającego w czasie rzeczywistym wykazuje, iż wartość obciążenia spada wraz z nagłym wzrostem tych parametrów – rys. 7.13b i 7.13d. W przypadku pozostałych dwóch próbek otrzymano analogiczne rezultaty – rys. 7.14 oraz 7.15.

Wyniki dotyczące próbek o pozostałych konfiguracjach ułożenia warstw, przedstawiono odpowiednio na rys. 7.16 oraz 7.17 (O1 – [0/-45/45/90]_s) oraz rys. 7.18 (O2 – [90/-45/45/0]_s).

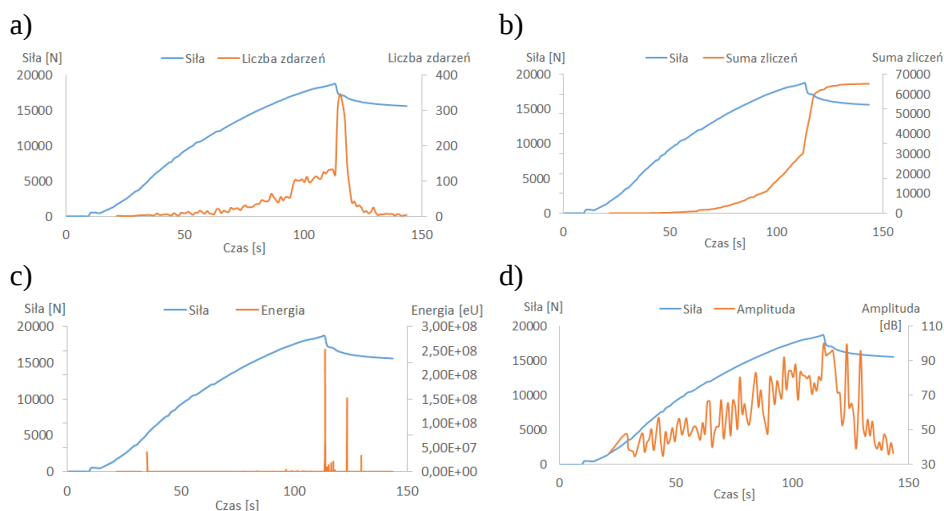


Rys. 7.16. Zależność siły ściskającej i parametrów MEA w czasie rzeczywistym – próbka 1 (O1): a) liczba zdarzeń, b) suma zliczeń, c) energia, d) amplituda sygnału





Rys. 7.17. Zależność siły ściskającej i parametrów MEA w czasie rzeczywistym – próbka 2 (O1): a) liczba zdarzeń, b) suma zliczeń, c) energia, d) amplituda sygnału



Rys. 7.18. Zależność siły ściskającej i parametrów MEA w czasie rzeczywistym – próbka 1 (O2): a) liczba zdarzeń, b) suma zliczeń, c) energia, d) amplituda sygnału

Na podstawie analizy wyników sygnałów emisji akustycznej przyjęto jako podstawę oceny uszkodzenia materiału kompozytowego przebieg siły i energii sygnału. Wszystkie otrzymane wykresy rejestrujące powyższe parametry charakteryzowały się występowaniem dwóch charakterystycznych skoków poziomu energii w procesie obciążania konstrukcji.

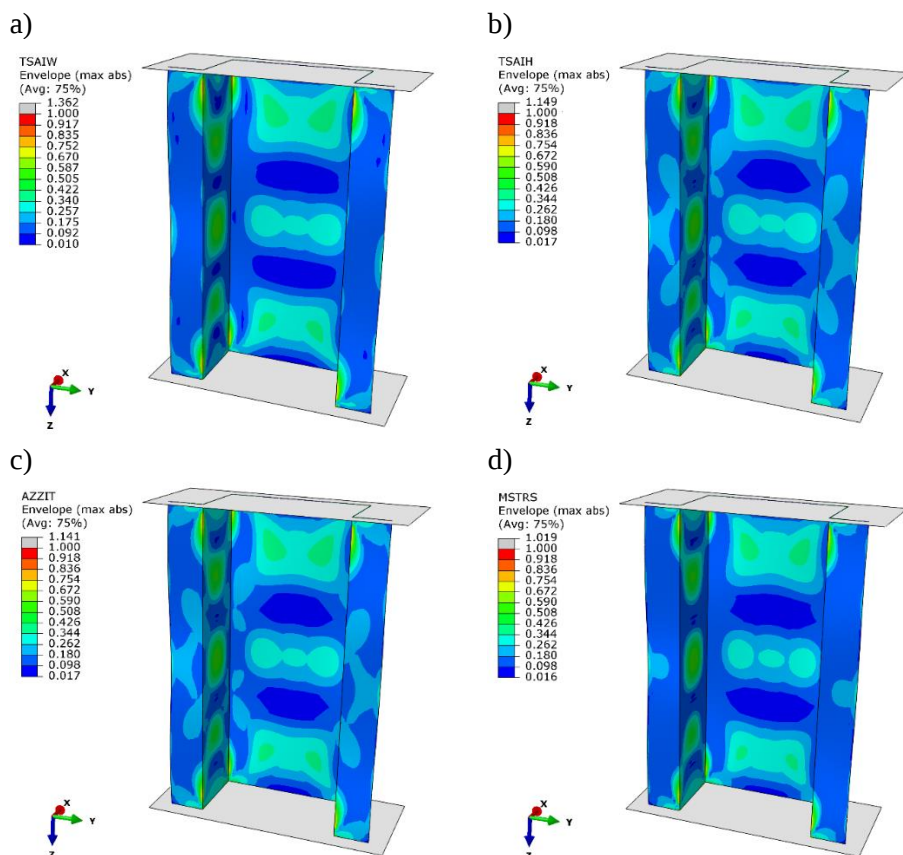
Przyjęto, że pierwszy lokalny przyrost wartości energii oznacza inicjację uszkodzenia materiału kompozytowego, a odpowiadająca mu wartość obciążenia określa siłę inicjującą uszkodzenie kompozytu. Prezentowane wyniki wykazują, że początek uszkodzenia kompozytu nie wyczerpuje nośności konstrukcji, o czym świadczy dalszy wzrost obciążenia ściskającego.

Występowanie drugiego lokalnego wzrostu sygnału energii, odpowiadającego złamaniu charakterystyki siły, której wartość od tego momentu zaczyna spadać,

odpowiada utracie nośności konstrukcji, natomiast wartość tego obciążenia określa wartość obciążenia niszczącego. Wartości sił, przy których występowały omawiane skoki energii w dalszej części pracy skonfrontowano z wynikami MES.

W prowadzonych badaniach numerycznych do oceny inicjacji uszkodzenia materiału kompozytowego wykorzystano kryteria inicjacyjne: Tsai-Wu, Tsai-Hill'a, Azzi-Tsai-Hill'a, maksymalnych naprężeń oraz kryterium Hashin'a, dostępne w programie ABAQUS®. Przeprowadzono porównanie wartości obciążenia inicjującego uszkodzenie kompozytu oraz obszaru, w którym nastąpiła inicjacja uszkodzenia, wyznaczonego wg powyższych kryteriów.

Przykładowe mapy parametru zniszczenia otrzymane na podstawie pierwszych czterech wymienionych kryteriów, dla słupa o konfiguracji warstw O3 [0/90/0/90]_s zaprezentowano na rys. 7.19.

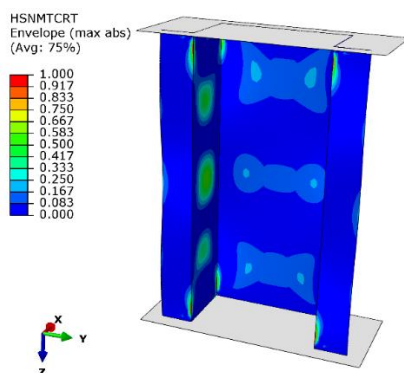


Rys. 7.19. Mapy parametru zniszczenia – model słupa o konfiguracji O3 [0/90/0/90]_s:

a) kryterium Tsai-Wu, b) kryterium Tsai-Hill'a,
c) kryterium Azzi-Tsai-Hill'a, d) kryterium maksymalnych naprężeń

Otrzymane w obliczeniach numerycznych mapy parametru zniszczenia kompozytu dla poszczególnych kryteriów wykazują zbliżony charakter ilościowy oraz jakościowy. Inicjacja uszkodzenia w głównym stopniu dotyczy obszarów usytuowanych w okolicach górnej i dolnej części krawędzi pomiędzy ścianami zewnętrznymi i środkowymi. Inicjacja wystąpiła we wszystkich prezentowanych kryteriach, gdzie osiągnięto wartość 1 parametru zniszczenia, co odpowiada wartości obciążenia inicjującego proces uszkodzenia $P_{if(MES)} = 14032 \text{ N}$.

Na podstawie zastosowanych inicjacyjnych kryteriów zniszczenia istnieje brak możliwości jednoznacznego określenia, na skutek jakich mechanizmów wystąpiła inicjacja uszkodzenia kompozytu. Prowadzi to do konieczności zastosowania bardziej zaawansowanego kryterium oceny uszkodzenia materiału kompozytowego. W prowadzonych obliczeniach wykorzystano inicjacyjne kryterium Hashin'a, umożliwiające określenie przyczyn inicjacji uszkodzenia, tzn. czy inicjacja uszkodzenia materiału następuje na skutek uszkodzenia włókien, czy matrycy (osnowy). Dokonanie takiej oceny jest możliwe na podstawie wyznaczanych map parametrów zniszczenia, odpowiadających ścisaniu i rozciąganiu poszczególnych komponentów kompozytu, tzn. włókien i matrycy. W przypadku analizowanego słupa O3 [0/90/0/90]_s otrzymane wyniki obliczeń wykazały spełnienie kryterium Hashin'a dla przypadku rozciągania matrycy, przy wartości obciążenia ściskającego $P_{if(MES)} = 14032 \text{ N}$ – rys. 7.20. Obszary inicjacji uszkodzenia pokrywają się z obszarami otrzymanymi wg pozostałych kryteriów zniszczenia (rys. 7.19).

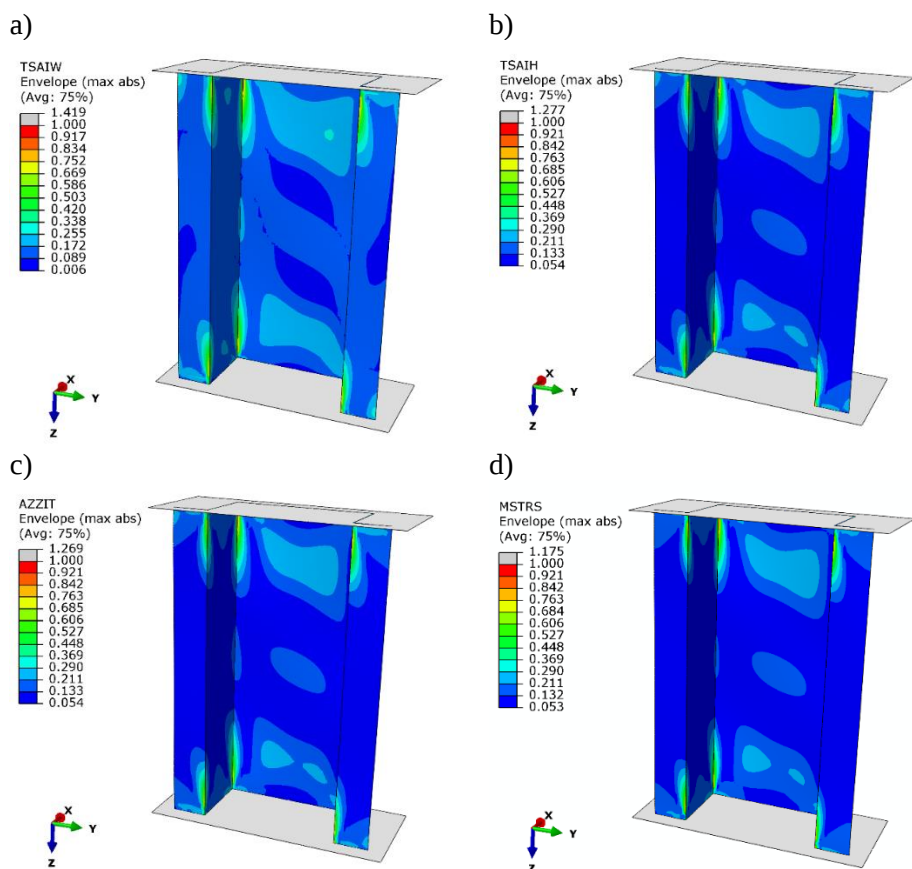


Rys. 7.20. Mapa parametru zniszczenia w oparciu o kryterium Hashin'a (spełnienie składowej inicjacji HSNMTCRT – rozciąganie matrycy) – model o konfiguracji O3 [0/90/0/90]_s

Analiza pozostałych wyników nie wykazała osiągnięcia wartości 1 parametru zniszczenia dla pozostałych składowych kryteriów Hashin'a, tzn. rozciągania i ścisania włókien HSNFTCRT i HSNFCCRT oraz ścisania matrycy HSNMCCRT. Oznacza to jednoznacznie, że proces uszkodzenia materiału kompozytowego w rozważanym przypadku rozpoczyna się na skutek rozerwania

osnowy kompozytu. Porównując otrzymaną wartość obciążenia inicjującego zniszczenie $P_{if(MES)} = 14032 \text{ N}$ z wynikami badań doświadczalnych – MEA, w których na podstawie wartości energii sygnału określono wartość obciążenia inicjującego uszkodzenie kompozytu jako $P_{if(EKSP)} = 15266 \text{ N}$ (wartość obciążenia przy pierwszym skoku energii – rys. 7.13c), można stwierdzić wysoką zgodność otrzymanych wartości obciążeń, gdzie różnica stanowi jedynie 8%.

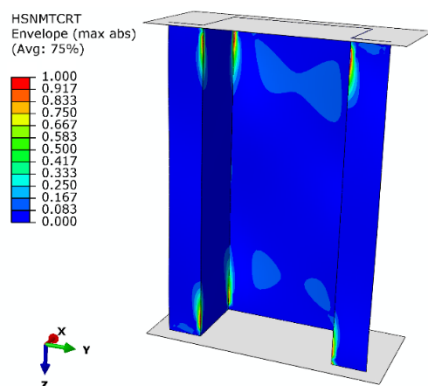
W analogiczny sposób przeprowadzono ocenę inicjacji uszkodzenia pozostałych analizowanych słupów kompozytowych. W przypadku słupa o konfiguracji O1 [0/-45/45/90]_s mapy parametru zniszczenia przedstawiono na rys. 7.21.



Rys. 7.21. Mapy parametru zniszczenia – model słupa o konfiguracji O1 [0/-45/45/90]_s:
a) kryterium Tsai-Wu, b) kryterium Tsai-Hill'a,
c) kryterium Azzi-Tsai-Hill'a, d) kryterium maksymalnych naprężeń

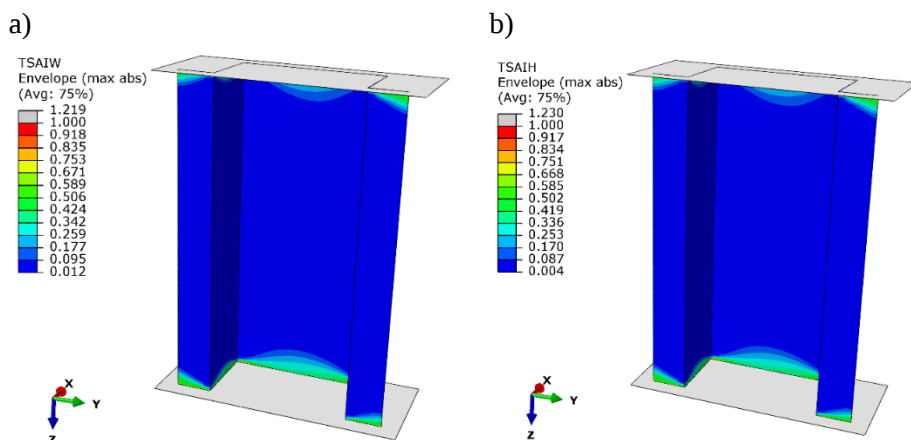
W przypadku słupa O1 stwierdzono, że analogicznie jak w przypadku słupa O3 obszar inicjacji uszkodzenia kompozytu występuje w okolicach górnej i dolnej

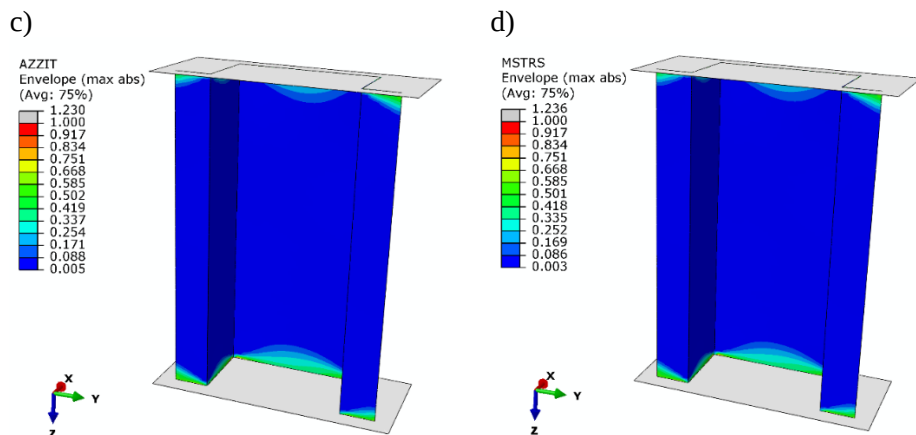
części krawędzi pomiędzy ścianami zewnętrznymi i środkowymi słupa. Wszystkie zastosowane kryteria inicjacji zniszczenia zostały osiągnięte przy poziomie obciążenia ściskającego o wartości $P_{if(MES)} = 9579$ N. Porównując otrzymane wyniki z kryterium Hashin'a można stwierdzić, że w powyższym przypadku inicjacja uszkodzenia materiału kompozytowego następuje również na skutek rozerwania matrycy – rys. 7.22.



Rys. 7.22. Mapa parametru zniszczenia w oparciu o kryterium Hashin'a (spełnienie składowej inicjacji HSNMTCRT – rozciąganie matrycy): model o konfiguracji O1 [0/-45/45/90]_s

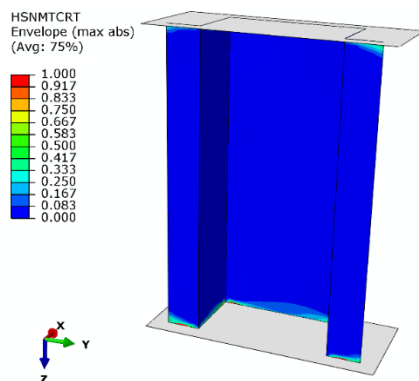
Wyniki ostatniej konfiguracji O2 – [90/-45/45/0]_s, przedstawiono na rys. 7.23.





Rys. 7.23. Mapy parametru zniszczenia – model słupa o konfiguracji O2 [90/-45/45/0]_s:
a) kryterium Tsai-Wu, b) kryterium Tsai-Hill'a,
c) kryterium Azzi-Tsai-Hill'a, d) kryterium maksymalnych naprężeń

W przypadku słupa o konfiguracji O2 otrzymany obszar inicjacji uszkodzenia kompozytu wykazał odstępstwo od dwóch pozostałych układów. Wynik obliczeń MES w przypadku kryterium Hashin'a zaprezentowano na rys. 7.24.



Rys. 7.24. Mapa parametru zniszczenia w oparciu o kryterium Hashin'a
(spełnienie składowej inicjacji HSNMTCRT – rozciąganie matrycy):
model o konfiguracji O2 [90/-45/45/0]_s

W rozważanym przypadku obszar inicjacji zlokalizowano w pobliżu przekrojów końcowych słupa (górnego i dolnego) przy wartości obciążenia ściskającego $P_{if(MES)} = 4852$ N. Otrzymane mapy parametru zniszczenia według kryterium Hashin'a potwierdzają również w tym przypadku inicjację uszkodzenia materiału

kompozytowego na skutek rozerwania matrycy. Jest to spowodowane dużo niższymi właściwościami mechanicznymi tego komponentu, w porównaniu z właściwościami włókien.

Wyniki obliczeń MES określające obciążenie inicjujące proces uszkodzenia, skonfrontowano z rezultatem badań z wykorzystaniem MEA. Ze względu na płynny przebieg krzywych *siła ściskająca-odkształcenie* (rys. 7.12) uzyskanych w ramach pomiaru odkształceń tensometrycznych na maszynie wytrzymałościowej, nie było możliwości oszacowania wartości obciążenia inicjującego uszkodzenie. Doświadczalnie uzyskane wyniki obciążeń inicjujących uszkodzenie w ramach MEA, odpowiadające lokalnym przyrostom energii na wykresach *siła ściskająca i energia-czas* (rys. 7.13–7.18), zestawiono z wartościami obciążenia odpowiadającymi osiągnięciu parametru krytycznego 1 wg kryterium Hashin’a w obliczeniach MES – tabela 7.2.

Tabela 7.2. Wartości obciążeń inicjujących uszkodzenie kompozytu

		MEA	MES	MES/MEA
Układ	Próbka	[N]	[N]	%
O1	1	10606	9579	9,68
	2	10638		9,95
O2	1	5334	4852	9,04
O3	1	15266	14032	8,08
	2	14613		3,98
	3	15031		6,65

Podsumowując badania dotyczące oceny inicjacji uszkodzenia materiału kompozytowego można stwierdzić, iż wartość obciążenia inicjującego uszkodzenie jest w dużym stopniu zależna od układu warstw laminatu. Obciążenie ściskające inicjujące uszkodzenie w przypadku jedynej próbki kompozytowej słupa o konfiguracji O2, jest najmniejsze co do wartości względem słupów o pozostałych układach warstw laminatu. W przypadku obliczeń MES wartość tego obciążenia wyniosła $P_{if(MES)} = 4852$ N, natomiast w przypadku badań doświadczalnych $P_{if(EKSP)} = 5334$ N, co powoduje różnicę wyników na poziomie 9,04%. Dodatkowo zauważono, iż obciążenie inicjujące uszkodzenie jest znacznie mniejsze od wartości siły krytycznej równej 6903,4 N. Oznacza to, iż początkowe oznaki inicjacji uszkodzenia kompozytu występują już na etapie analizy stanu krytycznego.

W przypadku słupów o pozostałych konfiguracjach ułożenia warstw, obciążenie inicjujące uszkodzenie znacząco przewyższa wartość siły krytycznej. Wartość obciążenia inicjującego uszkodzenie dla profilu o konfiguracji O1 wyznaczona w obliczeniach MES wynosi $P_{if(MES)} = 9579$ N. Konfrontując otrzymany wynik z rezultatami MEA, oszacowano rozbieżność wyników na poziomie 9,68% – dla

pierwszej próbki, gdzie $P_{if/(EKSP)} = 10606$ N oraz 9,95% – dla drugiej próbki z siłą o wartości $P_{if/(EKSP)} = 10638$ N. W przypadku słupa o konfiguracji O3, wartość wyznaczonego obciążenia inicjującego uszkodzenie materiału kompozytowego w obliczeniach MES wyniosła $P_{if/(MES)} = 14032$ N. Rozbieżność otrzymanego wyniku z wynikami MEA wynosi odpowiednio: 8,08% – pierwsza próbka, gdzie $P_{if/(EKSP)} = 15266$ N, 3,98% – druga próbka, gdzie $P_{if/(EKSP)} = 14613$ N oraz 6,65% – trzecia próbka, gdzie $P_{if/(EKSP)} = 15031$ N.

Na podstawie przeprowadzonych badań dowiedziono, iż występują konfiguracje warstw laminatu (konfiguracja O2 – $[90/-45/45/0]_s$) znacząco bardziej podatne na inicjację uszkodzenia od innych, charakteryzujących się wyższą wytrzymałością (konfiguracja O1 – $[0/-45/45/90]_s$ oraz O3 – $[0/90/0/90]_s$). Jak można zaobserwować konfiguracje o wyższej odporności na inicjację uszkodzenia materiału kompozytowego charakteryzują się występowaniem warstw o kierunku ułożenia włókien 0° na zewnątrz układu. Ilościowa ocena inicjacji uszkodzenia materiału kompozytowego potwierdza w badanych przypadkach wysoką zbieżność wyników obliczeń numerycznych z wynikami badań doświadczalnych, gdzie maksymalne różnice wyników nie przekraczają 10%. Szczegółowa analiza wyników obliczeń numerycznych we wszystkich rozważanych przypadkach wykazała, że inicjacja uszkodzenia struktury kompozytu była zapoczątkowana poprzez uszkodzenie matrycy na skutek jej rozciągania – rys. 7.22–7.24.

7.2.2. Ewolucja zniszczenia struktury kompozytu

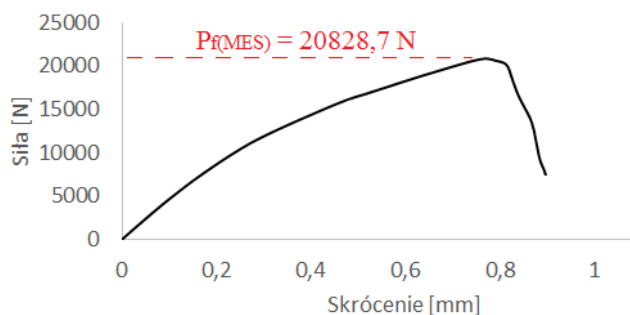
Przeprowadzone badania dotyczące oceny inicjacji uszkodzenia wykazują, że początek uszkodzenia materiału kompozytowego nie wyczerpuje nośności konstrukcji, o czym świadczy dalszy wzrost obciążenia ściskającego. Wyniki badań doświadczalnych zachowania konstrukcji po rozpoczęciu procesu inicjacji uszkodzenia materiału kompozytowego przedstawiono w podrozdziale 7.2.1 dla dwóch niezależnych metod badawczych – pomiaru odkształceń tensometrycznych oraz MEA.

W przypadku charakterystyk wynikających z pomiaru odkształceń tensometrycznych, utrata nośności konstrukcji została potwierdzona gwałtownym spadkiem przebiegu siły obciążającej – rys. 7.12. Metoda emisji akustycznej umożliwiła oszacowanie obciążenia, przy którym konstrukcja traci nośność na podstawie rejestracji sygnałów emisji akustycznej, zestawionych z przebiegiem krzywej obciążenia w czasie rzeczywistym – rys. 7.13–7.18. Najefektywniejszej oceny momentu utraty nośności konstrukcji, dokonano na podstawie wykresów prezentujących przebieg energii oraz siły w czasie.

W przypadku obliczeń numerycznych MES, ocena zniszczenia konstrukcji prowadzona była z wykorzystaniem progresywnej analizy zniszczenia, co opisano w rozdziale 6.4. Prowadzenie analiz opartych na kryterium progresywnym wymaga stopniowego spełnienia warunków inicjacji uszkodzenia poszczególnych

komponentów materiału kompozytowego: uszkodzenie kompozytu na skutek rozciągania i ściskania włókien oraz rozciągania i ściskania matrycy. Przynajmniej jeden z powyższych parametrów inicjacji uszkodzenia musi być spełniony, aby możliwe było rozpoczęcie procesu ewolucji uszkodzenia tego parametru w prowadzonych obliczeniach numerycznych. Dalsze obciążanie konstrukcji powoduje sukcesywne spełnianie kolejnych kryteriów inicjacji procesu uszkodzenia materiału kompozytowego oraz rozpoczyna ich ewolucję, aż do osiągnięcia następujących kryteriów zniszczenia: zniszczenie na skutek rozciągania i ściskania włókien, rozciągania i ściskania matrycy oraz wywołane ścinaniem warstwowym. W przypadku, gdy większość parametrów odpowiedzialnych za ewolucję zniszczenia osiągnie wartość parametru krytycznego 1 (nie muszą to być wszystkie parametry) – tym samym spełniając warunek analizy progresywnej, zapoczątkuje to utratę nośności konstrukcji, potwierdzoną gwałtownym spadkiem wartości obciążenia ściskającego.

Wyniki przeprowadzonych obliczeń numerycznych MES otrzymane dla słupa o konfiguracji warstw O1 [0/-45/45/90]_s, przedstawiające wykres *siła ściskająca – skrócenie słupa*, zaprezentowano na rys. 7.25. Otrzymana charakterystyka pracy konstrukcji umożliwia bezpośrednie wyznaczenie wartości obciążenia niszczącego, przy którym konstrukcja gwałtownie traci nośność, co potwierdza szybki spadek tego obciążenia.

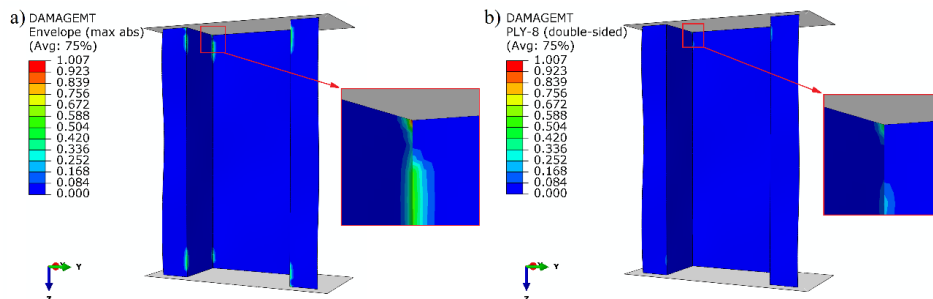


Rys. 7.25. Zależność siły ściskającej od skrócenia profilu kompozytowego – słup O1

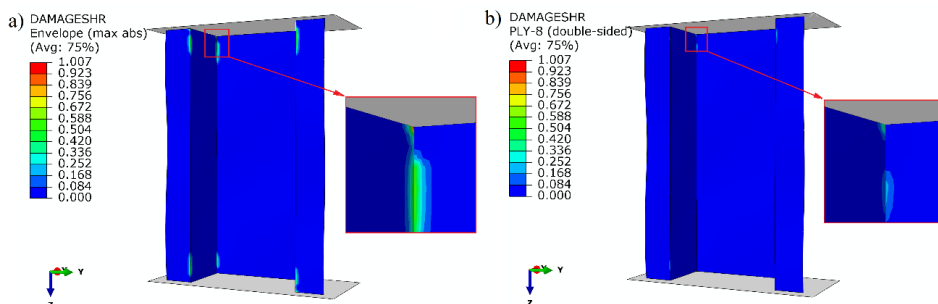
W rozważanym przypadku utrata nośności konstrukcji nastąpiła po osiągnięciu obciążenia $P_{f(MES)} = 20828,7$ N. Przekroczenie wartości obciążenia niszczącego konstrukcję powoduje gwałtowną degradację sztywności elementów skończonych, co sprzyja znacznemu pogłębianiu się obszarów uszkodzenia kompozytu. Prowadzenie obliczeń w zakresie bezpośrednio po przekroczeniu siły niszczącej skutkuje otrzymaniem wysoko reprezentatywnych wyników, obrazujących obszar uszkodzonych stref materiału kompozytowego, które bezpośrednio odpowiadają za utratę nośności konstrukcji. Otrzymane wyniki obliczeń numerycznych umożli-

liwiają przeprowadzenie szczegółowego opisu procesu degradacji struktury materiału kompozytowego, na podstawie ewolucji parametrów analizy progresywnej.

W przypadku omawianego słupa O1 osiągnięcie wartości granicznej parametrów analizy progresywnej nastąpiło jednocześnie dla składowej DAMAGENT oznaczającej zniszczenie matrycy kompozytu na skutek jej rozciągania oraz DAMAGESHR, oznaczającej uszkodzenie matrycy kompozytu spowodowane warstwowymi naprężeniami ścinającymi – rys. 7.26 oraz 7.27.



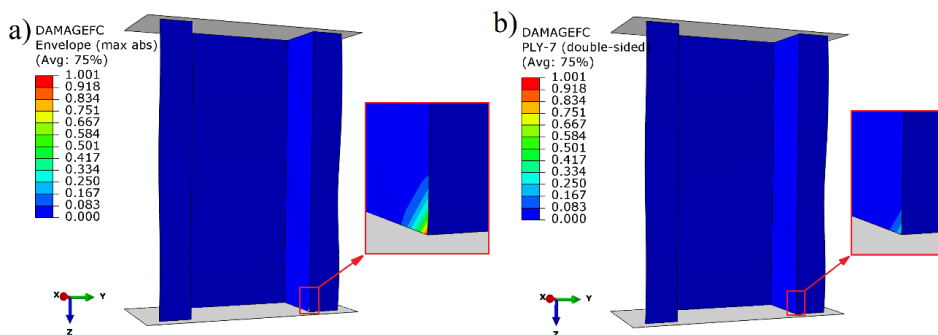
Rys. 7.26. Mapy parametru DAMAGENT – model słupa O1:
a) wynik ogólny wszystkich warstw kompozytu, b) warstwa 8



Rys. 7.27. Mapy parametru DAMAGESHR – model słupa O1:
a) wynik ogólny wszystkich warstw kompozytu, b) warstwa 8

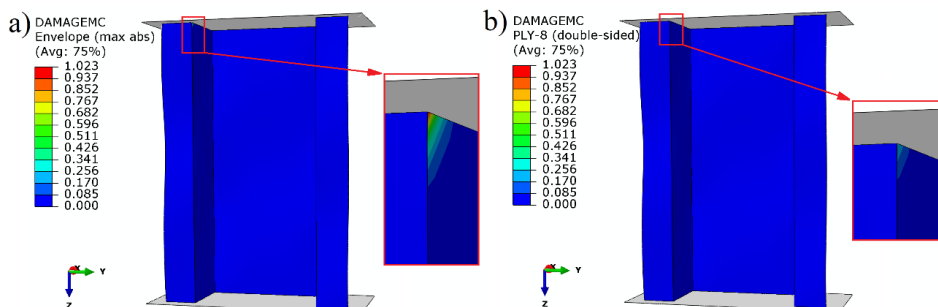
Osiągnięcie wartości granicznej parametrów $DAMAGENT=1$ i $DAMAGESHR=1$ nastąpiło przy wartości obciążenia ściskającego wynoszącej $P_{f/(MES)} = 16070,9 \text{ N}$, a więc poniżej wyznaczonej wartości obciążenia odpowiadającego za utratę nośności słupa. Jak pokazano na rys. 7.26b całkowite rozerwanie matrycy nastąpiło wyłącznie w warstwie 8 usytuowanej po zewnętrznej stronie profilu omegowego, rozpoczynając proces degradacji struktury materiału kompozytowego.

Kolejnym parametrem kryterium zniszczenia, dla którego otrzymano wartość graniczną 1 był parametr DAMAGEFC, odpowiadający za zniszczenie włókien na skutek ściskania – rys. 7.28.



Rys. 7.28. Mapy parametru DAMAGEFC – model słupa O1:
a) wynik ogólny wszystkich warstw kompozytu, b) warstwa 7

Wartość graniczna DAMAGEFC=1 została osiągnięta w warstwie 7 dla wartości obciążenia wynoszącej $P_{f(MES)} = 16783,8 \text{ N}$, poniżej wartości obciążenia odpowiadającej utracie nośności słupa. Postępująca degradacja sztywności matrycy oraz włókien doprowadziła do osiągnięcia wartości granicznej parametru DAMAGEFC, odpowiadającego za zniszczenie matrycy kompozytu na skutek jej ściskania – rys. 7.29.

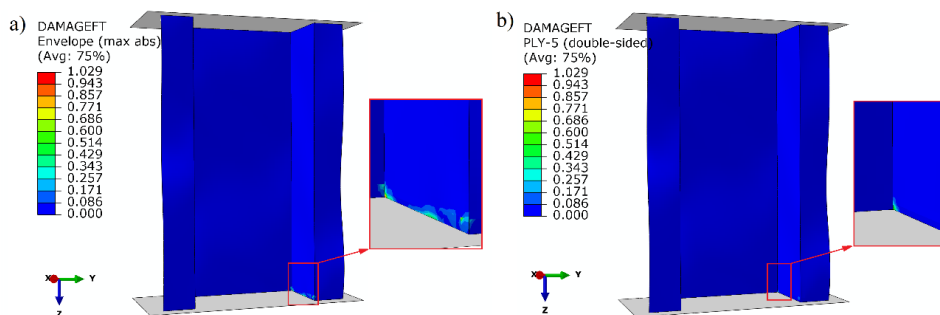


Rys. 7.29. Mapy parametru DAMAGEMC – model słupa O1:
a) wynik ogólny wszystkich warstw kompozytu, b) warstwa 8

Wartość graniczna DAMAGEMC=1 została zlokalizowana w warstwie 8 dla wartości obciążenia ściskającego wynoszącej $P_{f(MES)} = 20828,7 \text{ N}$, a więc odpowiadającej wyznaczonej wartości obciążenia niszczącego. Poddając interpretacji

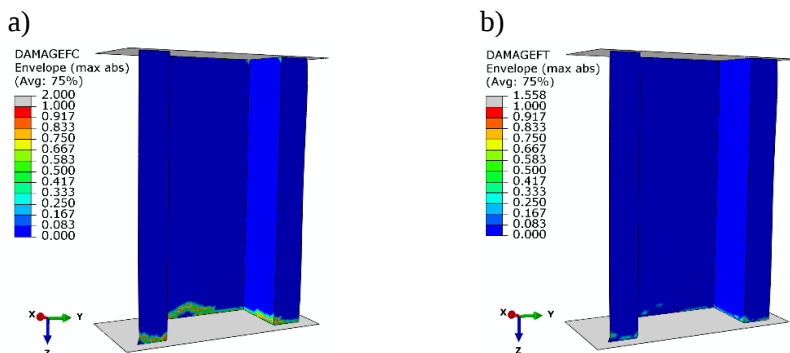
otrzymane wyniki można wywnioskować, że utrata nośności słupa rozpoczęła degradacją matrycy, prowadzącą do istotnego zmniejszenia sztywności materiału kompozytowego w tych obszarach, przyspieszyła proces zniszczenia włókien na skutek ich ściskania. Utrata sztywności ściskanych włókien, połączona z degradacją matrycy, poszerzoną o dodatkowe jej zniszczenie na skutek ściskania (rys. 7.29), doprowadziło w konsekwencji do całkowitej utraty nośności słupa.

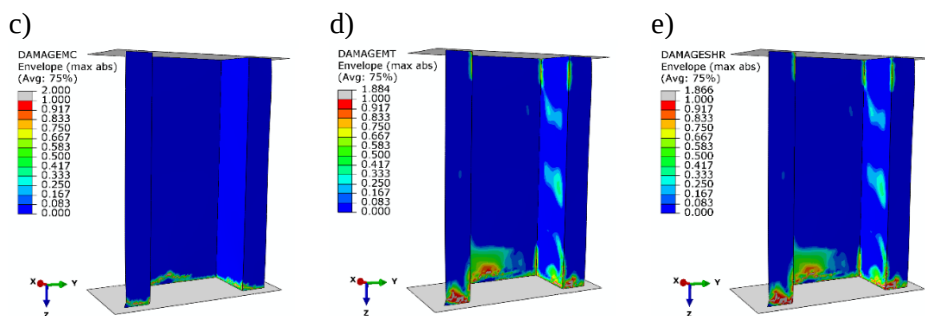
Utrata nośności konstrukcji doprowadziła również do szybkiego zniszczenia włókien na skutek ich rozciągania – rys. 7.30.



Rys. 7.30. Mapy parametru DAMAGEFT – model słupa O1:
a) wynik ogólny wszystkich warstw kompozytu, b) warstwa 5

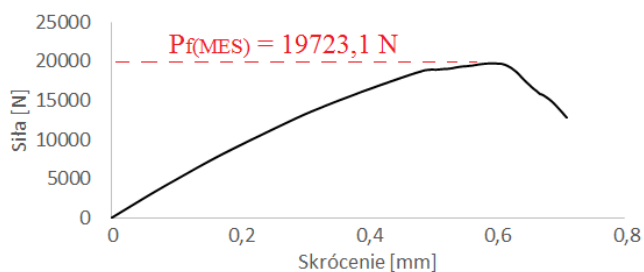
Na rys. 7.31 przedstawiono mapy parametrów analizy progresywnej, odpowiadające stanowi osiągnięcia wartości granicznej wszystkich składowych kryterium. Prezentowane wyniki obrazują pogłębione obszary uszkodzenia struktury kompozytu w pobliżu dolnego przekroju końcowego słupa, dla wartości obciążenia ściskającego nieznacznie przekraczającego jego wartość graniczną (początek zakresu spadku obciążenia na wykresie przedstawionym na rys. 7.25).



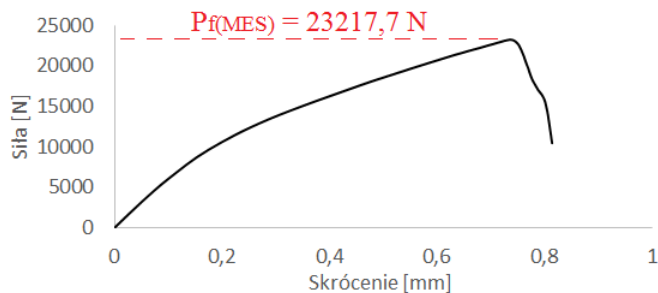


Rys. 7.31. Utrata nośności słupa O1 – mapy parametrów analizy progresywnej:
a) DAMAGEFC, b) DAMAGEFT, c) DAMAGEMC, d) DAMAGEMT, e) DAMAGESHR

W analogiczny sposób przeprowadzono analizę nośności konstrukcji dla pozostałych słupów kompozytowych o konfiguracji warstw laminatu O2 oraz O3. Na rys. 7.32 oraz 7.33 przedstawiono wykres *siła ściskająca – skrócenie słupa* dla profilu o konfiguracji O2 oraz O3.



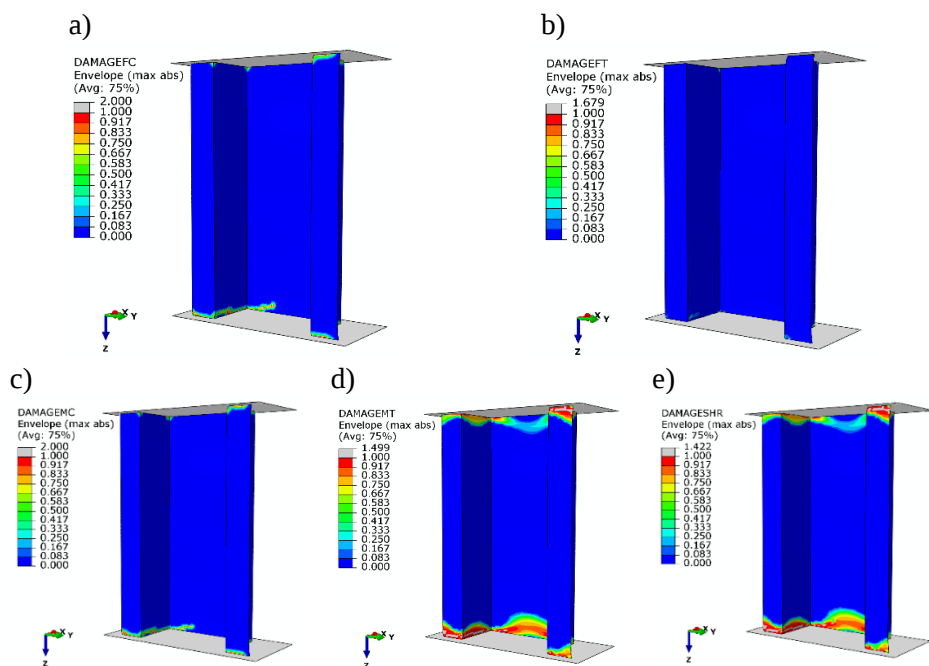
Rys. 7.32. Zależność siły ściskającej od skrócenia profilu – słup O2



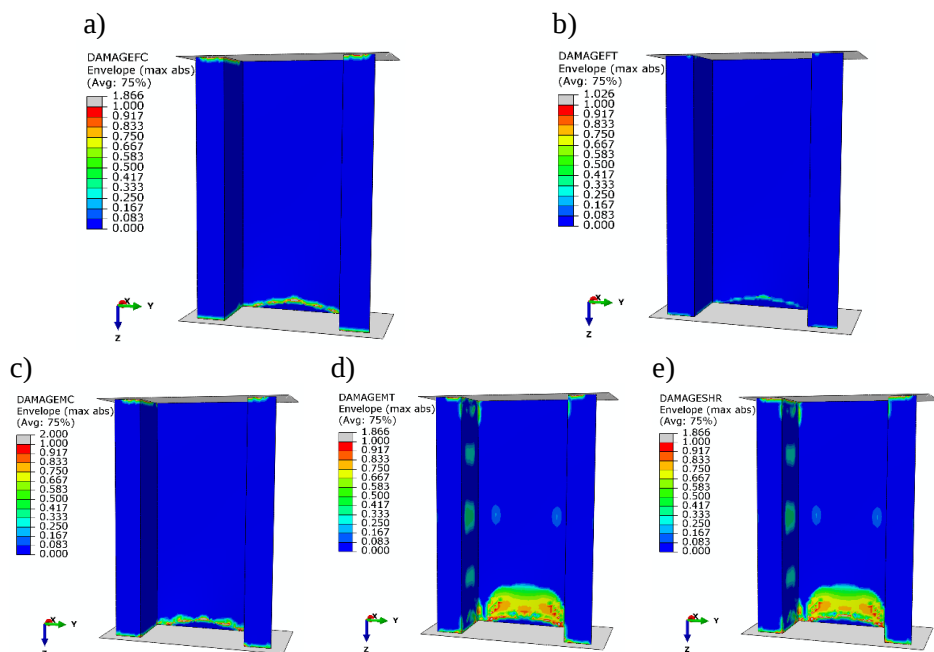
Rys. 7.33. Zależność siły ściskającej od skrócenia profilu – słup O3

Prezentowane wykresy umożliwiły wyznaczenie wartości obciążenia granicznego, przy którym poszczególne słupy traciły nośność. W przypadku słupa o konfiguracji O2, utrata nośności nastąpiła po osiągnięciu wartości siły ściskającej $P_{f(MES)} = 19723,1$ N, natomiast dla słupa O3 wartość siły niszczącej wyniosła $P_{f(MES)} = 23217,7$ N. Porównując wyznaczone wartości obciążenia niszczącego można zauważyć, że wpływ układu warstw kompozytu na utratę nośności badanych słupów kompozytowych jest nieznaczny – maksymalna różnica w wyznaczonych wartościach obciążenia granicznego nie przekroczyła 15%. Zbliżona wytrzymałość poszczególnych słupów wynika z faktu, iż badano słupy krótkie o niewielkiej smukłości.

Na rys. 7.34 i 7.35 zaprezentowano mapy parametrów progresywnej analizy zniszczenia, otrzymane w obliczeniach MES odpowiednio dla słupa O2 oraz O3. Prezentowane wyniki odpowiadają stanowi deformacji konstrukcji, w którym wszystkie składowe kryterium osiągnęły wartość graniczną, a więc w bezpośrednim zakresie po przekroczeniu wartości obciążeń granicznych (rys. 7.32 i 7.33).



Rys. 7.34. Utrata nośności słupa O2 – mapy parametrów analizy progresywnej:
a) DAMAGEFC, b) DAMAGEFT, c) DAMAGEMC, d) DAMAGEMT, e) DAMAGESHR



Rys. 7.35. Utrata nośności słupa O3 – mapy parametrów analizy progresywnej:
a) DAMAGEFC, b) DAMAGEFT, c) DAMAGEMC, d) DAMAGEMT, e) DAMAGESHR

Postępując w sposób analogiczny, jak w przypadku słupa O1 przeprowadzono szczegółową analizę procesu ewolucji zniszczenia poszczególnych komponentów struktury materiału kompozytowego. W przypadku obydwu słupów O2 i O3 proces zniszczenia rozpoczął się analogicznie, jak w przypadku słupa O1, od zniszczenia matrycy na skutek rozciągania oraz ścinania warstwowego. Jednakże dalszy proces degradacji sztywności poszczególnych komponentów kompozytu dla poszczególnych słupów, przebiegał w sposób zróżnicowany.

W przypadku słupa O2 kolejną oznaką zniszczenia było osiągnięcie wartości granicznej parametru odpowiadającego za zniszczenie włókien, a następnie matrycy na skutek ściskania. Dalsza degradacja sztywności materiału kompozytowego spowodowała zniszczenie włókien na skutek rozciągania, przy wartości obciążenia odpowiadającej całkowitej utracie nośności słupa. Można zatem wnioskować, że w przypadku konfiguracji O2 dopiero zniszczenie włókien na skutek rozciągania spowodowało całkowitą utratę nośności konstrukcji.

Proces zniszczenia słupa O3 przebiegał w nieco odmienny sposób niż w przypadku słupa O2, gdzie w pierwszej kolejności zidentyfikowano zniszczenie matrycy, a następnie włókien wywołane ich ściskaniem. Obciążenie, przy którym osiągnięto wartość graniczną składnika odpowiadającego za zniszczenie włókien na skutek ściskania, odpowiadało wartości obciążenia niszczącego.

Utrata nośności konstrukcji doprowadziła w dalszej kolejności do szybkiego zniszczenia włókien wywołanych ich rozciąganiem.

We wszystkich przypadkach tj. słupy O1, O2 oraz O3 zaobserwowano, iż ostatnim osiągniętym składnikiem ewolucji zniszczenia, jest parametr odpowiadający za zniszczenie włókien na skutek rozciągania. Identyczność pierwszych oznak zniszczenia matrycy we wszystkich słupach, jak również zniszczenie włókien na skutek rozciągania w ostatniej fazie procesu degradacji struktury kompozytu, może oznaczać pewne stałe cechy tego procesu, stanowiące o potencjalnej przewidywalności postępowania mechanizmu zniszczenia.

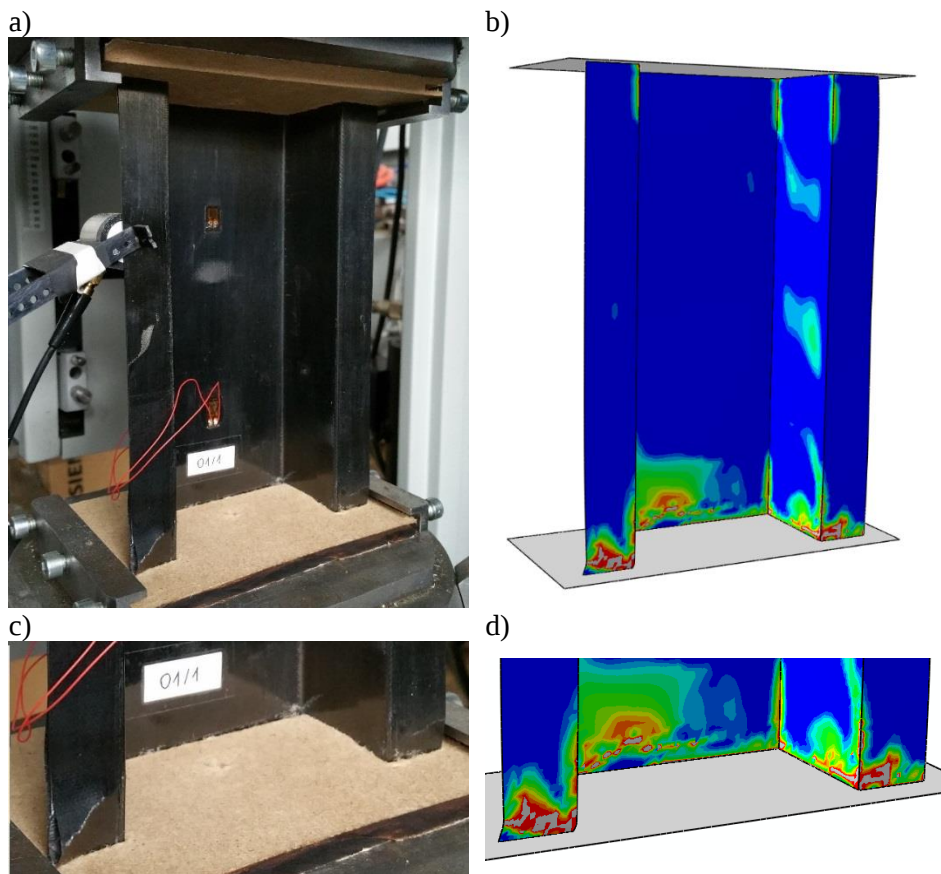
Wyniki przeprowadzonych obliczeń numerycznych wszystkich analizowanych słupów zestawiono w tabeli 7.3 w formie umożliwiającej szybką interpretację procesu zniszczenia poszczególnych wariantów konstrukcji.

Tabela 7.3. Wartości obciążeń parametrów ewolucji zniszczenia kompozytu

O1	DAMAGEMT	DAMAGESHR	DAMAGEFC	DAMAGEMC	DAMAGEFT
	16070,9 N	16070,9 N	16783,8 N	20828,7 N	-
	warstwa 8	warstwa 8	warstwa 7	warstwa 8	warstwa 5
O2	DAMAGEMT	DAMAGESHR	DAMAGEFC	DAMAGEMC	DAMAGEFT
	12698,5 N	12698,5 N	14700,9 N	17886 N	19723,1 N
	warstwa 1	warstwa 1	warstwa 7	warstwa 8	warstwa 8
O3	DAMAGEMT	DAMAGESHR	DAMAGEMC	DAMAGEFC	DAMAGEFT
	18534,3 N	18534,3 N	20926,2 N	23217,7 N	-
	warstwa 8	warstwa 8	warstwa 1	warstwa 8	warstwa 1

Uzyskane wyniki obliczeń numerycznych porównano z formami zniszczenia konstrukcji rzeczywistych, które otrzymano w wyniku prowadzonych badań eksperymentalnych.

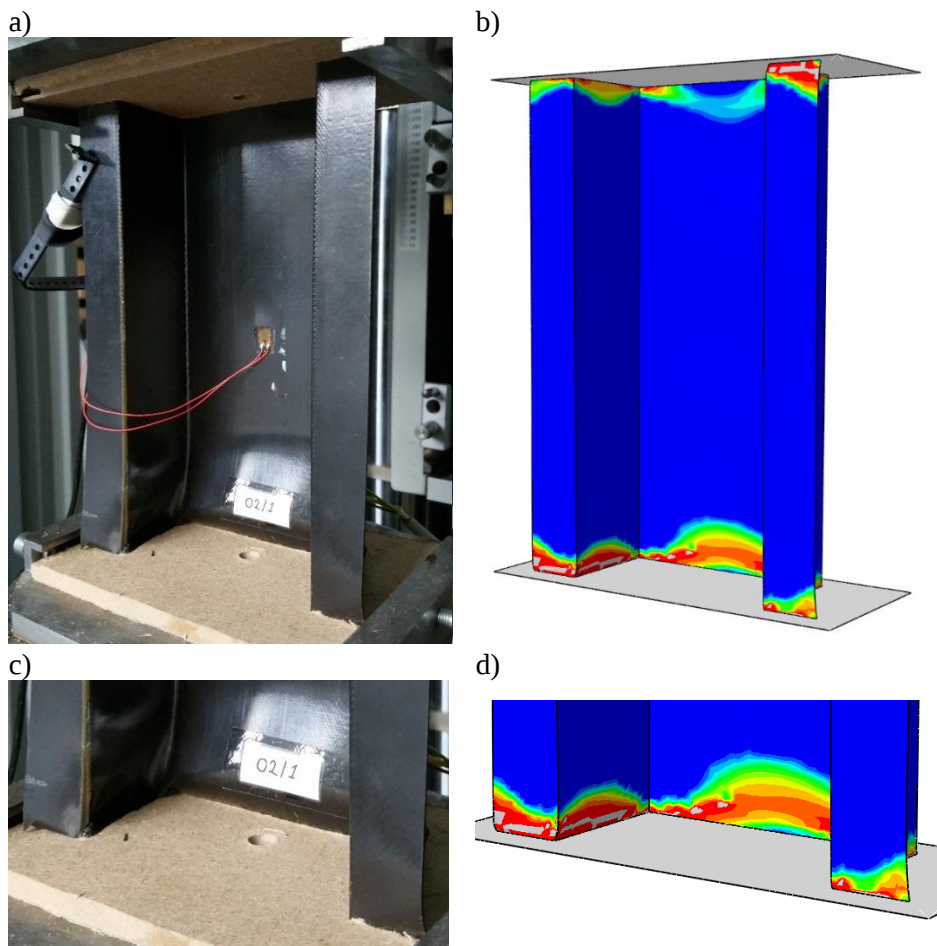
Na rys. 7.36 zaprezentowano zniszczoną konstrukcję słupa O1 oraz model dyskretny (mapa DAMAGESHR) odpowiadający stanowi utraty nośności konstrukcji.



Rys. 7.36. Utrata nośności słupa O1: a) badania eksperymentalne, b) obliczenia numeryczne, c) eksperyment – zbliżenie obszaru zniszczenia, d) MES – zbliżenie obszaru zniszczenia

Otrzymane w wyniku obliczeń numerycznych formy zniszczenia cienkościennej profili kompozytowych, wykazują analogiczny charakter zniszczenia, jak w przypadku konstrukcji rzeczywistych – rys. 7.36. Dominujące obszary zniszczenia kompozytu, zlokalizowano w pobliżu dolnego przekroju słupa.

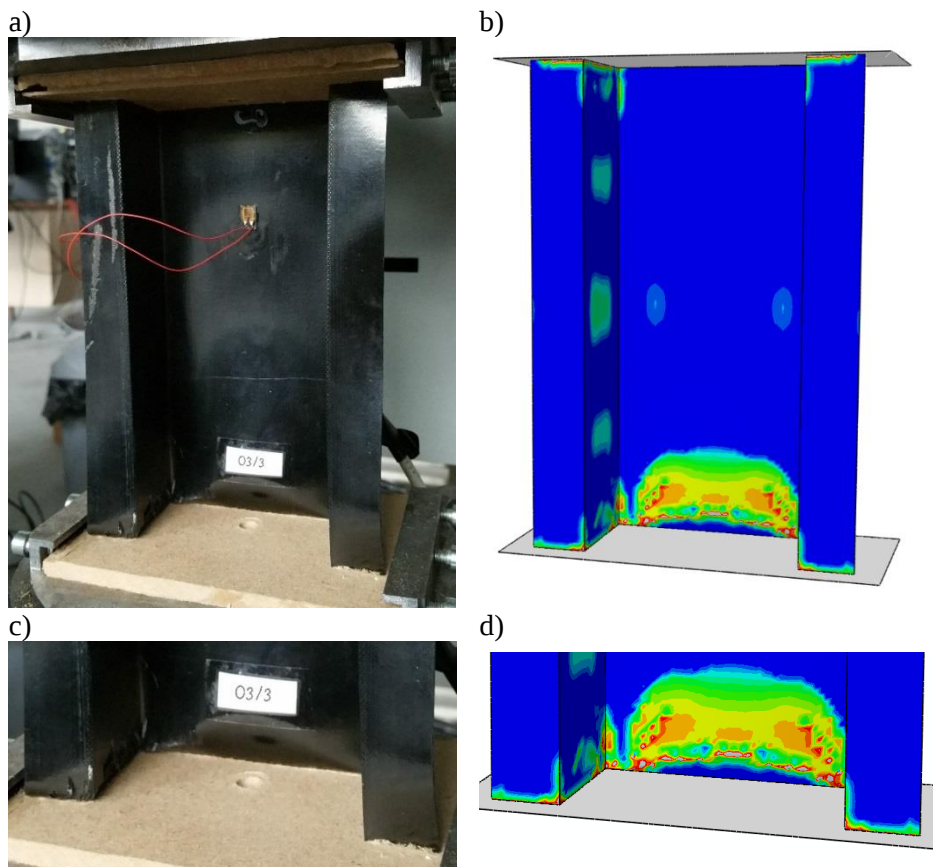
W przypadku słupa o konfiguracji O2 porównanie form zniszczenia konstrukcji rzeczywistej oraz modelu numerycznego przedstawiono na rys. 7.37.



Rys. 7.37. Utrata nośności słupa O2: a) badania eksperymentalne, b) obliczenia numeryczne, c) eksperyment – zbliżenie obszaru zniszczenia, d) MES – zbliżenie obszaru zniszczenia

Otrzymane mapy parametru DAMAGESHR dla słupa O2 pokrywają się z obszarem uszkodzenia konstrukcji rzeczywistej. Również w tym przypadku utrata nośności konstrukcji nastąpiła na skutek degradacji struktury kompozytu w pobliżu dolnego przekroju końcowego słupa.

Analogicznie w przypadku słupa O3 porównano formy zniszczenia konstrukcji rzeczywistej oraz modelu numerycznego – rys. 7.38.



Rys. 7.38. Utrata nośności słupa O3: a) badania eksperymentalne, b) obliczenia numeryczne, c) eksperyment – zbliżenie obszaru zniszczenia, d) MES – zbliżenie obszaru zniszczenia

W rozważanym przypadku – słup O3, obszar zniszczenia zaobserwowano w pobliżu dolnego przekroju końcowego słupa, podobnie jak w pozostałych konfiguracjach. Degradacja sztywności materiału kompozytowego, zlokalizowana głównie w dolnej części środnika, potwierdza najwyższą podatność tego obszaru na zniszczenie. Prezentowane na rys. 7.36–7.38 wyniki badań potwierdzają wysoką zgodność obszarów oraz form zniszczenia konstrukcji rzeczywistej z wynikami obliczeń numerycznych, co potwierdza adekwatność opracowanych modeli MES.

Wartości obciążenia niszczącego wyznaczone w obliczeniach numerycznych skonfrontowano z wartościami tego obciążenia wyznaczonymi w badaniach MEA oraz pomiarach tensometrycznych (rozdz. 7.2.1).

Wyznaczone poszczególnymi metodami wartości obciążeń niszczących, określone według pomiarów emisji akustycznej (MEA), odkształceń tensometrycznych (EKSP) oraz obliczeń numerycznych (MES) zestawiono w tabeli 7.4.

Tabela 7.4. Wartości obciążeń niszczących

		MEA	EKSP	MES
Słup	Próbka	[N]	[N]	[N]
O1	1	20906,9	20891,1	20828,7
	2	20165,6	20138,9	
O2	1	18734,4	18697,2	19723,1
O3	1	22090,6	22077,8	23217,7
	2	19712,5	19672,9	
	3	21006,3	20989,9	

Zaprezentowane w tabeli 7.4 wartości obciążeń niszczących umożliwiają dokonanie ilościowego porównania wyników otrzymanych metodami doświadczalnymi oraz MES. Wartości sił niszczących konstrukcję wyznaczone obiema metodami doświadczalnymi wykazują bardzo wysoką zgodność – różnice nie przekraczają 0,2%. Natomiast maksymalna różnica wyników otrzymanych w badaniach doświadczalnych oraz obliczeniach numerycznych MES (O3 – próbka 2) nie przekracza 15%. Mając na uwadze, że prezentowane wyniki dotyczą wartości obciążenia niszczącego konstrukcję, można przyjąć, że zgodność wyników badań doświadczalnych z wynikami obliczeń numerycznych jest wysoka. W związku z powyższym zaprezentowany w niniejszym rozdziale opis procesu zniszczenia konstrukcji kompozytowej można uznać za właściwy.

8. Podsumowanie

Przedmiotem rozważań oraz podstawowym celem pracy była analiza stanów granicznych oraz opis zjawiska zniszczenia ściskanych cienkościennych krótkich słupów kompozytowych o przekroju omegowym. Badane konstrukcje wykonane były z kompozytu węglowo-epoksydowego z wykorzystaniem autoklawowej techniki wytwarzania. Zakres prowadzonych prac obejmował analizę stanu krytycznego, pokrytyczną pracę konstrukcji oraz fazę utraty nośności ściskanych słupów. Badania prowadzono z wykorzystaniem metod eksperymentalnych oraz obliczeń numerycznych z wykorzystaniem metody elementów skończonych.

Badania eksperymentalne ściskania słupów kompozytowych realizowano na uniwersalnej maszynie wytrzymałościowej, umożliwiającej ściskanie próbek ze stałą prędkością. W trakcie badań rejestrowano przebieg siły obciążającej w czasie, skrócenie ściskanej konstrukcji oraz odkształcenie średnicy słupów z wykorzystaniem tensometrii oporowej. Rejestrowane parametry umożliwiły opracowanie pokrytycznych ścieżek równowagi badanych słupów, umożliwiających ocenę charakterystyki konstrukcji w różnych fazach jej pracy. Dodatkowo w celu oszacowania stanu struktury materiału kompozytowego zastosowano pomiary z wykorzystaniem metody emisji akustycznej. Rejestracja sygnałów emisji umożliwiała bieżącą ocenę struktury kompozytu w trakcie procesu obciążania.

Prowadzone równolegle symulacje numeryczne MES umożliwiły dokonanie szerszej analizy zagadnienia nieliniowej stateczności oraz stanów granicznych, w których następowała utrata nośności konstrukcji. Dyskretyzację słupów kompozytowych prowadzono z wykorzystaniem elementów powłokowych z funkcją kształtu drugiego rzędu, modelując strukturę kompozytu po grubości elementu. Zastosowany proces dyskretyzacji odwzorowywał konstrukcję słupów cienkościennych o złożonym kształcie przekroju poprzecznego, jako konstrukcję zbudowaną z płaskich elementów płytowych, połączonych ze sobą na dłuższych krawędziach, pracującą w płaskim stanie naprężenia. Bezpośrednią walidację opracowanych modeli numerycznych prowadzono na podstawie wyników badań doświadczalnych, zarówno w ujęciu jakościowym, jak i ilościowym.

8.1. Ocena stanu krytycznego

Przeprowadzone badania wykazały, że utrata stateczności ściskanych krótkich słupów o przekroju omegowym ma charakter lokalnego wyboczenia ścian i średnicy profilu. Przejawia się to występowaniem określonej liczby półfal na kierunku wzdłużnym słupa. Otrzymane wyniki wykazały różne formy wyboczenia konstrukcji w zależności od konfiguracji warstw kompozytu. Otrzymano wysoką zbieżność jakościową wyznaczonych form deformacji konstrukcji rzeczywistej z wynikami obliczeń numerycznych. Analizę ilościową prowadzono na podstawie wartości obciążenia krytycznego, odpowiadającego najniższej postaci utraty stateczności konstrukcji.

W przypadku badań doświadczalnych wartość siły krytycznej określono z wykorzystaniem trzech niezależnych metod aproksymacyjnych: metody Koitera oraz metod $P-w_c^2$ i $P-w_c^3$. Podstawą określenia obciążenia krytycznego konstrukcji rzeczywistej były pokrytyczne ścieżki równowagi *siła – ugięcie*, mierzone na kierunku prostopadłym do środka słupa. W obliczeniach numerycznych wyznaczano wartość obciążenia bifurkacyjnego konstrukcji idealnej, bazując na rozwiązaniu liniowego zagadnienia własnego. Porównanie wartości sił krytycznych konstrukcji rzeczywistych z wyznaczonymi numerycznie wartościami obciążenia bifurkacyjnego wykazało, że najbardziej adekwatną metodą aproksymacyjną okazała się metoda Koiter’a, w przypadku której rozbieżności otrzymanych wyników doświadczalnych w stosunku do obliczeń numerycznych MES, nie przekroczyły 6,5%. Pozostałe metody aproksymacyjne $P-w_c^2$ i $P-w_c^3$ pozwalają na oszacowanie obciążenia krytycznego ściskanych konstrukcji kompozytowych z mniejszą dokładnością, w stosunku do metody Koiter’a. Fakt ten oznacza, że wyznaczenie wartości obciążenia krytycznego konstrukcji rzeczywistej powinno być oparte na zastosowaniu kilku niezależnych metod aproksymacyjnych, w celu doboru metody optymalnej, zapewniającej możliwie najwyższą dokładność wyników. Otrzymane wartości obciążeń krytycznych nie wykazały w analizowanym przypadku znaczącego wpływu konfiguracji warstw kompozytu na wartość obciążenia krytycznego – otrzymane wartości dla poszczególnych słupów kształtowały się na poziomie zbliżonym do 7000 N.

8.2. Praca konstrukcji w zakresie zakrytycznych

Utrata stateczności ściskanych słupów kompozytowych miała charakter statyczny, co potwierdziła zdolność konstrukcji do dalszego przenoszenia obciążenia ściskającego. Sukcesywne zwiększanie obciążenia powodowało pogłębianie się form deformacji odpowiadających najniższej postaci wyboczenia słupa. Analiza stanu pokrytycznego pozwoliła zidentyfikować początek fazy uszkodzenia materiału kompozytowego. W konstrukcji rzeczywistej identyfikacja procesu inicjacji uszkodzenia określona została na podstawie pomiaru sygnału energii emisji akustycznej, który charakteryzował się występowaniem lokalnych pików sygnału. Odpowiadającą temu wartość obciążenia na wykresie siły w czasie interpretowano jako wartość obciążenia inicjującego uszkodzenie pierwszej warstwy kompozytu ($P_{if(EKSP)}$).

W obliczeniach numerycznych analizę pracy konstrukcji w zakresie pokrytym prowadzono rozwiązując zagadnienie nieliniowe, z wykorzystaniem przyrostowo-iteracyjnej metody Newtona-Raphsona. Obliczenia realizowano na modelach z imperfekcjami geometrycznymi, odpowiadającymi najniższej postaci wyboczenia słupa. Amplituda imperfekcji początkowych wynosiła 0,05 mm. Do identyfikacji uszkodzenia struktury materiału kompozytowego zastosowano inicjacyjne kryterium Hashin’a, umożliwiające identyfikację uszkodzenia poszczególnych komponentów materiału kompozytowego: HSNFTCRTL – uszkodzenie

kompozytu na skutek rozciągania włókien, HSNFCCRT – uszkodzenie na skutek ściskania włókien, HSNMTCRT – uszkodzenie na skutek rozciągania matrycy, HSNMCCRT – uszkodzenie na skutek ściskania matrycy. Umożliwiło to dokonanie identyfikacji inicjacji procesu uszkodzenia struktury kompozytu, który we wszystkich badanych przypadkach rozpoczynał się od uszkodzenia matrycy na skutek rozciągania. Porównując wyniki obliczeń numerycznych z wynikami pomiarów sygnału energii emisji akustycznej w przypadku wszystkich badanych słupów rozbieżność wyników (wartości obciążenia inicjującego uszkodzenie materiału kompozytowego) nie przekraczała 10%. Potwierdza to wysoką zgodność prowadzonych badań doświadczalnych oraz obliczeń numerycznych w tym zakresie. Przeprowadzona analiza wykazała duży wpływ układu warstw kompozytu na wartości wyznaczonych obciążeń inicjujących jego uszkodzenie. Najniższą wartość otrzymano w przypadku słupa w konfiguracji oznaczonej O2: $[90/-45/45/0]_s$ - $P_{if(MES)} = 4852$ N. W przypadku słupa O1: $[0/-45/45/90]_s$ wartość obciążenia inicjującego uszkodzenie pierwszej warstwy materiału kompozytowego wyniosła $P_{if(MES)} = 9579$ N, co oznacza jego wzrost o prawie 50% w stosunku do słupa O2. W przypadku słupa o konfiguracji O3: $[0/90/0/90]_s$ otrzymano najwyższą wartość obciążenia inicjującego uszkodzenie kompozytu $P_{if(MES)} = 14032$ N, co oznacza prawie 3-krotny wzrost tego obciążenia w stosunku do słupa O2 i prawie 50% jego wzrost w stosunku do słupa O1. Jak można zauważyć, większą odpornością na uszkodzenie struktury kompozytu charakteryzują się konfiguracje, w których warstwy 0^0 usytuowane są na zewnątrz układu.

8.3. Utrata nośności konstrukcji – analiza zniszczenia

Zainicjowany proces uszkodzenia struktury materiału kompozytowego nie wyczerpywał nośności konstrukcji – konstrukcja była w stanie nadal przenosić obciążenie ściskające. W badaniach doświadczalnych realizowano obciążenie konstrukcji do całkowitej utraty jej nośności. Utrata nośności konstrukcji przejawiała się gwałtownym, kruchym zniszczeniem struktury materiału kompozytowego oraz utratą możliwości dalszego przenoszenia obciążenia ściskającego, co zostało zarejestrowane na wykresie siły w czasie, silnym spadkiem jej wartości. Pomiar sygnału energii emisji akustycznej wykazywały w fazie zniszczenia silne lokalne zwiększenia wartości tego sygnału. Ze względu na małą smukłość badanych słupów kompozytowych (słupy krótkie), utrata nośności konstrukcji charakteryzowała się zniszczeniem materiału kompozytowego w pobliżu dolnego przekroju końcowego słupa, niezależnie od konfiguracji warstw kompozytu.

W analizie numerycznej do oceny utraty nośności konstrukcji wykorzystano progresywną analizę zniszczenia, bazując na ewolucji uszkodzenia poszczególnych komponentów materiału kompozytowego, zainicjowanych na podstawie kryterium Hashin'a. Zastosowane kryterium zniszczenia pozwalało na bieżącą ocenę sztywności poszczególnych komponentów kompozytu: DAMAGEFT – zniszczenie na skutek rozciągania włókien, DAMAGEFC – zniszczenie na skutek

ściskania włókien, DAMAGEMT – zniszczenie wywołane rozciąganiem matrycy, DAMAGEMC – zniszczenie wywołane ściskaniem matrycy, DAMAGESHR – zniszczenie na skutek ścinania warstwowego. Możliwość oceny stopnia utraty sztywności poszczególnych komponentów kompozytu umożliwiła przeprowadzenie szczegółowej analizy procesu zniszczenia struktury oraz wyznaczenie wartości obciążenia niszczącego. Przeprowadzona analiza stanu granicznego wykazała, że we wszystkich rozważanych przypadkach zniszczenie konstrukcji inicjowane uszkodzeniem matrycy kompozytu w pobliżu dolnego przekroju końcowego słupa powodowało pogłębianie się obszarów uszkodzenia, aż do momentu uszkodzenia włókien na skutek ich ściskania, co bezpośrednio doprowadzało do utraty nośności konstrukcji. Ostatnim etapem uszkodzenia kompozytu było zniszczenie włókien na skutek ich rozerwania. Przeprowadzone badania wykazały wysoką jakościową zbieżność obszarów oraz form uszkodzenia struktury kompozytu, jak również ilościową zgodność wyznaczonych eksperymentalnie i numerycznie wartości obciążeń niszczących.

Zaprezentowane w pracy badania nieliniowej stateczności oraz zniszczenia ściskanych cienkościennych słupów kompozytowych o przekroju omegowym pozwalają stwierdzić, że zaproponowana metodyka badań tego typu konstrukcji umożliwia dokonanie opisu trudnych zagadnień dotyczących procesów zniszczenia materiałów kompozytowych. Otrzymane wyniki badań potwierdzają realizację podstawowych celów pracy oraz potwierdzają słuszność postawionej tezy. Uzyskana wysoka zgodność wyników obliczeń numerycznych z wynikami badań doświadczalnych potwierdza adekwatność opracowanych modeli dyskretnych, umożliwiających prowadzenie szczegółowego opisu badanych zjawisk zniszczenia materiałów kompozytowych.

Pozwala to na zaplanowanie dalszych kierunków badań w tym zakresie:

- rozwijanie metod modelowania zagadnień związanych z analizą mechanizmów zniszczenia materiałów kompozytowych (np. zastosowanie modeli kohezyjnych, umożliwiających modelowanie procesu delaminacji międzywarstwowej),
- analiza wpływu warunków brzegowych na stateczność, stany pokrytyczne oraz nośność ściskanych cienkościennych słupów kompozytowych,
- badania dotyczące wpływu nieosiowości obciążenia na zniszczenie ściskanych profili kompozytowych,
- możliwość zastosowania metod wzbogaconej aproksymacji metody elementów skończonych (XFEM – Extended finite element method) w zagadnieniach analizy zniszczenia materiałów kompozytowych.

9. Literatura

1. Abaqus HTML Documentation.
2. Ahmad H., Crocombe A.D., Smith P.A.: *Strength prediction in CFRP woven laminate bolted single-lap joints under quasi-static loading using XFEM*. Composites: Part A, Vol. 66, 2014, p. 82–93.
3. Adams D.F., Carlsson L.A., Pipes R.B.: *Experimental Characterization of Advanced Composite Materials*. CRC Press Taylor & Francis Group, 2003.
4. Alfano M., Furguele F., Leonardi A., Maletta C. and Paulino G.H.: *Cohesive Zone Modeling of Mode I Fracture in Adhesive Bonded Joints*. Key Engineering Materials, Vol. 348-349, 2007, p. 13–16.
5. Baker A.A., Dutton S., Kelly D.: *Composite Materials for Aircraft Structures*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2004.
6. Banat D., Mania R.J.: *Comparison of failure criteria application for FML column buckling strength analysis*, Composite Structures, Vol. 140, 2016, p. 806–815.
7. Barbero EJ: *Finite Element Analysis of Composite Materials*. CRC Press Taylor & Francis Group, 2008.
8. Barsoum RS, Gallagher RH: *Finite element analysis of torsional and torsional-flexural stability problems*. Int. J. Num. Meth. Eng, Vol. 2, 1970, p. 335–352.
9. Başar Y., Itskov M., Eckstein A.: *Composite laminates: nonlinear interlaminar stress analysis by multi-layer shell elements*. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, Vol. 185, 2000, p. 367–397.
10. Batoz J.L., Bathe K.J., Ho L.W.: *A study of three-node triangular plate bending elements*. Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 12, No. 12, 1980, p. 1771–1812.
11. Batra R.C., Gopinath G., Zheng J.Q.: *Damage and failure in low energy impact of fiber-reinforced polymeric composite laminates*. Composite Structures, Vol. 94, 2012, p. 540–547.
12. Bazant Z.P., Oh B.H.: *Crack band theory for fracture of concrete*. Materials and Structures, Vol. 16, 1983, p. 155–177.
13. Bieniaś J., Dębski H., Surowska B., Sadowski T.: *Analysis of microstructure damage in carbon/epoxy composites using FEM*. Computational Materials Science, Vol. 64, 2012, p. 168–172.
14. Bieniaś J., Gliszczynski A., Jakubczak P., Kubiak T., Majerski K.: *Influence of autoclaving process parameters on the buckling and postbuckling behaviour of thin-walled channel section beams*. Thin-Walled Structures, Vol. 85, 2014, p. 262–270.
15. Bohse J. et al.: *Damage analysis of Polymer Matrix Composites by Acoustic Emission Testing*. DGZfP-Proceedings BB 90-CD, p. 339–348.
16. Byskov E.: *Applicability of an asymptotic expansion for elastic buckling problems with mode interaction*. AIAA, Vol. 17, No. 6, 1979, p. 630–633.

17. Byskov E.: *Smooth postbuckling stresses by a modified finite element method*. Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 28, 1989, p. 2877–2888.
18. Byskov E., Hutchinson J.W.: *Mode interaction in axially stiffened cylindrical shells*. AIAA, Vol. 15, No. 7, 1977, p. 941–948.
19. Calzada K.A., Kapoor S.G., DeVor R.E., Samuel J., Srivastava A.K.: *Modeling and interpretation of fiber orientation-based failure mechanisms in machining of carbon fiber-reinforced polymer composites*. Journal of Manufacturing Processes, Vol. 14, 2012, p. 141–149.
20. Camanho, P.P., Davila C.G.: *Mixed-Mode Decohesion Finite Elements for the Simulation of Delamination in Composite Materials*. NASA/TM-2002–211737, p. 1–37, 2002.
21. Campbell F.C.: *Manufacturing Technology for Aerospace Structural Materials*. Elsevier, 2006.
22. Cantor B., Assender H., Grant P.: *Aerospace Materials*. IOP Publishing Ltd, 2001.
23. Chamis C.C.: *Failure Criteria for Filamentary Composites*. NASA Tu-D-5367, 1967.
24. Chang F.K., Lessard L.B.: *Damage tolerance of laminated composites containing an open hole and subject to compressive loadings: part I – analysis*. Journal of Composite Materials, Vol. 25, 1991, p. 2–43.
25. Chen J.F., Morozov E.V., Shankar K.: *A combined elastoplastic damage model for progressive failure analysis of composite materials and structures*. Composite Structures, Vol. 94, 2012, p. 3478–3489.
26. Christensen R.M.: *Mechanics of composite materials*. J Wiley & Sons. 1979.
27. Christensen R.M.: *Tensor transformations and failure criteria for the analysis of fiber composite materials*. Journal of Composite Materials, Vol. 22, 1988, p. 874–897.
28. Coan J.M.: *Large-Deflection Theory for Plates With Small Initial Curvature Loaded in Edge Compression*. ASME, J. Applied Mechanics, Vol. 18, 1951, p. 143–151.
29. Czapski P., Kubiak T.: *Numerical and experimental investigations of the post-buckling behaviour of square cross-section composite tubes*. Composite Structures, Vol. 132, 2015, p. 1160–1167.
30. Davis JG.: *Compressive Strength of Fiber Reinforced Composite Materials*. NASA TM X-71992, 1974.
31. De Moura M.F.S.F., Chousal J.A.G.: *Cohesive and continuum damage models applied to fracture characterization of bonded joints*. International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 48, 2006, p. 493–503.
32. De Moura M.F.S.F., Goncalves J.P.M., Chousal J.A.G., Campilho R.D.S.G.: *Cohesive and continuum mixed-mode damage models applied to the simulation of the mechanical behaviour of bonded joints*. International Journal of Adhesion & Adhesives, Vol. 28, 2008, p. 419–426.

33. Dębski H.: *Badania numeryczne i doświadczalne stateczności i nośności kompozytowych słupów cienkościennych poddanych ścisłaniu*. Zeszyty naukowe nr 1161, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź, 2013.
34. Dębski H.: *Experimental investigation post-buckling behaviour of composite column with top-hat cross section*. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability, No. 2, 2013, p. 105–109.
35. Dębski H., Jonak J.: *Failure analysis of thin-walled composite channel section columns*. Composite Structures, Vol. 132, 2015, p. 567–574.
36. Dębski H., Kubiak T., Teter A.: *Experimental investigation of channel-section composite profiles behavior with various sequences of plies subjected to static compression*. Thin-Walled Structures, Vol. 71, 2013, p. 147–154.
37. Dębski H., Różyło P., Wysmulski P.: *Numeryczno-eksperymentalne badania stateczności i stanów pokrytycznych słupów kompozytowych o przekroju ceowym*. Mechanik, Nr. 11, 2014, s. 954–956.
38. Dębski H., Sadowski T.: *Modelling of microcracks initiation and evolution along interfaces of the WC/Co composite by the finite element method*. Computational Materials Science, Vol. 83, 2014, p. 403–411.
39. Dębski H., Teter A.: *Numerical and experimental studies on the limit state of fibre-reinforced composite columns with a lipped channel section under quasi-static compression*. Composite Structures, Vol. 133, 2015, p. 1–7.
40. Dębski H., Teter A., Kubiak T., Samborski S.: *Local buckling, post-buckling and collapse of thin-walled channel section composite columns subjected to quasi-static compression*. Composite Structures, Vol. 136, 2016, p. 593–601.
41. Dębski H., Teter A., Kubiak T.: *Numerical and experimental studies of compressed composite columns with complex open cross-sections*, Composite Structures, Vol. 118, 2014, p. 28–36.
42. Donaldson S.L.: *Fracture toughness testing of graphite/epoxy and graphite/peek composites*. Composites, Vol. 16, No. 2, 1985, p. 103–112.
43. Dugdale D.S.: *Yielding of Steel Sheets Containing Slits*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 8, 1960, p. 100–104.
44. Falkowicz K., Ferdynus M., Dębski H.: *Numerical analysis of compressed plates with a cut-out operating in the geometrically nonlinear range*. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability, Vol. 17, No. 2, 2015, p. 222–227.
45. Falkowicz K., Mazurek P., Różyło P., Wysmulski P., Smagowski W.: *Experimental and numerical analysis of the compression thin-walled composite plate*. Advances in Science and Technology Research Journal, Vol. 10, No. 31, 2016, p. 177–184.
46. German J.: *Constitutive relation for an orthotropic body with damage*. The Archive of Mechanical Engineering, Vol. 51, No. 3, 2004, p. 287–301.
47. German J.: *Podstawy mechaniki kompozytów włóknistych*. Politechnika Krakowska, Kraków, 2001.

48. German J., Mikulski Z.: *Zastosowanie koncepcji uszkodzeń kontynualnych do opisu progresywnego zniszczenia laminatów kompozytowych*. Technical Transactions, Vol. 9, 2010, s. 27–41.
49. Goltermann P., Mollman H.: *Interactive buckling in thin-walled beams – II. Applications*. Int. J. Solids Structures, Vol. 25, No. 7, 1989, p. 729–749.
50. Greenhalgh E.S.: *Failure analysis and fractography of polymer composites*. Woodhead Publishing Limited and CRC Press LLC, 2009.
51. Haas D.J., Lee W.: *A nine-node assumed-strain finite element for composite plates and shells*. Computers & Structures, Vol. 26, 1987, p. 445–452.
52. Hahn H.T.: *A mixed-mode fracture criterion for composite materials*. Composite Technology Review, Vol. 5, No. 1, 1983, p. 26–29.
53. Hashin Z.: *Theory of Fiber Reinforced Materials*. NASA CR-1974, 1972.
54. Hashin Z.: *Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites*. Journal of Applied Mechanics, t. 47, 1980, p. 329–334.
55. Hashin Z., Rosen B.W.: *The elastic moduli of fiber-reinforced materials*. J. Appl. Mech., 1964, p. 223–232.
56. Hashin Z., Rotem A.: *A fatigue failure criterion for fibre reinforced materials*. Journal of Composites Materials, t. 7, 1973, p. 448–464.
57. Hebda M.: *Zastosowanie energetycznego kryterium wytrzymałościowego do analizy wytrzymałościowej kompozytów włóknistych*. Rozprawa Doktorska, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, 2006.
58. Herakovitch C.T.: *Review. Mechanics of composites: A historical review*. Mechanics Research Communications, Vol. 41, 2012, p. 1–20.
59. Hill R.: *The Mathematical Theory of Plasticity*. Oxford University Press, London, 1950.
60. Hinton M.J., Kaddour A.S., Soden P.D.: *Failure Criteria in Fibre Reinforced Polymer Composites: The World-Wide Failure Exercise*. Elsevier Science Ltd, 2004.
61. Hoffman O.: *The brittle strength of orthotropic material*. Journal of Composite Materials, Vol. 1, No. 2, 1967, p. 200–206.
62. Huber M.T.: *Die theorie der rechteckigen anisotropen Platten, mit besonderer Berücksichtigung der armierten*. S.n., Lemberg, Poland, 1921.
63. Hutchinson J.W., Koiter W.T.: *Postbuckling theory*. Applied Mechanics Reviews, Vol. 12, 1970, p. 1353–1366.
64. Hyla I.: *Elementy mechaniki kompozytów*. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 1995.
65. Jemioło S.: *Warunki plastyczności oraz hipotezy wytrzymałościowe materiałów ortotropowych i transversalnie izotropowych. Przegląd literatury. Niezmiennicze sformułowanie relacji konstytutywnych*. Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Budownictwo, z. 131, s. 5–51, 1996.
66. Jenkins C.F.: *Materials of construction used in aircraft and aircraft engines*. Report to the Great Britain Aeronautical Research Committee, 1920.

67. Jones R.M.: *Mechanics of composite materials*. Taylor & Francis, Inc., Philadelphia, PA, 1999.
68. Kachanov L.M.: *Time of the rupture process under creep conditions*. IVZ Akad Nauk SSR Otd Tech Nauk, Vol. 8, 1958, p. 26–31.
69. Koiter W.T.: *Elastic stability and post-buckling behaviour*. In: Proceedings of the Symposium on Nonlinear Problems, Univ. of Wisconsin Press, Wisconsin, 1963.
70. Koiter W.T.: *General theory of mode interaction in stiffened plate and shell structures*. WTHD Report 590, Delft, 1976.
71. Kołakowski Z.: *Interactive buckling of thin-walled beams with open and closed cross-sections*. Thin-Walled Structures, Vol. 15, 1993, p. 159–183.
72. Kołakowski Z.: *Mode interaction in thin-walled trapezoidal column under uniform compression*. Thin-Walled Structures, Vol. 5, 1987, p. 329–342.
73. Kołakowski Z.: *Mode interaction in wide plate with closed section longitudinal stiffeners under compression*. Engineering Transactions, Vol. 35, No. 4, 1987, p. 591–609.
74. Kołakowski Z., Kowal–Michalska K. (pod red.): *Selected problems of instabilities in composite structures*. Wyd. Politechniki Łódzkiej, Monografie, 1999.
75. Kołakowski Z., Kowal–Michalska K. (pod red.): *Statics, Dynamics and Stability of Structures, vol. 2. Statics, Dynamics and Stability of Structural Elements and Systems*. Wydawnictwa Politechniki Łódzkiej, Monografie, 2012.
76. Kołakowski Z., Królak M.: *Modal coupled instabilities of thin-walled composite plate and shell structures*. Composite Structures, Vol. 76, 2006, p. 303–313.
77. Kołakowski Z., Kubiak T.: *Load-carrying capacity of thin-walled composite structures*. Composite Structures, Vol. 67, 2005, p. 417–426.
78. Kołakowski Z., Mania R.J.: *Semi-analytical method versus the FEM for analysis of the local post-buckling of thin-walled composite structures*. Composite Structures, Vol. 97, 2013, p. 99–106.
79. Kołakowski Z., Teter A.: *Static interactive buckling of functionally graded columns with closed cross-sections subjected to axial compression*. Composite Structures, Vol. 123, 2015, p. 257–262.
80. Kołakowski Z., Teter A.: *Load carrying capacity of functionally graded columns with open cross-sections under static compression*. Composite Structures, Vol. 120, 2015, p. 1–7.
81. Kopecki T., Mazurek P.: *Numerical representation of post-critical deformations in the processes of determining stress distributions in closed multi-segment thin-walled aircraft load-bearing structures*. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability, Vol. 16, No 1, 2014; p. 164–169.

82. Kopecki T., Mazurek P.: *Problems of numerical bifurcation reproducing in postcritical deformation states of aircraft structures*. Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 51, No. 4, 2013, p. 969–977.
83. Kreja I.: *A literature review on computational models for laminated composite and sandwich panels*. Cent. Eur. J. Eng., Vol. 1, No. 1, 2011, p. 59–80.
84. Kreja I., Schmidt R., Reddy J.N.: *Finite elements based on a first-order shear deformation moderate rotation shell theory with applications to the analysis of composite structures*. Int. Journal Non-Linear Mechanics, Vol. 32, 1997, p. 1123–1142.
85. Królak M. (pod red.): *Stany zakrytyczne i nośność graniczna cienkościennej dźwigarów o ścianach płaskich*. PWN W-wa-Łódź, 1990.
86. Królak M. (pod red.): *Stateczność, stany zakrytyczne i nośność cienkościennej konstrukcji o ortotropowych ścianach płaskich*. Wyd. Politechniki Łódzkiej, seria Monografie, 1995.
87. Krueger R.: *Virtual crack closure technique: history, approach, and applications*. Appl Mech Rev, Vol. 57, No. 2, 2004, p. 109–143.
88. Kubiak T.: *Static and dynamic buckling of thin-walled plate structures*, Springer, Verlag, London, 2013.
89. Kubiak T., Kaczmarek L.: *Estimation of load-carrying capacity for thin-walled composite beams*. Composite Structures, Vol. 119, 2015, p. 749–756.
90. Kubiak T., Samborski S., Teter A.: *Experimental investigation of failure process in compressed channel-section GFRP laminate columns assisted with the acoustic emission method*. Composite Structures, Vol. 133, 2015, p. 921–929.
91. Lapczyk I., Hurtado J.A.: *Progressive damage modeling in fiber-reinforced materials*. Composites: Part A, Vol. 38, 2007, p. 2333–2341.
92. Lee C.S., Kim J.H., Kim S.K., Ryu D.M., Lee J.M.: *Initial and progressive failure analyses for composite laminates using Puck failure criterion and damage-coupled finite element method*. Composite Structures, Vol. 121, 2015, p. 406–419.
93. Lee H.P., Harris P.J., Cheng-Tzu T.H.: *A nonlinear finite element computer program for thin-walled member*. Thin-Walled Structures, Vol. 2, 1984, p. 355–376.
94. Lee J.D.: *Three dimensional finite element analysis of damage accumulation in composite laminate*. Computation Structures, Vol. 15, No. 33, 1982, p. 335–350.
95. Lemaitre J., Chaboche J.L.: *Mechanics of solid materials*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1990.
96. Leski A.: *Implementation of the virtual crack closure technique in engineering FE calculations*. Finite Elem Anal Des, Vol. 43, No. 3, 2007, p. 261–268.
97. Liu P.F., Gu Z.P., Yang Y.H., Peng X.Q.: *A nonlocal finite element model for progressive failure analysis of composite laminates*. Composites: Part B, Vol. 86, 2016, p. 178–196.

98. Mania R.J., Kolakowski Z., Bienias J., Jakubczak P., Majerski K.: *Comparative study of FML profiles buckling and postbuckling behaviour under axial loading*. Composite Structures, Vol. 134, 2015, p. 216–225.
99. Matzenmiller A., Lubliner J., Taylor L.R.: *A constitutive model for anisotropic damage in fiber composites*. Mechanics of Materials, Vol. 20, 1995, p. 125–152.
100. Moës N., Belytschko T.: *Extended finite element method for cohesive crack growth*. Eng Fract Mech, Vol. 69, No. 7, 2002, p. 813–833.
101. Mollman H., Goltermann P.: *Interactive buckling in thin-walled beams – I. Theory*. Int. J. Solids Structures, Vol. 25, No. 7, 1989, p. 715–728.
102. Mrozek M., Mrozek D., Wawrzynek A.: *Numerical analysis of selection of the most effective configuration of CFRP composites reinforcement of masonry specimens*. Composites: Part B, Vol. 70, 2015, p. 189–200.
103. Muc A.: *Mechanika kompozytów włóknistych*. Księgarnia Akademicka, Kraków, 2003.
104. Orifici A.C., Herszberg I., Thomson R.S.: *Review of methodologies for composite material modelling incorporating failure*. Composite Structures, Vol. 86, No. 1–3, 2008, p. 194–210.
105. Paszkiewicz M., Kubiak T.: *Selected problems concerning determination of the buckling load of channel section beams and columns*. Thin-Walled Structures, Vol. 93, 2015, p. 112–121.
106. Pignataro M., Luongo A., Rizzi N.: *On the effect of the local overall interaction on the postbuckling of uniformly compressed channels*. Thin-Walled Structures, Vol. 3, 1985, p. 283–321.
107. Pineda E.J., Bednarczyk B.A., Waas A.M., Arnold S.M.: *Progressive failure of a unidirectional fiber-reinforced composite using the method of cells: Discretization objective computational results*. International Journal of Solids and Structures, Vol. 50, 2013, p. 1203–1216.
108. Pinho S.T.: *Modeling failure of laminated composites using physically-based failure models*. PhD Thesis, Department of Aeronautics, Imperial College London, 2005.
109. Pister K.S., Dong S.B.: *Elastic bending of layered plates*. Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 85, No. EM 4, 1959, p. 1–10.
110. Puck A.: *Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten: Modelle für die Praxis*, Hanser, München, 1996.
111. Puck A., Schürmann H.: *Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models*. Composite Science and Technology, Vol. 58, No. 7, 1998, p. 1045–1067.
112. Reddy J.N.: *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*. CRC Press, Boca Raton, 2004.
113. Reddy J.N., Pandey A.K.: *A first-ply failure analysis of composite laminates*. Computation Structures, Vol. 25, No. 3, 1987, p. 371–393.

114. Rhodes J., Zaras J.: *Determination of critical loads by experimental methods*, chapter. In: Kołakowski Z, Kowal-Michalska K, editors. *Statics, dynamics and stability of structural elements and systems*. Lodz: Lodz University of Technology, a series of monographs; 2012. p. 477–99.
115. Riccio A., Luca A.D., Felice G.D., Caputo F.: *Modelling the simulation of impact induced damage onset and evolution in composites*. Composites: Part B, Vol. 66, 2014, p. 340–347.
116. Robinson, P., Besant T., Hitchings D.: *Delamination Growth Prediction Using a Finite Element Approach*. 2nd ESIS TC4 Conference on Polymers and Composites, Les Diablerets, Switzerland, 1999.
117. Roorda J.: „Some thoughts on the Southwell plot”, Proc. ASCE, Journ. of the Engineering Mechanics Division, Vol. 93, No. EM 6, 1967, p. 37-48.
118. Rotem A, Hashin Z. *Failure modes of angle ply laminates*. Journal of Composite Materials, Vol. 9, No. 2, 1975, p. 191–206.
119. Różyło P.: *Experimental-numerical test of open section composite columns stability subjected to axial compression*. Archives of Materials Science and Engineering, Vol. 84, No. 2, 2017, p. 58–64.
120. Różyło P.: *Numerical analysis of crack propagation in a steel specimen under bending*. Applied Computer Science, Vol. 11, No. 4, 2015, p. 18–27.
121. Różyło P.: *Numerical analysis of the postbuckling of thin-walled composite structure with z-profile cross section*. Advances in Science and Technology Research Journal, Vol. 12, No. 2, 2018, p. 52–58.
122. Różyło P., Dębski H., Wysmulski P., Falkowicz K.: *Numerical and experimental failure analysis of thin-walled composite columns with a top-hat cross section under axial compression*. Composite Structures, Vol. 204, 2018, p. 207–216.
123. Różyło P., Łukasik D.: *Numerical analysis of the critical state of thin-walled structure with z-profile cross section*. Advances in Science and Technology Research Journal, Vol. 11, No. 1, 2017, p. 194–200.
124. Różyło P., Teter A., Debski H., Wysmulski P., Falkowicz K.: *Experimental and numerical study of the buckling of composite profiles with open cross section under axial compression*. Appl Compos Mater, Vol. 24, 2017, p. 1251–1264.
125. Różyło P., Wójcik Ł.: *Comparison of numerical and experimental analysis of the crack propagation process*. Applied Computer Science, Vol. 11, No. 2, 2015, p. 60–67.
126. Różyło P., Wrzesińska K.: *Numerical analysis of the behavior of compressed thin-walled elements with holes*. Advances in Science and Technology Research Journal, Vol. 10, No. 31, 2016, p. 199–206.
127. Różyło P., Wysmulski P., Falkowicz K.: *Fem and experimental analysis of thin-walled composite elements under compression*. Int. J. of Applied Mechanics and Engineering, Vol. 22, No. 2, 2017, p. 393–402.

128. Rudraraju S.S.: *On the theory and numerical simulation of cohesive crack propagation with application to fiber-reinforced composites*. Dissertation. University of Michigan, 2011.
129. Rusiński E., Czmochoński J., Smolnicki T.: *Zaawansowana metoda elementów skończonych w konstrukcjach nośnych*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2000.
130. Rybicki, E.F., Kanninen M.F.: *A Finite Element Calculation of Stress Intensity Factors by a Modified Crack Closure Integral*. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 9, No. 4, 1977, p. 931–938.
131. Sandhu R.S.: *Ultimate strength analysis of symmetric laminates*. AFFDL-TR-73-137, AD 779927, OH: Air Force Flight Dynamics Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base, 1974.
132. Santiuste C., Miguélez H., Soldani X.: *Out-of-plane failure mechanisms in LFRP composite cutting*. Composite Structures, Vol. 93, 2011, p. 2706–2713.
133. Shim D.J., Alderliesten R.C., Spearing S.M., Burianek D.A.: *Fatigue crack growth prediction in GLARE hybrid laminates*. Composites Science and Technology, Vol. 63, 2003, p. 1759–1767.
134. Shin D.K., Kim H.C., Lee J.J.: *Numerical analysis of the damage behavior of an aluminum/CFRP hybrid beam under three point bending*. Composites: Part B, Vol. 56, 2014, p. 397–407.
135. Singer J., Arbocz J., Weller T.: *Buckling Experiments. Experimental methods in buckling of thin-walled structure. Basic concepts, columns, beams, and plates. Volume 1*. John Wiley & Sons Inc. New York, 1998.
136. Singer J., Arbocz J., Weller T.: *Buckling Experiments. Experimental methods in buckling of thin-walled structure. Shells built-up structures, composites and additional topics. Volume 2*. John Wiley & Sons Inc. New York, 2002.
137. Singh H., Mahajan P.: *Modeling damage induced plasticity for low velocity impact simulation of three dimensional fiber reinforced composite*. Composite Structures, Vol. 131, 2015, p. 290–303.
138. Tereszowski Z.: *Doświadczalna metoda wyznaczania obciążeń krytycznych w płytach*. Archiwum Budowy Maszyn, Tom XVII, zeszyt 3, Warszawa, 1970.
139. Teter A., Debski H., Samborski S.: *On buckling collapse and failure analysis of thin-walled composite lipped-channel columns subjected to uniaxial compression*, Thin-Walled Structures, Vol. 85, 2014, p. 324–331.
140. Teter A., Kolakowski Z.: *Buckling of thin-walled composite structures with intermediate stiffeners*. Composite Structures, Vol. 69, 2005, p. 421–428.
141. Teter A., Kolakowski Z.: *Coupled dynamic buckling of thin-walled composite columns with open cross-sections*. Composite Structures, Vol. 95, 2013, p. 28–34.
142. Teter A., Kolakowski Z.: *Load carrying capacity of functionally graded columns with open cross-sections under static compression*. Composite Structures, Vol. 129, 2015, p. 1–7.

143. Teter A., Kołakowski Z., Kubiak T.: *Wyboczenie cienkościennych konstrukcji kompozytowych z żebrami pośrednimi*. X Sympozjum Stateczności Konstrukcji, Zakopane, 2003.
144. Thom H.: *A review of the biaxial strength of fibre-reinforced plastics*. Composites Part A, 1998, t. 29A, p. 869–886.
145. Thompson J.M.T., Hunt G.W.: *General theory of elastic stability*. Wiley, New York, 1973.
146. Tong L.: *An assessment of failure criteria to predict the strength of adhesively bonded composite double lap joints*. Journal of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 16, No. 8, 1997, p. 698–713.
147. Tsai C.T., Palazotto A.N., Dennis S.T.: *Large-rotation snap-through buckling in laminated cylindrical panels*. Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 9, 1991, p. 65–75.
148. Tsai S.W.: *Strength Theories of Filamentary Structures, in Fundamental Aspects on Fibre Reinforced Plastic Composites*. Conference Proceedings, R. T. Schwartz and H. S. Schwartz (Editors), Dayton, Ohio, 24–26 May 1966, Wiley Interscience, p. 3–11, New York, 1968.
149. Tsai S.W.: *Strength characteristics of composite materials*. NASA CR-224, 1965.
150. Tsai S.W., Wu E.M.: *A general theory of strength for anisotropic materials*. Journal of Composite Materials, Vol. 5, No. 1, 1971, p. 58–80.
151. Van der Heijden A.M.A.: *W.T. Koiter's Elastic Stability of Solids and Structures*. Cambridge University Press, 2009.
152. Vasiliev V.V., Morozov E.V.: *Mechanics and Analysis of Composite Materials*. Elsevier Science Ltd, Oxford 2001.
153. Venkataramaiah K.R., Roorda J.: *Analysis of local plate buckling experimental data*. Sixth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures (1982: November 16-17; St. Louis, Missouri), Missouri S&T (formerly the University of Missouri-Rolla), p. 45–74, 1982.
154. Vinson J.R., Chou T.W.: *Composite Materials and Their Use in Structures*. Applied Science Publishers Ltd, London, 1975.
155. Wang L., Zheng C., Luo H., Wei S., Wei Z.: *Continuum damage modeling and progressive failure analysis of carbon fiber/epoxy composite pressure vessel*. Composite Structures, Vol. 134, 2015, p. 475–482.
156. Wang S.T., Yost M.I., Tien Y.L.: *Lateral buckling of locally buckling using finite element techniques*. Computers and Structures, Vol. 7, 1977, p. 469–475.
157. Wilczyński A.P.: *Polimerowe kompozyty włókniste*. WNT, Warszawa, 1996.
158. White S.R.: *Mixed-mode interlaminar fracture of graphite/epoxy*. Washington University, 1987.
159. Whitney J.M., Pagano N.J.: *Shear deformation in heterogeneous anisotropic plates*. Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME, Vol. 37, 1970, p. 1031–1036.

160. Wysmulski P., Dębski H., Różyło P., Falkowicz K.: *A study of stability and post-critical behaviour of thin walled composite profiles under compression*, Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability, Vol. 18, No. 4, 2016, p. 632–637.
161. Xin S.H., Wen H.M.: *A progressive damage model for fiber reinforced plastic composites subjected to impact loading*. International Journal of Impact Engineering, Vol. 75, 2015, p. 40–52.
162. Zaraś J., Królak M., Kotełko M.: *Metody doświadczalne wyznaczania obciążeń krytycznych i analizy zachowania się elementów konstrukcji w stanie zakrytycznym*. X Krajowa Konferencja Wytrzymałości Materiałów i Badania Materiałów, Kudowa-Zdrój, 20–22 wrzesień, 2006.
163. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L.: *Finite Element Method. Nonlinear*. Butterworth, Oxford, 2000.
164. Zhou Y., Lu Z., Yang Z.: *Progressive damage analysis and strength prediction of 2D plain weave composites*. Composites: Part B, Vol. 47, 2013, p. 220–229.
165. Zureick A, Nettles AT (pod red.): *Composite Materials: Testing, Design, and Acceptance Criteria*. ASTM Stock Number: STPI416, 2002.