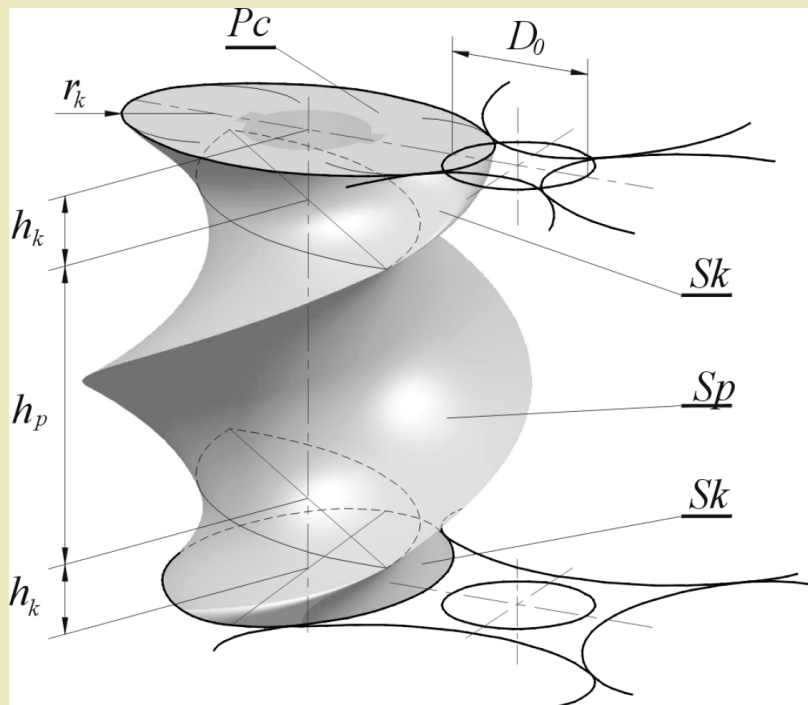




Wspomagane komputerowo modelowanie, analiza i projektowanie elementów maszyn i mechanizmów

*pod redakcją
Józefa Jonaka*



Lublin 2015

MONOGRAFIE

Wspomagane komputerowo
modelowanie, analiza i projektowanie
elementów maszyn i mechanizmów

Monografie – Politechnika Lubelska



Politechnika Lubelska
Wydział Mechaniczny
ul. Nadbystrzycka 36
20-618 LUBLIN

Wspomagane komputerowo modelowanie, analiza i projektowanie elementów maszyn i mechanizmów

pod redakcją
Józefa Jonaka



Politechnika Lubelska
Lublin 2015

Recenzent:

dr hab. inż. Zbigniew Krzysiak, Uniwersytet Przyrodniczy w Lublinie

Publikacja wydana za zgodą Rektora Politechniki Lubelskiej

© Copyright by Politechnika Lubelska 2015

ISBN: 978-83-7947-135-5

Wydawca: Politechnika Lubelska

ul. Nadbystrzycka 38D, 20-618 Lublin

Realizacja: Biblioteka Politechniki Lubelskiej

Ośrodek ds. Wydawnictw i Biblioteki Cyfrowej

ul. Nadbystrzycka 36A, 20-618 Lublin

tel. (81) 538-46-59, email: wydawca@pollub.pl

www.biblioteka.pollub.pl

Druk: TOP Agencja Reklamowa Agnieszka Łuczak

www.agencjatorp.pl

Elektroniczna wersja książki dostępna w Bibliotece Cyfrowej PL www.bc.pollub.pl

Nakład: 100 egz.

Część I

Modelowanie i symulacje w budowie maszyn i mechanizmów

9

1. Modelowanie geometryczne organów roboczych sprężarki z zespołem czterech równoległych współbieżnych rotorów w aspekcie sprężania wewnętrznego i luzów konstrukcyjnych	11
<i>dr hab. inż. Andrzej Zniszczyński, mgr inż. Karol Szklarek,</i>	
1.1. Wprowadzenie	11
1.2. Sprężanie wewnętrzne w sprężarce z zespołem czterech współbieżnych rotorów	14
1.2.1. Zmniejszanie wysokości rotorów wielosegmentowych	18
1.2.2. Łączenie segmentów rotora o różnym skoku linii śrubowej	19
1.3. Tworzenie luzów konstrukcyjnych między rotorami	20
1.3.1. Korekcja teoretycznego kształtu zarysów przekrojów rotora	21
1.3.2. Podcięcie korekcyjne w obrębie małego łuku	24
1.3.3. Podcięcie korekcyjne w obrębie dużego łuku	25
1.4. Podsumowanie	26
Literatura	26
2. Analiza numeryczna MES rotorów sprężarki	27
<i>mgr inż. Karol Szklarek, dr hab. inż. Andrzej Zniszczyński</i>	
2.1. Modele obliczeniowe rotora śrubowego wielosegmentowego	27
2.2. Wyniki analizy numerycznej	30
2.3. Wnioski z analizy MES	34
2.4. Podsumowanie	39
Literatura	39
3. Modelowanie pneumatyki vozidla	40
<i>Ing. Michal Lukáč, PhD.</i>	
3.1. Modely pneumatyki vozidla	40
3.2. Možnosti modelovania pneumatiky v prostredí ADAMS	43
3.2.1. Typické použitie modelov pneumatík	44
3.2.2. Aplikácia modulu ADAMS/Tire v prostredí ADAMSU	46
3.3. Prehľad modelov používaných v ADAMS/Tire	46
3.3.1. Fiala model	46
3.3.2. MF (Magic formula) modely – PACEJKA	47
3.3.3. UA (University of Arizona) model	49
3.3.4. FTire (Flexible ring tire model)	49
3.3.5. Swift model	51
3.3.6. Model	52
Literatúra	53
4. Matematické modely vybraných prvkov transmisii vozidiel	54
<i>doc. Ing. František Brumerčík, PhD.</i>	
4.1. Úvod	54
4.2. Spaľovací motor	54

4.3. Trecia spojka	56
4.4. Pružný spojovací hriadel'	58
4.5. Komplexný hydrodynamický menič	61
4.6. Jednoduchý ozubený prevod	63
Literatúra	65
5. Simulácie v procese vývoja a inovácií technických systémov	66
<i>doc. Ing. František Brumerčík, PhD.</i>	
5.1. Úvod	66
5.2. Efektívne využitie simulácií	66
5.3. Simulácia prvkov transmisíí vozidiel	67
5.4. Matematický model komponentov transmisie vozidla	67
5.4.1. Modulárna výstavba modelov	67
5.4.2. Všeobecný model transmisie s vetvením toku výkonu	68
5.5. Simulácia jazdy vozidla	75
5.5.1. Poruchové veličiny prostredia	76
5.5.2. Súbor dát o trati a ich získanie	77
5.5.3. Metódy simulácie jazdy	78
5.6. Dynamický model vozidla	78
Literatúra	79
6. Badania analityczne obciążeń bezprzegubowego wirnika ogonowego	80
<i>mgr inż. Katarzyna Falkowicz</i>	
6.1. Wprowadzenie	80
6.2. Model obciążeń śmigłowca według Galerkina (OBCWN)	82
6.3. Dobór danych do programów obliczeniowych	83
6.4. Przykładowe wyniki analizy modalnej	86
6.4.1. Częstości i postaci drgań własnych przyjętego modelu łopaty	86
6.4.2. Obciążenia i odkształcenia łopat oraz wpływ wybranych parametrów na zdolność wytwarzania momentu sterowania kierunkowego	88
6.5. Podsumowanie	91
Literatura	91
 Część II	
Podstawy teoretyczne procesów konstruowania i optymalizacji	93
 7. Úvod do štruktúrálnej optimalizácie	95
<i>doc. Ing. Róbert Kohár, PhD.</i>	
7.1. Matematická formulácia optimalizačného problému	95
7.2. Typy štruktúrálnej optimalizácie	96
7.2.1. Rozmerová optimalizácia	97
7.2.2. Tvarová optimalizácia	97
7.2.3. Topologická optimalizácia	98

7.3. Metódy topologickej optimalizácie	99
7.3.1. Homogenizačná metóda	99
7.3.2. Evolučná konštrukčná optimalizácia (ESO)	99
7.3.3. Bublinová metóda	99
7.3.4. Genetické algoritmy	100
Literatúra	102
8. Optimalizačný softvér Altair HyperWorks	104
<i>doc. Ing. Róbert Kohár, PhD.</i>	
8.1. Moduly softvéru	104
8.2. Definícia optimalizačného problému	105
8.2.1. Iteračné riešenie	105
8.2.2. Regular a Soft konvergencia	106
8.2.3. Zmena hraničných nastavení	106
8.2.4. Zmenšenie počtu okrajových podmienok	107
8.2.5. Odozvy (Responses)	108
8.2.6. Návrhové premenné	109
8.3. Výrobné podmienky (Drawing Constraints)	110
8.3.1. Kontrola veľkosti prvku (Member Size Control)	110
8.4. Návrh algoritmu pre definovanie všeobecného topologického optimalizačného problému	112
Literatúra	115
9. Expertné metódy v procese konštruovania	116
<i>Ing. Ronald Bašťovanský, PhD.</i>	
9.1. Metódy analyzujúce požiadavky zákazníka	116
9.1.1. Metodika metódy QFD	119
9.1.2. Metódy zisťujúce funkciu	121
9.1.3. Metódy stanovenia hodnoty významu funkcií	124
9.1.4. Metódy stanovenia stupňa splnenia funkcie	129
9.2. Metódy stanovenia nákladov na funkciu $\sum N_{ij}$ a kvantifikácia hodnôt H_{ij}	132
Literatúra	132
10. Wybrane metody wyznaczania położenia środka ciężkości	133
<i>mgr inż. Machrowska Anna</i>	
10.1. Wprowadzenie	133
10.2. Metoda analityczna wyznaczania środka ciężkości	133
10.3. Metody doświadczalne	135
10.3.1. Metoda zawieszenia ciała	136
10.3.2. Metody dziedziny czasu	137
10.3.3. Metody bazujące na dziedzinie częstotliwości	142
10.3.4. Metody analizy obrazów cyfrowych	149
10.3.5. Metoda podparcia	151
10.4. Podsumowanie	153
Literatura	154

Część I

Modelowanie i symulacje w budowie maszyn i mechanizmów

1. Modelowanie geometryczne organów roboczych sprężarki z zespołem czterech równoległych współbieżnych rotorów w aspekcie sprężania wewnętrznego i luzów konstrukcyjnych

1.1. Wprowadzenie

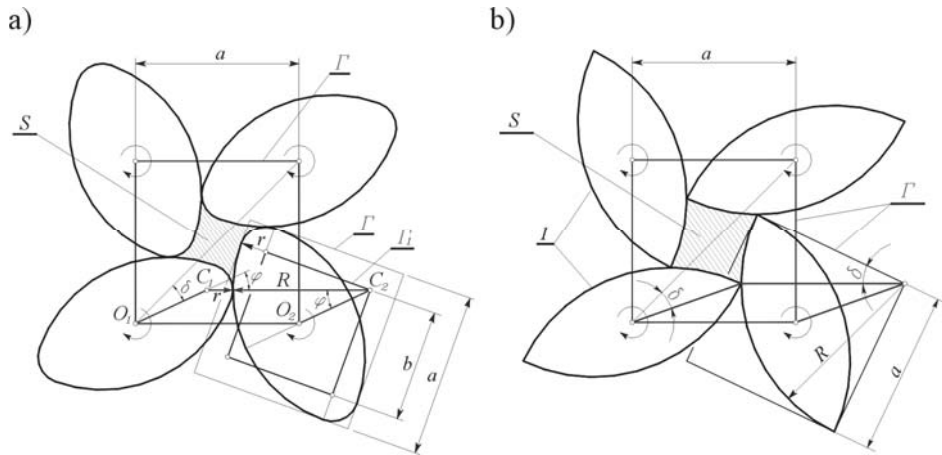
W sprężarce z zespołem czterech współbieżnych rotorów śrubowych przestrzeń robocza tworzona jest między rotorami i dzielona poprzecznymi przegrodami, tworzonymi przez śrubowe zwoje płatów rotorów (rys. 1.1) [1]. Przegrody wraz z obrotami rotorów zawiązują się po jednej stronie rotorów i przemieszczają wzdłuż osi sprężarki na ich stronę przeciwną, gdzie ulegają rozstąpieniu. Pomiędzy kolejnymi przegrodami powstają zamknięte komory, które oddzielają coraz to nowe porcje czynnika roboczego. Porcje te, wraz z przemieszczaniem przegród, przepychane są wzdłuż osi sprężarki i wypierane do przestrzeni kanału wylotowego umieszczonego centralnie w jednej z płyt bocznych przylegających do czoła rotorów.



Rys. 1.1. Prototyp sprężarki z zespołem czterech współbieżnych rotorów śrubowych w trakcie montażu (odjęta płyta przednia i osłona boczna)

Istota konstrukcji takiej sprężarki uwidacznia się w jej przekroju poprzecznym prostopadłym do osi rotorów. W przekroju takim, zarysy teoretyczne bocznych powierzchni rotorów stanowią zespół czterech parami stycznych owali, tworzących pomiędzy sobą zamknięte pole S (rys. 1.2a). Owale te składają się z czterech łuków kołowych o dwóch różnych promieniach: dużym

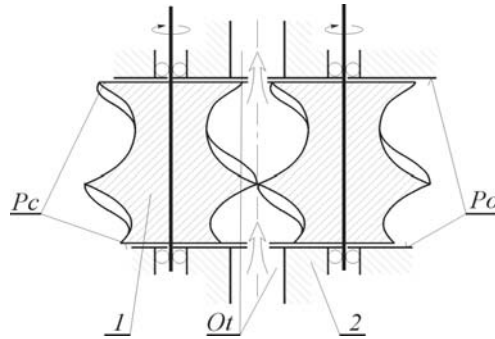
R i małym r . Łuki mają jednakowe kąty środkowe równe 90° i połączone są ze sobą stycznie i naprzemiennie. Środki owali wyznaczają wierzchołki kwadratu Γ o boku a . Podczas obrotu rotorów owale (ich przekroju) obracają się dookoła swoich środków w tym samym kierunku z tą samą prędkością kątową. W ruchu tym stykają się one wzajemnie na przemian łukami dużymi i małymi. Utrzymanie styczności pomiędzy sąsiednimi owalami wymaga, aby suma promieni stykających się łuków była równa odległości środków owali: $r + R = a$. W ten sposób punkty stanowiące środki stykających się łuków C_1, C_2 i środki ich obrotu O_1, O_2 tworzą czworobok przegubowy równoległoboczny, pozwalający zachować styczność łuków w trakcie obrotu owali.



Rys. 1.2. Schemat maszyny z czterema współbieżnymi rotorami: a) zespół czterech stycznych owali, b) ten sam zespół dla $r = 0$

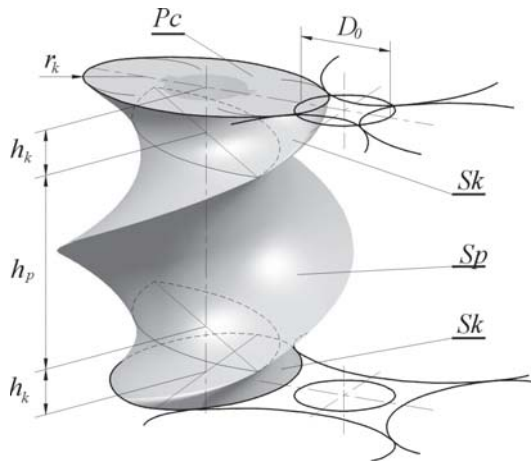
Z przedstawionego warunku wiążącego promień owali z odległością ich środków obrotu wynika, że gdy promień r małych łuków owali będą mały do 0, to promień R dużych łuków będą dążyły do a . W skrajnym przypadku, gdy $r = 0$ owale przekroju rotorów przejdą w figury płaskie utworzone tylko z dwóch dużych łuków kołowych połączonych końcami (rys.1.2b). Obroty owali powodują cykliczne zmiany pola powierzchni S zamkniętego między nimi. Na jeden pełny obrót owali przypadają dwa cykle takich zmian.

Na bazie zespołu czterech stycznych owali powstała konstrukcja sprężarki wyporowej z równoległymi współbieżnymi rotorami śrubowymi. W sprężarce tej cztery równoległe rotory I (rys.1.4) mają kształt śrub o przekroju poprzecznym owalnym. Rotory zakończone są z jednej lub obu stron płaskimi powierzchniami czołowymi Pc . Powierzchniami tymi przylegają one do jednej lub dwu płaskich powierzchni Po obudowy 2 z centralnymi otworami Ot stanowiącymi kanały przepływowe dla czynnika roboczego.



Rys. 1.3. Schemat maszyny z rotorami śrubowymi w przekroju osiowym: 1 – rotor, 2 – obudowa, P_c – powierzchnie czołowe rotorów, P_o – płaskie powierzchnie obudowy

W bryle każdego rotora można wyróżnić segment wyporowy Sp (rys.1.4) i jeden lub dwa segmenty domykające Sk z płaskimi powierzchniami czołowymi P_c . Wszystkie segmenty połączone są ze sobą współosiowo, a ich powierzchnie boczne śrubowe w płaszczyznach łączenia są styczne. W segmencie wyporowym Sp przekrój poprzeczny powierzchni bocznej rotora nie zmienia się wzdłuż jego osi, a promienie małych łuków w owalu takiego przekroju są bardzo małe zbliżone do zera. Wysokość tego segmentu h_p mierzona wzdłuż jego osi jest większa od połowy skoku jego linii śrubowej H ($h_p > H/2$).



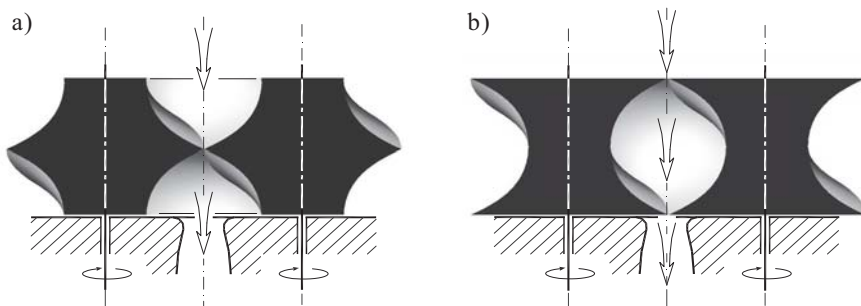
Rys. 4. Pojedynczy rotor śrubowy: Sp – segment wyporowy o wysokości h_p , Sk – segment domykający o wysokości h_k , P_c – płaska owalna powierzchnia czołowa rotora z promieniem małego łuku równym r_k , D_0 – średnica otworu w płaskiej powierzchni obudowy

Do segmentu wyporowego rotora, od tej strony, którą to rotor przylega do płaskiej powierzchni obudowy, dołączany jest segment domykający Sk zakończony płaską owalną powierzchnią czołową Pc . W segmencie domykającym promienie małych łuków owalnego poprzecznego przekroju rotora zmieniają się wzdłuż jego osi i rosną od wartości zbliżonej do zera w płaszczyźnie połączenia z segmentem wyporowym Sp do wartości r_k odmierzanej na płaskiej owalnej powierzchni czołowej rotora Pc , większej od promienia otworu Ot ($r_k > D_0/2$).

Zadaniem segmentów wyporowych rotorów jest wypieranie czynnika roboczego i przepychanie go w stronę kanału wylotowego, natomiast zadaniem segmentów domykających jest utrzymanie stałego rozdzielenia przestrzeni roboczej od przestrzeni zewnętrznej otaczającej zespół rotorów. Tak zbudowana sprężarka z rotorami śrubowymi realizuje dwa cykle pracy na jeden obrót rotora. Jej chwilowy wydatek objętościowy zmienia się w sposób cykliczny, a zmiany te wynikają ze zmian przyrostu objętości tej części przestrzeni roboczej pomiędzy rotorami, która otwiera się w stronę kanału wylotowego.

1.2 Uzyskiwanie sprężania wewnętrznego w sprężarce z zespołem czterech współbieżnych rotorów

W wykonanym i przebadanym prototypie sprężarki [1,3] zastosowano rotory, których śrubowe płyty posiadały jednakowy stały skok, a wysokość części wyporowej rotora, realizującej przepychanie czynnika roboczego była tylko nieznacznie większa od połowy tego skoku. Przy takiej konstrukcji rotorów, przestrzeń kanału wylotowego od przestrzeni kanału wlotowego sprężarki, oddzielała tylko jedna przegroda tworzona przez płyty rotorów (rys. 1.5a). Tuż przed rozstąpieniem się tej przegrody, przed otworem kanału wylotowego, zawiązywała się nowa przegroda po drugiej stronie rotorów (rys. 1.5b).



Rys. 1.5. Wymuszony przepływ powietrza w kolejnych fazach obrotu rotorów

Zamknięte między kolejnymi przegrodami porcje czynnika roboczego (powietrza), pozostawały pod ciśnieniem początkowym, do momentu otwierania się komory w stronę kanału wylotowego. Następowало wtedy wyrównanie ciśnień, powodujące cofnięcie pewnej objętości powietrza do komory i dopiero przy dalszym obrocie rotorów dochodziło do całkowitego wyparcia sprężonego już powietrza do kanału wylotowego sprężarki. Taki sposób realizacji sprężania, określany sprężaniem zewnętrznym, powodował zwiększony hałas sprężarki i dodatkowe pochłanianie energii.

W poszukiwaniu rozwiązania alternatywnego opracowano koncepcję rotorów wielosegmentowych o zwiększonej wysokości, składających się z segmentów o różnym skoku linii śrubowej [4,5]. Rotory takie przy odpowiednio dobranym skoku i wysokości poszczególnych segmentów umożliwiają sprężanie wewnętrzne.

Wydłużenie rotorów ponad połowę długości skoku linii śrubowej krawędzi ich płatów powoduje, że długość komór tworzonych między rotorami, mierzona wzdłuż osi sprężarki, staje się mniejsza od wysokości rotorów. W takim przypadku powstające komory, po zamknięciu ich przez płaty rotorów od strony kanału wlotowego, przez krótki okres czasu przemieszczają się wraz z obrotami rotorów wzdłuż osi sprężarki, aż do momentu ich otwarcia w stronę kanału wylotowego. Ponieważ objętość pojedynczej komory V opisana wzorem,

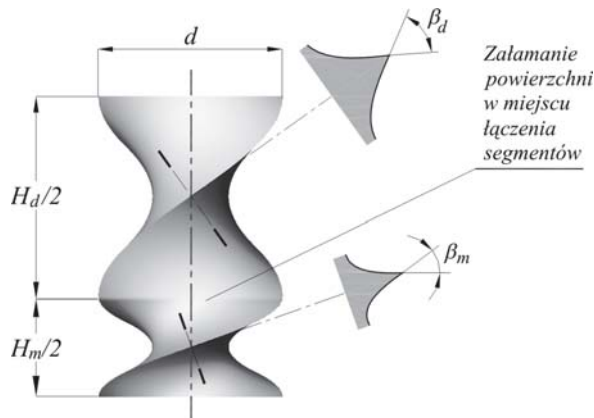
$$V = d^2 \cdot H \cdot \frac{(4 - \pi)}{8}, \quad (1.1)$$

jest proporcjonalna do skoku linii śrubowej krawędzi płatów rotorów H , to w przypadku rotorów o stałym skoku, przemieszczające się komory zachowują swoją objętość. Natomiast zmiana skoku na długości rotorów sprawia, że wraz z przemieszczaniem się komory następuje zmiana jej objętości, powodując wewnętrzne sprężanie bądź rozprężanie czynnika roboczego wypełniającego tę komorę.

Najprostszym i zarazem najłatwiejszym w analizie rozwiązaniem konstrukcyjnym rotorów, zapewniającym sprężanie wewnętrzne jest rozwiązanie, w którym rotory składają się z dwu segmentów wyporowych o stałym skoku linii śrubowej (segmenty stałoskokowe), ale o różnych wielkościach tego skoku H_m i H_d (rys.1.3).

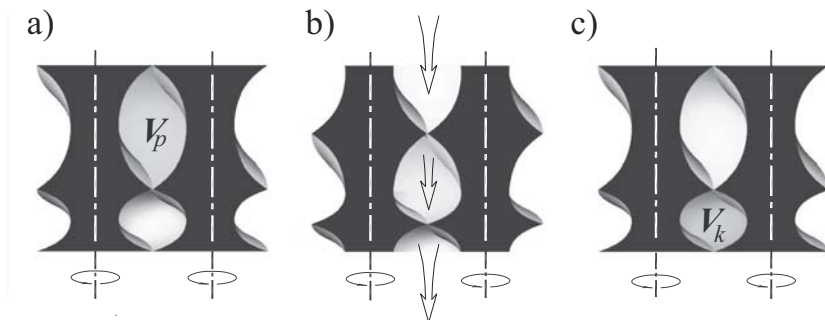
Zakładając, że oba segmenty mają wysokość równą połowie skoku ich linii śrubowych, wysokość części wyporowej rotora h_p wynosi wówczas:

$$h_p = \frac{H_m}{2} + \frac{H_d}{2} \quad (1.2)$$



Rys. 1.6. Rotor składający się z dwóch segmentów o dwóch różnych skokach linii śrubowej H_d , H_m i wysokości równej połowie sumy tych skoków (β_d , β_m – kąty wierzchołkowe płatów w poszczególnych segmentach)

Zmiany objętości zamkniętej przestrzeni roboczej sprężarki z rotorami składającymi się z dwóch segmentów wyporowych o różnych skokach linii śrubowej, w różnych fazach obrotu tych rotorów przedstawia rys. 1.7. Można zauważyć, że przy obrotach rotorów świeżo zawiązana przegroda, utworzona z płatów górnego segmentu o większym skoku linii śrubowej, przemieszcza się do dołu nieco szybciej niż przegroda ją poprzedzająca, utworzona przez płaty segmentu o mniejszym skoku. Tym sposobem zamykana pomiędzy przegrodami komora wędrując do dołu, w kierunku otworu wylotowego sprężarki, zmniejsza swoją objętość.



Rys. 1.7. Zmiany objętości zamkniętej przestrzeni roboczej sprężarki z rotorami o kształcie jak na rysunku 1.2: a) zaraz po zamknięciu przestrzeni roboczej od strony wlotu, b) w położeniu pośrednim, c) tuż przed otwarciem przestrzeni roboczej w stronę kanału wylotowego

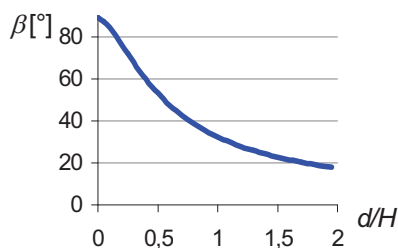
Teoretyczny stopień sprężania wewnętrznego, uzyskiwany w sprężarce z tego typu rotorami, określa zależność

$$\varepsilon = \frac{H_d}{H_m} \quad (1.3)$$

Uzyskanie określonego stopnia sprężania wiąże się więc z uzyskaniem odpowiednio dużego zróżnicowania skoków linii śrubowych w obu segmentach rotora. Ponieważ skok linii śrubowej powiązany jest z kątem wierzchołkowym płatów rotora β zależnością

$$\beta = 2 \cdot \arctg(\cos(\arctg \frac{\pi \cdot d}{H})) \quad (1.4)$$

której charakter obrazuje wykres na rys. 1.8, jego zmniejszanie w segmencie o małym skoku jest ograniczone.

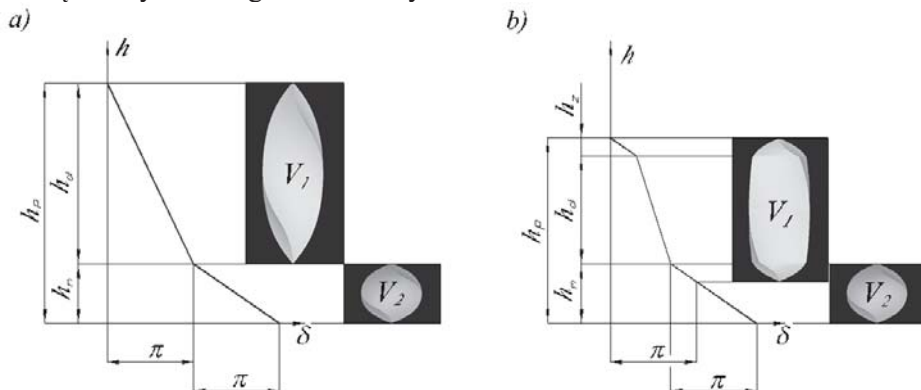


Rys. 1.8. Zależność kąta wierzchołkowego płata rotora β od stosunku d/H

Powoduje bowiem osłabianie wytrzymałości płatów rotora i pogorszenie warunków technologicznych ich wykonania. Pozostaje więc zwiększanie skoku w segmentach o dużym skoku, a to skutkuje znacznym wzrostem wysokości rotorów. Zakładając przykładowo, minimalny kąt wierzchołkowy płata w segmencie o małym skoku równy 30° , stosunek skoku linii śrubowej w tym segmencie do średnicy rotora wyniesie około $H_m/d = 1$ (rys. 1.8). Dla uzyskania teoretycznego stopnia sprężania $\varepsilon = 2$, stosunek wysokości wyporowej rotorów h_p (suma wysokości segmentów o małym i dużym skoku linii śrubowej) do ich średnicy powinien wynosić ok. $h_p/d = 3$. Przy większym stopniu sprężania, stosunek ten musiał by być jeszcze większy. Rotory stają się wtedy wysokie i podatne na zginanie.

1.2.1. Zmniejszanie wysokości rotorów wielosegmentowych

Zmniejszenie wysokości rotorów jest możliwe poprzez zmniejszanie wysokości poszczególnych ich segmentów poniżej połowy długości skoku ich linii śrubowych. Prowadzi to jednak do spadku stopnia sprężania ε . Dużo lepsze rezultaty można osiągnąć powiększając skok linii śrubowej w segmencie o dużym skoku, z jednoczesnym dodaniem kolejnego segmentu o małym skoku linii śrubowej. Segment o dużym skoku staje się wtedy segmentem środkowym. Wpływ takich zmian na kształt przestrzeni roboczej zamykanej pomiędzy rotorami, obrazuje rys. 1.9. Przedstawiono na nim rozwinięcia linii śrubowych rotorów i kształt przekroju osiowego przestrzeni zamykanej pomiędzy rotorami, dla dwóch rotorów dających taką samą objętość początkową V_1 i ten sam stopień sprężania wewnętrznego ($\varepsilon = V_1/V_2$). W przykładzie pierwszym (rys. 1.9a), część wyporowa rotorów składa się z dwóch segmentów o różnym skoku, natomiast w przykładzie drugim (rys. 1.9b), rotory mają dodany segment o małym skoku i zwiększony skok segmentu o dużym skoku.



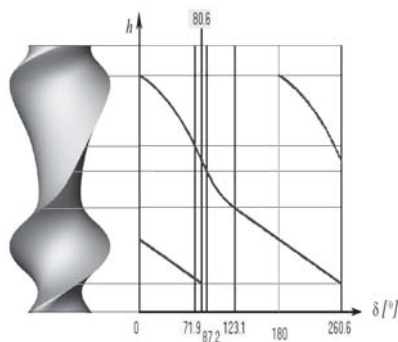
Rys. 1.9. Wpływ wprowadzenia trzeciego segmentu na kształt przestrzeni roboczej i wysokość rotorów: a) rotory dwusegmentowe, b) rotory trójsegmentowe posiadające dodatkowy segment zamykający i zwiększony skok linii śrubowej segmentu środkowego

Analizując rozwinięcia linii śrubowej, można zauważyć, że po dodaniu kolejnego segmentu o małym skoku linii śrubowej i zwiększeniu skoku segmentu środkowego, oraz przy odpowiednio dobranych wysokościach poszczególnych segmentów, te same parametry sprężania można uzyskać dla rotorów o mniejszej sumarycznej wysokości wyporowej h_p (suma wysokości segmentów wyporowych rotora). Taki efekt uzyskuje się gdy na rozwinięciu linii śrubowej krawędzi płata rotora (rys. 1.9b), w zakresie wartości kąta rozwinięcia δ w przedziale $(0; \pi)$, wystąpią dwa odcinki rozwinięcia linii śrubowej segmentów o małym skoku, przedzielone odcinkiem rozwinięcia linii śrubowej segmentu o znacznie większym skoku. Wtedy zawężające się skrajne

fragmenty zamykanej pomiędzy rotorami przestrzeni roboczej ulegają skróceniu, a wydłuża się odcinek centralny, o największym przekroju poprzecznym, dając taką samą objętość początkową V_I przy mniejszej wysokości rotorów.

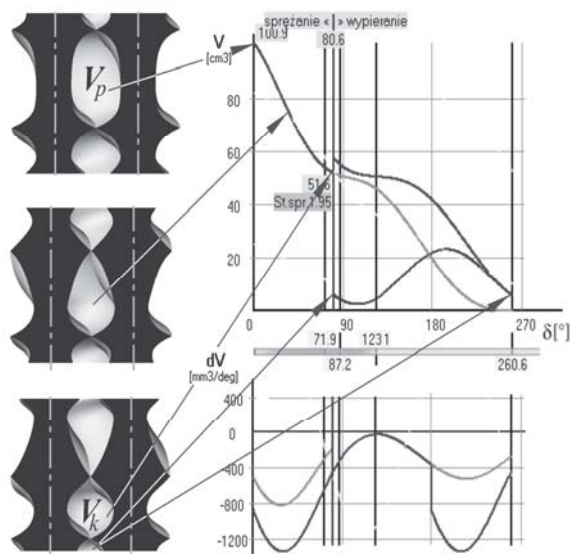
1.2.2. Łączenie segmentów rotora o różnym skoku linii śrubowej

Wykonanie w postaci jednolitej części, rotora składającego się z kilku segmentów o różnych, ale stałych skokach linii śrubowej, jest trudne technologicznie. Trudności nastręcza wykonanie powierzchni rotora w miejscu łączenia segmentów, ze względu na powstające załamanie tej powierzchni. Zspolenie osobno wykonywanych poszczególnych segmentów, wymaga natomiast dużej precyzji ich łączenia i osłabia wytrzymałość rotora na zginanie poprzeczne. Rozwiązaniem w tym przypadku może być wprowadzenie w konstrukcji rotora segmentów pośrednich zmiennoskokowych, łączących poszczególne segmenty o stałym skoku linii śrubowej. W segmentach tych skok linii śrubowej powinien zmieniać się wzdłuż ich osi, a zmiana ta powinna przebiegać w sposób ciągły, matematycznie gładki, od wartości skoku jaką posiada jeden z łączonych segmentów stałoskokowych, do wartości skoku jaką posiada drugi z łączonych segmentów. W ten sposób w miejscu łączenia poszczególnych segmentów ich powierzchnie osiągną wspólne płaszczyzny styczne, co znacznie ułatwi proces obróbki rotora.



Rys. 1.10. Rotor wielosegmentowy z rozwinięciem linii śrubowej krawędzi jego płatów

Przykład tak skonstruowanego rotora sprężarki, zapewniającego stopień sprężania wewnętrznego $\varepsilon = 1,95$, przedstawia rys. 1.10. Z boku przedstawiono rozwinięcie linii śrubowej krawędzi jego płatów. Rotor ten składa się z dwóch segmentów stałoskokowych o różnych skokach linii śrubowej, dwóch zmiennoskokowych i z dwóch zewnętrznych segmentów domykających [1,5]. Zmiany objętości i zmiany przyrostu objętości komory roboczej sprężarki z takimi rotorami przedstawia rys. 1.11.



Rys. 1.11. Zmiany objętości i zmiany przyrostu objętości komory roboczej w funkcji kąta obrotu rotorów w sprężarce z rotorami wielosegmentowymi.

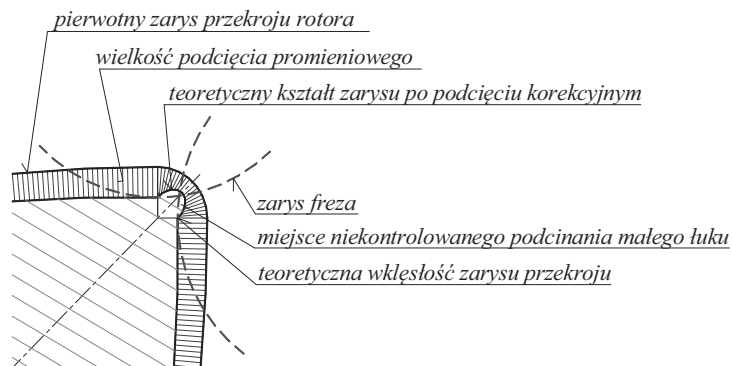
1.3. Tworzenie luzów konstrukcyjnych między rotorami

Dla zapewnienia swobodnego ruchu obrotowego rotorów w sprężarce, bez wzajemnego ich tarcia, niezbędnym jest utworzenie odpowiedniego luzu konstrukcyjnego pomiędzy rotorami. Takiego, aby powierzchnie rotorów przemieszczały się względem siebie w bardzo małej odległości nie stykając wzajemnie. Luz ten musi uwzględniać ewentualne odkształcenia termiczne i sprężyste rotorów, a także niedokładności obróbki ich powierzchni oraz przemieszczenia wywołane luzami w łożyskach. Ponadto musi być na tyle mały, by skutkować możliwie najmniejszym rozszczelnieniem przestrzeni roboczej sprężarki. Niewłaściwe dobranie luzu wpływa bowiem na pogorszenie parametrów pracy sprężarki, a w skrajnym przypadku może doprowadzić do jej zatarcia.

W celu uzyskania odpowiedniego luzu opracowano trójetapową metodę korekcji geometrii powierzchni roboczych rotorów [1,6,7]. Metoda ta, przy założonej obróbce wykończeniowej rotora frezem kulistym, zakłada stosowanie odpowiednio dobranych naddatków oraz podcięć korekcyjnych na powierzchni rotora względem jej zarysu teoretycznego. Wielkość naddatków i podcięć korekcyjnych oraz algorytm całego postępowania korekcyjnego opracowano na podstawie wniosków z przeprowadzonej analizy wpływu podcięć na wielkość luzu między rotorami [1].

Analiza ta pozwoliła na sformułowanie istotnych wniosków, które należało uwzględnić przy opracowywaniu algorytmu postępowania korekcyjnego:

- Przy identycznych rotorach w sprężarce, w każdym rotorze, w dowolnym jego owalnym przekroju poprzecznym, suma wartości ortogonalnych podcięć korekcyjnych w dwóch punktach leżących na łuku dużym i małym, o takim samym kącie położenia na łuku φ , stanowi wartość luzu w tych punktach. Wniosek ten wynika bezpośrednio z zasady działania sprężarki (rys. 1.2a).
- Największe wartości luzu powinny być zaplanowane w tych miejscach powierzchni rotora, dla których kąt normalnej do powierzchni ρ osiąga największe bezwzględne wartości, a więc w miejscach łączenia łuków owalnych przekroji rotora, czyli w okolicy krawędzi jego płatów.
- Przy obróbce powierzchni rotora frezem kulistym (o promieniu dużym w stosunku do promienia małego łuku w owalnym poprzecznym przekroju rotora), ortogonalne podcięcie korekcyjne należy tak planować, aby nie dopuszczać do powstania teoretycznej wklęsłości zarysu rotora. W rzeczywistości bowiem, wklęsłość taka nie wystąpi, a dojdzie do podcięcia krawędzi płata rotora i utraty kontroli nad wartością luzu pomiędzy współpracującymi rotorami (rys. 1.12).



Rys. 12. Powstawanie niekontrolowanego podcinania małego łuku po zastosowaniu korekcyjnego podcięcia ortogonalnego o stałej głębokości

1.3.1. Korekcja teoretycznego kształtu zarysów przekrojów rotora

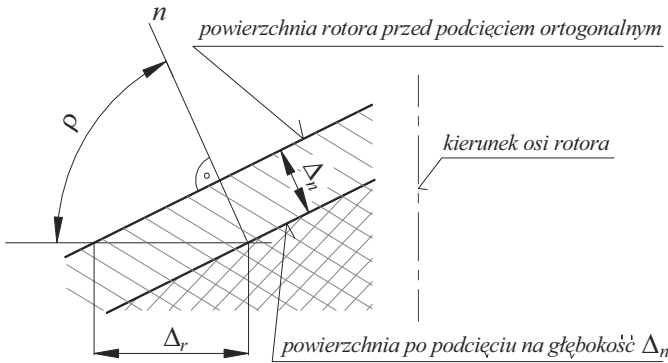
W pierwszym etapie korekcji dokonuje się zmian teoretycznego kształtu rotora, tak aby w prowadzonych w następnych etapach podcięciach korekcyjnych, wartość podcięcia promieniowego w żadnym poprzecznym owalnym przekroju rotora, nie przekraczała wartości promienia jego małego łuku. W tym celu, na wstępie wiąże się wartość luzu z wartością kąta normalnej ρ , opisując go następującą zależnością:

$$l = l_{\min} + \frac{l_{\max} - l_{\min}}{(1 - \cos \rho_{\max})} (1 - \cos \rho) \quad (1.5)$$

W ten sposób maksymalną wartość luzu założono dla maksymalnych wartości kąta normalnej $\rho_{\max}$, minimalną zaś – w miejscu zerowych wartości tego kąta. Wartości luzu dla pośrednich wartości kąta ρ znalazły się w przedziale pomiędzy zadanymi wartościami luzu minimalnego $l_{\min}$ i maksymalnego $l_{\max}$.

Ortogonalne podcięcie powierzchni rotora na głębokość Δ_n w miejscu, w którym normalna do powierzchni rotora tworzy z płaszczyzną prostopadłą do jego osi kąt ρ (rys. 13), skutkuje podcięciem w kierunku promieniowym – Δ_r (podcięcie promieniowe). Przy znikomej wartości podcięcia ortogonalnego w stosunku do promienia narzędzia można przyjąć, że

$$\Delta_r = \frac{\Delta_n}{\cos \rho} \quad (1.6)$$



Rys. 1.13. Ortogonalne podcięcie korekcyjne Δ_n

Wiedząc, że maksymalna wartość luzu powinna wystąpić w miejscu stykania się krawędzi płatów sąsiednich rotorów, a powstaje skutkiem jednakowych podcięć ortogonalnych obu współpracujących rotorów, maksymalne podcięcie promieniowe krawędzi płata $\Delta_{r \max}$ wyniesie

$$\Delta_{r \max} = \frac{l_{\max}}{2 \cdot \cos \rho_{\max}} \quad (1.7)$$

Ponieważ wartości kąta ρ w segmencie wyporowym rotora opisana jest zależnością [1]:

$$\rho = \arctg \left(\frac{\pi \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \varphi}{H(z)} \cdot (a - 2 \cdot r) \right) \quad (1.8)$$

to możliwa maksymalna wartość tego kąta $\rho_{\max}$, która może wystąpić na krawędzi płata rotora (przy kącie $\varphi = -45^\circ$ i promieniu $r = 0$), osiągnie wartość

$$\rho_{\max} = \arctg \left(\frac{\pi \cdot a}{H(z)} \right) \quad (1.9)$$

Po podstawieniu tej wartości do wzoru (1.7) otrzymuje się zależność na możliwe maksymalne podcięcie promieniowe

$$\Delta_{r_{\max}} = \frac{l_{\max}}{2 \cdot \cos \left(\arctg \left(\frac{\pi \cdot a}{H(z)} \right) \right)} \quad (1.10)$$

Dodając, w każdym poprzecznym owalnym przekroju rotora, do promieni małych łuków wyliczoną wartość możliwego maksymalnego podcięcia promieniowego $\Delta_{r_{\max}}$, wylicza się nowe wartości promieni po korekcji zarysu teoretycznego

$$r_{KW} = r + \Delta_{r_{\max}} \quad (1.11)$$

Gdzie: r – dotychczasowy promień małego łuku (przed korekcją),

$\Delta_{r_{\max}}$ – maksymalne podcięcie promieniowe.

Określone w ten sposób promienie małych łuków gwarantują, że przy ortogonalnym podcięciu korekcyjnym łuki te nie zostaną wycięte. Ponieważ po zmianie promieni małych łuków, owal przekroju poprzecznego rotora, musi nadal wpisywać się w ten sam kwadrat o boku a (odległość osi rotorów nie zmieniła się, patrz rys. 2), to przeprowadzona korekcja w niewielkim stopniu wpływa na kształt rotora, powodując jedynie mocniejsze zaokrąglenie krawędzi jego płatów (rys. 14). Po tak przeprowadzonej wstępnej korekcji teoretycznego zarysu podstawowego rotora, można przystąpić do określenia wartości ortogonalnych podcięć korekcyjnych tworzących luz. Wielkość tych podcięć, określana dla poszczególnych punktów owalnego przekroju rotora, wyznaczana jest w sposób odmienny dla łuku małego i dużego.

1.3.2. Podcięcie korekcyjne w obrębie małego łuku

W celu uniknięcia powstawania wklęsłości zarysu w poprzecznym przekroju rotora, w obrębie małego łuku stosuje się takie podcięcia ortogonalne, które zachowują kształt kołowy tego łuku. Algorytm postępowania jest następujący. W każdym owalnym poprzecznym przekroju rotora, określa się wartość kąta normalnej do powierzchni na końcach małych łuków ρ_K . Wyznacza się ją na podstawie wzoru (1.8) podstawiając w miejsce promienia r wartość promienia małego łuku r_{KW} , po korekcji wstępnej.

$$\rho_K = \arctg\left(\frac{\pi \cdot (a - 2 \cdot r_{KW})}{H(z)}\right) \quad (1.12)$$

Następnie dla kąta normalnej ρ_K na podstawie wzoru (1.5) określa się luz l_K . Ponieważ luz ten tworzony jest pomiędzy końcami małych łuków w owalach sąsiednich rotorów, to wartość ortogonalnych podcięć korekcyjnych Δ_{nK} na końcu każdego z łuków stanowi połowę wartości tego luzu.

$$\Delta_{nK} = \frac{l_K}{2} \quad (1.13)$$

Po podstawieniu kąta normalnej ρ_K i wartości ortogonalnego podcięcia korekcyjnego Δ_{nK} do wzoru (6), otrzymuje się zależność na wartość podcięcia promieniowego na końcach małych łuków Δ_{rK} ,

$$\Delta_{rK} = \frac{\Delta_{nK}}{\cos \rho_K} \quad (1.14)$$

Dla zachowania kształtu kołowego małego łuku po korekcji, we wszystkich punktach tego łuku, stosuje się takie samo podcięcie promieniowe Δ_{rK} . W tym celu, dla każdego punktu opisanego kątem φ , określającym jego położenie na łuku, na podstawie wzoru (1.8) wyznacza się wartość kąta normalnej ρ , a następnie z (1.6) po podstawieniu stałej wartości podcięcia promieniowego Δ_{rK} , wylicza się wartość ortogonalnego podcięcia korekcyjnego Δ_{nM} .

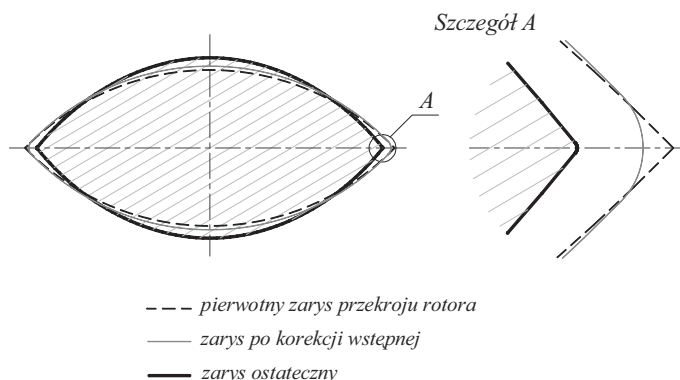
$$\Delta_{nM} = \Delta_{rK} \cdot \cos \rho \quad (1.15)$$

Po zastosowaniu tak określonych wartości ortogonalnych podcięć korekcyjnych, łuk mały pozostaje nadal łukiem kołowym, a jego promień opisuje zależność:

$$r_{KO} = r + \Delta_{r\max} - \Delta_{rK} \quad (1.16)$$

Zróznicowanie luzu wraz z powiązaniem go z wartością kąta ρ i założenie maksymalnej wartości tego luzu na ostrej krawędzi płyta rotora (gdzie $r=0$), powoduje, że podcięcie promieniowe małego łuku Δ_{rK} jest minimalnie mniejsze

od utworzonego w pierwszym etapie korekcji naddatku promieniowego $\Delta_{r \max}$. Przy założonych wartościach luzu, rzędu setnych części milimetra, różnica ta dochodziła do dziesięciotysięcznych części milimetra, nie powodując istotnego zwiększenia promienia małego łuku. Można powiedzieć, że w końcowym efekcie przeprowadzona korekcja nie zmienia kształtu ani promieni małych łuków w stosunku do zarysu pierwotnego, przesuwa jedynie środki tych łuków w kierunku środka przekroju rotora (zarys ostateczny na rys. 1.14).



Rys. 1.14. Zmiany zarysu przekroju poprzecznego rotora (narysowane w przesadnych proporcjach dla lepszej wizualizacji) po kolejnych etapach korekcji

1.3.3. Podcięcie korekcyjne w obrębie dużego łuku

Wartości ortogonalnych podcięć korekcyjnych w poszczególnych punktach łuku dużego uzależnia się od podcięć na łuku małym tak, aby przy współpracy dwóch rotorów luz. W tym celu dla każdego punktu na łuku dużym opisanego kątem φ , wyznacza się ze wzoru (1.8) wartość kąta normalnej ρ , a następnie ze wzoru (1.6) określa się wartość luzu w tym punkcie. Odejmując od wartości luzu, wartość podcięcia ortogonalnego $\Delta_{nM}(\varphi)$ w punkcie opisanym kątem φ na łuku małym, otrzymuje się wartość podcięcia korekcyjnego Δ_{nD} na łuku dużym

$$\Delta_{nD}(\varphi) = l(\varphi) - \Delta_{nM}(\varphi) \quad (1.17)$$

Zmiany kształtu dużego łuku spowodowane tak określonymi podcięciami korekcyjnymi (rys. 1.14), powodują, że łuk ten w ostateczności przestaje być łukiem kołowym. Swoimi końcami wchodzi w głąb skorygowanego teoretycznego zarysu owalnego rotora, powodując w tych miejscach podcięcia powierzchni, natomiast w części środkowej wychodzi na zewnątrz tworząc naddatek powierzchniowy. W ten sposób powierzchnia rotora po korekcji wykazuje podcięcia w okolicach krawędzi płatów rotora i naddatek we wrębach między płatami.

1.4. Podsumowanie

Zastosowanie rotorów wielosegmentowych z odpowiednio dobranym skokiem linii śrubowej w poszczególnych segmentach pozwala na uzyskanie w sprężarce z czterema współbieżnymi rotorami sprężania wewnętrznego, przyczyniając się do wyciszenia sprężarki i złagodzenia dynamiki jej pracy.

Zaprezentowany w pracy algorytm postępowania korekcyjnego pozwala na uzyskanie zamierzonych luzów konstrukcyjnych między współpracującymi rotorami. Algorytm ten został pozytywnie zweryfikowany przy realizacji prototypu sprężarki z zespołem czterech współbieżnych rotorów w Katedrze Podstaw Konstrukcji Maszyn i Mechatroniki Politechniki Lubelskiej,

Literatura

- [1] Zniszczyński A.: *Studium teoretyczno – doświadczalne maszyn wporowych z zespołem czterech równoległych współbieżnych rotorów*. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Lubelskiej, Lublin 2007.
- [2] Jonak J., Zniszczyński A.: *Wykorzystanie FEM do analizy wytrzymałościowej i zmian luzu w maszynach wporowych z zespołem czterech współbieżnych rotorów*. Górnictwo Odkrywkowe nr 4-5/2008.
- [3] Zniszczyński A.: *Displacement machines with four parallel synchronous rotors. Mechanism and Machine Theory*. Elsevier vol.44, No.9, September 2009, s.1677-1688.
- [4] Zniszczyński A.: *Teoretyczne podstawy realizacji sprężania wewnętrznego w sprężarce z zespołem czterech równoległych współbieżnych rotorów śrubowych*. XXIV Sympozjon Podstaw Konstrukcji Maszyn Białystok - Białowieża 2009.
- [5] Zniszczyński A.: *Realizacja sprężania wewnętrznego w sprężarce z zespołem czterech równoległych współbieżnych rotorów śrubowych*. Acta mechanica et automatica, vol.4 no.1 (2010)
- [6] Zniszczyński A.: *Modelowanie luzów konstrukcyjnych w sprężarce z czterema współbieżnymi rotorami*. Logistyka 6/2010
- [7] Zniszczyński A., Jonak J.: *Metody tworzenia luzów konstrukcyjnych w sprężarce z czterema współbieżnymi rotorami*. XXV Sympozjon Podstaw Konstrukcji Maszyn Gdańsk 2011.

2. Analiza numeryczna MES rotorów sprężarki

W katedrze PKMiM Politechniki Lubelskiej prowadzone są badania sprężarki waporowej z zespołem czterech równoległych współbieżnych rotorów śrubowych o zmiennym skoku linii śrubowej. Badania te są kontynuacją prac nad nowymi maszynami waporowymi zapoczątkowanych w 2001 roku. Obecnie przeprowadzono analizę wytrzymałościową MES nowych rotorów o zmiennym skoku linii śrubowej, będących zmodyfikowanym rozwiązaniem sprężarki z uwzględnieniem wniosków z wcześniejszych badań. Przeprowadzona analiza pozwoliła na określenie stanu wyężenia materiału rotorów i ich odkształceń skutkiem obciążeń powstających podczas pracy sprężarki, pozwoliła także na zorientowanie się w zakresie częstości drgań własnych rotorów.

2.1. Modele obliczeniowe rotora śrubowego wielosegmentowego

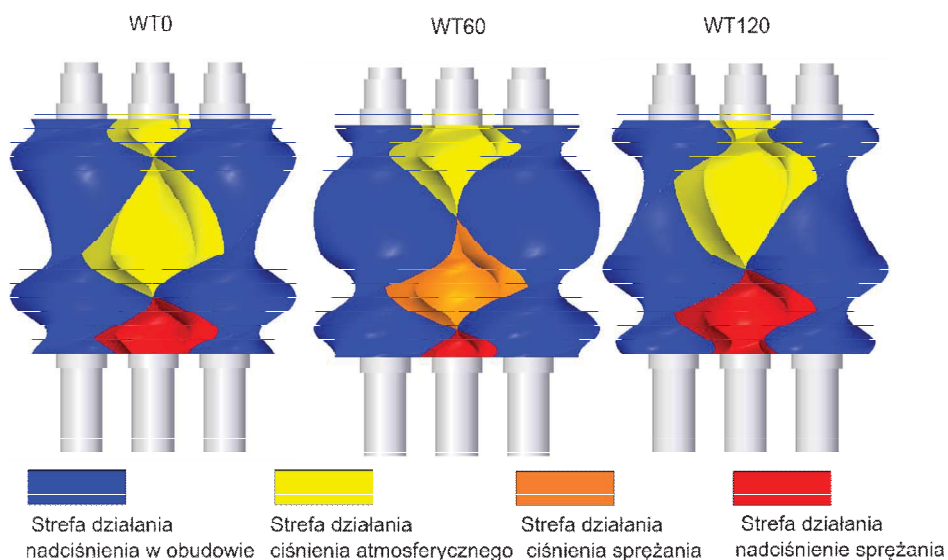
W czasie pracy sprężarki współpracujące rotory tworzą zamknięte przestrzenie tworzące strefy oddziaływania ciśnienia na tłoki (Rys. 2.1). Układ stref oraz wartości panujących w nich ciśnień jest uzależniony od położenia kąтового tłoka. W rozpatrywanym rozwiązaniu analizowane są tłoki o zmiennej linii śrubowej, dzięki której jest realizowane sprężanie wewnętrzne sprężarki, co powoduje dodatkowe zmiany wartości ciśnienia. Sprężanie wewnętrzne jest realizowane w przestrzeni roboczej, która jest utworzona przez powierzchnie śrubowe współpracujących rotorów i zamknięta krawędziami ich zwoi [1,2,3]. W badanej konstrukcji przewiduje się umieszczenia elementów waporowych w szczelnej obudowie [3], konsekwencją tego jest powstanie dodatkowej strefy pomiędzy zewnętrznymi powierzchniami rotorów, a powierzchnią obudowy.

Zakres analizy numerycznej obejmował: wyznaczanie wartości naprężeń zredukowanych oraz wartości przemieszczeń w trzech wybranych położeniach kątowych rotora przy trzech różnych prędkościach obrotowych oraz wpływ obudowy na wymienione wielkości dla jednego położenia. Uwzględniono następujące położenia kątowe rotora (skrajnych położzeń):

- WT0 – położenie kątowe 0°
- WT60 – położenie kątowe 60°
- WT120 – położenie kątowe 120°

Na Rys. 2.1 przedstawione zostały współpracujące tłoki dla wybranych trzech położzeń kątowych wraz z podziałem na strefy oddziaływających ciśnień. Za położenie kątowe WT0 przyjęto położenie rotora, w którym została zamknięta objętość powietrza poddanego sprężaniu. W przestrzeni roboczej oraz przy kanale dolotowym panuje ciśnienie atmosferyczne (na rysunku zaznaczone kolorem żółtym). W strefie przy ujściu kanału wylotowego (kolor czerwony) zakładane nadciśnienie sprężania wynosi $0,6 \text{ [MPa]}$. Kolorem niebieskim

zostały oznaczone strefy oddziaływania nadciśnienia powstałego pomiędzy powierzchniami rotorów, a obudową. Ponieważ rotory pracują w zamkniętej i szczelnej obudowie założono, że w wyniku rozszczelnień ciśnienie pomiędzy rotorami, a obudową się ustabilizuje. Do obliczeń założono wartość nadciśnienia w obudowie 0.14 [MPa]. Położenie WT60 jest to moment tuż przed maksymalnym sprężeniem powietrza do nadciśnienia 0,094 [MPa] (kolor pomarańczowy) i otwarciem zamkniętej przestrzeni roboczej. Ostatnim rozpatrywanym położeniem jest WT120. Jest to moment, w którym komora robocza jest otwarta i następuje wyparcie powietrza do kanału wylotowego sprężarki [2,3]. Obliczenia przeprowadzone zostały dla trzech prędkości obrotowych: 2000, 4000, 6000 [obr/min].



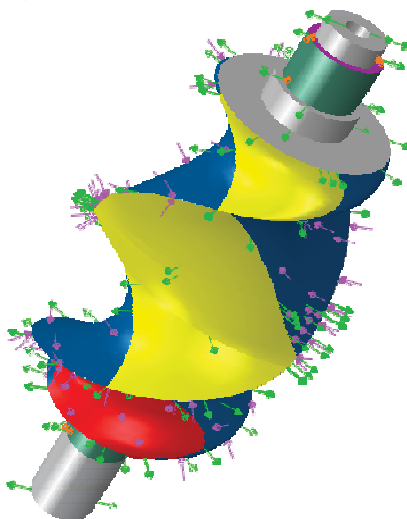
Rys. 2.1 Strefy ciśnień na powierzchniach rotorów dla wybranych kątów pracy sprężarki.

W pierwszej fazie przygotowywania modeli obliczeniowych, trójwymiarowy model CAD rotora został poddany modyfikacjom. Modyfikacje obejmowały uproszczenie modelu o mało istotne cechy geometryczne (niewielkie promienie zaokrąglenia, niewielkie ścięcia, wielowypust). Dodatkowo modyfikacje obejmowały podział powierzchni roboczych rotora. Przeprowadzony podział miał na celu wyznaczenie obszarów powierzchni na które oddziałuje odpowiednie ciśnienie w zależności od kąta położenia rotora [2]. Wyznaczone obszary posłużyły do nadania warunków obciążenia w postaci ciśnienia. Przykładowy podział powierzchni czynnych został przedstawiony na Rys. 2.

W wyniku tworzenia sekcji powstały modele geometryczne, które następnie zaimportowano do programu MES. Modelom trójwymiarowym przypisano cechy materiałowe:

- moduł Younga – $E = 2,068e5$ [MPa]
- współczynnik Poissona – $\nu = 0,29$

Ze względu na wielkość przewidywanych deformacji rzędu 0.001 [mm] oraz dokładność obliczeń przyjęto układ jednostek: [mm], [N], [MPa], [s], [mJ], [t]. Ze względu na obrotowy charakter pracy rotora do nadania warunków brzegowych wykorzystano cylindryczny układ współrzędnych, który został utworzony w taki sposób aby oś „Z” pokrywała się z osią tłoka. W miejscach osadzenia na łożyskach utwierdzono model obliczeniowy odbierając możliwość przemieszczeń w kierunku promieniowym (powierzchnie przedstawione na rysunku kolorem zielonym).

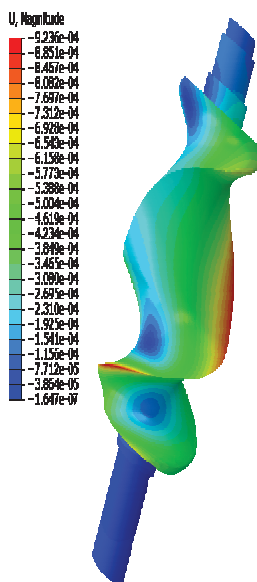


Rys. 2.2. Sposób utwierdzenia rotora wraz ze obciążeniem i podziałem powierzchni czynnej rotora.

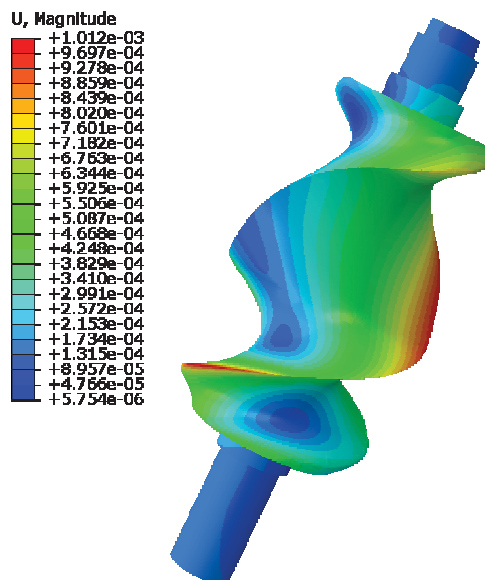
Dodatkowo odebrano możliwość obrotu dla powierzchni odpowiadającej mocowaniu łożyska dolnego, znajdującego się najbliżej wielowypustu i podparto model na powierzchni czołowej drugiego stopnia wału rotora (kolor fioletowy) [2,3]. Do dyskretyzacji modeli zastosowano tetragonalną siatkę elementów składającą się z 10 węzłowych kwadratowych elementów skończonych typu C3D10. Ilość utworzonych elementów skończonych kolejno dla poszczególnych modeli to: 38916, 40004, 43502.

2.2. Wyniki analizy numerycznej

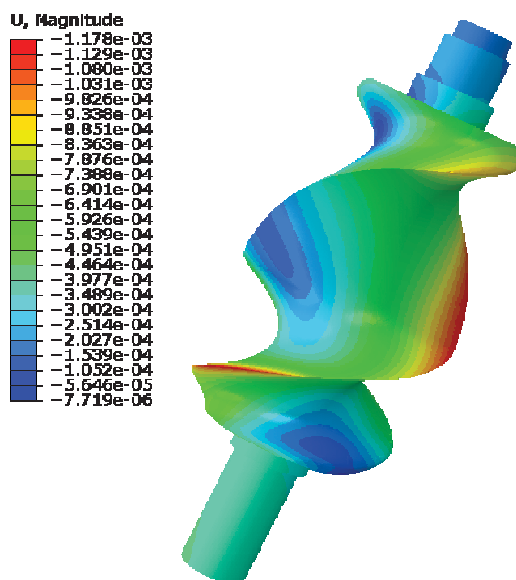
Analizę wytrzymałościową MES przeprowadzono przy wykorzystaniu pakietu oprogramowania Abaqus 6.14 firmy *Dassault Systemes*. Wyznaczono wartości naprężeń zredukowanych wg hipotezy Hubera-Misesa, wartości przemieszczeń całkowitych i przemieszczeń w poszczególnych kierunkach. Dodatkowo wyznaczono wartości trzech pierwszych częstości drgań własnych rotora oraz otrzymano postaci tych drgań (mody). Przykładowe wyniki obliczeń przedstawiają rys. 2.3–2.8.



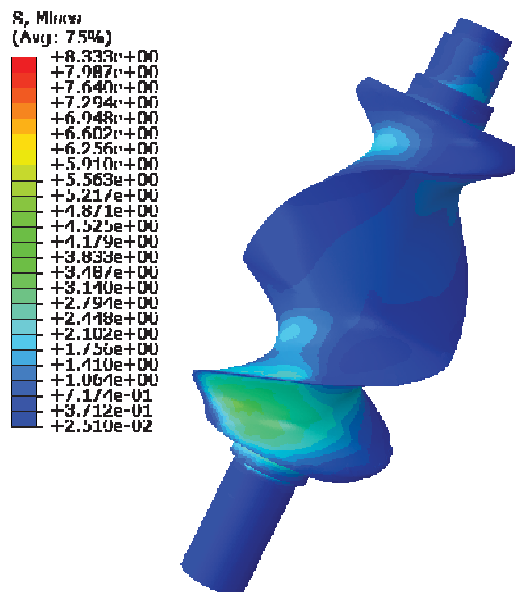
Rys. 2.3. Przemieszczenia całkowite przy położenie kątowe 0° (WT0) – prędkość obrotowa 2000 obr/min



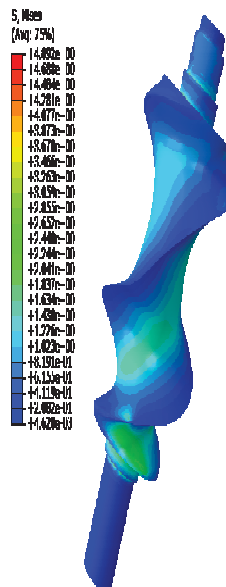
Rys. 2.4. Przemieszczenia całkowite przy położenie kątowne 0° (WT0) – prędkość obrotowa 4000 obr/min



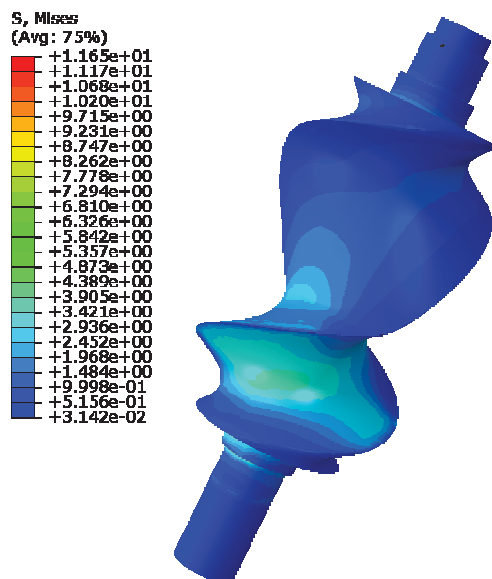
Rys. 2.5. Przemieszczenia całkowite przy położenie kątowne 0° (WT0) – prędkość obrotowa 6000 obr/min



Rys. 2.6. Naprężenia zredukowane przy położenie kątowe 0° (WT0) – prędkość obrotowa 6000 obr/min

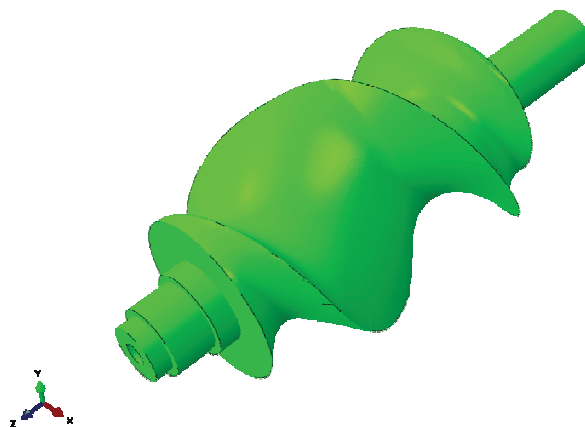


Rys. 2.7. Naprężenia zredukowane przy położenie kątowe 60° (WT60) – prędkość obrotowa 4000 obr/min



Rys. 2.8. Naprężenia zredukowane przy położenie kątowne 120° (WT120) – prędkość obrotowa 6000 obr/min

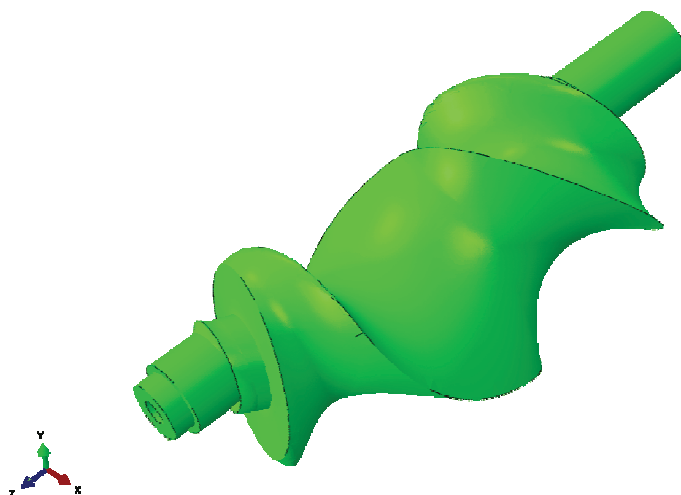
Na rys. 2.9–2.11 zostały przedstawione postaci drgań własnych (mody).



Rys. 2.9. Postać drgań własnych (Moda 1) przy częstotliwości 2726.2 [Hz]



Rys. 2.10. Postać drgań własnych (Moda 2) przy częstotliwości 3477.2 [Hz]



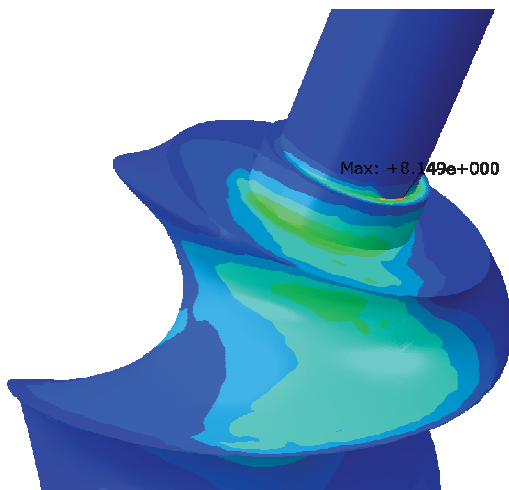
Rys. 2.11. Postać drgań własnych (Moda 3) przy częstotliwości 3827.1 [Hz]

2.3. Wnioski z analizy MES

Na podstawie analizy numerycznej można wysnuć następujące wnioski:

- Wartości naprężeń zredukowanych otrzymane dzięki analizie MES osiągnęły niski poziom, nie zagrażający konstrukcji rotora. Największe wartości naprężeń zredukowanych otrzymano w miejscach stopniowania rotora, w miejscu karbu (rys. 2.5). W rzeczywistości w tym miejscu

wystąpią największe naprężenia. Natomiast ich wartość będzie mniejsza od tych wyliczonych. Błąd ten wynika z przyjętego idealnego kąta prostego w miejscu karbu oraz małej ilości elementów skończonych w tym miejscu. Jest to błąd numeryczny i uproszczenia modelu. Jednak na podstawie tych wartości można określić który badany przypadek powoduje największe obciążenie w omawianym miejscu. W tabeli 2.1 zestawiono odczytane wartości naprężeń zredukowanych dla karbu.



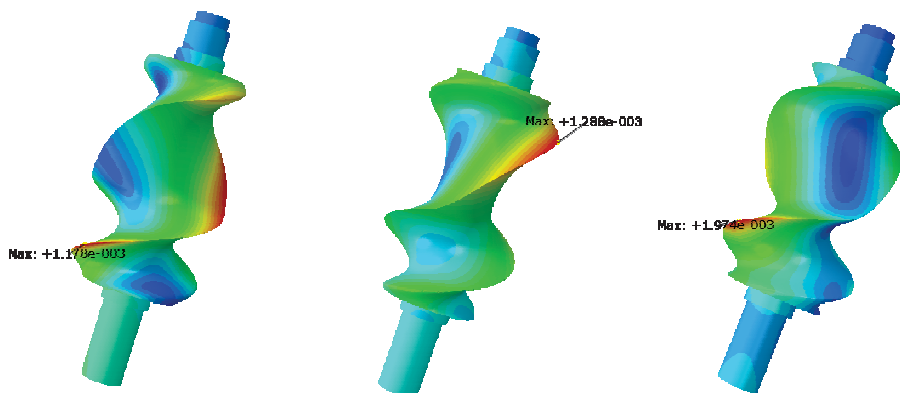
Rys. 2.5. Miejsce wystąpienia maksymalnych naprężeń – karb.

Tabela 2.1. Maksymalne naprężenia zredukowane w miejscu karbu

Prędkość obrotowa [obr/min]	Naprężenia powstałe w miejscu karbu [MPa]		
	WT0	WT60	WT120
2000	8,15	5,05	11,6
4000	8,21	4,99	11,62
6000	8,33	4,89	11,65

Dla porównania naprężenia odczytano na powierzchni śrubowej rotora rzędu $\sigma = (2\div 4)$ MPa. Uzyskane wartości naprężeń zredukowanych są bardzo małe i nie wpływające na eksploatację rotora.

- Maksymalne wartości przemieszczeń całkowitych dla wszystkich stanów obciążeń nie przekroczyły 2 [μm], przy luzie konstrukcyjnym 0.07 [mm] [1,3]. Zwiększenie prędkości obrotowej w każdym z rozpatrywanych przypadków położenia kąтового rotora spowodowało wzrost wartości maksymalnych wypadkowych przemieszczeń. Analiza wykazała, że miejsca występowania maksymalnych przemieszczeń zależą od kąta położenia rotora (rys. 2.6). Jest to związane bezpośrednio ze zmianą obciążeń (ciśnień) oddziałujących na rotor. Największe maksymalne przemieszczenia zaobserwowano dla kąta położenia WT120 (120°).



Rys. 2.6. Miejsca wystąpienia maksymalnych przemieszczeń przy położeniach kątowych kolejno: WT0, WT60, WT120

Dodatkowo przeanalizowano wartości przemieszczeń w kierunku osiowym i promieniowym rotora. Obliczone wartości maksymalne zestawiono w tab. 2.2. Maksymalne wartości tych przemieszczeń odczytano dla położenia WT120 przy prędkości obrotowej 6000 obr/min. Największe wartości deformacji w kierunku osiowym pojawiły się na krawędziach rotora o małym skoku. Miejsca te są usytuowane w pobliżu kanału wylotowego gdzie panuje ciśnienie sprężania o największej wartości.

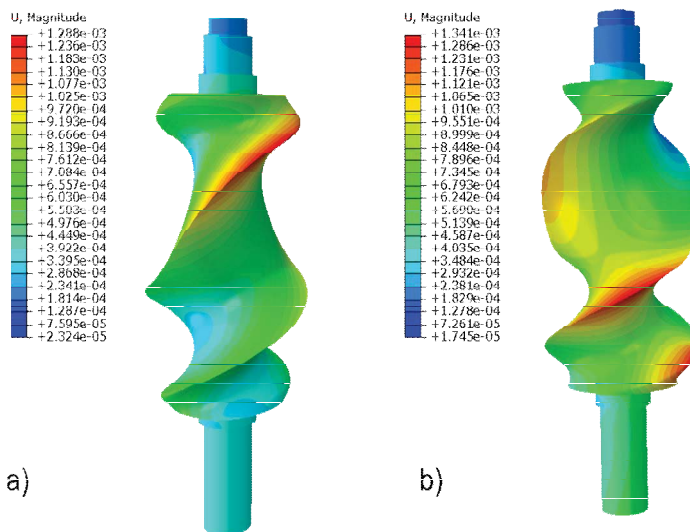
Na podstawie otrzymanych wyników stwierdzono, że w części rotora o dużym skoku największy wpływ na deformacje mają przemieszczenia w kierunku promieniowym, natomiast w segmentach o małym skoku przemieszczenia w kierunku osiowym.

Tabela 2.2. Uzyskane wartości przemieszczeń dla analizowanych położań kątowych i prędkości obrotowych rotora

Pozycja rotora WT	Prędkość obrotowa [obr/min]	Przemieszczenia w kierunku promieniowym [mm] max/min	Przemieszczenia w kierunku osiowym [mm]	Przemieszczenia wypadkowe [mm]
WT0	2000	+4,739e ⁻⁴	+6,118e ⁻⁴	9,236 e ⁻⁴
		-4,808e ⁻⁴	-5,675e ⁻⁴	
	4000	+4,722e ⁻⁴	+7,349e ⁻⁴	10,12 e ⁻⁴
		-4,849e ⁻⁴	-4,301e ⁻⁴	
	6000	+4,753e ⁻⁴	+9,400e ⁻⁴	11,78 e ⁻⁴
		-4,926e ⁻⁴	-2,280e ⁻⁴	
WT60	2000	+2,281e ⁻⁴	+2,222e ⁻⁴	9,816 e ⁻⁴
		-2,243e ⁻⁴	-4,321e ⁻⁴	
	4000	+2,871e ⁻⁴	+2,651e ⁻⁴	10,95 e ⁻⁴
		-2,118e ⁻⁴	-3,050e ⁻⁴	
	6000	+3,978e ⁻⁴	+4,800e ⁻⁴	12,88 e ⁻⁴
		-2,026e ⁻⁴	-9,304e ⁻⁴	
WT120	2000	+6,072e ⁻⁴	+9,137e ⁻⁴	17,61 e ⁻⁴
		-6,922e ⁻⁴	-7,752e ⁻⁴	
	4000	+6,331e ⁻⁴	+10,240e ⁻⁴	18,37 e ⁻⁴
		-6,476e ⁻⁴	-6,352e ⁻⁴	
	6000	+7,157e ⁻⁴	+12,090e ⁻⁴	19,74 e ⁻⁴
		-5,931e ⁻⁴	-4,318e ⁻⁴	

- Przeprowadzona analiza modalna wykazała że pracy rotora nie zagrażają stany rezonansowe wywołane prędkością obrotową oraz wymuszeniami związanymi ze sprężaniem powietrza. Pierwsza częstotliwość drgań własnych jest równa 2729 [Hz] co znacznie przekracza przewidywany zakres prędkości obrotowej rotora 100 Hz oraz dwukrotnie większą częstotliwość wymuszenia równą ilości cykli sprężarki 200 [Hz]. Zmiana stanów obciążenia (prędkość obrotowa i kąt położenia rotora) nie wpływa na wartości częstotliwości drgań własnych rotora. W pierwszej postaci drgań zaobserwowano deformacje w postaci skręcenia, przemieszczeń promieniowych oraz osiowych. Druga i trzecia moda przybrały postacie giętne.

- Otrzymane wyniki obliczeń dla położenia kąowego WT60 bez uwzględnienia obecności obudowy różniły się od wyników, które ją uwzględniały. Wartości naprężeń zredukowanych oraz przemieszczeń wypadkowych wzrosły. Zmieniły się także miejsca wystąpienia największych deformacji. Wartości maksymalne zostały porównane w tabeli 2.3, natomiast na rys. 2.7 porównano odkształcenia obydwu stanów obciążenia.



Rys. 2.7. Przemieszczenia całkowite dla WT60: a) dla łoka w obudowie, b) łok bez obudowy

Tabela 2.3 Maksymalne wartości naprężeń i przemieszczeń wypadkowych dla WT60 z uwzględnieniem obudowy i bez jej uwzględnienia

	WT60 z uwzględnioną obudową	WT60 bez obudowy
Maksymalne naprężenia [MPa]	4,892	8,395
Przemieszczenia wypadkowe [mm]	$12,88 \cdot 10^{-4}$	$13,14 \cdot 10^{-4}$

2.4. Podsumowanie

Przeprowadzona analiza numeryczna pozwoliła ustalić poziom naprężeń zredukowanych, wartości powstałych deformacji oraz częstotliwość drgań własnych rotora. Analiza częstotliwościowa wykazała że konstrukcji sprężarki nie zagrażają stany rezonansowe. Uzyskane wartości deformacji pomogły stwierdzić że powstałe deformacje nie powinny wpływać na luz pomiędzy powierzchniami rotorów oraz płytami bocznymi. Maksymalne wartości naprężeń zredukowanych osiągnęły niski poziom, nie zagrażający konstrukcji rotora. Wprowadzenie do konstrukcji centralnego kanału do chłodzenia olejem nie wpłynęło znacząco na zmniejszenie wytrzymałości rotora [2]. Zastosowanie obudowy zmienia stan deformacji rotora oraz zmniejsza wartości naprężeń zredukowanych i przemieszczeń wypadkowych.

Literatura

- [1] Zniszczyński A., Ponieważ G.: *Badania wpływu deformacji rotorów na zmiany luzu w sprężarce z czterema śrubowymi współbieżnymi rotorami*. Przegląd Mechaniczny nr 5/2007, s. 173.
- [2] Jonak J., Zniszczyński A.: *Wykorzystanie FEM do analizy wytrzymałościowej i zmian luzu w maszynach wporowych z zespołem czterech współbieżnych rotorów*. Górnictwo odkrywkowe nr 4-5/2008.
- [3] Zniszczyński A.: *Studium teoretyczno-doświadczalne maszyn wporowych z zespołem czterech równoległych współbieżnych rotorów*. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Lubelskiej, Lublin 2007.

3. Modelovanie pneumatiky vozidla

3.1. Modely pneumatiky vozidla

Modelovanie pneumatiky patrí medzi tie najzložitejšie úlohy. Z pohľadu mechaniky ide o vytvorenie fyzikálne verného modelu, ktorý je matematicky popísaný najčastejšie sústavou diferenciálnych prípadne algebraických rovníc. V jednoduchších prípadoch budú tieto rovnice lineárne, čo umožňuje získať akceptovateľné výsledky v reálnom čase. V prípade, že uvedené rovnice budú nelineárne dochádza často k výpočtovým komplikáciám. Zjednodušený matematický popis správania sa pneumatiky počas prevádzky vedie najčastejšie k lineárnym diferenciálnym rovniciam, čo vyhovuje predovšetkým v prípade, keď v centre záujmu nie je priamo pneumatika, ale skôr dynamické vlastnosti niektorých konštrukčných prvkov vozidla ako napr. Úroveň kmitania či hluku vo vnútri vozidla, miera namáhania nosných členov rámu a pod.

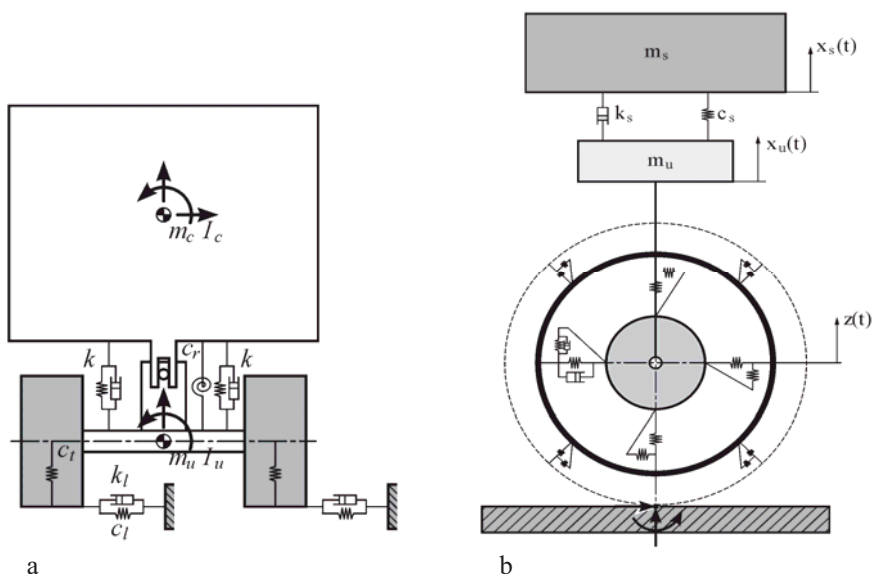
Ak je v centre záujmu sledovanie jazdných vlastností pneumatiky, je nutné vytvoriť podrobnejší výpočtový model, zahrňujúci napríklad [1, 2]:

- materiálové vlastnosti gumy a ďalších konštrukčných elementov plášťa,
- úroveň nahustenia pneumatiky,
- tvar a výška dezénu atď.

To však znamená, že výpočet sa stáva pomerne náročným a je potrebné použiť najmodernejšie výpočtové prostriedky na získanie akceptovateľných výsledkov. Dôležitým faktorom ovplyvňujúcim dĺžku riešenia je správna voľba metódy tvorby virtuálneho a následne matematického modelu ako aj algoritmu riešenia úlohy.

Na základe uvedeného, môžeme vykonať principiálne rozdelenie dynamických modelov kolesa s pneumatikou na:

- jednoduché dynamické modely:
 - s bodovým kontaktom (obr. 3.1a),
 - s valcovým kontaktom (obr. 3.1b),
- zložité dynamické modely:
 - s tzv. pevnou stopou (obr. 3.1c),
 - s radiálnymi pružinami (obr. 3.1d),
 - s radiálnymi, tangenciálnymi pružinami (obr. 3.1e),
- spojitý dynamické modely:
 - vytvorené metódou konečných prvkov (obr. 3.1f),
 - vytvorené metódou okrajových prvkov
 - vytvorené inými metódami mechanického kontinua.



Obr. 3.3. Model vozidla

Uvedený popis niektorých výpočtových modelov kolesa, pneumatiky, prípadne ďalších častí vozidla mal predovšetkým informovať, akým smerom sa budeme uberať pri riešení problematiky počítačového hodnotenia jazdných vlastností pneumatiky v nahustenom, podhustenom a hlavne „dojazdovom“ stave. Modelovanie uvedených problémov je komplikované. Samotná tvorba modelov a vhodného softvéru by trvala niekoľko rokov, preto ďalej uvedieme prehľad najznámejších programových produktov zaoberajúcich sa výpočtami v oblasti kontaktu a dynamiky vozidiel aj so zameraním na pneumatiky. Tieto výpočtové prostriedky majú uvedené resp. ešte komplexnejšie výpočtové modely pneumatík zabudované v sebe a pri známych výpočtových parametroch dokážeme ich prostredníctvom simulovať jazdu vozidla [3]. Na báze metódy konečných prvkov boli vytvorené programové balíky riešiace aj úlohy dotýkajúce sa pneumatík. Medzi najznámejšie patria:

- ANSYS,
- LS-DYNA,
- ADINA,
- ABAQUS a iné.

Na báze „multibody dynamics“ boli zostavené simulačné programy, v ktorých je možné vytvoriť vhodné modely pneumatiky alebo v ktorých sú už zabudované najpoužívanejšie modely pneumatík, často definovaných už aj niektorými výrobcami.

Medzi najznámejšie určite patria:

- ADAMS – modul CAR,
- MEDYNA,
- NEWEUL,
- MATLAB – Simulink atď.

Ďalej budú uvedené výpočtové možnosti vybraných softvérových produktov riešiacich problematiku pneumatík a počítačovej analýzy ich jazdných vlastností.

3.2. Možnosti modelovania pneumatiky v prostredí ADAMS

ADAMS/Tire je modul ADAMSu, pomocou ktorého je možné pridať do modelu vozidla výpočtový model pneumatiky a simulovať brzdenie, riadenie, zrýchlenie, voľné odvalovanie alebo šmyk vozidla. Umožňuje modelovať sily a momenty, ktoré pôsobia na pneumatiku počas pohybu po vozovke alebo nerovnom teréne.

ADAMS/Tire je možné použiť na analýzu ovládateľnosti vozidla, komfortu pri jazde, alebo pri analýzach životnosti. Analýzy ovládateľnosti vozidla sú vhodné pre štúdie dynamických odoziev vozidla na riadenie, brzdenie atď. Napríklad je možné analyzovať priečne zrýchlenia vyvedené pre dané vstupné parametre riadenia a danú rýchlosť vozidla. Analýzy životnosti sa používajú na vytvorenie histórie zaťaženia od vozovky a na únavové štúdie, ktoré si vyžadujú výpočet zložiek síl a zrýchlení. Tieto štúdie môžu pomôcť pri zisťovaní účinkov rôznych profilov vozoviek ako výmole, krajov vozoviek alebo dláždených ciest na životnosť súčiastok

ADAMS/Tire obsahuje niekoľko modulov, ktoré je možné použiť spolu s modulmi ADAMS/Car, ADAMS/Solver, ADAMS/View a ADAMS/Chassis. ADAMS/Tire obsahuje nasledujúce moduly:

- ADAMS/Tire Handling (jazdné vlastnosti) modul
Tento modul obsahuje nasledovné modely pneumatík: Pacejka 2002, Pacejka – TIME, Pacejka 89 a 94, Fiala, UA model, 3.2.1 model
Modul používa tzv. point follower metódu na počítanie normálovej sily a je limitovaný na 2D vozovky, ale môže byť rozšírený použitím „3D“ road modulu.
- ADAMS/Tire 3D road modul
Tento modul umožňuje definovať ľubovoľnú hladkú 3D vozovku, na ktorú je možné umiestniť priestorové prekážky ako obrubníky, výmole, rôzne nábehy atď. Používa metódu trojrozmerného ekvivalentného modelu na výpočet ekvivalentného kontaktného bodu a normálovej sily.
- Modul obsahujúci špecifické modely pneumatík: modely pneumatík pre motocykle, FTire model

3.2.1. Typické použitie modelov pneumatík

Každý model pneumatiky je navrhnutý na určité podmienky. Použitie modelu mimo týchto podmienok môže viesť k nereálnym výsledkom simulácií. Nasledujúca tabuľka 3.1. zobrazuje modely pneumatík a situácie, v ktorých sú najlepšie použité.

Tab. 3.1 č.1. Použitie modelov pneumatík

	Manéver	ADAMS/Handling						
		PAC 2002	PAC-TIME	PAC 89	PAC 94	FIALA	5.2.1.	UATire
Jazdné vlastnosti	zastavenie a štart	+	0/+	0	0	0	0	0
	parkovanie (natáčanie kolesa počas státia)	+	-	-	-	-	-	-
	státie na naklonenej rovine	+	+	0	0	0	0	0
	zatláčanie v ustálenom stave	+	+	0	+	0	0	0
	zmena jazdného pruhu	+	+	0	0/+	0	0	0
	ABS brzdná dráha	+	0	-	-	-	-	-
	Brzdenie pri voľnobehu v zatáčke	+	+	0	0	0	0	0
	prevrátenie vozidla	+	0	0	0	0	0	0
	škálovanie parametrov pneumatiky	+	-	-	-	-	-	-
Jazda	zatláčanie na nerovnej vozovke	0	0	-	-	-	-	-
	brzdenie na nerovnej vozovke	0	0	-	-	-	-	0
	jazda cez prekážky	-	-	-	-	-	-	-
	jazda po nerovnej vozovke	-	-	-	-	-	-	-
	analýza na skúš. stave	0/+	0/+	-	-	-	-	0/+
Podvozok	brzdenie pomocou ABS	0	0	-	-	-	-	-
	kmitanie kolesa	0/+	0	-	-	-	-	0
	vibrácie riadenia	0/+	0	-	-	-	-	-
	analýzy v reálnom čase	+	-	-	-	-	-	-
	riadiace systémy podvozku > 8 Hz	0	-	-	-	-	-	-
	riadenie podvozku pri jazde	-	-	-	-	-	-	-
Životnosť	Jazda cez obrubník	-	-	-	-	-	0	0
	Jazda cez obrubník s nárazom na ráfik kolesa	0	-	-	-	-	0	0
	prechod cez výmolu	-	-	-	-	-	0	0
	záťažové stavy	-	-	-	-	-	0	0

Tab. 3.1 č.2. Použitie modelov pneumatík

	Manéver	Špecifické modely		
		PAC–MC	SWIFT	FTire
Jazdné vlastnosti	zastavenie a štart	0/+	+	+
	parkovanie (natáčanie kolesa počas státia)	-	+	+
	státie na naklonenej rovine	+	+	+
	zatačanie v ustálenom stave	+	+	0
	zmena jazdného pruhu	+	+	0
	ABS brzdná dráha	0	+	0
	Brzdenie pri voľnobehu v zatáčke	+	+	0
	prevrátenie vozidla	0	+	+
	škálovanie parametrov pneumatiky	-	-	0
Jazda	zatačanie na nerovnej vozovke	-	-	0
	brzdenie na nerovnej vozovke	0	+	0
	jazda cez prekážky	-	+	+
	jazda po nerovnej vozovke	-	+	+
	analýza na skúš. stave	0/+	0/+	0/+
Podvozok	brzdenie pomocou ABS	0	+	+
	kmitanie kolesa	0	+	+
	vibrácie riadenia	0	+	+
	analýzy v reálnom čase	-	-	-
	riadiace systémy podvozku > 8 Hz	-	+	+
	riadenie podvozku pri jazde	-	+	+
Životnosť	Jazda cez obrubník	-	0	0/+
	Jazda cez obrubník s nárazom na ráfik kolesa	-	-	-
	prechod cez výmoľ	-	0	0/+
	záťažové stavy	-	0	0/+
		0 je možné použiť 0/+ lepšie použitie - nie je možné, nereálne + najlepšie použitie		

Vo všeobecnosti, Adams/Tire Handling modely sú korektné len na hladkých vozovkách, kde: vlnová dĺžka prekážok na vozovke by nemala byť menšia ako obvod pneumatiky. Ak vlnová dĺžka je menšia, je vhodnejšie použiť FTire model. Niektoré modely Adams/Tire Handling sú schopné popísať odozvy prvého rádu, ale neberú do úvahy vlastné frekvencie pneumatiky. Preto tieto modely sú platné do frekvencie približne 8 Hz. PAC2002 model umožňuje popísať správanie sa pneumatiky až do 15Hz. Nad tieto frekvencie sa odporúča použiť FTire [4].

3.2.2. Aplikácia modulu ADAMS/Tire v prostredí ADAMSU

V tomto moduli je možné vytvoriť vlastné modely pneumatík, alebo použiť modely dodávané s ADAMS/Tire. Pri implementácii modelu pneumatiky sa postupuje takto:

- Definovanie pneumatiky. Spôsob, akým sa pneumatika vloží do modelu, závisí od modulu, v ktorom sa pracuje (ADAMS/View, ADAMS/Car, ADAMS/Chasis, ADAMS/Solver). Program vždy vytvorí súbor ADAMS dataset, ktorý obsahuje potrebné údaje reprezentujúce pneumatiky v modeli, taktiež ďalšie elementy vozidla (ako disky, odpruženie, podvozok). Najdôležitejší údaj pre každú pneumatiku sú GFORCE sily, ktoré predstavujú výsledné pôsobenie pneumatiky na disk. Tieto sily sú počítané modulom ADAMS/Tire.
- Zadanie vlastných parametrov pneumatiky. Tieto parametre sú uložené v súbore, ktorý špecifikuje, aký model pneumatiky sa použije.
- Zadanie parametrov vozovky. Sú obsiahnuté v súbore vlastností vozovky. Obsahuje definíciu povrchu vozovky a koeficienty trenia.
- Spustenie simulácie modelu.
- Vyhodnotenie výsledkov.

3.3. Prehľad modelov používaných v ADAMS/Tire

3.3.1. Fiala model

Kostra pneumatiky je modelovaná ako nosník na elastickom základe v priečnom smere. Kontakt medzi vozovkou a kostrou pneumatiky je zabezpečený prostredníctvom elastických elementov. Na základe týchto predpokladov je možné analyticky vyjadriť sklzové charakteristiky, ktoré sú základom pre výpočet priečných a pozdĺžnych síl.

Predpoklady:

- kontaktná plocha je obdĺžniková
- rovnomerné rozloženie tlaku v kontaktnej ploche
- neberú sa do úvahy regeneračné javy pneumatiky
- uhol odklonu kolesa nemá vplyv na sily pôsobiace na pneumatiku.

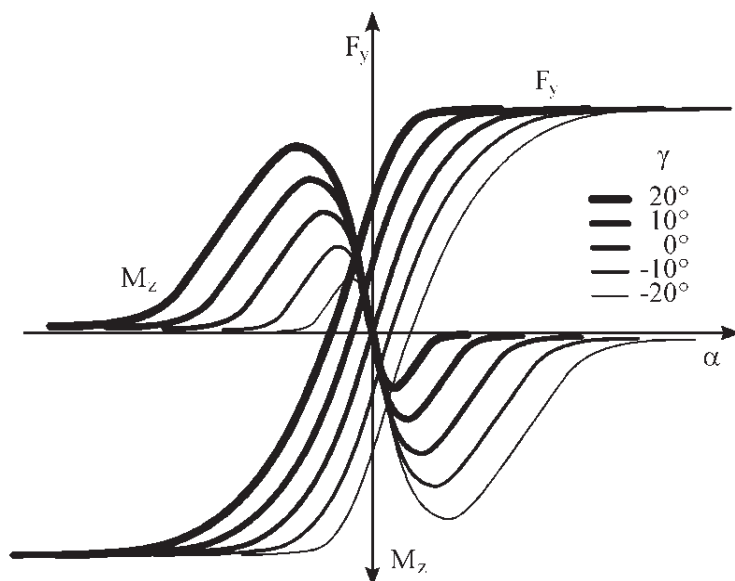
Vstupné parametre:

- hmotnosť pneumatiky,
- koeficient vertikálneho tlmenia,
- koeficient vertikálnej tuhosti,
- CSLIP parciálna derivácia priečnej sily podľa pozdĺžneho uhla sklzu pri jeho nulovej počiatkovej hodnote,
- CALPHA parciálna derivácia pozdĺžnej sily podľa uhla sklzu pri jeho nulovej počiatkovej hodnote,
- koeficient trenia v nulovom sklze (šmyku),
- koeficient trenia pri šmyku,
- valivý odpor.

Tento model používa metódu Point-follower pre 2D vozovku a metódu ekvivalentného objemu pre 3D vozovku.

3.3.2. MF (Magic formula) modely - PACEJKA

Tieto modely používajú metódu známu ako tzv. Magic Formula na počítanie ustáleného stavu pneumatiky. Pre danú pneumatiku a stav vozovky, sily, ktoré pôsobia na pneumatiku majú určitú závislosť, zobrazenú na obr. 3.4.



Obr. 3.4. Priebehy síl a momentov na pneumatike

Túto závislosť je možné aproximovať špeciálnou matematickou funkciou – *Magic Formula*, ktorá má tvar [6]:

$$\begin{aligned} F(x) &= D \cdot \cos(C \cdot \arctan(B \cdot x - E(B \cdot x - \arctan(B \cdot x)))) \\ M(x) &= D \cdot \sin(C \cdot \arctan(B \cdot x - E(B \cdot x - \arctan(B \cdot x)))) \end{aligned} \quad (3.1)$$

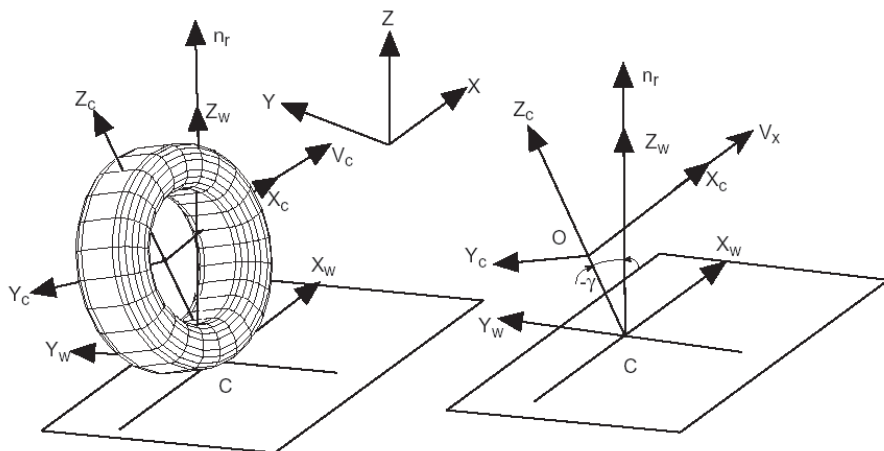
Kde: x – nezávisle premenná, je pozdĺžny sklz alebo uhol sklzu.

Parametre v týchto funkciách sú závislé od pneumatiky a stavu vozovky. Môžu byť odvodené z experimentálnych dát získaných z testov (pneumatika je odvažovaná po vozovke pri: rôznej záťaži, orientácii, rôznych podmienkach).

Vstupné parametre:

- koeficient pozdĺžneho šmyku,
- uhol sklzu pneumatiky (uhol medzi rovinou kolesa a skutočným smerom valenia kolesa),
- uhol odklonu kolesa,
- vertikálna zaťažujúca sila F_z .

Magic Formula potom počíta sily F_x , F_y a momenty M_x , M_y , M_z , pôsobiace na pneumatiku za podmienok čistého a kombinovaného šmyku. Navyše je tu možnosť, ktorá popisuje prechodové i ustálené kmitanie pneumatiky pre frekvencie menšie než 8 [Hz] a vlnové dĺžky väčšie ako obvod pneumatiky. Rozhranie modelu je v súlade s ISO súradnicovým systémom TYDEX-C a TYDEX-W (obr. 3.5).



Obr. 3.5. Súradnicové systémy modelu

3.3.3. UA (University of Arizona) model

Tento model počíta sily v kontaktnom bode ako funkciu kinematických stavov pneumatiky.

Vstupné parametre:

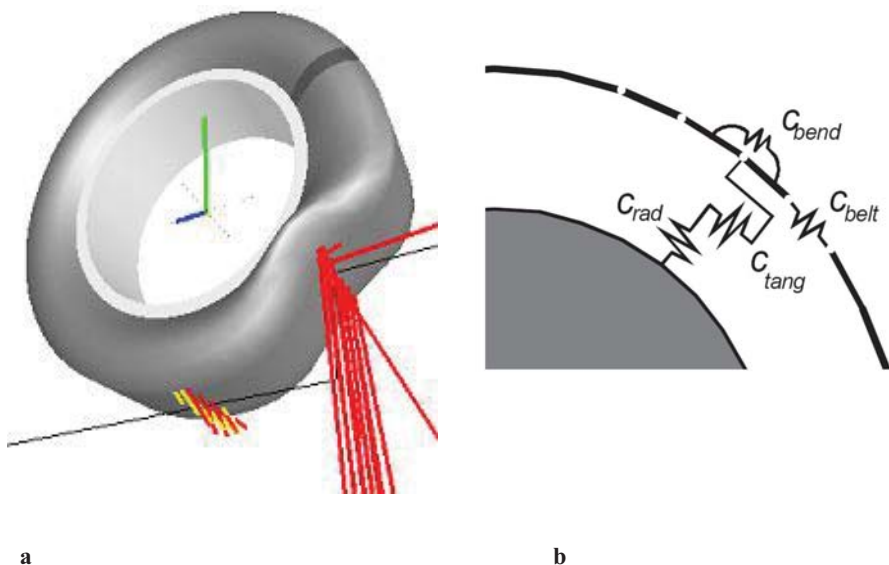
- koeficient pozdĺžneho šmyku,
- uhol smerovej odchýlky pneumatiky (uhol medzi rovinou kola a skutočným smerom valenia kola),
- uhol odklonu kola,
- deformácia pneumatiky,
- rýchlosť deformácie pneumatiky.

Vlastnosti pneumatiky:

- polomer nezaťaženej pneumatiky,
- vertikálna tuhosť pneumatiky,
- vertikálne tlmenie pneumatiky,
- valivý odpor,
- CSLIP sklzová tuhosť v pozdĺžnom smere,
- CALPHA súčiniteľ priečnej vodiacej sily,
- CGAMMA tuhosť sklonu pneumatiky,
- minimálny a maximálny koeficient trenia,
- relaxačná dĺžka v priečnom a pozdĺžnom smere.

3.3.4. FTire (Flexible ring tire model)

Používa sa na simuláciu jazdy vozidiel, analýzu životnosti alebo ďalšie dynamické analýzy na rovnom alebo nerovnom povrchu. FTire je navrhnutý ako 2½-rozmerný nelineárny dynamický model. Obvod pneumatiky je reprezentovaný ako tenký kruh, (obr. 3.5a,b) torý sa môže posúvať a ohýbať v ľubovoľnom smere relatívne na disk kola (vertikálne, pozdĺžne a priečne). Tento model je zložený z určitého počtu segmentov, ktoré sú navzájom pospájané pružnými elementmi (obr. 3.6).

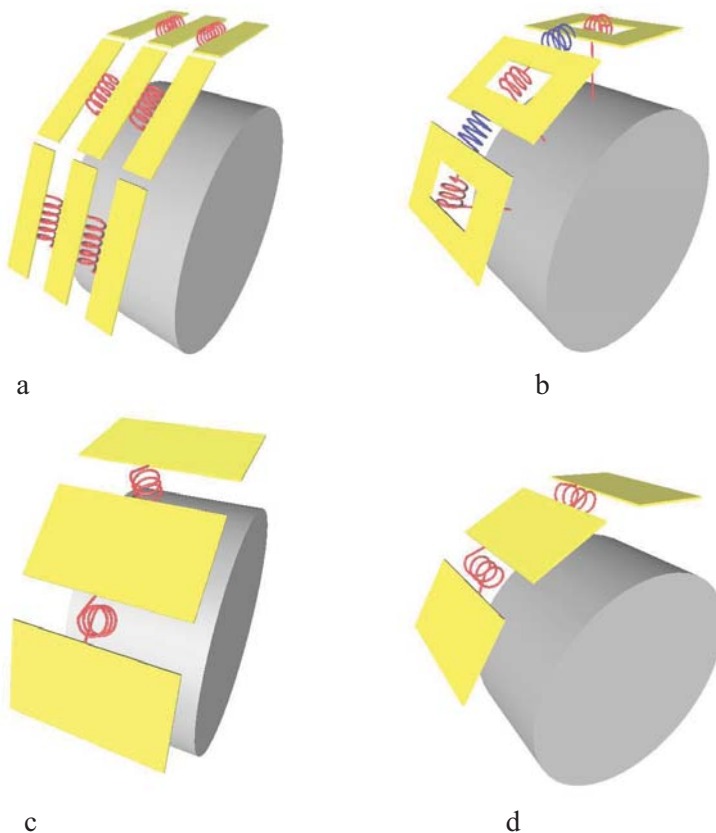


Obr. 3.5. a – FTire model, b – tuhosti definované pre Ftire model

Vstupné parametre:

- valivý obvod pneumatiky,
- priemer disku,
- šírka behúňa pneumatiky
- hĺbka vzorky pneumatiky,
- hmotnosť pneumatiky,
- hrúbka gumy nad oceľovým kordom,
- *shore - A stiffness* behúňa,
- percentuálny podiel plochy, ktorá ma práve kontakt s vozovkou k celkovej kontaktnej ploche,
- vlastné frekvencie a pomerné hodnoty tlmenia prvých 6-tich tvarov pre nezaťaženú, nahustenú pneumatiku, kde disk je pevný,
- radiálna tuhosť na rovnom povrchu a na krátkej prekážke,
- adhézia behúňa pneumatiky a koeficient šmykového trenia pre tlak 0,5; 2 a 10 [bar].

Na uľahčenie získavania týchto dát je k dispozícii program FTire/Calc, ktorý počíta všetky statické a modálne dáta používané v FTire pomocou detailného konečnoprvkového modelu. Tento model obsahuje dáta geometrie a materiálové vlastnosti všetkých komponentov pneumatiky [7].

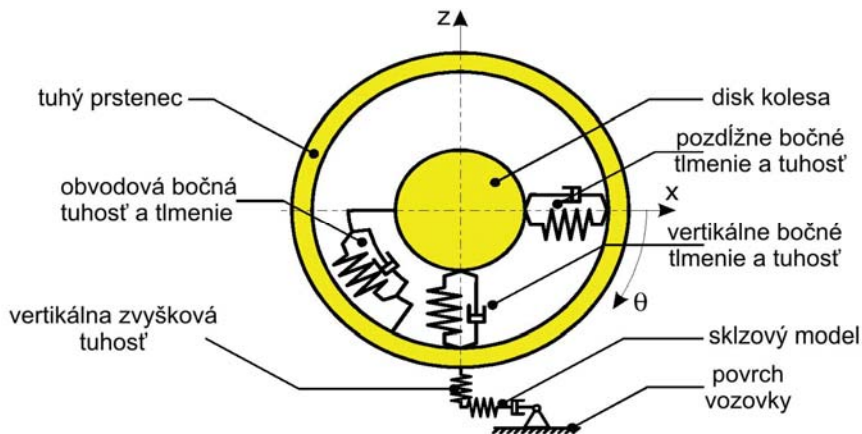


Obr. 3.6.. Možnosti vzájomného pospájania segmentov pružnými elementami

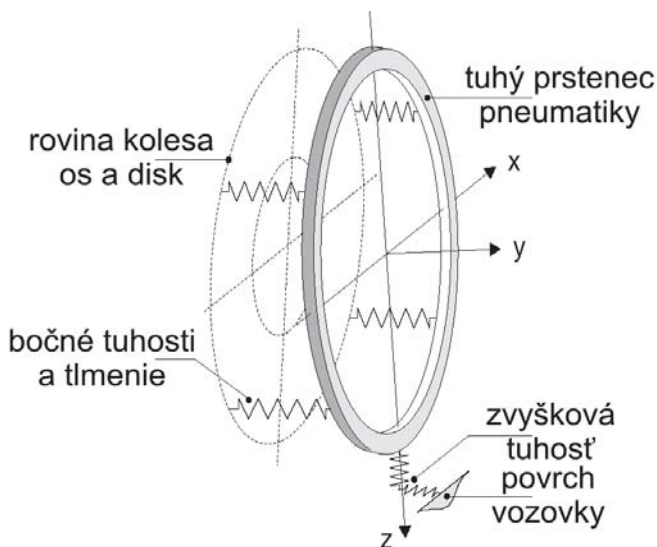
3.3.5. Swift model

Model je vytvorený ako tuhý prstenec (obr. 3.7–3.8), v ktorom kostra pneumatiky sa správa ako tuhé teleso. To znamená že model je presný vo frekvenčnej oblasti, kde ohýbanie pásu pneumatiky možno zanedbať. Táto oblasť je, v závislosti od typu pneumatiky do 50-60 [Hz] pre priečny smer a do 100 [Hz] pre pozdĺžny smer. Model bol overený meraniami na rotujúcej pneumatike (7 – 40 m/s) pri frekvenciách do 120 Hz [8, 9].

Tento model používa metódu (MF) na výpočet šmykových síl, ktorá dosť presne vyjadruje namerané hodnoty, ktoré sú obvyčajne pre priečny sklz do 15°, 100% sklz pri brzdení a 5° uhol odklonu pri rôznych záťažach.



Obr. 3.7. Model pneumatiky typu Swift – bokoryst



Obr. 3.8. Model pneumatiky typu Swift – priestorová schéma

3.3.6. Model

Je to prvý model pneumatiky implementovaný v softvéri Adams. Pre popísanie modelu netreba až toľko parametrov ako v predchádzajúcich modeloch. Sily a momenty je možné vypočítať pomocou vzťahov alebo sa použijú namerané dáta a sily a momenty sa potom počítajú interpolovaním z týchto dát. Čo bolo použité aj pri simuláciách. Schopnosti a možnosti tohto modelu sú obmedzené, preto sa odporúča používať vyššie zmieňované modely.

Ako už bolo spomenuté, ADAMS/Tire je možné použiť v module ADAMS/Car ADAMS/Chassis a ADAMS/Solver. Modul ADAMS/Car je prostredie na modelovanie a analyzovanie vozidiel. V ADAMS/Car sa pracuje so zostavami, ktoré sa skladajú z podsystémov vytvorených zo šablón. Napríklad zavesenie predných kolies môže byť ako zostava, ktorá sa skladá zo subsystémov (systém riadenia, systém odpruženia, systém koleso – pneumatika). Tieto subsystémy sa nevytvárajú, ale už sú vytvorené šablóny týchto systémov, ktoré definuje topológiu systému a špecifikujú ako sa spája jeden subsystém s druhým. Obsahujú parametre ako umiestnenie jednotlivých komponentov, hmotností, momentov zotrvačnosti. Užívateľ môže potom meniť tieto hodnoty. Jedným zo subsystémov je systém koleso – pneumatika, ktorý využíva modul ADAMS/Tire. Podobne je to aj s modulom ADAMS/Chassis, ktorý je bližšie zameraný na typy náprav.

Pri použití priamo s modulom ADAMS/Solver je potrebné úplne modelovať všetky prvky pripájajúce sa na kolesá vozidla.

Literatúra

- [1] Oosten J. N., Pacenka H. B.: *An accurate tyre model for ride and handling studies also at higher frequencies and short road wavelengths*. ADAMS Users' Conference, Orlando 2000.
- [2] Pacenka H. B.: *Tyre and vehicle dynamics*, TNO Automotive, Delft.
- [3] Schmeitz A.: *A semi-empirical three-dimensional model of the pneumatic tyre over arbitrarily uneven road surfaces*. Netherlands 2004.
- [4] Svendenius J., Gafvert M.: *A semi-empirical tire-model including the effects of camber*. Lund Institute of Technology 2003.
- [5] Svendenius, J., Gafvert, M.: *Construction of novel semiempirical tire models for combined braking and cornering*. Lund Institute of Technology 2003.
- [6] Svendenius, J.: *Examples of scale factors for a semi empirical tire model*. Lund Institute of Technology, 2006.
- [7] Svendenius, J.: *Tire models for use in braking applications*. Lund Institute of Technology, 2003.
- [8] Zegelaar P., Pacejka H. B.: *Dynamic Tyre Responses to Brake Torque Variations*. Delft 1998
- [9] Zegelaar, P.: *The dynamic response of tyres to brake torque variations and road unevennesses*. Delft 1998.

4. Matematické modely vybraných prvkov transmisíí vozidiel

4.1. Úvod

Modulárny koncept modelovania jednotlivých prvkov transmisíí vozidiel sa ukazuje ako najvýhodnejší najmä z hľadiska univerzálnosti a možnosti rýchlych zmien vlastností blokov a tiež ich vzájomných prepojení. Prostredníctvom progresívneho nástroja na tvorbu matematických modelov je možné takto vytvoriť napr. modely hnacieho motora, rozbehových prvkov, prevodových mechanizmov a ostatných elementov pohonu využiteľné v príslušnom výpočtovom programe ako výpočtové bloky.

Na základe uvedených poznatkov je možné zostaviť samostatné modely rôznorodých prvkov transmisíí, ktoré sú jednoducho editovateľné prostredníctvom svojich charakteristík a môžu sa spájať do konkrétnych celkov využiteľných pre simulačné výpočty. V nasledujúcich kapitolách budú predstavené jednoduché modely vybraných elementov pohonov vozidiel rôznych typov, z ktorých bude možné poskladať požadovanú štruktúru zodpovedajúcu vybranej koncepcii transmisie.

4.2. Spaľovací motor

Matematický model spaľovacieho motora (SM) je zostavený na báze znalosti jeho úplnej, resp. v prípade jej nedostupnosti aj vonkajšej charakteristiky. Túto charakteristiku výrobcovia bežne zverejňujú a pre jednoduché simulácie zohľadňujúce prácu motora v oblasti maximálneho výkonu, momentu alebo minimálnej spotreby za predpokladu stlačenia pedálu akcelerácie na 100% je dostačujúca.

Hodnota momentu dostupného na hriadeli SM je definovaná na základe charakteristiky v závislosti od polohy pedálu akcelerácie a momentálnych otáčok kľukového hriadeľa. Definícia krútiaceho momentu motora na základe jeho momentálnych otáčok vyplývajúcich z charakteristík nepokrýva oblasť jeho vysokofrekvenčných oscilácií a dynamických efektov. Taktiež je možné pre potreby simulácie komponentov transmisie pomocou vyššie uvedenej metodiky zanedbať dynamické javy spôsobené náhlymi zmenami otáčok motora v dôsledku prudkej akcelerácie alebo decelerácie.

Modelovanie dynamiky spaľovania motora nachádza uplatnenie pri konštrukcii a návrhu samotného motora na základe expertných poznatkov pomocou vhodného softvéru z oblasti CFD (Computational Fluid Dynamics).

Pre hnací agregát radený pred ostatnými časťami transmisie je možné napísať rovnicu dynamickej rovnováhy v tvare:

$$I_m \dot{\omega}_m = M_{m1} + M_{m2} \quad (4.1)$$

Kde: M_{m1} – moment dostupný na kľukovom hriadeľi motora,

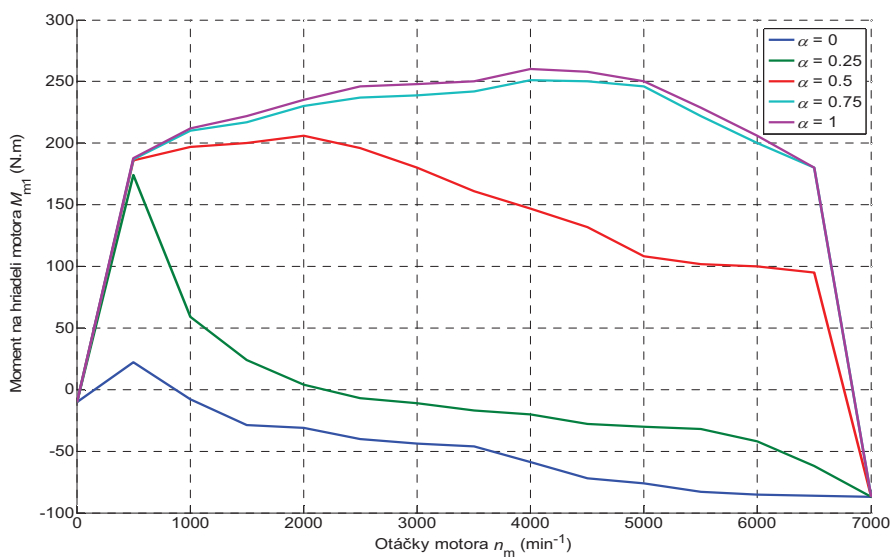
M_{m2} – moment od prvku radeného za motorom (napr. M_{S1} od trecej spojky, resp. M_C od čerpadlového kola meniča),

I_m – moment zotrvačnosti rotačných hmôt spojených s kľukovým hriadeľom SM

ω_m – uhlová rýchlosť kľukového hriadeľa motora.

Integrovaním rovnice (4.1) počas simulácie sa určuje veľkosť uhlovej rýchlosti kľukového hriadeľa motora.

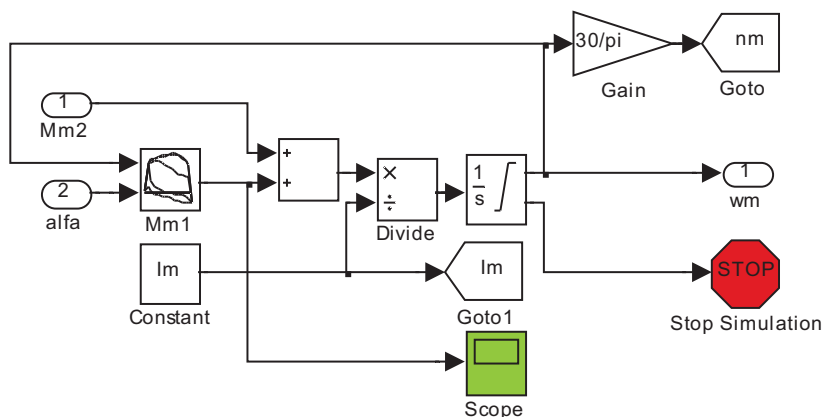
Ak je dostupná úplná charakteristika motora, je možné ju vložiť vo forme zostavenej tabuľky uzlových hodnôt do vytvoreného bloku, ktorého produktom je hodnota príslušného momentu dostupného na kľukovom hriadeľi motora M_{m1} vypočítaná na základe okamžitej polohy pedálu akcelerácie α a otáčok motora n_m zvolenou interpolačnou metódou.



Obr. 4.1. Úplná charakteristika modelového zážihového motora

Model úplnej charakteristiky typického predstaviteľa zážihového spaľovacieho motora osobného vozidla strednej triedy [1, 2] použitý aj ďalej vo vytváranom modeli transmisie, je uvedený na obr. 4.1.

Vnútnú schematickú štruktúru výpočtu požadovaných parametrov spaľovacieho motora definovaného úplnou charakteristikou je možné definovať na základe rovnice v tvare uvedenom na obr. 4.2.



Obr. 4.2. Štruktúra bloku spaľovacieho motora:
alfa – poloha pedálu akcelerácie, **M_{m1}** – moment dostupný na kľukovom hriadeľi motora,
 M_{m2} – moment od prvku radeného za motorom, **ω_m** – uhlová rýchlosť motora

4.3. Trecia spojka

Mechanická trecia spojka slúži na spojenie hnacieho a prevodového agregátu transmisie počas jazdy a na jej rozpojenie počas preradovania rýchlostných stupňov. Na definovanie jej práce je nevyhnutné poznať rozdiel uhlových rýchlostí spájaných hriadeľov.

Matematický model tohto prvku vo forme bloku reprezentuje nelineárny zákon silového pôsobenia medzi motorom a prevodovkou. Uhlové rýchlosti, ktoré sú produktom uvedených blokov, sa využívajú na prepočet momentu, ktorý pôsobí na oba tieto komponenty.

Rozdiel uhlových rýchlostí spájaných hriadeľov je určený ako:

$$\Delta\omega_s = \omega_{s1} - \omega_{s2} \quad (4.2)$$

Kde: ω_{s1} – uhlová rýchlosť na vstupe spojky,

ω_{s2} – uhlová rýchlosť na výstupe spojky.

Pri nenulovom rozdiel uhlových rýchlostí $\Delta\omega_s$ vzniká medzi lamelami v spojke trecí moment M_t , ktorý sa snaží tento rozdiel znížiť. Mechanické trenie je výsledkom šmykového kontaktu medzi dvoma povrchmi, ktoré môžu byť

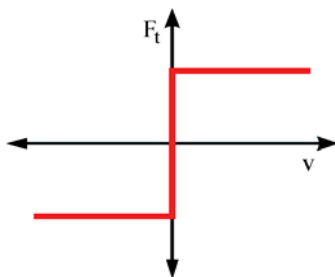
suché alebo s mazivom. Trenie bráni organizovanému pohybu telies a spôsobuje disipáciu mechanickej práce nevratnou premenou na teplo.

Trenie medzi suchými povrchmi má nespojitý charakter (obr.). Trecia sila F_t je úmerná veľkosti faktoru trenia závislému od relatívnej rýchlosti povrchov v a normálovej sile pôsobiacej na styčnú plochu A podľa vzťahu [3]:

$$F_t = -f(v)F_n \quad (4.3)$$

Kde: $f(v)$ – faktor trenia medzi povrchmi spojky ako funkcia ich vzájomnej relatívnej rýchlosti,

F_n – normálová sila medzi povrchmi.



Obr. 4.3. Charakteristika závislosti trecej sily F_t na relatívnej rýchlosti kontaktných povrchov v

Veľkosť faktora trenia závisí na sklze alebo relatívnej rýchlosti len nepatrne, ale zmena ich znamienka spôsobuje dynamickú nespojitosť, pretože následne mení znamienko i trecia sila. Pri veľmi malom sklze sa suché kinetické trenie zmení na statické a dôjde k prilnutiu povrchov k sebe, čo je vyvolané spomínanou kinematickou nespojitosťou, ktorá zo systému odoberie stupeň voľnosti.

Statické trenie je v podstate silou obmedzenia a nevykonáva žiadnu mechanicke prácu, čo je výnimka zo všeobecne disipatívnej povahy trenia.

Suché kinetické trenie prechádza na statické a naopak, preto musia byť zohľadnené spolu ako jediná dynamická podmienka. Táto transformácia je prakticky okamžitá a odohráva sa pri veľmi malých rýchlostiach a časoch vzhľadom k celkovej dynamike systému [4].

Pri značnom zjednodušení a aplikácii poznatkov uvedených vyššie je možné vziať do úvahy závislosť medzi popísanými veličinami v tvare:

$$M_{s1} = -(1 - \gamma)M_{smax} \text{sign}(\Delta\omega_s) \quad (4.4)$$

Kde: M_{s1} – moment pôsobiaci na hriadeľ prvku na vstupe spojky

M_{smax} – max. trecí moment, ktorý je možné danou spojkou preniesť.

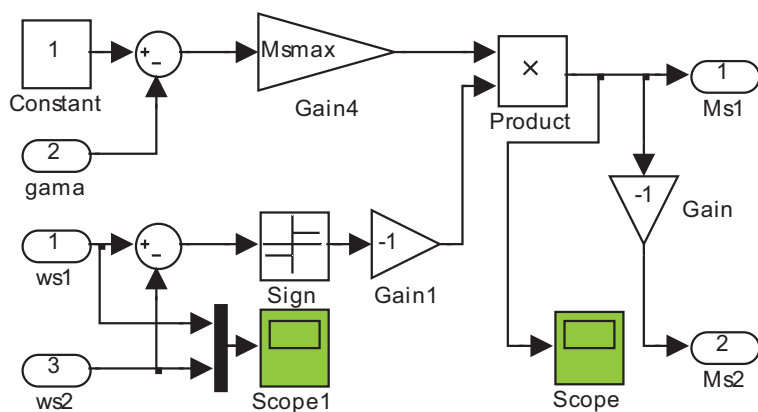
Keďže veľkosť trecieho momentu na spojkke M_s je funkciou prítlačnej sily pôsobiacej na trecie plochy, je daná polohou spojkového pedálu γ .

- spojená spojka $\gamma = 0$
- rozpojená spojka $\gamma = 1$

Bloková schéma suchej spojky v najjednoduchšom tvare s uvažovaním ideálneho Coulombovho trenia s príslušnou nespojitosťou v bode vyrovnanja otáčok spájaných hriadel'ov je uvedená na obr. .

- spojená spojka $\gamma = 0$
- rozpojená spojka $\gamma = 1$

Bloková schéma suchej spojky v najjednoduchšom tvare s uvažovaním ideálneho Coulombovho trenia s príslušnou nespojitosťou v bode vyrovnania otáčok spájaných hriadel'ov je uvedená na obr. .



ω_{s1} – uhlová rýchlosť vstupného hriadeľa spojky, ω_{s2} – uhlová rýchlosť výstupného hriadeľa spojky, γ – poloha spojkového pedálu, M_{s1} – moment pôsobiaci na hriadeľ pryku na vstupe spojky, M_{s2} – moment pôsobiaci na hriadeľ pryku na výstupe spojky.

4.4. Komplexný hydrodynamický menič

Komplexný hydrodynamický menič (KHDM) je prvok, ktorý sa do transmisie radí najmä v prípade použitia automatických prevodoviek, kedy preberá funkciu spojky medzi hnacím motorom a samotnou prevodovkou a tiež funkciu násobiča krútiaceho momentu v režimoch jazdy s vysokou záťažou. Pri modelovaní KHDM je pre potreby simulácie tohto prvku v transmisii postačujúce vychádzať z jeho statických charakteristík. Modelovanie dynamiky tekutiny vnútri telesa meniča by zásadným spôsobom zvýšilo zložitosť celého modelu a ak je predmetom skúmania správanie transmisie ako celku, nie je to nevyhnutné. Modelovanie dynamiky prúdenia tekutín je vhodné pri konštrukcii a návrhu samotného meniča na základe expertných poznatkov pomocou vhodného softvéru z oblasti CFD.

Veľkosť požadovaného momentu na hriadeli čerpadla KHDM, ktorý je tento prvok schopný pri istých otáčkach zužitkovať, sa určí napr. ako [5]:

$$M_C = \frac{n_C^2}{K^2} \quad (4.5)$$

Kde: M_C – vstupný moment na čerpadle KHDM,
 n_C – otáčky čerpadlového kolesa KHDM,
 K – kapacita meniča, tzv. *K-faktor*.

Hodnoty vstupného momentu na čerpadle KHDM sú definované údajmi príslušnej charakteristiky na základe hodnoty kinematického (hydraulického) prevodového pomeru medzi turbínou a čerpadlom KHDM i_{TC} , ktorý je určený vzťahom:

$$i_{TC} = \frac{\omega_T}{\omega_C} \quad (4.6)$$

Kde: ω_T – uhlová rýchlosť turbínového kolesa KHDM,
 ω_C – uhlová rýchlosť čerpadlového kolesa KHDM.

Hodnota momentu na turbínovom kolese M_T sa vypočíta z rovnice:

$$M_T = -M_C \bar{i}_{TC} \quad (4.7)$$

Kde: $\bar{i}_{TC}$ – momentový prevodový pomer KHDM.

Hodnota K-faktora v rovnici (4.7) je daná vzťahom [6]:

$$K = f_2 i_{TC} \quad (4.8)$$

Kde: f_2 – hodnota charakteristiky KHDM daná výrobcom,

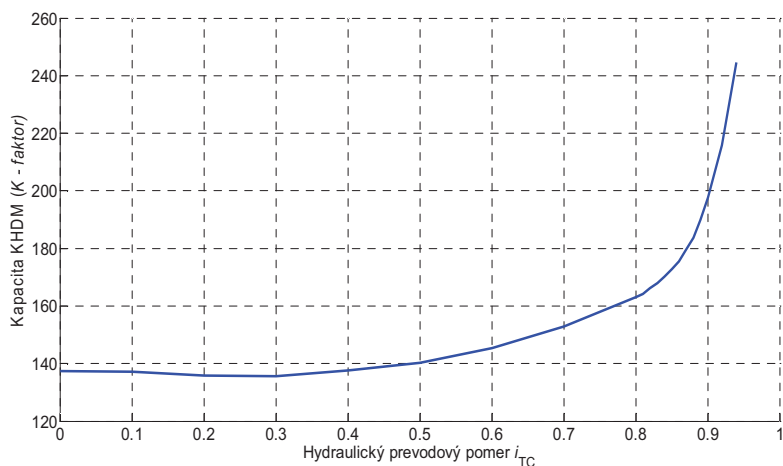
Typický priebeh veľkosti kapacity modelového meniča v závislosti na hydraulickom prevodovom pomere je znázornený na obr. .

Momentový prevodový pomer KHDM $\bar{i}_{TC}$ je taktiež funkciou kinematického prevodového pomeru medzi turbínou a čerpadlom. Vyjadruje tzv. *násobnosť meniča*, teda jeho schopnosť generovať na výstupnom turbínovom kolese istý násobok momentu dostupného na čerpadlovom kolese prostredníctvom reaktora zabudovaného na voľnobežnej spojke vnútri jeho telesa. Táto vlastnosť je napriek nepriaznivej účinnosti prenosu výkonu v oblasti najvyššej násobnosti využívaná najmä pri rozbehu vozidla v jazdnom režime s vysokou hodnotou jazdných odporov (napr. rozbeh plne naloženého vozidla v prudkom stúpaní).

Vzťah na jeho výpočet môže byť zapísaný v tvare [7]:

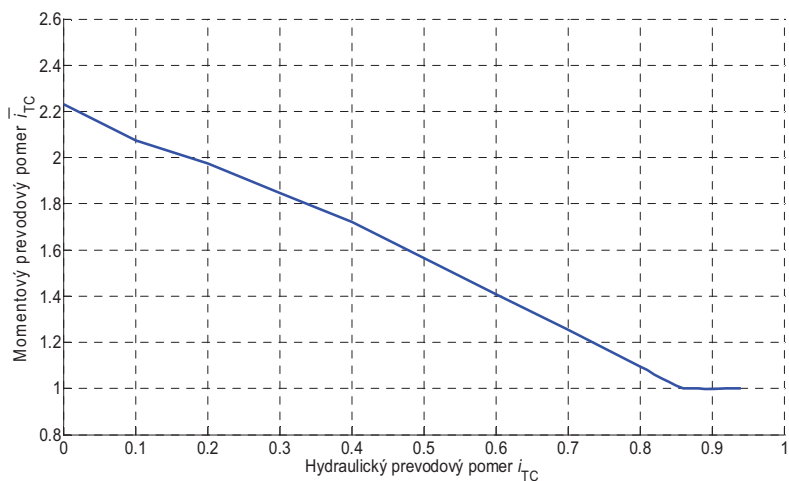
$$\bar{i}_{TC} = f_3 i_{TC} \quad (4.9)$$

Kde: f_3 – hodnota charakteristiky KHDM daná výrobcom.



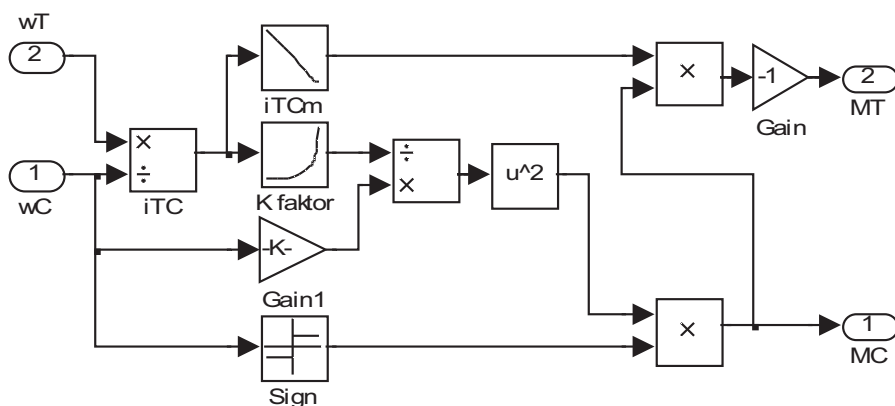
Obr. 4.5. Pribeh veľkosti K faktora modelového meniča

Na obr. je zobrazený typický priebeh hodnôt momentového prevodového pomeru i_{TC}^{-1} modelového meniča.



Obr. 4.6. Pribeh veľkosti momentového prevodového pomeru modelového meniča

Konštrukcia blokovej schémy meniča vyplýva z jeho funkcie generovania momentov pôsobiacich na elementy transmisie na vstupe a výstupe prvku na základe uhlových rýchlostí týchto členov. Vnútoraná schéma výpočtu parametrov v bloku KHDH je znázornená na obr. 4.7.



Obr. 4.7. Bloková schéma výpočtu parametrov KHDM
 ω_C – uhlová rýchlosť čerpadlového kolesa, ω_T – uhlová rýchlosť turbínového kolesa,
 M_C – moment od čerpadlového kolesa na hriadeľ prvku radeného pred ním, M_T – moment
od turbínového kolesa na hriadeľ prvku radeného za ním

4.5. Pružný spojovací hriadeľ

Hriadeľ je spojovací prvok transmisie, ktorý prenáša moment medzi spriahnutými rotačnými časťami transmisie. Veľkosť prenášaného momentu je definovaná vzťahom:

$$M_{h2} = k_h \varphi_h + b_h \dot{\varphi}_h \quad (4.10)$$

Kde: k_h – torzná tuhosť hriadeľa,

b_h – faktor vnútorného tlmenia materiálu hriadeľa,

φ_h – uhol skrútenia hriadeľa.

Časová zmena uhla skrútenia hriadeľa je rovná rozdielu otáčok medzi rotačnými prvkami pripojenými k jeho koncom; určí sa ako:

$$\dot{\varphi}_h = \omega_{h1} - \omega_{h2} \quad (4.11)$$

Kde: ω_{h1} – uhlová rýchlosť vstupného konca hriadeľa,

ω_{h2} – uhlová rýchlosť výstupného konca hriadeľa.

Pri hriadeľoch s malou dĺžkou je možné vplyv tlmenia zanedbať, pričom rovnica (4.11) prejde do tvaru:

$$M_{h2} = k_h \varphi_h \quad (4.12)$$

Pružný hriadeľ je popísaný dvoma základnými charakteristikami – torznou tuhosťou k a faktorom vnútorného tlmenia b .

Torzná tuhosť je definovaná geometriou prierezu hriadeľa a vypočíta sa podľa vzťahu:

$$k_h = \frac{G J_p}{l}, \quad (4.13)$$

Kde: G – modul pružnosti materiálu hriadeľa v šmyku,
 J_p – polárny moment zotrvačnosti prierezu hriadeľa
 l – dĺžka hriadeľa.

Polárny moment zotrvačnosti kruhového prierezu je definovaný vzťahom

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32}, \quad (4.14)$$

Kde: d – priemer hriadeľa.

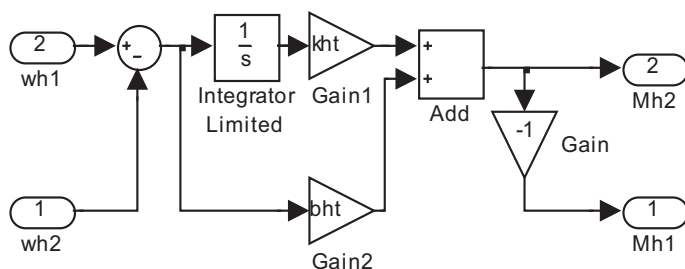
Tak ako v každej mechanickej sústave, aj v hriadeľoch sa vyskytujú určité tlmiace odpory pôsobiace proti jeho pohybu. Tlmiace odpory pri uvažovaní viskózneho trenia sú úmerné prvej mocnine rýchlosti telesa.

V tab. 4.1 sú uvedené hodnoty faktora vnútorného tlmenia b_h pre viskózne trenie v závislosti od torznej tuhosti používané štandardne pre modelovanie oceľových hriadeľov [8].

Tab. 4.1. Hodnoty faktora vnútorného tlmenia b_h pre vybrané hodnoty torznej tuhosti k_h

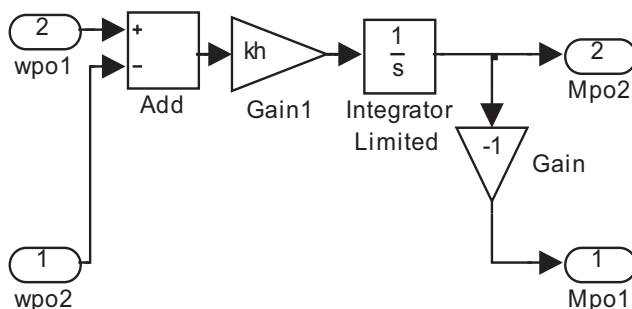
k_h (Nm)	17190	700730	1022730
b_h (Nms)	600	24460	35700

Vnútorná schéma výpočtu parametrov hriadeľa s vnútorným tlmením je na obr. , pri zanedbaní tlmenia je možné použiť schému uvedenú na obr. .



Obr. 4.8. Bloková schéma pružného hriadeľa s vnútorným tlmením

M_{h1} – moment pôsobiaci na prvok pripojený na koniec hriadeľa 1, ω_{h1} – uhlová rýchlosť konca hriadeľa 1, ω_{h2} – uhlová rýchlosť konca hriadeľa 2, M_{h2} – moment pôsobiaci na prvok pripojený na koniec hriadeľa 2



Obr. 4.9. Bloková schéma pružného hriadeľa bez vnútorného tlenia

M_{h1} – moment pôsobiaci na prvok pripojený na koniec hriadeľa 1, ω_{h1} – uhlová rýchlosť konca hriadeľa 1, ω_{h2} – uhlová rýchlosť konca hriadeľa 2, M_{h2} – moment pôsobiaci na prvok pripojený na koniec hriadeľa 2

4.6. Jednoduchý ozubený prevod

Jednoduchý ozubený prevod s vonkajším, resp. vnútorným ozubením, je možné modelovať na základe znalosti počtu zubov dvojice kolies, typu záberu a pri komplexných modeloch aj účinností pri jednotlivých typoch záberu. Kinematický prevodový pomer jednoduchého ozubeného prevodu je definovaný ako:

$$i_{12} = \frac{\omega_{p1}}{\omega_{p2}} = \pm \frac{d_{w2}}{d_{w1}} = \pm \frac{z_2}{z_1} \quad (4.15)$$

Kde: $\omega_{p1,2}$ – uhlová rýchlosť vstupného (1), výstupného (2) hriadeľa prevodu,

$d_{w1,2}$ – valivé priemery ozubených kolies v prevode,

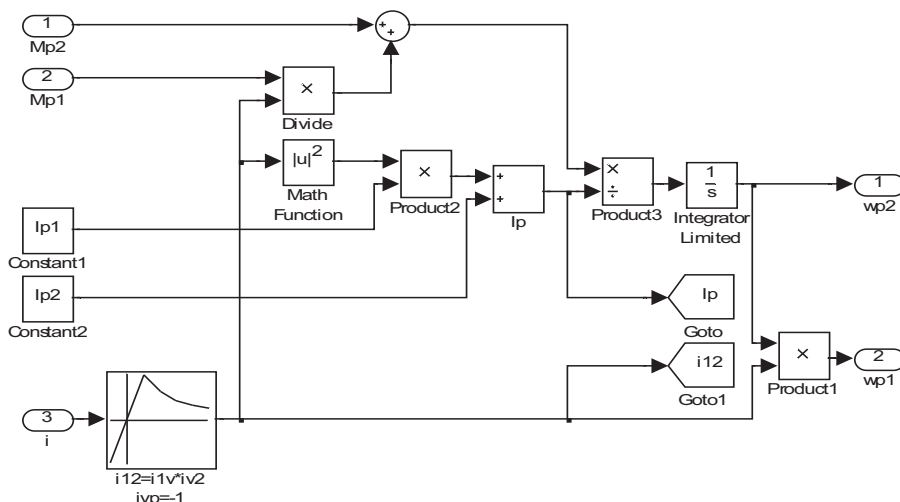
$z_{1,2}$ – počty zubov ozubených kolies v prevode.

Zmysel prevodového pomeru je jednoznačne určený typom použitých ozubených kolies. Ak sú použité dve kolesá s vonkajším ozubením, mení sa v prevode zmysel uhlovej rýchlosti a výsledný prevodový pomer má záporné znamienko. Naopak, ak je použité súkolesie s jedným vonkajším a jedným vnútorným ozubením, zmysel uhlovej rýchlosti ostáva zachovaný a prevodový pomer má kladnú hodnotu. V prípade, keď sa uvažuje bezstratový prenos výkonu, je možné pre tento element definovať pohybové rovnice v tvare:

$$\begin{aligned} I_{p1} \dot{\omega}_{p1} &= M_{p1} - \frac{d_{w1}}{2} \\ I_{p2} \dot{\omega}_{p2} &= F_t \frac{d_{w2}}{2} + M_{p2} \end{aligned} \quad (4.16)$$

V rovnice (4.16) označenie sú definované ako :

- $I_{p1,2}$ moment zotrvačnosti rotačných hmôt spojených so vstupným (1), resp. výstupným (2) hriadeľom prevodu,
- $M_{p1,2}$ krútiaci moment od prvkov radených pred vstupným (1), resp. za výstupným (2) hriadeľom prevodu,
- F_t tangenciálna sila v mieste kontaktu zubov kolies.



Obr. 4.10. Štruktúra prevodovky s možnosťou voľby hodnoty prevodového pomeru I – zaradený prevodový stupeň prevodu, ω_{p1} – uhlová rýchlosť vstupného hriadeľa prevodu, ω_{p2} – uhlová rýchlosť výstupného hriadeľa prevodu, M_{p1} – moment na vstupnom hriadeľi M_{p2} – moment na výstupnom hriadeľi prevodu

Momenty zotrvačnosti $I_{p1,2}$ je možné metódou redukcie hmotných a silových veličín redukovať napr. na výstupný hriadeľ prevodu porovnaním kinetickej energie redukovanej sústavy a jej jednotlivých členov v tvare:

$$\frac{1}{2} I_p \omega_{p2}^2 = \frac{1}{2} I_{p1} \omega_{p1}^2 + \frac{1}{2} I_{p2} \omega_{p2}^2 = \frac{1}{2} I_{p1} i_{12}^2 \omega_{p2}^2 + \frac{1}{2} I_{p2} \omega_{p2}^2 \quad (4.17)$$

Kde: I_p – moment zotrvačnosti celého prevodu redukovaný na jeho výstupný hriadeľ.

Z rovníc (4.17) sa dá eliminovať tangenciálna sila:

$$I_p \dot{\omega}_{p2} = (I_{p2} + i_{12}^2 I_{p1}) \dot{\omega}_{p2} = M_{p2} + i_{12} M_{p1} \quad (4.18)$$

Štruktúra modelu prevodu vytvorená na základe uvedených poznatkov je zobrazená na obr. 4.10. obr. Blok navyše ponúka možnosť voľby hodnoty prevodového pomeru na základe signálu zaradeného prevodového stupňa, čím reprezentuje najjednoduchší model manuálne ovládanej viacstupňovej prevodovky.

Literatúra

- [1] Ammon D.: *Modellbildung und Systementwicklung in Fahrzeugdynamik*. Teubner 1997
- [2] Brumerčík F.: *Simulation of an unconventional vehicle transmission*. Logi: Scientific Journal on Transport and Logistics. Vol. 3, No. 1 (2012)
- [3] Brumerčík F.: *Discrete event simulation of logistic and transport systems*. Logi: Scientific Journal on Transport and Logistics. Vol. 2, No. 1 (2011)
- [4] Brumerčík F.: *Optimalizácia parametrov diferenciálnych kombinovaných hydromechanických prevodoviek z pohľadu minimálneho sumárneho rohového výkonu a maximálnej účinnosti prenosu*. Dizertačná práca, Žilina 2007
- [5] Brumerčík F., Lukáč M.: *Vehicle simulation possibilities* Logi: Scientific Journal on Transport and Logistics. Vol. 3, No. 1 (2012)
- [6] Brumerčík, F., Baštovanský R., Lukáč, M.: *Aplikácia expertných metód, analýz a simulácií pri inovácii technických systémov*. Žilinská univerzita, Žilina 2010
- [7] Brumerčík F., Lukáč M.: *Matematický model spolupráce spaľovacieho motora a komplexného hydrodynamického meniča*. 49. konferencie kateder častí a mechanizmov strojů, Srní 2008
- [8] Brumerčík, F., Pažičan M., Lukáč M.: *Matematický model transmisie s vetvením toku výkonu*. Nekonenčné technológie 05, Žilina 2005

5. Simulácie v procese vývoja a inovácií technických systémov

5.1. Úvod

Simulačné výpočtové prostriedky sú pri vývoji a inovácii technických systémov veľmi silným a efektívnym pracovným nástrojom. Na základe vhodne zostavených matematických modelov simulovaných sústav umožňujú predpovedať správanie sa celého technického systému pri rôznych podmienkach ešte pred skúškami a samotnou výrobou, čo má za následok podstatné zníženie nákladov pri vývoji prototypov.

Matematický model akejkol'vek mechanickej sústavy pozostávajúcej z hmotných telies a rôznych väzieb medzi nimi spočíva v zostavení matematicko-fyzikálnych vzťahov medzi pohybom telies sústavy a silami pôsobiacimi v sústave podľa zákonov dynamiky. V podstate matematický model mechanickej sústavy tvoria pohybové rovnice telies, počiatočné podmienky pohybu sústavy a matematické funkcie popisujúce priebehy hnacích a záťažových síl a momentov pôsobiacich v sústave pri simulácii jej činnosti.

Matematický model mechanickej sústavy je virtuálnou realitou, ktorá jednoznačne popisuje fyzikálnu podstatu sústavy v abstraktnej matematickej forme.

Pri zostavovaní matematického modelu mechanickej sústavy z dôvodov, aby sa znížila formálna náročnosť matematického vyjadrovania, prijímajú sa určité zjednodušujúce predpoklady, ktoré čiastočne idealizujú skutočné fyzikálne vlastnosti telies a väzieb modelovanej sústavy, ale pritom zachovávajú dobrú zhodu výsledkov riešenia s fyzikálnou realitou.

5.2. Efektívne využitie simulácií

V súčasnosti viaceré významné svetové inštitúcie jasne deklarujú dominantné oblasti pre ďalšiu existenciu a vývoj ľudskej spoločnosti. Ide najmä o oblasti dotýkajúce sa energií, surovín a ľudských zdrojov. Predovšetkým energetické problémy a problémy so surovinami tlačia techniku k výraznému zefektívneniu základných oblastí definujúcich životný cyklus ľubovoľného inžinierskeho diela. Tieto oblasti často charakterizujeme ako vývoj, výroba, prevádzka, údržba a recyklácia.

Efektívnosť každej z uvedených oblastí výraznou mierou vplýva na energetiku a surovinové zdroje. Predložená práca sa zameriava hlavne na prvý bod, t.j. na vývoj technických systémov, pričom hlavný dôraz bude kladený na podporu výpočtovej techniky v uvedenej oblasti s ohľadom na aplikáciu moderných metód mechaniky v tomto procese.

V súčasnej, extrémne rýchlej dobe, je nasadzovanie výpočtovej techniky na simuláciu, kontrolu, či optimalizáciu technických systémov jedinou alternatívou,

ako udržať krok s technicky vyspelým svetom. Moderné trendy v konštruovaní sú dnes úzko previazané s počítačmi, prostredníctvom ktorých sme zaznamenali najväčšiu flexibilitu pri tvorbe výkresovej dokumentácie a vizualizácií technických objektov v histórii. Moderný konštruktér je dnes vybavený kvalitným softvérom pre oblasť modelovania a vizualizácie navrhovaných objektov, tvorbu výkresovej dokumentácie a v neposlednom rade aj výpočtovými prostriedkami umožňujúcimi zhodnotiť spoľahlivosť ešte len virtuálneho prototypu. Tým sa dáva do rúk inžinierom silný nástroj na dosiahnutie veľmi krátkej doby medzi myšlienkou a jej „virtuálnym zhmotnením“, samozrejme pri splnení všetkých požadovaných podmienok, či už z pohľadu technológie alebo mechanickej spoľahlivosti.

5.3. Simulácia prvkov transmisii vozidiel

Transmisia vozidla predstavuje komplexný a premenlivý systém. Cieľové funkcie pri optimalizácii sú protichodné a vyžadujú uvažovanie všetkých komponentov a ich meniacich sa vplyvov na celý systém. Simulácia jazdy umožňuje dosiahnutie vhodných riešení a obsiahle pochopenie systému [1, 2].

Transmisie automobilov musia byť optimalizované pre rôzne prevádzkové podmienky - okrem bežného cestovného režimu i pre voľnobeh, jazdu malou rýchlosťou alebo pri meniacom sa zaťažení. Do úvahy treba brať rôzne vplyvy ako napríklad zvyšujúcu sa záťaž, správanie sa vodiča alebo stav vozovky.

Ako výhodné riešenie sa javí objektovo a funkčne orientované modelovanie transmisie. Objektová orientácia predstavuje snahu priblížiť sa fyzikálnou i technickou štruktúrou pri modelovaní čo najviac originálu. Pri zostrojovaní modelu sa tento rozdelí na myslené časti – objekty, ktoré majú lokálne zadefinované potrebné funkcie. Po výbere sú objekty spájané do vhodnej štruktúry tak, aby bola zabezpečená riešiteľnosť daného problému. Zadaním potrebných parametrov je potom objekt pripravený na analýzu.

Z vyššie uvedených skutočností vyplýva, že pri optimalizácii parametrov automobilu je nutné zaoberať sa transmisiou ako celkom, ktorého každá časť má vplyv na výsledné vlastnosti.

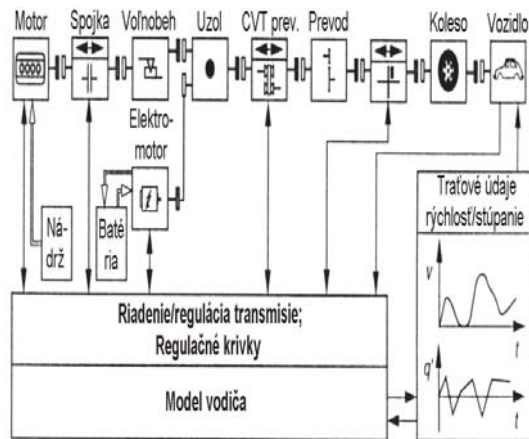
5.4. Matematický model komponentov transmisie vozidla

Zostavenie základného matematického modelu transmisie mobilného vozidla s podmienkou, aby bol použiteľný pri rôznych typoch zapojenia trecích prvkov, rôznych typoch variátorov, diferenciálov a počtoch stupňov stupňovej prevodovky, vyžaduje vytvoriť a definovať jednotlivé moduly takejto transmisie.

5.4.1. Modulárna výstavba modelov

Na spájanie modulov predstavujúcich časti transmisie sa používajú pri uvažovaní pružnosti telies pružné elementy s tlmením, čo umožňuje vykonávať

aj analýzu kmitania sústavy. Tu sa však už oproti skúmaniu dynamiky jazdy nesmú tuhosti a tlmiace faktory odhadovať, ale presne určiť. Každá časť transmisie je popísaná sústavou diferenciálnych rovníc. Na miestach spojení modulov sú dostupné informácie o otáčkach, krútiacich momentoch i stratách. Modelu vodiča je nutné venovať patričnú pozornosť, pretože má výrazný vplyv na spotrebu energie, emisie, jazdné výkony a skupiny zaťaženia (obr. 5.1).



Obr. 5.1. Modulárny model hybridného pohonu

5.4.2. Všeobecný model transmisie s vetvením toku výkonu

Transmisie s vetvením toku výkonu sú často používané v stavbe mobilných pracovných strojov, či už poľnohospodárskych, zemných alebo lesných. Takisto sa využívajú v autobusoch, kde hlavne u mestských znižujú zaťaženie vodiča, zvyšujú komfort jazdy a jej bezpečnosť. Pri vývoji a simulácii takýchto transmisíí je nutné zostaviť ich matematický model, s ktorým potom možno ďalej pracovať. Pri tvorbe schémy transmisie vozidla je zohľadnená požiadavka na všeobecnosť modelu, takže po zadaní istých predpokladov vo výslednom modeli bude použiteľný aj pre jednoduchšie sústavy. Dynamická analýza takejto sústavy sa dá vykonávať pomocou rôznych metód ako sú napr.:

- metóda uvoľnenia,
- metóda redukcie hmotných a silových veličín na jeden, resp. viac členov sústavy.

Na zostavenie pohybových rovníc sa dajú použiť napr:

- D'Alembert – Lagrangeov princíp,
- Lagrangeove diferenciálne rovnice druhého druhu.

Na obr. 5.2 je znázornený všeobecný prípad transmisie so štvorhriadeľovým diferenciálom s variátorom v paralelnej vetve.

Na zostavenie pohybových rovníc takéhoto modelu je výhodné použiť Lagrangeove rovnice druhého druhu v tvare

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{\varphi}_l} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial \varphi_l} + \frac{\partial E_p}{\partial \varphi_l} = M_{ls} \quad \text{pre } l = i, j, k, \quad (5.1)$$

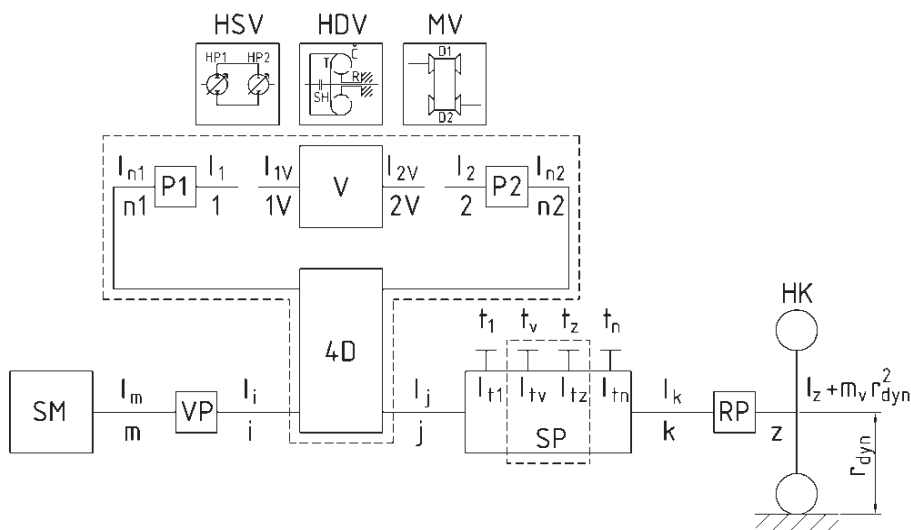
Kde: φ_l – zovšeobecnená súradnica ($l = i, j, k$),

$\dot{\varphi}_l$ – zovšeobecnená uhlová rýchlosť,

E_k – kinematická energia sústavy,

E_p – potenciálna energia sústavy,

M_{ls} – zovšeobecnený sumárny moment pôsobiaci na hriadeľ l ($l = i, j, k$).



Obr. 5.2. Schéma transmisie vozidla:

SM – spaľovací motor, VP – vložený prevod, 4D – štvorhriadeľový diferenciál, P1 – prevod medzi hriadeľom n1 diferenciálu a hriadeľom 1 variátora, P2 – prevod medzi hriadeľom n2 diferenciálu a hriadeľom 2 variátora, HK – hnacie koleso, SP – stupňová prevodovka, RP – redukčný prevod, V – variátor, HDV – variátor hydrodynamický, HSV – variátor hydrostatický, MV – variátor mechanický

Ak sú hriadele n, i, j, k, z považované za tuhé a zanedbajú sa nekonzervatívne tlmiace sily, Lagrangeova rovnica prejde do tvaru:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{\varphi}_l} \right) = M_{ls} \quad \text{pre } l = i, j, k. \quad (5.2)$$

Nato, aby sa dali tieto rovnice využiť, je nutné poznať predovšetkým kinetickú energiu celej sústavy. Postupne pre motor, štvorhriadeľový diferenciál

s variátorom a vloženými prevodmi, stupňovú prevodovku a hnacie koleso zaťažené momentom M_z možno určiť kinetickú energiu ako sumu kinetických energií rotačného pohybu jednotlivých častí transmisie so zanedbaním kinetickej energie satelitov v planétových radoch vykonávajúcich všeobecný pohyb, ktorá je približne o 2 rády nižšia.

$$E_K = \sum_q \frac{1}{2} I_q \omega_q^2, \quad q = m, i, n1, 1, 1V, n2, 2, 2V, j, ti, k, z \quad (5.3)$$

Kde: I_q – hmotné momenty zotrvačnosti častí transmisie,
 ω_q – uhlové rýchlosti hriadeľov transmisie.

Ďalej možno rovnicu rozpísať do tvaru

$$E_K = \frac{1}{2} [I_m \omega_m^2 + I_i \omega_i^2 + I_{n1} \omega_{n1}^2 + (I_1 + I_{1V}) \omega_1^2 + I_{n2} \omega_{n2}^2 + (I_2 + I_{2V}) \omega_2^2 + I_j \omega_j^2 + \sum_{i=1}^n I_{ti} \omega_{ti}^2 + I_k \omega_k^2 + (I_z + m_v r_{dyn}^2) \omega_z^2], \quad (5.4)$$

Kde: m_v – hmotnosť vozidla,
 r_{dyn} – dynamický polomer hnacích kolies určený podľa veľkosti pneumatík.

Medzi uhlovými rýchlosťami platia nasledovné vzťahy dané prevodovými pomermi:

$$i_{VP} = \frac{\omega_m}{\omega_i} \Rightarrow \omega_m = \omega_i i_{VP}, \quad i_{p1} = \frac{\omega_{n1}}{\omega_1} \Rightarrow \omega_1 = \frac{\omega_{n1}}{i_{p1}}$$

$$i_{p2} = \frac{\omega_{n2}}{\omega_2} \Rightarrow \omega_2 = \frac{\omega_{n2}}{i_{p2}}, \quad i_{RP} = \frac{\omega_k}{\omega_z} \Rightarrow \omega_z = \frac{\omega_k}{i_{RP}}. \quad (5.5)$$

Pre neskoršie zostavenie pohybových rovníc transmisie treba ešte vyjadriť vzájomnú závislosť medzi uhlovými rýchlosťami ω_{n1} , ω_{n2} a ω_i , ω_j štvorhriadeľového diferenciálu. Vychádza sa z Willisovej rovnice, ktorá vo všeobecnosti popisuje prevodový pomer medzi centrálnymi členmi v jednoduchom planétovom rade, ak je jeden z nich zastavený. Potom možno pre kinematický prevodový pomer medzi hriadeľmi i a j štvorhriadeľového diferenciálu pri zastavenom člene $n1$ radu R1 písať rovnicu, z ktorej sa po úprave získa uhlová rýchlosť člena $n1$ ako

$$i_{ij}^{(n1)} = \frac{\omega_i - \omega_{n1}}{\omega_j - \omega_{n1}} \Rightarrow \omega_{n1} = \frac{\omega_i - \omega_j i_{ij}^{(n1)}}{1 - i_{ij}^{(n1)}} \quad (5.6)$$

a analogicky pre kinematický prevodový pomer pri zastavenom člene $n2$ radu R2 a uhlovú rýchlosť hriadeľa diferenciálu $n2$

$$i_{ij}^{(n2)} = \frac{\omega_i - \omega_{n2}}{\omega_j - \omega_{n2}} \Rightarrow \omega_{n2} = \frac{\omega_i - \omega_j i_{ij}^{(n2)}}{1 - i_{ij}^{(n2)}}. \quad (5.7)$$

Kde: ω_{n1} , ω_{n2} – a ešte je nutné určiť závislosť uhlovej rýchlosti i – *teho* tretieho prvku ω_{ti} , $i=1, 2, \dots, v, z, \dots, n$ (index v odpovedá treciemu prvku vyradovanému pri zmene rýchlostného stupňa a z zaradovanému treciemu prvku prevodovky) stupňovej prevodovky od rýchlostí ω_j a ω_k hriadeľov j na vstupe a k na výstupe stupňovej planétovej prevodovky.

Použije sa rovnica vyjadrujúca prevodový pomer medzi týmito hriadeľmi pri zastavenom trecom prvku ti . Potom platí, že

$$i_{jk}^{(ti)} = \frac{\omega_j - \omega_{ti}}{\omega_k - \omega_{ti}} \Rightarrow \omega_{ti} = \frac{\omega_j - \omega_k i_{jk}^{(ti)}}{1 - i_{jk}^{(ti)}}. \quad (5.8)$$

Po tejto úprave sú všetky členy pripravené na dosadenie do základnej rovnice vyjadrujúcej kinetickú energiu sústavy (6.1) a možno teda písať, že

$$E_K = \frac{1}{2} \left[I_m \omega_i^2 i_{VP}^2 + I_i \omega_i^2 + I_{n1} \left(\frac{\omega_i - \omega_j i_{ij}^{(n1)}}{1 - i_{ij}^{(n1)}} \right)^2 + (I_1 + I_{1V}) \left(\frac{\omega_i - \omega_j i_{ij}^{(n1)}}{i_{p1} (1 - i_{ij}^{(n1)})} \right)^2 + \right. \quad (5.9)$$

$$\left. + I_{n2} \left(\frac{\omega_i - \omega_j i_{ij}^{(n2)}}{1 - i_{ij}^{(n2)}} \right)^2 + (I_2 + I_{2V}) \left(\frac{\omega_i - \omega_j i_{ij}^{(n2)}}{i_{p2} (1 - i_{ij}^{(n2)})} \right)^2 + I_j \omega_j^2 + \sum_{i=1}^n I_{ti} \left(\frac{\omega_j - \omega_k i_{jk}^{(ti)}}{1 - i_{jk}^{(ti)}} \right)^2 \right]$$

V tejto rovnici sú už všetky veličiny redukované na tri hriadele transmisie, teda i, j a k . Po roznásobení zátvoriek pri dodržaní matematických pravidiel a po úpravách vzniká pre kinetickú energiu výsledná rovnica

$$E_K = \frac{1}{2} \left\{ \left[I_i + I_m i_{VP}^2 + \frac{I_{n1}}{(1 - i_{ij}^{(n1)})^2} + \frac{I_1 + I_{1V}}{i_{p1}^2 (1 - i_{ij}^{(n1)})^2} + \frac{I_{n2}}{(1 - i_{ij}^{(n2)})^2} + \frac{I_2 + I_{2V}}{i_{p2}^2 (1 - i_{ij}^{(n2)})^2} \right] \omega_i^2 \right.$$

$$- 2 \left[\frac{I_{n1} i_{ij}^{(n1)}}{(1 - i_{ij}^{(n1)})^2} + \frac{(I_1 + I_{1V}) i_{ij}^{(n1)}}{i_{p1}^2 (1 - i_{ij}^{(n1)})^2} + \frac{I_{n2} i_{ij}^{(n2)}}{(1 - i_{ij}^{(n2)})^2} + \frac{(I_2 + I_{2V}) i_{ij}^{(n2)}}{i_{p2}^2 (1 - i_{ij}^{(n2)})^2} \right] \omega_i \omega_j$$

$$+ \left[\frac{I_{n1} (i_{ij}^{(n1)})^2}{(1 - i_{ij}^{(n1)})^2} + \frac{(I_1 + I_{1V}) (i_{ij}^{(n1)})^2}{i_{p1}^2 (1 - i_{ij}^{(n1)})^2} + \frac{I_{n2} (i_{ij}^{(n2)})^2}{(1 - i_{ij}^{(n2)})^2} + \frac{(I_2 + I_{2V}) (i_{ij}^{(n2)})^2}{i_{p2}^2 (1 - i_{ij}^{(n2)})^2} + I_j + \sum_{i=1}^n I_{ti} \left(\frac{1}{1 - i_{jk}^{(ti)}} \right)^2 \right] \omega_j^2$$

$$\left. - 2 \left[\sum_{i=1}^n I_{ti} \left(\frac{i_{jk}^{(ti)}}{1 - i_{jk}^{(ti)}} \right)^2 \right] \omega_j \omega_k + \left[\sum_{i=1}^n I_{ti} \left(\frac{i_{jk}^{(ti)}}{1 - i_{jk}^{(ti)}} \right)^2 + (I_k + m_v r_{dyn}^2) \frac{1}{i_{RP}^2} \right] \omega_k^2 \right\} \quad (5.10)$$

alebo aj jednoduchšie ako

$$E_k = \frac{1}{2} (I_{is} \omega_i^2 - 2 I_{ijs} \omega_i \omega_j + I_{js} \omega_j^2 - 2 I_{jks} \omega_j \omega_k + I_{ks} \omega_k^2), \quad (5.11)$$

Kde: I_{is} , I_{ijs} , I_{js} , I_{jks} , I_{ks} – sú sumárne hmotné momenty zotrvačnosti, vyjadrené veličinami v hranatých zátvorkách pri príslušných uhlových rýchlostiach v rovnici (5.9).

Pre výkonovú rovnováhu od vonkajších momentov pôsobiacich na transmisiiu možno napísať vzťah:

$$\sum_q P_q = \sum_q M_q \omega_q = 0, \quad q = m, 1V, 2V, t_i (i = v, z), z, \quad (5.12)$$

Kde: M_q – vonkajšie momenty pôsobiace na jednotlivé časti transmisie, ω_q – uhlové rýchlosti hriadeľov transmisie zaťažených vonkajšími momentami.

Platí teda rovnica

$$M_m \omega_m + M_1 \omega_1 + M_2 \omega_2 + \sum_{i=v,z} M_{ti} \omega_{ti} + M_z \omega_z = 0 \quad (5.13)$$

Ak sa použijú vzťahy (5.5 až 5.8), ktoré platia medzi uhlovými rýchlosťami, potom rovnica (5.13) prejde do tvaru:

$$M_m \omega_i i_{VP} + M_1 \frac{\omega_i - \omega_j i_{ij}^{(n1)}}{i_{p1} (1 - i_{ij}^{(n1)})} + M_2 \frac{\omega_i - \omega_j i_{ij}^{(n2)}}{i_{p2} (1 - i_{ij}^{(n2)})} + \sum_{i=v,z} M_{ti} \frac{\omega_j - \omega_k i_{jk}^{(ti)}}{1 - i_{jk}^{(ti)}} + M_z \frac{\omega_k}{i_{RP}} = 0$$

a po roznásobení členov a vybratí pred zátvorku vzťah prejde do tvaru:

$$\begin{aligned} & \left[M_m i_{VP} + \frac{M_1}{i_{p1} (1 - i_{ij}^{(n1)})} + \frac{M_2}{i_{p2} (1 - i_{ij}^{(n2)})} \right] \omega_i + \\ & + \left[- \frac{M_1 i_{ij}^{(n1)}}{i_{p1} (1 - i_{ij}^{(n1)})} - \frac{M_2 i_{ij}^{(n2)}}{i_{p2} (1 - i_{ij}^{(n2)})} + \sum_{i=v,z} \frac{M_{ti}}{1 - i_{jk}^{(ti)}} \right] \omega_j \\ & + \left[- \sum_{i=v,z} \frac{M_{ti} i_{jk}^{(ti)}}{1 - i_{jk}^{(ti)}} + \frac{M_z}{i_{RP}} \right] \omega_k = 0 \end{aligned} \quad (5.14)$$

alebo zjednodušené:

$$M_{is} \omega_i + M_{js} \omega_j + M_{ks} \omega_k = 0, \quad (5.15)$$

Kde: M_{is} , M_{js} , M_{ks} – tzv. sumárne momenty pôsobiace na hriadeľoch i , j , k vyjadrené veličinami v hranatých zátvorkách pri príslušných uhlových rýchlostiach v rovnici (5.14).

Rôzne hodnoty parametra K_i pre rôzne blokové schémy sú uvedené v tab. 5.2

Časť sumárneho momentu M_{js} , resp. M_{ks} , označovaná tiež ako redukovaný moment trecieho pryku:

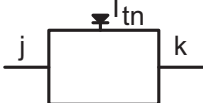
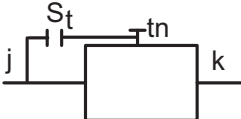
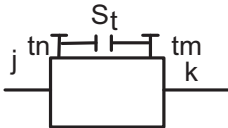
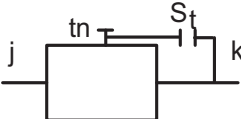
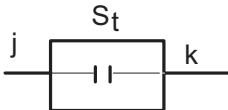
$$M_{Rti} = \frac{M_{ti}}{1 - i_{jk}^{(ti)}}, i = v, z, \quad (5.16)$$

sa dá prepísať do tvaru

$$M_{Rti} = -\frac{M_{ti}}{K_t}, \quad (5.17)$$

Kde: K_t – parameter typu blokovej schémy.

Tab. 5.2. Rôzne hodnoty parametra K_t pre rôzne blokové schémy

Trecí prvok ti	Bloková schéma	Súčiniteľ K_t
Brzda		$K_t = i_{jk}^{(tn)} - 1$
Spojka		$K_t = \frac{i_{jk}^{(tn)} - 1}{i_{jk}^{(tn)}}$
		$K_t = \frac{(i_{jk}^{(tn)} - 1)(i_{jk}^{(tm)} - 1)}{i_{jk}^{(tn)} - i_{jk}^{(tm)}}$
		$K_t = i_{jk}^{(tn)} - 1$
		$K_t = 1$

Po úpravách možno vykonať parciálne a časové derivácie v rovniciach (5.2) s využitím vzťahov (5.11) a (5.15).

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{\phi}_i} \right) &= \frac{d}{dt} (I_{is} \omega_i - I_{ijs} \omega_j) = I_{is} \dot{\omega}_i - I_{ijs} \dot{\omega}_j = M_{is} \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{\phi}_j} \right) &= \frac{d}{dt} (-I_{ijs} \omega_i + I_{js} \omega_j - I_{jks} \omega_k) = -I_{ijs} \dot{\omega}_i + I_{js} \dot{\omega}_j - I_{jks} \dot{\omega}_k = M_{js} \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{\phi}_k} \right) &= \frac{d}{dt} (-I_{jks} \omega_j + I_{ks} \omega_k) = -I_{jks} \dot{\omega}_j + I_{ks} \dot{\omega}_k = M_{ks}
\end{aligned} \quad (5.18)$$

Z rovníc (5.18) možno vyjadriť časové derivácie uhlových rýchlostí ako

$$\dot{\omega}_i = \frac{M_{is} + I_{ijs} \dot{\omega}_j}{I_{is}}, \quad \dot{\omega}_k = \frac{M_{ks} + I_{jks} \dot{\omega}_j}{I_{ks}} \quad (5.19)$$

a dosadiť do ostávajúcej rovnice

$$-I_{ijs} \frac{M_{is} + I_{ijs} \dot{\omega}_j}{I_{is}} + I_{js} \dot{\omega}_j - I_{jks} \frac{M_{ks} + I_{jks} \dot{\omega}_j}{I_{ks}} = M_{js}, \quad (5.20)$$

ktorá sa po úpravách dostane do tvaru

$$\begin{aligned}
\dot{\omega}_j \left(-\frac{I_{ijs}^2}{I_{is}} + I_{js} - \frac{I_{jks}^2}{I_{ks}} \right) &= \frac{I_{ijs}}{I_{is}} M_{is} + M_{js} + \frac{I_{jks}}{I_{ks}} M_{ks}, \\
\dot{\omega}_j \frac{-I_{ijs}^2 I_{ks} + I_{js} I_{is} I_{ks} - I_{jks}^2 I_{is}}{I_{is} I_{ks}} &= \frac{I_{ijs}}{I_{is}} M_{is} + M_{js} + \frac{I_{jks}}{I_{ks}} M_{ks}, \\
\dot{\omega}_j &= \frac{1}{-I_{ijs}^2 I_{ks} + I_{js} I_{is} I_{ks} - I_{jks}^2 I_{is}} (I_{ijs} I_{ks} M_{is} + I_{js} I_{ks} M_{js} + I_{jks} I_{is} M_{ks})
\end{aligned} \quad (5.21)$$

Spätným dosadením vzťahov (5.18) do (5.17) vznikne konečný tvar pohybových rovníc a teda sústavu rovníc možno po úpravách prepísať do tvaru

$$\begin{aligned}
\dot{\omega}_i &= \frac{1}{D} (a_{ii} M_{is} + a_{ij} M_{js} + a_{ik} M_{ks}) \\
\dot{\omega}_j &= \frac{1}{D} (a_{ji} M_{is} + a_{jj} M_{js} + a_{jk} M_{ks}) \\
\dot{\omega}_k &= \frac{1}{D} (a_{ki} M_{is} + a_{kj} M_{js} + a_{kk} M_{ks})
\end{aligned} \quad (5.22)$$

V rovnice (5.22) označenie sú definované ako :

- $D = I_{is} (I_{js} I_{ks} - I_{jks}^2) - I_{ks} I_{ijs}^2$
- $a_{ii} = I_{js} I_{ks} - I_{jks}^2, a_{ij} = I_{ijs} I_{ks}, a_{ik} = I_{ijs} I_{jks},$
- $a_{ji} = I_{ijs} I_{ks}, a_{jj} = I_{is} I_{ks}, a_{jk} = I_{is} I_{jks},$
- $a_{ki} = I_{ijs} I_{jks}, a_{kj} = I_{is} I_{jks}, a_{kk} = I_{js} I_{ks} - I_{ijs}^2$

Ak sa do odvodených rovníc (5.10) a (5.14) dosadí za $i_{n1} = 0$, výsledkom je matematický model diferenciálneho variátorového prevodu s diferenciálom na výstupe.

Ak sa do uvedených rovníc dosadí za $i_{n2} = \infty$, výsledkom je matematický model diferenciálneho variátorového prevodu s diferenciálom na vstupe.

Ak sa dosadí za $i_{ij}^{(n1)} = 0$ a súčasne za $i_{ij}^{(n2)} = \infty$, výsledkom je matematický model sériového variátorového prevodu.

Predstavený matematický model základnej časti transmisie je časťou veľkého celku, ktorým je celkový matematický model vozidla. Transmisia vyžaduje ďalej matematický model hnacieho motora, príslušného variátora, nábehov tlakov v riadiacich prvkoch atď.

Je nanajvýš nutné pred samotným modelovaním zvážiť, či je vhodné vybrať sa cestou vytvorenia všeobecného modelu a prijatím istých podmienok ho redukovať na potrebnú úroveň s prípadnou možnosťou jeho zmeny v budúcnosti, alebo vytvoriť model, ktorý bude zohľadňovať situáciu v len práve riešenej transmisii aj za cenu, že stratí svoju všeobecnosť [3, 4].

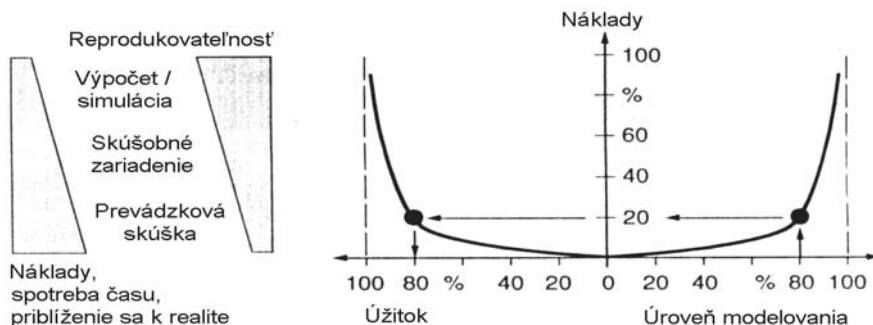
5.5. Simulácia jazdy vozidla

Simulácia jazdy vozidla sa dá rozdeliť do 3 skupín:

- *Submikroskopická* (dynamiky vozidla) s ohľadom na optimalizáciu komponentov transmisie. Modelujú sa jednotlivé časti transmisie. Uvažuje sa 1 vozidlo v pozorovanom úseku cesty, dynamika transmisie vzhľadom na spotrebu, emisie a záťažové skupiny.
- *Mikroskopická* (premávky) sleduje pohybové deje vozidla v závislosti od premávky (jazda v kolóne bez možnosti predbiehania). Uvažuje sa 1 vozidlo v interakcii s inými vozidlami v pozorovanom úseku cesty a jeho správanie v závislosti od ostatných účastníkov premávky.
- *Makroskopická* (toková) s využitím poznatkov o mechanickom kontinuu (prúdy vozidiel). Do úvahy sa berú cestné siete, príjazdové dávkovanie, vedenie regionálnych ciest, voľba ciest.

Simulácia má veľký význam najmä z hľadiska skracujúcich sa časov vývoja v automobilovom priemysle. Nemôže síce úplne nahradiť testovacie jazdy, ale redukuje ich množstvo.

V čase, keď ešte nie je k dispozícii prototyp, poskytuje možnosti vyjadrenia sa k spotrebe, emisiám, výkonom, záťažovým skupinám, životnosti a správania sa vozidla. Výsledky simulácií môžu byť použité ako predpokladané pre skúšky na skúšobnej stoliči. Tu sa skúša reálny systém (riadenie prevodovky) pri podmienkach generovaných počítačom (vodič, cesta, vozidlo) [4].



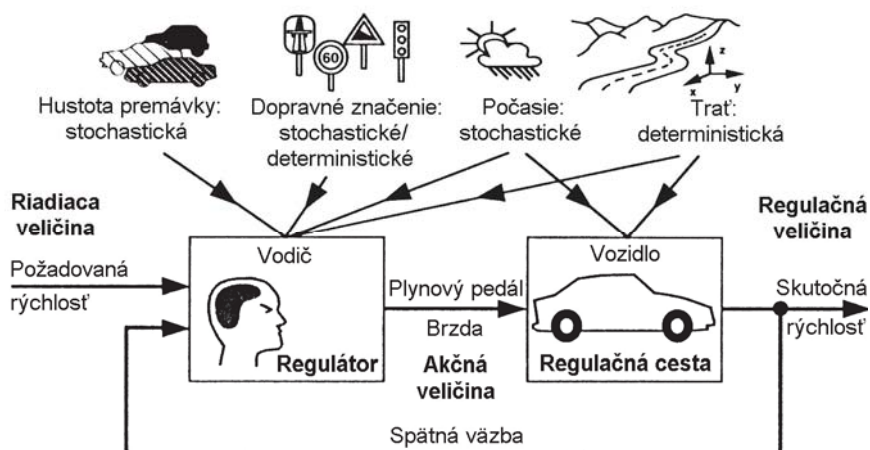
Obr. 5.3. Charakteristické znaky simulácie jazdy a prevádzkových skúšok

Výhody simulácie oproti testom spočívajú v reprodukovateľných podmienkach, dobrom pomere času k nákladom, stálej možnosti výpočtu a skrátenie času vývoja pomocou simultánneho konštruovania. Keďže simulácia znamená prenos reality do modelu, sú nutné určité zjednodušenia a idealizácie. Táto strata reálnosti je zmysluplná, ak sú výdavky a náklady v správnom pomere (obr. 5.5).

5.5.1. Poruchové veličiny prostredia

Jadrom simulácie jazdy je regulačný obvod vodič – vozidlo – trať (obr. 5.5obr. 5.). Vodič má v tomto obvode úlohu regulátora na regulačnej ceste vozidla, pričom cieľom je priblížiť skutočnú rýchlosť čo naviac k požadovanej, ktorá vystupuje ako regulačná veličina. Pod pojmom želaná alebo požadovaná rýchlosť rozumieme rýchlosť, ktorou by sa vozidlo pohybovalo, keby naň nepôsobili žiadne poruchové veličiny prostredia.

Na vodiča, ako aj na vozidlo predstavujúce regulačnú cestu pôsobia poruchové veličiny prostredia. Sú to hlavne ostatní účastníci cestnej premávky, jej pravidlá, počasie a trojrozmerný profil trate. Dôležitým vplyvom sú aj podmienky prevádzky. Trate a štýl jazdy sú závislé od vodiča, a teda sú veľmi rôzne. Preto je nutné pri dimenzovaní prevodovky brať do úvahy rovnako reprezentatívne ako aj extrémne podmienky nasadenia. Nepostačuje vykonávať len bežné testovacie simulačné cykly, ale treba pristúpiť aj k simulácii reálnych tratí.



Obr. 5.4. Poruchové veličiny prostredia a ich vplyv na proces regulácie

Prevádzkové podmienky sa dajú získať pri tzv. *pilotnej jazde*. Pri nej okrem profilu trate získame i informácie o priestore trate a rýchlosti. Tento rýchlostný profil sa tiež označuje ako pilotný a sú v ňom zahrnuté aj poruchové veličiny prostredia, ktoré pôsobili na vodiča a vozidlo počas pilotnej jazdy. Použitie pilotnej rýchlosti ako riadiacej veličiny pre simuláciu je osvedčenou metódou. Ako alternatíva sa môže použiť aj rýchlosť získaná mikroskopickou simuláciou premávky, pri ktorej sa táto vypočíta zo žiadanej rýchlosti a poruchových veličín prostredia.

Väzba medzi submikroskopickou a mikroskopickou simuláciou je prospešná pre jej výstupy. Príveľa nastavovacích parametrov a príliš komplexné modely premávky môžu mať rušivý vplyv na výpovednú hodnotu výsledkov [5].

5.5.2. Súbor dát o trati a ich získanie

Nutnosť získania vertikálneho profilu trate pre simuláciu je daná potrebou určenia stúpaní na danom úseku, mal by byť preto určený čo najpresnejšie. Získava sa tiež horizontálny profil trate (sklony v zákrutách) a informácie o priestore trate, napr. miestne prejazdy, obmedzenia rýchlostí, šírka cesty, atď., ktoré potom slúžia ako dodatočné rozhodovacie kritériá pre regulátor (vodiča) alebo regulačné veličiny pre simuláciu premávky.

Ak sa použije tzv. pilotná rýchlosť ako regulačná veličina pre simuláciu, musí byť pilotné vozidlo podobné v type a motorizácii simulovanému vozidlu. Pre získanie informácií o trati sa môžu použiť aj metódy merania barometrického tlaku, gyroskopické merania a zber dát prostredníctvom GPS.

5.5.3. Metódy simulácie jazdy

Regresná metóda sa vyznačuje snahou o popis všetkých komplexných závislostí jazdy pomocou funkcií. Podľa vyhodnotenia početných testovacích jazd sa pomocou regresnej analýzy sprostredkujú funkčné vzťahy medzi parametrami jazdy a trate. Pomocou takto získaných funkcií sa určia rozdelenia pravdepodobnosti pre rýchlosti a ťažné sily v závislosti od typu vodiča, vozidla, trate a podmienok prostredia. Z toho vyplynie rozdelenie prevádzkových režimov pre simuláciu, stavy motora a teda aj spotreby paliva.

Analytická metóda je založená na základných rovniciach jazdnej dynamiky. Zaužívaný je pre ňu i pojem geodetická, resp. dynamická simulácia. Pozdĺž jednotlivých úsekov trate sú na základe tzv. riadiacej (požadovanej) rýchlosti integrované pohybové rovnice. Reálne podmienky trate sa získavajú pri pilotnej (skúšobnej) jazde. Podstatné výhody analytickej metódy spočívajú vo všestrannosti vzhľadom na možnosti použitia a rozširovanie modelu. Moderné simulačné programy sú založené na princípe "príčina - následok" (regulátor jazdy reaguje na odchýlku skutočnej rýchlosti od požadovanej zmenou polohy plynového pedálu) [6, 7].

5.6. Dynamický model vozidla

Riešenie matematických modelov aj tých najzložitejších problémov je obmedzené možnosťami výpočtovej techniky, presnosťou použitej numerickej metódy ako aj znalosťou riešenej problematiky, ktorá je často limitovaná úrovňou poznania. Matematické modelovanie nemôže odstrániť pochybnosti, ktoré vždy sprevádzajú vývoj a výskum nových produktov. Bez vhodných experimentov a testov na reálnom výrobku nie je možné spustiť ich výrobu, avšak pomerne drahým testovaním nie je možné sledovať všetky vlastnosti. Preto, dnes význam počítačovej simulácie rastie aj vďaka rýchlemu napredovaniu vývoja. Pomocou matematického aparátu a základných princípov modelovania dokážeme vierohodne popísať niektoré javy charakterizujúce prevádzku daného technického diela.

Z pohľadu dynamického správania sa vozidla (automobilu) je potrebné vyhodnocovať dva základné atribúty charakterizujúce jeho kvalitu, a to:

- úroveň zvislých vibrácií súvisiacich s komfortom jazdy,
- úroveň vodorovných vibrácií, resp. pohybov súvisiacich s bezpečným chodom vozidla (predbiehací manéver, stabilita v zákrute atď.).

Ak sa bude ďalej rozoberať model automobilu, tak je ho možné rozdeliť na

- model karosérie so zabudovanými hnacími a riadiacimi jednotkami,
- model pneumatiky a vypruženia.

V ďalšom texte sú spomenuté predovšetkým problémy hodnotenia konštrukčných celkov alebo ich prvkov z pohľadu dynamiky, t.j. úrovne vibrácií.

Ako už bolo uvedené, z mechaniky sú známe viaceré výpočtové prístupy pretransformované do softvérovej podoby. Najobľúbenejšie numerické metódy inžinierskej mechaniky patria:

- metóda konečných diferencií,
- metóda prenosových matic,
- metóda konečných prvkov,
- metóda hraničných prvkov,
- metódy pre „multibody“ dynamiku sústav telies (tuhých aj poddajných).

Dnes sú samozrejme rozvíjané ďalšie numerické metódy mechaniky poddajných telies, predovšetkým tzv. bezsiet'ové resp. bezprvkové metódy, ktoré spájajú výhody metódy konečných prvkov a hraničných prvkov, avšak ich vývoj najmä v oblasti numerickej stability a konvergencie i aplikácie na rôznorodé úlohy mechaniky i celej fyziky je stále ešte v štádiu testovania a vývoja.

Problematika dynamiky vozidiel, najmä automobilov, patrí medzi tradičné a stále aktuálne témy výskumu konštruktérov. Dnes, keď úroveň počítačovo podporovaných technológií dosiahla vysoký stupeň aplikovateľnosti, je počítačová simulácia dôležitým prostredníkom medzi predstavami človeka a realitou [8, 9].

Súčasný pohľad na riešenie problémov techniky vedie od tvorby modelu cez simuláciu až k optimalizácii. Je to proces náročný, ale dominujúci v procese moderného konštruovania. Hlavnou úlohou predkladanej práce bude rozbor prístupov pri tvorbe dynamických a matematických modelov vozidiel s následnou simuláciou vybraných dejov. Súčasťou riešenia daného problému bude vyšetrovanie vhodnosti modelu pneumatiky a jej modelových vlastností na hodnoty zrýchlenia karosérie automobilu, resp. stabilitu chodu vozidla.

Literatúra

- [1] Gillespie D.: *Fundamentals of vehicle dynamics*. Society of automobile engineers, Inc.
- [2] Hathaway B.R.: *Vehicle design*. SAE 2000
- [3] Milliken F., Milliken D.: *Race car vehicle dynamics*. SAE 1995.
- [4] Rill, G.: *Vehicle dynamics*. Regensburg 2002.
- [5] Sayers M., Han, D. A.: *Generic multibody vehicle model for simulating handling and braking*. IAVSD Symposium, Ann Arbor, USA 1995.
- [6] Shaban, A.: *Computational Dynamics*, John Wiley & Sons, Inc. 2001.
- [7] Shaban, A.: *Dynamics of multibody systems*. Cambridge 2005.
- [8] Schmeitz A.: *A semi-empirical three-dimensional model of the pneumatic tyre over arbitrarily uneven road surfaces*. Netherlands 2004.
- [9] Xu C., Yi H., Huang C.: *Experimental study of vehicle modelling and ride comfort simulation based on the topology structure analysing*.

6. Badania analityczne obciążeń bezprzegubowego wirnika ogonowego

6.1. Wprowadzenie

Pewne ograniczenia wynikające z natury śmigłowców do których można zaliczyć m.in. stosowanie napędu pośredniego, stosowanie wirnika nośnego jako układu równoważącego siłę ciężkości i wytwarzającego siłę ciągu we wszystkich stanach lotu, zmuszają do szukania nie konwencjonalnych metod zwiększenia prędkości lotu, manewrowości czy też zmniejszenia poboru mocy. Rozwiązania te jednak nie wymuszają projektowania całego śmigłowca od zera. W celu odciążenia wirnika nośnego przy dużych prędkościach dosyć często stosuje się takie rozwiązania jak: dodatkowe skrzydło, sterowane usterzenie poziome, wentylatory, śmigło pchające które może być otunelowane bądź też nie, silniki odrzutowe. Złożony na ogół system sterowania kierunkowego w tych układach, zwłaszcza przy małych prędkościach lotu, mógłby być zastąpiony jednym elementem aktywnym wytwarzającym zarówno ciąg poziomy jak i momenty sterowania.

Jednak jednym z dosyć istotnych problemów występujących w procesie projektowania śmigłowca jest możliwie poprawne określenie charakterystyk nowej konstrukcji zanim zostanie ona zbudowana. Dążenie do obniżenia kosztów opracowania nowej maszyny, testów na stanowiskach naziemnych, badań tunelowych oraz prób w locie, skłania do rozwoju analitycznych metod wyznaczania własności wiroplątów. Symulacja komputerowa umożliwia wykrycie niekorzystnych cech konstrukcji we wczesnej fazie projektowania, a następnie skorygowanie odpowiednich jej parametrów.

Prawidłowe przewidywanie własności dynamicznych wirnika jest trudnym zadaniem ze względu na złożoność i współzależność zjawisk fizycznych występujących na wirujących łopatach. Nawet podczas ustalonego lotu poziomego śmigłowca elementy łopat wirnika znajdują się w zmiennych warunkach opływu. Lokalne kąty natarcia i składowe prędkości opływu ulegają zmianie w trakcie każdego obrotu wału wirnika w wyniku sumowania prędkości lotu śmigłowca i prędkości kątowej wirnika. Sterowanie skokiem cyklicznym i ogólnym, wprowadzające zmiany kąta nastawienia łopat, również wpływa na wielkość kątów natarcia w poszczególnych przekrojach łopat. Dodatkowo pod działaniem obciążeń łopaty ulegają skręceniu i ugięciom wzdłuż promienia oraz wykonują wahania względem przegubów pionowych i poziomych głowicy. Na tarczy wirnika mogą wystąpić: obszary przepływów ściśliwych z towarzyszącym wzrostem oporu aerodynamicznego na końcu łopaty nacierającej, przepływy odwrotne w pobliżu nasady łopaty powracającej oraz strefy oderwania przy dużych kątach natarcia. Rozkład charakterystyk masowo-szytywnościowych łopat ma istotny wpływ na wielkość ich odkształceń, redukcję

drgań oraz uniknięcie niekorzystnych rezonansów. Łopaty podlegają złożonemu stanowi obciążeń aerodynamicznych i masowych, który dodatkowo komplikuje się w wyniku występowania sprzężeń między siłami, a ruchem i odkształceniami łopat. Możliwość określenia charakterystyk wirnika stanowi podstawę dla dalszych analiz własności śmigłowca: sprawdzenia wytrzymałości struktury, oszacowania osiągnięć, przewidywania poziomu drgań, symulacji lotu itp.

W ciągu ostatnich kilkunastu lat opracowywano bądź też udoskonalano systemy oprogramowania [16, 17] wykorzystujące modele analityczne w celu przewidywania własności wirników i śmigłowców. W Instytucie Lotnictwa opracowano programy komputerowe obejmujące zagadnienia obciążeń wirników nośnych [9, 15]. Do wyznaczania obciążeń łopat wirnika, głowicy wirnika i elementów układu sterowania stosowano program OBCWN (OBCiążenia Wirnika Nośnego), który to właśnie został wykorzystany w niniejszej pracy. W literaturze [1, 2, 4] można znaleźć informacje przydatne w tworzeniu modeli obliczeniowych dotyczących dynamiki śmigłowców, zjawisk aeroelastycznych na łopatach wirnika oraz zmiennych obciążeń elementów konstrukcji w różnych stanach lotu.

Uwzględniany w poniższym opracowaniu model fizyczny śmigła ogonowego mającym sztywne oraz sztywno mocowane łopaty, rozwinęto przez wprowadzenie analizy wielołopatowej umożliwiającej uwzględnianie różnic w charakterystykach masowych, sztywnościowych i aerodynamicznych poszczególnych łopat co pozwoliło obliczeniowo wyznaczyć zmiany składowych obciążenia wału wirnika i odkształceń łopat przy technologicznym rozrzucie ich własności. Wprowadzono możliwość sterowania skokiem ogólnym i cyklicznym w trakcie symulowanego ruchu przestrzennego śmigłowca. Dzięki takiemu rozwiązaniu mogłaby być zapewniona sterowność kierunkowa śmigłowca i uniknięcie tworzenia się pierścienia wirowego [5], [6], [7], który jest bardzo niebezpiecznym zjawiskiem, nawet przy zerowej sile ciągu śmigła.

Praca obejmuje badania analityczne obciążeń bezprzegubowego śmigła ogonowego, którego badania symulacyjne metodą numerycznej mechaniki płynów (CFD) dla uproszczonego modelu geometrycznego, zostały przedstawione w pracy [4].

Celem artykułu jest analiza obciążeń wirnika przy jego antysymetrii na niskich wysokościach, wraz z oceną oddziaływania na pracę wirnika, z wykorzystaniem metody Galerkina (OBCWN). Opisano koncepcję sterowania jednym śmigłem (wirnikiem) realizującym ciąg oraz momenty odchyłania i pochylania w wiropłacie. Publikacja stanowi uzupełnienie pracy [4], w której przedstawiono propozycje rozwiązania numerycznego z wykorzystaniem programu Ansys Fluent. Przeprowadzoną analizę modalną wykonano bazując na parametrach geometrycznych oraz danych masowych, sztywnościowych i aerodynamicznych śmigła ogonowego śmigłowca PZL W-3 Sokół [8]. Do obliczeń z zakresu obciążeń wirnika wykorzystano często stosowaną metodę wyznaczania obciążeń łopat według Galerkina. Służy ona do przybliżonego

rozwiązywania równań opisujących ruch drgających łopat wirnika [12]. Do wyznaczenia częstości drgań w płaszczyźnie ciągu, obrotu oraz drgań skrętnych łopaty wykorzystano program Vibram bazujący na metodzie macierzowej [11].

6.2. Model obciążeń śmigłowca według Galerkina (OBCWN)

Istota metody Galerkina polega głównie na założeniu postaci drgań modelu, wstawieniu postaci do równania, a następnie jego obustronnym scałkowaniu i spowodowaniu, aby powstała reszta była minimalna. Do tego celu stosuje się rozwiązania równania drgań poprzecznych belki wirującej [13]. Równanie takiej belki ma następującą postać:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(EJ \frac{d^2 S_n}{dx^2} \right) - R^2 \frac{d}{dx} \left(G \frac{d S_n}{dx} \right) - m \lambda_n^2 \Omega^2 R S_n = 0 \quad (6.1)$$

Gdzie: EJ – sztywność giętna odcinka osi sprężystej łopaty
 G – sztywność skrętna odcinka osi sprężystej łopaty
 Ω – prędkości kątowa
 λ – współczynnik przepływu
 m – masa skupiona segmentu łopaty wirnika
 S_n – siła boczna
 R – promień śmigła

Zakładając linię ugięcia, po podstawieniu do równania (6.1) sprowadzonego do postaci o jednostkowej długości.

$$S_n(x) = A_1 \gamma_1(x) + A_2 \gamma_2(x) + \dots A_i \gamma_i(x) \quad (6.2)$$

Kolejnym elementem algorytmu jest przemnożenie każdego wyrazu przez $\gamma_j(x)$ i scałkowanie od 0 do 1, a następnie przyrównanie otrzymanego wyrażenia do zera. Czynność ta umożliwia otrzymanie n równań dla określenia współczynników A_{ij} . Postępowanie takie jest adekwatne do wstawienia założonego rozwiązania do równania (6.1). W wyniku takiego podstawienia powstanie błąd $\varepsilon(x)$:

$$J = \int_0^1 \varepsilon^2(A_i, x) dx \quad (6.3)$$

Tworząc funkcjonał o postaci można zażądać, aby osiągał on minimum, czyli:

$$\frac{\partial J}{\partial A_1} = \frac{\partial J}{\partial A_2} = \frac{\partial J}{\partial A_3} \dots \dots \frac{\partial J}{\partial A_n} = 0 \quad (6.4)$$

W wyniku rozwiązania równania (6.4) otrzymujemy n równań umożliwiających wyznaczenie współczynników A_i .

Metoda modalna (Galerkina) może być stosowana do układów nieliniowych jak i tłumionych, co stanowi jej główną zaletę. Warunkiem jednak jest to, aby

zakładane postacie rozwiązania $S_n(x)$ spełniały brzegowe warunki geometryczne i dynamiczne. Program OBCWN w którym zastosowano tą metodę, pozwala na symulację obciążeń modelu wirnika śmigłowca o elastycznych łopatach i sprężystym ich zawieszeniu. Za jego pomocą można wyznaczyć odkształcenia aeroelastyczne i obciążenia aerodynamiczne pojedynczych łopat, wypadkowe obciążeń wirnika oraz obciążenia całego układu śmigłowca. W programie OBCWN przeprowadzana może być analiza wielołopatowa, gdzie korzystając z metody Galerkina postacie drgań własnych łopat służą do wyznaczania ruchów odkształcalnych łopat. Łopata w takim przypadku traktowana jest jako struktura złożona z osi sprężystej i segmentów mas skupionych. Dzięki powyższemu algorytmowi obliczeniowemu możliwe jest badanie wirników z łopatami o różnych własnościach masowo-sztywnościowych oraz aerodynamicznych. Wyznaczane są parametry ruchu i obciążenia łopat znajdujących się na różnych azymutach tarczy wirnika. Po zsumowaniu oddziaływań od wszystkich łopat określone jest obciążenie wału wirnika dla danej chwili czasu. Model łopaty wirnika w przedstawionym programie zdefiniowano przyjmując następujące założenia [12]:

- ciągły rozkład masy rzeczywistej łopaty zastąpiono układem mas skupionych zaczepionych w środkach ciężkości segmentów łopaty,
- przekroje łopaty z masami skupionymi połączono odcinkami odkształcalnej osi sprężystej, którym przypisano własności sprężyste łopaty,
- masy skupione leżące poza osią sprężystą połączono z nią przy pomocy nieważkich i nieodkształcalnych łączników,
- oś sprężysta łopaty może jednocześnie podlegać skręcaniu oraz zginaniu w płaszczyznach ciągu i obrotów,
- masom skupionym przypisano masowe momenty bezwładności segmentów łopaty,
- łopatę zawieszono przegubowo lub sprężysto względem trzech osi (przeguby poziomy, pionowy i osiowy),
- uwzględniono sprzężenie kinematyczne wahań i przekręceń łopaty,
- zakłada się doskonałą sztywność wału wirnika nośnego w stanie nieodkształconym, oś sprężysta pokrywa się z osią przekręceń łopaty.

6.3. Dobór danych do programów obliczeniowych

Podczas kompletacji danych wejściowych do modelu obliczeniowego śmigła skorzystano z danych masowych, sztywnościowych i aerodynamicznych śmigła ogonowego śmigłowca SW-3. Uproszczeniami konstrukcyjnymi w programach Vibram oraz OBCWN są: wprowadzenie przegubu pionowego oraz poziomego do ramienia łopaty, modyfikację sztywności przegubów i utwierdzenie huśtawkowego zamocowania łopaty do wału. Wprowadzenie wszystkich trzech

przegubów zostało dokonane na potrzeby programów obliczeniowych, a zwiększenie sztywności realizuje warunek śmigła bezprzegubowego.

Zgodnie z [3, 10] decydujący wpływ na wartość momentów wytwarzanych na piaście wywołanych wahaniami i odchyleniami łopaty ma odległość przegubów od środka obrotu wirnika. Położenie przegubu poziomego ma kluczowe znaczenie na moment pochylający i przechylający śmigłowca wytwarzany na wirniku. Uzyskiwane momenty są proporcjonalne do odległości przegubów od środka obrotu do wartości około 10% długości łopaty. Jako warunek ustalenia odpowiedniej sztywności śmigła zakładamy położenie ekwiwalentnego przegubu poziomego w odległości około 40% długości łopaty od osi obrotu, tak jak dla łopat wirników ABC (Advancing Blade Concept). Wirniki ABC pracują w układzie współosiowym, przeciwbieżnym i umieszczone są w niewielkiej odległości od siebie, charakteryzują się dużą sztywnością, aby nie nastąpiła kolizja łopat podczas sterowania skokiem okresowym. Dla porównania: odległość ekwiwalentnego przegubu dla śmigłowca Puma wynosi 3,8% R, zaś dla śmigłowca BO 105 z wirnikiem bezprzegubowym 14% R.

Warunek na sztywność śmigła można zapisać wzór:

$$100\% \frac{l_0}{R} = 40\% \quad (6.5)$$

Gdzie: R – promień łopaty

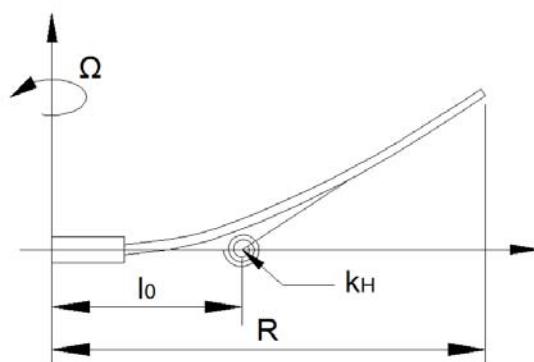
l_0 – położenie ekwiwalentnego przegubu w płaszczyźnie ciągu

Dla przyjętej wartości promienia łopaty $R = 1,515$ [m] otrzymano przełożenie ekwiwalentnego przegubu równe $l_0 = 0,606$ [m].

Według [14] przy obliczaniu pierwszej częstości wahań łopaty w płaszczyźnie ciągu ω_1 , można posłużyć się wzorem (6.6) zastępując wirnik przegubowy o sztywnych łopatach podobnym dynamicznie wirnikiem bezprzegubowym o łopatach elastycznych (rys. 6.1).

$$\frac{l_0}{R} = \frac{(\omega_1^2 - 1)}{(\omega_1^2 + 0,5)} \quad (6.6)$$

Dla wartości promienia łopaty $R = 1,515$ [m] i przełożeniu ekwiwalentnego przegubu $l_0 = 0,606$ [m] otrzymano wartość $\omega_1 = 1,41$ [1/s]



Rys. 6.1. Schemat uproszczenia deformacji łopaty, k_H – sztywność w przegubie poziomym [14]

Do wyznaczenia częstości drgań w płaszczyźnie ciągu, obrotu oraz drgań skrętnych łopaty został zastosowany program Vibram, wykorzystujący w swych obliczeniach metodę macierzową [11]. W tej metodzie łopata została podzielona na segmenty, z których każdy zawiera skupioną masę. Odcinki łączące skupione masy posiadają stały rozkład sztywności giętnej, oraz skrętnej. Metoda macierzowa polega na liniowej transformacji wektora stanu segmentu łopaty przez macierz przejścia, zawierającą zależności sił i odkształceń między sąsiednim segmentem. W jej skład wchodzi warunki równowagi odcinka łopaty, oraz wzory na ugięcie pryzmatycznej belki.

Po uwzględnieniu warunków brzegowych, powstałe zależności można rozwinąć w układ równań algebraicznych które mają rozwiązanie nie trywialne gdy wyznacznik charakterystyczny jest równy zero. Elementy tego wyznacznika są funkcjami częstotliwości drgań własnych oraz prędkości kątowej obrotu łopaty. Jeśli odpowiednio dobierając prędkość obrotową śmigła, oraz sztywność przegubów, otrzymana wartość pierwszej częstości drgań giętnych w płaszczyźnie ciągu będzie zbliżona do wartości uzyskanej ze wzoru (6.5) warunek sztywności śmigła bezprzegubowego dla tej płaszczyzny zostanie spełniony. Łopata została podzielona na 20 elementów (tab. 6.1).

Tab. 6.1. Podział łopaty na segmenty

Nr segmentu	Współrzędne podziału łopaty X [m]	Masy segmentów łopaty M [kg]	Sztywność giętna w płaszczyźnie ciągu EJ[Nm ²]	Sztywność giętna w płaszczyźnie obrotu FJ[Nm ²]	Sztywność skrętna GJ [Nm ²]
1	0,082	5,095	1000000	1000000	1000000
2	0,200	3,206	384000	36700	1000000
3	0,291	2,684	384000	36700	1000000
4	0,375	1,576	384000	36700	1000000
5	0,425	0,512	31960	130040	29360
6	0,515	0,403	31960	130040	29360
7	0,595	0,330	2950	115000	23650
8	0,675	0,292	2750	99000	19000
9	0,755	0,270	2600	86000	18750
10	0,835	0,254	2475	87000	18000
11	0,915	0,241	2450	102000	16750
12	0,995	0,230	2425	111000	15750
13	1,075	0,225	2450	114000	15000
14	1,155	0,224	2400	116000	14500
15	1,235	0,222	2300	119000	14500
16	1,315	0,166	2200	99000	12000
17	1,355	0,110	1741	78700	8580
18	1,395	0,177	1810	73200	7810
19	1,475	0,190	1810	73200	7810
20	1,515	0,068	1810	73200	7810

6.4. Przykładowe wyniki analizy modalnej

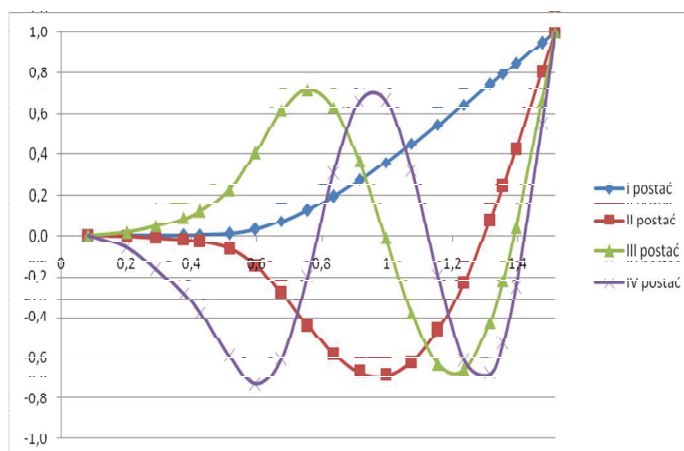
6.4.1. Częstości i postaci drgań własnych przyjętego modelu łopaty

Zakładając że po wprowadzeniu modyfikacji danych masowych własności aerodynamiczne segmentów łopat nie zmieniają swoich wartości, uzyskana została pierwsza częstość drgań giętnych w płaszczyźnie ciągu wynosząca 1,5 [1/s]. Jest to zadowalający wynik. Otrzymana wartość pierwszej częstości drgań giętnych w płaszczyźnie ciągu jest zbliżona do wartości uzyskanej ze wzoru (6.5). Warunek sztywności śmigła bezprzegubowego dla płaszczyzny ciągu został więc spełniony.

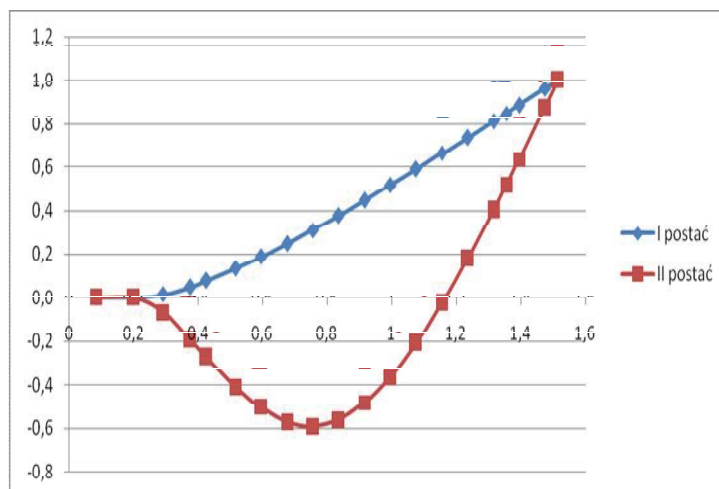
W tabeli 6.2. zestawiono częstotliwości drgań własnych przyjętego modelu łopaty, zaś ich przebiegi zobrazowano na rys. 6.2÷6.4.

Tab. 6.2. Częstotliwości drgań własnych przyjętego modelu łopaty.

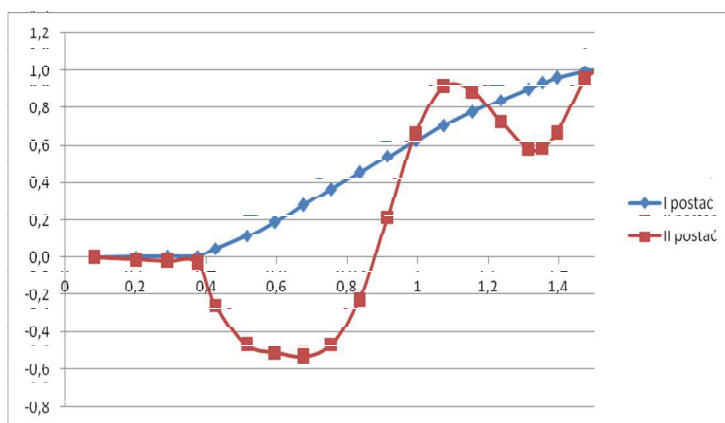
Częstotliwości drgań giętnych w płaszczyźnie ciągu				Częstotliwości drgań giętnych w płaszczyźnie obrotu		Częstotliwości drgań skrętnych	
1,538	5,206	11,663	18,769	2,146	13,194	13,500	25,856



Rys. 6.2. Postaci drgań giętnych łopaty w płaszczyźnie ciągu



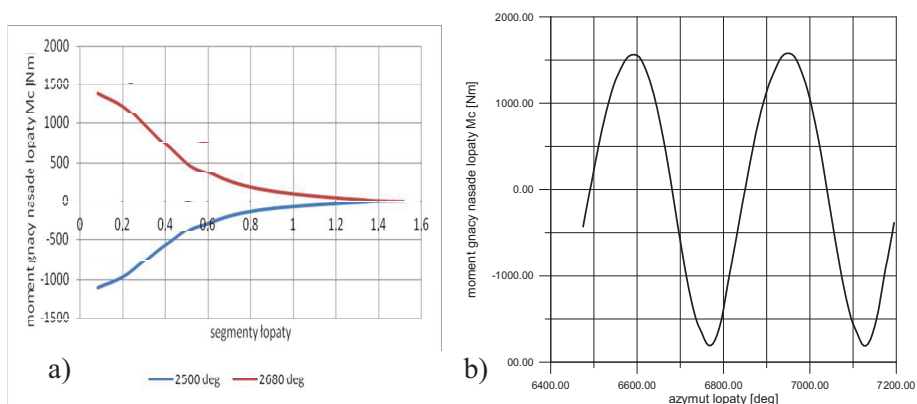
Rys. 6.3. Postaci drgań giętnych łopaty w płaszczyźnie obrotu



Rys. 6.4. Postaci drgań skrętnych łopaty

6.4.2. Obciążenia i odkształcenia łopat oraz wpływ wybranych parametrów na zdolność wytwarzania momentu sterowania kierunkowego

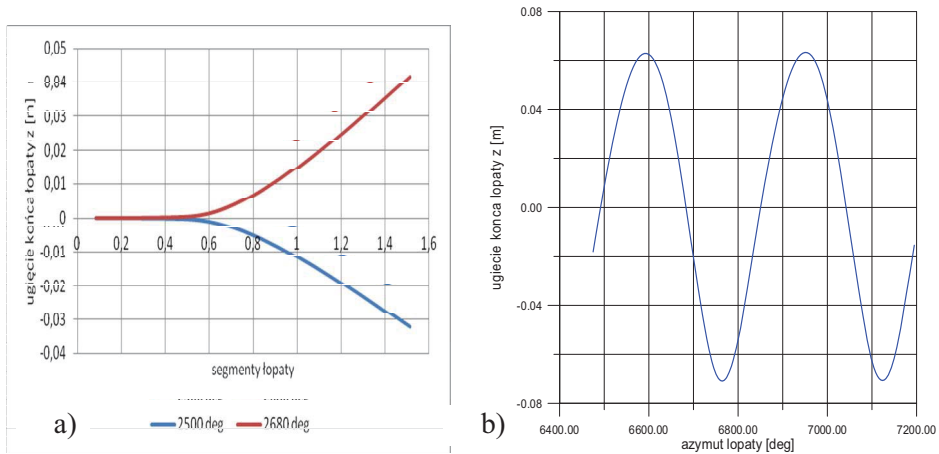
W analizowanym przypadku śmigło pracowało przy zerowej sile ciągu i wychyleniu tarczy sterującej równej $\Theta_x = 7^\circ$. Zastosowanie skoku okresowego spowodowało znaczący wzrost odkształceń, oraz obciążeń łopaty w odniesieniu do lotu z prędkością postępową (rys. 6.5). Wyniki obliczeń przedstawiono dla segmentów łopaty, wydzielonych zgodnie z tabelą 6.1.



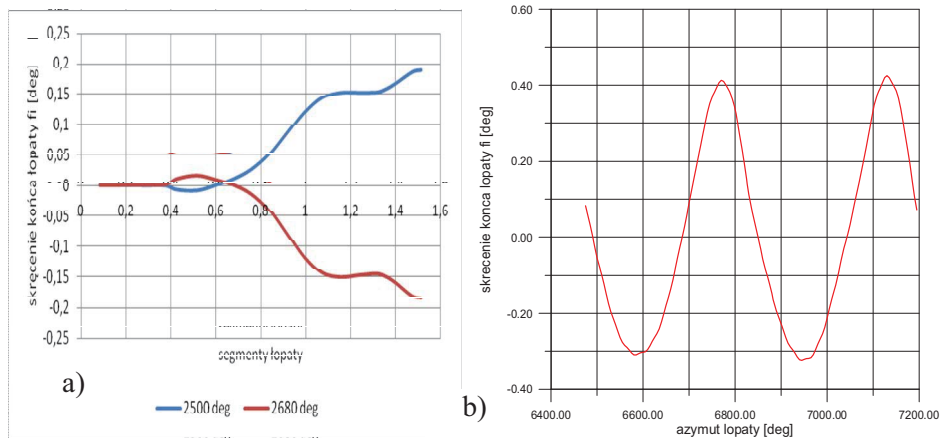
Rys. 6.5. Obciążenia w segmentach łopaty dla lotu z prędkością postępową a) w funkcji promienia b) w funkcji azymutu

Na wykresach (rys. 6.6, 6.7), pokazano deformację giętą łopaty w dwóch prostopadłych płaszczyznach oraz jej skręcenie, przy maksymalnym wychyleniu

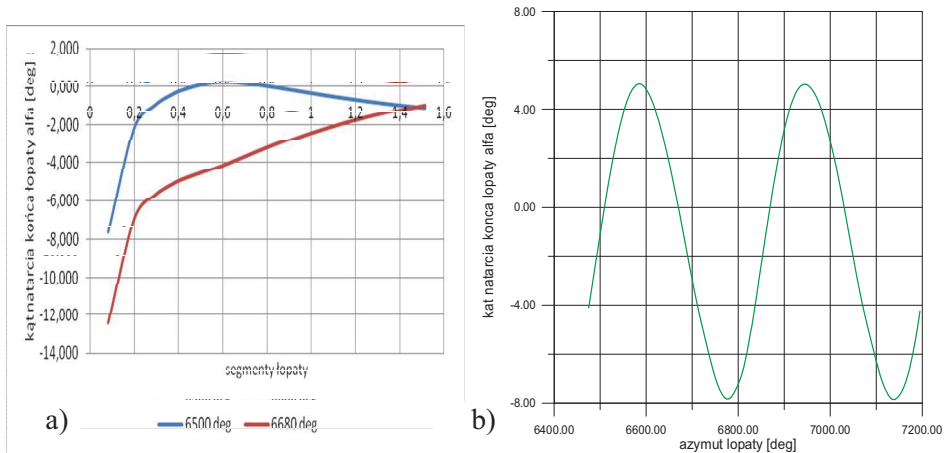
tarczy sterującej $\Theta_x = 7^\circ$, w celu porównania dla azymutu 2500 [deg] i dla azymutu różniącego się o 180° . Dodatkowo na rys. 6.8 pokazano zmiany kąta natarcia końca łopaty, zarówno w funkcji promienia jak i azymutu.



Rys.6.6. Odształcenia giętne łopat przy wychyleniu tarczy sterującej $\Theta_x = 7^\circ$, Z – w płaszczyźnie obrotów: a) w funkcji promienia b) w funkcji azymutu

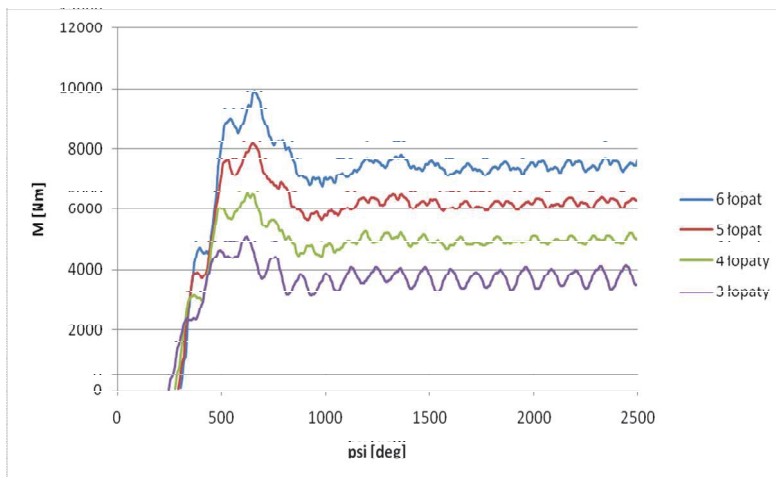


Rys. 6.7. Odształcenia skrętne łopaty przy wychyleniu tarczy sterującej $\Theta_x = 7^\circ$: a) w funkcji promienia b) w funkcji azymutu



Rys. 6.8. Zmiany kąta natarcia końca łopaty przy wychyleniu tarczy sterującej $\Theta_x = 7^\circ$ a) w funkcji promienia b) w funkcji azymutu

Analizy nie wykazały niestateczności ruchu, ani przekroczenia odkształceń, które mogłyby spowodować zniszczenie łopaty. Sumując obciążenia łopat można obliczyć wypadkowe obciążenia wału (rys. 6.9).



Rys. 6.9. Wykres momentu wypadkowego sterowania w głowicy wirnika w funkcji azymutu

Na początku wykresu widoczne jest zanikanie warunków początkowych rozwiązania. Dodatkowo można zaobserwować jak liczba łopat wpływa na zdolność wytwarzania momentu sterowania kierunkowego.

6.5. Podsumowanie

Przeprowadzenie obliczeń w zakresie obciążeń bezprzegubowego śmigła ogonowego możliwe było dzięki wykorzystaniu programu OBCWN służącego do wyznaczania obciążeń i odkształceń łopat wirnika. Program OBCWN pozwala na symulację obciążeń modelu wirnika śmigłowca o elastycznych łopatach i sprężystym ich zawieszeniu. Model wirnika nośnego utworzony jest przez łopaty wraz z ramionami głowicy. Jest to analiza wielołopatowa, gdzie korzystając z metody Galernika postacie drgań własnych łopat służą do wyznaczania ruchów odkształcalnych łopat. Łopat traktowana jest tu jako struktura złożona z osi sprężystej i segmentów mas skupionych. W wyniku obliczeń za pomocą programu OBCWN uzyskano obciążenia i odkształcenia oddziałujące na łopatę, a także obciążenia występujące na wale. Na ich podstawie wykreślono poszczególne charakterystyki w funkcji promienia i azymutu.

Podsumowując warunek sztywności śmigła bezprzegubowego dla płaszczyzny ciągu został spełniony. Analizy nie wykazały niestateczności ruchu, ani przekroczenia odkształceń, które mogłyby spowodować zniszczenie łopaty. Dodatkowo na podstawie otrzymanych wyników można zauważyć wpływ liczby łopat na zdolność wytwarzania momentu sterowania kierunkowego. Zamieszczone w pracy uzyskane charakterystyki obliczeniowe z łatwością można porównywać z rezultatami innych metod obliczeniowych i wynikami eksperymentalnymi. Ich weryfikacja wykazuje, iż charakter krzywych i wartości liczbowe uzyskane na podstawie wyników z zaprezentowaną w pracy [4] metodą numeryczną są zgodne z oczekiwanymi.

Ponieważ nie istnieją metody obliczeniowe umożliwiające uzyskanie precyzyjnych i jednoznacznych wyników, dlatego rezultaty symulacji opisanej w tej pracy przy użyciu zaprezentowanego modelu obliczeniowego są porównywalne z innymi metodami i mieszczą się w granicach błędu.

Literatura

- [1] Bielawa R., *Rotary Wing Structural Dynamics and Aeroelasticity*, AIAA Education Series, 1995.
- [2] Bramwell A.R.S., *Helicopter Dynamics*, Edward Arnold, Londyn 1976.
- [3] Bukowski J., Łucjanek W., *Napęd śmigłowy. Teoria i praktyka*. Wyd. MON, 1986.
- [4] Falkowicz K., Jonak J., *Numeryczne badania opływu bezprzegubowego śmigła ogonowego*, Polioptymalizacja i komputerowe wspomaganie projektowania, tom XII, Wyd. UPK, Koszalin, 2014.
- [5] Grzegorzczak K., *Analiza zjawiska pierścienia wirowego na wirniku nośnym śmigłowca*. Prace Ilot, 6/2009 (201), Warszawa, 2009.

- [6] Grzegorzczak K., *Analiza aerodynamiczna własności śmigłowca z uwzględnieniem nadmuchu wirnika nośnego*. Prace Instytutu Lotnictwa, Warszawa 2011.
- [7] Grzegorzczak K., Pierścień wirowy na śmigle ogonowym śmigłowca jednowirnikowego, Modelowanie inżynierskie 42, Gliwice 2011.
- [8] Protokół SW3, Agusta Westland.
- [9] Stanisławski J., *Symulacyjne badanie wpływu sterowania wyższą harmoniczną na obciążenia wirnika nośnego śmigłowca*, Prace Instytutu Lotnictwa nr 149-150, Warszawa 1997.
- [10] Szabelski K., Jancelewicz B., Łucjanek W., *Wstęp do konstrukcji śmigłowców*. WKŁ, Warszawa, 1995.
- [11] Szumański K., *Drgania śmigłowców*. Politechnika Lubelska, Lublin, 2011
- [12] Szumański K.: *Model symulacyjny dynamiki wirnika śmigłowca w granicach nieustalonych stanów lotu*. Prace Ilot, nr 89, Warszawa, 1982
- [13] Szumański K., Szumański A.: *Śmigłowcowe wirniki nowej generacji*. Prace Ilot, Warszawa 1984
- [14] Szumański K., *Teoria i badania śmigłowców w ujęciu symulacyjnym*, Biblioteka Naukowa Instytutu Lotnictwa, Poz.5, Warszawa 1997.
- [15] Szumański K., *Badania symulacyjne procesów projektowania i eksploatacji śmigłowców w celu zwiększenia ich trwałości*, Instytut Lotnictwa, Opracowanie nr BL-727, wydanie wewnętrzne, Warszawa 1990.
- [16] Wang J., *Challenges of Rotor Dynamics Correlation*, American Helicopter Society, 54th Annual Forum, Washington, V 1998.
- [17] Wang J., *Recent Rotor Dynamics Prediction at Sikorsky Aircraft*, 24th European Rotorcraft Forum, Marsylia, IX 1998.

Część II

Podstawy teoretyczne procesów konstruowania i optymalizacji

7. Úvod do štruktúrálnej optimalizácie

7.1. Matematická formulácia optimalizačného problému

Cieľom optimalizácie v počítačom podporovanom konštruovaní je nájsť taký optimálny návrh konštrukcie, ktorý zodpovedá zadaným technickým špecifikáciám. V tomto je zahrnuté kvantitatívne porovnanie viacerých návrhov, z ktorých je následne vybraný ten najvýhodnejší. Pre dosiahnutie tohto cieľa musí byť konštrukčný problém najskôr transformovaný na matematický optimalizačný problém, a ten následne riešený pomocou princípov, metód a aplikácií matematickej optimalizácie.

Technický optimalizačný problém môže byť formulovaný v jednoduchej matematickej forme: minimalizácia cieľovej funkcie $f(x)$, pri rešpektovaní okrajových podmienok typu:

- nerovnosť $-g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, I$,
- rovnosť $-h_k(x) = 0 \quad k = 1, \dots, K$,
- interval $\underline{x}_j \leq x_j \leq \overline{x}_j \quad j = 1, \dots, N$,
- kde $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^N$ sú návrhové premenné.

Optimalizačný problém je výpočtový problém, ktorého cieľom je nájsť najlepšie možné riešenie. Inými slovami, nájsť riešenie v danej oblasti, ktorá má minimum (alebo maximum) cieľovej funkcie [1].

Cieľová funkcia je funkcia, ktorej návrhové premenné sú asociované s optimalizačným problémom, ktorý určuje dodržanie návrhu.

Návrhové premenné sú parametre, ktoré môžu byť modifikované počas optimalizačného procesu z dôvodu zlepšenia návrhu. Tieto parametre kontrolujú niektoré vlastnosti modelu, ako sú napríklad tvar, veľkosť, hrúbka, materiál alebo zaťaženie.

Podmienky rovnosti a nerovnosti sú všetky obmedzenia predpísané konštrukcii počas optimalizácie na zabezpečenie prijateľného optimálneho návrhu, ktoré definujú prípustnú a neprípustnú oblasť. Obvykle sú tieto podmienky pre štruktúrne problémy napríklad maximálne dovolené napätia, podmienky stability, maximálna alebo minimálna dovolená deformácia, podmienky vyplývajúce z technológie výroby. Hraničné podmienky sú horná a dolná hranica návrhových premenných.

Pre uskutočnenie štruktúrálnej optimalizácie musí optimalizačný model zodpovedať problému, ktorý bol definovaný. Optimalizačný model je formálne vyjadrenie možných zmien štruktúry konštrukcie počas hľadania optimálneho návrhu. Ďalej musí byť definovaná prípustná oblasť.

Optimalizačný model musí mať tieto dôležité vlastnosti:

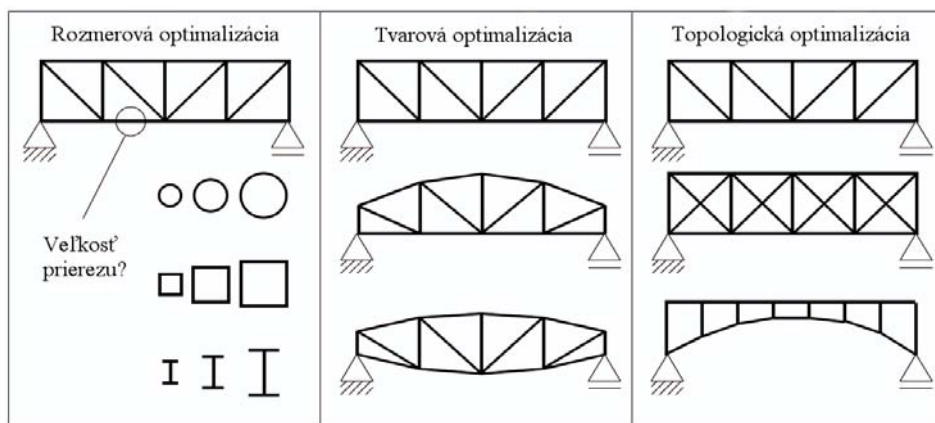
- definované návrhové premenné, ktoré môžu byť modifikovateľné,
- relácie medzi optimalizačným modelom a štrukturálnym modelom použitým na vyhodnotenie,
- definovanú cieľovú funkciu, ktorá poskytuje skalárne vyjadrenie realizovaného riešenia,
- definované okrajové podmienky predpísané návrhu.

Je dôležité pamätať na to, že optimalizačný model má najväčší podiel na výsledku optimálneho riešenia hľadaného vo vnútri dovolenej oblasti.

7.2. Typy štrukturálnej optimalizácie

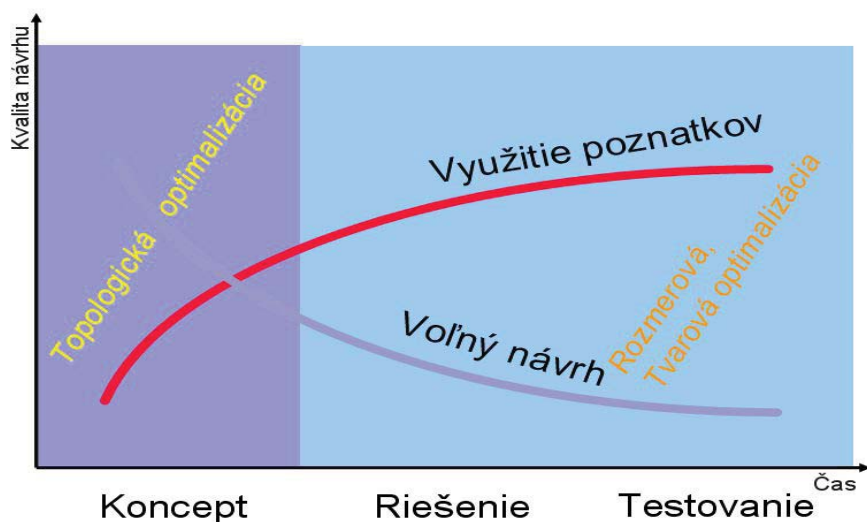
Pre rôzne konštrukčné návrhy sa bežne uvažujú tri fázy. Prvá fáza je koncepcná, kde sa vyberá konštrukčný systém a forma. Táto etapa zahŕňa praktické skúsenosti a úsudok, nemá algoritmický základ, a preto je ťažké ju automatizovať. Druhá fáza je predbežná, kde sa určuje tvar konštrukcie a definuje geometria. Vo finálnej fáze sa návrh detailne rozpracuje [5].

Obrázok 4.1 ilustruje tri základné druhy štrukturálnej optimalizácie. Každá z nich má rôznu stratégiu, ktorá je podrobnejšie rozpísaná v ďalších kapitolách.



Obr. 7.1. Druhy štrukturálnej optimalizácie

Štrukturálna optimalizácia sa využíva v rôznych fázach návrhu konštrukcie (obr. 7.2).



Obr. 7.2. Integrácia optimalizačných metód pri návrhu konštrukcie

7.2.1. Rozmerová optimalizácia

Konštrukcia je definovaná skupinou rozmerov. Rozmerová optimalizácia sa pokúša nájsť optimálnu kombináciu niekoľkých pevne daných konštrukčných parametrov (napr. prierezy, hrúbky), ktoré sa optimalizujú podľa cieľovej funkcie. Počas optimalizácie sa modifikujú iba vlastnosti prvkov. Preto je pomerne ľahké vypočítať zmeny návrhu. Okrem toho všetky prvky počiatočného návrhu sa stále vyskytujú aj v optimalizovanom návrhu.

Rozmerová optimalizácia je zvyčajne implementovaná vo fáze detailného rozpracovania konštrukcie.

7.2.2. Tvarová optimalizácia

Tvarovú optimalizáciu, ktorú rozpracovali Haftka a Grandhi [6], optimalizuje plochu alebo geometriu konštrukcie pri dodržaní určitých podmienok. Východiskový návrh pre tento druh optimalizácie vychádza buď z už existujúceho návrhu alebo z výsledkov topologickej optimalizácie. Je veľmi často používaná na zníženie koncentrátorov napätí. Typické pre tvarovú optimalizáciu je lokálne použitie a býva úspešne aplikovaná v leteckom a automobilovom priemysle na zlepšenie detailov jednotlivých riešení návrhu. Výraznou nevýhodou tvarovej optimalizácie je, že sa spolieha na už existujúci návrh a vyžaduje niekoľkokrát „premapovať“ konečnoprvkový model počas optimalizácie.

Sú možné dva prístupy: prvý prístup je založený na konečno – prvkovom modeli, kde uzlové súradnice popisujúce geometriu sú použité ako návrhové premenné. Toto väčšinou vyžaduje veľké množstvo návrhových premenných, čo vedie k vytvoreniu drsných a nerovnomerných hrán a je obtiažne zachovať počas optimalizácie adekvátne mapovanie. Druhý prístup používa parametre geometrického modelu ako návrhové premenné. Na použitie tejto metódy potrebuje systém spojenie medzi geometrickým a konečno – prvkovým modelom a počas každej iterácie musí byť celý konečno – prvkový model premapovaný podľa geometrických zmien.

7.2.3. Topologická optimalizácia

Cieľom topologickej optimalizácie je nájsť optimálnu topológiu konštrukcie podľa presných kritérií. Tento spôsob vedie k nájdeniu optimálneho rozdelenia materiálu, alebo k optimálnemu rozloženiu konštrukčných prvkov v návrhovom priestore optimalizáciou cieľovej funkcie pri známych okrajových podmienkach a zaťažení. Ide o systematický proces, ktorý odstraňuje a prerozdeľuje materiál, alebo konštrukčné prvky v návrhovom priestore. Voči rozmerovej a tvarovej optimalizácii požiadavky na numerický výpočet prudko vzrastajú z dôvodu veľkého množstva návrhových premenných. Topologická optimalizácia sa využíva hlavne v koncepcnej fáze konštrukčného návrhu.

Topologická optimalizácia je vo väčšine prípadov založená na metóde konečných prvkov. Na začiatku je to tzv. základný priestor, kde je využiteľný návrhový priestor pre daný problém rozdelený na konečné prvky. Počas optimalizačného procesu sú niektoré východiskové elementy odstránené podľa daných kritérií. Rôzne topologické optimalizačné metódy sa líšia hlavne spôsobom použitým na elimináciu elementov. Na konci optimalizácie je topológia konštrukcie daná zostávajúcimi elementami.

Existujú dva typy topologickej optimalizácie, odvodené od typu štruktúry:

- návrhový priestor je rozdelený do uzlov, ktoré sú spojené pomocou nosníkových prvkov. Topologická optimalizácia uchováva len najviac využité členy, ktoré optimalizuje vzhľadom na predpísané zaťaženie a charakteristické kritériá. Komplexný prehľad diskkrétnej topologickej optimalizácie je opísaný v [3],
- topologická optimalizácia kontinua: rozloženie materiálu je opísané parametrami (objemové časti, mikroštruktúra) v celom návrhovom priestore. Konštrukcia je modelovaná a optimalizovaná ako kontinuum. Optimalizačný proces systematicky a iteračne odstraňuje a prerozdeľuje materiál v celej oblasti, čím sa získa nový návrh konštrukcie. Táto metóda je podrobne opísaná v [8].

7.3. Metódy topologickej optimalizácie

7.3.1. Homogenizačná metóda

Na začiatku optimalizácie je celá štruktúra rovnomerne rozložená v celom návrhovom priestore, ktorý je rozdelený na konečné prvky s odpovedajúcimi materiálovými vlastnosťami. Počas optimalizácie je hmota prerozdelená, čím sa získa optimálny návrh. Na vykonanie tohto prerozdelenia sa zaviedli normalizované hustoty Q_i ($0 < Q_i < 1$), ktoré definujú materiálové vlastnosti a sú združené s každým konečným prvkom. Tieto normalizované hustoty sú vlastne návrhové premenné optimalizačného problému. Optimum je hľadané pomocou gradientnej metódy. Princíp tejto metódy je založený na tom, že v určitom mieste návrhového priestoru je hľadané minimum, ktoré má lokálne najstrmší spád a je to negatívom gradientu cieľovej funkcie. Na konci optimalizačného procesu riešenie obsahuje tzv. prázdne elementy ($Q_i = 0$) a plné (solid) elementy ($Q_i = 1$), ktoré definujú optimálnu topológiu [4,11].

7.3.2. Evolučná konštrukčná optimalizácia (ESO)

Je založená na princípe postupného odstraňovania neefektívneho materiálu podľa toho, ako sa vyvíja v smere najlepšieho tvaru. Táto metóda využíva niekoľko kritérií na vyberanie elementov, ktoré majú byť odstránené. Tieto kritériá môžu byť napríklad založené na úrovni lokálnych napätí, kde je predpoklad, že slabo namáhaný materiál je nevyužívaný a bude postupne odstraňovaný. Úroveň napätia v novom návrhu sa týmto stáva viac a viac homogénnou. ESO metódy môžu byť veľmi výkonné na získanie nového návrhu, ale nie vždy vedú k nájdeniu optimálneho riešenia z dôvodu využívania lokálnych kritérií. Metódou založenou na podobnom princípe je tzv. „Soft Kill Option“ metóda (SKO).

7.3.3. Bublinová metóda

Je založená na princípe zmien topológie vkladáním dier do štruktúry. Topologická optimalizácia využíva iterovanie, umiestňovanie a hierarchickú štruktúru optimalizovaného tvaru nových dier. To znamená, že hranice návrhu sú brané ako návrhové parametre a optimalizovaný tvar nových dier a iné premenlivé hranice ako parametre optimalizácie [7].

Metódy založené na princípe analógie s prírodou: sú to metódy topologickej optimalizácie založené na princípe simulácie prírodných fenoménov. Najznámejšie z nich sú: simulácia ochladzovania [1,8], genetické algoritmy, adaptívna mineralizácia kostí [14] a „Soft Kill Option“ metóda (SKO).

7.3.4. Genetické algoritmy

Metóda využívajúca genetické algoritmy je založená na princípe prirodzeného výberu a má výrazné rozdiely v porovnaní s tradičnými optimalizačnými metódami. Tieto algoritmy patria do triedy pravdepodobnostných vyhľadávacích metód. Genetické algoritmy začínajú optimalizáciu stzv. populáciou návrhov. Pracujú na princípe kódovania návrhových premenných vo vláknach rovnako ako chromozómy. Menia populáciu v optimálnom smere na základe simulácie princípov prirodzenej evolúcie využívaním genetických a biologických mechanizmov, ako napríklad reprodukcie, mutácie a princípu prežitia najlepšieho. Základy aplikácie genetických algoritmov do konštrukčnej optimalizácie položil Hajela [10].

Hoci metód pre topologickú optimalizáciu je vyvinutých niekoľko, v súčasnej dobe nie sú k dispozícii programové systémy, ktoré by využívali všetky vyššie opísané optimalizačné metódy:

- Altair Hyperworks,
- Ansys,
- Tosca,
- Optishape,
- PGA pack,
- Topopt,
- Genesis.

V tabuľke 7.1 sú zhrnuté vlastnosti jednotlivých optimalizačných softvérov uvedených vyššie. Pri hodnotení softvéru sa brali do úvahy tieto vlastnosti:

- možnosti topologickej optimalizácie (minimalizácia objemu pre predpísanú tuhosť, maximalizácia tuhosti pre predpísaný objem, maximalizácia vlastných frekvencií pre predpísaný objem, výrobné okrajové podmienky (napr. smer rastu materiálu, minimálna, alebo maximálna veľkosť rebra), podmienky symetrie),
- vlastný riešič,
- spracovanie výsledkov,
- ďalšie možnosti softvéru (možnosť využitia softvéru okrem topologickej optimalizácie aj na iné účely, napr. konečno – prvkové statické analýzy, dynamické analýzy, tvarová a rozmerová optimalizácia, atď.).

Tab. 7.1 Vlastnosti softvérov vhodných pre topologickú optimalizáciu

Optimalizačný softvér	Vlastnosti							
	Min. objemu pre predpísanú tuhosť	Max. tuhosti pre predpísaný objem	Max. vlastných frekvencií pre predpísaný objem	Výrobné okrajové podmienky	Podmienky symetrie	Vlastný riešič	Spracovanie výsledkov	Ďalšie prídavné možnosti
Altair	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Ansys	✓	✓	✓	✗	✗	✓	✗	✓
Tosca	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓
Optishape	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓
PGA pack	✓	✓	✓	✗	✗	✓✗	✗	✗
Topopt	✓	✓	✓	✗	✗	✓	✗	✗
Genesis	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓

Z hľadiska možnosti topologickej optimalizácie všetky vlastnosti obsahujú programy Altair, Tosca, Optishape a Genesis. Zostávajúce programy obsahujú len základné možnosti optimalizácie ako minimalizácia objemu pre predpísanú tuhosť, maximalizácia tuhosti pre predpísaný objem a maximalizácia vlastných frekvencií pre predpísaný objem.

Vlastný riešič poskytujú programy Altair, Ansys, PGA pack, Topopt a Genesis. Nevýhodou programu Topopt je nutnosť pripojenia sa na internet z dôvodu odoslania dát výpočtovému serveru. Nevýhodou PGA pack-u je nutnosť použitia ďalšieho riešiča pre vyhodnotenie funkcie vhodnosti. Tosca a Optishape neobsahujú vlastný riešič, z čoho vyplýva potreba ďalšieho MKP programu na vyhodnocovanie cieľovej funkcie. Zostávajúce programy majú v sebe integrované plnohodnotné riešiče a nepotrebujú ďalšie prídavné moduly pri riešení.

Po získaní výsledkov je dôležitá možnosť ďalšieho spracovania získaných výsledkov. Jedná sa o možnosť uloženia optimalizovaného modelu do súboru (napr. IGES, STL, atď.) spracovateľného CAD programom (napr. Pro/Engineer, Catia, atď.). Túto vlastnosť majú len programy Altair, Tosca a Optishape.

Ako posledné pri hodnotení softvéru sa brali do úvahy ďalšie možnosti, ktoré poskytovali jednotlivé softvérové balíky. Tosca, Optishape a Genesis v sebe obsahovali len ďalšie možnosti optimalizácie (rozmerová, tvarová), Ansys ponúka aj ďalšie možnosti optimalizácie a okrem toho veľké množstvo analýz (statická, tepelná, atď.), nevýhodou sú malé možnosti topologickej optimalizácie. Altair v sebe integruje ďalšie možnosti analýz (nie v takej miere ako Ansys), ale hlavným ťažiskom sú možnosti optimalizácie (rozmerovej, tvarovej, topologickej), ktoré sú veľmi dobre prepracované.

Cena softvéru ako kritérium sa nezohľadňovala z týchto dôvodov:

- PGA pack a Topopt sú poskytované zadarmo, ale PGA pack vyžaduje ďalší FEM softvér pre vyhodnotenie funkcie vhodnosti a Topopt umožňuje iba riešenie 2D problémov do maximálne 4000 elementov,
- Tosca a Optishape vyžadujú ďalší MKP program pre vyhodnocovanie cieľovej funkcie, Genesis vyžaduje ďalší program pre pre- a post-processing,
- ďalším dôvodom je rôzne spoplatňovanie týchto programov, ponúka sa možnosť zakúpiť druhy licencií podľa potreby použitia (komerčné alebo výučbové účely) a využitia jednotlivých modulov (napr. zakúpenie licencie iba pre topologickú optimalizáciu).

Po zohľadnení všetkých kritérií je v ďalších kapitolách opísaný softvér Altair HyperWorks, ktorý ponúka komplexné riešenie pre optimalizáciu a zahŕňa v sebe aj ďalšie možnosti využitia.

Literatúra

- [1] Anagnostou, G., Ronquist, E., Patera, A.: *A computational procedure for part design*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 97:33-48, 1992
- [2] Bendsoe, M.P.: *Optimal shape design as a material distribution problem*. Structural Optimization, 1:193-202, 1989
- [3] BENDSOE, M. P.: *Optimization of structural topology shape and material*. Springer, New York, 1995
- [4] Bendsoe, M.P., Kikushi, N.: *Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method*. Computer Methods in Applied Mechanics, 71:197-224, 1988
- [5] Grierson, D.E.: *Conceptual design using emerging computing techniques*. Technical report, NATO Advanced Research Workshop, 1994
- [6] Haftka, R.T., Grandhi, R.V.: *Structural shape optimization – a survey*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1986
- [7] Eschenauer, H.A., Kobolev, V.V., Schumacher, A.: *Bubble method of topology and shape optimization of structures*. Structural Optimization, 8:42-51, 1994
- [8] Eschenauer, H.A., Olhoff, N.: *Topology optimization of continuum structures: A review*. ASME, Applied Mechanics Review, 54(4): 331-390, 2001
- [9] Haftka, R.T., Guerdal, Z.: *Elements of structural optimization*. Kluwer Academic Publisher, 1992

- [10] Hajela, P.: *Stochastic search in structural optimization: genetic algorithms and simulated annealing*. Structural Optimization: Status and Promise, AIAA Progress in Aeronautics Series, 150:611-635, 1993
- [11] Hassani, B., Hinton, E.: *Homogenization and structural topology optimization*. Springer, 1998
- [12] Mlejnek, H. P.: *Some recent extensions in the distributions of isotropic material*. WCSMO-1-First World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization, 1:225–230, 1995
- [13] Mlejnek, H. P., Schirrmacher, R.: *An engineers approach to optimal material distribution and shape finding*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 106:1–26, 1993
- [14] Reiter, T., Rammerstorfer, F.G.: *Simulation of natural adaption of bone material and application in optimum composite design*. Optimal Design with Advanced Materials (Ed.: P.Pedersen), pages 25-36, 1993
- [15] Xie, Y.M., Steven, G.P.: *A simple evolutionary procedure for structural optimization*. Computers & Structures, 49(5):885-896, 1993
- [16] Xie, Y.M., Steven, G.P.: *Evolutionary structural optimization*. Springer, 1997
- [17] Zhou, M., Rozvany, G.I.N.: *The coc algorithm, part II: Topological, geometrical and generalized shape optimization*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 89:309-336, 1991

8. Optimalizačný softvér Altair HyperWorks

Altair HyperWorks 7.0 je súbor programov, ktorý zahŕňa takmer všetky oblasti týkajúce sa nového konštrukčného návrhu v strojárstve. Je vyvíjaný pre použitie v rôznych odvetviach priemyslu, kde je potrebná vysoká sofistikovanosť návrhu. HyperWorks poskytuje modelovanie, skladanie, optimalizáciu, vizualizáciu a nástroje pre proces automatizácie. Pre časť topologickej optimalizácie sa využívajú dva moduly – HyperMesh a Optistruct.

8.1. Moduly softvéru

Altair HyperMesh je výkonný konečno – prvkový pre- a post-processor vhodný pre väčšinu konečno – prvkových riešičov. Umožňuje analýzu konštrukčných podmienok v interaktívnom a vizuálnom prostredí. Užívateľské rozhranie je veľmi jednoduché a umožňuje priame použitie CAD modelov a konečno – prvkových modelov vytvorených v iných systémoch. Pokročilé nástroje automatizácie vo vnútri HyperMesh-u umožňujú optimalizovať konečno – prvkovú sieť pomocou nadefinovaných kvalitatívnych kritérií, zmenu existujúcej konečno – prvkovej siete pomocou tzv. „morphing“ a generovanie stredných plôch v modeloch s premenlivou hrúbkou steny.

Altair Optistruct je konečno – prvkový softvér určený na štrukturálne analýzy a optimalizáciu pri koncepčných návrhoch, ale aj na finálne úpravy. Na optimalizáciu konštrukcií na zníženie hmotnosti a zlepšenie výkonu je možné použiť topologické, topografické, tvarové a rozmerové optimalizačné nástroje Optistruct-u.

Optistruct je navrhnutý ako rýchly a presný konečno – prvkový riešič, umožňujúci optimalizovať a analyzovať lineárne statické úlohy, vlastné frekvencie a problémy vzperu. Podporuje štandardnú knižnicu elementov a široký výber zaťaženia a okrajových podmienok pre reálne vyjadrenie analyzovaného problému. Je spojený grafickým rozhraním vo vnútri HyperMesh-u, čo umožňuje namodelovanie, definíciu optimalizačného problému, spustenie výpočtu a následné spracovanie výsledkov.

Vlastnosti modulu topologickej optimalizácie Optistruct:

- minimalizácia objemu pre predpísanú tuhosť,
- maximalizácia tuhosti pre predpísaný objem,
- maximalizácia vlastných frekvencií pre predpísaný objem,
- výrobné okrajové podmienky (napr. smer rastu materiálu, minimálna, alebo maximálna veľkosť rebra),
- podmienky symetrie,
- ďalšie spracovanie výsledkov pomocou modulu OSSmooth.

8.2. Definícia optimalizačného problému

Optistruct rieši nasledujúci optimalizačný problém:

- cieľová funkcia: minimalizácia: $f(x)$
- okrajové podmienky: $g(x) - g^u \leq 0$
- návrhové premenné: $x^L \leq x \leq x^u$

Cieľová funkcia $f(x)$ a funkcie $g(x)$ obsiahnuté v okrajových podmienkach sú štrukturálne odozvy získané z konečno – prvkovej analýzy. Výber vektora návrhových premenných x je závislý na type vykonávanej optimalizácie.

Doplnením optimalizačného problému opísaného vyššie je možné riešiť úlohy typu Minmax. Vtedy je optimalizačný problém daný:

- cieľová funkcia: minimalizácia
$$\max(W_1(x)/r_1, W_2(x)/r_2, \dots, W_k(x)/r_k)$$
- okrajové podmienky: $g(x) - g^u \leq 0$
- návrhové premenné: $x^L \leq x \leq x^u$

Kde $W_k(x)$ sú cieľové funkcie, r_k sú referenčné hodnoty, ktoré môžu nadobúdať rôzne hodnoty pre pozitívne a negatívne cieľové funkcie.

8.2.1. Iteračné riešenie

Optistruct využíva iteračný algoritmus založený na metóde lokálneho priblíženia sa na riešenie optimalizačného problému. Táto metóda umožňuje riešenie optimalizačného problému použitím nasledujúcich krokov:

- analýza fyzikálneho problému metódou konečných prvkov,
- konvergenčný test, či je alebo nie je dosiahnutá konvergenca,
- citlivosť analýza,
- riešenie aproximovaného optimalizačného problému formulovaného použitím citlivostnej analýzy,
- späť na krok 1.

Tento prístup je založený na predpoklade, že nastanú len malé zmeny návrhu v každom optimalizačnom kroku. Výsledkom je lokálne minimum. Najväčšie zmeny sa objavujú v prvých niekoľkých optimalizačných krokoch, čoho následkom je, že je potrebných veľmi málo systémových analýz pre praktické aplikácie.

Aktualizácia návrhu je počítaná použitím metódy lokálneho priblíženia, ktoré je stanovené pomocou informácie získanej z citlivostnej analýzy. Optistruct má implementované tri rôzne metódy: metódu kritéria optimálnosti, duálnu metódu a metódu priamych prípustných smerov. Posledné dve spomenuté metódy sú založené na konvexnej linearizácii návrhového priestoru.

Metóda optimálneho kritéria je využívaná v klasických topologických formuláciách s využitím minimálnej poddajnosti štruktúry (ekvivalentná frekvencia, váhová poddajnosť, váhová ekvivalentná frekvencia) s okrajovými podmienkami hmotnosti (objemu), čiastkovej hmotnosti (objemu).

Duálna metóda, alebo metóda priamych prípustných smerov sa využívajú v závislosti od počtu okrajových podmienok a návrhových premenných. Duálna metóda je výhodná, ak počet návrhových premenných prekračuje počet okrajových podmienok (výhodné pri topologickej a topografickej optimalizácii). Metóda priamych prípustných smerov je využívaná v opačnom prípade (využitie pri tvarovej a rozmerovej optimalizácii). Výber metódy prebieha automaticky Optistruct-om.

8.2.2. Regular a Soft konvergencia

Optistruct využíva dva konvergenčné testy, pričom sa požaduje, aby jeden z nich poskytol pozitívny výsledok. Regular konvergencia je dosiahnutá, keď sa konvergenčné kritérium dvoch po sebe nasledujúcich iterácií zhoduje. To znamená, že pre dve po sebe nasledujúce iterácie je zmena cieľovej funkcie menšia ako tolerancia cieľovej funkcie a prekročenie hodnôt okrajových podmienok je menšie ako jedno percento. Sú potrebné minimálne tri analýzy, pričom konvergencia je založená na porovnaní presných cieľových hodnôt.

Ak vznikne malá, alebo žiadna zmena návrhových premenných pre dve po sebe nasledujúce iterácie, je dosiahnutá soft konvergencia. Nie je nutné vyhodnocovať cieľovú funkciu (alebo okrajové podmienky), ak sa model nezmenil s ohľadom na predchádzajúcu iteráciu. Z tohto dôvodu vyžaduje soft konvergencia o jednu iteráciu menej ako regular konvergencia.

8.2.3. Zmena hraničných nastavení

Ak sa návrh zmení z jeho počiatočného bodu v približne spracovanom optimalizačnom probléme, približné hodnoty sa stávajú menej presnými. Toto vedie k spomaleniu celkovej konvergenzie. Zmena hraníc hodnôt návrhových premenných, alebo stredných hodnôt návrhových premenných slúži na ochranu presnosti aproximácií. Toto vystupuje ako:

$$\underline{x} \leq \underline{x}_m \leq x \leq \overline{x}_m \leq \overline{x} \quad (8.1)$$

Malá zmena hraníc vedie k „vyhladenejšej“ konvergencii. Pri malých zmenách návrhu v jednotlivých iteráciách je potrebný veľký počet iterácií. Veľká zmena hraníc môže viesť k oscilácii medzi neprijateľnými návrhmi, ak sú pre kritické okrajové podmienky nepresne vypočítané hranice. Ak sú aproximácie presné, je možné použiť aj veľkú zmenu hraníc. Typická zmena hraníc v aproximovanom optimalizačnom probléme je 20%-tná z aktuálnej hodnoty návrhovej premennej. Ak je použitý koncept rozšírenej aproximácie, je možná zmena hraníc až do 50%.

Pre všetky aproximácie odozvy musí byť použitá rovnaká skupina návrhových premenných. Je to dôležité pri hľadaní aproximácií odoziev, ktoré riadia návrh. Tieto odozvy sú cieľová funkcia a najkritickejšie okrajové podmienky. Ak tieto odozvy prekročia nastavené hodnoty, je to znak nepresných aproximácií. V tomto prípade sú znížené všetky zmeny hraničných nastavení návrhovej premennej. Ak je zmena hraničných nastavení malá, konvergencia sa spomalí, t.j. návrhové premenné pre dosiahnutie optimálneho návrhu sa tiež menia pomaly. Zmena hraničných nastavení je automaticky regulovaná Optistruct-om.

8.2.4. Zmenšenie počtu okrajových podmienok

Počas každej iterácie je v optimalizačnom procese vyhodnocovaná cieľová funkcia (funkcie) a všetky okrajové podmienky riešeného problému. Takáto podpora so sebou prináša dve potenciálne nevýhody:

- pri veľkom optimalizačnom probléme, s veľkým počtom odoziev a návrhových premenných, sú optimalizačné algoritmy navrhnuté tak, že riešia buď veľký počet odoziev, alebo veľký počet návrhových premenných, nie obe naraz,
- pre gradientnú optimalizačnú metódu je nutné vypočítať citlivostné analýzy odoziev, pričom tieto sú pre veľký počet odoziev a návrhových premenných výpočtovo veľmi náročné.

Zmenšenie počtu okrajových podmienok je proces, pri ktorom sa zúži počet odoziev optimalizačného problému na tzv. reprezentačnú skupinu. Táto skupina odoziev zachováva podstatu pôvodného návrhového problému, pokiaľ je veľkosť optimalizačného problému na prijateľnej úrovni. Technika zmenšenia počtu odoziev využíva ten fakt, že keď je hodnota odozvy vzdialená od jej hraničnej hodnoty (na strane splňajúcej podmienky), alebo nie je kritická (napr. pre hornú hranicu záporná a pre dolnú hranicu kladná hodnota), potom daný počet odoziev toho istého typu, vo vnútri danej oblasti a pre určité zaťaženie, nemá vplyv na smer optimalizácie a z tohto dôvodu môžu byť odstránené z práve prebiehajúcej iterácie.

Samozrejme pri zmenšení počtu okrajových podmienok sa musí dodržať rozumný kompromis. Pri neuvažovaní všetkých odoziev môže riešenie pre dosiahnutie konvergenzie vyžadovať viac iterácií, v najhoršom prípade riešenie nie je schopné konvergenzie, ak je počet odoziev menší ako počet aktívnych okrajových podmienok pre daný problém. Rozsiahlym testovaním sa zistilo, že zmenšenie počtu okrajových podmienok pre väčšinu optimalizačných problémov výrazne znižuje výpočtový čas a náročnosť. Z tohto dôvodu je v Optistruct-e táto funkcia štandardne zapnutá. Pri východiskovom nastavení sa uvažuje 20 najkritickejších (napr. pre hornú hranicu najväčšia hodnota v kladnom smere, pre dolnú najväčšia hodnota v zápornom smere) okrajových podmienok pre každý typ odozvy, pre každú oblasť a pre každé zaťaženie.

8.2.5. Odozvy (Responses)

Optistruct umožňuje používať niekoľko typov štrukturálnych odoziev určených konečno – prvkovou analýzou, alebo ako kombináciu týchto odoziev – cieľová funkcia a okrajové funkcie:

- hmotnosť (Mass), objem (Volume) - jedná sa o globálne odozvy, ktoré môžu byť definované pre celú štruktúru, alebo pre jednotlivé vlastnosti (komponenty) a materiály, alebo pre skupinu vlastností (komponentov) a materiálov,
- podiel hmotnosti (Mass Fraction), podiel objemu (Volume Fraction) – jedná sa o globálne odozvy, nadobúdajúce hodnoty medzi 0 a 1, ktoré vyjadrujú podiel z počiatočného návrhového priestoru v topologickej optimalizácii. Môžu byť definované pre celú štruktúru, alebo individuálne pre jednotlivé vlastnosti (komponenty) a materiály, alebo pre skupiny vlastností (komponentov) a materiálov. Rozdiel medzi nimi je taký, že podiel hmotnosti zahŕňa pre výpočet podielu aj neoptimalizovaný priestor, zatiaľ čo podiel objemu uvažuje len s optimalizovanou oblasťou,
- poddajnosť (Compliance) – je definovaná ako deformačná energia štruktúry a môže byť uvažovaná ako ekvivalentná hodnota pre tuhosť štruktúry. Môže byť definovaná pre celú štruktúru, alebo individuálne pre jednotlivé vlastnosti (komponenty) a materiály, alebo pre skupiny vlastností (komponentov) a materiálov. Poddajnosť musí byť priradená zaťaženiu,
- pomerná poddajnosť (Weighted Compliance) – je typ odozvy využívaný pri uvažovaní viacnásobných zaťažení v klasickej topologickej optimalizácii. Odozva je pomerný súčet poddajností pre každé zaťaženie,
- posunutie (Displacement) – Posunutia sa získajú z lineárnej statickej analýzy. Ako odozvy sú obvykle uvažované uzlové posunutia, ktoré môžu byť definované ako vektor, alebo ako absolútna hodnota.

Okrem vyššie spomenutých najčastejšie používaných odoziev je možné pre rôzne špecifické úlohy použiť odozvy typu: ťažisko (Center Of Gravity), momenty zotrvačnosti (Moments Of Inertia), frekvencia (Frequency), napätie (Stress), deformácia (Strain), napätie kompozitov (Composite Stress), deformácia kompozitov (Composite Strain), kritérium narušenia kompozitov (Composite Failure Criterion), sila (Force), pomerná vlastná frekvencia (Weighted Reciprocal Eigenvalue Frequency), kombinovaná poddajnosť (Combined Compliance) a funkcia (Function).

8.2.6. Návrhové premenné

Optistruct rieši topologické optimalizačné problémy použitím dvoch metód: metódou hustoty a homogenizačnou metódou. Pri topologickej optimalizácii hustota každého elementu nadobúda hodnotu 0 alebo 1, ktorá určuje, či sa element odstráni zo štruktúry alebo v nej zostáva. V súčasnosti však optimalizácia veľkého množstva diskretných premenných nie je výpočtovo možná. Z tohto dôvodu sa problém distribúcie materiálu uvažuje z hľadiska spojitých premenných.

Pri homogenizačnej metóde je materiál štruktúry reprezentovaný ako pórovité kontinuum s istou periodicitou mikroštruktúry, alebo vrstvy kompozitov s rozdielnymi hodnotami hustoty. Homogenizačná metóda implementovaná v Optistruct-e používa materiálovú mikroštruktúru obsahujúcu pravidelné obdĺžnikové prázdne miesta (šesťstenné pre 3-D úlohy). Návrhové premenné pre každý element sú šírka a dĺžka týchto obdĺžnikových prázdnych miest a ich orientácia. Definujú elasticke vlastnosti a hustotu materiálu.

Použitím normalizovanej formulácie je hustota elementu daná:

$$\rho = 1 - (1 - a)(1 - b) \quad (8.2)$$

Kde: $(1 - a)(1 - b)$ – reprezentuje celkový objem prázdnych miest v elemente.

Z toho vyplýva, že keď $a = b = 0$ reprezentuje to prázdne miesto pre element, ak $a = 1$ alebo $b = 1$ predpokladá sa, že element je plný. Medzihodnoty reprezentujú fiktívny materiál.

Pri použití metódy hustoty je materiálová hustota každého elementu použitá ako návrhová premenná, pričom sa spojitým mení v intervale $<0, 1>$, čo predstavuje prázdny alebo plný stav. Tak ako pri homogenizačnej metóde medzihodnoty reprezentujú fiktívny materiál.

Pri tejto metóde je tuhosť materiálu lineárne závislá na hustote. Táto formulácia zodpovedá súčasnému chápaniu teórie materiálov. Napríklad oceľ, ktorá má väčšiu hustotu ako hliník, má aj vyššiu tuhosť. Na základe tejto teórie, reprezentácia fiktívneho materiálu medzihustôt je realistickejšia pri použití metódy hustoty. Anizotropné vyjadrenie pôvodného materiálu nie je zhodné so správaním reálneho izotropického materiálu, hoci je účelnejšie z dôvodu optimálnej materiálovej orientácie.

Všeobecne, optimálne riešenie optimalizačných problémov použitím obidvoch (vyššie spomenutých formulácií) zahŕňa rozsiahle oblasti medzihustôt v optimalizovanej oblasti. Takéto riešenia nemajú význam, ak sa hľadá topológia daného materiálu a tiež, ak sa v návrhovej oblasti používajú rôzne materiály. Z tohto dôvodu je potrebné zaviesť penalizačné techniky na odstránenie medzihustôt a získaniu konečného návrhu, ktorý je reprezentovaný elementami s hustotou, ktorá nadobúda hodnoty 0 alebo 1. Penalizačná technika využívaná pri teórii hustoty, ktorá vychádza zo zákona reprezentujúceho elasticke vlastnosti, ktorý platí pre akékoľvek 3D a 2D elementy je vyjadrená vzťahom:

$$\underline{\mathbf{K}}(\rho) = \rho^p \mathbf{K} \quad (8.3)$$

Kde: $\underline{\mathbf{K}}$ a $\mathbf{K}$ predstavujú penalizovanú a reálnu maticu tuhosti elementu, ρ je hustota a p je penalizačný faktor, ktorý je vždy väčší ako 1.

Pri homogenizačnej metóde je formulácia penalizácie založená na rovnakom princípe ako pri metóde hustoty [2].

Obidve metódy majú svoje výhody, ale aj nevýhody. Výhodou homogenizačnej metódy je rýchle formovanie návrhu podľa silového pôsobenia. Nevýhodou je viac návrhových premenných a tá skutočnosť, že je pomerne náročné presne určiť smer uhlov prázdnych elementov v štruktúre pri viacnásobnom zaťažení a pre problémy s viacnásobnými okrajovými podmienkami. Výhodou metódy hustoty je, že je všeobecnejšia a potrebuje menej návrhových premenných.

Homogenizačnú metódu je možné v Optistruct-e použiť len s homogénnym izotropným materiálom. Metóda hustoty môže byť použitá pre izotropný aj anizotropný materiál (vrátane kompozitných materiálov). Z dôvodu univerzálnejšieho použitia je vopred nastavená metóda hustoty.

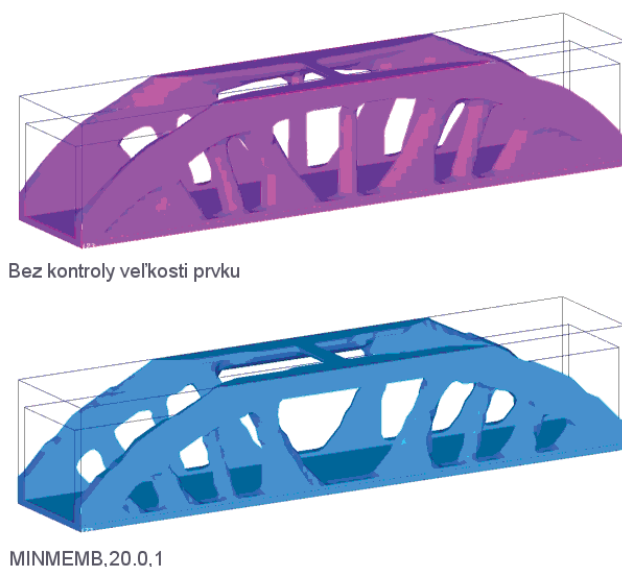
8.3. Výrobné podmienky (Drawing Constraints)

8.3.1. Kontrola veľkosti prvku (Member Size Control)

Táto funkcia umožňuje kontrolu veľkosti prvkov vo výslednej topológii a zjednodušenie finálneho návrhu. Veľkosť prvkov je možné kontrolovať dvoma spôsobmi:

- kontrola minimálnej veľkosti prvku (Minimum Member Size Control),
- kontrola maximálnej veľkosti prvku (Maximum Member Size Control).

Na obrázku 8.1 je znázornený príklad 3D optimalizačného problému mosta s rozmermi dĺžka/šírka/výška = 500/100/100, uchyteného na oboch koncoch. Zaťaženie je rovnomerné na celej ploche mosta $p=1$ a rovnomerné zaťaženie $p=0,3$ na vrchných hranách. Cieľová funkcia bola definovaná ako podiel objemu (volume fraction) = 0,2.

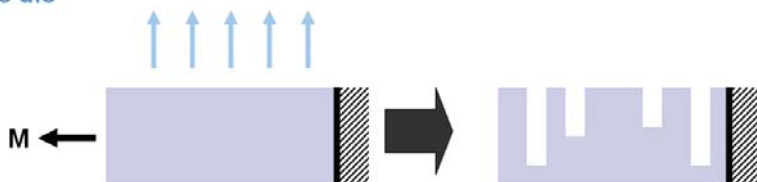


Obr. 8.1. Príklad 3D optimalizačného problému s kontrolou veľkosti kroku.

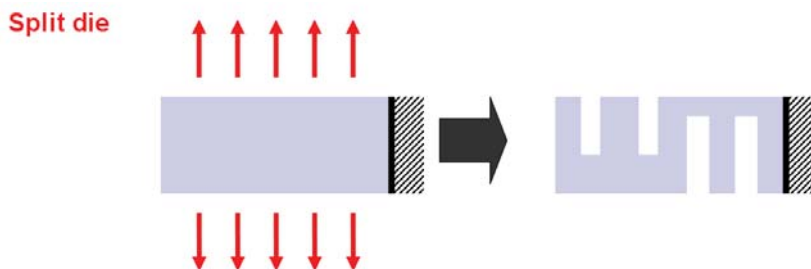
Podmienky smeru odlievania (Draw Direction Constraints):

Návrhy získané topologickou optimalizáciou často obsahujú dutiny, ktoré nie je možné vytvoriť pri odlievaní. Zmena takto získaného návrhu na výrobitelný návrh je mimoriadne ťažká, vo väčšine prípadov nemožná. Optistruct umožňuje vkladať podmienky smeru odlievania, je možné definovať rozdielne obmedzenia na rôzne optimalizované časti. Sú dve voľby smeru – SINGLE (obr. 8.2) a SPLIT (obr. 8.3). Riešený problém môže obsahovať neoptimalizovanú oblasť v optimalizovanej oblasti. Tieto neoptimalizované oblasti musia byť definované ako prekážky (Obstacles). Táto možnosť zaručuje uskutočniteľnosť odlievania výsledného návrhu.

Single die



Obr. 8.2. Definícia jedného smeru odlievania – Single Die



Obr. 8.3. Definícia dvoch smerov odlievania – Split Die

Podmienky vysunutia (Extrusion Constraints):

V niektorých prípadoch je žiadúce vytvoriť návrh charakteristický rovnakým prierezom pozdĺž danej trajektórie, hlavne pri súčiastkach vyrábaných lisovaním. Použitím týchto podmienok v topologickej optimalizácii je možné získať návrh s konštantným prierezom pre plné (solid) modely bez ohľadu na počiatočnú konečnú – prvkovú sieť, okrajové podmienky a zaťaženia.

Opakovanie prvkov (Pattern Repetition):

Opakovanie prvkov je technika, umožňujúca spojiť rôzne komponenty tak, aby bolo na nich vytvorené podobné topologické usporiadanie.

Zoskupenie prvkov (Pattern Grouping):

Veľmi často je potrebné, aby výsledný návrh bol symetrický. Bohužiaľ, aj keď návrhový priestor a okrajové podmienky sú definované symetricky, metódy konvenčnej topologickej optimalizácie nezaručujú symetrický návrh. Použitím okrajových podmienok súmernosti môžu byť dosiahnuté symetrické návrhy bez ohľadu na východiskovú konečnú – prvkovú sieť, okrajové podmienky, alebo zaťaženie. Zoskupenie prvkov je možné kontrolovať dvomi spôsobmi: rovinná symetria a cyklická symetria.

8.4. Návrh algoritmu pre definovanie všeobecného topologického optimalizačného problému

Návrh algoritmu bol uskutočnený pomocou pre- a post-processor-u Altair HyperMesh, ktorý poskytuje užívateľsky príjemné prostredie pre definovanie optimalizačného problému a nie je potrebné poznať presný zápis vstupného súboru spracovávaného Optistruct-om.

Príprava FE modelu pomocou HyperMesh-u:

Vo všeobecnosti je možné opísať spôsob vytvárania konečnú – prvkového modelu nasledovne:

- vytvorenie kolektorov (collectors),
- vytvorenie geometrie čiar a plôch, alebo jej získanie z externého súboru,
- identifikácia a odstránenie konfliktov v geometrii a príprava na použitie,

- vytvorenie konečno – prvkového modelu použitím panelov na tvorbu elementov,
- kontrola kvality elementov,
- vytvorenie okrajových podmienok a zaťaženia.

Nastavenie optimalizácie pomocou HyperMesh-u:

Definovanie optimalizačného problému sa vykonáva v paneli „optimization“ :

- definovanie návrhových premenných a výrobných podmienok – topology,
- definovanie odoziev – responses,
- definovanie okrajových podmienok – dconstraints,
- definovanie cieľovej funkcie – objective,
- nastavenie parametrov optimalizácie – opti control.

Nastavenie a spustenie výpočtu:

Po vykonaní vyššie opísaných krokov je model pripravený pre výpočet. Pred spustením výpočtu je potrebné podľa typu riešenej úlohy definovať výstupné parametre, ako napríklad formát/formáty výstupného súboru, zobrazenie informácie o priebehu výpočtu na obrazovke, atď.

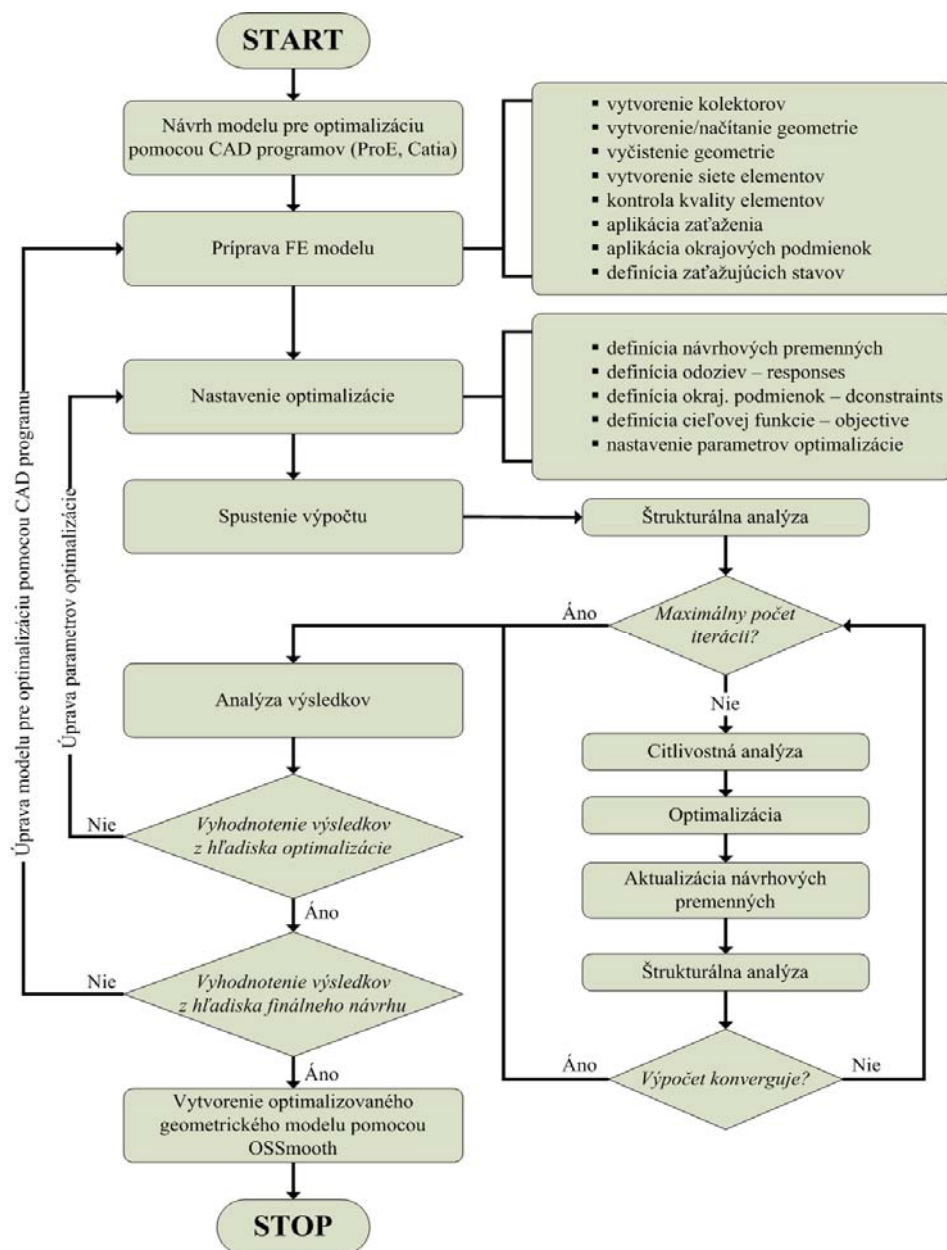
Posledným krokom je nastavenie typu výpočtu – či sa jedná o analýzu, optimalizáciu, atď., veľkosť pamäte, ktorá sa má pri výpočte použiť (závisí od počtu elementov), ktorá časť modelu sa použije – práve zobrazená, alebo celý model a cesta, kde sa vytvorí vstupný súbor.

Analýza výsledkov:

Spracovanie výsledkov po ukončení výpočtu sa vykonáva v paneli Post. Pri topologickej optimalizácii sa využívajú tieto panely:

- contour – vykreslenie deformácií, napätí, hustôt atď.,
- deformed – zobrazenie deformovaného tvaru a animácie modelu, ktorá môže byť podľa typu analýzy lineárna, alebo modálna,
- transient – zobrazenie animácie zmeny hustôt elementov optimalizovaného modelu pre určený rozsah iterácií,
- OSSmooth – panel pre vytvorenie geometrického modelu vo zvolenom formáte (IGES, STL, atď.), ktorý sa získa na základe optimalizácie modelu z poslednej ukončenej iterácie.

Na obrázku 8.4 je znázornený algoritmus konštrukčného návrhu pomocou topologickej optimalizácie.



Obr. 8.4. Algoritmus pre optimalizáciu návrhu pomocou topologickej optimalizácie

Literatúra

- [1] Anagnostou G., Ronquist E., Patera A.: *A computational procedure for part design*. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 97:33-48, 1992
- [2] Bendsoe M.P.: *Optimal shape design as a material distribution problem*. *Structural Optimization*, 1:193-202, 1989
- [3] Bendsoe M. P.: *Optimization of structural topology shape and material*. Springer, New York, 1995
- [4] Bendsoe M.P., Kikushi, N.: *Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method*. *Computer Methods in Applied Mechanics*, 71:197-224, 1988
- [5] Grierson D.E.: *Conceptual design using emerging computing techniques*. Technical report, NATO Advanced Research Workshop, 1994
- [6] Haftka R.T., Grandhi, R.V.: *Structural shape optimization – a survey*. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1986
- [7] Eschenauer H.A., Kobolet V.V., Schumacher A.: *Bubble method of topology and shape optimization of structures*. *Structural Optimization*, 8:42-51, 1994
- [8] Eschenauer H.A., Olhoff N.: *Topology optimization of continuum structures*: ASME, *Applied Mechanics Review*, 54(4): 331-390, 2001
- [9] Haftka, R.T., Guerdal, Z.: *Elements of structural optimization*. Kluwer Academic Publisher, 1992
- [10] Hajela P.: *Stochastic search in structural optimization: genetic algorithms and simulated annealing*. *Structural Optimization: Status and Promise*, AIAA Progress in Aeronautics Series, 150:611-635, 1993
- [11] Hassani B., Hinton, E.: *Homogenization and structural topology optimization*. Springer, 1998
- [12] Mlejnek H. P.: *Some recent extensions in the distributions of isotropic material*. WCSMO-1-First World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization, 1:225-230, 1995
- [13] Mlejnek H. P., Schirmacher R.: *An engineers approach to optimal material distribution and shape finding*. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 106:1-26, 1993
- [14] Reiter T., Rammerstorfer F.G.: *Simulation of natural adaption of bone material and application in optimum composite design*. *Optimal Design with Advanced Materials* (Ed.: P.Pedersen), pages 25-36, 1993
- [15] Xie Y.M., Steven G.: *A simple evolutionary procedure for structural optimization*. *Computers & Structures*, 49(5):885-896, 1993
- [16] Xie Y.M., Steven G.: *Evolutionary structural optimization*. Springer, 1997

9. Expertné metódy v procese konštruovania

Metodický postup konštruovania sa musí prispôbiť charakteru úlohy (nová, upravená, variantná). Podľa charakteru úlohy bude ťažisko práce konštruktéra v inej etape konštrukčného procesu. Výber a postupnosť metodických krokov je závislé od charakteru a dôležitosti riešenej úlohy, ekonomických podmienok, vedecko-technickej úrovne poznania, technických prostriedkov konštruovania, vypestovaných zvyklostí, vzdelanostnej úrovne konštruktérov, vybudovaných vzťahov v podnikovej štruktúre atď. V každej etape riešenia sa používajú rôzne metódy a pracovné princípy, ktoré stanovujú, ovplyvňujú a definujú vlastnosti konštrukcie.

Na obr. 9.1 sú schematicky znázornené metodické kroky konštruovania, možnosť ovplyvňovania a hodnotenia technicko-ekonomickej hodnoty, vstupy a výstupy jednotlivých etáp konštruovania, ovplyvňovanie a definovanie vlastností konštrukcie. Metódy a pracovné princípy sa môžu rozdeliť podľa viacerých kritérií. Samozrejme nie je dôležité ako sa jednotlivé metodiky rozdeľujú, ale ako sa správne využívajú. Skúsený konštruktér používaním jednotlivých metodík nachádza nové myšlienky, nápady, vzťahy, ich koncepcie, ktoré originálnym prístupom umožňujú vznik nového originálneho riešenia problému.

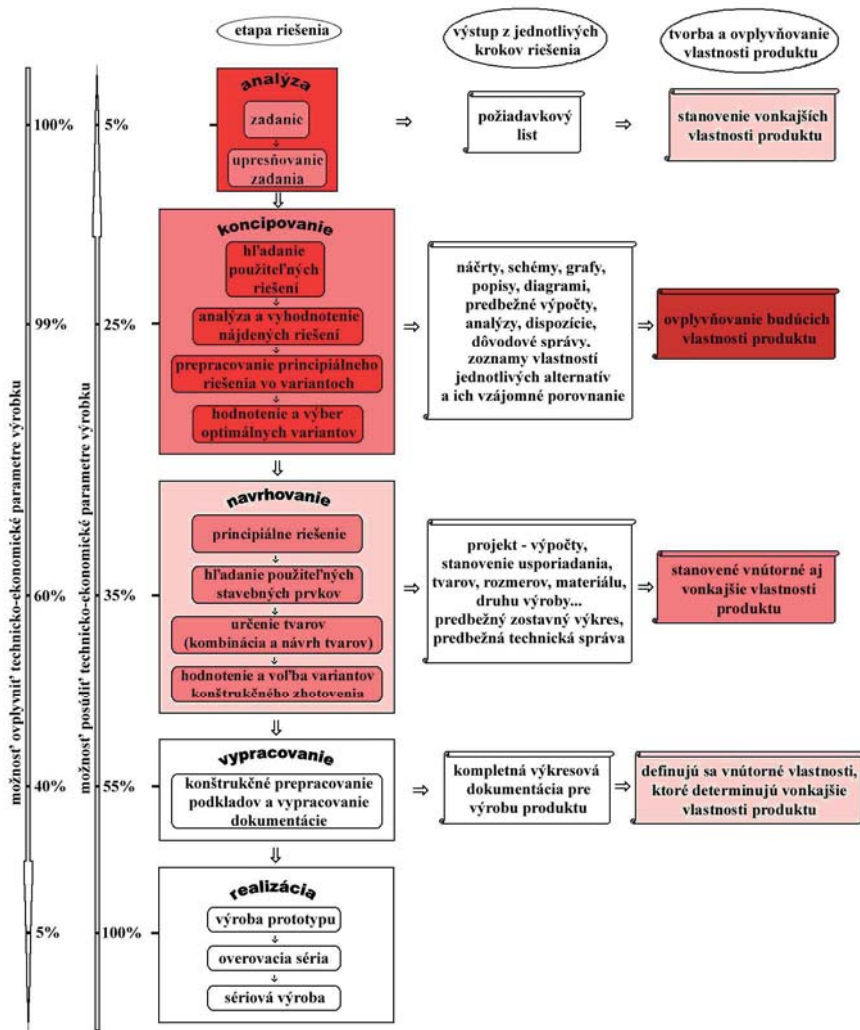
Pre každú fázu vývoja výrobku (analýza, koncipovanie, navrhovanie, vypracovanie, realizácia) existujú rôzne metodické postupy a metódy. Ďalej sú spomínané iba metódy a techniky v etapách analýzy, koncipovania a okrajovo navrhovania (v týchto etapách sa ovplyvňujú, stanovujú a presne definujú vnútorné a vonkajšie vlastnosti výrobku).

9.1. Metódy analyzujúce požiadavky zákazníka

Správne stanovenie požiadaviek zákazníka (vonkajších vlastností) patrí medzi najdôležitejšie kroky, aby navrhovaný výrobok uspokojil požiadavky a prania zákazníka, aby bol konkurencieschopný [1]. Je to rovnako dôležité ako základy pri stavbách. Nesprávne, slabé základy spôsobia zrútenie celej stavby. Nesprávne, zle definované požiadavky zákazníka môžu spôsobiť, že sa navrhne výrobok, ktorý bude funkčný, estetický, lacný a pod., ale nebude spĺňať požiadavky zákazníka, čiže bude nepredajný, nebude konkurencieschopný.

Medzi najznámejšie a najviac prepracované metódy analyzujúce požiadavky zákazníka patrí metóda QFD. Metóda QFD (Quality Function Deployment) pomáha transformovať požiadavky zákazníka do technických parametrov výrobku. Pre analýzu a hodnotenie vzťahov medzi vlastnosťami výrobku a požiadavkami zákazníkov sa využíva sústava matic. Prvá sústava matic pripomína dom, preto sa niekedy táto metóda označuje ako „Dom kvality“

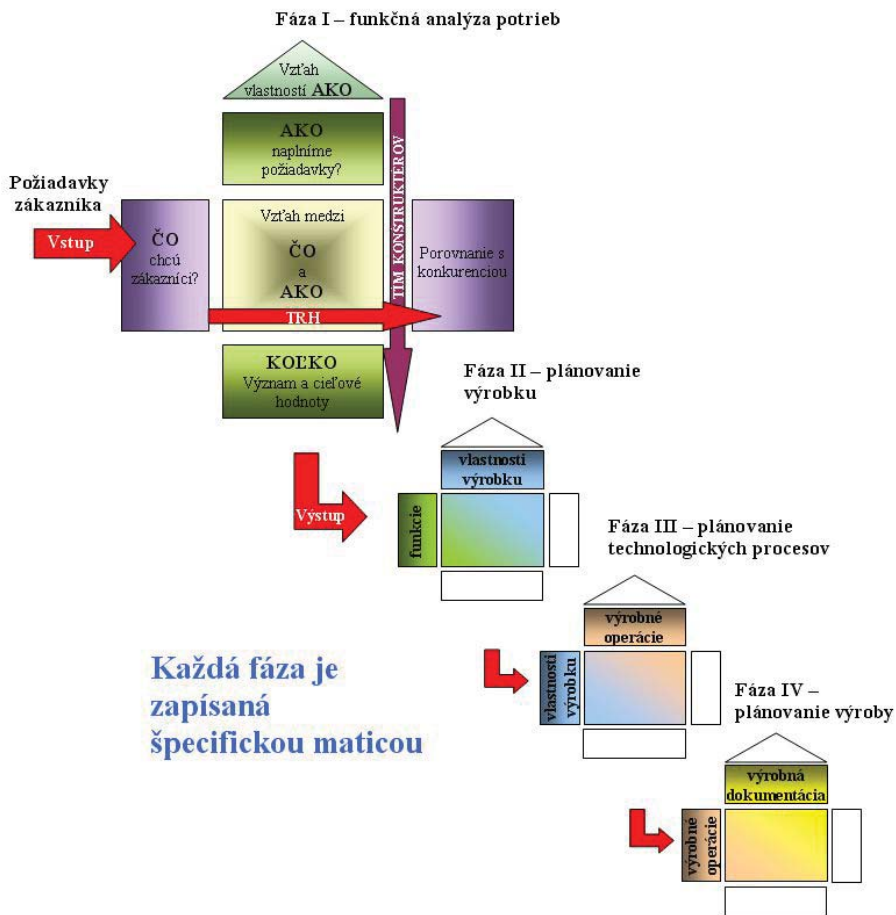
(House of Quality). Nachádza uplatnenie vo všetkých fázach procesu tvorby výrobku (vývoj, konštrukcia, technologická príprava výroby). Metóda sa zameriava skôr na generovanie možností ako vlastné riešenie problémov. Zameriava sa na najdôležitejšie kvalitatívne charakteristiky, ktoré musia byť vylepšené a tým poskytuje postup na definovanie úloh pre zvýšenie konkurencieschopnosti výrobku.



Obr. 9.1. Postupné kroky konštruovania (červené oblasti vyznačujú etapy konštruovania, podrobnejšie rozoberané v ďalších kapitolách)

Táto metóda je náročná na čas a dobrú spoluprácu tímu. Tejto metódy je možné redukovať potrebu následných konštrukčných zmien až o 30 – 50 %, skrátiť cyklus projektovania a prípravy výroby nového výrobku a redukovať počiatočné náklady [2, 3].

Princíp metódy je založený na tzv. koncepcii otázok „Čo“ – „Ako“. Vstupné informácie vytváraného objektu sa zisťujú otázkou „ČO“ zákazník očakáva, „ČO“ potrebuje. Následne sa zisťuje „AKO“ tieto požiadavky, potreby, prania splniť, akými vlastnosťami objektu ich uspokojiť.



Obr. 9.2. Metóda QFD a jej fázy

Súčasťou princípu tejto metódy je identifikácia dvoch skupín vzťahov zachytených v dvoch maticiach (obr. 9.2):

- Matica vzťahov „Čo“ – „Ako“ – vyjadruje vzťahy a ich vzájomnú intenzitu (veľmi silný – 9, silný – 3 a slabý – 1) medzi potrebami (Čo) a vlastnosťami (Ako).
- Matica vzťahu typu „strecha“ – vyjadruje vzájomný vzťah medzi jednotlivými vlastnosťami (Ako).

Charakter týchto vzťahov môže byť pozitívny (+), tzn. obe vlastnosti sa navzájom posilňujú, alebo negatívny (-), keď rast jednej vlastnosti spôsobuje pokles druhej vlastnosti, alebo je nešpecifikovaný (?).

Pri metóde QFD je tiež veľmi dôležitá informácia „Koľko“ (obr. 9.2), údaje významností v_i jednotlivých funkcií a cieľová hodnota (etalón optima zákazníkovej potreby – x_{ij}) vlastnosti a parametrov.

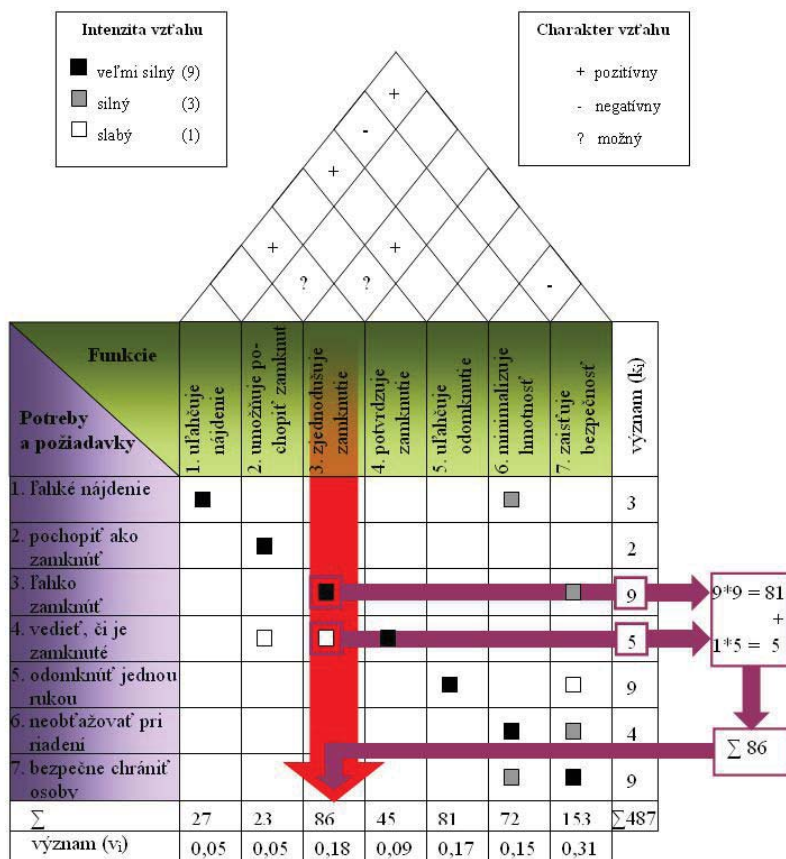
9.1.1. Metodika metódy QFD

Prebieha v štyroch na seba nadväzujúcich fázach (obr. 9.2). Ďalej sú podrobne rozobraté iba prvé dve fázy.

Fáza I – funkčná analýza potrieb (obr. 9.3)

- Identifikácia požiadaviek zákazníka – zisťujú sa potreby zákazníka pomocou prieskumu trhu, analýzy sťažností, zachytené prania zákazníkov, poznatky z reklamácií. Zákazník má 3 typy požiadaviek:
 - Bežné požiadavky, ktoré v prípade dotazníka alebo ankety dokáže vymenovať,
 - Očakávané vlastnosti, ktoré nepovažuje za nutné spomínať, lebo ich očakáva automaticky a nevenuje im pozornosť až do chvíle, kým ich výrobok neprestane spĺňať a nakoniec
 - Neočakávané vlastnosti, ktoré spĺňajú neštandardné požiadavky a neočakáva ich od výrobu, pretože ich nevedel zadávateľovi vopred definovať. Zistené potreby a požiadavky sa zapisujú do QFD matice vertikálne.
- Stanovenie významu potrieb – pomocou vhodných metód sa stanoví význam potrieb zákazníka.
- Preformulovanie potrieb do podoby funkcií – vhodnými metódami zisťovania funkcií sa potreby a požiadavky zákazníka pretransformujú do funkcií a zapisujú sa horizontálne do QFD matice.
- Vyhodnotenie vzťahu medzi potrebami a funkciami – graficky alebo numericky sa do QFD matice zaznamená intenzita vzťahov medzi potrebami a funkciami. Prázdne riadky signalizujú, že nebola nájdená funkcia vyjadrujúca zákazníkove požiadavky a musí byť dodatočne nájdená a doplnená do QFD matice. Prázdne stĺpce zasa signalizujú, že prislúchajúca funkcia je zbytočná a treba ju odstrániť.

- Vyhodnotenie vzťahu medzi funkciami – v matici vzťahov typu „strecha“ sa vyhodnotí charakter vzťahov medzi jednotlivými funkciami.
- Stanovenie významu funkcií – stanoví sa význam funkcií podľa.



Obr. 9.3. QFD matica funkčnej analýzy potrieb (uzamykanie bezpečnostného pásu)

Fáza II – plánovanie výroby (obr. 9.4)

- Určenie vlastností výrobku – tvorivým spôsobom určíme vlastnosti budúceho výrobku. Kľúčom pre toto priradenie je poznatok, že „úžitková vlastnosť objektu sa v okamihu svojho pôsobenia, napr. pri spotrebe výrobku, prejavuje ako funkcia.“ Vlastnosti musia byť definované dostatočne všeobecne, aby zadefinovanie vlastnosti neviedlo iba k jednému možnému riešeniu problému.

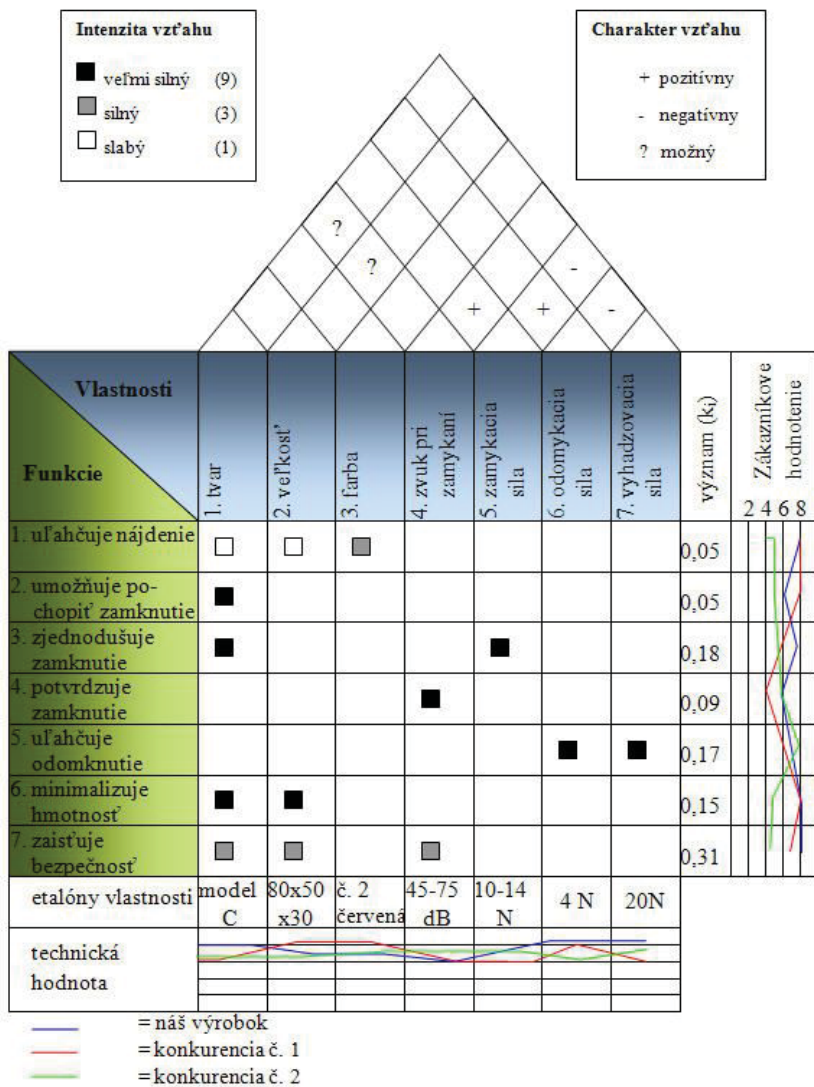
- Vytvorenie QFD matice plánovania výrobku – z matice funkčnej analýzy potrieb vertikálne prepíšeme funkcie a tiež ich normované hodnoty významu (v_i).
- Stanovenie cieľových hodnôt parametrov vlastnosti – stanoví sa etalónové optima zákazníckej potreby (x_{ij}^*) a zapíšu sa do QFD matice.
- Vyhodnotenie vzťahov medzi funkciami a vlastnosťami – rovnakým spôsobom ako pri predchádzajúcej fáze v 4. kroku sa vyhodnotia vzťahy medzi funkciami a vlastnosťami. Platia tie isté zásady o prázdnych riadkoch a stĺpcoch.
- Vyhodnotenie vzťahov medzi vlastnosťami – rovnakým spôsobom ako v predchádzajúcej fáze (krok 5) sa vyhodnotia vzťahy medzi vlastnosťami.
- Zhodnotenie funkcií – zákazník porovná navrhované funkcie s konkurenciou a graficky sa zapíšu do pravej časti QFD matice. Používa sa jedenásťstupňová bodovacia škála.
- Technické hodnotenie – rovnakým spôsobom ako v predchádzajúcom kroku sa zhodnotia vlastnosti a graficky sa zapíšu do spodnej časti QFD matice.

Fáza III – plánovanie technologických procesov – vyberú sa výrobné procesy, ktoré za daných podmienok prinesú najlepšie výsledky pre vlastnosti dielov výrobku. Vyhľadajú sa kritické výrobné procesy a stanoví sa medzné hodnoty kritických výrobných parametrov procesov a navrhne sa potrebný vývoj nových, efektívnejších výrobných procesov.

Fáza IV – plánovanie výroby – zdokumentujú sa výrobné procesy. Získajú sa podklady pre štatistickú reguláciu, spracujú sa návody na používanie, určia sa potrebné školenia operátorov a rieši sa údržba a prevádzka zariadenia.

9.1.2. Metódy zisťujúce funkciu

Prvým krokom konštrukčného procesu po stanovení požiadaviek zákazníka je správne definovanie jednotlivých funkcií výrobku. Správne definovanie funkcie je to isté ako správne definovaný problém. Vždy musí byť na zreteli, že stanovisko zákazníka je kritérium správnosti, ktorým prezentuje svoje potreby a požiadavky (vonkajšie vlastnosti) tak, ako ich skutočne vníma.



Obr. 9.4. QFD matica plánovania výrobku (uzamykanie bezpečnostného pásu)

Správnym dialógom medzi zákazníkom a výrobcom sa tieto informácie korigujú a dopĺňujú v prospech zákazníka. [4, 5]

- Metóda odbornej rozpravy

Táto metóda je najstaršou a tiež najpoužívanjšou pri zisťovaní funkcie objektu. Podstatou je riadená diskusia odborníkov, pri ktorej sa používajú elementárne metódy ako analýza, dedukcia, indukcia, abstrakcia a zisťuje sa neznáma funkcia objektu. Názory a stanoviská členov tímu sa na konci sedenia zaznamenávajú dvoma slovami (slovesom a podstatným menom). Pri formulácii funkcií sa nesmú používať slovesá, ktoré nevyjadrujú pôsobenie ako napr.: zabezpečiť, zlepšiť, zabrániť a pod. Pri všetkých metódach zisťujúcich funkciu objektu sa vychádza z dokonalého poznania objektu a tiež z rozsahu a charakteru potreby, ktorá má byť týmto objektom uspokojovaná. Túto metódu je vhodné kombinovať s inými metódami.

- Metóda „čierna skrinka“

Táto metóda je založená na analýze rozdielu medzi vstupom (chápaným ako stav pred použitím objektu) a výstupom (stav po alebo v okamžiku používania objektu). Z analýzy rozdielu medzi vstupom a výstupom a rozboru výstupných reakcií spoznáваме funkciu „čiernu skrinku“, o ktorej na začiatku vôbec nič nevieme. Napr. je možné analyzovať funkciu nejakého baliaceho stroja. Na vstupe máme obaly a nejaký výrobok. Na výstupe sa objavuje zabalený výrobok. Z porovnania vstupu a výstupu zistíme hlavnú funkciu objektu a to „balenie výrobku“. Ak nie je rozdiel medzi vstupom a výstupom, tak potom hlavnou funkciou objektu je udržiavanie, prechovávanie, chránenie, úschova a pod.

- Metóda logického reťazca funkcií

Metóda označovaná aj ako FAST (Functional Analysis System Technique) odhaľuje postupne celý reťazec príčinné prepojených funkcií, ktoré charakterizujú štruktúru objektu. Nástrojom zisťovania vzájomnej príčinnosti funkcií sú dve základné otázky „PREČO?“ a „AKO?“. Otázkou „prečo“ sa zisťuje bezprostredne najbližšia nadradená funkcia a otázkou „ako“ bezprostredne najbližšia podradená funkcia. Taktiež musíme počítať s existenciou ďalšej vetvy, alebo viacerých vetiev funkcií, ktoré sú súbežné s hlavnou osou spojených funkcií a charakterizujú základný a hlavný účel existencie objektu. Tieto súbežné vetvy zisťujeme otázkou „KEDY?“ a s odpoveďou začíname „Vtedy, ak ...“. Najskôr sa definuje funkcia, ktorá charakterizuje niektorú rozhodujúcu časť správania sa objektu. Ak nie je známa žiadna funkcia, tak ju hľadáme pomocou „čiernej skrinky“. Zisťujú sa ďalšie funkcie pomocou otázok „Prečo?“ a „Ako?“ Zároveň sa zisťujú súbežné funkcie otázkou „Kedy?“ Otázkami „Prečo?“, „Ako?“ a „Kedy?“ sa kontroluje logika príčinných väzieb funkcií.

9.1.3. Metódy stanovenia hodnoty významu funkcií

Po zistení jednotlivých funkcií výrobku je dôležité posúdiť váhy, resp. významnosti jednotlivých funkcií a parametrov (vlastností). Existuje veľa matematických postupov stanovenia hodnoty významu funkcie a parametrov. V poslednej dobe sa kladie čoraz väčší dôraz na objektivitu stanovenia hodnoty funkcie. Preto sa v poslednej dobe presadzujú matematické metódy ako Saatyho metóda a fuzzy množiny [5, 6, 7].

- Metóda pomerných čísel

Táto metóda je založená na postupnom porovnávaní najmenej dôležitej funkcie s ostatnými. Funkcií s najmenšou dôležitosťou sa priradí koeficient významnosti $k_i = 1$. Následne sa odborným posúdením určia koeficienty dôležitosti ostatných funkcií, ktorých veľkosť je vyjadrená násobkom ich dôležitosti oproti najmenej dôležitej funkcií. Prednosťou tohto posudzovania je rešpektovanie rozdielneho intervalového rozloženia významu jednotlivých funkcií. Ďalšou výhodou je možnosť nadobúdania akýchkoľvek hodnôt jednotlivých pomerných čísel. Preto sa táto metóda používa prevažne tam, kde je veľký rozdiel dôležitosti jednotlivých funkcií.

- Metóda párového porovnávania

Táto metóda spočíva vo vzájomnom párovom porovnávaní dôležitosti funkcií a určení ich vzájomnej dôležitosti. Jednotlivé funkcie sa zapisujú do tabuľky (tab. 9.1). Do jednotlivých riadkov a stĺpcov sa v rovnakom poradí zapisujú jednotlivé funkcie.

Začína sa porovnávať riadok so stĺpcami a zapisujú sa čísla riadkov alebo stĺpcov podľa toho, ktorá z funkcií je dôležitejšia. Pokračuje sa, až kým sa neporovnajú všetky riadky so všetkými stĺpcami.

Ak sú funkcie rovnocenné, tak sa zapíše číslo riadku a zakrúžkuje sa. Krúžkuje sa kvôli tomu, lebo pod uhlopriečkou nebude rovnaké číslo tej istej funkcie, ale číslo porovnáwanej funkcie. Pri tejto metóde sa porovnáva nad aj pod uhlopriečkou. Po porovnaní všetkých funkcií sa v každom riadku spočítajú tie funkcie, ktoré majú rovnaké číslo riadku (sú dôležitejšie). Sú to tzv. voľby priorít, ktoré určujú dôležitosť jednotlivých funkcií. Pri správnom postupe sa musí súčet všetkých volieb priorít rovnať vzťahu

$$\text{súčet volieb priorít} = \frac{n(n-1)}{2}, \quad (9.1)$$

Kde: n – počet funkcií.

Tab. 9.1. Tabuľka metódy párového porovnávania

	Číslo funkcie						Súčet volieb priorit	Poradie	Koeficient významu (k_i)
	1	2	3	4	5	6			
1 – unášať vzorku	x	1	1	1	1	1	5	1	+1=6
2 – vedie vzorku	1	x	3	2	5	6	1	5	+1=2
3 – vytvára kanál	1	3	x	3	3	6	3	3	+1=4
4 – odvaľovanie valcov	1	2	3	x	5	6	0	6	+1=1
5 – pridržiava člen	1	5	3	5	x	6	2	4	+1=3
6 – uzatvára kanál	1	6	6	6	6	x	4	2	+1=5
Súčet Σ							15		21

Pri malom počte porovnávaných funkcií a predpoklade, že je medzi nimi pravidelný interval rozloženia ich významu, je možné považovať súčet volieb priorit zväčšený o číslo 1 za hodnotu koeficientu významnosti funkcie (k_i). Pri nepravidelných intervaloch rozloženia ich významu sa na určenie koeficientu významnosti funkcie (k_i) používa metóda pomerných čísel.

- Metóda odchylkovej stupnice

Táto metóda sa môže popísať v štyroch krokoch:

Určí sa celková hodnota významu všetkých funkcií v súbore, ktorej hodnota je 1, a preto platí:

$$V = \sum_{i=1}^n v_i = 1, \quad (9.2)$$

Kde: V – celková hodnota významu funkcií v súbore, $i = 1., 2., \dots, n$ -tá funkcia.

Vypočíta sa priemerná hodnota jednej funkcie ($\bar{v}_i$) za predpokladu, že všetky funkcie sú rovnako dôležité. Vypočíta sa tak, že celková hodnota významu funkcií sa podelí počtom funkcií v súbore (n).

$$\bar{v}_i = \frac{V}{n}, \quad (9.3)$$

Táto hodnota významu funkcie sa predbežne prideli všetkým funkciám v súbore. Zoradia sa všetky funkcie podľa koeficientu významnosti (k_i) a určí sa stredná hodnota koeficientu významnosti ($k_i = \text{medián}$).

Koeficient významnosti (k_i) sa určí metódou pomerných čísel, alebo metódou párového porovnávania. Vypočíta sa hodnota jednej jednotky významu (j_v)

$$j_v = \frac{1}{\sum_{i=1}^n k_i}, \quad (9.4)$$

Ďalej sa musí určiť odchýlka od priemernej hodnoty významu funkcie ($\bar{v}_i$) v závislosti od koeficientu významnosti (k_i). Určí sa tak, že od jednotlivých hodnôt (k_i) sa odpočíta stredná hodnota ($k_i = \text{medián}$) a vynásobí sa jednotkou významu (j_v). Následne sa vypočíta normovaná hodnota významu funkcie (v_i) podľa:

$$v_i = \frac{1}{\sum_{i=1}^n k_i} \cdot k_i, \quad (9.5)$$

Tab. 9.2. Tabuľka metódy odchýlkovej stupnice

Funkcie	Priemerná hodnota významu funkcie ($\bar{v}_i$)	Nenormovaná hod. významu funkcie (k_i)	Odchýlka od $\bar{v}_i$ v závislosti na k_i	Normovaná hodnota významu funkcie (v_i)
stĺ. 1	stĺ. 2	stĺ. 3 – medián 3,5	stĺ. 4	stĺ. 5 (2 . 4)
1	0,17	6	2,5.0,048 = 0,12	0,29
2	0,17	2	-1,5.0,048 = -0,072	0,098
3	0,17	4	0,5.0,048 = 0,024	0,194
4	0,17	1	-2,5.0,048 = -0,12	0,05
5	0,17	3	-0,5.0,048 = -0,024	0,146
6	0,17	5	1,5.0,048 = 0,072	0,242
celkom		21		

- Metóda postupného rozvrhu váhy**

Pri posudzovaní komplexnejšej úlohy, kde je väčší počet posudzovaných funkcií, je pravdepodobné, že funkcie budú patriť do rôznych logických skupín. Použitím metódy párového porovnávania by bolo obtiažné zistiť v takto nesúrodej skupine, ktorá z porovnávaných funkcií je dôležitejšia, hlavne keď každá z nich je z inej logickej skupiny. Skupina s menším počtom funkcií, ale významovo rovnaká alebo dokonca významnejšia, by

pravdepodobne mala celkovú váhu menšiu ako skupina s veľkým počtom funkcií.

Tento rozdiel rieši metóda postupného rozvrhu váhy (tab. 9.3). Najskôr sa stanoví percentuálny podiel významu jednotlivých logických skupín funkcií (stĺpec 2). V jednotlivých logických skupinách sa stanoví percentuálny podiel významu jednotlivých funkcií na celkovom význame celej skupiny funkcií (stĺpec 4). Vynásobením percentuálnej hodnoty skupiny (stĺpec 2) s percentuálnymi hodnotami jednotlivých funkcií v danej skupine (stĺpec 4) sa získa po matematickej úprave (zaokrúhlenie a vydelenie 10 000) normovaná hodnota významu všetkých funkcií (v_i).

Tab. 9.3. Tabuľka metódy postupného rozvrhu váhy

Logická skupina funkcií	Podiel (%) na význame celého súboru funkcií	Funkcie	Váha (%) v logickej skupine funkcií	Normovaná hodnota významu funkcie (v_i)
stĺ. 1	stĺ. 2	stĺ. 3	stĺ. 4	stĺ. 5
I.	50	unáša vzorku	50	0,25
		uzatvára kanál	30	0,15
		pridržiava člen	20	0,10
celkom	x		100	0,5
II.	40	zachytáva zaťaženie	70	0,28
		nastavuje polohu	30	0,12
celkom	x		100	0,4
III.	20	kalibruje vzorku	40	0,08
		meria teplotu	20	0,04
		umožňuje demontáž	40	0,08
celkom	x		100	0,2
úhrnom	100		x	1,00

- Metóda postupného rozvrhu váhy**

Pri posudzovaní komplexnejšej úlohy, kde je väčší počet posudzovaných funkcií, je pravdepodobné, že funkcie budú patriť do rôznych logických skupín. Použitím metódy párového porovnávania by bolo obťažné zistiť v takto nesúrodnej skupine, ktorá z porovnávaných funkcií je dôležitejšia, hlavne keď každá z nich je z inej logickej skupiny. Skupina s menším počtom funkcií, ale významovo rovnaká alebo dokonca významnejšia, by

pravdepodobne mala celkovú váhu menšiu ako skupina s veľkým počtom funkcií. Tento rozdiel rieši metóda postupného rozvrhu váhy (tab. 9.3). Najskôr sa stanoví percentuálny podiel významu jednotlivých logických skupín funkcií (stĺpec 2). V jednotlivých logických skupinách sa stanoví percentuálny podiel významu jednotlivých funkcií na celkovom význame celej skupiny funkcií (stĺpec 4). Vynásobením percentuálnej hodnoty skupiny (stĺpec 2) s percentuálnymi hodnotami jednotlivých funkcií v danej skupine (stĺpec 4) sa získa po matematickej úprave (zaokrúhlenie a vydelenie 10 000) normovaná hodnota významu všetkých funkcií (v_i).

- **Saatyho metóda**

Ide o expertný systém oceňovania významu funkcie. Táto metóda je veľmi podobná metóde párového porovnávania. Podstatný rozdiel je v tom, že namiesto bežného určovania nadradenosti funkcie sa používa vyjadrenie v zmysle: „koľkokrát alebo o koľko je jedna funkcia významnejšia ako druhá“. Vzájomná dôležitosť funkcií sa hodnotí pomocou číselnej stupnice v rozmedzí 1 až 9 s popisom významu. Dôležitej funkcií sa priradí číslo v z daného intervalu a menej dôležitej funkcií sa priradí prevrátená hodnota $1/v$. Vstupná štvorcová matica S , tvorená porovnávanými funkciami nie je symetrická. Má na uhlopriečke samé jednotky. Pri dodržaní podmienky tranzitivity môže Saatyho matica relatívnej dôležitosti nahradiť maticu hľadaných vzťahov. Váhy významu funkcií sa potom získajú výpočtom príslušnej rovnice s definovaním vlastných čísiel. To sa dá previesť iba pomocou PC.

Je možné jednoduchšie vypočítať hodnoty významu funkcie, ale je to menej presné. Pred samotným výpočtom Saatyho matice je dôležité vypočítať mieru konzistencie tejto matice. Za konzistentnú sa považuje matica, keď $I_s < 0,1$. Pokiaľ by táto podmienka nebola splnená, musí sa Saatyho matica upraviť. Index konzistencie definoval Saaty takto:

$$I_s = \frac{l_{\max} - n}{n - 1}, \quad (9.6)$$

Kde: $l_{\max}$ – najväčšie vlastné číslo Saatyho matice a n je počet kritérií.

Pre výpočet váh sa najčastejšie používa metóda geometrického priemeru (GM) riadkov Saatyho matice. Pre normovaný geometrický priemer platí:

$$v_i = \frac{\sqrt[n]{\prod_{j=1}^n S_{ij}}}{\sum_{i=1}^n \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n S_{ij}}}, \quad (9.7)$$

- Fuzzy množiny

Fuzzy množiny, resp. zahmlené množiny využívajú modifikovanú teóriu množín pre matematický popis a prácu s vágnymi, neurčitými alebo nepresnými pojmami a veličinami. Ak sa nemôže presne stanoviť hranica tried určitých vágnych pojmov, nahradí sa rozhodnutím o tom, či daný prvok do nej patrí a akou mierou podľa zadanej stupnice. Tým sa každému prvku priradí miera vyjadrujúca jeho miesto a rolu v triede. Táto miera sa nazýva stupeň príslušnosti prvku k danej triede.

Trieda, v ktorej je každý prvok charakterizovaný stupňom príslušnosti tejto triedy, sa volá fuzzy množina. Riešenie uvedených problémov (fuzzy množín) je pomerne zložitá a náročná.

9.1.4. Metódy stanovenia stupňa splnenia funkcie

V predchádzajúcej kapitole sa stanovovala hodnota významnosti funkcií. V tejto kapitole sa bude stanovovať stupeň splnenie funkcií, teda ako daná funkcia spĺňa zákazníkove požiadavky (etalóny optima zákazníkovej potreby – x_{ij}). Etalóny sú vlastne priradené hodnoty vnútorným vlastnostiam, ktorými sa dajú dosiahnuť požadované vonkajšie vlastnosti, ktoré očakáva zákazník.

- **Klasifikačná bodovacia metóda**

Táto metóda sa používa, keď funkcie majú rôznu hodnotu významu, čo sa vyskytuje vo väčšine prípadov a taktiež, keď nie je potrebné úplne presne stanoviť celkový stupeň splnenia funkcie. Metóda sa môže popísať týmito krokmi:

- Použije sa niektorá z metód na stanovenie normovanej hodnoty významu jednotlivých funkcií (v_i) (predchádzajúca kapitola).
- Stanoví sa, resp. sa oboduje miera kvality b_{ij} , teda ako analyzovaný objekt plní danú funkciu vo vzťahu k bodovej hodnote (3; 5; 10 alebo 100) predstavujúce etalón optima zákazníkovej potreby.
- Výsledná hodnota sa získa vynásobením kvality splnenia danej funkcie b_{ij} a normovanej hodnoty ich významu v_{ij} podľa vzťahu

$$\sum_{i=1}^n {}^\circ F_{ij} = b_{ij} \cdot v_i, \quad (9.7)$$

- Vypočíta sa výsledný stupeň splnenia všetkých funkcií súboru (n), ktoré charakterizujú celkovú veľkosť funkčností analyzovaného objektu

($\sum_{i=1}^n {}^\circ F_{ij}$), podľa vzťahu:

$$\sum_{i=1}^n {}^{\circ} F_{ij} = \sum_{i=1}^n b_{ij} \cdot v_i, \quad (9.8)$$

V závislosti od zvoleného bodovacieho intervalu sa výsledná hodnota

$(\sum_{i=1}^n {}^{\circ} F_{ij})$ pohybuje v intervaloch $\langle 0, 3 \rangle$, $\langle 0, 5 \rangle$, $\langle 0, 10 \rangle$, $\langle 0, 100 \rangle$.

Pre zvýšenie objektívnosti určenia celkovej veľkosti funkčnosti analyzovaného objektu sa doporučuje, aby sa hodnotenia zúčastnilo viacej na sebe nezávislých hodnotiacich odborníkov. Potom sa veľkosť funkčnosti stanovuje:

$$\sum_{i=1}^n {}^{\circ} F_{ij} = \frac{\sum_{r=1}^z b_{rj}}{z}, \quad (9.9)$$

Kde: b_j – expertne stanovená celková bodová hodnota splnenia všetkých funkcií objektu ako celku,

$z = 1., 2., 3., \dots, r, \dots, z$ -tý hodnotiteľ

- **Metóda optimálnej hodnoty**

Je to metóda základných variantov. Významne minimalizuje rysy subjektívneho hodnotenia pri kvantifikácii stupňa splnenia funkcie objektu. Používa sa všade, kde je dôležité čo najpresnejšie stanoviť miery

spokojnosti zákazníka $(\sum_{i=1}^n {}^{\circ} F_{ij})$. Princíp je založený na porovnaní exaktne

nameraných a expertne stanovených hodnôt parametrov jednotlivých charakteristík (x_{ij}) s hodnotami vyjadrujúcich zákazníkom požadovanú úroveň (etalón optima zákazníkovej potreby x_{ij}^*). Pomerom týchto hodnôt sa získa koeficient individuálnej funkčnosti (k_{ij}), ktorý môže nadobúdať hodnoty z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$. Pri požadovanej rastúcej preferencií hodnoty parametra x_{ij} (napr. otáčky, pevnosť, pružnosť, atď.) sa koeficient individuálnej funkčnosti vyjadrí ako:

$$k_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_{ij}^*}, \quad (9.10)$$

Pri požadovanej klesajúcej preferencií hodnoty parametra x_{ij} (napr. príkon, hmotnosť, atď.) sa koeficient individuálnej funkčnosti vyjadrí podľa vzťahu

$$k_{ij} = \frac{x_{ij}^*}{x_{ij}}, \quad (9.11)$$

Celkový stupeň splnenia jednej funkcie sa vypočíta ako

$$\sum_{i=1}^n {}^{\circ} F_{ij} = k_{fij} \cdot v_i, \quad (9.12)$$

Celkovú mieru spokojnosti zákazníka s výrobkom ako celku vyjadruje vzorec

$$\sum_{i=1}^n {}^{\circ} F_{ij} = \sum_{i=1}^n k_{fij} \cdot v_i, \quad (9.13)$$

Ak by všetky miery individuálnej funkčnosti (k_{fij}) boli rovné 1, potom by sa za hodnoty celkového významu funkcie ($\sum_{i=1}^n {}^{\circ} F_{ij}$) považovali hodnoty normovaného významu funkcie (v_i). Táto skutočnosť potvrdzuje dôležitosť maximálnej presnosti a objektívnosti prepočtu (v_i) vstupujúcich do prepočtu veľkosti funkčnosti, resp. miery spokojnosti zákazníka ($\sum_{i=1}^n {}^{\circ} F_{ij}$).

- **Metóda podielu kvadrátov**

Táto metóda je vlastne modifikáciou metódy optimálnej hodnoty. Umocňuje koeficient individuálnej funkčnosti, čím zväčšuje rozdiel medzi hodnotiacimi variantmi. Táto metóda preferuje progresívnejšie varianty. Koeficienty individuálnej funkčnosti pre rastúce preferencie hodnôt parametrov sa vypočítajú ako

$$k_{fij} = \left(\frac{x_{ij}}{x_{ij}^*} \right)^2, \quad (9.14)$$

Koeficienty individuálnej funkčnosti pre klesajúce preferencie hodnôt parametrov sú určené vzťahom

$$k_{fij} = \left(\frac{x_{ij}^*}{x_{ij}} \right)^2, \quad (9.15)$$

Prepočet celkovej veľkosti funkčnosti, resp. miery spokojnosti zákazníka je rovnaký ako u metódy optimálnych hodnôt.

9.2. Metódy stanovenia nákladov na funkciu $\sum N_{ij}$ a kvantifikácia hodnôt H_{ij}

Vznik a využívanie každej funkcie je spojené s jednou dôležitou vonkajšou vlastnosťou, ktorou sú náklady. Pri každom hodnotení variantov je nutné zisťovať ekonomickú náročnosť jednotlivých funkcií pôsobiacich v jednotlivých komponentoch. Je to spôsobené tým, že zisťovanie nákladov na funkciu je popri veľkosti funkčnosti funkcií jedným z dvoch hlavných kvantifikačných hodnôt pre zákazníka. Kvantifikovanú hodnotu H_j môžeme vyjadriť ako podiel stupňa

splnenia funkcií $\sum_{i=1}^n F_{ij}$ k celkovým nákladom $\sum_{i=1}^n N_{ij}$.

$$H_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^n F_{ij}}{\sum_{i=1}^n N_{ij}}, \quad (9.16)$$

Kde: $j = 0, 1, 2, \dots, n$ -tý variant, pričom 0. variant je východzí stav

Problematika stanovovania nákladov je veľmi komplexná. Viac informácií k metódam stanovujúcim náklady na funkcie je možné nájsť v literatúre [1, 3, 4].

Literatúra

- [1] Bušov B., Jirman P., Dostál, V.: *Tvorba a řešení inovačních zadání*. TU Liberec 1996.
- [2] Clausse U., Rodenacker W.: *Maschinensystematik und Konstruktionsmethodik*. Springer – Verlag 1998.
- [3] Čillík L., Žarnay M.: *Metodika konštruovania*. EDIS – vydavateľstvo ŽU, Žilina 2002.
- [4] Ehrlenspiel K., Kiewert A., Lindemann U.: *Kostengünstig Entwickeln und Konstruieren*. Springer – Verlag 2003.
- [5] Ehrlenspiel K.: *Integrierte Produktentwicklung*. Hanser 2003.
- [6] Tůma M.: *Tvorivý člověk*. Obzor, Bratislava 1991.
- [7] Tureková H., Mičieta B.: *Inovačný manažment*. EDIS – vydavateľstvo ŽU, Žilina 2002.

10. Wybrane metody wyznaczania położenia środka ciężkości

10.1. Wprowadzenie

Położenie środka masy najczęściej pokrywa się z położeniem środka ciężkości, ponieważ zakłada się, iż pole grawitacyjne, w którym znajduje się ciało jest jednorodne. Jednak nie zawsze jest to zgodne z rzeczywistością. W przypadku wieżowca Empire State Building różnica położenia środka ciężkości i środka masy wynosi około 1 [mm]. Ma to związek z faktem, że ziemskie przyspieszenie grawitacyjne rzeczywiście nieznacznie zmienia się wzdłuż powierzchni Ziemi oraz maleje podczas oddalania się od środka kuli ziemskiej, czyli wraz ze wzrostem wysokości nad Ziemią [7].

Działające na ciała siły ciężkości skierowane są w rzeczywistości do środka kuli ziemskiej. Jednak w analizie rozpatrywane są one jako siły równoległe. Założenie takie przyjmuje się ze względu na fakt, iż w zagadnieniach inżynierskich wymiary ciał są niewielkie w porównaniu z promieniem Ziemi, dla którego długość wynosi około $6,4 \cdot 10^6$ m [8]. W rezultacie zbieżność sił ciężkości jest pomijalnie mała. W związku z tym, do wyznaczania położenia środka ciężkości istnieje możliwość zastosowania zależności dotyczących położenia środka układu sił równoległych [3, 11, 19]. Wypadkową siłę ciężkości traktuje się więc jako stale przyłożoną w środku ciężkości C , bez względu na położenie ciała.

10.2. Metoda analityczna wyznaczania środka ciężkości

Współrzędne środka ciężkości dla brył jednorodnych wyznacza się w sposób analityczny wycinając myślowo z rozpatrywanego ciała sztywnego element o niewielkich wymiarach i objętości ΔV_i . Wówczas jego ciężar ΔG_i określa się wzorem:

$$\Delta G_i = \gamma_i \cdot \Delta V_i \quad (10.1)$$

Gdzie: γ_i - ciężar jednostki objętości.

Całkowity ciężar tego ciała jest wówczas równy:

$$G = \sum_{i=1}^n \Delta G_i \quad (10.2)$$

Przyjmujemy kolejne założenie dotyczące małych wymiarów wyciętego elementu, którego środek ciężkości ma współrzędne x_c, y_c, z_c w kartezjańskim prostokątnym układzie współrzędnych ($Oxyz$).

Przyjmując takie założenie współrzędne określamy:

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot G_i}{\sum_{i=1}^n \Delta G_i}, \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot G_i}{\sum_{i=1}^n \Delta G_i}, \quad z_c = \frac{\sum_{i=1}^n z_i \cdot G_i}{\sum_{i=1}^n \Delta G_i} \quad (10.3)$$

Po podstawieniu (10.1) otrzymujemy:

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot x_i \cdot V_i}{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta V_i}, \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot y_i \cdot V_i}{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta V_i}, \quad z_c = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot z_i \cdot V_i}{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta V_i} \quad (10.4)$$

Mając jednak na uwadze fakt, że każde ciało można podzielić na nieskończenie wiele elementów o wymiarach dążących do zera, powyższe wzory traktować należy jako przybliżone. Rzeczywiste zależności otrzymamy wyłącznie przedstawiając ciężar właściwy poprzez granicę:

$$\gamma = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta G}{\Delta V} \quad (10.5)$$

zaś całkowity ciężar ciała jako:

$$G = \iiint_V \gamma \cdot dV \quad (10.6)$$

Wówczas współrzędne środka ciężkości opisuje się za pomocą całek objętościowych, rozciągniętych na całą objętość danego ciała:

$$x_c = \frac{\iiint_V \gamma \cdot x \cdot dV}{\gamma \cdot dV} = \frac{\iiint_V \gamma \cdot x \cdot dV}{G} \quad (10.7)$$

$$y_c = \frac{\iiint_V \gamma \cdot y \cdot dV}{\gamma \cdot dV} = \frac{\iiint_V \gamma \cdot y \cdot dV}{G} \quad (10.8)$$

$$z_c = \frac{\iiint_V \gamma \cdot z \cdot dV}{\gamma \cdot dV} = \frac{\iiint_V \gamma \cdot z \cdot dV}{G} \quad (10.9)$$

Wprowadzając zależność między ciężarem właściwym γ a iloczynem przyspieszenia g i gęstości ρ :

$$\gamma = g \cdot \rho \quad (10.10)$$

współrzędne środka ciężkości można wówczas zapisać jako:

$$x_c = \frac{\iiint_V \rho \cdot x \cdot dV}{\rho \cdot dV} = \frac{\iiint_V \rho \cdot x \cdot dV}{m} \quad (10.11)$$

$$y_c = \frac{\iiint_V \rho \cdot y \cdot dV}{\rho \cdot dV} = \frac{\iiint_V \rho \cdot y \cdot dV}{m} \quad (10.12)$$

$$z_c = \frac{\iiint_V \rho \cdot z \cdot dV}{\rho \cdot dV} = \frac{\iiint_V \rho \cdot z \cdot dV}{m} \quad (10.13)$$

Gdzie: m - całkowita masa ciała.

$$m = \iiint_V \rho \cdot dV \quad (10.14)$$

Należy zaznaczyć, iż gęstość ρ może być również funkcją współrzędnych x , y , i z , więc współrzędne środka ciężkości C i samo jego położenie w stosunku do ciała materialnego są zależne od kształtu ciała oraz rozkładu masy [11].

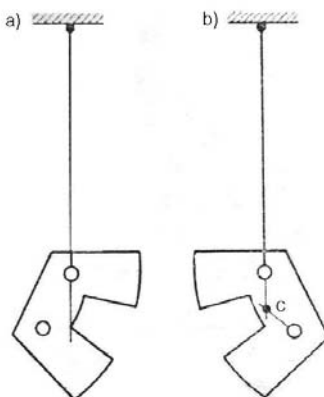
10.3. Metody doświadczalne

Określenie własności ciała sztywnego, takich jak m.in. położenie środka ciężkości czy momenty bezwładności, jest zadaniem istotnym przy projektowaniu statycznym i dynamicznym. Parametry te, jak udowodniono wcześniej, mogą być wyznaczane na przykład poprzez modelowanie bryłowe. Metody analityczne doskonale sprawdzają się podczas badań parametrów ciał w początkowych stadiach projektowania. Jeżeli natomiast zadanie polega na określeniu właściwości obiektów już istniejących, posiadających złożony kształt, metody analityczne są dosyć pracochłonne i zajmują dużo czasu [2]. Można, co prawda, posiłkować się w tym przypadku narzędziami inżynierii odwrotnej, lecz należy zdawać sobie sprawę z faktu, że postępowanie takie skróci czas wyznaczania niezbędnych parametrów kosztem pewnej utraty danych o obiekcie, konieczności zakupu niezbędnego oprzyrządowania (skanerów 3D), wymogu znajomości technik transformacji chmury punktów do modelu powierzchniowego. Alternatywę stanowią badania doświadczalne, w których uzyskuje się informacje o parametrach obiektu, takich jak np. położenie środka ciężkości, niezależnie od jednorodności materiału i stopnia złożoności kształtu.

Problem wyznaczania współrzędnych środka ciężkości, jak i innych parametrów ciała sztywnego metodami doświadczalnymi polega głównie na aplikacji równań dynamiki dla współczynników określonych podczas pomiarów. Eksperymentalne procedury poszukiwania parametrów badanego ciała obejmują metody zawieszenia lub podparcia ciała tak, aby znajdowało się ono w stanie równowagi. Innymi sposobami są algorytmy związane z dziedziną czasu lub częstotliwości.

10.3.1. Metoda zawieszenia ciała

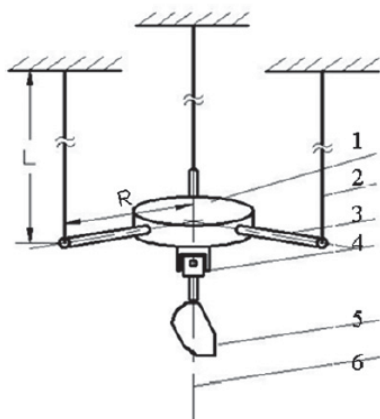
Metoda zawieszenia ciała polega na znalezieniu sposobu zawieszenia obiektu w taki sposób, aby można było uznać je za stabilne. Musi wówczas zachodzić równość wartości momentów sił przyłożonych w celu zrównoważenia ciała. Aby zawieszone ciało znajdowało się w stanie równowagi, punkt zawieszenia musi znajdować się dokładnie na osi środka ciężkości obiektu, nad położeniem środka ciężkości. Gdy punkt zawieszenia nie znajduje się dokładnie na wspomnianej osi, ciało ma tendencję do przechylania się pod wpływem siły ciężkości. Metoda zawieszenia stosowana jest w technice między innymi do wyznaczania środka ciężkości specjalnych ciężarków, używanych do korekcji stanu niewyważenia niektórych elementów maszyn w czasie eksploatacji (rys. 10.1). Ponieważ ciężarki korekcyjne muszą mieć niekiedy złożone kształty, przystosowane do kształtów otworów i występów wyważanych elementów, stosuje się najprostszą doświadczalną metodę określania położenia środka ciężkości. Ciężarek taki zawieszany jest na nitce, a przedłużenie osi nitki rysuje się na jego powierzchni. Ta czynność jest powtarzana przy zawieszeniu w innym punkcie. Punkt przecięcia prostych zarysowanych na ciężarku określa położenie środka ciężkości [9].



Rys. 10.1. Procedura doświadczalnego wyznaczania położenia środka ciężkości C ciężarków korekcyjnych [9]

10.3.2. Metody dziedziny czasu

Nazwa grupy metod dziedziny czasu powstała w wyniku wykorzystywania ich w pomiarach momentu bezwładności obiektów. Pomiary te obejmują niewielkie okresy drgań wahadła torsyjnego. W pewnych przypadkach można wykorzystać je w celu wyznaczenia współrzędnych środka ciężkości. Wówczas kryterium czasu, niezbędne dla pomiaru momentów bezwładności, traci na znaczeniu. Metody dziedziny czasu (TDM)¹ stanowią proste koncepcyjnie sposoby uzyskiwania danych w czasie eksperymentu. Niemniej jednak pozorna prostota, wynikająca z zasady działania wahadła związana jest z przyjęciem licznych założeń teoretycznych, kłopotliwych przy aplikacji w rzeczywistości. Wielokrotnie podejmowano próby tworzenia nowych wariantów stanowisk i układów pomiarowych dla wyznaczania parametrów bezwładnościowych obiektów. Nie wszystkie projekty odpowiadają jednak zadaniu wyznaczenia położenia środka ciężkości dla ciał niejednorodnych o skomplikowanym kształcie. Na szczególną uwagę pod tym względem zasługuje ulepszona metoda wyznaczania środka ciężkości z wykorzystaniem wahadła torsyjnego o trzech punktach zamocowania (TTP)² (rys. 10.2).



Rys. 10.2. Wahadło torsyjne o trzech punktach zamocowania [20]

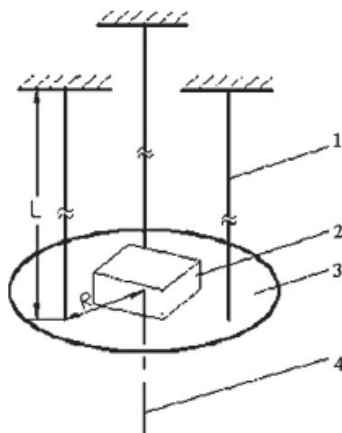
1 – tarcza dolna, 2 – linka, 3 – poziome pręty, 4 – przegub, 5 – badane ciało, 6 – oś wahadła, L - długość linek służących do zawieszenia wahadła, R - odległość między linkami a środkiem tarczy dolnej wahadła

¹ ang. Time Domain Methods

² ang. Trifilar Torsional Pendulum

Sposób ten jest związany z ideą metody zawieszenia. Rozwiązanie to zostało zaproponowane celem definiowania położenia środka ciężkości oraz momentów bezwładności układów napędowych w samochodach [20].

Wcześniej podejmowano próby użycia wahadła torsyjnego dla określania współrzędnych środka ciężkości. Używano konwencjonalnego stanowiska, bez elementu przegubowego (rys. 10.3). W przypadku nieregularnych kształtów badanych ciał wcześniejsze metody generowały duże błędy, ponieważ już wstępne ułożenie obiektu wymagało znajomości położenia środka ciężkości.



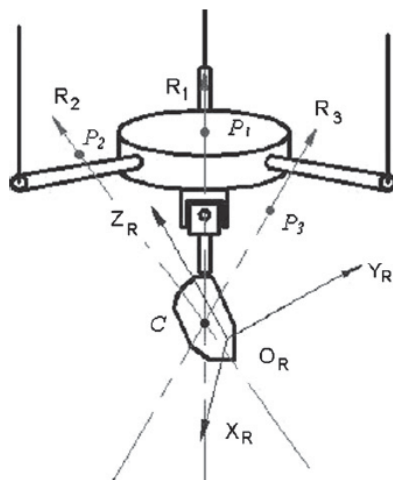
Rys. 10.3. Konwencjonalne wahadło torsyjne [20]

1 – linka stalowa, 2 – ciało nieregularne, 3 – tarcza dolna, 4 – oś wahadła, L – długość linek, R – odległość między linkami zawieszenia a środkiem tarczy dolnej wahadła

Związane było to z koniecznością lokalizacji ciała w ten sposób, aby jego środek ciężkości znajdował się w jednej linii z osią wahadła dla każdego pomiaru w odmiennym położeniu ciała. Wymóg ten praktycznie wyeliminował możliwość badań obiektów o nieregularnych kształtach klasyczną metodą TTP.

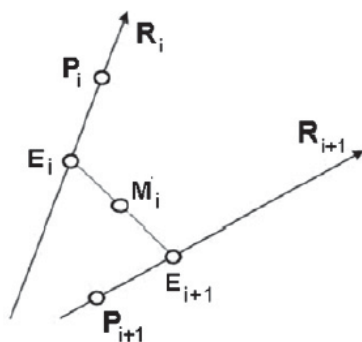
W ulepszonej metodzie TTP wykorzystano ideę układu konwencjonalnego, wzbogacając ją o element przegubowy (rys. 10.6). Dzięki tej modyfikacji układ naturalnie ustawia się tak, aby środek ciężkości badanego obiektu znajdował się w jednej linii z osią wahadła. Ponieważ w metodzie tej używa się wahadła o trzech punktach zamocowania, pozostałe dwie osie wahadła determinują punkt przecięcia, który w układzie odniesienia stanowi środek ciężkości ciała [20].

Ulepszona metoda TTP wykorzystując techniki doświadczalne, generuje również pewne błędy. Przy zmianie pozycji badanego ciała w czasie pomiaru dwie osie wahadła nie przecinają się idealnie.



Rys. 10.4. Pomiar położenia środka ciężkości C metodą TTP [20]
 $R_{1,2,3}$ – wektory osi wahadła w układzie odniesienia, $P_{1,2,3}$ – punkty na osi wahadła

W utworzonym dla metody modelu matematycznym jako środek ciężkości zawieszzonego obiektu przyjmuje się punkt środkowy głównej prostopadłej do dwóch osi wahadła (rys. 10.4).



Rys. 10.5. Identyfikacja współrzędnych środka ciężkości [20]
 $E_{i,i+1}$ – punkty określające położenie głównej prostopadłej do osi wahadła, $P_{i,i+1}$ – wektory położenia punktu na osi wahadła, $R_{i,i+1}$ – wektory (osi wahadła), M_i – punkt środkowy

Procedurę obliczeniową dla współrzędnych środka ciężkości opisuje się przyjmując położenie punktu na osi wahadła jako:

$$P_j^T = (X_j, Y_j, Z_j) \quad (10.15)$$

a wektor osi wahadła w układzie odniesienia (rys. 10.4):

$$R_j^T = (R_{xi}, R_{yi}, R_{zi}) \quad (10.16)$$

Gdzie j – numer pomiaru; $j=1, 2, \dots, N$.

Dla pomiarów o numerach i oraz $i+1$ położenia i orientacje osi wahadła pokazano na rysunku 10.5. Jako główną prostopadłą do osi wahadła R_i oraz R_{i+1} przyjmujemy E_{i+1} , E_i .

Po przyjęciu dwóch stałych a_i oraz a_{i+1} definiujemy wektory E_{i+1} , E_i :

$$E_i = P_i - a_i \cdot R_i \quad (10.17)$$

$$E_{i+1} = P_{i+1} - a_{i+1} \cdot R_{i+1} \quad (10.18)$$

Z przyjętych wcześniej założeń wynika, że wektor:

$$E_{i+1}E = E_i - E_{i+1}$$

jest prostopadły do R_i oraz R_{i+1} , więc:

$$\begin{cases} E_{i+1}E_i \cdot R_i = 0 \\ E_{i+1}E_i \cdot R_{i+1} = 0 \end{cases} \quad (10.19)$$

Symbolem „ $\cdot$ ” oznaczono w równaniu (10.19) iloczyn skalarny wektorów. Stałe a_i oraz a_{i+1} zapisujemy:

$$\begin{cases} a_i = \frac{n_i \cdot l_i - p_i \cdot k_i}{m_i \cdot k_i - j_i \cdot n_i} \\ a_{i+1} = -\frac{1}{(m_i \cdot k_i - j_i \cdot n_i) \cdot (m_i \cdot l_i - j_i \cdot p_i)} \end{cases} \quad (10.20)$$

Punkt środkowy M_i linii $E_{i+1}E$ jest wyznaczany podczas dwóch pomiarów

$$M_i = \frac{(E_i + E_{i+1})}{2} \quad (10.21)$$

Zgodnie z procedurą proponowaną przez autorów [20] pomiary powinny być wykonane co najmniej sześciokrotnie.

Identyfikację położenia środka ciężkości otrzymuje się wówczas jako:

$$M = \sum_{j=1}^{\frac{N}{2}} \frac{M_j}{\frac{N}{2}} \quad (10.22)$$

gdy N jest liczbą parzystą, natomiast:

$$M = \sum_{j=1}^{\frac{N-1}{2}} \frac{M_j}{\frac{N-1}{2}} \quad (10.23)$$

w przypadku, kiedy N jest liczbą nieparzystą.

Jak już wcześniej wspomniano środek ciężkości determinowany jest dla współrzędnych układu odniesienia. Pomiary są zaś dokonywane w pierwotnym układzie współrzędnych z wykorzystaniem urządzenia do pomiarów w przestrzeni trójwymiarowej (TCMA)³. Współrzędne tych układów zamienia się przy użyciu następującej formuły:

$$\begin{bmatrix} P_{X0} \\ P_{Y0} \\ P_{Z0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{1X0} \\ 0_{1Y0} \\ 0_{1Z0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & \cos \alpha_2 & \cos \alpha_3 \\ \cos \beta_1 & \cos \beta_2 & \cos \beta_3 \\ \cos \gamma_1 & \cos \gamma_2 & \cos \gamma_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{X1} \\ P_{Y1} \\ P_{Z1} \end{bmatrix} \quad (10.24)$$

Gdzie: (P_{X0}, P_{Y0}, P_{Z0}) – współrzędne dowolnego punktu w układzie „0”;
 $(0_{1X0}, 0_{1Y0}, 0_{1Z0})$ – współrzędne układu współrzędnych w układzie „1”;
 (P_{X1}, P_{Y1}, P_{Z1}) – współrzędne punktu lub wektora w układzie „1”;
 $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ – kąty między osią O_1X_1 a osiami O_0X_0, O_0Y_0, O_0Z_0 ,
 $(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$ – kąty między osią O_1Y_1 a osiami O_0X_0, O_0Y_0, O_0Z_0 ,
 $(\alpha_3, \beta_3, \gamma_3)$ – kąty między osią O_1Z_1 a osiami O_0X_0, O_0Y_0, O_0Z_0 ,

Wykorzystując powyższą formułę można w prosty sposób transformować układy współrzędnych od pierwotnego do układu odniesienia, za pośrednictwem układu współrzędnych związanego z ciałem.

Autorzy metody sugerują następującą procedurę pomiaru współrzędnych środka ciężkości [20]:

1. Dokonanie pomiaru współrzędnych jednego punktu na osi wahadła oraz jej wektora w pierwotnym układzie współrzędnych, przy wykorzystaniu TCMA.
2. Zawieszenie ciała w określonej pozycji. Ustalenie układu odniesienia z wykorzystaniem TCMA. Pomiar współrzędnych początku układu oraz wektora na każdej osi ($O_R X_R Y_R Z_R$) w pierwotnym układzie współrzędnych.

³ ang. Tri- Coordinate Measurement Apparatus

3. Pomiar współrzędnych wybranych punktów referencyjnych przy użyciu TCMA. Zmierzone współrzędne mogą być zdefiniowane dla osi układu związanego z badanym ciałem, co oznacza, że są tym samym określone dla układu pierwotnego. Relacje między układem związanym z ciałem a układem odniesienia są znane i niezmiennie względem ułożenia ciała.
4. Przekształcenie współrzędnych punktu leżącego na osi wahadła oraz jego wektora z układu pierwotnego do układu odniesienia, z wykorzystaniem formuły (9.24). Obliczenie kątów zawartych między osią wahadła a każdą z osi współrzędnych układu odniesienia.
5. Zawieszenie ciała w innej pozycji i powtórzenie procedury 3÷4 dla 9÷12 pozycji zawieszenia.
6. Wyliczenie współrzędnych środka ciężkości na podstawie (10.23) i (10.24).



Rys. 10.6. Stanowisko pomiarowe dla ulepszonej metody TTP [20]

Omówiona metoda umożliwia ponadto pomiar momentów bezwładności. Do przytoczonej procedury dochodzi wówczas etap związany z wymuszeniem oscylacji TTP oraz pomiaru okresu drgań. Oblicza się wówczas moment bezwładności wokół osi wahadła w ramach przyjętej pozycji ciała. Zgodnie z wynikami badań [20] odchylenie zmierzonych wartości współrzędnych środka ciężkości od wartości teoretycznej nie przekracza 1,5 [mm].

10.3.3. Metody bazujące na dziedzinie częstotliwości

Metody identyfikacji parametrów modelu na podstawie funkcji odpowiedzi częstotliwościowej (FRF)⁴ klasyfikuje się jako metody odporności bezwładnościowej (IRM)⁵ (zwanej również metodą linii masowej (MLM)⁶, identyfikacji fizycznych parametrów kierunkowych (MDPPI)⁷ oraz metody analizy modalnej modelu (MMM)⁸. Do metod częstotliwościowych zaliczyć można również metodę operacyjnej analizy modalnej (OMA)⁹, bazującej jedynie na odpowiedziach częstotliwościowych, bez znajomości sygnałów wejściowych.

Analiza modalna stanowi powszechnie stosowane narzędzie badania własności dynamicznych obiektów [22]. Ustalone za jej pomocą właściwości modelu modalnego umożliwiają wstępne określenie zachowania ciała w wyniku zaburzeń równowagi. Metoda analizy modalnej polega na użyciu danych modalnych dla wyliczenia macierzy bezwładności układu. Wykorzystuje ona relacje ortogonalności macierzy masowej układu oraz postaci drgań ciała sztywnego, wyodrębnionych z mierzonych funkcji odpowiedzi częstotliwościowych. Związki te używane są następnie w celu wyliczenia parametrów bezwładnościowych ciał [2, 13].

Metoda identyfikacji parametrów kierunkowych polega na analizie macierzy masy, sztywności i tłumienia układów z wykorzystaniem mierzonych funkcji odpowiedzi częstotliwościowych. Jako pierwsze brane pod uwagę są wyrażenia analityczne FRF, następnie wartości sprawdzane na stanowisku [13, 15].

Metody linii masowej pojawiają się w wielu publikacjach naukowych, polegają zaś na badaniu odpowiedzi dynamicznej swobodnych układów analizowanych w obszarze niskich częstotliwości. Metoda IRM dobrze sprawdza się w przypadkach wstępnego wystarczającego odizolowania przypadków zachowań ciała sztywnego od tych, które charakteryzują przypadki układów odkształcalnych. Metody linii masowej realizowano dotychczas wykorzystując założenia o znajomości jednego lub kilku właściwości obiektu, w postępowaniu iteracyjnym [14] lub poprzez bezpośredni odczyt analizowanych funkcji częstotliwościowych [6].

Zastosowanie metody parametrycznej z bezpośrednim wykorzystaniem funkcji odpowiedzi częstotliwościowej (FRF) w przypadku wyznaczania położenia środka ciężkości jest uwarunkowane możliwością odejścia od skomplikowanych, niejednokrotnie obciążonych pewnymi błędami metod, wykorzystujących wahadło torsyjne [6, 14]. Zaletę metod bazujących na

⁴ ang. Frequency Response Function

⁵ ang. Inertia Resistant Method

⁶ ang. Mass Line Method

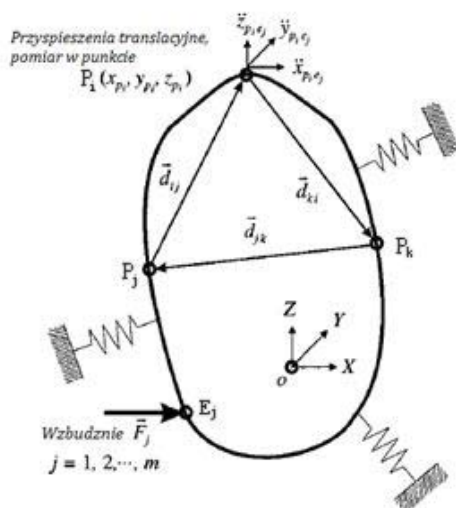
⁷ ang. Methods of Direct Physical Parameter Identification

⁸ ang. Modal Model Methods

⁹ ang. Operational Modal Analysis

odpowiedzi częstotliwościowej stanowi również fakt, iż umożliwia ona odfiltrowanie danych, związanych z zachowaniami badanego obiektu typowymi dla ciała sztywnego od tych, które charakteryzują ciała odkształcalne. Powyższa właściwość umożliwia analizę badanego elementu jako ciała sztywnego i tym samym nie generuje błędów podczas aplikacji wyników pomiarów do równań dynamicznych układu.

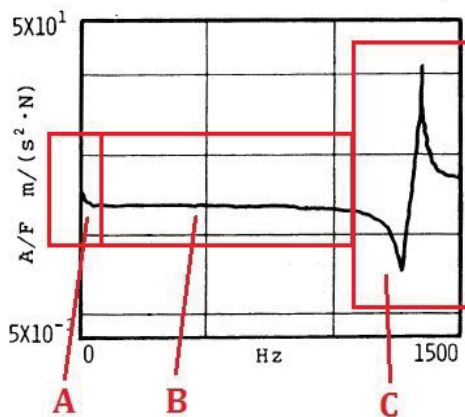
Metoda IRM–FRF stanowi podstawowe narzędzie eksperymentalnej analizy modalnej. Pomaga określić parametry ciała sztywnego na podstawie badania własności dynamicznych danego ciała. W przypadku procedury FRF polega ono na wymuszeniu drgań znaną siłą F_j oraz wyznaczeniu transmitancji w postaci FRF. Funkcję tę, poza wartością wejściową siły wymuszającej charakteryzuje również odpowiedź układu w postaci przyspieszeń.



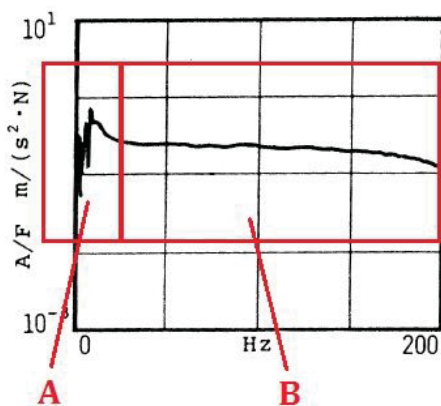
Rys. 10.7. Schemat ideowy dla metody linii masowej [10]

Dzięki znanej sile F_j przyłożonej w punkcie E_j (0) oraz zmierzonym przez trzyosiowe akcelerometry przyspieszeniom, można obliczyć relacje pomiędzy przyspieszeniami akcelerometrów a przyspieszeniami w początku układu współrzędnych. Złożoność korzystania z powyższej metody polega głównie na fakcie, iż z przeprowadzanych pomiarów otrzymujemy funkcję odpowiedzi częstotliwościowej w postaci widma. Koniecznością jest wówczas zdolność interpretacji wpływu siły wymuszającej na właściwości badanego ciała. Najkorzystniejsze oszacowanie wartości odpowiedzi ciała sztywnego (tzw. „linii

masowej¹⁰”) ma miejsce, gdy wartości przyspieszenia dla pomiaru dobiera się z przedziału częstotliwości, w którym ruch ciała sztywnego nie jest związany z zawieszeniem i nie występują jeszcze wpływy sprężystości materiału (obszar B) (rys. 10.8 i 10.9).



Rys. 10.8. Przykładowa funkcja odpowiedzi częstotliwościowej, badanie belki [14]
A, B, C – obszary badanych pasm badanych częstotliwości.

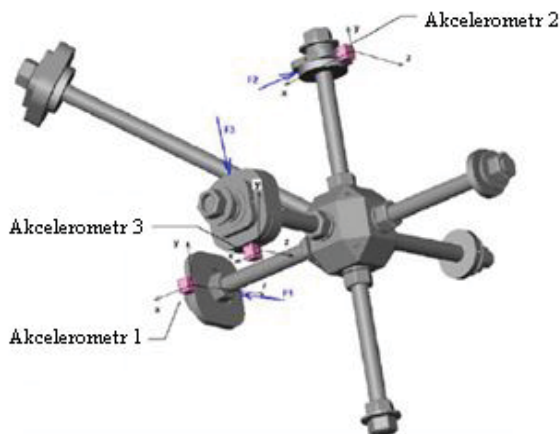


Rys. 10.9. Wpływ zawieszenia ciała, widoczne piki rezonansowe, badanie silnika motocyklowego [14]. A, B – obszary pasm badanych częstotliwości.

¹⁰ ang. Mass line

Obszar A obejmuje pasmo częstotliwości, w którym dominuje ruch ciała sztywnego, jednakże w niskich częstotliwościach tego obszaru występują piki rezonansowe związane z zawieszeniem ciała. Obszar C jest natomiast pasmem częstotliwości, w którym występują już wpływy sprężystości materiału [6].

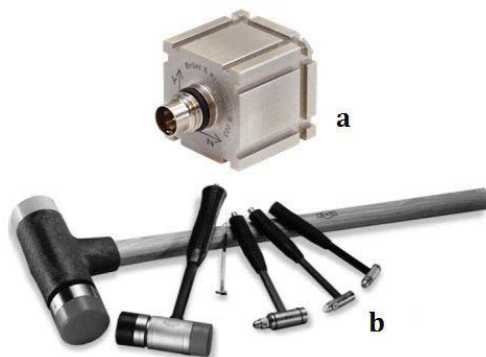
Stanowisko badawcze dla omówionej metody wykorzystuje zawieszone przy pomocy lekkich sprężyn (rys. 10.11) lub lin bungee [13] ciało sztywne. Podczas eksperymentu w wybranych punktach zadawane są siły wzbudzone przy użyciu młotka modalnego (rys. 10.12). Do pomiarów wykorzystywane są trzyosiowe akcelerometry. Analizę wyjściowego sygnału częstotliwościowego umożliwiają wielokanałowe analizatory, pozwalające na jednoczesną akwizycję danych odpowiedzi oraz wzbudzenia [2]. Przykładem metody częstotliwościowej jest metoda operacyjnej analizy modalnej. Jej odmienność polega na wykorzystywaniu jedynie pomiarów odpowiedzi częstotliwościowych bez wiedzy o sygnałach wejściowych.



Rys. 10.10. Model CAD badanego obiektu wraz z umiejscowieniem akcelerometrów [2]



Rys. 10.11. Stanowisko pomiarowe dla metody FRF [2]



Rys. 10.12. Elementy wykorzystywane przy badaniach właściwości ciała sztywnego metodą FRF [24]: a – akcelerometr trzyosiowy (BK4506B) [23], b – młotki modalne

Algorytm OMA związany jest z analizą postaci drgań własnych ciała sztywnego. Postacie te uwarunkowane są częstościami wymuszającymi.

Zjawisko rezonansu występuje gdy częstość pobudzenia zbliża się do częstości krytycznej. Charakteryzuje się ono znacznym wzrostem amplitudy drgań układu dla określonych częstości wymuszających. Częstości krytyczne mogą być związane z postaciami drgań własnych ciała sztywnego lub odkształcalnego. Liczba postaci drgań własnych ciała sztywnego jest równa liczbie stopni swobody. Ciało sztywne, na które nie nałożono żadnych więzów ma sześć stopni swobody: trzy ruchy translacyjne oraz trzy ruchy rotacyjne.

Ciała odkształcalne mogą mieć większą od sześciu liczbę stopni swobody. Wyróżnić tu można modele dyskretne i ciągłe w zależności od tego czy liczba stopni swobody układu jest skończona [16].

Ponieważ zgodnie z wytycznymi OMA wybrany układ może być wzbudzany w każdym punkcie oraz kierunku, wszystkie postacie drgań własnych mogą są wykrywalne podczas pojedynczego eksperymentu. W przypadku gdy siła wymuszająca nie jest znana, otrzymane postacie drgań nie są skalowane [12]. Biorąc pod uwagę fakt, że wszystkie postacie drgań własnych mogą być uzyskane z wykorzystaniem OMA, dla nieskalowanych postaci drgań ciała sztywnego otrzymuje się [12]:

$$[\Psi] = [\{\psi_1\} \{\psi_2\} \dots \{\psi_6\}] \quad (10.25)$$

Gdzie: $\psi_1, \psi_2 \dots \psi_6$ – nieskalowane postacie modalne (gdy wymuszenie nie jest znane).

Postacie drgań własnych ze znanym współczynnikiem skalowania α otrzymuje się poprzez wykorzystanie procedur zmiany masy¹¹, polegającej na dołączeniu mas w punktach, gdzie postacie modalne są znane [1,5].

Równanie (10.25) zapisuje się wówczas następująco:

$$[\Phi] = [\Psi][\alpha] \quad (10.26)$$

co równoznaczne jest zapisowi

$$[\Phi] = [\alpha_1 \{\psi_1\} \cdot \alpha_2 \{\psi_2\} \dots \alpha_6 \{\psi_6\}] \quad (10.27)$$

W zadaniu identyfikacji parametrów inercyjnych przy użyciu metody operacyjnej analizy modalnej również wykorzystuje się trzyosiowe akcelerometry. Za ich pomocą uzyskiwane są wartości poszczególnych elementów macierzy $[\Psi]$. Ponieważ skalowana macierz $[\Phi]$ obejmuje jedynie translacyjne stopnie swobody, koniecznością jest transformacja rozmiaru macierzy z , gdzie N jest liczbą trzyosiowych akcelerometrów, do macierzy postaci drgań $[\Phi_0]$ o wymiarze 6×6 . W tym celu rozpisuje się [12]:

$$[\Psi][\alpha] = [R_0][\Phi_0] \quad (10.28)$$

Macierz wektorów własnych $[\Phi_0]$ składa się wówczas z wierszy opisujących translacyjne i rotacyjne stopnie swobody. Należy również zaznaczyć, iż współczynniki drgań głównych w niej zawarte związane są z początkiem układu współrzędnych układu.

W przypadku gdy macierz transformacji postaci modalnych $[R_0]$ odpowiadających odczytom trzyosiowych akcelerometrów, nie jest macierzą kwadratową należy zastosować przekształcenie macierzy R_0 do postaci uogólnionej macierzy odwrotnej [12]. Kolejnym krokiem przy wyznaczaniu parametrów współrzędnych środka ciężkości metodą OMA jest wprowadzenie

¹¹ ang. Mass change method

macierzy bezwładności $[M_o]$ oraz sztywności $[(K)]_o$ celem otrzymania znanego równania, uwzględniającego częstości drgań własnych ciała sztywnego [12]:

$$[M_o] \{ \varphi_{on} \} \cdot \omega_n^2 = [K_o] \cdot \{ \varphi_{on} \} \quad (10.29)$$

Gdzie: ω_n – n -ta częstość drgań własnych ciała sztywnego.

Korzystając z własności ortogonalności $[\Phi_o]$ postaci modalnej uzyskujemy [12]:

$$[\Phi_o]^T [M_o] [\Phi_o] = 1 \quad (10.30)$$

Ponieważ postacie drgań własnych są liniowo niezależne a macierz drgań głównych odwracalna, uzyskuje się macierz bezwładności $[M_o]$:

$$[M_o] = [\Phi_o]^{-T} [\Phi_o]^{-1} \quad (10.31)$$

Współczynniki powyższej macierzy pozwalają obliczyć współrzędne środka ciężkości ciała sztywnego [12].

$$x_{sc} = \frac{1}{2m (M_o^{26} - M_o^{35})} \quad (10.32)$$

$$y_{sc} = \frac{1}{2m (M_o^{34} - M_o^{16})} \quad (10.33)$$

$$z_{sc} = \frac{1}{2m (M_o^{15} - M_o^{24})} \quad (10.34)$$

W publikacji [12] przedstawiono także wyniki porównawcze OMA z klasycznymi metodami częstotliwościowymi oraz uzyskiwane za pośrednictwem modeli numerycznych z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Błędy metody operacyjnej analizy modalnej zależały w dużym stopniu od rodzaju analizowanego modelu, jednak nie przekraczały w żadnym z przypadków 10%.

10.3.4. Metody analizy obrazów cyfrowych

Często spotykaną w przemyśle metodą analizy właściwości wyrobów jest zastosowanie systemów widzenia maszynowego¹². Obejmują one elementy wizji komputerowej¹³, ukierunkowane na analizę wizyjną obejmującą przetwarzanie obrazów. Istotnie wspierają one kontrolę jakości produkcji lub bezpośrednio biorą udział w procesie sterowania, zapewniając wysoki stopień automatyzacji procesu produkcji. Technika ta zapewnia wysoki stopień niezawodności w porównaniu z człowiekiem, ponieważ wykorzystywane w niej urządzenia mogą pracować bez przerwy, nie ulegają negatywnym wpływom psychofizycznym itp.

¹² ang. Machine vision

¹³ ang. Computer vision



Rys. 10.13. Wykorzystanie technik widzenia maszynowego: pomiar średnicy zewnętrznej gwintu [21]

Realizacja widzenia maszynowego obejmuje swoim zakresem między innymi odczyt i weryfikację oznaczeń na produktach, identyfikację obecności obiektów wraz z ich zliczeniem oraz pomiary wielkości geometrycznych [4, 18, 21] – rys. 10.13 i 10.14.



Rys. 10.14. Wykorzystanie technik widzenia maszynowego: pomiar odległości między otworami w detalu [21]

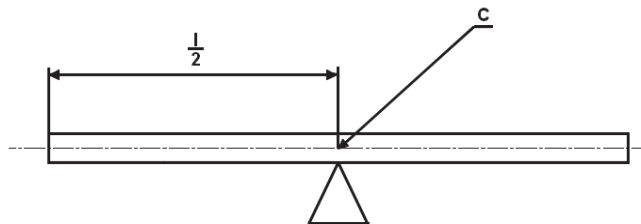
Systemy widzenia maszynowego dla pomiaru wielkości geometrycznych wykorzystują analizę obrazu w postaci cyfrowej. Identyfikacji parametrów dokonuje się poprzez badanie położenia poszczególnych pikseli obrazu względem ustalonego wcześniej wzorca, przy uwzględnieniu przedziałów tolerancji wymiarowej. Aparaty fotograficzne lub kamery (w przypadku przetwarzania sygnałów w czasie rzeczywistym) wykorzystywane w widzeniu maszynowym najczęściej przechwytują obraz w postaci szaroodcieniowej, który następnie jest najczęściej przekształcony do postaci binarnej, która znacznie poprawia przejrzystość pod względem geometrii badanych detali.

Zadanie wyznaczenia położenia środka ciężkości przy wykorzystaniu technik widzenia maszynowego w elementach 2D jest stosunkowo proste. Opiera się na badaniach położenia obrazowych środków ciężkości poszczególnych obiektów (w liczbie pikseli) oraz przekształceniu współrzędnych do wartości w jednostkach miar układu SI.

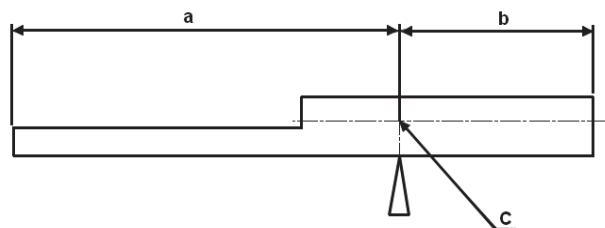
Wadą przedstawionej powyżej metody jest trudność analizy obiektów 3D o skomplikowanych kształtach oraz konieczność założenia o jednorodności materiału. O ile skomplikowany kształt elementu nie musi być czynnikiem dyskwalifikującym obiekt, tak wyznaczenie położenia środka ciężkości elementu niejednorodnego wyłącznie na podstawie analizy obrazów nie jest możliwe. Znane metody odtwarzania skomplikowanych kształtów trójwymiarowych podzielić można na sposoby bazujące na pomiarach oraz te, które pomiarów nie wykorzystują. Do pierwszej grupy, charakteryzującej metody o doświadczalnym charakterze, zaliczyć można metody bazujące na triangulacji: wykorzystanie pomiarów obrazów, oświetlenie strukturalne, systemy oświetlenia kodowanego czy oświetlenie laserowe; oraz metody oceny normalnych do powierzchni: cieniowanie, kształty uzyskane na podstawie odbicia światła, konturu (stosowane w medycynie) oraz gradientów krawędzi. Sposoby określania kształtów obiektów 3D niewymagające pomiarów obejmują tworzenie animacji czy odtwarzanie kształtu obiektu na podstawie równań [17].

10.3.5. Metoda podparcia

Metoda podparcia, podobnie jak metoda zawieszenia związana jest z koniecznością zajścia równości momentów sił przyłożonych w celu zrównoważenia ciała. Umieszczając punkt podparcia dokładnie pod środkiem ciężkości danego ciała, pozostanie ono w równowadze (rys. 10.15, rys. 10.16). W przypadku, gdy punkt podparcia zostanie umiejscowiony w odległości x od osi przechodzącej przez środek ciężkości, przy założeniu o nieprzykładaniu dodatkowych sił w układzie, siła grawitacji spowoduje przewrócenie się obiektu.

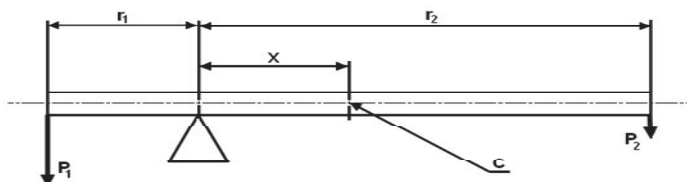


Rys. 10.15. Środek ciężkości C położony dokładnie w połowie belki (l – całkowita długość belki), punkt podparcia dokładnie pod środkiem ciężkości, belka pozostaje w równowadze



Rys. 10.16. Belka podparta dokładnie pod środkiem ciężkości C , nie ma potrzeby wprowadzania dodatkowych sił aby zrównoważyć układ. (a – odległość od lewego końca belki do punktu C , b – odległość od prawego końca belki do punktu C).

Kiedy punkt podparcia znajduje się w pewnej odległości od osi środka ciężkości należy wprowadzić dodatkowe siły, równoważące układ (rys. 10.17).



Rys. 10.17. Belka podparta w odległości X od środka ciężkości C ; aby układ pozostał w równowadze musi zachodzić równowaga momentów istniejąca w przypadku występowania odpowiednich zależności między odległościami r_1 i r_2 oraz siłami P_1 , P_2 .

Znając położenie punktu podparcia, wartości, zwrotu oraz punktów przyłożenia sił dodanych w celu zrównoważenia układu można wyznaczyć położenie środka ciężkości mierzonego elementu.

$$P_1 r_1 - P_2 r_2 = 0 \quad (10.35)$$

$$P_1 r_1 = P_2 r_2 + x \cdot G \quad (10.36)$$

Określone w ten sposób położenie środka ciężkości obejmuje swoim zakresem jedynie położenie ciała w jednej płaszczyźnie. Celem uzyskania współrzędnych w trzech płaszczyznach należy zmieniać ustawienia badanego obiektu. Również w tym przypadku jest istotny właściwy dobór odległości r_1 i r_2 gwarantujący zachowanie równowagi momentów. Tylko wówczas bowiem można mówić o położeniu punktu C (reprezentującego środek ciężkości elementu w danej płaszczyźnie) bezpośrednio nad punktem podparcia.

Obliczenia współrzędnych środka ciężkości w doświadczalnej metodzie podparcia bazują na przekształceniach matematycznych. W przypadku nierównoważenia, gdy położenie środka ciężkości w analizowanej płaszczyźnie

nie jest tożsame z położeniem punktu podparcia ciała a wartości, zwroty i punkty przyłożenia sił są znane (rys. 10.17) współrzędną punktu C danej płaszczyzny znajduje się, przekształcając równanie (10.36):

$$P_1 r_1 - P_2 r_2 = x \cdot G \quad (10.37)$$

$$x = \frac{P_1 r_1 - P_2 r_2}{G} \quad (10.38)$$

Wykorzystując rysunek pomocniczy (rys. 10.17) znajduje się:

$$x_c = r_1 + x \quad (10.39)$$

Gdzie: x_c – jedna ze współrzędnych środka ciężkości badanego ciała.

Ostatecznie:

$$x = r_1 + \frac{P_1 r_1 - P_2 r_2}{mg} \quad (10.40)$$

W przypadku położenia gwarantującego zachowanie równowagi, tj. kiedy siły P_1 i P_2 są równe zeru, wartość odległości x również jest zerowa, więc:

$$x_c = r_1 \quad (10.41)$$

Metoda podparcia stanowi pozornie prosty sposób określenia położenia środka ciężkości. Trudności wynikające z zastosowania metody pojawiają się podczas przejścia z płaszczyzny analitycznej zagadnienia na płaszczyznę doświadczalną. Obejmują one sposoby uchwycenia momentu utraty stabilności obiektu w ten sposób, aby dane pomiarowe były możliwe do akwizycji i ewentualnej archiwizacji. Dzięki zastosowaniu równań warunku równowagi momentów osiągalnym staje się określenie położenia środka ciężkości ciał niejednorodnych, w dalszym ciągu jednak problem stanowi opracowanie sposobu podparcia ciała o nieregularnych kształtach. W chwili gdy uzyskane zostały już pomiary pojawia się inny typ problemu, którym jest dokładność pomiarowa. Koniecznością staje się wówczas dobór odpowiedniego oprzyrządowania, które zapewni wystarczająco dużą częstotliwość próbkowania, pozwalającą na dokładny odczyt danych dla momentu nagłej zmiany położenia ciała.

10.4. Podsumowanie

Z przeprowadzonej analizy wynika, że zadanie wyznaczenia położenia środka ciężkości można realizować na wiele sposobów. Ważnym jest w tym przypadku optymalny dobór metody pod względem informacji o obiekcie, dokładności i ilości czasu, którym dysponujemy. Dobrym rozwiązaniem w przypadku elementów jednorodnych są metody analityczne, jednak w świetle

konieczności przeprowadzania czasochłonnych obliczeń, modelowania skomplikowanego elementu lub niejednorodności fizycznej obiektu, korzystniejszymi są procedury doświadczalne. Podczas przyjmowania dowolnej metody doświadczalnej trzeba mieć na względzie prawdopodobieństwo wystąpienia błędu w pomiarze. Należy również zdecydować o słuszności założenia o jednorodności materiału w konkretnym przypadku. Niekiedy wyznaczenie parametru bezwładnościowego, jakim jest położenie środka ciężkości wymaga kosztownego sprzętu pomiarowego, np. analizatorów wielokanałowych.

Literatura

- [1] Aenlle M., Brincker R., Canteli A., Villa L.: *Scaling factor estimation by the mass change method*. Proceedings of the International Operational Modal Analysis Conference (IOMAC), 2005.
- [2] Almeida R., Urugueira A., Maia N.: *Identification of Rigid Body Properties from vibration measurements.*: Journal of Sound and Vibration 299. 2007, s. 884- 899.
- [3] Buzun H., Osiński Z.: *Mechanika. Cz. I*. PWN, Warszawa 1953.
- [4] Davies E.: *Machine vision: theory, algorithms, practicalities*. Elsevier 2005.
- [5] Fernández P., Reynolds P., Aenlle M.: *Experimental evaluation of mass change approaches for scaling factors estimation.*: Dynamics of Civil Structures, Volume 4. Springer, New York. 2011, s. 109- 118.
- [6] Fregolent A., Sesteri A.: *Identification of rigid body inertia properties from experimental data*. Mechanical Systems and Signal Processing 10 (6), 1996, s. 1849- 1859.
- [7] Halliday D., Resnick R., Walker J.: *Podstawy fizyki. Tom II*. PWN, Warszawa 2012.
- [8] Kittel C., Knight D., Ruderman M.: *Mechanika*. PWN, Warszawa 1975.
- [9] Łączkowski R.: *Wyważanie elementów wirujących*. WNT, Warszawa 1954.
- [10] Lee H., Lee Y., Park Y.: *Response and excitation points selection for accurate rigid- body inertia properties identification*. Mechanical Systems and Signal Processing 13 (4). 1991, s. 571- 592.
- [11] Leyko J.: *Mechanika ogólna. Tom I*. PWN, Warszawa 2008.
- [12] Malekjafarian A., Ashory M., Khatibi M.: *Identification of inertia properties from the results of output-only modal analysis*. Archive of Applied Mechanics. 2013, s. 1-15.
- [13] Mucchi E., Fiorati S., Di Gregorio R., Dalpiaz G.: *Determining the rigid- body inertia properties of cumbersome systems: comparison of techniques in time and frequency domain*. Experimental Techniques 35 (3). 2011, s. 36- 43.

- [14] Okubo N., Furukawa T.: *Measurement of Rigid Body modes for Dynamic Design*. Proceedings of IMAC II, Orlando 1984, s. 545- 549.
- [15] Okuma M., Shi Q., Oho T.: *Development of the experimental spatial matrix identification method (theory and basic verification with a frame structure)*. Journal of Sound and Vibration 219 (1). 1997, s. 5-22.
- [16] Osiński Z.: *Teoria drgań*. PWN, Warszawa 1980.
- [17] Rafałowski M.: *Scalone analizatory obrazu w pomiarach techniki świetlnej i ocenie kształtu obiektów*. Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Białystok 2004.
- [18] Russ J. C.: *The image processing handbook*. CRC press, 2006.
- [19] Sałata W.: *Mechanika ogólna w zarysie*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1998.
- [20] Tang L., Shangguan W.: *An improved pendulum method for the determination of the center of gravity and inertia tensor for irregular-shaped bodies*. Measurement 44 (10). 2011, s. 1849- 1859.
- [21] Wawerek Z.: *Machine vision, widzenie maszynowe albo...: Pomiary Automatyka Robotyka* (4). 2008, s. 6-7.
- [22] Uhla T. i inni: *Wybrane zagadnienia analizy modalnej konstrukcji mechanicznych..* WNITE, Państwowy Instytut Badawczy, 2010.
- [23] www.bksv.com: Vibration transducers, accelerometers. (10. 2013).
- [24] www.ects.pl: EC TEST SYSTEMS – katalog produktów. (09. 2013).